

東海大學教育研究所
碩士論文

學習風格與合作學習教學法對高職生數學學習成效的影響

Effects of Learning Styles and Cooperative Learning on Vocational High School Students' Mathematics Learning

研究生：洪怡伶
指導教授：李信良 博士

中華民國一〇五年六月

學習風格與合作學習教學法對高職生數學學習成效之影響

摘要

本研究旨在探討使用傳統教學法與合作學習教學法，對不同學習風格學生的學習成效之影響。採準實驗研究設計進行，研究對象是彰化縣某高中高職商科一年級兩個班級，進行 12 週，每週 2 小時的研究。其中一班為實驗組(共 38 人)以合作學習教學中的學生小組成就區分法，另一班為控制組(共 38 人)，採一般的傳統教學方式。在資料分析方面利用進行平均數、標準差、獨立樣本單因子共變數分析及獨立樣本雙因子共變數分析。

本研究將「Kolb 學習風格量表」改成五點量表，立意取樣以彰化縣某一高中一年級的學生 130 人為預試對象量表的 KMO 值為.87 適合因素分析。依據 Kolb 的學習風格理論文獻將學習風格量表分成四個因素「具體經驗」、「抽象概念」、「省思觀察」、「主動驗證」，累積總變異量為 50.34%，量表建構效度良好。分量表的內部一致性分析， α 係數的分別為 0.828、0.839、0.884、0.758，總量表 α 係數為 0.924，顯示內部一致性良好。

研究結果發現：

- 一、不同學習風格對學生的數學學習成效有顯著影響，以收斂者學習效果為好。
- 二、STAD 教學法對學生的數學學習成效優於傳統教學。
- 三、在傳統教學法中不同學習風格對學生的數學學習成效有顯著影響，發散者與收斂者優於調試者。
- 四、在合作學習者學法中不同學風格對學生的數學學習成效沒有顯著影響。
- 五、教學方法與學習風格對數學學習成效的交互作用不顯著。

關鍵詞： 學習風格、分組合作學習、學習成效

Effects of Learning Styles and Cooperative Learning on Vocational High School Students' Mathematics Learning

Abstract

This study investigated the effects of learning styles on cooperative learning, in contrast with lecture-based instruction. Cooperative learning has been proven as one of the most effective learning strategies; however, little has been done to understand if individual student's learning style can be a factor which influences the effectiveness of the cooperative learning strategy in vocational high school math class.

In this study, students' learning styles were measured by Kolb's Learning Style Inventory (LSI). The cooperative learning strategy employed in this present study was Student Teams Achievement Divisions (STAD). A quasi-experimental study was conducted, with 76 tenth graders from a vocational high school involved in the study. Half of the students were randomly assigned into the experimental group in which students learned math with cooperative learning strategy, and the other half the control group in which they learned with lecture-based instruction.

According to Kolb's theory, students' learning styles were analyzed on the continuum of perception and that of processing, and thus students can be categorized into one of the four learning styles, including active experimentation, reflective observation, concrete experience, and abstract conceptualization. To better fit LSI into the context of this present study, Kolb Learning Style Inventory (LSI) was modified into a five-point scale. The modified LSI was validated by 130 tenth graders. The KMO of the scale is .87, and the variance of learning styles can be explained by the modified LSI is 50.34%, which stands for good construction reliability.

The findings of the study included: (1) Students learned with cooperative learning strategy, STAD, performed significantly better than those who received lecture-based instruction. (2) Learning styles did have influence on students' learning performance in math. Students with converging learning style performed better than those with other learning styles. (3) In lecture-based instruction, students with converging and diverging styles performed better in the math test than those with accommodating styles. (4) No significant interrelationship was found between the employed teaching strategies and student learning styles.

Key Words: learning styles, cooperative learning, mathematics education

謝誌

很幸運也很榮耀能來到東海念碩士班，在這美麗的校園渡過了兩年充實又愉快的求學時光。這一份研究的產生背後有著許多強而有力的支持，不管是理論上、學習上及情感上。

首先要感謝教研所的所有老師對怡伶的悉心指導、栽培與疼愛，在這二年當中因您們對教學上所展現的熱情，讓學生充滿了力量能回到教育現場。因您們的諄諄教誨與細心的規劃課程，讓學生的研究如魚得水。恩師李信良教授給我很大的創作空間，讓我得以享受研究過程的樂趣，老師往往在我迷失時給我指引，讓我找到方向且養成負責任的良好研究態度，這對日後必是受益無窮。恩師林啟超教授對怡伶量表上的指導有求必應，一直肯定與鼓勵我投稿與發表，讓我變得更有勇氣。恩師陳淑美教授亦師亦友，遇到瓶頸時總耐心的分享化解我的情緒，當楷模讓我能完成理想。

在論文口試期間，承蒙彰化師範大學張昇鵬教授惠賜諸多寶貴受用的建議，還有鄧佳恩教授費心審閱與創新的意見，沒有您的指導本論文無法如此面面俱到與完善，謝謝老師們的支持讓學生在研究的路上走的穩健與安心。

感謝東海教研所的同学這兩年來在各項活動上的大力配合、情意相挺，共同面對難關，跟您們在一起求學充滿了樂趣與活力。特別要感謝曉葦無私的經驗分享和茗慧供應糧食和溫馨陪伴，讓我在兩年的研究所生涯不孤單，並能以積極的態度兼顧課業與工作，與你們分開心中真是萬分不捨，謝謝你們。

感謝先生當初的期許，引導我選擇了在做學問上很扎實東海大學。生活上週六扛起小孩的照顧，就是對我求學上最大的支持，讓我無後顧之憂的盡情發揮潛力完成論文。感謝鹿港高中漢銘校長、士禮在學習上給我很多的指點，美金、惠娟、雅瑜和數學科同仁在工作上給我的幫助，這份榮譽與你們一起分享。

最後要感謝本文所引用的文獻，每一篇都使本研究立論基礎更完備，幫助我瞭解數學教學上學生學習風格的差異與合作學習的應用。

怡伶 2016 年 於台中

目次

目次.....	i
表次.....	iii
圖次.....	v
第一章 緒論.....	1
第一節 研究背景與動機.....	1
第二節 研究之重要性.....	3
第三節 研究目的與問題.....	4
第四節 名詞釋義.....	5
第二章 文獻探討.....	7
第一節 學習風格意涵及相關理論.....	7
第二節 合作學習的理論.....	20
第三節 學習風格與合作學習關係.....	40
第四節 數學學習相關理論.....	42
第五節 數學教材分析.....	56
第三章 研究方法.....	63
第一節 研究架構與設計.....	63
第二節 研究假設.....	65
第三節 研究對象與課程.....	66
第四節 研究工具.....	66
第五節 教學設計.....	73
第六節 研究流程與倫理.....	76
第七節 資料分析與處理.....	77
第四章 結果與討論.....	79
第一節 學習風格對學生數學學習成效之影響.....	79
第二節 合作學習與傳統教學法對對學生數學學習成效之影響.....	81

第三節 各教學法下不同學習風格之學習成效分析.....	82
第四節 學習風格與教學法在學生數學學習成效之交互作用.....	86
第五節 摘要與討論.....	87
第五章 結論與建議.....	93
第一節 結論.....	93
第二節 研究限制.....	94
第三節 建議.....	95
參考文獻.....	99
中文文獻.....	99
英文文獻.....	108
附錄一：104 學年度第一學期第一次月考數學科職業類科試題.....	115
附錄二：104 學年度第一學期學業競試數學科職業類科試題.....	118
附錄三：104 學年度第二學期學第一次期中考數學科職業類科試題.....	120
附錄四：高職生學習風格量表專家效度.....	122
附錄五：高職生學習風格預試量表.....	127
附錄六：高職生學習風格正式量表.....	130
附錄七：合作學習小考測驗得分單.....	132
附錄八：合作學習小組測驗得分單.....	134
附錄九：合作學習任務分配表.....	136
附錄十：合作學習「小組角色分派記錄單」.....	137
附錄十一：合作學習小組合作技巧「觀察表」.....	139
附錄十二：合作學習教師檢核表.....	141
附錄十三：STAD 教學法教學活動設計.....	143

表次

表2-1 國內外學習風格的定義	8
表2-2 Kolb 學習風格類型特質、專長比較表	13
表 2-3 學習風格在理工醫科學習成效上的相關研究	15
表 2-4 Kolb 學習風格在數學科學習的相關研究	16
表 2-5 學者對合作學習的定義	20
表 2-6 合作、競爭及個別學習三者比較	24
表 2-7 合作五大理論異同性	28
表 2-8 進步分數轉換表	35
表 2-9 小考得分單	36
表 2-10 合作學習與數學學習的相關研究	38
表 2-11 Kolb 學習風格類型學習喜好	40
表 2-12 國民核心素養與高中數學課程核心能力相關性	45
表 2-13 數學素養五股能力觀察查表	48
表 2-14 數學解題策略確認單	56
表3-1 實驗設計模式	64
表3-2 實驗組與控制組學生前測數學平均成績	65
表3-3 數學學習成效前測(數學第一次定期評量)雙向細目表	67
表3-4 數學學習成效前測(數學學業競式)雙向細目表	67
表3-5 數學後測成效試題(數學下學期第一次定期評量)雙向細目表	67
表3-6 數學前後測試題專家效度	68
表3-7 學習風格量表審題專家	69
表3-8 學習風格量表項目分析摘要表	70
表3-9 學習風格量表因素分析摘要表	72
表3-10 學習風格量表信度分析摘要表	73
表3-11 教學進度表	74
表3-12 學生能力編組名單	74

表4-1 高職生組別與學習風格分配表	79
表4-2 不同學習風格對數學學習成效之共變數分析摘要表	80
表4-3 不同學習風格學生在數學學習成效後測之事後比較	80
表 4-4 不同教學模式在數學學習成效後測之描述性統計量	81
表4-5 不同教學法對數學學習成效之共變數分析摘要表	82
表4-6 傳統教學法中不同學習風格對數學學習成效之共變數分析摘要表	83
表4-7 傳統教學法中不同學習風格學生在數學學習成效後測之事後比較	83
表4-8 合作學習法中學習風格對數學學習成效之共變數分析摘要表	84
表4-9 發散型學習風格對數學學習成效之共變數分析摘要表	85
表4-10 調適者學習風格對數學學習成效之共變數分析摘要表	85
表4-11 收斂者學習風格對數學學習成效之共變數分析摘要表	85
表4-12 同化者學習風格對數學學習成效之共變數分析摘要表	86
表4-13 同化者學習風格學習成效整後平均數	86
表4-14 教學方法與學習風格對學習成效之雙因子共變數分析摘要表	87
表4-15 學習成效摘要表	88

圖次

圖2-1 學習風格與經驗學習分類架構圖	12
圖2-2 數學試題舉例	47
圖3-1 研究架構圖	63
圖 3-2 學生合作學習之教學流程圖	75
圖3-3 研究流程圖	76

第一章 緒論

十二年國民基本教育課程總綱以「成就每一個孩子－適性揚才、終身學習」為願景，結合「自發、互動、共好」的基本理念，從學生生命主體的開展為起點，期望教師可以考量學生的多元智能，有教無類去幫助學生極積回應個人與社會需求。十二年國教正式啟動後，發現學生的學習成效差異大，本研究旨在探討對高職一年級學生實施合作學習後，對不同學習風格學生的數學學習成效是否有提升之作用。本章說明本研究之研究背景與動機、研究的重要性、研究目的與問題及名詞釋義。

第一節 研究背景與動機

從國家教育研究院(2014)公布之十二年國民基本教育課程綱要總綱(草案)中了解，當前教育逐漸強調「學生的學」，提出「提升中小學教育品質」、「成就每一個孩子」、「厚植國家競爭力」三大願景，以及「有教無類」、「因材施教」、「適性揚才」、「多元進路」、「優質銜接」五大理念，也融入特殊類型教育、原住民族教育及新住民教育的觀點，務求全面的、多元的「成就每一個孩子」。有教無類在高級中等教育階段是以全體 15 歲以上的國民為對象，不分種族、性別、階級、社經條件、地區等，教育機會一律均等(教育部，2013)。由此可知十二年國教後的高中職教育將由篩選教育轉換成大眾教育，非以往的精英教育，因此有賴第一線教師以專業自主進行教學現場的個別化調整，要滿足差異化與適性，讓每位學生都有一樣的教育機會(陳偉泓，2013)。

為了實現教育機會均等的理想，很多先進國家的政府都有推動方案如英國的教育優先區(Education Priority Area, EPA)、美國的啟蒙教育方案(Head Start)，以及對特殊教育的重視，這些都是為了保障弱勢族群均等的教育機會(吳清山，2003)。但在學校中卻常會發現事與願違，Ramsey(2004)提到學校通常是惡化而非緩和貧窮所帶來的影響，不管社會階級兒童的異質性與潛能。王麗雲、甄曉蘭(2007)研究表示台灣存在諸多教育公平性之問題，從性別、族群、區域(城鄉)、社會階層、公私立學校、教育資源分

配、升學等角度切入皆可看出端倪。在學校擔任特教學生認輔多年，看過很多無助與焦急的特殊生在主流教育中被犧牲，同時在實驗班和在普通班的任課，深刻體驗過把學生劃分等級對他們所產生的不公平。因此一直思索在數學課堂中如何能夠讓每一位孩子公平的學習？

Moses, Kamii, Swap and Howard (1989)認為所有學生應有平等的學習數學的機會，他們引導學生和家長了解到學習數學不只要上大學，而是因為要成為社會完整的一員和實現自己的夢想。學生若不了解數學符號放在一起時所代表的意義，這些符號對某些學生就沒意義，因此這方案從不同次群體的文化知識，使用學生的經驗發展了一套轉換課程，例如他使用地鐵和旅行地圖的知識來導引出數學上數線、正負整數和測量距離的概念。數學知識學習是高抽象化、邏輯嚴謹和表達形式符號化等特性(樂慶芳、潘洪建，2005)，學生參與活動有經驗後才能產生認知的模式，如果沒有考量到認知模式只用單向傳達知識的方式去教學，那對學生來講是無效的學習。

學習風格(learning style)是指一個人在認知方面所習慣用的問題解決方式。Kathi(1990)認為教師的教學若能與學生的學習風格配合，則學生就可以獲得自信，並對自己學習負責。田耐青(2002)也指出教師必須尊重學習者的個別差異，瞭解並接受學生的學習風格，在教學上針對不同學習風格的學生做合宜的設計，學生的潛能就得以完全發揮。教師除了讓教學方式配合學生的學習風格外，若能進一步鼓勵學生了解自己的學習風格類型，則能對學生學習成就有所幫助(Clarke & Lance, 2005; Lovelace, 2005)。

黃志賢與林福來(2008)研究發現，現行的數學教材與教法不利於泰雅族學生的學習，原因是他們的思考方式無法去理解數學概念、數學教室「封閉式的對談模式」減低了他們與數學知識溝通的機會。在學習數學時的不直觀與抽象，會對不同學習風格的學生造成不同程度的衝擊，有些學習風格學生擅長抽象思考與推理、有些則必須將它轉換成具體經驗才能吸收(金仲傑，2010);有些學習風格的學生喜歡獨立思考、有些則需要討論。影響學習成效的因素很多，有智力、性向、人格、學習動機、興趣和身心發展等個人因素，也有課程結構、教材

內容、環境、教學方法、教師與家長期望等外在因素，但學習風格卻是一個常被忽略卻同等重要的因素(郭重吉，1987a)。因此深入探討學生的學習風格是本研究的第一個動機。

Sleeter 與 Grant (1999)指出教學的原則與方式為:1.協助不同背景的學生有能力學習及發展獨特的認知策略。2.協助學生發現自己的學習型態。3.教師依據學習型態設計課程。4.對所有學生都要具有高期望並一視同仁。4.利用合作學習的方式提升學生的學業成就、人際關係及自重。5.性別平等並給予相同回饋。6.發展學生積極自我概念，提升其自尊、自信。合作學習教學法(cooperative learning)經過國內外相關研究(例如：Jonson & Jonson, 1994；Slavin, 1995；林佩璇，1992；周立勳，1994；陳弘晉，2007)除了有助於提高學習成就、學習興趣外，也是適合各個階段學生有效學習的教學策略。

高中三年級繁星推薦和個人申請入學結束後，是高中教師最頭痛的時間，大多學生無法投入課堂學習，造成與大學課程的銜接產生問題，研究者為了改善此情形，使用了小組合作學習的教學法，使用後發現很多原本數學成就低的學生上課投入討論，學會思考變得樂於學習，使得在學習微積分的差異縮小。因此有興趣深入探討合作學習教學法是本研究的第二個動機。

綜合上面所述研究動機，研究者就以學習者的學習風格和合作學習教學法為研究方向，希望能回應學生的多元思考風格，探究學習風格對學習成就的影響，同時也探討合作學習教學法對不同學習風格學生學習成就的影響，在重視個別化差異和結合「自發、互動、共好」的理念下，期望能提升教師的專業知能與教學成效，達到適性的教育目標，並在縮小學習成效差異上發揮最大的功能。

第二節 研究之重要性

國外的教育單位中包含中小學、大學和職業學校，有關學習風格的研究與應用早已受到重視，學生學習風格診斷後進行學習風格本位教育(Learning

Styles Based Education)的計畫產生良好的成果，學習風格是真正現代化的方式來處理教育問題的基礎(郭重吉，1987a)。Keefe(1979)也認為學習風格診斷讓個別化教學有更合理的基礎，也是提供了教育工作者目前最有力的方法去分析他們的學生，進一步達到啟發與協助。

國內學習風格相關研究有國小有資優學生(林沛穎，2005)、自然與生活科技(高瑩真，2008；鄭孟芳、林素華，2010)；國中自然科(呂劍英，2009；郭育姝，2015)；高中職數位學習和概念構圖專題(張晉昌、黃學堂，2008；王秀鶯，2014)；在數學領域上有國小、國中、高二、高職工業科(李榮馨，2004；林振清，2008；金仲傑，2010；張怡仁，2012；呂秋玲，2013)。從上述的研究中發現，雖然合作學習在提升學習成效上有很高的叫好聲，確少有探討在合作學習教學法內學生是否也會受學習風格的影響，而產生不適應的學習情形。因此決定診斷學生的學習風格，並探討使用不同教學方法(傳統教學法與合作學習教學法)，對不同學習風格學生的學習成效之影響。

期望能利用最適合學生的教學方式引導學習，減少補救教學的人數達到有效教學的目標。且一併省思實踐歷程所遭遇的問題，根據研究結果提出改進方針和建議，作為其他數學教育研究者或有志於運用此教學方式的教師之參考。

第三節 研究目的與問題

根據前兩節所述，本研究在探討不同學習風格之差異並依據相關合作學習理論設計教材，旨在研究「合作學習教學法」與「不同學習風格」對高職生數學學習差異的影響。本研究的目的與研究問題如下：

一、研究目的：

- (一)探討學習風格對學生數學學習成效之影響。
- (二)探討合作學習教學方法對學生數學學習成效之影響。
- (三)分析相同學習風格學生在不同的教學法下數學學習成效之差異。
- (四)探討不同學習風格學生在接受不同的教學方法，對數學學習成效之差異。
- (五)分析數學學習風格與教學法對數學學習成效的交互作用。

經由探討不同教學方法、不同學習風格與學習成效間之關係，找出較適合學生的教學方法，藉此提高學生的學習成效，縮小學習差異，以作為數學現職教師進行數學教學時之參考。

二、研究問題：

- (一)不同學習風格的高職生與其數學學習成效間是否有差異？
- (二)接受合作學習教學法與傳統講述教學模式在實驗後之數學學習成效是否有差異？
- (三)接受傳統教學法之不同學習風格學生數學學習成效是否有差異？
- (四)接受合作學習教學法之不同學習風格學生數學學習成效是否有異？
- (五)相同學習風格高職生在接受合作學習教學法與傳統教學法後在數學學習成效上是否有差異？
- (六)不同學習風格與不同的教學法對高職生的數學學習成效是否有交互作用？

第四節 名詞釋義

本研究使用之重要名詞概念，為使其意義明確且便於研究分析與討論，茲將其界定如下：

一、學習風格(learning style)

張春興(2003)指出，學習風格是指學生在變動的環境中，在從事學習過程中經由知覺、記憶、思維等心理歷程，表現在外顯行為上帶有個別差異的學習偏好。學習風格是經由先前的學習活動與經驗中，逐漸形成的個體學習的反應方式，通常包含個人的認知型態、情意特徵及生理習慣等因素，具有獨特性、穩定性及一致性(Keefe, 1988)。張春興認為了解學習風格的目的則主要是以改善學校教學為主，希望能藉著了解事實，有助於改進學校的教學活動，以求能在學生身上有所幫助。

本研究採 Kolb 的學習風格理論所分類之學習風格模式，Kolb(1985)將學習風格分為四類，即發散者(diverger)、調適者(accommodator)、收斂者(converger)及同化者(assimilator)。發散者學習時喜好省思觀察與具體經驗、調適者學習時

喜好主動驗證與具體經驗、收斂者學習時喜好主動驗證與抽象概念、同化者學習時喜好省思觀察與抽象概念。

二、合作學習

合作學習(cooperative learning)是一種合作型態的教學策略，常用採異質性分組方式，一組有 3-6 人，鼓勵學生在小組中互相指導、幫助、一起解決問題，學習結束後依個人和小組平均進步的成績與學習表現，給予適當的表揚和鼓勵。合作學習能有效提升學生的學習成就，有助於學生建立正向的自我概念和增進同儕社會技巧(Jacob, 1999 ; 黃政傑、吳俊憲, 2006)，是利於自己和他人的學習。是一種有結構、有系統的教學策略，能運用於不同年級、學科領域中(黃政傑, 1992)。

在本研究中所採用的合作學習教學法為「學生小組成就區分法」(Student Teams Achievement Divisions)，簡稱 STAD 模式。它是合作學習中教材設計最單純、應用範圍最廣、實施效果最顯著的教學法(黃政傑、林佩璇, 2015)。教師依學生的能力、性別、背景等分配 6 人一組的異質性小組，教師先對全班授課，接著小組學習與教材有關的學習單，鼓勵小組成員間彼此互相討論與分享，熟練教材內容，結束後對學生進行個別評量，計分標準以進步分數為依據，含個人與小組兩部份，最後再進行小組與個人表揚和獎勵。

三、高職數學課程

本研究的高職數學課程為高職商科一年級上下學期的數學課程，課程內容為向量、指對數、數列與級數的範圍(信樺版第一冊第三章、第四章，第二冊第一章)，依照十二年國教 2015 學年度入學學生的各項特質及認知發展進行教學。

四、學習成效

係指教師有系統、有規畫的教學後，個人經過一段學習時間之後所獲得的知識與能力(張春興, 2003)，是衡量學習者學習成果的指標，藉由教學方法的適當運作，可以使學生的學習成效提高。本研究的學習成效是指研究者與學校數學科同仁一同命題之高職一年級下學期第一次數學期中考查成績，內容為對數與數列與級數，作為其個人在數學學習成效上的指標。成績越高代表學習成效越好，反之則越低。

第二章 文獻探討

本研究主要在探討不同學習風格與合作學習教學法對於高職數學學習成效之教學研究。為了對研究主題有更深入的了解，依據研究目的進行文獻探討，以作為本研究之立論基礎，本章分成四節：第一節學習風格意涵及相關理論、第二節合作學習教學法理論即其相關研究、第三節學習風格與合作學習關係、第四節數學學習理論相關研究和第五節數學教材分析。

第一節 學習風格意涵及相關理論

本節將針對學習風格文獻分成四部份探討，分別為學習風格定義、Kolb 學習風格理論、Kolb 學習風格與學習成效的相關研究、學習風格與教學方法相關研究。

一、學習風格定義

學習是一個持續的過程，個人根據各自的個性和獨特經驗，訂定一套首選的學習方式(Oskay, Erdem, Akkoyunlu, & Yilmaz, 2010)。因此學生會有不同的學習方式，在教學時教師如果能深入了解不同的學習風格後再設計課程，則將幫助不同學習方式的學生可以更有效的學習(Ictenbas & Eryilmaz, 2011)。

(一)學習風格的起源

學習風格(learning styles)的研究是源自於早期實驗心理學對於認知風格(cognitive styles)的研究，起先認知風格研究的重點是對於解釋個人在認知方面的特質，例如記憶、知覺或資訊處理方式等等的差異，因這方面的研究對於教育上有很明顯的應用價值，因此逐漸演變擴充，在1970年左右學習風格一詞就出現，這方面的研究強調學生對於學校課程相關教材的學習，不同於機器與動物的學習，所以更明確的稱為學生學習風格(郭重吉，1987a)。

學習風格(learning styles)與認知風格(cognitive styles)兩者的界線不清楚，有時會被混用，Heineman(1995)認為認知風格是包含於學習風格內。認知風格指的是處理認知活動的行式，而學習風格的範圍是涵蓋情感和生理的認知

(Triantafillou, Pomportsis, & Demetriadis, 2003)。雖然兩者都是可以用來說明學生在學習上的差異，但其差別如下(Bonham, 1988；黃玉枝，1992；張春興，2003):1.時間上的差別：認知風格盛行於1960年代而學習風格的研究從1970年開始。2.取向的差別：認知風格的研究取向是心理科學，以理論為基礎去了解事實，有特定目的。而學習風格的研究取向是教育心理學，除了解事實外還期望能達成改善教育的目的。3.內涵的差別：認知風格的研究是為了瞭解認知行為上的差異，採取兩極對立式的方法來解釋每一種認知風格。而學習風格除了認知習慣外，還包括情意、生理這兩方面的習慣行為反應。4.研究地點的差別：認知風格的研究地點在實驗室而學習風格的研究地點在教育現場。

(二)學習風格的定義

學習風格在近年來引起廣泛的研究，但由於學者們對於「學習風格」所強調的重點不同，有強調學習情境、聚焦於行為模式、多元策略和學習策略等，至今仍然無法有統一的說法。以下是整理研究重點在學生課業表現上的中外文獻，依年代先後將學習風格的定義分列表於，2-1 國內外學習風格的定義：

表 2-1

國內外學習風格的定義

研究者及年代	定義
Kolb(1976)	學習者自成一格的知覺與處理訊息的方法，有具體經驗、觀察與反應、形成抽象概念、行動四個學習階段，以產生經驗的行為表現。
Dunn & Dunn (1978)	個人對物理、環境、情緒、社會和生理多方面的刺激所產生的偏好方式。
Bennett(1979)	影響個體於學習情境中運用自己喜歡和擅長的策略與行為。
Fischer & Fischer (1979)	在教學和學習活動中，個人會在不同的情況下表現出一些前後一致的行為特性。
Hunt(1979)	學習者最有可能學習成功的教育條件或情境，描述學生如何學習，而非學到什麼。
Smith&Renzulli (1979)	在特殊且被認定的學習活動中，學習者與課程、教材結構的交互作用聯結中，偏好一種或多種教學策略的學習方法。
Charles(1980)	在學習情境中學習者如何致力於學習的一些個人方式。
Entwistle(1981)	學習者在不同情境下，一致採用某種特殊學習策略的偏好或傾向。
Butler(1982)	個人用最容易、最有效率、最有成效去了解自己和外界兩者之間的關係，自然而然使用的方法與手段。 (續下頁)

表 2-1

國內外學習風格的定義(續)

研究者及年代	定義
Keefe(1982)	一些在認知、情意和生理的特質，做為顯示學生如何對學習環境加以觀察、互動及反應的穩定指標。
Schemeck(1982)	個人在不同情境中，慣用某一種學習策略的傾向。
Garger & Guild (1984)	個體在致力於學習任務時，經由其行為和人格的交互作用而表現出來的穩定特徵。
Armstrong(1987)	將每個學習者個人多元智能強弱處合併起來就是他的個人風格
Canfield(1988)	學生在學習環境中對班級氣氛、團體人際關係、動機因素、學科興趣、感覺輸入以及對成功或失敗的預期。
Pithers & Mason (1992)	學生在學習環境中，相對地產生一致性與獨特性的特質。
Williams & Brown(2013)	一種以何種方式接近不同學習任務的個人特點，與學習環境相關的一套特殊行為和態度。
林生傳(1985)	個人所喜歡的學習方式，它代表個人如何去接受刺激、記憶、思考與解決問題的人格與心理特性。
郭重吉(1987a)	學生在教學過程中所表現出來的個人學習方式或作風，是個人對於影響學習成果的變因包括個人、環境、認知、情意和社會，在學習過程和學習策略方面所表現出來的穩定特徵。
張景媛(1988)	學生在學習過程中所展現出來的心智組合。
張春興(1996)	學生在變動不拘的環境中從事學習活動時，經由知覺、記憶、思惟等歷程，在外顯行為上表現出帶有個別差異的學習偏好。
吳百薰(1998)	在學習情境及學習過程的交互作用下，學生對物理、環境、情緒、社會和生理等多方面的刺激所產生的特殊偏好，和對刺激慣用的反應方式，是一種相當穩定與一致的心理傾向。
伍賢龍(2001)	學習者在面對新的且困難的資訊時專心處理、內化與記憶的方式，對環境、情緒、社會、生理與心理等刺激做出反應，為了熟練此新的及困難的資訊與技能，在大部份的情境中具有某一程度的一致性。
許智豪(2005)	學習風格不是能力，而是在於對熟練新的及困難的學習資訊與技能的偏好方式，在大部份的情形下具有某一程度的一致性。

國內的研究中將學習風格定義歸納的有，郭玉婷(2001):學習者在教師教學與自身學習過程中，受到認知、情感、生理、環境、社會、文化等因素的影響，產生不同的學習行為、偏好、策略與態度，此特定風格具有穩定性與持續性。楊寶玉(2003):學習者透過感官或直覺來吸收資訊，並透過邏輯性思考或主觀感受來判斷如何處理吸收資訊的方式，含認知習慣與情意的個人喜好。林淑芬(2006):學習者在學習情境及過程中，為了可以快速獲得學習成效，對於物理、

環境、情緒和生理等方面的刺激，所使用特殊偏好的學習策略與反應方式。具有相當穩定與一致的心理特性，會隨著學習者的經驗與環境的作用而改變。林秋萍(2007)：學習者在處理新的或困難的資訊時，在內在與外在環境的影響下，所偏好使用的策略方式。

綜合上述各家學者對學習風格的定義，大多數學者認為學習風格是在學習過程中，對內在與外在的刺激下學習新的且困難的資訊時，學生使用且有相當穩定性與一致性的特殊偏好學習策略，學習風格不是一種能力表現，而是面對問題時使用能力的偏好。學生會使用這些偏好是因為個人認為這是最容易、最有效率讓自己習得新訊息的方法與手段，學習風格沒有好壞標準，時間與場合不同所得到的評價也不同，是可以教導與改變的。不論從哪一種角度來解釋學習風格的意涵，其共同點都是強調個別差異的獨特性(吳百薰，1998；郭重吉，1987b)，共同的目標是針對學習者的差異給予適當的教學，以達到適性化的教學目標，符合本研究的精神。

二、Kolb 學習風格理論

Kolb 學習風格理論是學術界運用最廣的學習風格理論，強調「經驗」在學習過程中的重要性，此經驗學習風格模式在美國企業界與教育界使用最多，已經獲得大量的實證支持(Manolis, Burns, Assudani, & Chinta, 2013)，國內也有許多研究者採用此量表進行學術研究(蔡淑薇，2004；陳易芬、林鎡惠，2009；林鈺婷，2010；張怡仁，2012；賴思瑩，2013)，在實務上的運用相當廣，Kolb 的學習理論著重在「認知方式」類型的討論，以學習者的學習偏好進行分類，可以有效率的看出學生的個別差異，也與數學知識學習中需要切合舊有經驗相符合，因此本研究採用 Kolb 的學習風格理論來探討學生的學習風格，以下針對該理論進行深入討論：

(一) Kolb 的經驗學習理論

Kolb 於 1976 年提出經驗學習風格理論(Experiential Learning Theory)，強調學習者在認知特質上的差異，其理論主要結合 Dewey 的實用主義、Lewin 的社會心理學及 Piaget 的認知發展理論。Kolb 認為學習是一種以經驗為基礎的持續歷程，不能只看認知的結果，要能注重學習者學習過程中的思考、感覺、感知與行為，要回饋學習者的努力與成效，如此才能提升教育的效果。所有的學習

都是協助學生與環境的互動時能重新檢視、分析與整合既有概念，以產生新的見解。因此將學習定義為將經驗轉換成知識的過程，知識的創造必須依賴經驗的轉換而得。Kolb 根據個人資訊感知(information perception)即經驗的獲取，含概念解釋、符號呈現的抽象經驗和摸的到、感覺到的直接經驗；及資訊處理(information processing)，即轉化所得到經驗，包含省思或動手操作，將學習模式區分為四種即為「具體經驗」、「抽象概念」、「省思觀察」和「主動驗證」(Kolb, 1985)。

1.具體經驗(Concrete Experience)

學習者完全以感覺來學習(learning by feeling)，從特殊的經驗學習而非理論與通則，解決問題時憑直覺而非系統性科學方法，將經驗關聯到人，擅長與人相處且對人感受強烈。

2.抽象概念(Abstract Conception)

學習者將觀察到的整合為概念、觀念和邏輯理論，以思考來學習(learning by thinking)，關注通則理論而非對特例的直覺，解決問題時利用科學的方法而非用直覺，擅長系統性的規劃、操作抽象符號和分析。

3.省思觀察(Reflective Observation)

學習者喜歡從不同的角度省思和觀察所獲得的經驗，以看及聽來學習(learning by watching and listening)，會仔細的觀察尋求事情的意義，重理解而非運用、重思考而非行動，關心定理和事情是怎麼發生而非造成的結果，能憑直覺知道概念或情境的意涵，形成解見是依賴自己的想法和感覺。

4.主動驗證(Active Experimentation)

學習者以實作來學習(learning by doing)，強調實際運用而非思考理解、關注務實的功效而非定理，勇於探索並利用形成的理論去解決問題，擅於用具體的方法完成任務。

學習者對學習情境的反應由經驗、省思、思考及行動這四個學習模式構成一個學習循環。首先學獲得具體的經驗，以此為經驗為省思和觀察的基礎，再由省思和觀察焠鍊出抽象概念而推出新的推論，以此推論加以行動驗證，從中創造出一個新的經驗，再進入另一個新的學習。依照不同的情境可自任何一個模式進入此學習循環，經歷四個完整學習模式，可以得到最佳學習。如圖 2-1

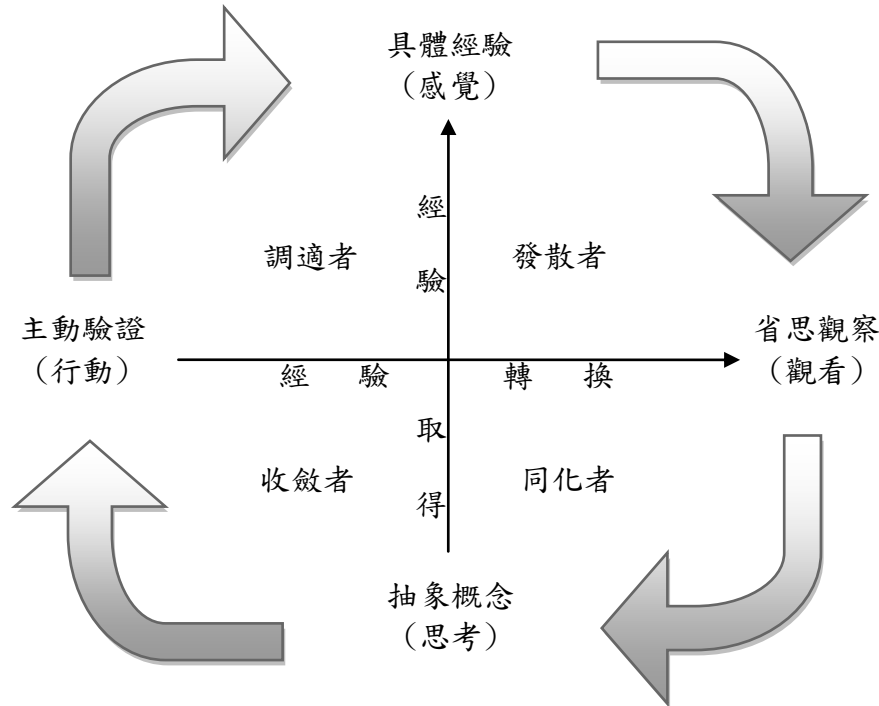


圖 2-1 學習風格與經驗學習分類架構圖

資料來源：修改自 Professional Education and Career Development: A Cross Sectional Study of Adaptive Competencies in Experiential Learning, p.188, Kolb, D. A., & Wolfe, D. M. (1981) (ERIC Document Reproduction Service No. ED209493)

(二) Kolb 的學習風格分類

Kolb 以其經驗學習理論的架構建立學習風格的分類理論，De Ciantis 和 Kirton(1996)認為 Kolb 的學習風格模式對學習活動提供了有價值的架構，Kolb 與 Kolb(2005)將學習四個循環階段分為兩個互相垂直的向度，垂直代表學習過程中經驗取得的理解(Prehension)偏好向度，分為具體經驗與抽象概念；水平代表學習過程中經驗轉換(Transformation)方式的差異向度，分為省思觀察與主動驗證，兩個向度再組成四種不同的學習形態，分別是發散者(Diverger)、同化者(Assimilator)、收斂者(Converger)和調適者(Accommodator)，如上圖 2-1 所示。

1.發散者(Diverger)

學習者偏好具體經驗與省思觀察，能以不同的角度來觀察事物但少行動，特質為相當靈敏、富創意、興趣很廣泛、擅長收集資訊、用想像力和情感來解決事情、喜歡分享想法與感受，對人和藝術很有興趣。喜歡集體合作的小組學習，從中可以聆聽不同觀點的意見去創造，讓他們表現得更好。多觀察、少行動，缺點是猶豫不決、選擇太多反而造成阻礙。

2. 同化者(Assimilator)

學習者偏好抽象概念與省思觀察，特質為能將來自各方大量廣泛的資訊，觀察後歸納統整和解釋，用精簡邏輯性的方式呈現、關注在抽象的思考對人較沒有興趣、重視理論的本質勝過實用性、不在乎知識的實用性。喜歡閱讀、演說、探索與分析模型，適合資訊與科學方面的工作。缺點會有不切實際的計劃，陷入瑣碎的活動導致工作進度落後。

3. 收斂者(Converger)

學習者偏好抽象概念與主動驗證，特質為實用主義者、擅長發現觀念和理論的實際運用功能、喜歡技術性工作和擅長決解問題、快速決策、不愛與他人互動的社會人際議題；喜歡驗證概念、模擬、實驗、實作性質的工作。缺點興趣較為狹隘，行動過快而沒有考慮足夠重要的訊息和數據。

4. 調適者(Accommodator)

學習者偏好具體經驗與主動驗證，從實作的經驗中學習；喜歡完成計畫而獲得新經驗；傾向使用感覺、直覺方式而非邏輯來決解問題；十分依賴別人提供的資訊而不是自我己的分析。喜歡和他人一同完成作業、共同設定目標，並會找出新的不同的方法完成計畫，適合行動取向的工作。善於遷就適應新形勢，創造性的解決問題，常用嘗試錯誤的方式處理問題。缺點不切實際且過於理論。

另外 Kolb 進一步研究四種學習風格的人格特質、專長學科領域、適合專業職業；將整理如下表 2-2

表 2-2

Kolb 學習風格類型特質、專長比較表

類型	人格特徵	專長學科領域	適合專業職業
發散者	外向、感情、有想像力、察覺性強	藝術、歷史、英語、心理學	社會服務、藝術工作、通訊、娛樂業
同化者	內向、思考、統整、重細節、謹慎	數學、化學、社會學、經濟學	自然科學、研究、資訊
收斂者	外向、思考、主動求證、理性、實用主義	工程、醫藥、體育、科學	工程、醫藥、技術、環境學、經濟
調適者	內向、感知、找機會、冒險、行動	教育、護理、商學、管理學	銷售、社會服務、教育、機構組織、商業

Kolb 的學習風格分類注重學習者在認知特質上的差異，且具有因材施教的

教育意義，也提出教師要能針對不同風格的學習者提供不同的教學方法、內容，並有完整的統計數據來支持學說，強調經驗在學習過程中的重要性，常用於研究個人學習及解決問題。高職生在數學學習上有很長的時間，且有很多的個人經驗，個人學習模式也成型，Kolb 的理論與本實驗切合。因此本研究將利用「Kolb 學習風格量表」來測量學生的學習風格，把學生的學習風格分為「發散者」、「同化者」、「收斂者」、「調適者」來探討不同學習風格學習者在不同的教學方法下，數學知識接收與轉化的差異情形。

三、Kolb 學習風格與學習成效的相關研究

近年來學生的「個別差異」成為各國教育改革時關切的項目，因此在關注學生獨特「學習風格」的相關研究逐漸增多(沈怡伶，2008)，以 Kolb 學習風格理論進行的研究頗多、範圍與內容廣泛包括教育、心理、管理、資料、護理、藥學、法律等方面。學生若能在適合的學習情境中學習，會有較高的學習成就(Dunn, Beaudry, & Klavas, 1989)。教學前如能先診斷學生的學習風格，有助於教師分析學生的個別差異，並適時提供學生引導與協助。

性別是先天決定的生理因素，但不同性別的學生其學習風格是否有差別? Kolb(1976)發現在感覺與思考上，女性傾向具體經驗的學習風格；男性則傾向抽象概念，但在實做與觀察則沒有差異。Titus, Bergandi,與 Shryock(1990)認為在學習風格上女生比男生較常用具體經驗。Garland,與 Martin(2005)指出在線上學習課程時學生的學習風格與性別因素有相關性。洪蘭(2006)在其書中指出腦內乾坤、男女有別，男生處理理論和物體優於女生，但在語文能力上則相反。

學習風格是學習者在學習程中慣用的學習方式，大部份時間是具有一定程度的穩定性，但是否會隨著年齡與不同的學習階段而改變?研究中也發現年級越高的學生，越常使用抽象概念與省思觀察的學習模式。Matthews,與 Hamby(1995)發現高中生偏向同化者和收斂者，大學生偏向發散者和調適者。但吳天方(1997)研究中卻發現師範大學工業系的學生學習風格與年級無關，蔡淑薇(2004)也指出高中職學生的學習風格年級沒有差別。

教師在教學後最關注學生的學習成效，以 Klob 的理論為主要的研究範圍很廣，以下茲將關於學習風格在理工醫科學習成效相關研究摘要如表 2-3。

表 2-3

學習風格在理工醫科學習成效上的相關研究

研究者	研究對象	研究結果
Can (2009)	科學教師 大學成績	不同學習風格的科學教師在大學一、二、三、四年級的學業成績沒有顯著相關，但和他們的性別但與接觸到的教育類型有顯著相關。
D'Amore、 James& Mitchell(2012)	大一護理、 助產	護理和助產系學生的人口特徵主要為發散者、同化者和調適者的學習風格
Caully、 Wadey& Freeman(2012)	住院醫師 整形外科	住院醫師中收斂者的比例佔了 53.8%，住院醫師表現出了很高的抽象構思和積極實驗及行動力的特徵。
蔡淑薇(2004)	高中職學生 學習風格類型	探討高中職學生學習風格、自我調整與學業成效中，學習風格以同化者最多、其次是發散者、再者調適者最少為收斂者。
陳銘村(2005)	成人網路學習	發現性別、年齡和教育程度會影響學習風格，且學習者中同化型學習成效最佳；收斂型者成效最差。
黃齡儀(2006)	高三生物	發散者經過多媒體教材教學的學習成就顯著優於傳統教材教學。在傳統教材教學下，收斂者學習成就顯著優於其它的學習風格。
黃馨慧(2007)	國一自然科	進行簡報教學的學習成效上以收斂者最高、調適者次之、發散者再次之，同化者最低。
張晉昌& 黃學堂(2008)	高職一年 級	不同學習風格學生在接受數位教學法時學習成效有顯著差異，調適型優於發散型。
黃耀陞(2008)	國一自然科	偏好抽象概念的知識接收者，在學習成效上高於具體經驗者，收斂與同化者在學習成效上優於發散與調適者。
高瑩真(2008)	國小六年級 健康課	在傳統教學組中，不同學習風格國小學童在學習態度與實作取向上有顯著差異，發散者皆高於同化者。在電子白板組中，不同偏好的學習者在學習成效上有顯著差異，省思觀察者高於主動實驗者。
鄭孟芳、 林素華(2010)	國小高年級 自然科	國小高年級學生自然學習風格以收斂型居多，收斂型的學習動機最高，不同學習風格的學習者在自然科的學習成效沒有顯著差異。
王仁基(2010)	國中生	在學習風格與學業成就之相關研究-以彰化縣為例中指出，三年級學生接收資訊的方式偏好抽象概念，一年級和二年級學生接收資訊的方式偏好具體經驗，學習風格與學業成就在國文成績、英文科成績、數學科成績、自然科成績上有顯著相關且具有預測力。

(續下頁)

表 2-3

學習風格在理工醫科學習成效上的相關研究(續)

研究者	研究對象	研究結果
張敬于(2011)	國一自然科	多媒體簡報教學下，抽象概念的知識接收者學習成就上優於具體經驗者。不同學習風格的學生在學習成效上達顯著差異，以同化者最佳、收斂者次之、調適者再次之，發散者最差。
陳宗偉(2012)	國中自然科	不同學習風格之學生接受電子白板教學法後，在學習成就方面有顯著差異，同化者顯著優於分散者及調適者。不同學習風格學生在接受傳統教學法後，在學習成無顯著差異
張允柔(2015)	大學生	針對大學部組織行為課程實施翻轉教室教學實驗，探討學生的學習風格與線上討論行為之間的關係，研究發現學生的學習風格未顯著影響線上討論之發文行為與非發文行為。

以 Kolb 的理論在學習風格應用在理工學科的學習成效上，國中小大中部份的研究指出不同學習風格型態之差異均達到顯著，收斂者和同化者學習風格在健康課、自然課的學習成效表現比較好(高瑩真，2008；黃馨慧，2007；黃耀陞，2008；王仁基，2010；張敬于，2011；陳宗偉 2012)，高中職均達顯著差異(蔡淑薇，2004；黃齡儀，2006；張晉昌、黃學堂，2008)且在大學以上的高等教育中，不同的學科中適合此類科屬性的學習者出現的比例較高(Can, 2009；D'Amore et al., 2012；Caully et al., 2012)。綜上知學習風格與理工醫科的學習成效有相關性，因此進一步探討以 Kolb 的理論的學習風格對數學學習上的影響將國內外的文獻摘要如下頁表 2-4

表 2-4

Kolb 學習風格在數學科學習的相關研究

研究者	研究對象	研究結果
Gasiorowski (1998)	國一生	在基礎資料教學課程中，傳統教學和使用試算表程式的實驗組，在不同學習風格成績的表現並沒有顯著差異，但在低地社經地位與主動驗證者在試算表教學中進步較多。
Orhun(2007)	大學數學系學生	針對 73 位學生中四種學習風格的學生學習成效上沒有顯著的差異。
Orhun(2012)	工程專業學生	研究 87 位工程專業學生的學習風格與微積分課程成就的關係。學生中有 43%是收斂者、32%是同化者、17%是發散者、8%調適者。不同學習風格的學生在微積分的成績有顯著差異，收斂者和同化者學生表現比較好。 (續下頁)

表 2-4

Kolb 學習風格在數學科學習的相關研究(續)

研究者	研究對象	研究結果
李榮馨(2004)	高職學生	高職工業類科學生的學習風格以發散者為主，高職工業類科學生學習風格與數學科學業成就未達顯著差異，亦無顯著相關。
蕭惠英(2006)	國中	遊戲式網路評量系統對不同學習風格的學生成習成效的行動研究，對四種不同類型的成績皆有提升，但是四種類型之間沒有顯著差異。
黃馨慧(2007)	國一	進行簡報教學的學習成效上以收斂者最高、調適者次之、發散者而次之，同化者最低。
林妙玲(2007)	國小	在數學熟練性的很現上調適者、分散者表現比同化者、收斂者佳；不同學習風格的女童比男童好；五年級比四年級好。
林振清(2008)	高二	在球與圓的課程學習成效上主動驗證與被動驗證兩類型中，採用傳統教學法會有顯著差異。被動驗證學習者在複式評量方式的學習成效優於傳統教學。
李瑞林(2009)	國三	GSP 電腦輔助教學對國三學生學習三角形外心、內心及重心成效之研究中發現，教學方法因子效果及學習風格因子效果之間有交互作用。對學習風格為省思觀察者而言，教學方法因子會造成顯著的差異，以省思觀察者接受傳統講述教學法後表現最差。
蔡孟憲(2010)	國小五年級	使用程式設計軟體 Scratch 對幾何概念的提升上，發散者、調適者與收斂者的學習成就與同化者的學習成就達顯著差異。
葉進安(2010)	國三	以 GSP 融入數學教學在數學學習成效上，抽象概念的學習者優於具體經驗的學習者。
蔡治平(2010)	國二學生	解釋風格、學習型態與學業成就關係之研究中，高社經家庭的國二學生在學習上偏向從「抽象概念」去學習，其學習型態為「收斂者」與「同化者」。正向事件「恆久性」解釋風格與「抽象概念」學習方式，對學業成就具有良好預測力。
陳佳玉(2010)	高中二年級理組	分段式評量教學法對不同學習風格學習成就之正面影響未達顯著水準，但學習成就相對改善值似乎有增加的趨勢。
金仲傑(2010)	國中	四種學習風格學習者在傳統教材下與使用多媒體教材兩種情形下，其學習成就均沒有統計上的顯著差異。但發散者和調適者學習者之學習成就與收斂者和同化者學習者之學習效有顯著差異。

(續下頁)

表 2-4

Kolb 學習風格在數學科學習的相關研究(續)

研究者	研究對象	研究結果
張怡仁(2013)	國中	僅有調適者學習風格學生在傳統教學組的學習成就表現優於電子白板組，收聚斂者、同化者與發散者之兩組學生學習成就均無顯著差異。
呂秋玲(2013)	國二	在研究學習風格、學習適應與數學學習成就之關聯性時，發現學生的學習風格類型偏重發散者、同化者，學習風格、學習適應對數學學習成就有顯著區別力。

由上述研究發現不同學習風格對數學科學習成效大部份的研究在國中小有達到顯著差異，以收斂者的學習成效有較好的表現(林妙玲，2007；Gasiorowski，1998；蕭惠英，2006；蔡孟憲(2010)；蔡治平，2010；葉進安(2010)；金仲傑，2010；張怡仁，2013；呂秋玲，2013)，至於在高中職數學學習方面方面只有 3 篇文獻，所以有繼續研究的價值。不同學習風格在高中職數學的學習成效有的研究達顯著(林振清，2008)，有的研究不顯著(李榮馨，2004；陳佳玉，2010)，所以沒有一個定論，對高職商業類科一年級的學生沒有文獻可以參考，所以有關學習風格對高職一年級數學科學習成效的影響有實徵之必要。

四、學習風格與教學方法的相關研究

由文獻中可看出不同的教學方法對不同學習風格的學生在學習成效上，有顯著差異是傳統教學上調適者和收斂者的學習成效表現比較好(蔡孟憲，2010；葉進安，2010；金仲傑，2010；張怡仁，2013)，有些則不顯著(Gasiorowski，1998；蕭惠英，2006)。

林振清(2008)探討圓與球面課程的學習成效，以桃園縣一所完全中學高中部二年級社會組兩班共 80 名學生為研究對象，學生學習風格採用 Kolb 學習風格量表區分為「主動驗證」及「被動觀察」兩類型。以複式評量融入數學教學中發現數學學習成就上，不同學習風格的學生會有顯著的差異。學習風格與教學方法之間有交互作用，在傳統教學法中學習風格會造成顯著差異，主動驗證風格優於被動觀察風格。就被動觀察風格而言，教學方法會造成顯著差異、複式評量教學法優於傳統教學法；以被動觀察風格接受傳統教學法後為最差。排除前測影響後，學生在數學學習保留上的表現上學習風格因子與教學方法因子之間有交互作用，學習風格因子會造成顯著差異；主動驗證風格優於被動觀察風

格，以主動驗證風格接受複式評量教學法後為最佳。

李瑞林(2009)探討 GSP 電腦輔助教學對國三學生學習三角形外心、內心及重心之成效。研究採用準實驗研究法中之不等組前後測設計，學生學習風格區分成「主動實驗」及「省思觀察」兩種類型，為探究不同學習風格之學生接受不同教學方法之後，在數學學成就與保留上，教學方法及學習風格之間有交互作用。學習風格為省思觀察者，GSP 電腦輔助教學法優於傳統講述教學法。省思觀察者接受傳統講述教學法後表現最差。

金仲傑(2010)在探討多媒體教材與傳統教材對不同學習風格的學習者學習國中幾何單元課程學習成就的影響中發現，在「傳統教材」和「多媒體教材」下，不同學習風格學習者之學習之學習成就沒有統計上的顯著差異。但「發散者」和「調適者」學習者之學習成效與「聚斂者」和「同化者」學習者之學習成效有統計上的顯著差異。

陳佳玉(2010)在分段式評量教學法對高二學生數學學習成就之研究，對象為台北縣某國立高中二年級理組學生，分為實驗組 42 位及控制組 44 位共 86 位學生，以 20 週的時間進行實驗，觀察分析其學習成就的改變的研究中發現分段式教學法在短時間的學習表現無顯差異，但在長期的學習表現有顯著效果，對發散者學習成效上實驗組中低分人數較少，經過一個學期的延宕測驗發現學習成效改善值達 94%，學習成就的改善最為明顯。收斂者在實驗組的整體平均較高，且低分者亦較少，但在學習保留上無顯著效果。分段式評量教學法在對同化者學生內化知識的創造行為有成效。

蔡孟憲(2010)使用程式設計軟體 Scratch 對幾何概念的提升上，調適者的邏輯推理能力明顯高於同化型。發散者、調適者與收斂者的學習成就與同化者的學習成就達顯著差異。

張怡仁(2013)在電子白板應用於國中數學教學對不同學習風格學習者影響研究中發現，適應型學習風格學生在傳統教學的學習成就優於電子白板組，原因在於此風格學生比較有恆心去吸收知識。在抽象的一元二次方程式單元上，上課使用電子白板在只有看的情形下，無法去實際操作，比起在傳統上學習成效明顯比較不好。

仔細分析後發現不同電腦軟體教學方法、電子白板教學法、複式評量教學

法、分段式教學法等，大多會影響不同學習風格的學生在學習成效上的表現，且調適者在傳統教學法上的表現最好。但在合作學習上對不同學習風格的學生學習成效的表現上資料明顯不足，因此有其進一步研究的價值。

第二節 合作學習的理論

西方的 Comenius 認為學生可以由教別人和被別人教之互相教導得到學習的好處(黃政傑&林佩璇，1996)，到 1700 年代後期 Lancaster 和 Bell 二人在英國，利用合作學習團體來施教是合作學習的先例。而 1806 年此概念傳到美國，紐約設置了第一所蘭開斯特學校，之後美國就開始強調合作學習的運用，學者派克(Parker)和杜威(Dewey)也重視它在教學上的應用，合作學習雖名為學習實質上是一種有組織性、系統性、結構性的教學方法。

從 1960 年代強森(D.W.Johnson & R.T.Johnson)等人，開始訓練教師如何採用合作學習進行教學，創立了合作學習中心(Cooperative Learning Center)，合作學習的相關研究至今有五十年的歷史，為何此教學法如此重要?本節將針對合作學習的文獻分成五個部份進行探討。第一部分探討合作學習的意義與內涵；第二部分探討合作學習的相關理論；第三部份探討各種合作學習類型；第四部分探討合作學習實施要點；第五部份探討合作學習與數學學習成效實徵研究。

一、合作學習的定義與內涵

合作學習(cooperative learning)的意義各家學者立場不相同，導致對合作學習的定義有所差異，不同的研究者、學者與教育家在進行合作學習時的步驟和方式也都不一樣，因此整理學者看法，依照年代順序整理如表 2-5。

表 2-5

學者對合作學習的定義與內涵

學者及年代	合作學習定義與內涵
Parker (1985)	是一種教室的學習環境，提供一個合作的異質學習小組，讓學生在小組中與同儕一起學習，彼此互相幫忙、提供資料，批判修正彼此的觀點，最後共享成果。
Slavin(1985)	是一種有系統有結構教學策略，在合作學習中教師將有不同能力、性別、種族背景的學生分配在一個小組中共同學習，適用於大部份的學科跟不同的年級。

(續下頁)

表 2-5
學者對合作學習的定義與內涵(續)

學者及年代	合作學習定義與內涵
Kommers & Nijhot (1985)	是一種一起學習的活動方式，鼓勵彼此討論，擴展思考，期望能引導更高層次的認知，並刺激學生多元化的發展。在這種環境下組織複雜、有趣及開放性作業，當此過程達到完全內化後，便成為學生獨力發展過程中的一部份。
Nattiv(1986)	是鼓勵學生為達成團體目標的一種教學方法，可以適用於任何學科和任何年級，為達成共同目標而一起工作，不管是報酬上、工作上、角色上都是互相依賴，除了必須為自己的學習負責，也要幫助他人全力學習，喜歡並學會尊重他人。小組成員在成就、性別、種族上是異質的。
Jonhson & Jonhson (1987)	合作學習不僅是面對面的接觸，更要互相討論、幫忙與分享，要符合積極的相互依賴(positive interdependence)、個人績效責任(individual accountability)、面對面互動(face-to-face interaction)、社會技巧(social skills)和團體歷程(group processing)等特質。
Sharan&Shachar (1988)	合作學習是將學習活動再較精緻的設計，允許學生在小組內分工合作，結合教室的學業活動與社會互動兩層面，提供學生貢獻小組的機會來加速小組活動的進度，並分享喜悅。
Kalkowski (1988)	是不同能力、種族、性別所組成的常態性異質結構，在不同背景的學生參與之後，可以提升學科成就並增強自尊心，同時也能尊重和接納別人不同的人格特質。
Hilke(1990)	是一種有組織的結構，學生經由團體合作的過程追求知識，學生在此小團體中共同學習，貢獻每一個人的力量，並能幫助其他人共同成工作。此教學法可以增進學生之間的關係和溝通技巧，產生高層次的思考。
Cuseo (1992)	是一種將二至五個學生進行有目的性的分組，使每組學生共同完成某些特定學習活動的教學過程。是以學習者為中心的教學過程中，小組內每一成員皆對自己的表現負責，而教師則扮演小組學習促進者 (facilitator) 與諮詢者 (consultant) 之角色。
Balkcom(1992)	是以小組方式達成教學，小組中的學生由不同能力組成，使用各種學習活動增進他們對學科的了解，小組中的每一個成員不僅要對自己的學負責，更要幫助其他成員學習。
Wood, Algozzine,&Avett (1993)	在教師給予教學任務時用配對或小組的方式一起學習的教學技巧。可以依學習需求經由修改適用於一般學生和特殊學生，教師可用於任何科目和任何一年級，組織合作、競爭或個別化的學習活動於教學中。

(續下頁)

表 2-5
學者對合作學習的定義與內涵(續)

學者及年代	合作學習定義與內涵
Nattiv(1994)	是一種教學方式，學生分成小組一同進行學習任務，一起面對共同的目標。不管是報酬上、工作上、材料上以及角色上都「互相依賴」，每位成員都必須為自己的學習負責。小組成員在成就、性別、種族上通常是異質的。
Lefrancois(1997)	是一種藉由學生共同進行作業，以達成教學目標的學習方式。
Eills(2000)	是一種將個別學生組成小組或團隊，然後藉由成員間的合作以達成特定教學目標的策略。
李錫津(1990)	是學習的重要歷程，旨在運用某種形式的小型學習團體，進行有系統有計劃的學習活動。成員間的互動是有效的，彼此協力互進、相激相輔，以提高學習成效，並培養成員間相互支援合作，追求個人目標下也能兼顧團體目標的學習，是你好、我好、大家都好的學習方式之一。
黃政傑(1992)	是一種有結構、有系統的教學，能用於各年級及不同學科領域，依造學生的能力、性別、種族背景等，分配學生到異質小組中，鼓勵彼此互相幫助，以提高個人的學習效果並達成團體的目標。
林生傳(1997)	是結合教育學、社會心理學、團體動力學等的一種分組教學設計，主要是利用小組成員間的分工合作、互相支持，去進行學習；並利用小組本位的評核及組間比賽的社會心理氣氛，以增進學習成效。目的在使學習活動成為共同合作的活動，其成敗關係團體的榮辱。 是種反隔離的創新教學策略，學生在機會均等的小組中共同運用資源、相互支援，利用小組本位評核和小組之間的比賽，製造團隊比賽的社會心理氣氛。
吳清山和林天佑(1998)	此學習方式是把學生分成小組，各小組成員都能針對特定的學習單元，完全依照自己能力及所能了解的方式去完成自己的學習責任，再經由成員之間不斷的交流意見、互相支持，所有成員共同努力向小組的學習目標前進。
張春興(2003)	是一種以學生合作學習取代教師主導的教學設計。目的在培養學生主動求知的能力和人際溝通，從中養成團隊合作的精神。
黃政傑和吳俊憲(2006)	是一種教學策略或方式，將個別學生組成小組或團隊，鼓勵小組成員相互合作，一起討論、澄清想法、探討、思考、推理及解決問題，以達成特定的教學目標。
黃政傑和林佩璇(2015)	用異質分組的方式安排適合的學習環境，使學生在小組中進行學習。教師教導學生合作技巧和社會技巧，且引導學生能互相依賴、幫助和分享共同資源。

綜上學者們的定義後可知，合作學習是一種教學方法，雖然學者的定義不盡相同，但歸納出的共通點為(一)採用小團體方式進行學習:按照學生的成績、性別、種族、學習方式等不同因素進行分組，學生必須跟自己有差異的成員一同合作。(二)有系統、有結構的教學策略:在教學前教師必須有明確的教學目標與學習單。(三)透過互相合作，共同完成任務:強調組員間的彼此合作，互相協助一同完成學習目標，達成全體成員間一同進步的期許，相當強調組員彼此接納、尊重、互相幫忙和共同分享資源與知識。(四)注重個人績效:每位成員都必須對自己的學習負責，小組任務不會只看有能力者的表現，每一位成員都要努力去完成活動，因此能增進學業成就、增強自信心。(五)利用討論主動建構知識:從不同的角度讓學習者去分析學習內容、省思及察覺自己的觀念，注重小組是一體的觀點，讓學習者去進行更有意義的學習(王千偉，1996)。

所以合作學習就是教師在基於教學目的和學生學習目標下，大多利用小型團體的異質分組，設計互動討論、溝通協調、激勵分享、互助合作等有系統有計畫的教學活動，以便完成共同目標，從學習過程中汲取他人知識和經驗，達成個人精熟學習的教學方法。非常符合十二年教育課程總綱中「自發、互動、共好」的基本理念。

二、合作學習的理論基礎

合作學習是基於社會學及心理學的基礎上，因此可從社會互賴論(social interdependent perspective)、接觸理論(contact theory perspective)、動機理論、認知理論(cognitive developmental perspective)與行為學習理論(behavioral learning theory perspective)來探討。

(一)社會互賴論(social interdependent perspective)

社會互賴論起源於 1900 年代，Kurt Kafka 認為團體是一個動態的整體，成員中的互賴程度是有差異的。Lewin 在 1920 年代提出了「團體動力論」，Lewin 認為團體的本質就是所有成員基於相同的目標，而形成的互賴關係，互賴關係使團體成為一個整體，只要任何一個成員或次團體的狀態改變就會影響其他的成員，團體成員內在的緊張狀態，會引起完成共同目標的動機。

Deutsch 於 1940 年晚期從目標結構建立合作和競爭的理論，界定了三種目

標結構(Slavin, 1995)有 1.合作目標結構:個人的目標取向努力可以協助他人達成目標。2.競爭目標結構:個人的目標取向努力,會防礙其他人達成目標。3.個人目標結構:個人的目標取向努力,與他人是否可以達成目標沒有關係。目標結構是學習者在達成目標的過程,與團體內其他成員互動的情形,不同的教學方式會產生不同的團體的目標結構,不同的目標結構也會對學習氣氛造成差異(李致誠, 2007)。三種目標結構發展成教室內學生的三種學習型態有:

1.合作(cooperative):是一種積極互賴關係,學生在學習時會與他人互相幫忙、分享。

2.競爭(competitive):是一種消極的互賴關係,彼此不互相分享和鼓勵,還會有阻礙他人成功的情況。

3.個人(individualistic):是缺乏互賴學生之間沒有互動,自己的成就與他人無關,三者的差異如表 2-6。

表 2-6

合作、競爭及個別學習三者比較

	合作學習	競爭學習	個別學習
學習目標	目標是重要的	輸贏比目標重要	個別和目標同重要
教學活動	任何形式、 抽象複雜	簡單的技巧練習 知識記憶和複習	簡單的技巧和知識 的獲得
利益	互相的	有差別的	自己的
師生互動	雙向、監督、教導 合作學習技巧	教師在增強、回饋 和支持,正確答案 的判斷者	教師在增強、回饋 和支持
學生互動	促進的	對立的	無
學生與教材	依課程目標安排	為個人	為個人
學習空間	小組團體	個人	個人
評鑑	標準參照 既定標準	常模參照 相互比較	標準參照
酬賞	團體與個人	競爭	個人
動機/歸因	內在/努力	外在/能力	外在/能力
學習情境	團體	對立	獨立
稱讚原因	自己與別人都成功	自己成功別人失敗	自己成功
成功關係	互相的	相對的	自己的
倚賴	正向的積極互整	負向的消極互賴	無
績效	個別及小組	個別	個別

David Johson 將 Deutsch 理論擴展成社會互賴論,互賴的方式有兩種:首先是積極互賴(合作),其次是消極的互動(競爭),競爭與合作兩種類型的相互依賴

關係周立勳(1994)分析如下：

1.合作的學習情境:學習目標的相互依賴是促進的(promote)，個體的達成目標與其他各體目標的達成有積極相關。個體行動的相互依賴是有效的(effective)，互相幫助、溝通、信賴等行為有助於目標達成的。在團體運作的結果上是良性循環，合作促進彼此間的信賴，而信賴又促進更好的合作。

2.競爭的學習情境:在學習目標的相互依賴是抑制的(contrient)，個體達成目標與其他各體目標的達成程現消極相關。個體行動的相互依賴是敗事的(bungling)會有破壞的衝突、無效的溝通等降低個人達成目標的行為。團體運作的結果上是惡性的循環，競爭導致彼此之間惡性的溝通，進而造成更大的競爭。

「社會相互依賴論」中合作的學習情境，為班級的合作學習建構了理論基礎，個體瞭解到與成員一起達成共同目標才算自己目標的達成，這種積極的互賴造成團體成員的合作、鼓勵和幫助別人學習。

(二)接觸理論(contact theory)

接觸理論的代表學者 Allport 認為人際間的合作會增進友誼及向心力，也會增進社會次團體的和諧。Watson 為了增進美國種族之間的關係，提出了五個條件以增進不同人種間的人際關係與工作互動，包括積極互賴、平等的地位、維持種族平等主義的社會規範、避免種族間的刻板印象和多接觸他人。接觸理論適用於不同種族，在教育上藉由異質分組，有效的促進不同種族、民族、及背景的學生能建立友誼，一起成長和學習(Farivar, 1985)。

黃政傑與林佩璇(2015)指出接觸理論給教育上提供不同種族、民族、性別的學生在學習上互動的情境，因此在合作學習時就要將不同能力、性別和背景等的學生進行異質分組，在合作時，教師必須強調每個人之間的平等，每一個人都有相同的機會一起成長，建立學生間不可發生因為組員的能力、個性、社經地位、性別而有藐視和拒絕互動的觀念。學生能平等對待任何一個組員，才能增進小組內的互動關係和彼此間的互賴、促進友誼。

(三)動機理論(motivation theories)

學習動機是學生學習的動力來源，學習的表現及成敗受到學習動機的影響，與合作學習較相關之動機理論為需求理論、獎勵結構與內在動機。Slavin(1995)

認為動機理論中的酬賞(reward)可以來解釋為何學生在合作學習的情境中，可以學得比傳統教學情境還要好。傳統的教學中，獲得酬賞的方法來自於競爭，別人的成功將導致自己的失敗，造成競爭的目標結構(鍾鳳香，2005)，中下程度的學生很少獲得酬賞就不容易產生學習興趣。因某學生的成功而去減低他人成功的機會，就造成同儕間的競爭與對立，在高成就學生中也會有敵對現象。反觀合作學習中，要獲得酬賞的要素，包含個人績效的展現和團體學習目標的達成，形成了合作學習的動機，在教學上可運用「個人的學習表現為團體累積得分」和「有優秀表現的小組才能獲得酬賞」(謝文芳，2007)。

合作的目標結構產生了一種學習情境，只有團體的成功才能達成個人的目標，根據團體的表現作為酬賞，營造了一種使得成員要對同伴的作業提供幫忙與付出，增強學生的社會性。周立勳(1995)認為團體獎勵是經由小組的互動、成就預測與專注學習的動機路徑，會影響學習成就的表現。團體獎勵愈多，愈能增進互動品質，進而使成員去提高成就預期和專注學習的行為，並促進學習成就。團體成功的酬賞，及團體中成員的互相勉勵，都能進一步增加學習的動力(Slavin，1995)。

人本主義心理學之父 Maslow 則將人的需求動機分成基本需求及成長需求。基本需求分為：生理需求、安全需求、隸屬與愛的需求、自尊的需求；成長需求分為：知的需求、美的需求及自我實現的需求，當人在滿足了基本需求之後，才會追求成長的需求(陳慧珍，2007)。傳統的教學使得成績不好的學生感覺自卑、不被團體接納，因自尊需求及隸屬與愛的需求無法滿足而放棄了學習。

合作學習有同儕的接納與鼓勵，滿足了學生隸屬與愛的基本需求，因為成功機會是均等的也滿足自尊的需求。在基本需求滿足的情況下，成長需求中對知的需求及自我實現需求的渴望，會成為學習的內在動機。顏佩如、林曉薇和陳螢萱(2008)中指出合作學習提升師生的互動順暢、良好的師生關係、和諧的學習氣氛，間接也提高了學生學習動機，增進全體學生接納數學低成就學生的傾向，進而產生良性互動。

因此由動機理論來看合作學習，就是要強調對團體的奉獻與努力，盡力去協助他人，激發團體成員榮辱與共的心理，以達成團體的目標。團體合作後成敗的經驗，對個人自我價值澄清也具有相當重要的影響。

(四)認知理論

認知理論有別於社會互賴論的強調合作目標，而是不去管團體是否設法去獲得團體目標，而是強調工作本身的效果。

1.發展理論

Piaget 提出當個體既有基模法同化環境的知識時，心理上會造成失衡與衝突，此時將形成一種內在的驅力，促使個體改變或調適舊有的基模而容納新的知識和經驗，這樣個體的認知就會有所發展、促進智力的成長(張春興，2006)。所以合作學習的討論過程，就是產生認知上的失衡與衝突，再經由個體的調適而學習到新的知識，此時學生的心理就會得到平衡(equilibration)，如此在衝突失衡又平衡不斷的交替下，個體在合作學習中，智力將會不斷的增長。

在 Vygotsky 提出的近側發展區的觀點，認為學生在透過與他人的社會性互動，來產生知識，由別人引導學習者，達到潛能的發展，學生間的合作因為他們年紀相仿近側發展區運作模式相似，學習的效果在合作的團體中優於個體表現。以近側發展區的觀點來說明，學生之間因有不同的認知水準和社會模式，優秀的成員去指導其它組員，這是有助於學生認知的成長，學生在跟其它組員討論、請教的過程會產生認知的衝突，而後引起分析思考，有助於發展更高層次的學習策略(黃政傑、林佩璇，2015)。

2.認知精緻化理論

Slavin(1990)和 Webb(1985)指出，學習者想要保留與記憶相關的資料，必須對知識建構和精熟，如在看完文章時以自己的思考式表徵，摘要的整理、大綱與筆錄。其中最有效方式就是將彙整的資料或教材解釋給別人聽，成員藉由傾聽指出教導者的錯誤或是內化，除了有利於被教導者外，更有利於教導者觀念的澄清(黃政傑、林佩璇，2015)，由此過程達到雙方認知精緻的學習效果。

(五)行為學習理論

行為學習理論著重在團體增強物和報酬對學習的影響。Skinner 將增強物定義為強化作用的刺激，強化後能做個體操作性的反應增加。個體行為在受到外在的增強作用之後，逐漸學會許多事情及能力，用操作條件作用的概念來產生因果關係，即稱為後效強化(contingent reinforcement)。張春興(2006)指出後效強

化是個體是否能學會某特定行為的關鍵。在合作學習上提供學生合適的刺激環境、增強、回饋和報酬是建立學生學習行為的重要因素(黃政傑、林佩璇，2015)。

合作學習五大理論有其立論的差異，就它們異同處整理如下表 2-7:

表 2-7

合作五大理論異同性

相同處		相異處
社會互賴論		合作是因為要達成團體目標
接觸理論		合作是因為可以增進人際關係
動機理論	學習不是個體的、單一的歷程，而是個體與個體間互動的	合作是因為在團體內可獲得需求的滿足
認知理論	歷程。	合作是來自於內在的驅力
行為學習理論		合作是受到團體增強物和報酬刺激的影響

五大理論的相異性提供合作學習的多樣性的理論基礎，使教師在以團體進行教學的概念下，有完善的理論基礎為本質，如此就能安心且有信心的使用合作學習教學方法融入教學中。

三、合作學習的優點

合作學習的重要性(Slavin, 1995)提到可以有效提高學生的學習成效有助於改善同儕間的人際關係，並提高學生的自尊；有助於提升學生的思考能力、解決問題的能力及統整應用能力；有助於增進不同背景學生間的人際學習，培養出合宜的社會技能。Slavin 也指出合作學習能引起學習動機，也可引起成員鼓勵和協助小組成員的動機，因為同儕教導、示範達到認知的精緻化，也因同儕練習、評量與校正可以提升學習成就(黃政傑、吳俊憲，2006)。

Skemp 認為合作學習中組員之間的討論，有助於釐清數學概念，學生對他人溝通時，必須將自己所知的在腦海裡作適當的整理(陳澤民譯，1995)。張杏如(2010)也認為小組合作學習的方式，能有效的塑造一個社會建構環境，經由小組共同達成學習任務的互動過程中，組員互相激勵達到概念澄清和知識建構。

王金國(2013)認為實施合作學習後「學生的課堂學習過程有改變與進步」有

1. 學生上課更主動：上課時不再靜態凝聽、發呆或神遊，變得更主動參與。
2. 同儕的互動增加提升多種合作技巧：會關心同學的學習、會向同學請益。
3. 師生互動增加：教師不再只是站在講台上講授、而會起下台參與各組的學習。
4. 教學方式更多樣與活潑：學生因為有更多的參與、表達或探究，整個教室更為多

樣與活潑。「學生的學習表現有改變與進步」有 1.學習興趣及信心的提升：學生因為能替同組加分而受到肯定，在增學習信心和興趣上都能提升。2.學科學習成就的提升：原本成績低落的學生學科學習成就，因為同儕和師生互動增加而有明顯的進步。3.解決問題的能力上因為常與人溝通而有提升，和獲得更好的技巧。

黃永和(2013)指出學生在合作學習後，同儕的互動與合作有上升樂於與人合作、協助他人，在學習動機與態度也有顯著提升，認為上課更有趣、更能專心於課堂學習、投入更多的時間來學習，學習的效果更好、更有信心。田耐青(2013)指出教師在實施合作學習後對教師專業上會有所成長，教師能感受到教學的樂趣、教師相信合作學習是一個可行的教學方式、教學熱忱提升，因會與其他教師彼此合作與討論而提升專業能力。由此可知合作學習教學法的優點是對教師和學生均能有所成長的教學方法。

四、合作學習類型

合作學習的方法依實施程序、預期的成果與獎賞的方式不同而發展出非多的方法，強森兄弟和 Mary Stanne 針對 164 篇合作學習相關的研究進行後設分析，分類出八種的合作學習方法(Johnson, Johnson & Stanne,2000)。黃政傑、林佩璇(2015)將合作學習方法分類為八種:學生小組成就區分法(Student Team-Achivement Divisions，簡稱 STAD)、小組遊戲競賽法(Team-Game-Tournament，簡稱 TGT)、拼圖法第二代(Jigsaw II)、小組協力教學法(Team Assisted Instruction，簡稱 TAI)、合作統整閱讀寫作法(Cooperative Integrated Reading and Composition，簡稱 CIRC)、團體探究法(Group Investigation，簡稱 G-I)、協同合學習法(Co-up Co-up)、共同學習法(Learning Together, 簡稱 L.T.)。由於有關合作學習的教學方法相當多，僅探討數學領域較常使用之方式作詳細說明。

(一)小組遊戲競賽法(Team-Game-Tournament, TGT)

Slavin(1995)指出 TGT 適合於教導有完整定義、單一正確答案的學習科目，如數學、文法和機械原理、地理及科學概念，適用的範圍為國小二年級至高中。設計學科競賽與遊戲來評分小組成績，特色為可以享受競賽的樂趣、公平的競賽機會，每一位學生都有相同的機會在競賽中得到分數與拿到最高分數。TGT

的教學流程是以遊戲競賽取代小考(Gunter, Estes & Schwab, 1990)，小組學習後小組間的遊戲競賽為小組遊戲競賽法的主要特色，其教學流程為全班授課→分組學習→小組競賽→公開表揚。

實施TGT的教學前教師必須先準備學習單，將學生以每組3-6人進行異質性分組，每一小組共同學習課程內容，在學習單完成後，安排幾桌學科遊戲競賽桌，每組程度相同的人來到同一競賽桌，採對手同質競賽方式，最初由教師安排組次，之後依競賽的表現重新調整能力組次，不告訴學生不同桌有不同程度的比賽題目，每桌最高分者替小組取得相同的積分，將每一個人在比賽中所得到的分數合計為小組的總分，依總分高低決定優勝順序，最高分的小組接受表揚、得到獎勵，而比賽的遊戲規則可由師生共同討論、訂定競賽型式有測驗式:同桌學生個別完成試卷後依次排名。問答式:同一桌的同學輪流發問、作答。

此方法的缺點在於每一次的小組積分比賽教師需要準備的競賽試題較多，其效度掌握度比較無法全面顧及，每次競賽人員的調配也比較複雜，學生容易出現混亂與時間掌握的問題，因此適合有實施過其他合作學習法之有經驗的教師與學生。

(二)拼圖法第二代

1978年由Ellion Aronson發展出拼圖法，適用的學科為社會科、文學等，能從書本或其他讀本獲得資料之學科，適用年級國小二年級至高中。學生先分為4-5人的小組，作法為將教學內容分成數個小子題，由小組成員分別負責一子題，各小組負責同一部分的學生，集合在專家小組中去討論自己負責的主題，熟練之後再回到原來的小組，教導小組成員其所熟悉的主題。每個不同的「專家」將各自所學的內容在小組內拼組起，當學生完成如同拼圖的工作時，不僅可以看到教材內容的全貌，也可以在過程中學會很多技巧(尤菊芳 1999；林森達，2002)。這種教學方式強調分工合作和集合個別努力的結果。

Slavin與Kagan在1980年參考了Aronson的拼圖法和學生小組成就區分法的小考和計分方式，發展出「拼圖法第二代」(Jigsaw II)，特色為1.能有開放的學科目標，用於自由研究的學科。2.學生要負起責任自己將會的子題，教導同組成員。3.有較多的機會去練習閱讀、教學、討論和傾聽。4.經常性的小考提供立即回饋。5.以進步分數砥礪學生。Jigsaw II的教學流程為：全班授課→分組

學習→學習評鑑→學習表揚。

1.全班授課時:分為教師指導學生學習要點並說明學習目標，和閱讀所分配到的專家主題兩個重點，當小組成員學習某一主題時，需要研讀全部的學習單元並加強自己的專家主題。

2.分組學習:採用了專家小組的精熟討論設計，將討論的結果整理，回到小組後報告自己的研究主題，每個學生都必須扮演好老師及好聽眾，報告者有責任教導小組其他成員，強調相互依賴完成精熟學習。

3.學習評鑑:之後進行該單元的小考，內容涵蓋各個主題，由學生獨立完成小考試題，了解學生學習狀況。

4.學習表揚:可參考後面的學生小組成效區分法(STAD)的評分方式。

蔡永巳和陳瓊森(1998)從知識建構觀點指出合作學習缺點有：1.強勢的學生會去脅迫同組學生接受其看法與意見。2.組員會因為喜歡一個人而去認同他的看法，而不在去深入討論。3.學生的知識或概念發生衝突，在科學學科上學生的一般對談不適用，因為學生不知道教科書或教師所說的立論其背後的真正原因。因此拼圖法第二代對於高中生較深入的數學知識建構上有缺點與隱憂存在。

(三)小組協力教學法(Team Assisted Instruction，簡稱 TAI)

小組協力教學法又稱為小組加速教學法(Team Accelerated Instruction)是 Slavin 在 1985 年為了國小三至六年級的數學學習所提出的方法，結合了合作學習及個別化教學的方法。Slavin 認為教師花太多時間在班級管理上，很難從事真正教學的工作。TAI 設計是基於假設學生能自行管理教室秩序和自行檢查所學習的教材，這樣教師就會有很多時間去個別指導學生或同質的學習團體。

教學前教師要準備完整的呈現內容說明單，解釋需精熟的技巧和解題步驟，在小組學習前要先測給一個起點位置，分組也是採用異質分組，學生自行閱讀學習單的說明頁可請教同學或老師，接下來去寫練習頁一半的題目，交由組員對答案，過關者可參加形成性測驗，沒過關者繼續演算練習頁中剩下的題目。形成性測驗過關者就可以拿到單元測驗卷。特色是在沒有達到標準時，教師可以採用個別的輔導的策略，進行訓練及補救教學。

此方法的缺點在於現行高職的班級，一個班的學生人數達 38 人以上，因此個別指導的時間無法太長，且數學試題的內容不是如同國小可以短時間內完成，

因此用在高職數學的學習中必須依教師經驗挑選合適單純精熟的主題。

(四)團體探究法(Group Investigation，簡稱 G-I)

團體探究法是以色列的 Sharan 等人在 1976 年所發明的，適用於國小二年級至國中二年級，適用科目文學、語文、科學和社會，這種方法是希望提供學生多樣與廣泛的學習經驗，特色有提供多面的作業和活動、學生能主動溝通、強調高層次的認知能力。Slavin(1985)指出團體探究法設計的重點:1.將全班學生分組，每組成員二至六人，是異質性的但可依學生的興趣來分組。2.教師必須設計多項的學習任務讓小組來探究。3.注重成員溝通與懂得溝通、資料蒐集、團體討論解釋資料。4.教師必須與小組溝通引導小組進行調查和討論等活動。實施上包含六個連續階段(Slavin，1995；張新仁，2003；黃政傑，林佩璇，2015):

- 1.確認研究主題與組織小組:教師先介紹完整的主題概念，將研究主題分成幾個次主題。決定小組編制後每組自行決定所要學習的內容。
- 2.計畫研究工作:計畫活動過程，澄清要研究的內容，羅列出小組組員的分配工作表、將探討的問題與所需資源。
- 3.執行並進行研究:讓學生收集並分析資料，完成小組的研究計劃和解決問題。
- 4.準備研究報告:將各組提出探究主題的摘要，由每一小組派代表組成指導委員會(steering committee)，檢視各組資料的重要性，協調發表時間。
- 5.呈現研究結果:各組將研究結果對個全班報告，可用不同的方式，如口頭報告、辯論、短劇、猜謎、角色扮演等多元的方式。
- 6.學習評鑑:由師生共同編擬評鑑方式，用較高層次來評估，如分析推理能力;情意技能能力和動機態度等。教師也可以對學生做個別的評鑑。

在高職的數學學習上，此方法適合用在專題的特色課程與小論文的指導，對於一般的課程較不適合。

(五)協同合作學習法(Co-up Co-up)

協同合作學習法(Co-up Co-up)是由美國學者 Kagan 在 1985 年提出強調彈性合作學習----的合作學習法，是建構一個讓學生能在合作小組中朝一個目標進行的班級學習氣氛，具有多樣的學習型式由學生自行決定學什麼?如何去學?不論任何年級與層次都可以使用的十個步驟(黃政傑，林佩璇，2015):1.以學生為中心的班級討論活動，引起學生的好奇心及學習興趣。2.選擇學習小組，盡可

能維持小組的異質性。3.增進小組組員的關係、溝通及互助技巧。4.將學習單元分成幾個主題，每一個小組負責學習單元的一部份，必須全組員一起工作，可以用其它組的資料補充，讓所學的內容更精熟。5.形成次主題，學生蒐集自己的次主題的資料並組織材料。6.選擇次主題，學生自行決定自己的次主題，成為這個學習目標方面的專家。7.發表次主題，告訴組員自己在選擇主題上所做的貢獻，並與其他次主題和大主題的關連性。8.小組發表的準備，小組就主題在發表前準備相關資料。9.進行小組發表，對象是全班同學，呈現方式由組員自行決定。10.評鑑由三個面向組成，分別為同組互評每個人在小組內的表現、全班對各小組的發表進行評鑑，教師評鑑個人小主題的書面報告。

在高職的數學學習上，此方法適合用在專題的特色課程、小論文或是數學幾何軟體的課程中主題方式的教學法。

(六)共同學習法

共同學習法(Learning Together, 簡稱 L. T.)由美國強森兄弟(D.W. Johnson & R. T. Johnson, 1987)所發展，在《Learning together and alone》中有詳細解說。適用於國小二級至高中，科目有數學與科學，原則是將學生分成4~5人一組的異質分組，學生依據教師所給的學習單進行學習，每一組繳交一份代表小組的報告，作為獎勵的依據，注重在營造助長合作學習的情境(周立勳，1994)。特色為重視組員間的互信互賴關係，建立積極的目標、組員角色指派、合作技巧的指導等方式來增進學生的合作學習(林達森，2002)。也就是注重合作學習中的團體目標、學習材料的分享、適切的分工、及團體獎。流程為(張亞敬，2014；黃政傑，林佩璇，2015)：1.界定教學目標，依學生的程度選擇適當主題與作業內容。2.分配小組人數，並將學生分組。3.安排並配置學習空間，以便於小組討論不受他組影響，教師能到各組參與討論為原則。4.促進小組間的互賴與合作，安排教材及學生角色。5.解釋學科作業，清楚交代學習內容，提供實例與說明並確認學生的理解程度。6.建構積極的目標互賴，要求一組完成一份作業與作品。7.說明獎勵辦法，含界定期許的行為、個人績效的達成與小組目標的達成。8.監督學生行為、並提供適時的協助。9.強調並教導合作的技巧。10.綜合複習學習的內容。11.實施評鑑。

李榮通(2006)在合作學習法的認識與實施中發現，合作學習的缺點有：1.團

體的工作常落在少數人的身上，有少數人工作而由全體分享的結果。有時後不工作的少數組員還會扮演批評、挑剔的角色。2.工作常由少數人負責執行，而功勞成果卻由另一些能言善道者所掠奪，產生合作學習的不公平會讓。3.少數具熱忱和思考敏捷的人領導全體，大多數人從旁協助，產生合作學習的不完整。4.很像合作學習，但實際爭功諉過互奪資源。5.組員對目標的達成推諉塞責，沒有向心力與互賴。6.成員各自為政沒有合作幫忙。此共同學習法一組只交一份作業的情形，比較會出現上面的問題。

上面六種合作學習包含的成功要素有：具目的性之小組組成；持續性之小組互動發展社交技巧；小組成員間相互依賴；合理的評鑑包含：個人績效、團體績效和合作能力；老師在旁扮演輔助的角色。教師要盡可能去避免缺點，針對學習者的特質去調整，經由教學過程中的修正、反思、重整、敦請指導教授和協用教師的建議，去發揮成合作學習的優點。再加上研究者與大部分學生均為第一次接觸到合作學習教學法，因此決定選用教師較容易實施的學生小組成就區分法，其詳細資料如下。

(七)學生小組成就區分法(STAD)

由 Slavin 在 1978 年發展出來的，可以簡稱小組成就區分法，是模式最簡單的方法 它所使用的內容、標與評鑑與傳統方式沒有多大的差異，在教導單一觀念或測驗的題目只會有一個標準答案時最為有效，適用於國小二年級至高中，適用學科有數學、科學、社會科、外國語文。共有五個構成的要素為「全班授課」、「分組學習」、「實施測驗」、「計算個人進步分數」、「進行小組表揚」。教師在教學前準備有(黃政傑、林佩璇，2015)：

1.準備教材以利教學進行

(1)學習單：即作業單提供小組作業單，鼓勵同儕指導，直到每個人都精熟作業單上的練習才叫小組活動完成。

(2)答案單：提供作業單上的答案，在小組討論後由教師發給各組對答案，由小組自行對答並訂正，達到立即回饋的效果。

(3)小考測驗卷：在每個單元結束後，立即進行小考測驗，測驗時由學生個人自己作答。測驗分數會影響個人和小組成績。如此刺激組員在練習小組討論單作業時，力求瞭解。

(4)觀察表：用來了解學生在合作學習時，個人使用合作技巧的情形，觀察表內容教師可依學生合作技巧能力決定小組角色有：領導者、閱讀者、記錄者、報告者、計時者、聲音監控者、檢查者及資料收集者等。

(5)計分表：教師可自行設計成績的轉換方式計分表如表2-8 和小組總分表，小組成績就是所有組員轉換進步分數之平均值，(黃政傑、林佩璇，2015；Gunter, Estes & Schwab,1990)。

表 2-8
進步分數轉換表

小考成績-基本分數	轉換進步分數
退步 10 分以上	0
退步 0-9 分	10
進步 1-9 分	20
進步 10 分以上	30
表現優異	30

資料來源：取自合作學習(p.65)，黃政傑、林佩璇，2015。臺北市：五南書局。

上表中沒有負分是因為要鼓勵學生積極的學習，表現優異的認定是由老師與學生討論後決定標準。

2.決定基本分數

基本分數(base score)是代表學生學習能力的分數，教師以學生過去的分數的平均為基準，與學生討論參酌學生意見後，給定每個學生一個基本分，優異表現由師生一同討論，基本分可以作為個人及小組進步的指標。

3.進行學生分組

教師依過去學生的成績表現，將學生依次排列，決定小組人數、安排學生角色任務以建立小組中的責任，依照學生不同的能力水準、性別、社會背景、心理等特質，採 S 型或其他合適的方式，將學生分派到各組，讓各組有相似的異質性，並讓學生取隊名，加強小組的互賴與向心力。

教學流程的設要依學習元的特性、學習時間、學習能力來安排，流程如下：

1.全班授課：

教師用口頭或用視聽媒體對全班同學直接介紹教材的重點內容、提示學習任務，要強調有意義的學習而非記憶。

2.分組學習：

以同儕指導的方式共同學習，學生在小組中的任務是精熟教師授課內容、並幫他人也能精熟學習內容。教師發給小組每人一張作業單和全組一張答案單，各組自行評估組內同學學習情形，互相討論教導，直到全組的同學都能做對作業單，才算完成學習。林佳蓉(2008)在使用 STAD 之模式教學，進行異質分組時，察覺到低成就群的學童普遍獲得來自高成就群學童的協助。教師在分組學習時，須了解小組如何進行討論活動，並提供適切的指導(黃政傑、林佩璇 2015； Eggen & Kauchak, 2001)。

3.實施測驗：

學習後施行個別小考且計算成績來評鑑學習成果。其中有(1)計算個人進步分數：每一個人能為小組加多少分，視其個人進步的分數而定，由小考分數減去個人的基本分數，沒有負分的情形，如表 2-9。(2)計算小組的平均分數：小組內每一個人的分數加總，算出平均後全班排名。

表 2-9

小考得分單

學生姓名	基本分數	小考得分	轉換進步分數
小明	80	92	30
小英	90	85	10
小華	92	95*(*表現優異)	30
小中	60	68	20
大鵬	78	82	20
小組總平均			22

資料來源：取自合作學習(p.65)，黃政傑、林佩璇，2015。臺北市：五南書局

4.學習表揚的團體歷程：

團體歷程(group processing)則是讓學生反省自己在小組內的表現。利用公佈欄、或班級認可的方式彰顯表現優異的學生，如此每一個人都有責任去盡力完成學習內容的精熟。

(1)個人表揚：包含觀察表中社會技巧進步者，和個人小考成績優異者。

(2)進行小組表揚：小組整體表現評分，表揚測驗成績優異的小組。

教育部國民及學前教育署(2013)提出國內在多數的中小學班級中，因為學生的人數較多，為了讓學生有更多、更密切互動及參與的機會，多半需要把學生分成若干小組來進行教學。田耐青(2013)認為教師在使用分組合作學習時，常會使用學生小組成就區分法(STAD)來教學且能達到良好的教學成效。因此在分析各

種合作學習法後，瞭解學生小組成就區分法(STAD)適用年級涵蓋到高中，適用科目包涵數學，是教師最容易實施的一種教學法，就決定使用 STAD 教學法為本研究的合作學習教學法，設計課程提供學生主動思考、共同討論、分享和進行小組練習。

五、合作學習的問題與對應策略

為了提升實驗合作學習教學法過程中教師的應變與專業能力，以下將教師在實施時可能會遇到的問題與解決策略整理如下(葉明達，1999；田耐青，2013；黃政傑，林佩璇，2015)：

(一)如何選擇合作學習的策略:教師在備課時要先熟知教學內容、目標與活動，再去思考哪些合作學習方法適合用在哪些活動中。如目標精熟的學習單元，例如:三角函數公式運算、對數的公式運算、行列式的基本運算，可用 STAD 與拼圖法第二代。

(二)學生缺少合作學習的技巧:合作學習時需要長時間的合作經驗，實施合作學習法一開始時因學生的成熟度不夠，教師必須有耐心的宣導和指導學生技巧。教師的指導步驟:強調合作學習的重要性→確認學生瞭解合作技巧→安排情境提供反覆練習機會→安排團體歷程提供反省改進機會→鼓勵學生持續練習。

(三)學生有遊手好閒、搭便車等不公平行為：一定要將個別表現同組互評的評鑑列為成績考核因素，杜絕不勞而獲的情形。

(四)團體迷失(groupthink)無法有深入思考:教師要透過適切的引導、多次練習與回饋，發展學生的思考能力。例如:訓練學生有理由、有系統的猜測，說明依據與觀點和用實驗、代入等方式去確認。

(五)如何讓家長安心沒上到的部份：可提供有利的資料讓家長了解合作學習。並邀請家長參與課堂，記錄學生的討論過程，與家長發展成為教學夥伴，分析學生的多元能力與學習表現。

(六)教學費時和課堂時間的掌控：合作學習是一項值得投資的教學方法，因此師生要共同學習掌握時間，討論的問題宜精不宜多，可用計時器輔助每一階段的時間掌握，教學流程要預留 5 分鐘的彈性時間，加強補救與延伸。

(七)如何縮短備課時間：不更換版本、學習任務、學習單、教學媒體等。成立教師社群，採拼圖法之精神分工研發。

(八)如何減少改變桌椅位置所發的時間：熟練後就可以迅速就定位，多科採分組學習的方式。桌面高低的問題如需要面積不大的任務可不必擔心，也可以只要移動椅子或轉身不搬椅子。

(九)如何掌握合作學習時教室的秩序：有效的學習不是透過聽講學習(listen to learn)，而是需要放聲思考(think aloud)和互動學習等方式，因此教師需要接受適當音量在小組討論，學生也要學會控制討論的音量，需要一段時間的調整。

合作學習的教學設計原則有(黃政傑、林佩璇，2015；Slavin, 1999)：1.團體認同；2.包容：承認、尊重和結合個人的多樣性；3.團體規範與權威分享：建立一個更廣的社會系統，分散學生的權威，使學生習慣指導與接受指導；4.團體目標與獎勵；5.學習內獎勵：從活動本身的獎勵獲得快樂；6.表現與責任分享：共同參與活動，分配角色執行任務；7.欣賞他人獨特的優點：交換服務機會、奉獻己力；8.結合日常生活經驗：利用生活上的事例練習合作的技巧；9.互動的物理環境：建構空間與教具；10.合作互動。

六、合作學習與數學學習成效實徵研究。

Duin(1984)的實徵研究中指出，合作學習教學法對學生在學習向度上較傳統教學的表現來得優異，Arends(2004)分析 45 篇關於合作學習的國外研究中發現，有 37 篇均明顯指出合作學習對學業表現比其它方式好，8 篇則指出沒有顯著差異。國內的學者引進合作學習之後，在不同的教育階段及學科領域中均有研究與應用，下面就只針對國內研究者在對實施合作學習與數學學習成效、學習風格和數學素養之相關研究整理如下表 2-10：

表 2-10

合作學習與數學學習的相關研究

學者及年代	研究結果與建議
謝宗霖(2005)	以合作學習法對高中生數學學習成效的研究結果中發現，實驗組的學生在數學科的成效測驗成績高於傳統教學的對照組學生。互動過程中刺激思考、活化了學習，提高成就感與自信心，改變對數學學習的觀點及興趣。
石柳茶(2006)	以國中二年級學生為研究對象，設計教學單元活動實施合作學習教學策略發現，因小組討論讓學生可以增進對數學的信心、理解能力，透過討論自行建構數學概念，學習動機與學習態度上有正向的提升。
廖碧珠(2006)	對國一學生實施 STAD 教學策略對數學的學習成效上有提升，對於中低成就的學生學習態度上也有提升的成效。

(續下頁)

表 2-10
合作學習與數學學習的相關研究(續)

學者及年代	研究結果與建議
姚志成(2009)	在合作學習教學法對國中學生學習動機與學習成效影響之研究-以二元一次方程式及其圖形單元，使用了 STAD 教學法，發現學生的學習成效測驗，表現顯著優於傳統講述式教學法。「學習動機」測驗「總分」及「自我效能」、「主動學習策略」、「學習投入」、「表現目標導向」、「成就目標」、「學習環境誘因」各分量表皆顯著優於傳統講述式教學。
王泰元(2010)	學習風格與合作學習法對微積分學習成效之研究中，大學資工系與資管系一年級新生為對象，發現使用合作學習法和傳統教學法，資管系實驗組中主動型風格者數學成績較佳，資工系則為反思型風格者較佳。資管系實驗組微積分學習成效較佳。
張慧淳&林曉芳 (2013)	運用 STAD 教學法對國小五年級學習，實施 8 週的實驗研究發現在數學的學習成效和學習保留效果上，STAD 的實驗組都與傳統教學法的控制組有顯著的差異。
高峻哲(2013)	合作學習對國中八年級學生數學學習態度與學習成就影響之研究 - 以「一元二次方程式」單元為例，實驗組中，不論整組、學習高成就、中成就、低成就學生、男學生，或女學生，其延宕測驗表現優於後測且達到顯著差異。
丁翠鈺(2014)	在分組合作學習經驗對數學學習態度與成效之影響，對象中一年級，以學生小組成就區分法(STAD)為基礎調整其教學流程，引導學生對學習主題討論與教導情境形成。與一般教學比較，分組合作學習在學習成效上雖未達顯著差異，但對數學成績卻具有提升之趨勢。分組合作學習在數學「學習態度」的三個構面「學習動機與態度」、「合作技巧與同儕互動」與「師生關係」上皆達顯著差異。
陳麗珠(2014)	在分組合作學習對學習成效之探討-以一元一次方程式為例對國中生教學設計實驗班採用學生小組成就區分法，一般教學是傳統教學，分組合作學習可提升國一學生的學習成效和數學學習感受，且具有學習保留效果。
謝惠萍(2014)	運用學習共同體教學對學生數學學習成效之影響。採準實驗研究法，以台中市某國生為研究對象，實驗組的低分群組學生在數學學習成就上優於控制組的低分群組學生，即運用學習共同體教學有助於提升低分群組學生的數學學習成就，但對高、中分組則沒有顯著差異。
林瑞明(2014)	合作學習教學對高一學生學習成效影響之行動研究，STAD 實施對高一學生學習態度、學習感受的影響，研究對象對 STAD 合作學習法保持正向學習感受，喜歡數學、分組討論的上課模式等。學生更瞭解自己的問題與概念，討論讓研究對象互動更頻繁，增進人際關係，學習態度上有提升

李智仁、王金國(2015)在國中領域實行合作學習的經驗與省思研究，以培養學生素養為起點，對偏鄉六個班的國中生實施 STAD 的合作學習教學法，研究中發現學生生活絡起來且更能主動學習並勇於提問和回答。雖然教師在準備課程上比較辛苦，但現今學生差異化加大情形下，以學生生活經驗連結，提供學生多元的探討與開放性問題，來提升學生的數學能力是有其必要性，課程設計的好壞直接影響課程的品質，教師要合作備課讓合作的氣氛落實在校園裡。因此在確定使用 STAD 教學法後，與學校兩位數學科教師和兩位有合作學習教學經驗的英文科教師商討合作的可能性後，得到了正面的回應，他們同意給與教案、觀課和課程配合的協助，期望能在教學中實現讓每一個學生真正的學習的目標。

第三節 學習風格與合作學習關係

一、Kolb 學習風格類型學習喜好

Kolb 的四種學習風格類型學習者，有其不同的學習喜好、思考方式和喜歡與適合的教師，如下表 2-11：

表 2-11

Kolb 學習風格類型學習喜好

類型	學習喜好	喜歡老師
發散者	<ol style="list-style-type: none"> 1. 喜歡找原因、和問「why」。 2. 喜歡了解知識背後的原因和用途。 3. 喜歡引發動機的故事和啟發性授課方式。 4. 喜歡自主開放的活動及分組討論。 5. 喜歡觀察、溝通、相信直覺，類似「腦力激盪」。 6. 喜歡用圖像、整體觀來幫助學習 	會提供個人關注和給予鼓勵者
同化者	<ol style="list-style-type: none"> 1. 喜歡歸納、推出理論、秩序。 2. 喜歡問「what」「事實是什麼？」。 3. 喜歡抽象表達、邏輯思考，需要事實的準確資訊。 4. 喜歡攝取來自讀教科書的知識和教師解答。 5. 適合口述的傳統教學法。 6. 喜歡閱讀、觀察收集大量數據，分析歸納形成理論。 	有權力和傳統的授課知識
收斂者	<ol style="list-style-type: none"> 1. 喜歡找出實際的方法來處理問題。 2. 喜歡問「how」、「怎麼樣?」、「要如何使用?」。 3. 喜歡動手演算和親手做實驗操作。 4. 喜歡主動求證與解決理性的問題。 5. 喜歡單獨工作、自行演算，討厭浪費時間討論。 6. 單一標準答案的問題情境下表現最好。 	擔任教練給予指導

(續下頁)

表 2-11

Kolb 學習風格類型學習喜好(續)

類型	學習喜好	喜歡老師
調適者	1. 喜歡假設可能的答案。問「what if」。 2. 思考如果我改變這一點，不知道會如何？ 3. 喜歡沒有標準答案的習題和操作實驗。喜歡開放式沒有規定的題目。 4. 喜歡上台報告的方式，不愛嚴格的程序和時間表。 5. 易適應任何環境、善用直覺，喜愛動手做、參與新活動並實現計畫。	給予資源、和評估者

由上表可知發散者與調試者喜歡自主開放的教學方法，喜歡上台分享與小組討論的活動，而同化者與收斂者比較喜歡單獨工作，所以比較喜歡傳統教學的學習方式。因此可知不同學習風格的學生適合的教學方式不同，不同學習風格學生對應到不同的教師其學習表現也會有所不同，教師應了解其差異之處並調整上課的方式。

二、學習風格與教學法對學習成效相關研究

在教育教學方法上，王宗斌(1998)發現具體經驗和主動驗證學習者較適合行為模仿教學法，抽象概念偏好者較適合教導式教學法。Grand 和 Korth(1998)研究發現調試者、發散者與收斂者使用合作學習教學，同化者使用個別學習教學學生會有較正面的學習態度。McCarthy(1990, 1997)指出抽象思考學習型者，在傳統教學方法下的表現比具體經驗型學習者好。Sharp(1999)利用學習風格量表來讓學生知道自己的學習風格後，在使用傳統教學時學生更能了解教材內容。在師生學習互動關係來看，楊亨利與尤松文(2002)指出不同學習風格的學習者與教師的互動上是有差異的，發散者不如調適者。Garland and Martin(2005)在研究線上學習課程與傳統面對面的教學之教學效果時發現，在不同學習風格上是有差異存在。這些都提醒教師在教學時必須注意學習者的個別差異，才不會影響學生的平等受教權。

三、合作學習與學習風格對學生學習之影響

王泰元(2010)在大學一年級學生探討學習風格及合作學習法對微積分學習之影響中提到，在合作學習法中主動型學習風格資管系學生數學成績較佳，資工系則為反思型較佳。資管系學生屬於主動型風格者，在合作學習中的數學表現優於對照組，而反思型風格恰好相反。在資工系中主動行型的數學學習成效

在對照組比合作學習好，反思型則是長時間後在合作學習法中有較好的表現，表示學習風格與合學習法對學習成效是有差異的。

陳又菁(2015)將學習風格融入行動合作學習的環境研究中，與未考量學習風格融入行動合作學習環境進行比較，探討對於低、中、高成就者及不同學習風格者在學習成效及態度上的影響，結果顯示實驗組(學習風格融入行動合作學習的環境)學習成效高於控制組，低成就者的進步幅度最大。

綜合文獻可知大多的研究支持在教學時使用合作學習方法，可以提升學習成效和數學素養，但在合作學習與學習風格的結合在高職數學領域中對學習成效的影響沒有相關文獻，但考量教師必須了解在合作學習情境中，學生是否會產生學習的差異，教學上的運用是有其研究之必要性。

第四節 數學學習相關理論

此節文獻探討第一部份在瞭解高中職數學課程綱要的核心素養；第二部份為討數學學習理論；第三部份是數學解題目的在使得教材設計得以以切合課程和學生的需求，協助他們學習數學知識。

一、數學素養

20世紀以來數學素養成大眾關注的話題，在以前的認知觀點裡，學數學就是把數學知識學好，學生必須學習相關的數學概念，解決數學問題，但會發現許多人學了數學知識之後，卻不知如何利用所學的知識來解決生活相關問題，也不會利用其數學能力來分析思考判斷問題。美國麻塞諸塞州技術學院 Zacharias 教授首次定義數學素養為「公民必須擁有的，用來處理自己、國家和所在世界的事情的論證能力」(引自吳靜怡，2012)。

國際經濟合作發展組織(Organisation for Economic CO-operation and Development [OECD])從 2000 年發展國際學生評價項目(Program for International Student Assessment[PISA])更是將數學素養作為現代公民的基本素養(桂德懷、徐斌豔，2008)。Kilpatrick, Swafford, , & Findell (2001)提出成功的數學學習應該要培養學生的數學素養(mathematical proficiency)，是任何一個年級的學生學習數學時都可以適用的規則，並且也可以去評估學生的數學學習是否與目標相符。

OECD(2010)對數學素養定義為:個人有能力去辨識和了解數學在世界上所扮演的角色，也有能力對生活週遭的問題做有根據的判斷，在日常生活中使用數學，成為一個具有極積性、關懷性及反思性的公民。

「美國數學教師協會」(National Council of Teachers of Mathematics；簡稱 NCTM)(2014)就數學課程觀點將數學素養定義為:具有問題解決能力、能運用不同的策略解決問題、認識含在問題內的數學性質、能與人合作解決問題、對於一般及複雜問題能看出數學的應用性、能用數學方式表達與解釋實際問題、相信數學是有價值的。

美國國家研究委員會(Nation Research Council；簡稱 NRC)(2001)認為成功的數學學習者是要具有嫻熟的數學素養，提出了數學素養是包括了五股交織的能力，分述如下:

(一)概念理解能力(conceptual understanding)：對數學概念、運算及關係的理解，也就是定義、定理、公設、運算式的理解。

(二)程序流暢能力(procedural fluency)：擁有解題過程中所使用到的數學知識，並能適時的使用使得程序是富有彈性、準確性和高效率的。

(三)策略應用能力(strategic competence)：能將問題去脈絡化，以數學來表徵問題，公式化、抽象化來解決問題。

(四)適性推理能力(adaptive reasoning)：是對於情境和數學概念之間的關聯，進行邏輯思考、反思、解釋和辯證的能力。

(五)建設性意向(productive disposition)：認同數學存在的價值，將數學視為可察覺的、實用的。

教育部與行政院國家科學委員會(以下簡稱國科會)委託國內各領域的學者研擬我國國民核心素養(由幼兒園到後期中等學校)，包括溝通互動、社會參與及自主行動等三個層面(蔡清田，2011)。教育部(2013)普通高級中學必修科目「數學」課程綱要中提到欲達成的目標有:培養學生具備以數學思考問題、分析問題和解決問題的能力；培養學生具備實際生活應用和學習相關學科所需的數學知能；培養學生欣賞數學內涵中以簡馭繁的精神和結構嚴謹完美的特質。高職階段數學領域 99 課程綱要目標則為:培養學生的基本數學能力，發展科技資訊時代的數學素養；用數學基本能力，解決相關課程之表達、溝通設計等問題；培養數

學的思考、推理分析、批判以及創造能力。

可知在高中職時期所應學習的數學，是界定在因應生活上需要，是其它學科需求的數學能力，是大部份的學生得以學會的基礎數學。課程綱要中也提到八項數學核心能力的培養，詳述如下：

(一)演算能力的培養(以下簡稱核一)：是指觀念的理解及計算規則的純熟所結合的能力，包含能熟練多項式、分式、根式、指數、對數、三角的運算及估算。

(二)抽象能力的培養(以下簡稱核二)：能將具體世界中的概念以數學形式表徵，使用數學符號、語言、圖形及模型表徵其邏輯結構關係。

(三)推論能力的培養(以下簡稱核三)：能認識證明，並進行推論，是邏輯思考的發展，可以支持或否定假設的論點，分析與判斷論點的關聯。

(四)連結能力的培養(以下簡稱核四)：能將數學內部的知識整合並與具體世界相互連結。

(五)解題能力的培養(以下簡稱核五)：能解決數學形式的問題與生活情境中遇到的數學問題。

(六)溝通能力的培養(以下簡稱核六)：包含理解與表達能力。能理解他人所運用的符號、圖形、口語等數學訊息。且能正確、流暢地利用口語或文字表達出解題的想法。

(七)使用工具能力的培養(以下簡稱核七)：學會使用計算器來助處理繁瑣的計算與解決較複雜的問題。例如在統計上的計算可使用計算機，三角函數、對數可以使用工程計算機。函數圖形的描繪使用電腦軟體建立直觀性。

(八)判讀數字能力的培養(以下簡稱核八)：對媒體或文件上的數字與統計及其文化社會脈絡，能有批判性的識讀。

綜上數學教育學者與機構所定義的數學素養，發現我國欲培養的高中職數學核心素養是依據這些定義發展而來，著重在學習者能將數學所處的現實世界相結合，在學習數學的過程中建立數學的邏輯概念、養成推理思考能力、反思批判能力和用數學解決生活所遭遇問題的能力，希望學習者成為有數學能力、了解數學價值的個體與學習者，其中又以 NRC(2001)提出的數學素養五股能力與高中職課綱提到八項數學核心能力最接近。將國民核心素養層面中與數學學習相關的內涵，與高中職數學課程綱要八個核心素養相關性整理如下表 2-12：

表 2-12

國民核心素養與高中數學課程核心能力相關性

國民核心素養層面	核心素養	核心素養內涵	高中數學核心能力
溝通 互動	語文表達 符號運用	具有語文能力，得以明確表達與溝通，能運用邏輯思考解決問題。	核一、核二 核五、核六
	資訊科技 媒體素養	具有適當運用資訊科技媒體之能力和正向的態度，進行媒體識讀與批判。	核七、核八
	藝術欣賞 生活美學	了解數學嚴謹完美的特質，懂得欣賞數學內涵中化繁為簡的精神。	核四、核五
社會 參與	國際理解 多元文化	具有多元文化的素養與國際化視野，能主動關心全球議題與國際情勢。	核四、核八
自主 行動	系統思考 問題解決	具系統性思考、分析與探索能力，並能積極面對挑戰和解決問題。	核三、核四 核五、核七
	規劃執行 創新應變	具有規畫、實踐與檢討反省能力，用創新態度與作為因應新的情境或問題。	核四、核 五、核六

如能掌握 NRC(2001)所提的數學素養五股能力，在教學上就能與高中職數學課程綱要八個核心素養相結合，下面詳述如何將數學素養五股能力應用在高中課程的教學上，與教師在教學上應該要注意的事項：

(一)概念理解能力：

是對數學概念、運算及關係的理解，對映到數學想法的整合與函數的理解時，教師必須幫助學生了解數學想法的重要性及在哪些情境是有用的，透過概念性的理解讓學生組織自己的知識，才能形成一個連貫的整體知識，進一步去學習新的知識(NRC，2001)。當學生真正理解一個概念、方法後才能正確的記住。學生往往背了公式，在沒有真正了解其意義後，就套入解題中就會面臨挫敗感。因此如能用概念性的理解，才會有助於數學學習態度的改變。例如：在求等差數列的第 n 項 a_n 時，學生會背 $a_n = a_1 + (n - 1)d$ (首項加公差乘以項數減一)，但如果從等差數列定義：「一數列如果任意相鄰兩項，後項－前項的差均相等的數列稱為等差數列」，仔細讓學生了解公差的意思，

$$\begin{array}{ccccccc}
 & +d & & +d & & +d & & +d \\
 & \frown & & \frown & & \frown & & \frown \\
 a_1 & , & a_2 & , & a_3 & , & a_4 & , & a_5
 \end{array}$$

他們就連結 $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_k - a_{k-1} = d$ 的意義，也才能理解 $(n-1)d$ 的

意思，也能看出 $a_5 = a_2 + (5 - 2)d$ 意義，進一步推出 $a_n = a_m + (n - m)d$ ，往後在等比數列單元的學習時，也就能以此為基礎去類化等比的相關概念。

另一方面因為概念性的理解，學生也能幫助學生在解題時避免計算錯誤。例如：當學生理解指對數的關係 $2^x = 3$ ，則 $x = \log_2 3$ ，對數就是在求指數次方的解時所用的符號，當他們寫出 $\log_{10} 100 = 10$ 時，立即就會檢查 $10^{10} \neq 100$ ，因此此答案是不正確的。

(二)程序流暢能力：

擁有解題過程中適時的使用所學的數學知識，在解題過程中要能運用知識在適當正確的時機使用，能使得程序是富有彈性，在技能上計算要更靈活、準確和高效率的。同時也要鼓勵分析不同的計算方法的優缺點，以期能簡化算式。例如：當收銀台故障時，收銀員要能用準確的操作基本的整數計算，找對的錢給客人，而不是按計算機(NRC, 2001)。

(三)策略應用能力：

能將問題去脈絡化，以數學來表徵問題、公式化、抽象化來解決問題。學生需要有問題解決的經驗、要知道各種解決問題的策略，哪些特定問題有適合的解決策略，在面對問題時第一步：要先將題目中的數字、象徵性用圖形、口頭式的表現出來；第二步：抓住此數題的核心元素，忽略不相關的功能(NRC, 2001)。例如：已知 $3^a = 2$ ， $3^b = 5$ ，則 $3^{2a+b} = ?$ 這類非一般性的問題，學生要能選用整數指數律中的 $r^m \times r^n = r^{m+n}$ 和 $(r^m)^n = r^{m \times n}$ 這兩個一般性的問題解決方法來幫忙處理，其它的指數律是不適用的。

學生能若有策略應用能力則可以活用推理、猜測、檢查和靈活運用不同的方法來解決非一般性的問題，就不易被難題困住，如此才能產生程序的流暢性，學生由解決問題的經驗中產生了新的技巧，又可以幫學生去掌握新概念。

(四)適性推理能力：

對於情境和數學概念之間的關聯，進行邏輯思考、反思、解釋和辯證能力。推理必須是正確的、有效的才能將許多事實、程序、概念和解決的方法有意義的組合在一起，以舊有知識去證明新的結果。教師引導學生透過假設和邏輯步驟來確定顯示的答案是對的，對於不同答案的學生，要能養成他們主動去收集

相關資料，得到充分的證據來推理，然而學生推理能力的建立要經過一段很長時間的培養及訓練。NRC(2001)指出學生要能展現推理能力的條件為：有足夠的知識為基礎、學習任務是學生可以理解且易引起學習動機、課程情境與內容是熟悉、愉悅和舒服的。

(五)建設性意向：

認同數學存在的價值，將數學視為可察覺的、實用的，數學的學習是有意義的，並認為因自己的努力數學的學習是可以獲得成功的，且視自己為有效能的數學學習者(NRC，2001)。有很多的學生對數學有恐懼感，因此教師能夠培養學生的建設性意向是鼓勵他們持續學習的好方針。

這五股數學素養是相互交織的，非分開與獨立，先發展穩固學生的概念理解能力、程序流暢能力、策略應用能力與適性推理能力，學生就可以理解數學是無處不在的，憑著自己的努力就可以學會如何應用，對概念理解愈多，學生對數學的學習就愈有感覺，程序當然就會愈流暢，也能做出正確的推理，選擇更適當的策略來面對非常規性的問題，幫助自己解決問題，得到更多的成功經驗對自己的態度和信念當然變得更正向了。

因此老師在教學時，要多鼓勵並幫助學生對數學保持積極的態度，例如圖 2-2 中，在求給定一條長 100m 的繩子去圍出一個如右圖中有一個固定邊的矩形時，求圍出的斜線面積，最大為何？

學生的想法會有：

1.用整數的數字代入，慢慢的找出一個規律，而直接寫出結論。

2.令短邊為 x ，長邊為 $100-2x$ ，斜線面積 $=x(100-2x)=-2x^2+100x=-2(x-25)^2+1250$ ，利用二次函數的配方法得到答案為 1250。

3.令短邊為 x ，長邊為 y ，因為 $2x+y=100$ ，所以 $\frac{2x+y}{2} \geq \sqrt{2xy}$ ，推出 $1250 \geq xy$ ，利用算幾不等式求出答案。

這三種方式都要鼓勵學生去理解、分析、討論、比較。有些老師在批改考卷時會認為第一種方式缺乏數學的嚴謹性而打叉，沒有去考量建設性意向的問題，讓學生對數學的學習有挫敗感，要避免此行為的發生。

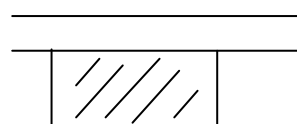


圖 2-2 舉例數學試題

將 NRC(2001)提出的數學素養五股能力、高中職數學課程綱要八個核心素養相關性和教師可使用的檢視觀察表整理的如表 2-13，可利用下表來檢核教學上的教材，是否具有引導學生從學習過程中培養數學素養的設計(秦爾聰、賴紀寧，2010)。

表 2-13
數學素養五股能力觀察查表

五股能力/數學素養	學生數學素養觀察項目及編碼
概念理解(C) ⇕ 核一、核二	C-1 是否有充分了解數學概念的定義 C-2 做數學的過程，如運算式、公式等所表達的含意否真正理解 C-3 可以用不同的表徵呈現數學概念
程序流暢(P) ⇕ 核一、核二、核三	P-1 可以流暢運用基本數學定義和性質進行演算 P-2 可以流暢運用各種數學運算流程 P-3 可以解釋運算程序中內含的數學概念 P-4 可預依據問題情境靈活運用不同的運算程序
策略應用(S) ⇕ 核一、核二、核三、核四	S-1 可以活用先前的數學知識和經驗進行解題 S-2 可以建構不同數學表徵以呈現與問題的關係 S-3 可以選擇出比較有效率的解題方法 S-4 可以將不同問題間共同的數學結構找出來，將問題一般化
適性推理(A) ⇕ 核三、核四、核五	A-1 可以歸納找出題目中內含的規律 A-2 可以為不同的想法進行解釋與辯證 A-3 可以根據數學知識對不同的想法提出質疑 A-4 可以比較不同的解題策略的優缺點，並進行修正而得出結論
建設性傾向(D) ⇕ 核六、核七、核八	D-1 喜歡主動參與數學活動 D-2 相信自己能因為持續努力而學好數學 D-3 相信數學對日常生活有幫助且是息息相關的 D-4 可以將數學學習經驗應用到其它學習領域

二、學習理論

學習是人類改變自我的力量，研究指出學生運用學習策略如果得當對學習成效有顯著影響(趙居蓮譯，1997)。行為主義認為學習的目標是將外在世界的架構複製到自己的行為或認知模式上(Jonassen，1991)，學習者是獲取知識的。建構主義則是打破了知識是由外在世界所灌輸的傳統觀念，主張以學生為學習主體，強調學習者的主動性和認知內化的重要性，學習者須透過自我的認知機制，主動的去調整適合自己的知識建構方式，以下就對建構主義的理論分述如下：

(一)Piaget 認知發展論

Piaget 研究的方法是對兒童在相當自然的情境下，觀察記錄他們對事物處理時所表現的智能反應，認為人類的認知發展是個體主動與環境互動而逐漸發展的一個過程，在活動中透過與環境交互作用，知識就在其中不斷的發展、不斷的再建構而形成。認知發展論的要素有 1.基模(Schema)是兒童吸收知識、認識世界的基本架構，個體的基模隨年齡增長而產生的改變；2.組織(Organization)運用身體與心智的各種功能，以達到目的活動歷程；3.適應(Adaptation)調整認知結構以順應環境的需要，有兩不同方式一個為同化(Assimilation)就是將新訊息納入既有基模中、另一個為調適(Accommodation)在既有基模不能同化新知時，必須改變基模來整合新訊息；4.平衡(Equilibration)既有基模在同化新訊息時心理會感到平衡，否則就會感到失衡去驅使個體改變既有的基模，調適歷程發生之後個體心理狀態又恢復平衡，認知發展的內在動力就是平衡與失衡交替出現(張春興 2006)。

Piaget 根據他長期對於兒童的觀察與研究將人類自出生至青少年期的認知發展分成四個階段(張春興 2006)：

- 1.感官動作期(sensory-motor period)：又稱為實作智慧，約由出生到 2 歲，本能性的反射動作到目的性的活動，可以發展出物體恆存的概念。
- 2.前操作期(preoperational period)：2 歲到 7 歲，能使用語言和符號代表實物，發展邏輯思考能力，但思維時常不合邏輯，不能見及事物的全面。
- 3.具體運思期(period of concrete operations)：約 7 歲到 11 歲，推理思維能力只限於眼前所見的具體情境或熟悉經驗，使用具體事物之操作來幫助思考，能利用經驗思維去解決問題，能理解可逆性的道理、守恆的道理。
- 4.形式運思期(period of formal operations)：12 歲到成人，個體思維能力已發展到成熟階段，能夠開始推理、有邏輯思維和抽象思維。

每一個體的認知發展都要經歷這四個階段，但成長的快慢可能因為個人文化的背景、學習狀況不同而有差異，但每一階段的發展都是後一階段發展的基礎，所以四個時期的發展順序是不會改變的(Flavell,1963；Piaget,1970)。教師不能只用灌輸、填鴨的方式讓學習者獲得知識，相反卻應設計出主動學習的方式，引導學習者主動建構知識 (Piaget,1970)。

高中數學的教學上，學生已經進入形式運思期，教師必需要安排讓學生進行思考與相互討論的學習情境、提供困難問題，讓學生認知產生失衡，激發思考，並引導他們討論尋求認知平衡(陳淑娟、劉祥通，2001)。唐瑞芬(2000)認為數學的學習是一種特殊的認知活動，依據建構主義的觀點分析結論為：1. 學習不可以被看成是對教師所授知識的被動接收，而是以學習者自身舊有的知識和經驗為基礎主動建構。2. 學習就是認知結構組織後再重新組織，新的學習活動與認知結構相互作用的結果。3. 學習活動要在特定環境中，在教師的指導下進行。

知識的形成不是被動的接受，而是主動建構產生的；建構的過程是需要學習者主動參與，以其認知基模為基礎去統整所經驗的事物；知識的增長歷程需透過同化、調適及反思才能逐漸發展而成。所以學習不是灌輸-吸收的過程，是學生要主動建構的過程。因此教師要成為學生學習活動的促進者，深入去了解學生的思維、密切注意學生的錯誤即時糾正，並創造一個良好的學習環境，當一位知識與學生的中介者，扮演引導協助的角色，幫助學生獲得知識。

(二)Vygotsky 社會互動論(Social Constructivism Theory)

Vygotsky(1978)指出個體認知的架構會在社會互動中表現出來，在與他人相互影響的互動活動中進行思考，能將外在的經驗轉化為內在的意義。Vygotsky的認知發展理論，強調「語言」在思考上所扮演的角色，語言是溝通的主要工具，個體利用語言符號與他人互動溝通，思考活動來自於與他人的語言辯證，藉由語言將新的概念慢慢內化成新的心智架構。成人對兒童、兒童對兒童的對話，對認知發展有其重要性，是人類高層次的認知過程，將有助於概念的澄清。認知發展是在社會學習的歷程中進行的，因此改善社會環境將有助於學習者的認知發展。

邱守榕(1996)指出知識是個體與別人經由磋商與和解的社會建構，基本原理為 1.知識是認知個體主動建構，不是被動的接受或吸收。2.認知的功能在適應、用來組織經驗不是發現本體的現實。

陳淨淑(2002)研究中發現在教育情境內教師教學與學生學習過程，「語言」具有提升學生高層次心智發展的功能。因此在數學的學習上，教師想讓學生進行思考學得新觀念，則必需提供讓學生進行新觀念的語言辯證、互相討論的機會，才能刺激學生思考與成長。在討論中學生可以重新思考自己的解題策略、是否有別得解決途徑，想法不斷的改變和重新組織，以促進較高層次的認知。

(三)近測發展區與鷹架理論

在 Vygotsky 的認知發展論中提出近測發展區(Zone of Proximal Development [ZPD])的主張，Vygotsky 定義 ZPD 為「一段距離，是介於獨自解決問題所顯示的實際發展程度，與經由成人的指導或有與能力的同儕合作來解決問題，所顯示的潛在發展程度之間的距離，就是最近發展區」。也就是學生的學習與發展有兩種水準，一是實際發展水準(the level of actual development)，也就是學生初始具備獨立解決問題的能力；另一種則是學生的可能發展水準(the level of potential development)，經教師引導(guidance)或與同儕中較有能力者協同(collaborate)培養出可達到更高一層的水準的問題解決能力，ZPD 即是「實際發展水準」與「可能發展水準」之間的距離(潘世尊，2002)。

鷹架理論是由近側發展區發展出來的觀點，在學習者在可能發展區中產生認知功能，由別人引導協助其潛能的發展，即稱為鷹架作用(scaffolding)，在互動與分享的情境下，產生有意義的建構知識，使得學習者能超越既有的認知層次(Wood, Bruner, & Ross, 1976)。「鷹架」是一種暫時支持的形式來，一直到學習者可以自行操作或學習。推到教學上教師的教學就是鷹架，學生則在所提供鷹架的支援下，才能順利完工(潘世尊，2002)。Gallimore 和 Tharp(1990)提出「協助性表現」(assisting performance)，協助學生直到內化為自己的知識為止，在課堂學習中教師、同學是提供學習者支持的力量，當學習者學會面對困難，自行達成學習目標時，可以將支持逐漸地移除，而學習的責任也漸漸移轉到學習者的身上。因此教師在教學前必須先知道學習者是否有足夠的先備知識，推測學生在不久未來可能發展的能力，提供適當的支持與引導學生達到教學目標，鷹架可能是任何工具或教學策略。Wood、Bruner 與 Ross(1976)提出鷹架教學需具備的六項機制，具體說明如下：

- 1.要引起動機：教師要激發引起學生的學習興趣。
- 2.減少學習負擔：教師需將學習內容逐步分析，給學生明確的引導，也要避免讓學生分心，造成學習的困惑。
- 3.持續性的指導：教師是依造學生的學習目標為方向，給予持續性的引導。
- 4.指出關鍵的特質：教師要使用不同的方法聚焦教授內容的關鍵特徵，明確指出欲學習的關鍵特徵讓學生知道。

5.挫折的控制：要能協助學生去排解獨立學習時的學習挫折。

6.呈現或示範：提供範例，分析其解決問題的步驟與方法，以模組化的教學方式，一步一步的引導學生解決問題。

近側發展區的發展在學習中的歷程是連續動態的，隨著學習者發展更高一層認知結構而產生變動，在連續的動態歷程中，學習者可以學到更複雜的概念與知識因而改變區域範圍。李嘉齡、陳盈足、洪照明、孔俊傑和鄭志宗(2007)的研究指出每位學習者有不同的學習速度與發展途徑，有些學習者得到一點點協助就能使近測發展區擴大，但有些則在得到相當多的協助後，近測發展區也只有些微的增加，每一個學習者會有多個不同的近測發展區。對於教室內者的學習，近測發展區的意義是強調學習的思考和班級社會之間的關係，發展上的改變在透過學習者與同儕間互動的溝通過程中，接受引導學習而獲得知識，並不是在強調知識會由成績較好者轉移給成績較低者 (Clay & Cazden,1990)。

張靜馨(1995)指出建構教學的原理為(一)教學在引導學生建構知識，不在也不可能傳輸學生知識。(二)教學的目的在促進學生思考和了解，不在記、背知識與技巧。(三)學習是以做中學、談中懂、寫中通等多元互動的社會建構，非以聆聽為主。

佐藤學認為學習是一種認知的文化、對人、社會及存在倫理的實踐(黃郁倫、鍾啟泉譯，2013)，對應於高中職學生的學習本質，教師應該要注重社會、文化的角度，從人與人、人與社會的互動來完成個體知識的建構，學生才能得到高層次的概念。因此當學生遇到數學學習上解決問題的困難時，教師應先了解學生的問題，經由教師直接引導或安排程度好的同儕互動，學生參與共同解決問題的過程，經歷到不同看法、不同觀點的知識衝突，從中去學習這些對象在問題解決的成熟表現。

蔡昭傳(2008)在學生的數學討論活動教學問卷中發現，大多數的學生認同課堂上數學的討論能促進思考且增進數學概念的理解，其原因為 1.數學討論活動能有效的引起學生的學習興趣與學習動機。2.在討論中彼此交換觀點有助於學生學習。3.在討論中老師的角色轉換，學生能自由的表達自己的想法與解題策略，有助於學習自信心的提升。

王嘉毅(2012)在建構融入 PCDC 教學模式下高中學生數學素養展現之行動研究中指出，教師應該扮演一個學習鷹架，針對理論部份給予加強，鼓勵學生說出想法，在以 3 人的異質分組討論中，可以激發高成就學生的多元策略，低成就的學生大多透過與小組的互動來進行學習，並且就由學習中的成就感進而對學習數學有建設性傾向。

許詠惠(2015)在以學習者為中心的教學模式對學習成效與學習態度的影響中發現，國中學生喜歡分組討論及小組共同學習的方式，可以在課堂上進行討論幫助釐清盲點，因而減輕學習焦慮，對於課程有不懂之處，也可以藉由討論促進學習，因同儕和師長的協助得到立即性回饋提升數學的學習成效。在小組裡合作學習，孩子們會分享此不同的解題方法，學生就更加投入於課程內容。當學生忙於課業時，就減少上課玩鬧的違規事件和不專心的現象，改善了對數學的學習態度。

從上面的研究中符合建構主義的觀點，數學知識是一種學習者的主觀建構，應該以學生是學習的主體，教師是學習的協助者，教學是在激發學生建構知識的過程。(林生傳，1998；周崇儒，2000)。教師在課室活動中要懂得放手，不急於講授知識給、強輸觀念給學生，利用小組討論的方式給學生思考，把學習自權交給學生，教師的角色轉化成為一個協助者和引導者，在活動中鼓勵學生分享想法與互動溝通，只需在他們迷思概念時提供澄清，相信這樣的方式對於數學的學習、思考判斷能力和自主學習能力都會有提升和助益。

三、數學解題

美國國家數學教師協會(National Council of Teachers of Mathematics,NCTM)指出數學最重要的功能是教導學生如何解題，在中小課程與評量中，強調解題是數學的重心(吳淑美，2004)。芬蘭在數學課程中注重發展學生創意和精確的數學思考、引導學生去發現、形成問題，並找到解決問題的方法(徐偉民，曾于珏，2013)。張春興(2003)則定義問題解決為：個人在面對問題時，綜合運用知識技能，以期望能達到解決目的之思維活動歷程。因此在教學活動中教師應適時的提出問題，並指引學生確認問題、蒐集相關資料、提出解決方法進一步驗證方法、進行評估可能結果等歷程，在問與答的過程中增進學生問題解決的能力。

胡炳生(1991)歸納出數學的發展模式：「問題的提出→問題的解決→新問題

的提出→...」就是不斷的產生新問題再解決問題的過程。黃俊瑋(2007)認為站在教育的立場，培養學生問題解題能力是重要的，而解題活動一直是數學學習的核心，經由發覺問題、探索問題，進而培養解決問題的能力。教師在探討學生數學學習的障礙時，發現多數都是出現在解題過程的錯誤(陳李綢，1999)，因此有必要去探討解題的歷程。

在發展學生的解題能力上波蘭數學家 Polya 在 1945 年所著的書「How To Solve It」中，說明解題的重要性，並將數學問題解決歷程分成四個關鍵階段，每一個階段都有其解題策略來協助解題的進行，Polya 提出的解題歷程模式也被後來的研究者列為重要的參考基礎，在本研究中將以 Polya 的理論為基礎探討四個階段的解題策略與方針(張憶壽譯，1986)，並應用在引導學生解題：

(一)瞭解問題(understanding the problem)：

即問題轉譯能力，就是弄清楚問題。根據中學教師的教學經驗，許多學生在面對問題時，有些是未弄清楚問題前就將題目中的數據加以計算、另外也有語文能力不足看不懂應用問題，無法釐清題目、也有缺乏耐心看完題目者，以致於學業成就。所以在遇到數學問題時，弄清題目掌握每一個環節所用到的條件，才能推導出正確的解。因此學生是否能清楚瞭解題目的文字敘述是解題的第一個關鍵。

Polya 在書中指出方針有：學生一定先要仔細、重複閱讀問題的文字敘述，從不同角度檢視問題，以求了解問題的意義，接著找出題目中的已知數據、未知數和所要求解的是什麼？在遇到圖形相關的題目時，學生要將文字轉化成圖形幫助思考，將數據標示在圖上並引用適當的符號。

(二)擬訂計畫(making a plan)：

即問題整合能力。為了順利進行解題，必需定擬可行而周詳的解題計劃，找出已知數與未知數的聯繫，依據現有資料找出獲致答案的可能途徑。Polya 提出的策略方針為：解題者要去反思曾是否看過、做過這類的題目？是否有與此題目有關連而早已解決過的問題？因為有時後兩種不同的問題，本質確是相同的只是用辭和表達方式不同。胡炳生(1991)提出可以教導學生的策略有：是否有作過類似的圖形、題目；以前的作法為何；由題目找出相關性；可由已知條件推出哪些條件；需要哪些條件才可得到結論？另外遇到廣泛而抽象問題時，也要思

考是否有什麼可以利用的具體例子、簡單易懂的特例，透過它們的輔助才得以將問題一般化。這個可行的計畫可能要源自於多次不成功的嘗試，也要多鼓勵學生嘗試不同的方式，解題前要先有相關的數學概念。

(三)執行計畫(carrying out the plan)：

即解題執行能力。實行所擬訂的求解計畫時，Polya 提到解題者要小心確認每一個步驟是否合乎邏輯，清楚了解執行解題過程中所寫出的每一步驟的理由與原因，並隨時檢查每一個步驟的正確性，謹慎避免過程中的計算錯誤或疏忽。

當過程很繁雜時要訓練學生耐著性子，不因遭遇困難而放棄，尤其是計算能力不足的學生。對於公式和數學方法不熟練，是導致解題無法順利完成或產生錯誤的原因，所以學生必需記住重要公式與數學方法。

(四)回顧反思(looking back)：

即監控能力。當完成解題計畫得到題目的解答時，除了驗算所得的解答，Polya 建議解題者應當要再回顧整個解題過程，想想這個題目是否與其它題目有關連?有更好、更有效率的解題方法?這個方法是否也可以運用推廣到其它相關問題?劉國芬(1997)研究中指出，高分組的學生較常對解題狀況、方法作正確的評測並隨之調整解題行為，故能導引到正確的解題方向。當嘗試比較不同的方法時，這個檢驗答案與途徑的能力，可以充實自己解題的知識與加強解題能力，從更高的層次去審視解題的活動過程。

黃俊瑋(2007)對國二學生進行數學知識、情意、解題策略與解題表現研究中表示，台灣地區學生是否學好數學相關知識是影響解題表現最主要的原因。劉莉虹(2013)對高職一年級學生進行解題歷程、解題策略研究中發現，數學能力高、中、低三組解題者都有經歷閱讀題目、問題分析、解題計畫與執行，高數學能力者的解題策略多元且正確性高，部份題目在第一次不能解出或是沒有使用最佳解法時，會在回顧反思階段時使用最佳的解題策略。中、低數學能力者在解題時會使用基本型的解題策略，演算過程無誤下可以將題目解出，但常有計算過程複雜的情形，導致計算難度提高產生解題失敗。低數學能力學生則是常因運算錯誤且少有驗證階段導致解題失敗，對於數學能力低的學生在擬定解題計畫與執行計畫階段會出現困難與障礙。

回憶起在數學課堂中常會遇到學生問為什麼我背不起來公式、定理？我花了很多時間算數學為何還是考不好？Polya 的想法提供了教師在指導對數學學習困難的學生一個有用的方針，讓教師在輔導學習落後的學生時，讓他們清楚知道自己所欠缺的才不會讓學生的學習熱忱被抹煞殆盡。因此在教學上參考 Polya 的解題歷程，先讓學生明白解題四個階段的含意，並在合作學習單上設計「解題啄木鳥」的數學解題策略確認單如表 2-14，來培養成學生反思四個解題歷程，從中訓練他們面對錯誤、找出問題點並勇於學習的正向積極態度。

表 2-14

數學解題策略確認單

解題啄木鳥:有達到的指標打勾，就可知道解題失敗原因

解題關鍵階段	觀察指標
瞭解問題	<input type="checkbox"/> 已知條件 <input type="checkbox"/> 未知條件 <input type="checkbox"/> 所求解
擬訂計畫	<input type="checkbox"/> 運用公式 <input type="checkbox"/> 畫圖
執行計畫	<input type="checkbox"/> 確認每一步 <input type="checkbox"/> 計算細心
回顧反思	<input type="checkbox"/> 驗算 <input type="checkbox"/> 速解
<input type="checkbox"/> 修正	

第五節 數學教材分析

在教學過程中，無論教師在課堂上如何用心，因為學生的人格特質、先備知識不同，解題的錯誤不可以避免的(梁淑坤，1996)。錯誤概念是指學生在知識建構的歷程中，發展與一般公認的概念相異的看法，此種概念會干擾學生的學習並對思考歷程與答案導往錯誤的方向(張景媛，1994)。錯誤是一個訊息，它代表學生的想法，教師教學前若能對學生的錯誤概念探討，就可以幫助學生澄清觀念，讓學習順利與愉快。

Radatz(1979)用認知理論中的訊息過程模式，把數學上的錯誤歸因為:語言因難導致、空間訊息獲得因難、不精熟先備技能、運算和概念、使用不當的規則或策略。Kathlen(1986)指出錯誤是學生在運算解題過程中所產生的錯誤步驟，分為運算錯誤類型與應用題錯誤類型。運算錯誤類型方面，陳弢亮(1992)在中學數學教學法通論中指出，學生運算錯誤的原因為概念混淆、定義不明確、定理理解不清楚和條件不注意。

Resnick(1989)研究中指出，錯誤運算規則產生的原因第一：學習者把學過的運算規則類化並外推到其它的情境。例如：將約分用到多項式， $f(x)=200x^2 - 4000x + 1000 = x^2 - 20x + 5$ 。第二：遺忘運算公式與規則限制，例如括號時忘了分配律的運算規則，造成 $A-2(B+C)=A-2B+2C$ 的錯誤。

在文字題錯誤方面，Mayer(1985)將學生的錯誤分成遺漏的錯誤、細節的錯誤和轉換的錯誤三類。林清山和張景媛(1994)則認為學生的錯誤是來自於過去經驗的累積，這些訊息可能是正確的，但在現在面對的問題是不恰當的，在解代數應用問題中的容易發生錯誤有：問題轉換、問題整合、計劃及監控、解題執行四個方向。秦麗花(1995)將解題錯誤分為缺少檢驗工作忽略答案、執行計畫不合運算不熟練、基本概念不清盲目運算、沒有解題能力及作答動機。

綜合各位學者的理論，學生產生錯誤的原因可以分成下列情形：學習者在教師供教材時詮釋不當，產生錯誤的知識建構；教師也未能即時補救和修正不當的推理與類化；教師教學時缺乏完整的概念說明，造成學生誤解數學規則的使用；學生本身先備知識不足，無法對數學定義、定理的意涵有正確的掌握，在問題的轉化有困擾；學生學習新觀念與舊觀念產生認知上的衝突，產生混淆。

Pines 和 West(1986)指出學生的錯誤觀念一旦形成後，經常是根深蒂固很難改變，所以教師在教學時，必須依據學生的生活經驗為背景引入先備知識，表達觀念、公式、定理、符號意義時要明確，避免學生建構錯誤的知識或是無法建構知識，有錯誤觀念時也要能馬上進補救，以免影響後續的學習。以下將針對本研究期間對本校高職生教授的課程「向量」、「指對數」和「數列與級數」進行探討學生容易產生錯誤的觀念，在設計教材時可以預知學生的問題點，讓表達更明確並可以即時導正學生的觀念。

一、向量錯誤觀念

向量是近代數學中重要的基本概念，它是代數和幾何的重要溝通工具(許志農，2007)，向量有其特殊的表徵同時具有大小與方向的幾何意義，確能用簡潔明確的代數式呈現，平面向量若學習不好會造成往後在空間向量、球面、圓錐截痕、列運算、一次方程組、矩陣等的學習問題。向量在高一出現是學生第一次接觸，因此造成學習上的困難點在於：

(一)向量表徵與運算所要呈現的幾何意義對學生來講是抽象的：

看到向量記號和題目時，會忽略方向，也很難用向量來表達心中的概念與性質。例如會有 $\overrightarrow{-2}$ 這種記號、把向量記號 \overrightarrow{AB} 寫成線段 \overline{AB} 、向量的關係式寫成 $\overline{AB} + \overline{BC} > \overline{AC}$ 等。

(二)舊的數值經驗做過度類推：

在未能充份的掌握新學習的數學概念時，會將所學過舊的數值經驗做過度類推到向量的運算上。例如 $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \overline{AB} \cdot \overline{AD}$ ，則 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 或 $\overline{AB} \cdot \overline{AB} = \overline{AB}^2$ 。

(三)使用向量運算來證明與表達幾何性質的過程相當困難：

向量內積的幾何意義與內積的應用上有難度。例如要寫出 $\triangle ABC$ 兩邊 \overline{AB} 和 \overline{AC} 的中點連線所形向量時，無法用 $\frac{1}{2}\overline{BA} + \frac{1}{2}\overline{AC}$ 表示。

在學生學習上容易犯的錯誤江淑美(1985)對954位高一生進行平面量測驗發現，在題目中無法感受到向量「大小」、「方向」的概念，對於加減法上的起點、終點、方向、逆向量等概念、不習慣操作解題。

李永貞(2009)在對高二學生向量概念學習上的主要錯誤類型的研究中發現

1.學生受舊經驗的負面影響很大，特別是記號使用概念上的錯誤，會以數值表現向量、向量大小記號當成絕對值、內積記號當乘法記號。

2.在加法運算是對教師的口訣產生誤解和畫圖錯誤。

3.向量的夾角與舊經驗中兩邊的夾角不同。

4.物理上用到的力 \vec{f} 與力的大小為 f ，數學上大小用 $|\vec{a}|=5$

所此教師在教學時要能澄清向量大小的數值記號不可寫成 $\vec{a}=-5$ 的情形，與向量的絕對值表向量長度、內積不是乘法記等觀念，多將新符號與舊記號對照、比較，多設計會引起認知衝突的題目，讓學生清楚差別。避免口訣的誤用在加減法和夾角的運算規則要多畫圖來加強心中的自我概念。

二、指對數錯誤觀念：

陳建蒼(2001)研究中發現學生在對數之錯誤觀念有：

(一)對數定義不清楚：

1.沒有考慮對數的真數必須為正 $\log_x(x+2)$ 有意義時的條件會寫成 $\begin{cases} x+2 > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$ 。

2.真數與底數位置對調產生 $2^x = 3 \Rightarrow x = \log_3 2$

3.對數符號應用： $2^{\log_2 5} = 2 \log_2 5$ ， $\log_2 5 = \frac{5}{2}$

4.對數運算規則不正確：

(1) $\log_6 1=1$ ， $\log_2 (-2)^4 = -4$

(2) $\log a + \log b = ab$ 或 $\log(a + b)$ ， $\frac{\log a}{\log b} = \log(a - b)$ 或 $\log \frac{a}{b}$ 或 $\log a - \log b$

(二)對數函數圖形不熟悉：

1.當 $x > 1$ ， $\log_2 x$ 的圖形在 $\log_3 x$ 的下方。

2. $y = \log_2 x$ 與 $y = 2^x$ 的圖形對稱 y 軸， x 軸。

3. $\log_2 x = x - 2$ 的解無法用圖形來求解，還是習慣用代數式認為沒有解。

藍國華(2004)宜蘭地區高中生在指數函數單元錯誤類型之分析研究中發現錯誤類型主要有：指數律的運算法則錯誤、粗心漏看題目的條件、與對數運算規則混淆、沒有重新檢視自己的答案、四則運算錯誤、任意猜測答案、筆誤。錯誤的原因有對定義及指數律概念不清楚、先前學習學習經驗和知識的影響做錯誤的推論、代數與幾何之間沒有連結、缺乏先備知識、忽略題目所給條件、把給定的條件特殊化、受題目情境設計文字敘述方式的影響、受教師教學、口訣的影響、忽略、遺漏或誤加條件、憑直覺或關鍵字作解答、不合邏輯的推論。

洪榮平(2005)研究高中生對數概念、運算及應用分析中發現

1.對數的基本概念錯誤原因是：學生無法確實掌握對數定義的意涵、對公式的概念不清，忽略對數底數大於0，不等於1，真數大於0的條件、對數與指數互換時，指數運算產生錯誤。

2.對數的運算錯誤類型：對數運算性質不熟悉、使用錯誤的運算規則、公式的使用不當尤其是換底公式最嚴重、誤解數學符號或粗心、產生明顯的計算錯誤、在運算過程中考慮不夠周延、遺漏對數有意義的條件和老師編製口訣，學生誤用口訣。

3.對數的應用錯誤類型：

(1)對數的圖形(錯誤率達57%)與對數首數、尾數的應用的錯誤類型：對數圖形印象模糊，以致無法判斷圖形關係；程序性知識不足，運算過程產生錯誤；誤用內插法；查表能力不足，無法使用對數表求值；學生個人的疏忽與遺忘對

數有意義的條件。

(2)對數文字應用題錯誤類型(錯誤率達 67%)：學生先備知識不足，指數的運算不熟、無法列出數學算式，影響解題的正確性及作答意願；缺乏對公式的觀察與省思；用錯公式、誤解題意，盲目解題；對數的程序性知識不足，運算過程產生解題錯誤、沒有檢驗解題結果去除不符合的答案。「對數概念、運算及應用」的平均錯誤率高達 44%。

廖純如(2012)在高中學生對數概念及其運算性質的錯誤類型研究中，指出 9 種主要的錯誤類型，包含「數學符號的讀法錯誤」、「指數與對數式的轉換兩式之間記號的對應錯誤」、「不清楚對數底數與真數的定義及限制條件」、「不知道 $\log_a b$ 代表一個數值，認為 \log_a 是符號將它約分」、「誤認為 $\log_a b^r = (\log_a b)^r$ 」、「誤認為 $\log_a b + \log_a c = \log_a b \times \log_a c$ 」、「將換底公式誤用 $\frac{\log_c a}{\log_c b} = \log_c(a - b)$ 」、「誤用 $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$ 公式」、「 $\log_5 4 \frac{1}{4} = \log_5 \left(4 \times \frac{1}{4}\right) = \log_5 4 + \log_5 \frac{1}{4}$ 」。

所以可知學生在掌握新的文字符號的能力普遍不高，因此在一開始教學時必須先複習指數的規則，再並仔細引導學生說出對數符號的意義，使學生新、舊概念加以調適與同化。解釋清楚公式的定義、用法及適用條件，除了讓學生記憶公式之外，更重要的是使學生瞭解公式背後的數學概念。教導對數概念、運算及應用時，最好對比指數的方法，來引導學生認識它們之間的區別，由此學生才能自己建構對數的概念、運算及應用的知識。圖形的教學上一定要讓學生親自畫出圖形且討論圖形的特質，手繪以外可以 geogebra 電腦繪圖程式讓學生自由操作，觀察底數對指數、對數圖形的影響及變化，將更具有教學成效。

三、數列級數錯誤觀念

數學裡數列與級數是有限數學的基礎知識，讓學生可以發現數列規律性，歸納成公式。級數的部份則是包括求和公式和 \sum 的公式運算操作(教育部 2008)，在高職部份還強調應將數列規律以一般式表示的操作，無窮等比級數部分宜以計算器或數學軟體進行觀察與直觀推論，不宜以極限之概念處理。

Yevdokimov、Canadas、Deulofue、Figueiras 和 Reid(2007)指出數列與級數中數學問題是可以引起臆測的，在有限離散的問題情境裡學生要觀察出一種規律，

並把它一般化。

學生的錯誤類型上麥順發(2007)在彰化地區高中學生數列與級數單元錯誤類型之分析研究中指出，學生在數列與級數單元之錯誤類型：記錯公式、將兩個符號的意義互相混淆、明顯的計算錯誤。陳威任(2011)台南地區八年級學生在「數列與等差級數」單元之錯誤類型分析中指出誤類型為：無法正確且有效的觀察出其規律；臆測出錯誤的規律；能找出正確的規律，卻無法使用公式求解或使用錯誤的公式做計算；粗心大意或是計算錯誤、誤解題意、看不懂題目。

翁宏凱(2012)在高一學生數列級數迷思概念之研究中指出，學生的錯誤為：

- (一)數列級數的概念不清楚、先備知識不足、定義認知錯誤。
- (二)受到先前學習過的知識，和在學習數列級數時老師教學的影響做而出錯誤的推論。
- (三)學生容易忽略、誤加條件，來幫助自己在運算時產生合理化的態度與方式去解題。
- (四)計算時過於粗心大意。

趙琦(2012)在高中生「數列與級數」單元之錯誤類型分析中發現，有系統性的錯誤、符號混淆計算錯誤、問題整合錯誤、錯誤的推理、符號混淆、誤解題意、疏忽等問題。錯誤原因為錯誤的解題策略、僵固思考、誤用資料、粗心、新知識與舊經驗互相干擾、定義、公式的不熟悉、閱讀能力有待加強。

綜合來講學生的錯誤原因為對數列與級數之觀察與歸納分類能力不足、受到已學習之新概念的影響，做出錯誤的歸納或臆測、公式定義不熟練不清楚、缺乏將待答問題和觀察出的規律轉化為數學語言與算式、使用錯誤的觀念或公式進行解題、新的數學概念未能夠精熟、粗心大意或注意力不足發生計算錯誤、對於題意敘述認知有誤。因此在教學上必需讓學生學會：

- (一)觀察現象：依造經驗觀察呈現問題事實或例子，讓起點行為與生活相關。
- (二)組織現象：例用表格或找出許多例子將問題系統化，將問題變簡單。
- (三)尋找與猜測規律：當看到重複和有規律的情形時，可以應用到題目上。
- (四)闡述猜想：讓學生產生一個合理的命題後，去詳細說明他的想法，去除文字敘述和條件不清的影響。
- (五)檢驗猜想：討論中讓學生提出方法，去檢驗猜想是否正確，可澄清概念。

(六)一般化猜想：學生將猜想轉化成公認的一般規則，可對定義、公式認清。

(七)驗證猜想：去證明猜想是正確的，讓其它相關問題也可以用，新舊學習經驗就不會相互干擾。

第三章 研究方法

本研究將實施合作學習的教學模式於高職數學課程，並探討學習風格與合作學習教學法對學習成效的影響。採準實驗研究設計進行實驗教學，實驗組採 STAD 教學法，控制組採用傳統教學法，針對學生的「不同學習風格」探討依變項「數學學習成效」之差異。本章共分為七節，第一節說明研究架構與設計；第二節敘述研究假設；第三節介紹研究對象；第四節說明研究工具；第五節教學設計；第六節說明研究流程與倫理；第七節說明資料分析與處理。

第一節 研究架構與設計

本研究採準實驗研究法探討學習風格與 STAD 學習法對數學學習成效之影響，採準實驗研法，下圖 3-1 為研究架構圖。

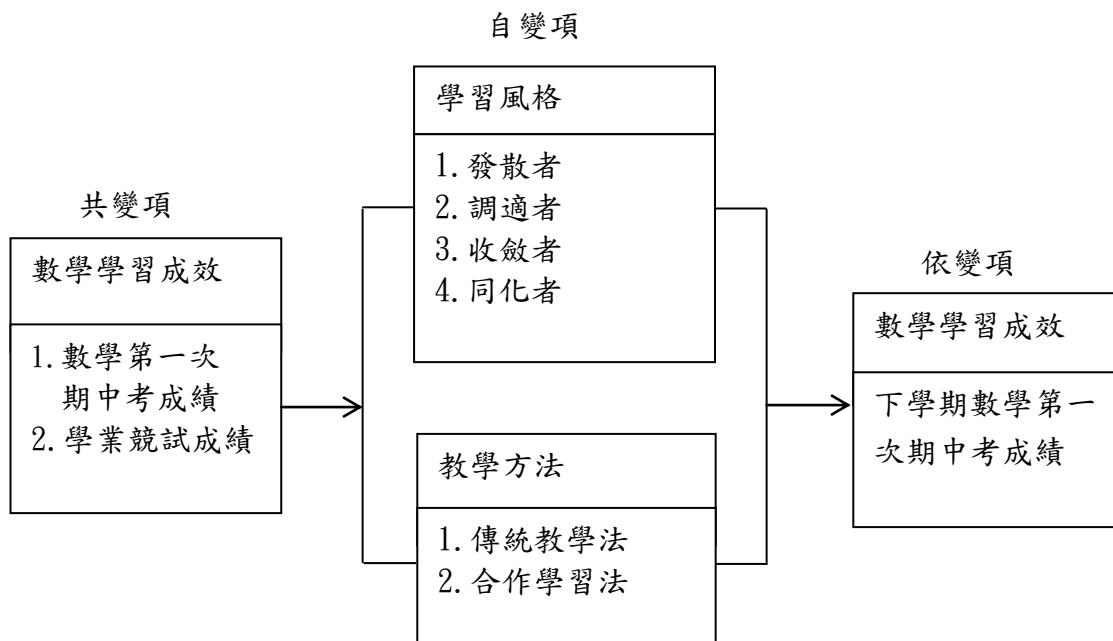


圖 3-1 研究架構圖

本研究的準實驗設計及實驗變項分述如下。

一、實驗設計

本研究選取彰化縣一所高中商科一年級兩個班，採等組的前測—後測控制/比較組準實驗設計 (equivalent pretest-posttest control/comparison group quasi-experimental design)，進行為期 12 週，隨機分派將研究者任教高中商科一

年級兩個班級分為實驗組與控制組。為有效達成研究目的與考驗研究假設，實驗前接受評量工具的前測，實驗後再接受評量工具的後測，實驗設計模式如表 3-1 所示。

表 3-1
實驗設計模式

組別	前測	實驗處理	後測
實驗組	O ₁ O ₂	X	O ₃ O ₄
控制組	O ₅ O ₆		O ₇ O ₈

註：X：表示實驗組接受 STAD 教學模式。

O₁、O₅：表示接受數學學習成效測驗(上學期數學第一次期中考)。

O₂、O₆：表示接受數學學習成效測驗(數學學業競試)。

O₃、O₇：表示接受數學學習成效測驗(下學期數學第一次期中考)。

O₄、O₈：表示接受高職生學習風格量表「後測」。

二、研究變項

(一)自變項

自變項即為實驗變項，本研究的自變項為

1. 教學方法：

實驗組接受 STAD 教學模式每週兩節共 12 週；控制組則是接受傳統式講述教學。

2. 學習風格：

本實依據 Kolb 的學習風格分類，將參與實驗的學生分為四種學習風格學習者，分別是發散者(Diverger)、同化者(Assimilator)、收斂者(Converger)和調適者(Accommodator)

(二)依變項

本研究的依變項以「數學學習成就後測」得分，是指一年級下學期第一次期中考成績得分。該測驗內容為研究者自編，使用參考樣本學校所用的教科書版本信樺 B 版第一冊第四章和第二冊第一章，並由校內三位教師和四位外校資深數學教師共同審題。

(三)共變項

本研究之實驗組與控制組皆為常態編班，在數學學習成效方面是收集一年級上學期第一次期中考與學業競試，兩次數學科定期考查成績，資料如表 3-2，

參考兩班數學定期考查平均成績，可知實驗組與控制組的數學學習成效前測平均值差了 4.52 分，因此以實驗組與控制組學生的上學期第一次期中考數學成績與學業競試數學成績之平均成績為共變項，與數學學習成效後測的成績進行單因子共變數分析。

表 3-2

實驗組與控制組學生前測數學平均成績單位（分）

定期考查	第一次月考	學業競試	平均
實驗組	69.52(O ₁)	57.2(O ₂)	63.36
控制組	72.06(O ₅)	63.7(O ₆)	67.88

第二節 研究假設

本研究在瞭解接受不同的教學方法、不同學習風格之高職一年級學生在數學學習成效的差異情形，並進一步瞭解學習風格與不同教學方法對數學學習成效的交互作用。進行教學實驗，前研究對象均接受相同的數學課程與教學方法，之後進行為期 12 週的實驗教學，於每週進行二節課的數學課程，實驗組實施 STAD 的教學模式，控制組為傳統式講述教學，是指在班級教學中，教師將教材內容經由解說式的教學法傳達給學生，用教師講、學生聽的方式進行(陳英娥，1992)。根據研究目的、待答問題及文獻探討結果，提出下列研究假設：

假設一：不同學習風格學習者之「數學學習成效後測成績」得分有顯著差異。

假設二：實驗組的「數學學習成效後測成績」得分顯著高於控制組的「數學學習成效後測成績」得分。

假設三：控制組中不同學習風格學習者「數學學習成效後測」成績得分有顯著差異。

假設四：實驗組中不同學習風格學習者「數學學習成效後測」成績得分有顯著差異。

假設五：相同學習風格的學習者接受不同教學方法，其「數學學習成效後測成績」得分有顯著差異。

假設六：不同學習風格與不同的教學法二因子交互作用下，在「數學學習成效後測成績」得分有顯著的差異。

第三節 研究對象與課程

本研究在探討以學習風格與 STAD 教學法對高職學生學習成效的影響，實驗過程雖力求周延，由於客觀因素限制，茲將研究對象與限制定義如下：

一、研究對象

本研究對象所選取學校為彰化縣一所高中，該校規模屬於中型學校，計有普通科 14 班，高職 24 班，每班人數約 40 人，學生編班方式為依照國中會考入學成績採 S 型常態分班。基於研究者立意取樣之樣本學校中，從研究者所任教的四個班級中先行計算第一次期中考成績和學業競試成績各班總平均，選取總平均相近的高職商科一年級兩班學生，一班為實驗組人數 38 人(男生 13 人女生 25 人)、另一班為控制組 38 人(男生 14 人女生 24 人)。

二、研究課程

本研究實驗組使用 STAD 教學模式，控制組則為傳統式的講述教學。以 2010 學年度實施之高職課程綱要之商業類科一年級數學，以「向量」、「指對數」、「數列與級數」、三個單元以進行 12 週，每週 2 小時的研究。實驗實施時間於一年級上學期第二次期中考後(2015 年 12 月 7 日)開始，到一年級下學期第一次期中考(2016 年 4 月 7 日)結束，進行教學後探討學習風格與 STAD 法對學習成效的影響。

第四節 研究工具

本研究主要在探討學習風格與 STAD 教學法，實施後對學習者在數學學習成效之影響。因此本研究所需要的研究工具包括：數學學習成效測驗前、後測試題(請參閱附錄一、附錄二、附錄三)、學習風格量表含原量表、預試量表與正試量表(請參閱附錄四、附錄五、附錄六)，分別敘述如下。

一、數學學習成效測驗

數學學習成效著重在受試者在數學學習評量的表現，是指學習者經由學習之後所獲得的知識和技能表現在學校定期評量測驗上的成績。研究者學校每學

期實施四次定期評量測驗，目的在評鑑學生每一階段的學習成效是否達到精熟。依照研究者學校數學科定期評量試題由教師輪流命題，高職一年級數學教材為信樺 B 版第一冊、第二冊，依此版本出題，前測選擇上學期第一次定期評量試題(附錄一)與學業競試試題(附錄二)；後測選擇下學期數學第一次期中考(附錄三)，並設計雙向細目表(如表 3-3、表 3-4、表 3-5)分析題目的分佈，以檢試測驗內容的效度(content validity)(吳明隆，2013)。

表 3-3

數學學習成效前測(上學期數學第一次定期評量)雙向細目表

	記憶	了解	應用	分析	評鑑	備註
1-1 直角坐標	1		1			
1-2 距離公式		1	1			
1-3 分點公式	1	1	1			
1-4 直線斜率與方程式	1	3	3	1		
1-5 函數及其圖形		2	2	3		
2-1 有向角及其度量	2	2				
合計(題)						26

表 3-4

數學學習成效前測(數學學業競式)雙向細目表

	記憶	了解	應用	分析	評鑑	備註
2-1 有向角及其度量	3	2	1	1		
2-2 三角函數的定義	2	6	5	1		
合計(題)						21

表 3-5

數學學習成效後測(下學期數學第一次定期評量)雙向細目表

	記憶	了解	應用	分析	評鑑	備註
4-1 對數性質與運算	2	1	4			
4-3 對數函數圖形		2				
4-4 首數與尾數	2		1			
1-1 等差數列與級數	2	3	2	1		
1-2 等比數列與級數	1	2	2	2		
合計(題)						27

再經由三位校內數學科教師及四位校外數學科教師共同審題，進行試題檢討、試題分析，社會科學領域中近年來倡導，由有實務工作者逐一檢驗而達成

專家效度(吳明隆，2013)(如表 3-6)。

表 3-6

數學前後測試題專家效度

姓名	職稱	教學年資
張○強	鹿港高中教務主任/數學科教師	20 年
梁○琪	鹿港高中數學科教師	12 年
曾○溢	鹿港高中數學科教師	12 年
許○晟	斗南高中國中部數學科教師	15 年
陳○廷	北港高中數學科教師	14 年
黃○茵	斗南高中高中部數學科教師	14 年
張○源	鹿鳴國中數學科教師	14 年

在研究期間，收集歷經的高職上學期第一次數學期中考成績和學業競試成績作為學習成效的成績依據。於上學期高職一年級第二次定期評量後，實施研究實驗採不同教學模式，並於高職一年級下學期檢視第一次數學定期評量成績為後測成績，藉由數學定期評量測驗比較實驗組與控制組在教學前後的數學學習成效，以及瞭解實驗組在教學模式實施前後數學學習成效的差異。

二、Kolb 學習風格量表

(一) 量表研發

本研究之學習風格量表是根據本研究的文獻探討，數學知識學習中需要切合舊有經驗，Kolb 學習風格理論是以經驗取得與轉化來探討，因此改編自蔡淑薇(2004)與張怡仁(2013)的「Kolb 學習風格量表」，蔡淑薇的量表選取 32 位高中生進行施測，各分量表之 Cronbach's α 係數分別介於.74~.85 之間，表示該量表有良好的一致性信度；一個月後再進行重測信度各分量表的重測信度 α 係數分別介於.80~.90 之間，顯示量表具有良好的穩定性。量表的效度在 Kolb 修正學習風格第三版後，四個基本夠面具有良好的內部效度(α 係數介於.73~.83)。研究者將學習量表分成四個分量表共 48 題，分別為具體經驗(1~12 題)、抽象概念(13~24 題)、省思觀察(25~36 題)、主動驗證(37~48 題)，採五點李克氏(five-point Likert scale)的計分方法，分成完全符合 5 分、部份符合 4 分、沒意見 3 分、有點不符合 2 分、完全不符合 1 分，沒有反向題的設計，得分越高表示其學習模式越明顯，再以「具體經驗-抽象概念」和「省思觀察-主動驗證」產生兩個互相垂直的向度，取兩個向度中分量表平均分數高者為代表，交集產生學習者的四種學習風格為發散者、調適者、收斂者、同化者(如附錄四)。

再請專家檢視題目內容辭彙和量表的排版設計，反覆修正直到符合需求，例如學習風格量表第 5 題，原本的敘述為「當我學習的時候，我可以接受新的經驗」修正後為「我可以接受新的經驗並了解當下的課程內容」、第 20 題原本敘述為「當我學習時，我喜歡觀念與理論」修正後為「當我學習時，我喜歡了解觀念與理論間的關係」(如附錄五)，以建立內容效度，審題專家名單如表 3-7

表 3-7

學習風格量表審題專家

姓名	職稱	學歷
林○超	東海大學教授	博士
李○良	東海大學教授	博士
陳○銘	鹿港高中校長	博士生
許○禮	鹿港高中秘書	博士

(二)預試程序

本研究採立意取樣預試，將在寒假輔導期間以彰化縣某一高中一年級的學生 130 人為預試對象實施預試，有效樣本為 120 人，量表收回後進行分析內容有項目分析、因素分析及 Cronbach's α 考驗量表的信、效度。茲將量表預試分析標準分述如下：

1.項目分析

本研究預採用內部一致性效標分析法亦即極端組檢驗法，和同質性檢驗的題目總分相關法兩種方法，前者是計算受試者在各因素之得分總合並依高低分加以排序，依邱皓政(2014)指出選取量表總分高低，取極端值 27%分為高低兩組，計算各題項兩個極端組的得分平均數，具有鑑別度的題目兩個極端組的得分應具有顯著差異，t 檢定達到顯著水準，t 值又稱為決斷值(critical ratio, CR)。後者考量各題項與量表總分之 Pearson 積差相關，一般要求在.3 以上且要達統計顯著水準。因此將決斷值小於 3.0 及相關係數未達 0.4 的題目刪除。分析結果有四個選項，題號 4、6、7、36 未達符合標準故予以刪除。其中第二題的相關係數只有.31 原本應刪除，但因考慮到此分量表已經有刪除了 3 題，因此決定保留此題項，結果如下表 3-8。

表 3-8

學習風格量表項目分析摘要表

預試題號	極端值比較		內部一致性考驗	
	決斷值	與總量表的相關係數	題項刪除後的 α 值	保留與否
1	5.52 ^{***}	0.46 ^{**}	0.942	保留
2	4.36 ^{***}	0.31 ^{**}	0.942	保留
3	6.24 ^{***}	0.54 ^{**}	0.941	保留
4	1.82	0.26 ^{**}	0.943	刪除
5	3.74 ^{***}	0.53 ^{**}	0.941	保留
6	8.36 ^{***}	0.19 ^{**}	0.943	刪除
7	7.15 ^{***}	0.29 ^{**}	0.943	刪除
8	5.74 ^{***}	0.61 ^{**}	0.941	保留
9	7.15 ^{***}	0.42 ^{**}	0.942	保留
10	5.74 ^{***}	0.52 ^{**}	0.941	保留
11	7.38 ^{***}	0.60 ^{**}	0.941	保留
12	3.95 ^{***}	0.37 ^{**}	0.942	保留
13	8.15 ^{***}	0.60 ^{**}	0.941	保留
14	7.38 ^{***}	0.64 ^{**}	0.940	保留
15	6.50 ^{***}	0.56 ^{**}	0.941	保留
16	6.28 ^{***}	0.52 ^{**}	0.941	保留
17	5.03 ^{***}	0.48 ^{**}	0.942	保留
18	5.49 ^{***}	0.54 ^{**}	0.941	保留
19	7.26 ^{***}	0.64 ^{**}	0.940	保留
20	6.52 ^{***}	0.62 ^{**}	0.941	保留
21	5.13 ^{***}	0.45 ^{**}	0.942	保留
22	8.50 ^{***}	0.59 ^{**}	0.941	保留
23	5.80 ^{***}	0.55 ^{**}	0.941	保留
24	5.60 ^{***}	0.58 ^{**}	0.941	保留
25	5.52 ^{***}	0.57 ^{**}	0.941	保留
26	6.48 ^{***}	0.63 ^{**}	0.940	保留
27	4.67 ^{***}	0.53 ^{**}	0.941	保留
28	4.84 ^{***}	0.52 ^{**}	0.941	保留
29	3.61 ^{***}	0.48 ^{**}	0.942	保留
30	4.00 ^{***}	0.43 ^{**}	0.942	保留
31	6.26 ^{***}	0.58 ^{**}	0.941	保留
32	6.69 ^{***}	0.54 ^{**}	0.941	保留
33	3.37 ^{***}	0.47 ^{**}	0.942	保留

(續下頁)

表3-8
「數學學習態度量表」項目分析摘要表(續)

極端值比較 內部一致性考驗				
預試題號	決斷值	與總量表的相關係數	題項刪除後的 α 值	保留與否
34	5.52 ^{***}	0.59 ^{**}	0.941	保留
36	3.70 ^{***}	0.38 ^{**}	0.942	刪除
37	5.71 ^{***}	0.50 ^{**}	0.941	保留
38	5.91 ^{***}	0.50 ^{**}	0.941	保留
39	4.52 ^{***}	0.40 ^{**}	0.942	保留
40	5.82 ^{***}	0.57 ^{**}	0.941	保留
41	8.42 ^{***}	0.61 ^{**}	0.941	保留
42	5.42 ^{***}	0.52 ^{**}	0.941	保留
43	6.41 ^{***}	0.59 ^{**}	0.941	保留
44	6.77 ^{***}	0.52 ^{**}	0.941	保留
45	8.43 ^{***}	0.67 ^{**}	0.941	保留
46	6.31 ^{***}	0.56 ^{**}	0.940	保留
47	5.77 ^{***}	0.61 ^{**}	0.941	保留
48	7.07 ^{***}	0.64 ^{**}	0.941	保留
總量表的 α 值			0.942	

2. 因素分析

項目分析後保留 44 個題項，是否適合因素分析，是依據 Kaiser& Rice (1974)的觀點從取樣適切性量數(Kaiser-Meyer-Olkin measure of sampling adequacy ; KMO)值的大小來判別，.50 以上才進行因素分析較恰當，另外進行 Bartlett 球形檢定，檢定結果有顯著差異 p-value 小於.01，此資料才適合進行因素分析，本量表檢定結果的 KMO 值為.87，p-value=0.00，因此資料適合進行因素分析。再以主軸法抽取因素，利用直交轉軸的最大變異法進行分析選取因素，決定共同因素時只保留特徵值大於 1 的因素，以 Kolb 的學習風格為依據本研究將學習風格分為四類，因此限定四個因素，經分析後四個因素的特徵值皆大於 1，根據項目分析結果，選取與總分相關係數大於.4 的題目。第一次因素分析後刪除分量表中因素負荷量小於.4 的題號，刪除題號有 1、3、9、13、14、16、24、29、29、32、43、46、47，共 12 題刪除。再做第二次因素分析，因素負荷量皆在 .4 以上，故不再刪題，全量表共保留 32 題，顯示如表 3-9。

表3-9

學習風格量表因素分析摘要表(N=32)

因素層面	預試題號/正式題號	因素負荷量	特徵值	解釋變異量%
具體經驗	2/1	0.54	3.21	10.03%
	5/2	0.66		
	8/3	0.57		
	10/4	0.51		
	12/6	0.61		
	15/7	0.51		
抽象概念	17/8	0.79	3.65	11.40%
	18/9	0.72		
	19/10	0.57		
	20/11	0.66		
	21/12	0.47		
	22/13	0.49		
	23/14	0.47		
	25/15	0.66		
省思觀察	26/16	0.55	4.13	12.92%
	27/17	0.59		
	28/18	0.71		
	30/19	0.55		
	31/20	0.49		
	33/21	0.61		
	34/22	0.45		
	35/23	0.70		
	37/24	0.80		
主動驗證	38/25	0.58	5.12	15.99%
	39/26	0.46		
	40/27	0.82		
	41/28	0.86		
	42/29	0.61		
	44/30	0.47		
	45/31	0.73		
	48/32	0.71		
累積解釋總變異量百分比為				50.34%

經由上述分析編製而成的「學習風格量表」，共 32 題，分成四個因素，而四個因素層面為四個分量表，分別為「具體經驗」：包含 6 個題項；「抽象概念」：包含 8 個題項；「省思觀察」：包含 9 個題項；「主動驗證」：包含

9 個題項。各因素的解釋變異量為 10.03%、11.40%、12.92%、15.99%，總變異量為 50.34%。

3.正式量表信度分析

本量表依據上述項目分析和與主軸法分析後的結果，產生學習風格正式量表，進行分析分量表中所有題目進行 Cronbach's α 信度係數考驗，以確定其內部一致性，依據吳明隆(2008)觀點，一份信度係數佳的量表其總量表的信度係數 α 值最好在.80 以上，分量表的信度係數 α 值最好在.70 以上。本量表之信度分析，各分量表 α 係數為 0.76、0.83、0.84、0.88，測得總量表 α 係數為 0.92，顯示內部一致性良好，如表 3-10 所示。

表 3-10
學習風格量表信度分析

因素層面	題號	題數	Cronbach's Alpha 值	解釋變異量
具體經驗	2、5、8、10、11、12	6	0.76	10.03%
抽象概念	15、17、18、19、20、21、22、23	8	0.83	11.40%
省思觀察	25、26、27、28、30、31、33、34、35	9	0.84	12.92%
主動驗證	37、38、39、40、41、42、44、45、48	9	0.88	15.99%
總量表		32	0.92	50.34%

第五節 教學設計

本研究中實驗組所使用的教學法是合作學習，以學生小組成就區分法(STAD)為主要架構修正後而成，活動設計分為準備活動、教學流程及評分方式。

一、準備活動

(一)教學活動教材與記錄單

實驗開始前必須先編製教學進度、教學活動教案和教材學習單(如附錄十三)、小組小考測驗得分單和小組測驗得分單(如附錄七、附錄八)、合作學習任務分配表和小組角色分派記錄單(如附錄九、附錄十)、合作技巧觀察單(如附錄十一)、以利小組合作教學時，教師可以瞭解每個人參與討論的情形，此外還有老師教學檢核表(如附錄十二)，讓教可以反思、修正教學上的盲點。本研究實驗組與控制組的教學進度均相同，教學進度表如下頁表 3-11。

表 3-11
教學進度表

週次	教學單元	內容進度
準備周	小組編組、教材設計、記錄單設計	
Week1	3-1	向量意義
Week2	3-2	向量的加減與實數積
Week3	3-3	向量的內積與夾角
Week4	3-3	向量的內積與夾角
Week5	4-1	指數的運算與意義
Week6	4-2	指數函數及其圖形
Week7	4-3	對數的運算與意義
Week8	4-4	對數函數及其圖形
Week9	4-5	對數函數及其圖形
Week10	1-1	常用對數及其應用
Week11	1-2	等差數列與等差級數
Week12	1-3	等比數列與等比級數
Week13	後測	無窮數列與無窮級數 學習成效與學習風格量表後測

在數學教學過程中的學習資料，包括數學課本、習作和補充講義，除此之外在每週教學活動前先編製小組合作學習單及答案單；提供小組合作互相討論學習課程內容，讓學生能精熟課程內容，在完成學習單後提供每組一份解答，讓各組自行訂正進行檢討。另一個是小考測驗卷：在每個單元結束後進行本單元小考，測驗時不可以交談，測驗分數關係著個人分數與團體分數。

(二)學生能力編組

學生分組採異質分組方式，研究者將上學期第一次月考與學業競試的數學成績平均後，由第一名開始排序完成，採 S 型分組並注意每組男女生的比例，盡量讓分組產生異質性，如表 3-12：

表 3-12
學生能力編組名單

組別	A	B	C	D	E	F
高分組座號	29	18	10	16	33	34
	24	14	21	6	22	2
中分組座號	12	9	32	38	7	25
	20	36	13	31	26	35
	23	5	37	17	3	28
低分組座號	4	19	15	8	30	11
	27					1
備註	座號 1-13 號為男生					

二、教學流程

本研究的教學方法為 STAD 教學法與傳統講述教學法，上課使用的教材內容與資料完全相同，本研究的 STAD 流程在分組學習和個別小考中間多加入一個全班授課的安排，除了歸納學生的問題外，如果討論太久，時間延滯時可以多一個緩衝的時間。在使用合作學習教學法的教學流程如下圖 3-2。

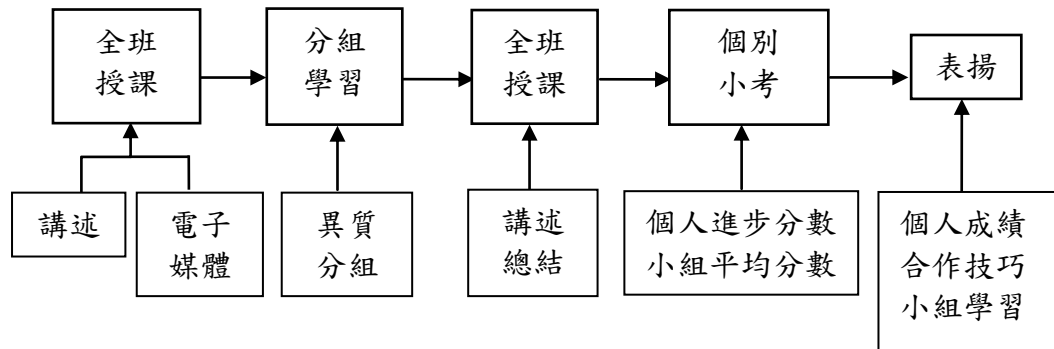


圖 3-2 STAD 教學流程圖

資料來源:修訂自曹美惠(2008:43)

第一次的全班授課是在每節開始時使用 PPT 或採用講述方式來進行。第二次的全班授課是讓教師可以針對分組討論時學生的問題點加以澄清，並有一個緩衝時間可以解決學生分組學習時間延宕的問題。

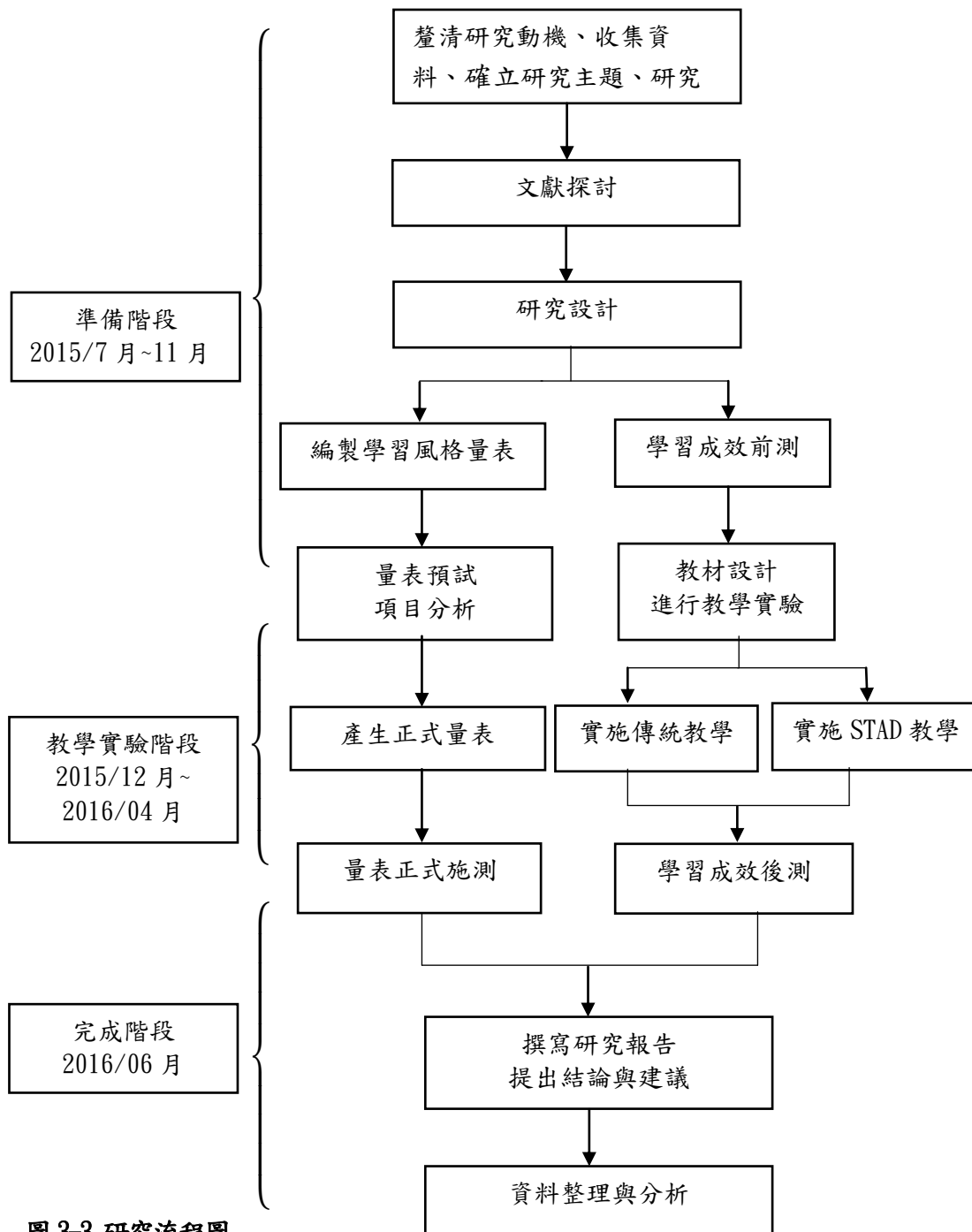
分組學習時是透過小組討論讓學生精熟老師授課的內容，小組內的每一位組員都要能做對學習單的練習，才算完成作業。教師要注意是否有讓學生充分練習與討論的時間，學生發問時是否有先跟組員討論再請教老師。並在分組學習時要勤於在教室內巡視，觀察並協助小組互助學習的進行。

學習表揚的團體歷程則是讓學生反省自己在小組內的表現，包含有成績、合作技巧，和各組合作情形的評量，分為個人和團體表現優良前二名。其中個人成績也含有小組觀察表成績，讓每位組員知道有責任去精熟學習內容，並協助指導其他人成功學習。

評分方式 1.計算個人進步分數：由小考分數減去個人的基本分數而來沒有負分的情形，基本分數是將前幾次的小考成績平均，可變動由師生共同決定，以提高學習興趣。2.計算小組得分：把小組內每一個人的分數加總，算出平均後再加上教師觀察小組互助合作成績，總和後小組排名，強調極積互賴的成效。

第六節 研究流程與倫理

本研究是以彰化縣某高中商科一年級的兩班學生為對象進行研究，事先告之導師並取得同意，參與研究學生身分與個人資料將予以保密，在研究過程中，若學習成效或問卷之資料有公開之必要時，將以匿名方式處理。在研究目的與問題確定後，蒐集相關文獻，確定研究對象，採等組準實驗研究設計進行教學活動，並在教學前與教學後進行施測，最後分析資料獲得結論。流程如圖 3-3。



在教學過程中基於學校行政配合限制，為維護學校的正常運作，本研究以原班級為單位，採隨機抽籤分派兩班一為實驗組、一為控制組，實驗組是以 STAD 教學方式，控制組是傳統教學方式，除教學方式不同外其餘教學進度、教學內容、教學時間、習作內容、評量內容皆採取一致，以求對學生受教權之影響減至最低。

第七節 資料分析與處理

本研究採準實驗研究法，主要探討接受不同實驗處理之兩組學生，在實驗前及實驗後一週內之「數學學習成效」成績(數學定期評量成績)之表現是否達顯著差異，以 SPSS 統計軟體來進行統計分析，茲將本研究資料處理與分析方法說明如下：

一、資料處理

(一)編碼建檔

將資料回收並檢核，編予三位數的代碼，並將研究測量工具上的基本資料和各題題目的選項加以編碼，同時輸入電腦建立檔案。

(二)覆核輸入資料的正確性

為了確保輸入資料的正確性，覆核工作分成兩方面進行一為隨機選取 30 份量表，以人工方式逐題核對，檢視登錄資料，結果是否吻合回收量表實際情形。二為以統計軟體檢視量表各題五個選項加總的次數分配表，由於實驗組為 38 人，控制組為 38 人，一共為 76 人，查核後各題皆為 76 人檢視後沒有無效資料。

二、資料分析

(一)描述性統計(descriptive statistics)

根據實驗組和控制組在「數學學習成效測驗」的前後測所收集的資料和「學習風格後測」收集的資料，運用平均數、標準差的統計方法來測知實驗組和控制組學生在「數學學習成效測驗」和「學習風格後測」方面的狀況。

(二)共變數分析(Analysis of Covariance)

1.以「學習風格」為自變項，「數學學習成效」後測成績為依變項，「數學學習成效」前測為共變項，進行單因子共變分析(One-way ANCOVA)，以瞭解不同學習風格學習者數學學習成效之差異。

2.以「不同教學法」為自變項，「數學學習成效」後測成績為依變項，「數學學習成效」前測為共變項，進行單因子共變分析(One-way ANCOVA)，以瞭解不同教學方法下數學學習成效之差異。

3.以控制組學習者為樣本，「學習風格」為自變項，「數學學習成效」後測成績為依變項，「數學學習成效」前測為共變項，進行單因子共變分析(One-way ANCOVA)，以瞭解不同學習風格學習者，在傳統講述教學法下數學學習成效之差異。

4.以實驗組學習者為樣本，「學習風格」為自變項，「數學學習成效」後測成績為依變項，「數學學習成效」前測為共變項，進行單因子共變分析(One-way ANCOVA)，以瞭解不同學習風格學習者，在 STAD 教學法下數學學習成效之差異。

5.以「學習風格」與「不同教學方法」為兩個自變項，「數學學習成效」後測成績為依變項，「數學學習成效」前測為共變項，進行雙因子共變分析(Two-way ANCOVA)，以瞭解不同學習風格學習者和不同教學法下數學學習成效之差異。

第四章 結果與討論

本研究將蒐集的數據資料，經由統計方法分析實驗研究結果，以驗證研究假設，主要探討不同教學法與不同學習風格對學生的數學學習成效之影響，並加以討論。全章共分成四節，第一節探究不同學習風格對學生數學學習成效之影響；第二節探究不同教學法對學生數學學習成效之影響；第三節探討各教學法下不同學習風格之學習成效影響；第四節探討學習風格與教學法在學生數學學習成效之交互作用；第五節摘要與討論。

第一節 學習風格對學生數學學習成效之影響

本節主要是分析不同學習風格的高職生在數學學習成效之差異情形，以完成研究目的「探討不同學習風格對高職生在數學學習成效之影響」。分析方法採單因子共變數分析，不同學習風格為自變項，數學學習成效前測為共變數，數學學習成效後測分數為依變項，進行單因子共變數分析，以瞭解四種不同學習風格學生在數學學習成效上之差異情形，驗證研究假設一「不同學習風格學習者之數學學習成效的後測成績有顯著差異」，數學學習成效資料之分析結果如下：

一、描述性統計

本研究以 Kolb 學習風格量表來計量 76 名高職生的學習風格，把學生分為發散者、同化者、收斂者、調適者四種學習風格，其組別為次數分配表、數學學習成效後測平均數和標準差如表 4-1。

表 4-1
高職生組別與學習風格分配表

學習風格		發散者	調適者	收斂者	同化者	總和
實驗組	個數	8	7	14	9	38
	平均數	73.0	41.5	61.4	49.9	60.3
	標準差	22.5	7.6	20.5	14.55	20.5
控制組	個數	9	8	10	11	38
	平均數	62.0	44.6	61.8	62.2	58.5
	標準差	26.9	16.2	18.5	19.1	21.2
總和	個數	17	15	24	20	76
	整體%	22.4	19.7	31.6	26.3	100.0

本研究對象的高職生大多數為收斂者(31.6%)，其次為同化者(26.3%)、再者為發散者(22.4%)，最後為調適者(19.7%)。

二、不同學習風格對學生數學學習成效之影響

(一)迴歸係數同質性考驗

數學學習成效後測(下學期第一次數學期中考)經組內迴歸係數同質性檢定，其中 $F(3,68)=1.931$ ， $p=.133$ ，大於 0.05，檢定結果未達顯著水準，表示迴歸係數具有同質性，因此可進行共變數分析。

(二)共變數分析結果

共變項效果的檢驗發現， $F(1,71)=99.738$ ， $p=.00$ ，小於.05，如下表 4-2為數學學習成效後測之單因子共變數分析摘要表，表示共變項(前測數學成績)對後測成績有影響力。不同學習風格對數學學習成效後測效果的檢驗，共變數分析結果為 $F(3,71)=3.120$ ， $p=.031$ ，小於 .05，表示在排除共變項(前測數學成績)對數學學習成效後測的影響後，不同學習風格學生數學學習成效之後測分數有顯著差異。故研究假設一獲得支持。

表 4-2

不同學習風格對數學學習成效之共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p	η^2
前測成績	17574.8	1	17574.85	99.73	.00	.584
學習風格	1649.290	3	549.763	3.120	.031	.116
誤差	12510.974	71	176.211			

事後檢定結果如表4-3所示。在數學的學習成效發散者顯著優於調適者，收斂者顯著優於調適者。數學學習成效調整過後的平均分數，以收斂者的學習效果為好，次之為發散者、同化者、以調適者的學習效果最差。

表4-3

不同學習風格學生在數學學習成效後測之事後比較

學習風格	調整後平均	標準差	事後比較
發散者	59.882	3.173	發散者>調適者
調適者	48.109	3.491	收斂者>調適者
收斂者	61.979	2.658	
同化者	59.783	2.964	

第二節 合作學習與傳統教學法對學生數學學習成效之影響

本節主要是分析接受不同教學法的高職生數學學習成效之差異情形，以完成研究目的二「探討不同教學法對高職生數學學習成效之影響」。研究對象為彰化縣某高職商科一年級 2 個班級的學生，有效樣本 76 人，分為控制組 38 人，實驗組 38 人。分析方法以數學學習成效前測為共變數，不同的教學模式為自變項，數學學習成效後測分數為依變項，進行單因子共變數分析，以瞭解兩組學生在數學學習成效上之差異情形，並驗證研究假設二「實驗組學生與控制組學生在數學學習成效的後測成績有顯著差異」。茲就兩組學生在數學學習成效資料之分析結果說明如下：

一、描述性統計

兩組學生在數學學習成效後測成績之描述性統計量，包括學生人數、平均數、標準差及調整後平均數由表 4-4 可得知。經實驗處理後，兩組數學學習成效後測的平均數分別為 60.3 與 58.5，標準差分別為 20.50 與 21.22，表中，後測平均數的數據為未排除共變項(數學學習成效前測)影響的原始測得分數，而調整後平均數為排除共變項(數學學習成效前測)對依變項(數學學習成效後測)影響後的得分。調整後實驗組的後測平均數高於控制組的後測平均數，標準差也較小，表示學生在合作學習教學法下學習差異較小。

表4-4

不同教學模式在數學學習成效後測(第一次定期評量)之描述性統計量

組別	學生人數	平均數	標準差	調整後平均數
實驗組	38	60.3	20.50	62.19
控制組	38	58.5	21.22	55.72

註：共變項為數學學習成效前測分數為 65.62。

二、不同教學法對學生數學學習成效之影響

(一)迴歸係數同質性考驗

數學學習成效後測(下學期第一次數學期中考)經組內迴歸係數同質性檢定，其中 $F(1,72)=.518$ ， $p=.4748$ ，大於 .05，檢定結果未達顯著水準，表示迴歸係數具有同質性，因此可進行共變數分析。

(二)共變數分析結果

共變項效果的檢驗發現， $F(1,73)=88.387$ ， $p=.00$ ，小於.05，表共變項(前測數學成績)對後測成績有影響力，如下表 4-5 數學學習成效之單因子共變數分析摘要表。在排除數學學習成效之前測分數影響下，結果為 $F(1,73)=4.017$ ， $p=.049$ ，小於 .05，表示實驗組與控制組在數學學習成效之後測分數有顯著差異。

表 4-5

不同教學法對數學學習成效之共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p
前測成績	16815.000	1	16815.000	88.387	0.00
組別	764.128	1	764.128	4.017	0.049
誤差	13887.658	73	190.242		

亦即兩組接受不同教學模式的學生，其數學學習成效會因教學模式的不同而有顯著差異，顯示實驗組的學生在數學學習成效優於控制組的學生，故研究假設二獲得支持。

第三節 各教學法下不同學習風格之學習成效分析

本節主要是分析不同學習風格的高職生，在相同教學法下數學學習成效之差異情形，以完成研究目的三「探討不同學習風格高職生在相同教學法中數學學習成效之差異」、研究目的四「探討相同學習風格高職生在不同教學法下數學學習成效之差異」。數學學習成效資料之分析結果如下：

一、傳統教學法對不同學習風格學生學習成效之影響

分析方法以學習風格為自變項，數學學習成效前測為共變數，數學學習成效後測分數為依變項，利用單因子共變數分析比較傳統教學法中不同學習風格的學生數學學習成效是否有差異，驗證研究假設三：「控制組中不同學習風格學習者數學學習成效後測成績有顯著差異」。

(一)迴歸係數同質性考驗

數學學習成效後測組內迴歸係數同質性檢定中 $F(3,30)=.796$ ， $p=.506$ ，檢定結果未達顯著水準，表示迴歸係數具有同質性，因此可進行共變數分析。

(二)共變數分析結果

共變項效果的檢驗發現， $F(1,33)=27.119$ ， $p=.00$ ，小於.05，表共變項(前測數學成績)對後測成績有影響力，如表 4-6 為數學學習成效之單因子共變數分析摘要表。傳統教學法對不同學習風格學生學習成效之影響共變數分析結果為 $F(3,33)=3.581$ ， $p=.024$ ，小於.05，表是排除前測數學成績對數學學習成效後測的影響後，不同學習風格學生數學學習成效之後測分數有顯著差異，故研究假設三獲得支持。

表 4-6
傳統教學法中不同學習風格對數學學習成效之共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p
前測成績	4992.643	1	4992.643	27.119	0.00
學習風格	1977.883	3	659.294	.581	0.024
誤差	6075.389	33	184.103		

調整過後的平均分數如表4-7所示，表示在傳統教學法中，以發散者的學習效果為好，次之為收斂者、同化者、以調適者的學習效果最差，事後比較的結果以發散者、收斂者顯著優於調適者。

表4-7
傳統教學法中不同學習風格學生在數學學習成效後測之事後比較

學習風格	調整後平均	標準差	事後比較
發散者	66.745	4.945	發散者>調適者
調適者	44.951	5.169	收斂者>調適者
收斂者	61.113	3.627	
同化者	53.311	4.570	

二、合作學習教學法對不同學習風格學生學習成效之影響

分析方法以學習風格為自變項，數學學習成效前測為共變數，數學學習成效後測分數為依變項，利用單因子共變數分析比較 STAD 教學法中不同學習風格的學生數學學習成效是否有差異，驗證研究假設四：「實驗組中不同學習風格學習者數學學習成效後測成績有顯著差異」。

(一)迴歸係數同質性考驗

數學學習成效後測經組內迴歸係數同質性檢定，其中 $F(3,30)=1.599$ ， $p=.220$ ，大於 .05，檢定結果未達顯著水準，表示迴歸係數具有同質性，因此可進行共變數分析。

(二)共變數分析結果

共變項效果的檢驗發現， $F(1,33)=75.733$ ， $p=.00$ ，小於.05，表共變項(前測數學成績)對後測成績有影響力，如表 4-8 為數學學習成效之單因子共變數分析摘要表。

經統計結果得知，合作學習教學法對不同學習風格學生學習成效之影響共變數分析結果為 $F(3,33)= 2.047$ ， $p=.126$ ，大於.05，表是排除前測數學成績對數學學習成效後測的影響後，不同學習風格學生數學學習成效之後測分數沒有顯著差異，故研究假設四沒有獲得支持。

表4-8
合作學習法中學習風格對數學學習成效之共變數分析摘要表

變異來源	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>p</i>
前測成績	10210.538	1	10210.538	75.733	.000
學習風格	828.105	3	276.035	2.047	.126
誤差	4449.149	33	134.823		

三、相同學習風格在不同教學法對學習成效之影響

分析方法以學習風格為自變項，數學學習成效前測為共變數，數學學習成效後測分數為依變項，利用單因子共變數分析比較相同學習風格學生在STAD教學法與傳統講述教學法中數學學習成效是否有差異，驗證研究假設五「相同學習風格的學習者接受不同教學方法，其數學學習成效有差異」。

(一)發散者共變數分析

在迴歸係數同質性考驗，學習成效後測經組內迴歸係數同質性檢定，其中 $F(3,30)=1.599$ ， $p=.220$ ，大於 .05，檢定結果未達顯著水準，表示迴歸係數具有同質性，因此可進行共變數分析。

共變項效果的檢驗發現， $F(1,14)= 30.219$ ， $p=.00$ ，小於.05，表共變項(前測數學成績)對後測成績有影響力，結果如下頁表 4-9 數學學習成效之單因子共變數分析摘要表。經統計分析得知，發散者學習風格學生在不同教學法對學習成效之影響的共變數分析結果為 $F(1, 14)=0.002$ ， $p=.967$ ，大於.05，表示對發散型高職生而言不同的教學方法對學習成效沒有顯著效果。

表4-9

發散者學習風格對數學學習成效之共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p
前測成績	6680.541	1	6680.541	30.219	.000
別組	.381	1	.381	.002	.967
誤差	3095.015	14	221.072		

(二)調適者共變分析

共變項效果的檢驗發現， $F(1,12)=32.698$ ， $p=.00$ ，小於.05，表共變項(前測數學成績)對後測成績有影響力，結果如下表4-10數學學習成效之單因子共變數分析摘要表。經統計分析得知，調適者學習風格學生在不同教學法對學習成效之影響的共變數分析結果為， $F(1, 12)=3.888$ ， $p=.072$ ，大於.05，表示對調適者高職生而言教學方法對學習成效沒有顯著效果。

表4-10

調適者學習風格對數學學習成效之共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p
前測成績	2601.457	1	2601.457	32.698	.000
別組	309.324	1	309.324	3.888	.072
誤差	954.726	12	79.560		

(三)收斂者共變數分析

共變項效果的檢驗發現， $F(1,21)=29.189$ ， $p=.00$ ，小於.05，表共變項(前測數學成績)對後測成績有影響力，結果如下表4-11數學學習成效之單因子共變數分析摘要表。經統計分析得知，收斂者學習風格學生在不同教學法對學習成效之影響的共變數分析結果為， $F(1, 21)=1.357$ ， $p=.257$ ，大於.05，表示對收斂者高職生而言教學方法對學習成效沒有顯著效果。

表4-11

收斂者學習風格對數學學習成效之共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p
前測成績	4596.022	1	4596.022	29.189	.000
別組	213.663	1	213.663	1.357	.257
誤差	3306.576	21	157.456		

(四)同化者共變數分析

共變項效果的檢驗發現， $F(1,17)=12.004$ ， $p=.00$ ，小於.05，表共變項(前測數學成績)對後測成績有影響力，結果如下頁表4-12數學學習成效之單因子共變

數分析摘要表。經統計分析得知，同化者學習風格學生在不同教學法對學習成效之影響共變數分析結果為， $F(1, 17)=6.944$ ， $p=.017$ ，小於.05，表示對同化者高職生而言教學方法對學習成效有顯著效果。

表4-12

同化者學習風格對數學學習成效之共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p
前測成績	1829.571	1	1829.571	12.004	.003
別組	1058.329	1	1058.329	6.944	.017
誤差	2590.954	17	152.409		

調整過後的平均分數如表4-13所示。同化者在實驗組中的學習成效表現優於控制組。同化者的標準差實驗組小於控制組，表示同化者在STAD教學法下學習差異比較小。

表4-13

同化者學習風格學習成效整後平均數

組別	調整後平均	標準差
控制組	53.681	4.258
實驗組	69.215	3.828

由上面的分析結果得知，相同的學習風格中，同化者在STAD教學法與傳統教學法同教學法下學習成效有顯著差異。STAD教學法下同化者學生數學學習成效較好且標準差小，故研究假設五獲得支持。

第四節 學習風格與教學法在學生數學學習成效之交互作用

分析方法採雙因子共變數分析，以教學法與學習風格為自變項，數學學習成效前測為共變數，數學學習成效後測分數為依變項，進行雙因子共變數分析，以完成研究目的五「分析學習風格與教學法對數學學習成效的交互作用」，驗證假設六「不同學習風格與之不同的教學法二因子交互作用下，數學學習成效有顯著差異」。

雙因子共變數分析摘要如下頁表4-14 學習成效之雙因子共變數分析摘要表，共變項效果的檢驗發現， $F(1,67)= 92.644$ ， $p=.00$ ，小於.05，表共變項(前測數學成績)對後測成績有影響力。經統計分析得知在排除前測成績的影響後， $F(3, 67)=2.018$ ， $p=.12$ ，大於.05，因此教學法與學習風格之間的交互作用未達顯著

水準，即不同的學習風格與不同教學方法之間的交互作用不顯著。研究假設六沒有獲得支持。

表4-14

教學方法與學習風格對學習成效之雙因子共變數分析摘要表

變異來源	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>p</i>
前測成績	14887.900	1	14887.900	92.644	.000
組別	642.695	1	642.695	3.999	.050
學習風格	1864.742	3	621.581	3.868	.013
組別 * 學習風格	972.718	3	324.239	2.018	.120
誤差	10766.962	67	160.701		

第五節 摘要與討論

一、結果摘要

(一)學習風格分佈

本研究對象為高職商科兩班學生中，收斂者有 31.6%，其次為同化者有 26.3%、再者為發散者有 22.4%，最後為調適者有 19.7%，四個學習風格的人數差異不大。在資訊理解維度上，有 57.9%的學生是偏向利用思考獲取抽象概念。

(二)學習成效

1.不同學習風格學生數學學習成效上有差異且達顯著差異，收斂者，發散者顯著優於調適者。收斂者的學習效果為好，次之為發散者、再次之同化者、以調適者的學習效果最差。

2.實驗組與控制組的數學學習成效上，實驗組優於控制組且達顯著差異。

3.控制組中不同學習風格學生學習成效上有差異且達顯著差異，收斂者和發散者顯著優於調適者。以發散者的學習效果最好，次之為收斂者、同化者，調適者的學習效果最差。

4.實驗組中不同學習風格學生學習成效上有差異，但未達顯著差異。

5.發散者、調適者、收斂者學習風格的學生數學學習成效在不同教學法下沒有顯著差異。

6.同化者學習風格的學生數學學習成效在不同教學法下有顯著差異，在實驗組中顯著優於控制組。

7.不同教學方法與不同的學習風格之間的交互作用不顯著。

將上述不同學學習風格與不同教學法對學習成效的結果整理如下表 4-15

表4-15

學習成效摘要表

實驗比較項目	有顯著差異	事後比較
不同學習風格的數學學習成效	○	發散者>調適者 收斂者>調適者
實驗組與控制組的數學學習成效	○	實驗組>控制組
控制組中不同學習風格數學學習成效	○	發散者>調適者 收斂者>調適者
實驗組中組中不同學習風格數學學習成效	×	
發散者在不同教學法中數學學習成效	×	
同化者在不同教學法中數學學習成效	×	
調適者在不同教學法中數學學習成效	×	
收斂者在不同教學法中數學學習成效	×	
同化者在不同教學法中數學學習成效	○	實驗組>控制組
學習風格與教學法對數學學習成效交互作用	×	

註：○表示實驗結果有顯著差異

×表示實驗結果沒有顯著差異

二、討論

(一)不同學習風格對高職生數學數學學習成效的影響

研究結果為不同的學習風格對學生數學學習成效有顯著差異，在數學的學習成效上以收斂者的學習效果為最好。這與 Orhun(2012)研究不同學習風格學生在微積分的成績表現有顯著差異，收斂者學生表現比較好的結果相同。也與黃馨慧(2007)；葉進安(2010)；金仲傑(2010)；蔡治平(2010)；張怡仁(2013)；呂秋玲(2013)在不同學習風格對數學科學習成效以收斂者的學習成效有較好的表現，相符合。

收斂學習者的學習偏好抽象概念與主動驗證，擅長發現觀念和理論的實際運用功能與解決問題，喜歡驗證概念，這與美國國家研究委員會(NRC)(2001)認為成功的數學學習者是要具有嫻熟的概念理解能力、程序流暢能力、策略應用能力、適性推理能力和建設性意向相符合。Kolb(2005)進一步研究收斂者的專

長學科領域為科學，喜歡找出實際的方法來處理問題，喜歡動手演算和親手做實驗操作，喜歡主動求證與解決理性的問題，有單一標準答案的問題情境下表現最好。

Kolb(2005)指出調適者學習者偏好使用感覺、直覺方式而非邏輯來解決問題，十分依賴別人提供的資訊而不是自我己的分析，喜歡沒有標準答案的習題和操作實驗，喜歡開放式沒有規定的題目，與 NRC(2001)提出數學的學習要公式化、抽象化、邏輯嚴謹推理來解決問題和有標準答案相違背。

(二)不同教學法對高職生數學學習成效的影響

本研究使用 STAD 合作學習教學法，結果發現 STAD 教學法對學生的數學學習成效比傳統教學效果好，表示實施 STAD 教學法對學生數學學習是有幫助的。這與謝宗霖(2005)、廖碧珠(2006)、姚志成(2009)、王泰元(2010)、高峻哲(2013)、張慧淳和林曉芳(2013)、陳麗珠(2014)和許詠惠(2015)的研究中，使用合作學習教學法後數學學習成效均顯著高於傳統教學法均相符合。

研究也發現使用 STAD 教學法的實驗組，有了在課堂上熱烈的討論與勇於分享後，學生在數學學習成效後測試題中，填充題、計算題這兩大題屬於高層次的應用與分析的題型得分率高於控制組，而且填答率也明顯增加，控制組中甚至連數學高學習成就的學生，都有無填答或答題時間來不及的情形。呼應了 Hilke(1990)認為合作學習教學法一種有組織的結構，學生在經由合作的過程追求知識，可以增進學生之間的關係和溝通技巧，產生高層次的思考。

這是因為 STAD 教學法是教師利用小型團體的異質分組，設計互動討論、溝通協調、激勵分享、互助合作等有計畫的設計教學活動，以達成學生個人精熟學習的教學方法。Slavin 也指出合作學習因為同儕教導、示範達到認知的精緻化，也因同儕練習、評量與校正可以提升學習成就(黃政傑、吳俊憲，2006)相符合。Skemp 認為合作學習中討論過程必須將自己所知的在腦海裡作適當的整理，有助於釐清數學概念(陳澤民譯，1995)相符。張杏如(2010)也認為小組合作學習的方式，能有效的塑造一個社會建構環境，經由小組共同達成學習任務的互動過程中，組員互相激勵達到概念澄清和知識建構。

研究者從十二週的實驗中發現用 STAD 教學法時，因為加分的機制學生會很快分好組別，準備好課本與預習，上課睡覺玩手機的情形幾乎沒有，因為自

己替組別加分能肯定自己外也被其他同學肯定，讓他們對數學的學習興趣大幅提升，變得主動與組員討論。這呼應周立勳提出(1995)認為團體獎勵是經由小組的互動與成就預測產生專注學習之學習動機路徑，會影響學學習成就的表現；Slavin(1995)提出團體成功的酬賞，及團體中成員的互相勉勵，都能進一步增加學習的動力。也與林瑞明(2014)的研究中相同，STAD 實施對高一學生學習態度、學習感受的影響，多數研究對象對 STAD 學習法保持正向學習感受，喜歡數學、分組討論的上課模式等，讓學生更瞭解自己的問題與概念。

(三)傳統教學法對不同學習風格學生學習成效之影響

在傳統教學法中不同學習風格學生數學學習成效有顯著差異，收斂者與發散者顯著優於調適者，且以發散者的數學學習成效最高好，這與之前的研究均不相同。Kolb(2005)指出發散者在學習偏好具體經驗與省思觀察，能以不同的角度來觀察事物，相當靈敏喜歡用圖像、整體觀來幫助學習，喜歡了解知識背後的原因和用途，喜歡老師會提供個人關注和給予鼓勵者。

學習成效較好的原因為後測單元為對數與數列級數，包含有很多的函數圖形與生活例子。圖形的教學上除了讓學生親自畫出圖形且討論圖形的特質，還搭配 geogebra 電腦繪圖程式讓學生自由操作，整體去觀察指數、對數圖形的變化與特性，並且使用了遊戲的方式，後測考題題型上有不少的生活情境題，加上教師本身的上課會提供學生個別的關懷與鼓勵，因此均適合發散者的學習。

(四)小組成就區分法教學法對不同學習風格學生學習成效之影響

STAD 教學法中不同學習風格學生學習成效上有差異但未達顯差異。在教育上 Farivar(1985)認為藉由異質分組，能有效的促進不同背景的學生一起成長和學習。Kalkowski (1988) 認為不同能力、種族、性別所組成的常態性異質結構中，在不同背景的學生參與後，可以提升學科成就並增強自尊心，同時也能尊重和接納別人不同的人格特質。黃政傑與林佩璇(2015)也提出合作學習能讓不同能力、性別、社經地位的學生一起互動。顏佩如、林曉薇和陳瑩瑩(2008)的研究認為在合作學習和協氣氛下，能增進全體學生接納數學低成就的學生，傾向良性互動。

教育部(2008)提出教學的目的是希望培養學生「了解自我潛能」、「主動探

索研究」，在 2013 年更提出有教無類，任何學生教育機會一律均等的想法。因此適用於任何學習風格的學生 STAD 教學法，表示在此教學法下可以讓學生的學習權利是公平，實驗過程中，會發現有些問題的解答是原本數學成效不理想的同學想出來的，有的學生因為表達能力好反而比數學成績高的學生講解更清楚，從中得到共鳴與讓自我認同，激發在數學學習上的潛能。符合本研究的目的是，讓學生可以公平的學習。

(五)相同學習風格在不同教學法下對數學學習成效之影響

四種學習風格的學習者只有同化者學生數學學習成效，在不同教學法下有顯著差異，在 STAD 教學法中明顯優於控制組。Kommers & Nijhot (1985) 認為合作學習教學法是一種一起學習的活動方式，鼓勵彼此討論，擴展思考，刺激學生多元化的發展。在這種環境下組織複雜、有趣及開放性作業。

Kolb(2005)認為同化者學習者特質為能將來自各方大量廣泛的資訊，觀察後歸納統整和解釋，並且會用精簡邏輯性的方式呈現，喜歡閱讀、演說、探索，收集大量的數據進一步分析歸納成理論。

王金國(2013)的研究中提出，實施合作學習後「學生的課堂學習過程有改變與進步是因為學生上課更主動、同儕的互動增加提升多向同學的學習、請益的機會和教學方式更多樣與活潑，學生因為有更多的參與、表達或探究的。在 STAD 教學法中剛好可以讓同化者有較多的機會吸收每位組員的想法，獲得大量的資訊，又有很多的機會上台去與分享，因此在 STAD 教學法中同化者的學習成效會優於傳統教學法。

(六)不同的學習風格與不同教學方法之間的交互作用對數學學成效的影響

不同的學習風格與不同教學方法之間的交互作用不顯著。表示本研究中學生的數學學習成效，不會因為不同的學習風格與不同的教學法交互作用而有所差異，此結果與許佩玲(2010)、侯人俊(2011)、高榮志(2012)與彭美羚(2015)研究相同。

Garger & Guild(1984)認為學習風格是個體在致力於學習任務時，經由其行為和人格的交互作用而表現出來的穩定特徵。郭重吉(1987a)指出學習風格是學生在學習過程和學習策略所表現出來的穩定特徵。根據吳百薰(1998)提出的學習風格是一種相當穩定與一致的心理傾向，短時間內學習風格不會因為學習情境

而改變。表示在短時間內不同的教學法與不同學習風格對學習者的學習成效造成交互作用不容易產生顯著的效果。

彭美羚(2015)的研究中表示，學習風格與教學方法的交互作用未達顯著的原因，可能是因為進行實驗教學的時間不夠長，還不足以明顯看到學習成效。可能本研究時間為 12 週教學時間，每週 4 堂數學課中只有 2 堂課的實驗時間，因而無法明顯的看出顯著的交互作用。

第五章 結論與建議

第一節 結論

本研究在瞭解接受不同學習風格、不同教學方法之高職一年級學生在數學學習成效的差異情形，並進一步瞭解學習風格與教學方法對數學學習成效的交互影響。研究樣本為某高職商科一年級學生。

一、學習風格對學生數學學習成效有差異

研究結果為不同的學習風格對學生數學學習成效有顯著差異，在數學的學習成效上以收斂者的學習效果為好，調適者最差。這是因為收斂學習者的學習偏好抽象概念與主動驗證，擅長發現觀念和理論的實際運用功能與決解問題，喜歡驗證概念，與我國欲培養高中職生的數學核心素養中的概念理解、程序流暢、策略應用、適性推理有相對應之處。此外數學教師要特別注意去引導調適者學習風格的學生，因為此類型的學生不喜歡嚴格的程序、很依賴別人所提供的資訊而不是自己分析，喜歡開放式沒有規定的題目，所以要多引導培養數學素養，如此才能讓調適者的學生愉快的學習數學。

二、小組成就區分法(STAD)對學生數學學習成效有正向的效果

本研究使用 STAD 合作學習教學法，結果發現 STAD 教學法對學生的數學學習成效有正向效果，代表實施 STAD 教學法對學生數學學習是有幫助的。STAD 教學法可以有效提高學生的學習成效、自尊、思考能力、解決問題的能力及統整應用能力，也有助於增進不同背景學生間的人際學習，培養出合宜的社會技能。因為同儕教導、示範達到認知的精緻化，也因同儕練習、評量與校正提升學習成就。組員之間的討論，有助於釐清數學概念，增進與他人溝通的能力，有效的塑造一個社會建構環境，經由小組共同達成學習任務的互動過程中，組員互相激勵達到概念澄清和知識建構。

三、傳統教學法中不同學習風格學生數學學習成效有差異

研究結果為在傳統教學法中，不同學習風格學生數學學習成效有顯著差異，

在數學的學習成效以發散者的學習效果最好，調適者最差。原因為數學學習成效後測單元為對數與數列級數，有較多的函數圖形與數列級數生活情境題，學生能親自畫出圖形且觀察圖形特質，並使用 Geogebra 的數學電腦軟體讓學生整體可以體去觀察指數、對數圖形的變化與特性，剛好適合發散者喜歡了解知識背後的原因，能以不同的角度來觀察事物，喜歡用圖像、整體觀來幫助學習。

四、SATD 教學法適合不同學習風格的學生學習數學

不同學習風格的學生在 STAD 教學法中，學習的成效是沒有差異的。這是因為 STAD 教學法讓學生的學習動機與態度提升，透過合作學習的情境學生認為上課更有趣、更能專心於課堂上，任何學習風格的學生均能發表分享學習心得，進而培養學生對數學具有建設性傾向，相信自己有能力因努力而學好數學。

第二節 研究限制

一、研究範圍限制

本研究僅針對「學習風格」、「教學方法」及「數學學習成效」三個變項進行研究與討論，教學方法是合作學習教學法中的 STAD 教學法，教學單元為對數與數列級數，因此結論不宜直接推論到其它的合作學習教學法或課程單元。

二、研究樣本限制

本研究基於現實考量學校課程安排及人數限制，及研究者的授課班級數太少，採用立意取樣學生來自研究者所任教彰化縣某高中商科一年級兩個班級學生為研究對象，採用準實驗研究設計進行實驗教學，無法大規模隨機取樣不同領域的樣本。學校是屬於中型社區型學校，有很多類科學生，考慮學校區位與學生科別特性不盡相同下，避免過度推論。

三、研究方法限制

本研究修改 Kolb 的學習風格量表以區分高職學生之學習風格類型，學習成效之檢測則是以自編成就測驗進行，因此所得研究資料僅限於研究工具所測得的結果，因此在其它不同學習風格定義、年級時的表現無法得知，在進行結果推論時需謹慎以對。

四、教學內容

本教學內容係以高職 B 版第一冊第三章「向量」、第四章「指對數」，第二冊第一章「數列與級數」作為研究課程，後測成效單元為「對數、數列與級數」，故其它單元的表現無法得知，研究結果不能推論到其它單元課程。

第三節 建議

根據研究過程及研究結果所發現的問題，本研究提出以下的建議，作為在教育應用及未來研究上的參考。

一、教學方面

(一)教師在教學前了解學生之學習風格，以適性化的方式進行教學，在不同的教學方法中要協助不同學習風格的學生學習。

學生的學習偏好是影響學習成效的重要因素，而學習偏好沒有對錯、高低之分，每種學習風格都有其最適應的學習方式，在數學的學習上調適者的學習成效最差，因此教師必需多加關注，因為他們傾向使用感覺、直覺方式而非邏輯來決解問題，喜歡和他人一同完成作業，因此可利用合作學習教學法激勵此型學生在小組內學習他人的思考模式與不同的解題法，才能達到精熟的學習。為達到公平學習，減少學習差異，教師應避免使用同一種教學方式對待每一位學生，造成學生對學科學習的不適應。也建議教師可以將學生的學習風格資料建檔，在教學與輔導上使用。

(二)多嘗試不同的合作學習方法，讓學生在各種不同的學習情境下學習。

因本研究是使用 STAD 教學法，任何一種方式都不是萬靈丹，合作學習的方式有很多種，都有不同的優點與極限，因此教師應該要視課堂上的情境而調整，才能好好利用合作學習的優勢，提升學生在數學的學習。適合數學課使用的合作學習方法有小組遊戲競賽法(TGT)、小組協力教學法(TAI)、共同學習法(L.T.)等方式，是否不同學習風格的學生在這些教學方法下學習成效也是有差異，往後可以再加以研究的方向。

(一) 多在合作學習教學情境中增加高層次的思考題目

12 週的實驗中會發現小組學習的情境中，各種學習風格的學生慢慢的均會喜歡挑戰，例如學習單上設計的河內塔小遊戲並非由數學學習成效高的學生來分享，反而是原本數學低學習成就的孩子，努力的分享建構的過程，讓學生感覺學習數學變得有信心。除了會主動去想是否有不一樣的方法可以解題外，連高職生比較困惱的定理證明也都能因為小組的討論而由學生建構證明出來，例如簡單一個級數求總合的題目，學生竟然想出了三種不同的規律的方式，只要是課堂上討論過的觀念在後測的表現也都非常的好，在計算題的答題率和答對率均高於傳統教學的班級可推知。往後也可以往合作學習與提升數學素養的方向研究。

(四) 後測的試題題型要多元，分析不同題型在不同教學方法中學生的表現

在段考試題上可以設計選擇、填充和計算題，往後的研究可以進一步去分析三個題型中各種教學法下學生的表現情形，也可以進一步去分析不同學習風格學生在不同教學法中這些題型的表現狀況，分析的結果可以用在適性教學與輔導學生上。往後的研究也可以探討解題步驟的實施如何影響數學學習成效的方向。

二、實驗方面

(一) 研究的樣本與教學單元推廣

因樣本分析數量只有 76 人且為高職商科一年級學生，因此未來研究上可擴大到其它職業類群、高中、年級。學習單元也可以考量其它學生學習上感覺比較困難的單元，如三角函數、排列組合機率、圓錐曲線、微積分…等單元。如何將研究之外部效度相對提高，可以取樣單一類科的所有學生來進行實驗。

(二) 實驗的時間可以拉長以觀察學習風格與教學法的交互作用

因本研究的時間只有十二週，每週兩小時，因此無法觀察出學習風格與教學法的交互作用。因此建議未來有意進行研究者可以拉長到整個學期，或是每週上課時數增加，以利觀察學習風格與教學法真正的效果。

(三)量表編寫

本研究修改 Kolb 的學習風格量表以區分高職學生之學習風格類型，四個分量表具體經驗、抽象概念、省思觀察、主動驗證的題數分別為 6、8、9、9，沒有統一題數，往後有興趣研究者在自編量表時建議，可以選擇讓分量表的題數均相同，以減少在學生學習風格上的分類時的誤差。

三、實驗所遭遇問題與解決

(一)上課時間的掌控

STAD 教學法在實行時要注意四個步驟有：全班授課、分組討論、後測及表揚。高職的數學課程內容單一觀念鋪陳的時間約需要 20~30 分鐘，小考測驗時間也至少要 30 分鐘。所以如果是單一節課 50 分鐘的時間是不足以實施合作學習教學的，會壓縮到小組完成討論的時間和降低小考的激勵作用，因此可以請教務處幫忙安排連續兩節課，才不會讓合作學習的效果打折。

(二)小組成員分配問題

小組的分配是利用學習成效測驗採 S 型的異質性分組，組長的產生是選擇成績較好的學生，但實驗中發現有些組別的組長沉默寡言，完全無法引導小組的討論，原本也想過要換掉組長的想法，但是因為考量到學生的學習情緒，因此堅持下去只引導不干預學生的學習，約在一個月後每一組均能找到自己的討論風格，數學成績好的學生會主動出來幫助主導討論，組長也會感受到責任，踏出人際溝通的一大步。

另一個是男女生比例的問題，有些組別只有一位男生組員，那一節課下來原本內向害羞的他整節課完全不敢發言，在與其他男學生商量後，再安排另一位男生組員後，就緩和其情緒參與小組內的討論。因此建議教師可以在安排組長與副組長時，可以一動一靜去搭配，並且小組內的男生、女生比例約一半最好，避免尷尬以期能縮短磨合期。

(三)實驗時間

本研究過程中發現，使用 STAD 教學法的實驗組因為新的教學方法，從跟學生宣導上課模式與規則，搬動座位、課堂上考試和引導討論發言等師生默契

的培養，會讓初期的上課進度有所拖延，此時的學習成效上與傳統教學的控制組來比較會有差距，約在第七週之後情況明顯改善，到實驗後期還有超前進度的好成果，因此建議合作學習的時間要長，師生才能共同找到順手的上課模式。

在實驗時間拉長後，學生會有不想搬座位、不想分組缺乏動力的情形，教師可使用邀請觀課教師的方法，讓學生感覺到新鮮感，也能訓練學生更自在的分享成果，培養學生自信心與成就感。從中養成學生習慣合作學習的上課方式，並讓學生達到「自發、互動、共好」的良好學習態度。

參考文獻

一、中文部分

- 王千偉(1996)。有效的小組討論教學。師友月刊，353，44-49。
- 王宗斌(1999)。訓練方式、電腦自我效能及學習型態對學習績效的影響-網頁設計時地研究(未出版之碩士論文)。國立中央大學，桃園縣。
- 王麗雲、甄曉蘭(2007)。臺灣偏遠地區教育機會均等政策模式之分析與反省。教育資料集刊，36，25-46。
- 王仁基(2010)。國中學生學習風格與學業成就之相關研究-以彰化縣為例(未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化縣。
- 王泰元(2010)。學習風格與合作學習法對微積分學習成效之研究(未出版之碩士論文)。國立中山大學，高雄市。
- 王嘉毅(2012)。建模融入 PCDC 教學模式下高中學生數學素養展現之行動研究(未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化縣。
- 王金國(2013)。分組合作學習教學手冊:實施合作學習後學生課堂學習過程與學習表現的改變與進步，17-24。臺北市：教育部教學資源研發中心。
- 王秀鶯(2014)。概念構圖融入專題式學習對不同學習風格學生學習成效之影響(未出版之碩士論文)。國立台南大學，台南市。
- 丁翠鈺(2014)。分組合作學習經驗對數學學習態度與成效之影響-以某國中一年級為例(未出版之碩士論文)。國立政治大學。臺北市。
- 王文科、王智弘(2014)。教育研究法。臺北市：五南。
- 尤菊芳(1999)。合作學習之理論篇。台北市:敦煌。
- 田耐青(2002)。統整多元智慧與學習風格:把每位學生帶上來。台北市：遠流。
- 田耐青(2013)。分組合作學習教學手冊:教師以分組合作學習翻轉課堂教學，25-40。臺北市：教育部教學資源研發中心。
- 石柳茶(2006)。合作學習教學策略對國二學生數學學習動機、數學學習態度、與數學學習策略之影響(未出版之碩士論文)，國立彰化師範大學，彰化縣。
- 江淑美(1985)。高一學生的向量概念發展。科學教育月刊，79，16-33。
- 伍賢龍(2001)。國小兒童學習風格與多元智能及相關教學現況之研究。國立新

- 竹師院，新竹市。
- 呂劍英(2009)。國三學生的學習風格與自然科學學習興趣之研究（未出版之碩士論文）。國立台灣師範大學，台北市。
- 呂秋玲(2013)。桃園縣八年級學生學習風格、學習適應與數學學習成就關聯性之研究(未出版之碩士論文)。中原大學，桃園縣。
- 李錫津(1990)。合作學習的應用。教師天地，47，48-54。
- 李榮馨(2004)。高職工業類科學生學習風格與數學科學業成就關係之研究(未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化市。
- 李榮通(2006)。合作學習法的認識與實施。網路社會學通訊期刊，58。
- 李致誠(2007)。國小中年級學生社會學習領域合作學習之行動研究(未出版之碩士論文)。國立臺東大學，臺東縣。
- 李永貞(2009)。高二學生向量概念學習上的主要錯誤類型及其補救教學之研究(未出版之碩士論文)。國立台灣師大，台北市。
- 李瑞林(2009)。GSP 電腦輔助教學對國三學生學習三角形外心、內心及重心成效之研究(未出版之碩士論文)。國立政治大學，台北市。
- 李智仁、王金國(2015)。在國中數學領域中實行分組合作學習的經驗與省思。臺灣教育評論月刊，4(2)，112-115。
- 李嘉齡、陳盈足、洪照明、孔俊傑、鄭志宗(2007)。Vygotsky 近側發展區(ZPD)的理論意涵及其在教學研究上的啟示。國立教育研究院籌備處第 105 期國小主任儲訓班專題研究。臺北市：國家教育研究院。
- 吳百薰(1998)。國小學生學習風格相關因素之研究（未出版之碩士論文）。國立台中教育大學，台中市。
- 吳清山(2003)。教育法規：理論與實務。台北市：心理。
- 吳淑美(2004)。融合教育的理念與實務。台北：心理。
- 吳明隆(2013)。SPSS 統計應用學習實務-問卷分析與應用統計。台北市：易習。
- 吳靜怡(2012)。實施以臆測為中心的教學對七年級學生數學素養能力影響之合作式行動研究(未出版之碩士論文)。國立彰化師大，彰化縣。
- 吳清山、林天祐(1996)。教育名詞：合作學習。教育資料與研究，13，75。
- 吳俊憲、黃政傑(2006)。合作學習發展與實踐。台北市：五南。

- 沈怡伶(2008)。國小中,高年級學童學習風格與問題解決能力之研究(未出版之碩士論文)。國立嘉義大學,嘉義縣。
- 金仲傑(2010)。教材表徵和學習風格對國中生數學學習成效之實驗研究(未出版之碩士論文)。國立台灣師範大學,台北市。
- 林生傳(1985)。國中學生學習式態之相關因素及其與學校教育態度、學業成就的關係。教育學刊,198506(6),268-320。
- 林生傳(1997)。新教學理論與策略。台北:五南。
- 林佩璇(1992)。台灣省高級職業學校合作學習教學法實驗研究(未出版之碩士論文)。國立台灣師範大學,台北市。
- 林達森(2002)。合作學習在九年一貫課程的應用。教育研究資訊,10(2),87-103。
- 林沛穎(2005)。國小資優學生學習策略、認知風格與獨立研究能力相關性之研究。資優教育研究,5(2),107-136。
- 林淑芬(2006)。台東縣國小學童家庭內社會資本、學習風格、社交技巧與學習適應關係之研究(未出版之碩士論文)。國立臺東大學,台東縣。
- 林秋萍(2007)。國中學生多元智能與學習風格關係之研究-以台灣中部五縣市為例(未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學,彰化縣。
- 林妙玲(2007)。國小學童學習風格與其數學熟練性之研究(未出版之碩士論文)。國立臺北教育大學,台北市。
- 林振清(2008)。複式評量融入數學教學對不同學習風格的高二學生學習成效之研究。國立政治大學,台北市。
- 林鈺婷(2010)。網路輔助教學應用於國小自然科學習領域之研究(未出版之碩士論文)。國立大屏東大學,屏東縣。
- 林永豐、郭俊呈(2013)。國民核心素養與高中課程發展。課程與研究,8(1),101-127。
- 周立勳(1994)。國小班級分組合作學習之研究(未出版之博士論文)。國立政治大學,台北。
- 周崇儒(2000)。談建構主義的教學。研習資訊,17(3),43-49。
- 周浩群(2012)。以臆測融入數學教學對高三生數學素養的展現情形之行動研究-

- 以機率與統計單元為例(未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化縣。
- 邱守榕(1996)。數學教育學門資源整合規劃資料。台北：國科會科教處。
- 邱皓政(2014)。量化研究與統計分析 SPSS 第五版 (PASW) 資料分析範例。臺北市：五南。
- 洪榮平(2005)。高中生對數概念、運算及應用之分析-錯誤類型與解題歷程(未出版之碩士論文)。國立彰化師大，彰化縣。
- 洪蘭(譯)(2006)。腦內乾坤-男女有別、其來有自(Moir, A., & Jessel, D.)。臺北市：遠流。
- 胡炳生(1991)。數學解題思維方法，台北：九章。
- 唐瑞芬(2000)。數學教學理論選擇。上海市：廣東師範大學出版社。
- 秦麗花(1995)。國小數學學障兒童數學解題錯誤類型分析。特殊教育季刊，55，33-38。
- 秦爾聰、賴紀寧(2010)。以臆測為中心的數學寫作活動對學生數學素養影響歷程之研究。「全球華人科學教育會議 2010 (Global Chinese Conference of Science Education 2010 [GCCSE 2010])」發表之論文，香港教育學院。
- 桂德懷、徐斌豔(2008)。數學素養內涵之探析。數學教育學報，17，22-24
- 徐偉民、曾于珏(2013)。台灣、芬蘭、新加坡國小數學教科書代數教材之比較。教科學研究，6(2)，69-103。
- 高瑩真(2008)。互動式電子白板應用於國小高年級健康課程教學對不同學習風格學習者學習情形影響之研究(未出版之碩士論文)。國立新竹教育大學，新竹縣。
- 翁宏凱(2012)。高一學生數列級數迷思概念之研究(未出版之碩士論文)。國立高雄師範大學，高雄市。
- 教育部中教司(2008)：高中課程標準 99 課綱。台北市：教育部。
- 教育部(2013)。普通高級中學必修科目「數學」課程綱要。臺北市：教育部。
- 教育部(2013)。教育部國民及學前教育署補助直轄市、縣(市)政府辦理補救教學作業要點。台北市：教育部。
- 教育部(2015)。十二年國民基本教育實施計畫。行政院 104 年 6 月 23 日院臺教字第 1040033079 號函核定。

- 國家教育研究院 (2014)。十二年國民基本教育課程綱要總綱(草案)說明手冊。
http://www.naer.edu.tw/ezfiles/0/1000/attach/15/pta_2288_7025751_08691.pdf
- 梁淑坤(1996)。研究與教學合一：以分析『一元二次方程式』的錯誤為一個例子。**嘉義師院學報**，**10**，456-472。
- 陳英娥 (1992)。電腦輔助教學在國中數學科學習成效之研究(未出版之碩士論文)。國立高雄師範大學，高雄市。
- 陳澤民(譯)(1995)。數學學習心理學(Skemp, R. R.)。台北市：九章。
- 陳李綢(1999)。教育測驗與評量。台北：五南。
- 陳建蒼 (2001)。高一學生對數函數概念層次教學成效研究(未出版之碩士論文)。國立高雄師範大學，高雄縣。
- 陳埤淑(2002)。教室言談在教學上的涵意與應用。**課程與教學**，**5(4)**，125-140。
- 陳銘村(2005)。成人網路學習者學習風格、自我調控與學習成效關係之研究。**教育學苑**，**11**，45-72。
- 陳弘晉(2007)。合作學習教學法對國中學生學習動畫軟體學習成效、學習動機與班級氣氛影響之研究(未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化縣。
- 陳慧珍(2007)。淺談合作學習教學與成效。**網路社會學通訊期刊**，**65**。網址：
<http://www.nhu.edu.tw/~society/e-j/65/65-24.htm>，2009.12.06。
- 陳佳玉(2010)。分段式評量教學法對高二學生數學學習成就之研究(未出版之碩士論文)。國立政治大學，台北市。
- 陳威任 (2011)。台南地區八年級學生在「數列與等差級數」單元之錯誤類型分析(未出版之碩士論文)。國立臺南大學，臺南市。
- 陳宗偉(2012)。電子白板融入國中自然科教學對不同學習風格學生學習影響(未出版之碩士論文)。臺灣師範大學，台北市。
- 陳偉泓(2013)。建構十二年一貫的課程體系。**教科書研究**，**6(2)**，117-125。
- 陳又菁(2015)。學習風格結合行動合作學習環境學習成效之研究。**課程與教學**，**18(2)**，201-234。
- 陳淑娟、劉祥通(2001)。國小教師進行數學討論活動困難之探討。**教育研究資訊**，**9(2)**，125-146。
- 陳美伶、陳麗夙(2006)高中學生知覺風格偏好、英語學習策略以及人格特質之相關研究。**致遠管理學院學報**，**(1)**，89-100。

- 陳易芬、林鎡惠(2009)。國小高年級學童學習思考風格量表之編製。測驗統計年刊，17，55-75。
- 許智豪(2005)。Y世代、X世代和嬰兒潮世代學習風格分析之研究例(未出版之碩士論文)。淡江大學，台北市。
- 許志農(主編)(2007)。普通高級中學數學第三冊教師手冊。台北縣：龍騰文化。
- 許詠惠(2015)。以學習者為中心的教學模式對學習成效與學習態度的影響—以國中數學領域為例(未出版之碩士論文)。東海大學，台中市。
- 麥順發(2007)。彰化地區高中學生數列與級數單元錯誤類型之分析研究(未出版之碩士論文)。國立高雄師範大學，高雄市。
- 郭重吉(1987a)。英美等國晚近對學生風格之研究。資優教育季刊，22，2-8。
- 郭重吉(1987b)。評介學習風格之有關研究。資優教育季刊，33，3-11。
- 郭玉婷(2001)。泰雅族青少年學習式態之質的研究(未出版之碩士論文)。國立臺灣師範大學，台北市。
- 郭育姣(2015)。多重表徵探究教學模組對不同學習風格的學生學習成效之研究(未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化縣。
- 張景媛(1988)。教學類型與學習類型適配性研究暨學生學習適應理論模式的驗證。教育心理學報，21，113-172。
- 張景媛(1994)。數學文字題錯誤概念分析及學生建構數學概念的研究。教育心理學報，27，175-200。
- 張憶壽(譯)(1986)。怎樣解題(Polya, G.)。台北市：長橋。
- 張春興(2003)。教育心理學。台北：東華。
- 張春興(2006)。教育心理學—三化取向的理論與實踐。台北：東華。
- 張靜譽(1995)。建構教學：採用建構主義如何教學。建構與教學，7。
- 張新仁(2002)。當代教學統整新趨勢：建構多元而適配的整體學習環境。教育學刊，18，43-64。
- 張晉昭、黃學堂(2008)。高職生不同學習風格對數立學習成效影響之研究。技術及職業教育學報，2(1)，37-57。
- 張杏如(2010)。合作學習的理論基礎。網路社會學通訊期刊，86，14。
- 張敬于(2011)。不同學習風格學生在電腦多媒體教學的學習成就表現-以遺傳單

- 元為例(未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化縣。
- 張怡仁(2012)。電子白板應用於國中數學教學對不同學習風格學習者影響之研究(未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化縣。
- 張允柔(2015)。探討學習風格、線上討論行為與學習成效之關係—[組織行為]翻轉教室之實徵研究(未出版之碩士論文)。國立中央大學，桃園縣。
- 曹美惠(2007)。中國文科實施合作學習之研究(未出版之碩士論文)。臺灣師範大學，台北市。
- 黃玉枝(1991)。國中資優學生與普通學生學習風格及學習適應之比較研究(未出版之碩士論文)。國立台灣師範大學，台北市。
- 黃政傑(1992)。課程改革。台北：漢文書店。
- 黃齡儀(2006)。多媒體輔助教學對不同學習風格的高中生學習高三生物主宰生命奧秘的分子課程單元的學習成效分析(未出版之碩士論文)。國立交通大學，新竹市。
- 黃馨慧(2007)。利用不同媒體教學對不同學習風格的國一學生學習成就之影響(未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化縣。
- 黃俊璋(2007)中學生數學知識數學情意、解題策略與解題表現統合模式之研究(未出版之碩士論文)。國立台灣師範大學，台北市。
- 黃耀陞(2008)。線上遊戲教學對不同學習風格國一學生自我效能之影響(未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化縣。
- 黃政傑、吳俊憲(2006)。合作與學習：發展與實踐。台北：五南。
- 黃永和(2013)。合作學習的教學實務議題探析。國民教育，53(5)，78-88。
- 黃志賢、林福來(2008)。利用活動理論分析台灣泰雅族國中生的數學學習並設計教學活動。科學教育學刊，16(2)，147-169。
- 黃郁倫、鍾啟泉(譯)(2013)。學習的革命-從教室出發的改革(佐藤學)。台北市：天下雜誌。
- 黃政傑、林佩璇(2015)。合作學習。台北：五南。
- 楊亨利、尤松文(2002)。探討非同步線上討論機制輔助傳統教學的效果。行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告。(編: NSC-91-2522-s-004-003)

- 楊寶玉(2003)。應用學習風格理論改善學生自然科學習態度之行動研究(未出版之碩士論文)。國立臺北教育大學，台北市。
- 葉明達(1999)。高一學生數學合作解題與後設認知行為之研究。中學教育學報，6，159-200。
- 葉進安(2010)。GSP 融入數學教學對於國中生幾何單元學習成效之研究(未出版之碩士論文)。國立政治大學，台北市。
- 廖純如(2012)。高中生在對數概念及其運算性質的主要錯誤類型及其補救教學之研究(未出版之碩士論文)。國立台灣師範大學，台北市。
- 廖碧珠(2006)。合作學習對國中一年級學生的數學態度與學習成就之影響(未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化縣。
- 趙居蓮(譯)(1997)。學習與教學(Gagne, R. M.)。台北市：心理。
- 趙琦(2012)。在台中地區高中生在「數列與級數」單元之錯誤類型分析(未出版之碩士論文)。國立台南大學，台南市。
- 潘世尊(2002)。教學上的鷹架要怎麼搭。國立屏東師範學院學報，16，263-294。
- 蔡淑薇(2004)。高中職學生學習風格、自我調整學習與學業成就之關係(未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化縣。
- 蔡昭傳(2008)。數學課室討論文化對國小六年級學童帶數概念表現影響之研究(未出版之碩士論文)。國立新竹教育大學，新竹縣。
- 蔡治平(2010)。解釋風格、學習型態與學業成就關係之研究—以台北市國二學生為例(未出版之碩士論文)。銘傳大學，台北市。
- 蔡孟憲(2010)。Scratch 程式設計對國小五年級學生幾何概念及邏輯推理能力的影響(未出版之碩士論文)。臺北市立教育大學，台北市。
- 蔡清田(2011)。課程改革中的「素養」與「核心素養」。教育研究月刊，206，119-130。
- 蔡永巳、陳瓊森(1998)。國二理化科試行合作學習之合作式行動研究。科學教育，8，101-117。
- 鄭孟芳、林素華(2010)。國小高年級自然科學習風格、學習動機與學業成就相關研究。生物科學，52(2)，39-56。
- 劉國芬(1997)。高雄地區高一學生高低數學成就之解題後設認知行為分析研

- 究(未出版之碩士論文)。國立高雄師範大學，高雄市。
- 劉莉虹(2013)。高職一年級學生解題歷程之分析研究—以複數單元為例(未出版之碩士論文)。國立高雄師範大學，高雄市。
- 賴恩瑩(2013)。模組教具對不同學習風格學生的工程概念學習成效影響之研究(未出版之碩士論文)。國立台灣師範大學，台北市。
- 蕭惠英(2006)。遊戲式網路評量對不同學習風格學生數學學習成效之影響(未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學。彰化縣。
- 謝宗霖(2005)。合作式概念圖學習對高中生數學學習成效研究-以[圓錐曲線]單元為例(未出版之碩士論文)。國立高雄師範大學，高雄市。
- 謝文芳(2007)。合作學習在國小高年級綜合領域教學之應用(未出版之碩士論文)。國立屏東大學，屏東縣。
- 藍國華(2004)。宜蘭地區高中生在指數函數單元錯誤類型之分析研究(未出版之碩士論文)。國立高雄師範大學，高雄市。
- 顏佩如、林曉薇、陳瑩瑩(2008)。臺灣地區國小國語文領域實施合作學習之研究-以1997年至2007年博碩士論文為例。「2008年華人社會的課程與教學改進學術研討會」論文集，澳門大學。
- 鍾鳳香(2005)。合作學習對國小兒童閱讀表現之影響(未出版之碩士論文)。國立屏東大學，屏東縣。
- 樂慶芳、潘洪建(2005)。數學知識與學習方式的選擇。現代中小學教育，2005(4)，19-21。

二、外文部分

- Armstrong, T. (1987). *In Their Own Way: Discovering and Encouraging Your Child's Own Personal Learning Style*. New York: Tarcher/Putnam.
- Arends, R. I. (2004). *Learning to teach*. New York: MCGrow-Hill.
- Bennett, C. I. (1979). Individual differences and how teachers perceive them. *The Social Studies*, 70, 56-61.
- Butler, K. A. (1982). *Learning style across content areas in student learning style and rain behavior*. Reston, VA: NASSP MONOGRAPH.
- Bonham, L. A. (1988). Learning Style Use: In Need of Perspective. *Lifelong learning*, 11(5), 14.
- Balkcom, S. (1992). Cooperative Learning. *Education research consumer guide*. ERIC Document, ED346999.
- Bayrak, B. K. (2012). A Study on Learning Styles of Secondary School Student's According to Gender and Class Level. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 46, 843-847.
- Canfield, A. A. (1988). *Canfield learning styles inventory manual*. LA: Western Psychological Services.
- Can, S. (2009). The effects of science student teachers' academic achievements, their grade levels, gender and type of education they are exposed to on their 4mat learning styles. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 1(1), 1853-1857.
- Charles, C. M. (1980). *Individualizing instruction*. London: C. V. Mosby Company.
- Cuseo, J. (1992). Collaborative & cooperative learning in higher education: A proposed taxonomy. *Cooperative Learning and College Teaching*, 2(2), 2-4.
- Clay, M. M., & Cazden, C.B. (1990). Vygotsky and education: Instructional implications and applications of sociohistorical psychology. In L.C. Moll(Ed.). *A Vygotskian interpretation of reading recovery* (pp.206-222). Cambridge : Cambridge University Press.
- Cañadas, M. C., Deulofeu, J., Figueiras, L., Reid, D., & Yevdokimov, O. (2007), The conjecturing process: Perspectives in theory and implications in practice, *Journal of Teaching and Learning*, 5(1), 55-72.
- Caulley, L., Wadey, V., & Freeman, R. (2012). Learning styles of first-year orthopedic surgical residents at 1 accredited institution. *Journal of Surgical Education*, 69(2), 196-200.

- Duin, A. H. (1984). *Implementing cooperative learning groups in the writing curriculum: What research shows and what you can do?* ERIC Document, ED251849.
- Dunn, R., Beaudry, J., & Klavas, A. (1989). Survey of Research on Learning Styles. *Educational Leadership, 46*, 50-58.
- Dunn, R. S., & Dunn, K. J. (1978). *Teaching students through their individual learning styles: A practical approach*. Prentice Hall.
- D'Amore, A., James, S., & Mitchell, E. K. L. (2012). Learning styles of first-year undergraduate nursing and midwifery students: A cross-sectional survey utilising the Kolb Learning Style Inventory. *Nurse Education Today, 32(5)*, 506-515.
- De Ciantis, S. M., & Kirton, M. J. (1996). A psychometric reexamination of Kolb's experiential learning cycle construct: A separation of level, style, and process. *Educational and Psychological Measurement, 56(5)*, 809-820.
- Eggen, P. D & Kauchak, D. P. (2001). *Strategies for Teachers. Teaching content and thinking skills*. Boston: Allyn and Bacon.
- Entwistle, N. J. (1981). *Styles of learning and teaching*. Chichester: Johnson Wiley and Sons.
- Ellis, A. K. (2001). *Research on educational innovations*. NY: Eye on Education, Inc.
- Flavell, J. H. (1963). *The developmental psychology of Jean Piaget*. Princeton, NJ : Van Norton.
- Farivar, S. H. (1985). Developing Collaboration Learning Program in an Elementary Classroom: Comparative Study of Innovative and Tradition Middle Teaching and Learning Strategies. *University of California, Los-Angeles*.
- Fischer, B., & Fischer, L. (1979). Styles in teaching and learning. *Educational Leadership, 36*, 245-251.
- Gasiorowski, J. H. (1998). *The relationship between student characteristics and math achievement when using computer spreadsheets* (Doctoral dissertation, West Virginia University).
- Günter, M. A., Estes, T. H., & Schwab, J. H. (1990). *Instruction: A models approach*. Allyn & Bacon.
- Garger, S., & Guild, P. (1984). Learning styles: The crucial differences, *Curriculum Review, 9-12*.
- Gardner, B. S., & Korth, S.J. (1998). A framework for learning to work in teams.

- Journal of Education for Business*, 74 (1), 28-33. (ERIC Documents
Reproduction Service No: EJ 574792)
- Garland, D., & Martin, B. N. (2005). Do gender and learning style play a role in how online courses should be designed. *Journal of interactive online learning*, 4(2), 67-81.
- Gallimore, R., & Tharp, R. (1990). Teaching mind in society: Teaching, schooling, and literate discourse. *Vygotsky and education: Instructional implications and applications of sociohistorical psychology*, 175-205.
- Hunt, D. E. (1979). *Learning style and student needs: An introduction to conceptual level*. In National Association of Secondary School Principals (Ed.), *Student learning styles: Diagnosing and prescribing programs*. Reston, V.A.: Reston Publishing Company.
- Hilke, E. V. (1990). *Cooperative learning*. Bloomington, Indiana: Phi Delta Kappa Educational Foundation.
- Heineman, P. L. (1995). Cognitive versus learning style. *Taken from: <http://www.personality-project.org/perproj/others/heineman.cog.htm>*.
- Ictenbas, B. D., & Eryilmaz, H. (2011). Determining Learning Styles Of Engineering Students To Improve The Design Of A Service Course. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 28, 342-346.
- Jonassen, D. H. (1991). Objectivism versus constructivism: Do we need a new philosophical paradigm?. *Educational technology research and development*, 39(3), 5-14.
- Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1987). *Learning together and alone: Cooperative, competitive, and individualistic learning*. Prentice-Hall, Inc.
- Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1994). *Learning together and alone: Cooperative, competitive, and individualistic learning*. Boston: Allyn & Bacon.
- Jacob, E. (1999). *Cooperative learning in context: An educational innovation in everyday classrooms*. Albany: State University of New York Press.
- Kolb, D. A. (1976). *Learning style inventory: Technical manual*. Boston: Mcber and Company.
- Kolb, D. A. (1985). *Learning-Style Inventory: Self-Scoring Inventory and Interpretation Booklet*. Boston: Mcber and Company.
- Kolb, A. Y. (2005). *The Kolb Learning Style Inventory—Version 3.1 2005 Technical*

- Specifications. Boston, MA: HayGroup.
- Keefe, J. W. (1979) . Learning style: An overview. In NASSP's *Student learning styles: Diagnosing and proscribing programs*. National Association of Secondary School Principals, Reston, VA.
- Keefe, J. W. (1982). *Assessing student learning styles: An overview of learning style and cognitive style inquiry*. In National Association of Secondary School Principals (Ed.), *Student learning style and brain behavior*. Reston, Virginia: National Association of Secondary School Principals.
- Keef, J.W. (1988). *Profiling and utilizing learning style*. Reston, Va. : NASSP.
- Kathlen, T. T. (1986). *Error Reduction Strategies for whole number operations in grade four* .Doctoral dissertation, University of Brigham Young.
- Kalkowski, P. (1988). *Communication in cooperative learning groups*. (ERIC Document Reproduction Service No. 296792)
- Kathi, L. (1990). Style is a tool for students, too ! *Educational Leadership*,48(2), 13-14.
- Kaiser, H. F., & Rice, J. (1974). Little Jiffy, Mark IV. Educational and psychological measurement.
- Kolb, A. Y., & Kolb, D. A. (2005). Learning styles and learning spaces: Enhancing experiential learning in higher education. *Academy of management learning & education*, 4(2), 193-212.
- Kolb, D. A., & Wolfe, D. M. (1981). *Professional Education and Career Development: A Cross Sectional Study of Adaptive Competencies in Experiential Learning*. (ERIC Document Reproduction Service No. ED209493)
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Mathematics learning study committee center for education division of behavioral and social sciences and education*. Washington, DC: National Academy Press.
- Lefrancois, G. R.(1997).*Psychology for Teaching*.Belmont, CA:Wadsworth Publishing Company.
- Lovelace, M. K. (2005). Meta-analysis of experimental research based on the Dunn and Dunn model. *Journal of Educational Research*, 98, 176-184.
- Mayer, R. E. (1987). *Educational psychology: A cognitive approach*. Boston: Little, Brown.
- McCarthy, B. (1997). A tale of four learners: 4MAT's learning styles. *Educational*

Leadership, 54, 46-51.

- Manolis, C., Burns, D. J., Assudani, R., & Chinta, R. (2013). Assessing experiential learning styles: A methodological reconstruction and validation of the Kolb Learning Style Inventory. *Learning and Individual Differences*, 23, 44-52.
- Matthews, D. B., & Hamby, J. V. (1995). A comparison of the learning styles of high school and college/university students. *The Clearing House*, 68(4), 257-261.
- Moses, R., Kamii, M., Swap, S. M., & Howard, J. (1989). The algebra project: Organizing in the spirit of Ella. *Harvard Educational Review*, 59(4), 423-444.
- Nattiv, A. (1986). *The Effects of Cooperative Learning Instructional Strategies on Academic Achievement Among Sixth Grade Social Studies Students* (Doctoral dissertation, University of California, Santa Barbara).
- Nattiv, A. (1994). Helping behaviors and math achievement gain of students using cooperative learning. *The Elementary School Journal*, 285-297.
- National Research Council. (2001). Adding it up: Helping children learn mathematics. J. Kilpatrick, J. Swafford, & B. Findell (Eds.). Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, DC: National Academy Press.
- NCTM(2014) ◦ Standards for Pre-K-12 Mathematics. 2014/12/25. Retrieved from <http://www.google>.
- Nijhof, W., & Kommers, P. (1985). An analysis of cooperation in relation to cognitive controversy. In *Learning to cooperate, cooperating to learn* (pp. 125-145). Springer US.
- Orhun, N. (2007). An investigation into the mathematics achievement and attitude towards mathematics with respect to learning style according to gender. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 38(3), 321-333.
- Orhun, N. (2012). The relationship between learning styles and achievement in calculus course for engineering students. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 47, 638-642.
- OECD. (2010). *PISA 2012 Mathematics Framework*. OECD, Parise. Retrieved from <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/46961598.pdf>
- Oskay, O. O., Erdem, E., Akkoyunlu, B., & Yilmaz, A. (2010). Prospective chemistry teachers' learning styles and learning preferences. *Procedia-Social and Behavioral*

Sciences, 2(2), 1362-1367 .

- Piaget, J. (1969). *The mechanisms of perception*. New York, NY: Basic Books.
- Piaget, J. (1970). Piaget's theory. *Carmichael's of Child Psychology*. Wiley, New York.
- Parker, R. E. (1985). Small-Group Cooperative Learning--Improving Academic, Social Gains in the Classroom. *Nassp Bulletin*, 69(479), 48-57.
- Pines, A. L. & West, L. H. T.(1986). Conceptual understanding and science learning : An interpretation of research within a sources of knowledge framework. *Science Education*, 70(5), 583-604.
- Pithers, R. T., & Mason, M. (1992). Learning style preferences: Vocational students and teachers. *The Australian Educational Researcher*, 19(2), 61-71.
- Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 10, 163-172.
- Ramsey, P. (2004). *Teaching and learning in a diverse world: Multicultural education for young children*. NY: Teachers College Press.
- Resnick, L. B., Nesher, P., Leonard, F., Magone, M., Omanson, S., & Peled, I.(1989). Conceptual bases of arithmetic errors : The case of decimal fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(1), 8-27.
- Slavin, R. E. (1985). An introduction to cooperative learning research. In *Learning to cooperate, cooperating to learn* (pp. 5-15). Springer US.
- Slavin, R. E. (1990). *Cooperative learning: Theory, research, and practice*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall,.
- Stevens, R. J., & Slavin, R. E. (1995). The cooperative elementary school: Effects on students' achievement, attitudes, and social relations. *American educational research journal*, 32(2), 321-351.
- Slavin, R. E. (1999) .Comprehensive approaches to cooperative learning. *Theory into practice*, 38(2), 74-79.
- Sharp, J. (1999). *Learning styles and technical communications: Improving communications and teamwork skills*. Retrieved November 16, 2005, from <http://vuse.vanderbilt.edu/~sharpje>.
- Sleeter, C.E., & Grant, C.A. (1999). *Making Choice for Multicultural Education : Five Approach to Race, Class and Gender*. Columbus, OH : Merrill.
- Smith, L. H., & Renzulli, J. S. (1984). Learning style preferences: A practical

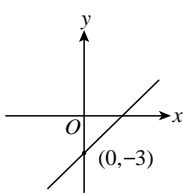
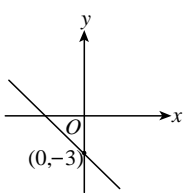
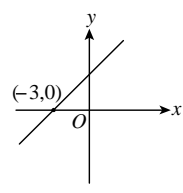
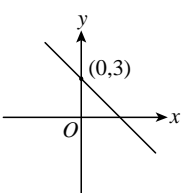
- approach for classroom teachers. *Theory into Practice*, 23(1), 44-50.
- Sharan, S. & Shachar, H. (1988). *Language and Learning in the Cooperative Classroom*. New York: Springer-Verlag.
- Titus, T. G., Bergandi, T. A., & Shryock, M. (1990). Adolescent learning styles. *Journal of Research & Development in Education*.
- Triantafillou, E. , Pomportsis, A., & Demetriadis, S. (2003). The design and the formative evaluation of an adaptive educational system based on cognitive styles. *Computers & Education*, 41(1), 87-103.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Webb, N. M. (1985). Student interaction and learning in small groups. In *Learning to cooperate, cooperating to learn* (pp. 147-172). Springer US.
- Wood, D., Bruner, J. S., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of child psychology and psychiatry*, 17(2), 89-100. Notes . New York, NY: Basic Books (Original work published 1762).
- Wood, K. D., Algozzine, B., & Avett, S. (1993). Promoting cooperative learning experiences for students with reading, writing, and learning disabilities. *Reading & Writing Quarterly: Overcoming Learning Difficulties*, 9(4), 269-376.
- Williams, B., Brown, T., & Etherington, J. (2013). Learning style preferences of undergraduate pharmacy students. *Currents in Pharmacy Teaching and Learning*, 5(2), 110-119.

附錄一 104 學年度第一學期第一次月考數學科職業類科試題

(數學學習成效前測)

範圍：第一冊 1-1~2-1

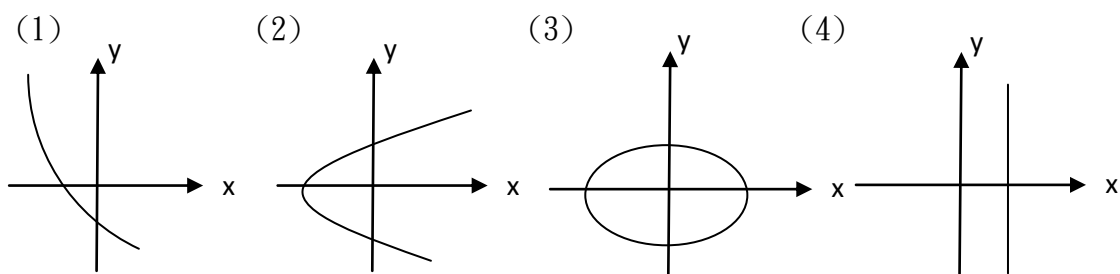
第一大題：單選題(每題 4 分)

1. () 若點 $P(ab, a-b)$ 在第二象限，則點 $Q(a, b^3)$ 在第幾象限？
 (1) 第一象限 (2) 第二象限 (3) 第三象限 (4) 第四象限。
2. () 若 $a > 0$ ，下列圖形何者可為函數 $f(x) = ax - 3$ 的圖形？
 (1)  (2)  (3)  (4) 
3. () 直線 L 過 $A(a-2, 2)$ ， $B(3, 2-a)$ 兩點的斜率為 $\frac{-3}{2}$ ，試求 $a = ?$
 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4。
4. () 設 $A(-1, 3)$ 、 $B(1, 7)$ ，若直線 $x+ay+b=0$ 為 \overline{AB} 的垂直平分線，則 $a+b = ?$ (1) -8 (2) 8 (3) -18 (4) 18。
5. () 若 $ABCD$ 為平行四邊形，已知 $A(-2, 3)$ ， $B(3, 2)$ ， $C(-1, -2)$ ， $D(x, y)$ ，則 $x+y = ?$ (1) -7 (2) 7 (3) -1 (4) 1。
6. () 820° 的最小正同界角為 ___ 度 (1) 0 (2) 20 (3) 100 (4) 120。
7. () $135^\circ =$ _____ 徑 (1) $\frac{\pi}{4}$ (2) $\frac{3\pi}{4}$ (3) $\frac{5\pi}{4}$ (4) $\frac{7\pi}{4}$ 。
8. () 3 弧度是第幾象限角？
 (1) 第一象限 (2) 第二象限 (3) 第三象限 (4) 第四象限。
9. () 半徑為 8 的扇形區域，其面積為 16π ，則此扇形之弧長為？
 (1) 2π (2) 4π (3) $\frac{3\pi}{2}$ (4) $\frac{\pi}{2}$ 。
10. () 下列哪一直線與 $4x-2y+5=0$ 平行？ (1) $4x+2y-5=0$ (2) $3x-6y+8=0$
 (3) $2x+4y-5=0$ (4) $6x-3y+8=0$ 。
11. () 設 $f(x) = \begin{cases} 3x+2, & 0 \leq x < 3 \\ x^2+4, & 3 \leq x \leq 7 \end{cases}$ ，求 $f(0)+f(5) = ?$
 (1) 19 (2) 21 (3) 31 (4) 33。

12. () 有關 $y=f(x)=x^2+2x-3$ 圖形的敘述下列哪一個不正確?

- (1) 圖形為開口方向向上的拋物線 (2) 對稱軸方程式為 $x=-1$
(3) 與 y 軸交點 $(0, -3)$ (4) 與 x 軸交一點。

13. () 下列各圖形中，何者是 x 的函數圖形?



14. () 函數 $y=x^2+bx+c$ 的頂點坐標為 $(2, 1)$ ，則 $2b+c=?$

- (1) -1 (2) -3 (3) -5 (4) -6 。

15. () 設 $A(3, 5)$ ， $B(5, -1)$ ， $C(-1, -1)$ 為 $\triangle ABC$ 之三頂點，一直線 L 過 A 點

且將 $\triangle ABC$ 平分為等面積的兩個部分，則求 L 的方程式為?

- (1) $6x+y+13=0$ (2) $6x+y-13=0$ (3) $6x-y-13=0$ (4) $6x-y+13=0$ 。

第二大題: 填充題(每題 4 分)

- 在坐標平面上，一點 $(-5, 2x+8)$ 在 x 軸上，求 $x=$ _____。
- 一圓直徑兩端點為 $A(5, -3)$ ， $B(1, -1)$ ，則半徑長為_____。
- 已知 $\overline{AB}=7$ ， $A(x-4)$ ， $B(3)$ ，則 $x=$ _____。
- 設 $A(-1, 5)$ ， $B(4, -2)$ ， $C(x, y)$ 為平面上共線三點， C 介於 A 、 B 兩點之間，若 $3\overline{AB} = 4\overline{BC}$ ，求 C 點坐標_____。
- 設 $A(x, y)$ ， $B(2, -4)$ ， $C(3, 8)$ 為 $\triangle ABC$ 之三頂點。且其重心坐標為 $G(2, 3)$ ，求數對 $(x, y)=$ _____。
- 直線 L 之 x 截距為 6， y 截距為 3，求 L 直線方程式_____。
- $A(-2, 1)$ ， $B(-2, 4)$ 為坐標平面上兩點，則過 A ， B 兩點的直方程式_____。
- 已知 $\triangle ABC$ 中，頂點 $A(-2, 1)$ ，頂點 B 和頂點 C 位於直線 $4x-3y=12$ 上，試求 \overline{BC} 邊上的高長度為_____。
- 某次測驗分數不理想，班上同學最高分為 68 分，最低分為 14 分，老師決定以一函數 $y=f(x)=ax+b$ 來調整分數，使得最高分數變成 91 分，最低分數變為

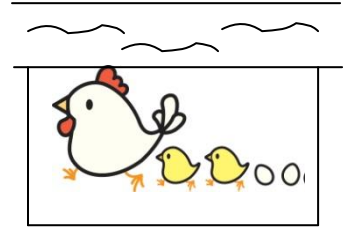
64 分，若冬冬原本考 40 分，那麼調整之後的分數是_____分？

10. 試求函數 $f(x)=-x^2+3x-1$ 在 $0 \leq x \leq 4$ 之極大值為 a ，極小值為 b ，求數對

$(a, b)=$ _____。

第三大題:計算題(4 分)

右圖中，阿偉想用 100 公尺的籬笆在河邊出一個矩形的雞舍，若靠河邊的一段不圍，試求雞舍可圍出的最大面積為？此時雞舍的寬為？



附錄二 104 學年度第一學期學業競試數學科職業類科試題

(數學學習成效前測)

測驗範圍:2-1~2-2

第一大題: 單選題 (5 分)

1. () $\sin 750^\circ + \tan 1500^\circ =$ (A) $\frac{-\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}}$ (B) $\frac{1}{2} + \sqrt{3}$ (C) $\frac{1}{2} - \sqrt{3}$
 (D) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3}$ 。
2. () 若 $\sin \theta = \frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$, 則下列各式何者為真?
 (A) $\cos \theta = \frac{3}{5}$ (B) $\csc \theta = \frac{5}{3}$ (C) $\sec \theta = \frac{5}{4}$ (D) $\tan \theta = -\frac{4}{3}$ 。
3. () 下列何者與 30° 互為同界角? (A) 150° (B) 330°
 (C) -330° (D) -4290° 。
4. () 試求 $\cot \frac{15\pi}{4} \tan(\frac{-5\pi}{4}) + \sin(\frac{-5\pi}{3}) \cos \frac{7\pi}{6} =$
 (A) $-\frac{7}{4}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{7}{4}$ (D) $\frac{3}{2}$ 。
5. () 下何者錯誤? (A) $\sin(-\theta) = \sin(\pi + \theta)$ (B) $\tan(-\theta) = -\tan \theta$
 (C) $\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta) = \cos \theta$ (D) $\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = \cos \theta$ 。
6. () 對 π° 的敘述哪一個正確? (A) 約 3.14° (B) 等於 180°
 (C) 是象限角 (D) 是第二象限角。
7. () 化 420° 為弧度制 (A) $\frac{7\pi}{6}$ (B) $\frac{5\pi}{3}$ (C) $\frac{11\pi}{6}$ (D) $\frac{7\pi}{3}$ 。
8. () 已知標準位置角 $\theta = 40$ 弧度, 則 θ 為第幾象限角?
 (A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四。
9. () 一扇形之弧長為 π 公分, 其所對圓心角為 45° , 則該扇形面積為 (A) 2π
 (B) 4π (C) 6π (D) 8π 平方公分。
10. () 設點 $(\tan \theta, \cos \theta)$ 在第三象限, 則角度 θ 為第幾象限角?
 (A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四。

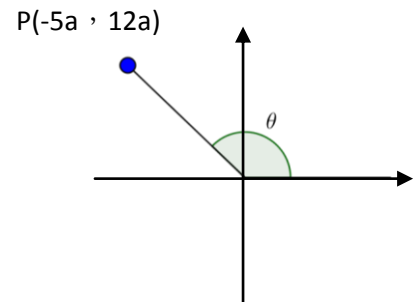
第二大題: 填充題 (5 分)

1. 求 $\frac{25\pi}{4}$ 的最小正同界角為_____。

2. $\tan 45^\circ + \sqrt{3} \tan 30^\circ - \sin^2 60^\circ =$ _____。

3. 設 θ 為銳角，若 $\tan \theta = \sqrt{3}$ ，試求 $4\sin \theta - 2\cos \theta =$ _____。

4. 如右圖點 $P(-5a, 12a)$ 為 θ 終邊上的一點，其中 $a > 0$ ，
求 $5 \tan \theta + 12 \cot \theta =$ _____。



5. 求 $\sin 90^\circ + 2\cos 0^\circ + \csc 270^\circ =$ _____。

6. $\frac{\sin(-\theta)}{\sin(180^\circ + \theta)} - \frac{\tan(90^\circ + \theta)}{\cot \theta} =$ _____。

7. $\tan \frac{5\pi}{4} + \cos 150^\circ + \csc 330^\circ =$ _____。

8. 設 $\sin \theta < 0$ ，且 $\cos \theta = \frac{1}{2}$ ，求 $\sin \theta + \tan \theta =$ _____。

9. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\sec A = \frac{6}{5}$ ，其中 $\overline{AC} = 10$ ，則

(1) $\sin B =$ _____。 (2) $\overline{BC} =$ _____。

第三大題：計算證明題 5 分(寫出詳細過程)

下圖黑色粗線條是一條 F1 賽車的跑道，它緊緊包圍住三個兩兩相切，半徑為 2cm 的圓，你可以算出這條跑道的總長度？

附錄三 104 學年度第二學期第一次期中考數學科職業類科試題

(數學學習成效後測)

測驗範圍:上冊 4-1、4-3、4-4~下冊 1-1、1-2

第一部分:單選題 (4 分)

1. () 化簡 $\log_3 27 - \log_4 \sqrt{2} =$ (A) 1 (B) 1 (C) 2 (D) 3。
2. () $\log_{16} \frac{1}{2} = M$, $\log_9 N = 0.5$, $4M + N = ?$ (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3。
3. () $y = \frac{\log 5}{\log 2}$, $4^y =$ (A) 5 (B) 8 (C) $4^{\log 3}$ (D) 25。
4. () $f(x) = \log_a x$, $a > 0$, 下列何者為真? (A) 圖形恆過點(1, 0)
(B) 圖形為增函數 (C) 任意實數 x_1, x_2 必滿足 $f(x_1 + x_2) = f(x_1) \times f(x_2)$
(D) $f(0) = 0$ 。
5. () $\log a = -1.0282$ 的首數為(A)-2 (B)-1 (C)0 (D)1。
6. () 已知 $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, 求 $\log 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6$ 的值與下列何者最接近? (A) 2 (B)3 (C)4 (D)5。
7. () 判斷下列何者有意義?
(A) $\log_{0.1} 5$ (B) $\log_1 10$ (C) $\log_{-3} 9$ (D) $\log_2(-8)$ 。
8. () 數列 $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2}, \frac{3}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{4}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \dots$, 依此規則, $\frac{1}{6}$ 為第幾項?
(A)-2 (B)-1 (C)0 (D)1。
9. () 設一等差數列第三項為-4, 第 20 項為 30, 試求第 11 項為
(A) 4(B)3 (C)5 (D)2。
10. () 求 100 到 500 之間的正整數中, 可被 3 整除的數的和為
(A)10500 (B)39900 (C)105050 (D) 2090。
11. () 等差數列的公差為 3, 前 11 項之和為 209, 試求首項為
(A)1 (B)2 (C) 4(D) 8。
12. () 一有限等比級數的末項為 1296, 公比為 6, 和為 1555, 試求首項為?
(A)1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) -2 (D) $\frac{3}{4}$ 。
13. () 某巨蛋球場 B 區共有 25 排座位, 此區每一排都比前一排多 2 個座位, 小花坐在正中間那一排(第 13 排), 發現此排共有 60 個座位, 則此球場 B 區共有幾個座位? (A)1000 (B) 1500 (C)1800 (D)2000 (E)3000。
14. () $\sum_{k=2}^{99} (2k+1)^2$ 的展開式為:
(A) $1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + \dots + 197^2 + 199^2$ (B) $3^2 + 5^2 + 7^2 + \dots + 197^2 + 199^2$
(C) $5^2 + 7^2 + 9^2 + \dots + 199^2 + 201^2$ (D) $5^2 + 7^2 + 9^2 + \dots + 197^2 + 199^2$

15. () 數列 $\langle a_n \rangle$, $\langle b_n \rangle$ 均成等差, 下列哪一個新數列不為等差數列?
 (A) $\langle a_n + 10 \rangle$ (B) $\langle 3a_n \rangle$ (C) $\langle (a_n)^2 \rangle$ (D) $\langle a_n + b_n \rangle$.

第二大題: 填充題 (4 分)

1. 設 $\log_2 3 = a, \log_3 7 = b$, 試以 a, b 表示 $\log_{63} 84 =$ _____ .
2. 已知 $\log 2.34 = 0.3692$, 則 $\log 23400 =$ _____ .
3. 把 $(\frac{6}{7})^{40}$ 表成小數時, 小數點後第幾位才出現不為 0 的數字? _____
4. 試比較 $\log_{\frac{1}{5}} \frac{7}{5}, \log_{\frac{1}{5}} 2, \log_{\frac{1}{5}} \sqrt{5}$ 的大小 _____
5. 求 $2\log_5 2 - \log_5 10 - \log_5 50 =$ _____ .
6. 方程式 $\log_3(x^2 - 5x - 9) = 1 + \log_3 x$ 所得的根, 其和等於 _____ .
7. 等比級數共有 10 項, 第 9 項為 $\frac{1}{4}$, 第 10 項為 $\frac{1}{8}$, 則此 10 項的總和為 _____ .
8. 設 $\sum_{n=1}^{10} a_n = 7, \sum_{n=1}^{10} b_n = 4$, 試求 $\sum_{n=1}^{10} (2a_n - 3b_n + 4) =$ _____ .
9. 若 $2x+1$ 為 $x+7$ 與 $13-3x$ 的等差中項, 試求 x 值 = _____ .
10. 設一等差級數, 首 n 項和為 $S_n = 3n^2 - 2n$, 試求 $a_{25} =$ _____ .
11. 所謂的負利率是指的是在某些經濟況下, 存款利率(常指一年期定期存款的利率)小於同期通膨率。這時居民的銀行存款隨著時間的推移, 購買力逐漸降低, 看起來就好像在「縮水」一樣, 故稱為負利率。在此情形下小祥在今年買了年利率 2.5% 的複利率保單一百萬, 則 5 年後本利和為何?

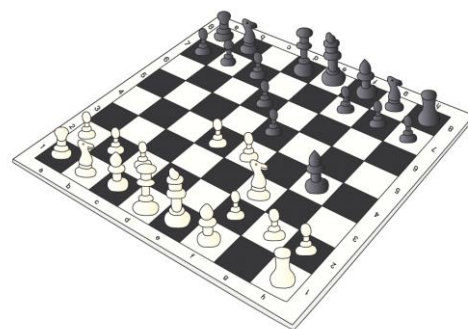
台灣 進入負利率時代			
指標	1年定存利率	通膨率	實質利率
2002	2.19	-0.20	2.39
2003	1.46	-0.28	1.74
2004	1.43	1.61	-0.18
2005	1.77	2.31	-0.54
2006	2.10	0.60	1.50
2007	2.43	1.80	0.63
2008	2.51	3.53	-1.02
2009	0.82	-0.87	1.69
2010	1.00	0.96	0.04
2011	1.29	1.42	-0.13
2012	1.36	1.47	-0.11

資料來源：中央銀行、行政院主計處 單位：%

第三大題: 計算題 (4 分)

印度有一則古老傳說：舍罕王要重賞一位有功的大臣達依爾(國際象棋發明人)，達依爾提出要求：“陛下，請您在這張棋盤的第 1 小格賞我一粒米，在第 2 格賞我 2 粒米，第 3 格賞 4 粒，依此類推，在每小格所賞的米都比前 1 小格多一倍，這樣把棋盤所有 64 格的米都賞我吧！”國王認為要求不高，就一口答應了，

- (1) 請你算一下總共有多少粒米？
- (2) 這個數是幾位數？



附錄四 高職生學習風格量表「專家效度」

親愛的同學，您好：

這是一份學術的問卷，問卷目的是在了解高職生學習風格與數學學習成效的關係。問卷上各題項答案沒有對或錯，不會影響學業成績，下列有 48 個問題，請耐心的仔細閱讀每一個字，依自己的真實情況回答，作答時間沒有限制，您的認真填答對本研究會有莫大助益，衷心希望得到您的幫助。所得的資料純粹只做為學術研究之用，研究單位會負保密之責，敬請安心作答。特別注意：

- 一、每一個人的學習情況都不一樣，這些題目只是調查你(妳)的學習情況，答案和別人比較是沒有意義。
 - 二、本問卷沒有標準答案，您的第一個反應即是最佳的答案，請務必仔細填寫不要遺漏任何一個題目，以免影響測驗的準確性。
- 謝謝您的合作，敬祝 學業順利！

東海大學教育研究所
指導教授：李信良 博士
研究生：洪怡伶 敬上

第一部份：個人基本資料

1. 班級_____
- 修正意見：_____
2. 姓名_____
- 修正意見：_____
3. 座號_____
- 修正意見：_____

第二部份：學習風格量表

填答說明：每一個題目都會有一段敘述，請依您個人對敘述句符合自我情況的程度，在右邊所對應適當位置的□中打「√」。每一題只勾選一個答案，請一定要回答每一個題目，不要有遺漏，謝謝合作！

學習風格是指學生在變動的環境中，在從事學習過程中經由知覺、記憶、思惟等心理歷程，表現在外顯行為上帶有個別差異的學習偏好。本研究採 Kolb 的學習風格理論所分類之學習風格模式，學習過程中經驗取得的偏好向度，分為具體經驗(Concrete Experiential)與抽象概念(Abstract Conception)，學習過程中經驗轉換方式向度，分為省思觀察(Reflective Observation)與主動驗證，再由此四個向度構結成四類學習型態，即發散型(diverger)、調適型(accommodator)、收斂型(converger)及同化型(assimilator)。

1.具體經驗:完全以感覺來學習(learning by feeling)，從特殊的經驗學習而非理論與通則，解決問題時憑直覺而非系統性用科學方法，將經驗關聯到人，擅長與人相處且對人感受強烈。

2.抽象概念:將觀察到的整合為概念、觀念和邏輯理論，以思考來學習(learning by thinking)，關注通則理論而非對特例的直覺，解決問題時利用科學的方法而非用直覺，擅長系統性的規劃、操作抽象符號和分析。

完太還大完
全多算多全
符符符不不
合合合符符
合合

1. 當我在學習的時候，我喜歡對學習內容加入自己的感受-----
修正意見:_____
2. 我學得最好的時後，是當我相信我的直覺與感受的時後-----
修正意見:_____
3. 當我在學習時，我有很強烈的感覺及反應-----
修正意見:_____
4. 我的學習是利用感覺-----
修正意見:_____
5. 當我學習的時後，我可以接受新的經驗-----
修正意見:_____
6. 當我學習時，我是個直覺型的人-----
修正意見:_____
7. 我學的最好的時候，是從同學間的討論-----
修正意見:_____
8. 當我學習時，我覺得整個人都投入在學習中-----
修正意見:_____
9. 我學得最好的時後，是我依賴自己的感覺時-----
修正意見:_____
10. 當我在學習時，我是容易相信所學知識的人-----
修正意見:_____
11. 當我在學習時，我是個非常投入的學習者-----
修正意見:_____
12. 我學的最好的時候，是在我接受他人看法、開放心胸時-----
修正意見:_____
13. 當我在學習的時後，我喜歡針觀念進行思考-----
修正意見:_____
14. 我學得最好的時後，是當我依賴邏輯思考時-----
修正意見:_____

完太還大完
 全多算多全
 符符符不不
 合合合符符
 合合

15. 當我在學習時，我會試著將事情想通-----
 修正意見:_____
16. 我的學習是利用思考-----
 修正意見:_____
17. 當我在學習時，我喜歡分析事情，並將它分解成更小的問題----
 修正意見:_____
18. 當我在學習時，我是個邏輯型的人-----
 修正意見:_____
19. 我學的最好的時後，是從理論-----
 修正意見:_____
20. 當我在學習時，我喜歡觀念與理論-----
 修正意見:_____
21. 我覺得最好的時後，是我依賴自己的觀念時-----
 修正意見:_____
22. 當我在學習時，我是一個理智的人-----
 修正意見:_____
23. 當我在學習時，我喜歡評估事物-----
 修正意見:_____
24. 我學的最好的時候，是當我是分析想法時-----
 修正意見:_____

3.省思觀察:喜歡從不同的角度省思和觀察所獲得的經驗，以看及聽來學習(learning by watching and listening)，會仔細的觀察尋求事情的意義，強調理解而非運用、思考而非行動，關心定理和事情是怎麼發生而非造成的結果，能憑直覺知道概念或情境的意涵，形成解見是依賴自己的想法和感覺。

4.主動驗證:以實作來學習(learning by doing)，強調實際運用而非思考理解、關注務實的功效而非定理，勇於探索並利用形成的理論去解決問題，擅於用具體的方法完成任務。

完太還大完
 全多算多全
 符符符不不
 合合合符符
 合合

25. 當我在學習的時後，我喜歡觀察與聆聽-----
 修正意見:_____
26. 我學得最好的時後，是當我仔細聆聽與觀察時-----
 修正意見:_____
27. 當我在學習時，我是安靜、謹慎的-----
 修正意見:_____
28. 我的學習是利用觀察-----
 修正意見:_____
29. 當我在學習時，我會從各個層面來思考問題-----
 修正意見:_____
30. 當我在學習時，我是個觀察型的人-----
 修正意見:_____
31. 我學的最好的時後，是從觀察-----
 修正意見:_____
32. 當我在學習時，我會在行動前盡量去準備妥當-----
 修正意見:_____
33. 我學得最好的時後，是我依賴自己的觀察力時-----
 修正意見:_____
34. 當我在學習時，我是一個審慎的人-----
 修正意見:_____
35. 當我在學習時，我喜歡觀察-----
 修正意見:_____
36. 我學的最好的時候，是當我非常小心時-----
 修正意見:_____
37. 當我在學習的時後，我喜歡實際動手操作-----
 修正意見:_____
38. 我學得最好的時後，是當我努力完成實作時-----
 修正意見:_____
39. 當我在學習時，所有實作都是我負責的-----
 修正意見:_____
40. 我的學習是利用實作-----
 修正意見:_____
41. 當我在學習時，我喜歡試著實際親自動手做-----
 修正意見:_____
42. 當我在學習時，我是個行動型的人-----
 修正意見:_____
43. 我學的最好的時後，是從試作與練習-----
 修正意見:_____

完太還大完
全多算多全
符符符不不
合合合符符
合合

44. 當我在學習時，我喜歡看到自己實習的成果-----
修正意見:_____
45. 我覺得最好的時後，是自己試著做一些事情時-----
修正意見:_____
46. 當我在學習時，我是一個負責任的人-----
修正意見:_____
47. 當我在學習時，我喜歡積極參與-----
修正意見:_____
48. 我學的最好的時候，是當我實際動手做時-----
修正意見:_____

本卷填答至此全部結束，請您再次檢查是否有漏答的題目

感謝您的合作！

附錄五 高職生學習風格預試量表

親愛的同學，您好：

這是一份學術的問卷，問卷目的是在了解高職生學習風格與數學學習成效的關係。問卷上各題項答案沒有對或錯，不會影響學業成績，下列有 48 個問題，請耐心的仔細閱讀每一個字，依自己的真實情況回答，作答時間沒有限制，您的認真填答對本研究會有莫大助益，衷心希望得到您的幫助。所得的資料純粹只做為學術研究之用，研究單位會負保密之責，敬請安心作答。特別注意：

- 三、每一個人的學習情況都不一樣，這些題目只是調查你(妳)的學習情況，答案和別人比較是沒有意義。
- 四、本問卷沒有標準答案，您的第一個反應即是最佳的答案，請務必仔細填寫不要遺漏任何一個題目，以免影響測驗的準確性。
- 謝謝您的合作，敬祝 學業順利！

東海大學教育研究所
指導教授：李信良 博士
研究生：洪怡伶 敬上

第一部份：個人基本資料

1. 班級_____ 座號_____
2. 此次月考成績表現 60 分以下 60 分~80 分之間 80 分以上
3. 性別 男 女
4. 補習 有 沒有

第二部份：學習風格量表

填答說明：每一個題目都會有一段敘述，請依您個人對敘述句符合自我情況的程度，在右邊所對應適當位置的□中打「√」。每一題只勾選一個答案，請一定要回答每一個題目，不要有遺漏，謝謝合作！

完部沒有完
全份意點全
符符見不不
合合 符符
合合

1. 當我學習時，我喜歡對學習內容加入自己的感受-----□□□□□
2. 當我相信我的直覺與感受時，是我學得最好的時候-----□□□□□
3. 當我學習時，是對學習內容有很強烈的感覺與反應-----□□□□□
4. 我通常是利用感覺來學習-----□□□□□
5. 我可以接受新的經驗並了解當下的課程內容-----□□□□□
6. 當我在學習時，我覺得我是個直覺型的人-----□□□□□

完部沒有完
全份意點全
符符見不不
合合 符符
合合

7. 與同學間的討論，是我學得最好的時候-----
8. 在學習時，我覺得整個人都投入在學習中-----
9. 我對課程內容有感覺時，是我學得最好的時候-----
10. 學習時，我覺得我是個容易相信所學知識的人-----
11. 當我學習時，我覺得我是個非常投入的學習者-----
12. 我了解他人看法、接受不同觀點時是我學得最好的時候-----
13. 當我學習的時候，我喜歡針對所學的觀念進行思考-----
14. 當我依賴邏輯思考方式學習時，是我學得最好的時後-----
15. 當我學習時，我會試著將所學的事情想通-----
16. 我的學習主要方式是利用思考所得-----
17. 面對學習功課時，我喜歡分析事情，並將它分解成更小的問題-----
18. 當我學習時，我覺得我是個邏輯型的人-----
19. 從理論的掌握與了解，是我學得最好的時候-----
20. 當我學習時，我喜歡了解觀念與理論間的關係-----
21. 我依賴自己所整理出來的觀念時，是我學得最好的時候-----
22. 當我學習時，我覺得我是一個理性思考的人-----
23. 當我學習時，我喜歡評估事物-----
24. 當我能對於學習課程分析想法時，是我學的最好的時候-----
25. 當我學習時，我喜歡觀察與聆聽-----
26. 當我仔細聆聽與觀察時，是我學得最好的時候-----
27. 當我學習時，我是用冷靜、謹慎的-----
28. 我大部份的學習，是利用觀察所得-----
29. 當我學習時，我會從各層面來思考問題-----
30. 當我學習時，我覺得我是個觀察型的人-----
31. 當我觀察尋求事情的意義，是我學的最好的時後-----
32. 當我學習時，我會在行動前能準備妥當或預習所要學的內容-----

完部沒有完
全份意點全
符符見不不
合合 符符
合合

33. 當我依賴自己的觀察力時，是我學得最好的時候-----
34. 當我學習時，我覺得我是一個細心審慎的人-----
35. 當我學習時，我喜歡觀察-----
36. 當我非常小心仔細時，是我學的最好的時候-----
37. 當我學習的時候，我喜歡實際動手操作-----
38. 當我努力完成實作時，是我學得最好的時候-----
39. 只要班上有實作的功課時，都是由我負責完成-----
40. 我的學習的主要方式是利用動手操作-----
41. 當我學習時，我喜歡試著親自動手做-----
42. 當我學習時，我覺得我是個行動型的人-----
43. 從試驗與練習中學習，是我學的最好的時候-----
44. 當我學習時，我喜歡看到自己實際的作品-----
45. 自己試著動手解題時，是我學得最好的時後-----
46. 當我學習時，我覺得我是一個負責任的人-----
47. 當我學習時，我喜歡積極參與-----
48. 當我實際動手做時，是我學的最好的時候-----

本卷填答至此全部結束，請您再次檢查是否有漏答的題目

感謝您的合作！

附錄六 高職生學習風格正式量表

親愛的同學，您好：

這是一份學術的問卷，問卷目的是在了解高職生學習風格與數學學習成效的關係。問卷上各題項答案沒有對或錯，不會影響學業成績，下列有 32 個問題，請耐心的仔細閱讀每一個字，依自己的真實情況回答，作答時間沒有限制，您的認真填答對本研究會有莫大助益，衷心希望得到您的幫助。所得的資料純粹只做為學術研究之用，研究單位會負保密之責，敬請安心作答。

特別注意：

- 一、每一個人的學習情況都不一樣，這些題目只是調查你(妳)的學習情況，答案和別人比較是沒有意義。
- 二、本問卷沒有標準答案，您的第一個反應即是最佳的答案，請務必仔細填寫不要遺漏任何一個題目，以免影響測驗的準確性。

謝謝您的合作，敬祝 學業順利！

東海大學教育研究所
指導教授：李信良 博士
研究生：洪怡伶 敬上

第一部份：個人基本資料

1. 班級_____ 座號_____
2. 此次月考成績表現 60 分以下 60 分~80 分之間 80 分以上
3. 性別 男 女
4. 補習 有 沒有

第二部份：學習風格量表

填答說明：每一個題目都會有一段敘述，請依您個人對敘述句符合自我情況的程度，在右邊所對應適當位置的□中打「√」。每一題只勾選一個答案，請一定要回答每一個題目，不要有遺漏，謝謝合作！

完部沒有完
全份意點全
符符見不不
合合 符符
合合

1. 當我相信我的直覺與感受時，是我學得最好的時候-----□□□□□
2. 我可以接受新的經驗並了解當下的課程內容-----□□□□□
3. 在學習時，我覺得整個人都投入在學習中-----□□□□□
4. 學習時，我覺得我是個容易相信所學知識的人-----□□□□□
5. 當我學習時，我覺得我是個非常投入的學習者-----□□□□□
6. 我了解他人看法、接受不同觀點時是我學得最好的時候-----□□□□□
7. 當我學習時，我會試著將所學的事情想通-----□□□□□

完部沒有完
全份意點全
符符見不不
合合 符符
合合

8. 面對學習功課時，我喜歡分析事情，並將它分解成更小的問題--
9. 當我學習時，我覺得我是個邏輯型的人-----
10. 從理論的掌握與了解，是我學得最好的時候-----
11. 當我學習時，我喜歡了解觀念與理論間的關係-----
12. 我依賴自己所整理出來的觀念時，是我學得最好的時候-----
13. 當我學習時，我覺得我是一個理性思考的人-----
14. 當我學習時，我喜歡評估事物-----
15. 當我學習時，我喜歡觀察與聆聽-----
16. 當我仔細聆聽與觀察時，是我學得最好的時候-----
17. 當我學習時，我是用冷靜、謹慎的-----
18. 我大部份的學習，是利用觀察所得-----
19. 當我學習時，我覺得我是個觀察型的人-----
20. 當我觀察尋求事情的意義，是我學的最好的時後-----
21. 當我依賴自己的觀察力時，是我學得最好的時候-----
22. 當我學習時，我覺得我是一個細心審慎的人-----
23. 當我學習時，我喜歡觀察-----
24. 當我學習的時候，我喜歡實際動手操作-----
25. 當我努力完成實作時，是我學得最好的時候-----
26. 只要班上有實作的功課時，都是由我負責完成-----
27. 我的學習的主要方式是利用動手操作-----
28. 當我學習時，我喜歡試著親自動手做-----
29. 當我學習時，我覺得我是個行動型的人-----
30. 當我學習時，我喜歡看到自己實際的作品-----
31. 自己試著動手解決時，是我學得最好的時後-----
32. 當我實際動手做時，是我學的最好的時候-----

本卷填答至此全部結束，請您再次檢查是否有漏答的題目

感謝您的合作！

附錄七 合作學習「小考測驗得分單」

班級：_____ 隊名 _____ 日期：_____

姓名								總分	平均
項目									
測驗分數								/	/
標準分數									
進步分數									
註	進步分數換算規則 退步 10 分以上 → 0 分 退步 0-9 分 → 10 分 進步 1-9 分 → 20 分 進步 10 分以上 → 30 分 表現優異 → 30 分								

合作學習「小考測驗得分單」

班級：一丙 隊名：成雙成隊 日期：104/12/15

姓名	18	14	9	36	5	19		總分	平均
項目									
測驗分數	90	70	70	60	70	90		/	/
標準分數	93	92	70	66	81	71			
進步分數	30	0	10	10	0	30		80	13.3
註	進步分數換算規則 退步 10 分以上 → 0 分 退步 0-9 分 → 10 分 進步 1-9 分 → 20 分 進步 10 分以上 → 30 分 表現優異 → 30 分								

班級：一丙 隊名：奇葩隊 日期：105/1/12

姓名	34	2	25	35	28	11	1	總分	平均
項目									
測驗分數	90	70	100	90	80	60	40	/	/
標準分數	93	86	88	95	71	66	24		
進步分數	30	0	30	30	20	10	0	120	20
註	進步分數換算規則 退步 10 分以上 → 0 分 退步 0-9 分 → 10 分 進步 1-9 分 → 20 分 進步 10 分以上 → 30 分 表現優異 → 30 分								

附錄八 合作學習「小組測驗得分單」

班級：_____ 隊名_____

分數 組員姓名	月 日	月 日	月 日	月 日	月 日	月 日	月 日	月 日
進步總分								
進步總平均								
上課表現								
總得分								
本次小組 排 名								
累計名次								
註	1. 總得分=進步總平均+上課表現 2. 每次個人有受到表揚者請用螢光紅筆在此人分數欄畫記 3. 每次小組有受到表揚者請用螢光黃筆在本次小組排名畫記。							

合作學習「小組測驗得分單」

班級：一丙 隊名：成雙成隊

分數 組員 姓名	12 月 15 日	12 月 22 日	12 月 29 日	1 月 11 日	1 月 18 日	月 日	月 日	月 日
18	0	30	0	30	30			
14	10	0	10	10	30			
9	0	10	30	0	30			
36	0	10	10	0	0			
5	0	0	0	0	20			
19	0	30	30	0	10			
進步總分	10	80	80	40	120			
進步總平均	1.7	13.3	13.3	6.7	20			
上課表現	+3	+4	+2	+8	+9			
總得分	4.7	17.3	15.3	14.7	29			
本次小組 排 名	4	2	2	1	2			
累計名次	4	3	3	2	2			
註	1. 總得分=進步總平均+上課表現 2. 每次個人有受到表揚者請用螢光紅筆在此人分數欄畫記 3. 每次小組有受到表揚者請用螢光黃筆在本次小組排名畫記。							

附錄九 合作學習任務分配表

角色	座位位置	任務	備註
大使	一號	責責收發資料： 1. 領取上課講義、作業單、答案單 2. 上課用品發放和收回	要記得物品和環境的為維持
秘書	二號	分數登記： 1. 每次小考分數登記、小組測驗分數登記 2. 協助組長	要協助組長
組長	三號	負責領導小組 1. 代表該組 2. 主持討論、帶領小組解決問題	是老師在小組的代理人，組員要與他配合，小組表現的優劣是老師評鑑組長的平時成績考量
風紀	四號	秩序維持 1. 控制小組討論音量 2. 上下課座椅排列速度	小組課堂的表現就靠你了
紀錄	五號	紀錄小組決議事項 1. 記錄小組角色分派記錄單 2. 紀錄小組討論時的決議	記錄來不急時可請其它人幫忙
觀察	六號	小組表現的裁判者 1. 填寫觀察表 2. 跟組長報告檢討討論情形	觀察表是為了小組內的公平，讓每位組員都為小組盡力，請據實登記
報告	七號	上台報告 1. 小組上台分享時第一報告者 2. 清楚傳遞訊息	上台務必清楚表達小組的想法，面子問題哦！

座位表

一號	二號
三號	四號
五號	六號
七號	

1. 除了組長不變外，其它的角色要輪流擔任，體會不同角色的重要性。
2. 座位要按照老師規定入座。

附錄十 合作學習「小組角色分派記錄單」

班級：_____ 隊名 _____

每節上課前要先分配好角色

組員 姓名								備 註
任 務								
月 日								
月 日								
月 日								
月 日								
月 日								
月 日								
月 日								
月 日								
月 日								
月 日								
月 日								
月 日								
月 日								
月 日								

合作學習「小組角色分派記錄單」

班級：一丙 隊名：成雙成隊

每節上課前要先分配好角色

組員 姓名 任務	18	14	9	36	5	19		備註
12月15日	組長	大使	風紀	秘書	紀錄	觀察		
12月22日	組長	大使	風紀	秘書	紀錄	觀察		
12月29日	組長	秘書	大使	風紀	觀察	紀錄		
1月11日	組長	秘書	大使	風紀	觀察	紀錄		
1月18日	組長	紀錄	觀察	大使	風紀	秘書		
月 日								
月 日								
月 日								
月 日								
月 日								
月 日								
月 日								
月 日								

PS: 沒有報告者由大使擔任

附錄十一 合作學習小組合作技巧「觀察表」

班級_____ 隊名_____ 日期_____

觀察員簽名_____ 組長簽名_____

姓名							
檢核項目	組長	大使	秘書	風紀	紀錄	報告	觀察
認真參與討論							
提供最多正確資訊							
主動幫助同學							
做好分派到的工作							
正面肯定讚美							
不懂時主動發問							
不聊天							
注意聽他人發言							
討論時音量適中							
認真寫學習單							
總得分							
小組合作問題							

合作學習小組合作技巧「觀察表」

班級：一丙 隊名：成雙成隊 日期 12月15日

觀察員簽名 _____ 組長簽名 _____

姓名	18	14	36	9	5	14	19
檢核項目	組長	大使	秘書	風紀	紀錄	報告	觀察
認真參與討論	√	√	√	√		√	√
提供最多正確資訊				√			
主動幫助同學	√	√	√		√		√
做好分派到的工作	√						
正面肯定讚美		√		√			
不懂時主動發問			√		√		
不聊天	√	√		√		√	
注意聽他人發言	√	√	√	√	√	√	√
討論時音量適中	√			√			√
認真寫學習單	√	√	√	√		√	√
總得分	7	6	5	7	3	4	5
小組合作問題	組長要注意正面去肯定同學的表現，在討論時要注意音量不要太高興忘我的情形。						

附錄十二 合作學習教師檢核表

單元名稱 _____ 時間 _____

教學活動		實施與否	說明
課前準備	訂定教學目標		
	訂合作目標		
	異質分組		
	安排環境		
	準備教材		
堂課上	宣達學習目標		
	解釋社會技巧		
	建構積極互賴小組		
	建構個人績效責任		
	建構團體間的合作		
	解釋成功標準		
	觀察學生行為		
	提供教材問題協助		
	介入教導合作技巧		
歷程	小組團體歷程		
	全班團體歷程		
表揚	個人表揚		
	小組表揚		
反思	檢討		
	觀課建議		

合作學習教師檢核表

單元名稱 等比數列 時間 106/3/1

教學活動		實施與否	說明
課前準備	訂定教學目標	√	
	訂合作目標	√	
	異質分組	√	
	安排環境	√	
	準備教材	√	
堂課上	宣達學習目標	√	
	解釋社會技巧	√	
	建構積極互賴小組	√	
	建構個人績效責任	√	
	建構團體間的合作	√	
	解釋成功標準	√	
	觀察學生行為	√	
	提供教材問題協助	√	
	介入教導合作技巧	√	
歷程	小組團體歷程	√	
	全班團體歷程	√	
表揚	個人表揚	√	
	小組表揚	√	
反思	檢討	√	
	觀課建議	√	

觀課建議：

1. 組與組間有討論和教學，學生間也會互動。
2. 問題的澄清讓兩組的學生去比較。
3. 學生上課是積極的很好。
4. 教學上有顧及落後的組別。
5. 在回答問題時可以不要一節課同一組都是同一個人。

附錄十三 STAD 教學法教學活動設計

單元名稱	3-2 向量的加減與數積	教材來源	信樺版第一冊	
適合年級	高職商科一年級			
教學時間	400 分鐘			
預備知識	1. 有向線段觀念。 2. 三角函數觀念。 3. 坐標表示法。			
學生分析	整體程度中等、學習意願良好。			
教學媒體	電腦×1、單槍投影機×1、powerpoint。			
教學方法	講述教學法、問答教學法、STAD 教學法、資訊融入教學。			
教學目標	1. 了解向量三角形加法。 2. 了解向量平行四邊形加法。 3. 了解向量的減法。 4. 了解向量係數積。 5. 了解向量加減法的基本性質。 6. 能運用向量加減法的坐標表示法。			
流程	時間	活動內容	準備材料	素養觀察
第一週				
全班授課	10 分 10 分 10 分	1. 引起動機 2. 活動一：你是航海高手？ 3. 活動二：向量的減法	PPT 學習單	D-1 C P
小組學習	15 分	1. 課本隨堂練習 2. 學習單 3. 自行訂定學習單問題	觀察表 提醒觀察員、教師組 間巡指導	D S A
全班授課	5 分	更正學生普遍性的錯誤		
全班授課	10 分 15 分	1. 引起動機：複習觀念向量加減法 2. 活動三：向量的係數積 3. 課本範例 4、5、6	學習單	D C P
小組學習	20 分	1. 課本隨堂練習 1~6 2. 習作 1-4	觀察表 提醒觀察	P S

		3. 自行訂定學習單問題	員、教師組 間巡指導	A
全班 授課	5 分	更正學生普遍性的錯誤		
第二週				
全班 授課	5 分 15 分	1. 引起動機: 複習觀念課本例 8 2. 活動四: 內分點公式 3. 課本範例 9、10	學習單	D C P
小組 學習	25 分	1. 課本隨堂練習 7~10 2. 習作 3-2 全 3. 自行訂定學習單問題	觀察表 提醒觀察 員、教師組 間巡指導	P S A
全班 授課	5 分	更正學生普遍性的錯誤		
個別 小考	30 分 10 分 5 分	1. 實施形成性評量 2. 交換改 3. 登錄分數於小考得分單, 並求出 小組平均, 求出小生排名。 4. 教師講解	小考測驗卷 小考得分單 小組總分表	
表揚 團體 歷程	5 分	1. 表揚個人前 3 名, 社會技巧表現 優異者 1~3 名。 2. 表揚小組前 3 名 3. 小組觀察表問題討論	公佈欄、 口頭	D

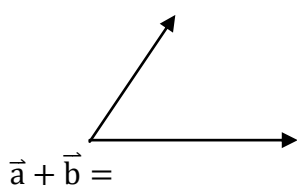
學習活動單

活動一: 你是航海高手?

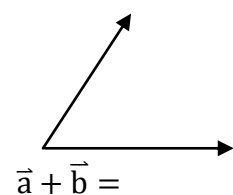
1. 圖中, 此船船頭要如何開才能到達對岸的碼頭?

2. \vec{a} , \vec{b} 兩向量同時作用於同一個質點, 要考慮合起來的結果, 要如何運算?

方法一: 三角法

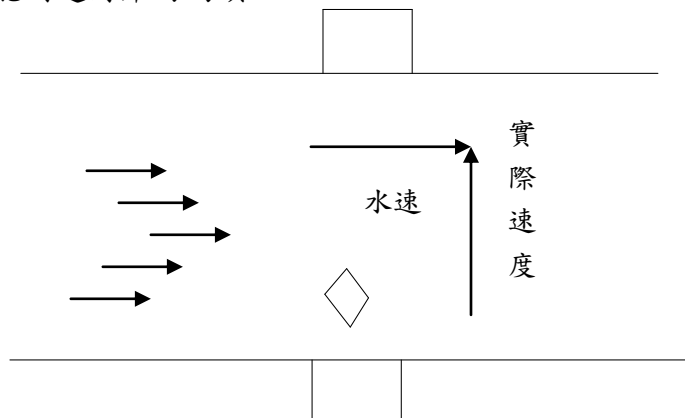


方法二: 平行四邊形法

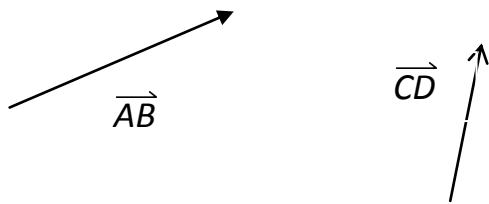


\vec{a} , \vec{b} 同方向時

\vec{a} , \vec{b} 反方向時



例 1: $\vec{AB} + \vec{CD}$ 如何表示? $\vec{AB} + \vec{BA}$ 如何表示?



活動二: 向量的減法

向量可以相加, 那是不是也可以相減呢? 我們知道: 「減去一個數就等於加上這個數的相反數」, 於是仿照數的減法, 規定對於任意兩向量 \vec{a} , \vec{b} , 定義 $\vec{a} - \vec{b} =$ _____。

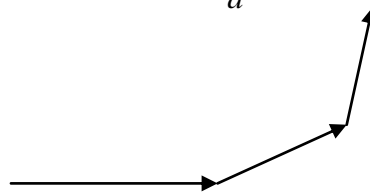
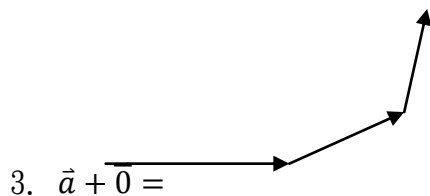
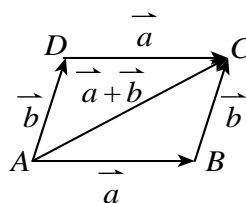
圖示:



❖ 向量加減法的基本性質

1. 交換律: _____。

2. 結合律: _____



4. $\vec{AB} + \vec{BA} =$ _____ 稱 \vec{AB} 為 \vec{BA} 的 _____, $\vec{AB} =$ _____。

$\vec{a} + (-\vec{a}) =$ _____。

5. $-(-\vec{AB}) =$ _____。

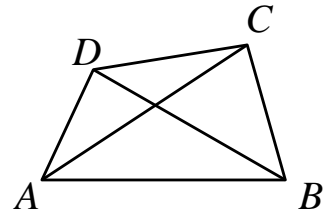
小組學習討論題

1. 課本學習單

● 複習觀念

例 2: 已知 ABCD 為四邊形, 化簡下列各式:

(1) $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA}$. (2) $\vec{AB} - \vec{AD} + \vec{BC}$



例 3: 三角形 ABC 中, 若 $\vec{AB} = (-3, 4)$, $\vec{AC} = (4, 3)$, 求

(1) \vec{BC} 的坐標表示法 (2) $\triangle ABC$ 的周長

活動三: 向量係數積

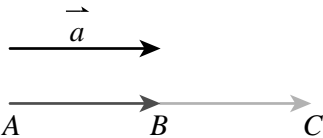
Q1: 如果我自用一個力 \vec{f} 去推動一個物體, 如果推不動那怎麼辦?

Q2: 承上, 如果我們希望只用一半的力, 而且是反向, 那要如何表示?

在圖中, A, B, C 是共線的三點, 若 $\vec{a} = \vec{AB} = \vec{BC}$, 則利用向量的加法, 得 $\vec{AC} = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$

很自然的, 我們把 $\vec{a} + \vec{a}$ 記作 $\underline{\hspace{2cm}}$, 這裡的 $2\vec{a}$ 的方向與 \vec{a} 的方向 $\underline{\hspace{2cm}}$,

$2\vec{a}$ 的大小是 \vec{a} 大小的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 倍, 即 $|2\vec{a}| = 2|\vec{a}|$.



❖ 向量的係數積

給定向量 \vec{u} , 為了方便起見, 我們以 “ $r\vec{u}$ ” 表示這向量, $r\vec{u}$ 與純量 r 的係數積記為 $\underline{\hspace{2cm}}$

(1) 若 $r > 0$ 時, $r\vec{u}$ 的方向與 \vec{u} 的方向 $\underline{\hspace{2cm}}$, 大小是 \vec{u} 大小的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 倍, 即 $|r\vec{u}| = \underline{\hspace{2cm}} |\vec{u}|$.

(2) $r = 0$ 時, $0\vec{u} = \underline{\hspace{2cm}}$.

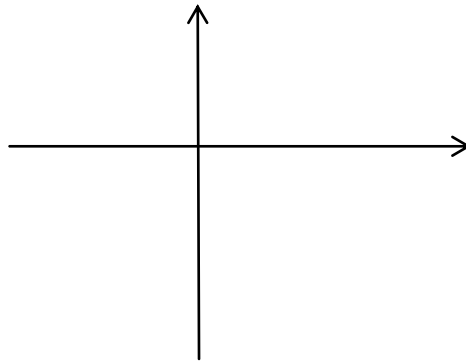
若 $r < 0$ 時, $r\vec{u} = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $r < 0$ 時, $r\vec{u}$ 的方向與 \vec{u} 的方向 $\underline{\hspace{2cm}}$, 大小是 \vec{u} 大小的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 倍, 即 $|r\vec{u}| = \underline{\hspace{2cm}} |\vec{u}|$

(4) 若 $\vec{u} = (x_1, y_1)$, 則 $r\vec{u} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



(5) 若 $\vec{u} = (x_1, y_1)$ ，且 \vec{u} 為非零向量，則
 與 \vec{u} 同方向的單位向量為 _____
 與 \vec{u} 反方向的單位向量為 _____



課本範例 4、5、6

小組討論：

1. 課本隨堂練習 1~6
2. 習作題 1~4

課本例 8

活動四：內分點公式

設 $\vec{OA} = (x_1, y_1)$, $\vec{OB} = (x_2, y_2)$ ，P 在線段 AB 上 (P 為線段 AB 的內分點)，且
 $\vec{AP} : \vec{BP} = m : n$ ，

其中 m, n 為正數，則 P 點坐標 _____

方法一：

方法二：

課本例 9、例 10

小組討論：

1. 隨堂練習 7、8、9、10
2. 習作 3-2

解題啄木鳥：有達到的指標打勾，就可知道解題失敗原因

解題關鍵階段	觀察指標
瞭解問題	<input type="checkbox"/> 已知條件 <input type="checkbox"/> 未知條件 <input type="checkbox"/> 所求解
擬訂計畫	<input type="checkbox"/> 運用公式 <input type="checkbox"/> 畫圖
執行計畫	<input type="checkbox"/> 確認每一步 <input type="checkbox"/> 計算細心
回顧反思	<input type="checkbox"/> 驗算 <input type="checkbox"/> 速解
<input type="checkbox"/> 修正	

活動五：內分點公式

設 $\overline{OA} = (x_1, y_1), \overline{OB} = (x_2, y_2)$ ，P 在線段 AB 上(P 為線段 AB 的內分點)，且

$\overline{AP} : \overline{BP} = m : n$ ，

其中 m, n 為正數，則 P 點坐標 _____

方法一：

方法二：

課本例 9、例 10

解題啄木鳥：有達到的指標打勾，就可知道解題失敗原因

小組討論：

3. 隨堂練習

7、8、9、10

4. 習作 3-2

課本範例 2

解題關鍵階段	觀察指標
瞭解問題	<input type="checkbox"/> 已知條件 <input type="checkbox"/> 未知條件 <input type="checkbox"/> 所求解
擬訂計畫	<input type="checkbox"/> 運用公式 <input type="checkbox"/> 畫圖
執行計畫	<input type="checkbox"/> 確認每一步 <input type="checkbox"/> 計算細心
回顧反思	<input type="checkbox"/> 驗算 <input type="checkbox"/> 速解
<input type="checkbox"/> 修正	

活動六：向量內積坐標表示法

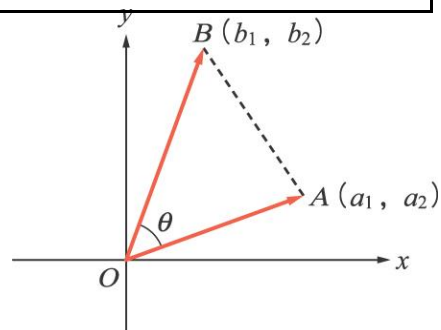
❖ 內積公式坐標表示法

坐標平面上兩向量 $\vec{a} = (a_1, a_2)$ ， $\vec{b} =$

(b_1, b_2) 的內積是

$\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____

Pf:



向量的內積

1. 至於當 \vec{a} 與 \vec{b} 平行時，即 _____，而有 _____

2. 至於當 \vec{a} 與 \vec{b} 垂直時，即 _____ \Leftrightarrow _____

課本範例 3、4、5

小組討論：

1. 隨堂練習 2、3、4、5
2. 習作 1、2、3、4、5、6

解題啄木鳥：有達到的指標打勾，就可知道解題失敗原因

解題關鍵階段	觀察指標
瞭解問題	<input type="checkbox"/> 已知條件 <input type="checkbox"/> 未知條件 <input type="checkbox"/> 所求解
擬訂計畫	<input type="checkbox"/> 運用公式 <input type="checkbox"/> 畫圖
執行計畫	<input type="checkbox"/> 確認每一步 <input type="checkbox"/> 計算細心
回顧反思	<input type="checkbox"/> 驗算 <input type="checkbox"/> 速解
<input type="checkbox"/> 修正	

單元名稱	指數	教材來源	信樺版第一冊
適合年級	高職商科一年級		
教學時間	300 分鐘		
預備知識	1. 指數的基本運算。 2. 直角坐標。 3. 函數與圖形的作圖。		
學生分析	整體程度中等、學習意願良好。		
教學媒體	電腦×1、單槍投影機×1、powerpoint、geogebra。		
教學方法	講述教學法、問答教學法、STAD 教學法、資訊融入教學。		
教學目標	1. 指數的運算法則 2. 分數指數的運算 3. 指數圖形的作圖與特性判斷		
流程	時間	活動內容	準備材料 素養觀察
第一週			
全班授課	5 分 20 分	1. 引起動機指數的基本運算 2. 活動一：零指數？	PPT 學習單 D P-1 C-2
小組學習	20 分	1. 課本隨堂練習 2. 學習單 3. 自行訂定學習單問題	觀察表 提醒觀察員、教師組 間巡指導 D S A
全班授課	5 分	更正學生普遍性的錯誤	
全班授課	5 分 15 分	1. 活動二：分數指數 2. 課本範例	學習單 D C-12 P-123
小組學習	20 分	1. 課本隨堂練習 2. 習作 3. 自行訂定學習單問題	觀察表 提醒觀察員、教師組 間巡指導 P S A
全班授課	10 分	更正學生普遍性的錯誤	
第二週			
全班授課	5 分 20 分	1. 引起動機： 2. 活動三：函數圖形 3. 課本範例	學習單 D C P

小組學習	20分	1. 課本隨堂練習 2. 習作訂正 3. 自行訂定學習單問題	觀察表 提醒觀察員、教師組 間巡指導	P S-123 A-24
全班授課	5分	更正學生普遍性的錯誤		
個別小考	30分 10分 5分	1. 實施形成性評量 2. 交換改 3. 登錄分數於小考得分單，並求出小組平均，求出小生排名。 4. 教師講解	小考測驗卷 小考得分單 小組總分表	
表揚團體歷程	5分	1. 表揚個人前3名，社會技巧表現優異者1~3名。 2. 表揚小組前3名 3. 小組觀察表問題討論	公佈欄、 口頭	D

學習活動單

活動一：零指數與負數指數

國中時 a^n 中：底數 a 的限制為_____，指數 n 的限制為_____

Q1: 那 $a^0 =$ _____?，底數 a 的限制為_____?

你定義出來的 a^0 應該還要考慮什麼?

Pf:

Q2: 那 $a^{-n} =$ _____?，底數 a 的限制為_____?

觀察數列的規則... $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{10}$, 1 , 10 , 100 , 1000 , ...

課本例2、例3

解題啄木鳥：有達到的指標打勾，就可知道解題失敗原因

解題關鍵階段	觀察指標
瞭解問題	<input type="checkbox"/> 已知條件 <input type="checkbox"/> 未知條件 <input type="checkbox"/> 所求解
擬訂計畫	<input type="checkbox"/> 運用公式 <input type="checkbox"/> 畫圖
執行計畫	<input type="checkbox"/> 確認每一步 <input type="checkbox"/> 計算細心
回顧反思	<input type="checkbox"/> 驗算 <input type="checkbox"/> 速解
	<input type="checkbox"/> 修正

活動二:分數指數

Q3:你覺得 $2^{\frac{1}{3}}$ 存在?要如何表示?

Q4: $x^3=2$ 的根(解)為何?

若 a 為_____， m 、 n 為_____，則定義

$$a^{\frac{1}{n}} = \text{_____}。$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \text{_____} = \text{_____} = \text{_____}。$$

若 a 為正實數， r 、 s 為有理數則指數律均成立:

課本例 4、例 5

小組討論活動:

隨堂練習 2、3、4、5

解題啄木鳥:有達到的指標打勾，就可知道解題失敗原因

解題關鍵階段	觀察指標
瞭解問題	<input type="checkbox"/> 已知條件 <input type="checkbox"/> 未知條件 <input type="checkbox"/> 所求解
擬訂計畫	<input type="checkbox"/> 運用公式 <input type="checkbox"/> 畫圖
執行計畫	<input type="checkbox"/> 確認每一步 <input type="checkbox"/> 計算細心
回顧反思	<input type="checkbox"/> 驗算 <input type="checkbox"/> 速解
<input type="checkbox"/> 修正	

活動三:指數圖形

一·指數函數的定義:

$y=f(x)=$ _____，其中_____的函數稱為指數函數。

Q:為何 $a \neq 1$

(1)定義域(): _____，值域(): _____

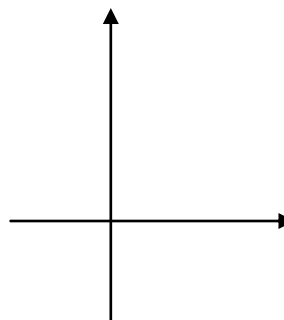
(2)函數特性(圖形):

二·指數函數 $y = a^x$ 的圖形

❖ $a > 1$ 的圖形

1·在直角坐標系上畫出 $y = 2^x$ 的圖形，必觀察它的特性。

2·在同一個直角坐標系上畫出 $y = 3^x$ 的圖形，必觀察它的特性。



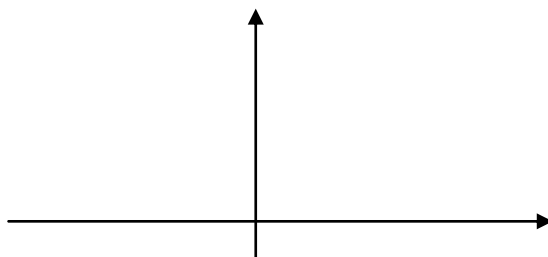
特性:

$y = a^x$ $a > 1$ 的圖形特性

1. 函數的定義域: _____ 函數的值域: _____
2. 圖形均過 _____。
3. 圖形的凹口 _____。
4. 圖形為 _____ 函數及 _____ 函數。
5. 圖形的漸進線為 _____。
6. 當 $x_1 > x_2$ 時, 則 _____。
 $x_1 < x_2$ 時, 則 _____。
7. 在 $x > 0$ 時, 若 $a > b > 1$, 則 a^x _____ b^x 。
 在 $x < 0$ 時, 若 $a > b > 1$, 則 a^x _____ b^x 。
8. 函數值均 _____。
9. 每一條水平線 $y = k (k > 0)$ 均與圖形有 _____ 個交點

❖ $0 < a < 1$ 的圖形

1. 在直角坐標系上畫出 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的圖形, 必觀察它的特性。
2. 在直角坐標系上畫出 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ 的圖形, 並觀察它的特性。



特性:

看看上面的圖形, 歸納出 $y = a^x$ $0 < a < 1$ 的圖形特性

1. 函數的定義域: _____ 函數的值域: _____
2. 圖形均過 _____。
3. 圖形的凹口 _____。
4. 圖形為 _____ 函數及 _____ 函數。
5. 圖形的漸進線為 _____。
6. 當 $x_1 > x_2$ 時, 則 _____。
 $x_1 < x_2$ 時, 則 _____。
7. 在 $x > 0$ 時, 若 $1 > a > b > 0$, 則 a^x _____ b^x 。
 在 $x < 0$ 時, 若 $1 > a > b > 0$

小組討論:

1. 指數習作訂正
2. 函數課本習題

單元名稱	對數	教材來源	信樺版第一冊
適合年級	高職商科一年級		
教學時間	300 分鐘		
預備知識	1. 指數的基本運算。 2. 直角坐標。 3. 函數與圖形的作圖。		
學生分析	整體程度中等、學習意願良好。		
教學媒體	電腦×1、單槍投影機×1、powerpoint、geogebra。		
教學方法	講述教學法、問答教學法、STAD 教學法、資訊融入教學。		
教學目標	1. 了解對數的意義 2. 熟悉對數的運算規則 3. 對數的作圖與特性 4. 首數與尾數		
流程	時間	活動內容	準備材料
第一週			
全班授課	5 分 20 分	1. 引起動機 2. 活動一：對數的意義？	PPT 學習單 D P-123 C-123
小組學習	20 分	1. 課本隨堂練習 2. 學習單 3. 自行訂定學習單問題	觀察表 提醒觀察 員、教師組 間巡指導 D S A
全班授課	5 分	更正學生普遍性的錯誤	
全班授課	5 分 15 分	1. 活動二：對數運算法則 2. 課本範例	學習單 D C-12 P-123
小組學習	20 分	1. 課本隨堂練習 2. 習作 3. 自行訂定學習單問題	觀察表 提醒觀察 員、教師組 間巡指導 P S A
全班授課	10 分	更正學生普遍性的錯誤	
第二週			

全班授課	5分 20分	1. 引起動機: 2. 活動三:函數圖形 3. 課本範例	學習單	S C P
小組學習	20分	1. 課本隨堂練習 2. 習作訂正 3. 自行訂定學習單問題	觀察表 提醒觀察員、教師組 間巡指導	P S-123 A-24
全班授課	5分	更正學生普遍性的錯誤		
個別小考	30分 10分 5分	1. 實施形成性評量 2. 交換改 3. 登錄分數於小考得分單，並求出小組平均，求出小生排名。 4. 教師講解	小考測驗卷 小考得分單 小組總分表	
表揚團體歷程	5分	1. 表揚個人前3名，社會技巧表現優異者1~3名。 2. 表揚小組前3名 3. 小組觀察表問題討論	公佈欄、 口頭	D
第三週				
全班授課	5分 20分	1. 引起動機: 2. 活動四:查表 3. 課本範例	學習單	S C P
小組學習	20分	1. 課本隨堂練習 2. 習作訂正 3. 自行訂定學習單問題	觀察表 提醒觀察員、教師組 間巡指導	P S-123 A-24
全班授課	5分	更正學生普遍性的錯誤		
全班授課	25分	1. 活動五:首數與尾數 2. 課本範例	學習單	S-123 C-12 P-123
小組學習	20分	1. 課本隨堂練習 2. 習作 3. 自行訂定學習單問題	觀察表 提醒觀察員、教師組 間巡指導	P S A
全班授課	5分	更正學生普遍性的錯誤		
學習活動單				
Q:你認為 $2^{(\quad)} = 5$ 有答案?				

對數的定義：

若 $a > 0$ ，且 _____，當 $a^x = b$ 時

⇒ $x =$ _____。 $a:$ _____ $b:$ _____ 唸法 _____

$\log_a b$ 有意義的條件

例 1: 試求下列對數的值

- (1) $\log_2 32$ (2) $\log_2 64$ (3) $\log_2 \frac{1}{8}$ (4) $\log_{\frac{1}{5}} 125$
(5) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27}$ (6) $\log_5 1$ (7) $\log_7 7$

例 2: 下列何者有意義

- (1) $\log_1 2$ (2) $\log_{-2} 2$ (3) $\log_4 0$ (4) $\log_{\frac{1}{2}} 1$ (5) $\log_2 (-5)$

活動二: 對數運算法則

若 a 、 b 、 c 、 A 、 B 皆為正實數且 $a \neq 1$ ， x 、 y 為實數，則

(1) $\log_a 1 =$ _____， $\log_a a =$ _____， $\log_a a^x =$ _____，
 $a^{\log_a A} =$ _____。

(2) $\log_a AB =$ _____

(3) $\log_a \frac{A}{B} =$ _____

(4) $\log_a A^r =$ _____

(5) 換底公式 $\log_a b =$ _____ 補充:

(6) $\log_a x b^y =$ _____ 補充:

例 3: 求下列各式的值

(1) $\log_2 9 + \log_2 \frac{16}{9}$

(2) $\log_3 75 - \log_5 3$

(3) $\log_3 18 - \log_3 4 + \log_3 6$

(4) $\log_3 4 \times \log_4 5 \times \log_5 27$

例 4: 試化簡 $(\log_3 4 + \log_9 2)(\log_2 3 + \log_4 9)$

討論活動:

1. 隨堂練習 7, 8, 9

2. 習題 4, 5

解題啄木鳥: 有達到的指標打勾, 就可知道解題失敗原因

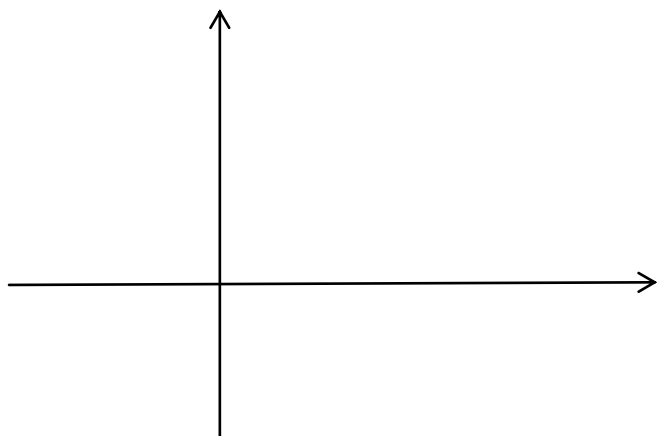
解題關鍵階段	觀察指標
瞭解問題	<input type="checkbox"/> 已知條件 <input type="checkbox"/> 未知條件 <input type="checkbox"/> 所求解
擬訂計畫	<input type="checkbox"/> 運用公式 <input type="checkbox"/> 畫圖
執行計畫	<input type="checkbox"/> 確認每一步 <input type="checkbox"/> 計算細心
回顧反思	<input type="checkbox"/> 驗算 <input type="checkbox"/> 速解
<input type="checkbox"/> 修正	

活動三:對數函數及其圖形

設 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, x 為實數, 若將 x 視為變數, 則型如 _____ 之函數, 即稱為以 a 為底數的對數函數。

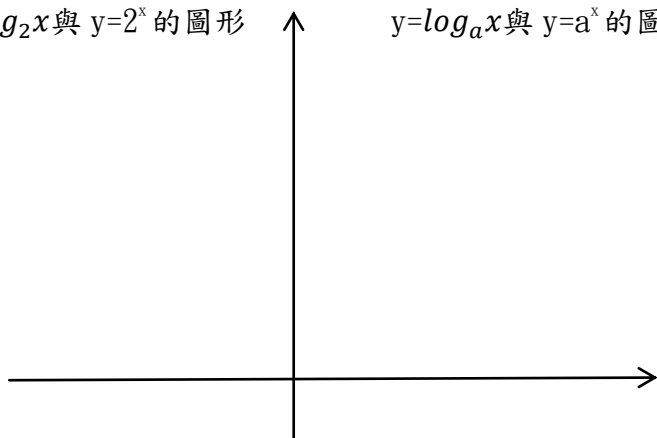
對數的性質: $f(X_1 \cdot X_2) =$ _____

作圖一: $y = \log_2 x$, $y = \log_3 x$ 的圖形, 討論 $y = \log_a x$, $a > 1$ 圖形的特質

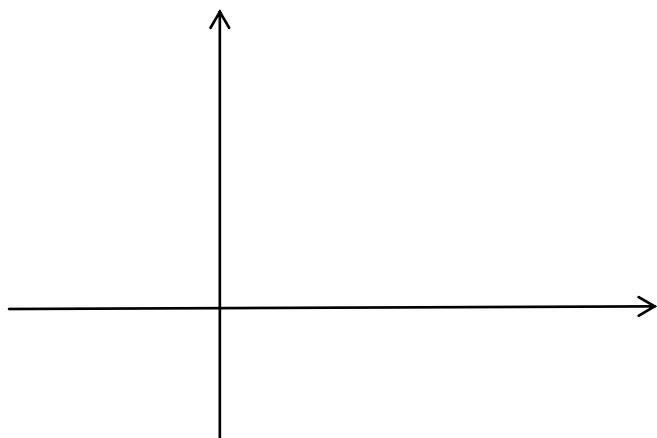


作 $y = \log_2 x$ 與 $y = 2^x$ 的圖形

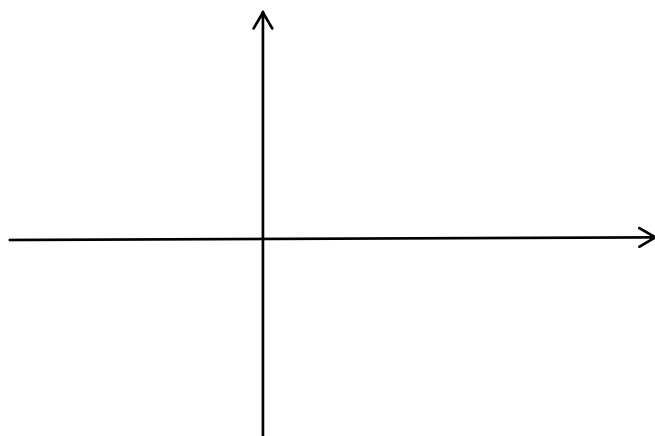
$y = \log_a x$ 與 $y = a^x$ 的圖形的特性



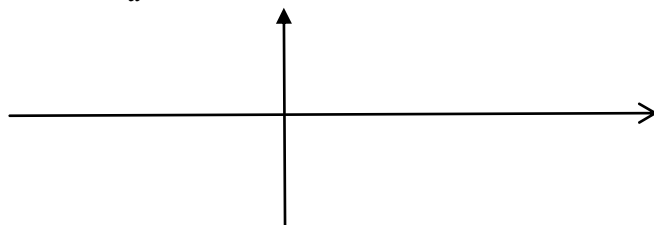
作圖二: $y = \log_{\frac{1}{2}} x$, $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ 的圖形, 討論 $y = \log_a x$, $0 < a < 1$ 圖形的特質



作 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ 與 $y=(\frac{1}{2})^x$ 的圖形 $y=\log_{\frac{1}{a}}x$ 與 $y=(\frac{1}{a})^x$ 的圖形的特性



作圖三：討論 $y=\log_{\frac{1}{a}}x$ 與 $y=\log_a x$ 的圖形的特性



例 1：請比較下列各數的大小

(1) $a=\log_2 3$, $b=\log_2 \pi$, $c=\log_2 \frac{7}{2}$

(2) $a=\log_{0.2} 3$, $b=\log_{0.2} \pi$, $c=\log_{0.2} \frac{7}{2}$

例 2：求下列各式中 x 的值：

(1) $\log_2(x+3)=0$
(求真數)

(2) $\log_x \frac{1}{4}=-2$
(求底數)

(3) $\log_9 \frac{1}{27} = x$
(求值)

例 3：解方程式 $\log_{10}x+\log_{10}(x+3)=1$

例 4: 求不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 4) \geq \log_{\frac{1}{2}}(x + 5)$ 之解。

小組討論隨堂練習 2, 3, 4, 5

回家作業 4-3 習作 解題啄木鳥: 有達到的指標打勾, 就可知道解題失敗原因

解題關鍵階段	觀察指標
瞭解問題	<input type="checkbox"/> 已知條件 <input type="checkbox"/> 未知條件 <input type="checkbox"/> 所求解
擬訂計畫	<input type="checkbox"/> 運用公式 <input type="checkbox"/> 畫圖
執行計畫	<input type="checkbox"/> 確認每一步 <input type="checkbox"/> 計算細心
回顧反思	<input type="checkbox"/> 驗算 <input type="checkbox"/> 速解
<input type="checkbox"/> 修正	

活動四: 常用對數與其應用

在十進位的計數裡, 計算上當然沒有比以 10 為底數的對數來得方便。我們把以 10 為底數的對數, 稱為 _____, 底數 10 可以省略不寫, 即把 $\log_{10} X$ 寫成 _____, 這在日常生活中時常被採用。(數學上另一種以無理數 $e = 2.71828 \dots$ 為底數的對數, 稱為自然對數, 它在自然科學上應用極為廣泛) 本節的重點乃在於探討常用對數, 至於以異於 1 的其他正數為底數的對數值, 仍可透過 _____ 換成常用對數, 再利用查表求得。

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9											
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374											
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755											
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106											
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430											
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	0732											
15																					
16	表尾差																				
17	N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
18	10																				
19	11																				
	:																				
	17					2455															
	18																				
	:																				
	54																				
	N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	

Q1:常用對數對數表中

$y = \log x$ 的 x 的範圍為_____， y 的值的範圍為_____。

(1) $\log 1.1 =$ _____ (2) $\log 1.05 =$ _____

(3) $\log 1.39 =$ _____

(4) $\log 1.237 =$ _____

型一: $\log a$ ($1 \leq a < 10$) 利用對數表

例 1: 查出 $\log 2$, $\log 4.3$, $\log 9.32$, $\log 1.346$ 的值。

例 2: $\log x = 0.5705$ $\log x = 0.9170$

常用對數表中真數 x 的範圍為 $1 \leq x < 10$, 如果真數不在這個範圍內, 該如何求值呢? 此時就需透過科學記號來幫忙了。

型二: $\log A$ (A 超過 10 時, 或小於 1 時)

(1) 科學記號: 每一個正數 A 均可以唯一表示成

$A =$ _____, 其中_____, 而 n 為_____。

例如 $258.7 =$ _____.

$2587 =$ _____.

$0.004574 =$ _____.

(2) $\log A =$ _____ =_____.

首數為_____, 尾數必為_____。

例: $\log 25.87 =$

$\log 490000 =$

$\log 0.000234 =$

$\log 758400000 =$

例 3: $\log a = 0.8645$, 求 $a =$ _____。

$\log b = 6.7497$, 求 $b =$ _____。

$\log c = -5.0487$, 求 $c =$ _____。

例 4: 若 $\log x = 2.8451$ 求下列各數的首數與尾數

(1) $\log 1000x$ (2) $\log \frac{x}{1000}$

小組討論

1. 求下列真數 x 的近似值

(1) $\log x = 0.9074$ (2) $\log x = 0.6972$

2. 求對數表 $\log 3.415 = \underline{\hspace{2cm}}$ $\log 1.567 = \underline{\hspace{2cm}}$

3. 已知 $\log 2.34 = 0.3692$, 則

$\log 234000$ 的首數為 $\underline{\hspace{1cm}}$, 尾數為 $\underline{\hspace{1cm}}$ 。

$\log 0.000234$ 的首數為 $\underline{\hspace{1cm}}$, 尾數為 $\underline{\hspace{1cm}}$ 。

4. 若 $\log x = 1.3010$ 求下列各數的首數與尾數

$\log 100x$ (2) $\log \frac{x}{100}$

首數與位數的關係:

(一) $\log A$, $A > 1$ 時的整數位數與數的關係為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

$\log 2.3 = 0.3618$

$\log 23 =$

$\log 230 =$

$\log 2300 =$

由上面的觀查你發現了什麼?

(二) $\log A$, $0 < A < 1$ 時小數位數以下第幾位開始不為 0, 看 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

$\log 2.3 = 0.3618$

$\log 0.23 =$

$\log 0.023 =$

$\log 0.0023 =$

由上面的觀查你發現了什麼?

首數的特性

設 a 是一個正數,

(1) 若 $\log a$ 的首數為 n ($n \geq 0$), 則 a 的整數部分為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 位。

(2) 若 $\log a$ 的首數為 $-n$ ($n > 0$), 則 a 是純小數且自小數點後第 $\underline{\hspace{1cm}}$ 位開始不為 0。

歸納:

1. 一正數 A 之對數 $\log A = \underline{\hspace{2cm}}$, 其中首數必為 $\underline{\hspace{1cm}}$, 尾數必為 $\underline{\hspace{1cm}}$ or $\underline{\hspace{1cm}}$ 。

2. 若 $\log A$ 之首數為 n , 則 $\log A$ 的範圍為何? $\underline{\hspace{2cm}}$

3. 由 $\log A$ 之首數可知 A 之 $\underline{\hspace{2cm}}$; 尾數可 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$\log 1= \quad \log 2= \quad \log 3= \quad \log 4= \quad \log 5=$$

$$\log 6= \quad \log 7= \quad \log 8= \quad \log 9=$$

例 1: (1) 3^{60} 乘開後是幾位數?

(2) $(\frac{5}{6})^{20}$ 表成小數時，在小數點後第幾位開始出現不為 0 的數字?

例 2: $\log 2=0.3010$ ， $\log 3=0.4771$ 求

(1) $\log 7.2=$ _____ (2) $\log_5 3=$ _____

例 3: 用對數表計算 $(39.4)^5$ 之近似值

小組討論:

1.

(1) 把 $(\frac{1}{5})^{100}$ 表成小數時，小數點後第_____位才出現不為 0 的數字。

(2) 2^{50} 為幾位數?

2. $\log_2 5=$ _____ $\log 120=$ _____

3. 用對數表計算 $\sqrt[3]{0.0274}$ 之近似值

單元名稱		數列與級數	教材來源	信樺版第一冊
適合年級		高職商科一年級		
教學時間		300 分鐘		
預備知識		1. 等差數列運算。 2. 等差級數運算。		
學生分析		整體程度中等、學習意願良好。		
教學媒體		電腦×1、單槍投影機×1、powerpoint、遊戲教具。		
教學方法		講述教學法、問答教學法、STAD 教學法、資訊融入教學。		
教學目標		1. 熟悉數列的運算。 2. 熟悉級數的運算。 3. 數列與級數生活上的運用		
流程	時間	活動內容	準備材料	素養觀察
第一週				
全班授課	5 分 25 分	1. 引起動機 2. 活動一：數列的意義？ 3. 活動二：等差數列	PPT 學習單	D P-123 C-123
小組學習	20 分	1. 課本隨堂練習 2. 學習單 3. 自行訂定學習單問題	觀察表 提醒觀察員、教師組 間巡指導	D S A
全班授課	25 分	1. 活動二：等差中項、等差級數 2. 課本範例	學習單	DC-12 P-123
小組學習	20 分	1. 課本隨堂練習 2. 習作 3. 自行訂定學習單問題	觀察表 提醒觀察員、教師組 間巡指導	P S A
全班授課	5 分	更正學生普遍性的錯誤		
第二週				
全班授課	5 分 20 分	1. 引起動機： 2. 活動三：級數 3. 課本範例	學習單	S C P
小組學習	20 分	1. 課本隨堂練習 2. 習作訂正 3. 自行訂定學習單問題	觀察表 提醒觀察員、教師組 間巡指導	P S-123 A-24
全班授課	5 分	更正學生普遍性的錯誤		

個別 小考	30分 10分 5分	1. 實施形成性評量 2. 交換改 3. 登錄分數於小考得分單，並求出小組平均，求出小生排名。 4. 教師講解	小考測驗卷 小考得分單 小組總分表	
表揚 團體 歷程	5分	1. 表揚個人前3名，社會技巧表現優異者1~3名。 2. 表揚小組前3名 3. 小組觀察表問題討論	公佈欄、 口頭	D
第三週				
全班 授課	5分 20分	1. 引起動機： 2. 活動四：等比數列與級數 3. 課本範例	學習單	S C P
小組 學習	20分	1. 課本隨堂練習 2. 習作訂正 3. 自行訂定學習單問題	觀察表 提醒觀察 員、教師組 間巡指導	P S-123 A-24
全班 授課	5分	更正學生普遍性的錯誤		
全班 授課	10分	1. 活動五：生活上運用 2. 題目說明	學習單	S-123 C-12 P-123
小組 學習	35分	1. 費式數列 2. 河內塔	觀察表 提醒觀察 員、教師組 間巡指導	P S A
全班 授課	5分	更正學生普遍性的錯誤		
學習活動單				
<p>活動一：數列</p> <p>Q1: 何謂數列?</p> <p>Q2: 國中時學過那些數列? 可以舉出一個例子?</p> <p>像這樣依照順序列出的一串數，就構成一個_____。而數列中的每一個數稱為這數列的_____，第一個數稱為_____ (或_____)，第二個數稱為_____，依此類推。</p> <p>❖有限數列: 如果一個數列的項是_____，則稱這個數列為有限數列。 第一項稱為_____，最後一項稱為_____。</p> <p>❖無限數列: 如果一個數列的項是_____，則稱這個數列為無限數列。 習慣上以_____表示一個數列的第n項，而以_____來表示。</p>				

例 1:

- (1) $2, 4, 6, 8, 10, \dots$ 為_____數列。首項為_____；末項為_____。
- (2) $2, 2^2, 2^3, 2^4, \dots, 2^n, \dots$ 為_____數列。第 n 項為_____。
- (3) $1, 1/2, 1/3, 1/4, \dots, 1/n$ 第 n 項為_____。
- (4) $1, -1, 1, -1, 1, \dots$ 第 n 項為_____。
- (5) $2, 4, 6, 8, 10, \dots$ 第 n 項為_____。

例 2:

- (1) $2, 2^2, 2^3, 2^4, \dots, 2^n, \dots$ 數列的記法_____。
- (2) $1, 1/2, 1/3, 1/4, \dots, 1/n$ 數列的記法_____。
- (3) $1, -1, 1, -1, 1, \dots$ 數列的記法_____。
- (4) $2, 4, 6, 8, 10, \dots$ 數列的記法_____。

例 3: 設 $a_n = (-1)^n(n^2 + n - 3)$ ，試寫出數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 5 項

活動二: 等差數列; 等差級數

❖ 等差數列定義: 一數列如果任意相鄰兩項，_____ - _____ 的差_____，這種數列稱為等差數列或_____。

d : _____, $a_n = \text{_____} = \text{_____}$ 。

例 1:

- (1) $1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots$ 為_____數列，首項=_____，公差=_____
- (2) $100, 97, 94, 91, 88, 85, 82$ 為_____數列，首項=_____，公差=_____
- (3) $5, 5, 5, 5, 5, 5$ 為_____數列，首項=_____，公差=_____

例 2: 設一等差數列首項為 5，8 項為 47，試求其公差。

例 3: 寫出下列等差數列的第 n 項

- (1) $65, 71, 77, 83, 89, \dots$
- (2) 第 5 項為 7，公差為 -3。

例 4: 在 2 與 20 之間插入五個數，使成等差數列，試求此數列的第 5 項。

例 5: 有一等差數列第 10 項為 23，第 25 項為 -22，則：

(1) 首項 = _____，公差 = _____。

(2) 從第 _____ 項開始為負。

❖ 等差中項：

a, b, c 三數為等差數列，則 $b =$

例：若 $2x+1$ 為 $x+7$ 與 $13-3x$ 的等差中項，試求 x 值。

❖ 等差級數：

前 n 項的和

$S_n =$ _____ $=$ _____ $=$ _____

例 1: 設等差數列首項為 -8，公差為 2，試求此級數的前 20 項的和。

例 2: 設一等差級數，首項為 7，前 15 項和為 735，試求此級數的公差。

例 3: 100 到 300 之間，所有被 9 除餘 1 的數和。

討論活動：

- 隨堂練習
- 習題

解題啄木鳥：有達到的指標打勾，就可知道解題失敗原因

解題關鍵階段	觀察指標
瞭解問題	<input type="checkbox"/> 已知條件 <input type="checkbox"/> 未知條件 <input type="checkbox"/> 所求解
擬訂計畫	<input type="checkbox"/> 運用公式 <input type="checkbox"/> 畫圖
執行計畫	<input type="checkbox"/> 確認每一步 <input type="checkbox"/> 計算細心
回顧反思	<input type="checkbox"/> 驗算 <input type="checkbox"/> 速解
<input type="checkbox"/> 修正	

活動三：

級數將數列 $\langle a_n \rangle$ 之各項依次以 _____ 號連接來所成的式子稱為 _____。

- 若 $\langle a_n \rangle$ 為含有 m 個項的有限數列，將有限數列的每一項用 _____ 連接，稱為 _____，可用 _____ 來表示。

即 _____。

- 若 $\langle a_n \rangle$ 為無窮數列，則 _____ 稱為 _____，可用符號 _____ 來表示。

即 _____。

例 1：

$$(1) \sum_{n=1}^{10} n^2 =$$

$$(2) \sum_{n=1}^{100} \frac{1}{n} =$$

$$(3) \sum_{n=1}^5 3 =$$

$$(4) \sum_{n=1}^6 n(n+2) =$$

$$(5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot n^2 =$$

例 2：試以 \sum 的形式表示下列各級數

$$(1) 1^2+2^2+3^2+\cdots+10^2=$$

$$(2) (-1)+1+(-1)+1+(-1)+\cdots$$

$$(3) \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100} =$$

$$(4) \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} + \cdots =$$

$$(5) 5+6+7+\cdots+243=$$

$$(6) 1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=$$

$$(7) \underbrace{4+4+4+\cdots+4}_{100} =$$

$$(8) 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \cdots + n(n+1) =$$

例 3: $\sum_{k=2}^4 (ak + b) = 93, \sum_{k=0}^3 (ak + b) = 70$, 則 $a-2b$ 之值為_____。

❖ \sum 的運算法則

1. 為常數, 則 $\sum_{k=1}^n c =$ _____。

例: $\sum_{k=1}^5 3 =$ ____ + ____ + ____ + ____ + ____ = _____。

2. $\sum_{k=1}^n ca_k =$ _____。

例: $\sum_{k=1}^n 3a_k =$ _____。

3. $\sum_{k=1}^n (a_k \pm b_k) =$ _____。

4. $m \in \mathbb{N}, 1 < m < n$, 則 $\sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^m a_k + \sum_{k=m+1}^n a_k$

例 1: $\sum_{k=1}^n (4a_k - 3b_k + 8) =$

例 2: 設 $\sum_{n=1}^{10} a_n = 7, \sum_{n=1}^{10} b_n = 4$, 試求 $\sum_{n=1}^{10} (2a_n - 3b_n + 4) =$

例 3: 設 $\sum_{n=1}^7 a_n = 7, \sum_{n=1}^6 b_n = 4$, $\sum_{n=8}^{10} a_n = 5, \sum_{n=7}^{10} b_n = -7$, 則 $\sum_{n=1}^{10} (a_n + 2b_n - 4) =$

小組討論

1. 隨堂練習

解題啄木鳥: 有達到的指標打勾, 就可知道解題失敗原因

解題關鍵階段	觀察指標
瞭解問題	<input type="checkbox"/> 已知條件 <input type="checkbox"/> 未知條件 <input type="checkbox"/> 所求解
擬訂計畫	<input type="checkbox"/> 運用公式 <input type="checkbox"/> 畫圖
執行計畫	<input type="checkbox"/> 確認每一步 <input type="checkbox"/> 計算細心
回顧反思	<input type="checkbox"/> 驗算 <input type="checkbox"/> 速解
<input type="checkbox"/> 修正	

活動四：等比數列與級

❖ 等比數列定義：

一數列如果任意相鄰兩項， $\frac{\quad}{\quad} \div \frac{\quad}{\quad}$ 的比值 $\frac{\quad}{\quad}$ ，這種數列稱為等比數列或 $\frac{\quad}{\quad}$ 。 r ： $\frac{\quad}{\quad}$ 。

$$a_n = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}。$$

❖ 等比中項：

a, b, c 三數成等比，則 $b =$

例：一等比數列的第 5、第 7 項分別是 $\frac{2}{3}, \frac{3}{8}$ ，求第 6 項。

例 1：試求等比數列 3，-6，12，-24，的第 10 項。

例 2：等比數列 $\langle a_n \rangle$ 中 $a_4 = 4/9$ ， $a_7 = 32/243$ ，則 $a_n = ?$

例 3： $\langle a_n \rangle$ 成等比數列，且 $a_1 + a_2 = 20$ ， $a_3 + a_4 = 80$ ，求首項 $a_5 + a_6 =$

❖ 等比級數

前 n 項的和

$$S_n = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \left\{ \begin{array}{l} \quad \\ \quad \end{array} \right.$$

例 1: 求下列等比級數的前 n 項部分和

$$(1) 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$(2) 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \frac{1}{64} + \cdots + \left(\frac{-1}{4}\right)^{n-1}.$$

活動五: 遞迴數列

Q1: $a_1, a_2, a_3, \dots, \underline{\hspace{2cm}}, a_n$ 你知道格子內要填什麼?

Q2: 請將數學翻譯成中文

1. (1) 有一數列 $a_1=3, a_n=a_{n-1}+5, n \geq 2$ 且 n 為自然數

(2) $a_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $a_3 = \underline{\hspace{2cm}}$

2. (1) 有一數列 $a_1=2, a_n=\frac{1}{2}a_{n-1}, n \geq 2$ 且 n 為自然數

(2) $a_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $a_3 = \underline{\hspace{2cm}}$

3. 有一數列 $a_1=1, a_n=3a_{n-1}+1, n \geq 2$ 且 n 為自然數, 則 $a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

小組討論一: 費布納西數列

十三世紀的義大利數學家費伯那西 (Fibonacci)

提出了一個有趣的問題:

假定一對兔子出生兩個月就可以生一對小兔子, 之後每一個月又可以再生一對小兔子, 且兔子不會死亡。假定現在農場裡有一對剛生下來的小兔子, 請問一年以後農場裡有幾對兔子?

提示:

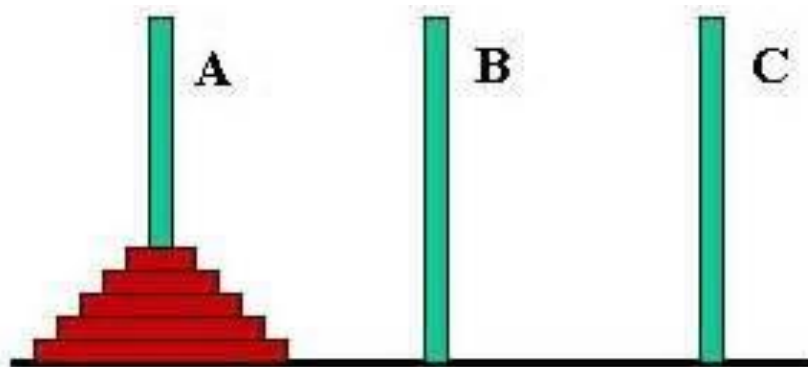
設第 n 個月, 養兔場中有 a_n 對兔子, 請找出

(1) 數列 $\{a_n\}$ 的規則

(2) 寫出前後項的遞迴式。

小組討論二:河內塔

傳說在古老的印度，有一座神廟，據說它是宇宙的中心。在廟宇中放置了一塊上面插有三根長木釘的木板，在其中的一根木釘上，從上至下被放置了 64 片直徑由小至大的圓環形金屬片。古印度教的天神指示祂的僧侶們將 64 片的金屬片移至三根木釘中的其中一根上。規定在每次的移動中，只能搬移一片金屬片，並且在過程中必須保持金屬片由上至下是直徑由小至大的次序。直到有一天，僧侶們能將 64 片的金屬片依規則從指定的木釘上全部移動至另一根木釘上，那麼，世界末日即隨之來到，世間的一切終將被毀滅，萬物都將至極樂世界。



一片圓環方法數 $a_1 =$

二片圓環方法數 $a_2 =$

三片圓環方法數 $a_3 =$

四片圓環方法數 $a_4 =$

n 片圓環方法數 $a_n =$

