

東海大學經濟學系

碩士論文

雙邊市場之平台競爭分析：

網路外部性與組內偏好異質度

**Two-sided Markets with Intra-group Heterogeneity of Network Externality**

指導教授：鄭宜玲 博士

研究生：劉羽真 撰

中華民國一百零五年七月



東海大學經濟學系

碩士論文

雙邊市場之平台競爭分析：

網路外部性與組內偏好異質度

Two-sided Markets with Intra-group Heterogeneity of Network Externality



指導教授：鄭宜玲 博士

研究生：劉羽真 撰

中華民國一百零五年七月

東海大學經濟學系碩士班

劉羽真所撰之碩士論文

雙邊市場之平台競爭分析：網路外部性與組內偏好異質度

業經本委員會審議通過

論文口試委員會委員：



陳依依



論文指導教授：



經濟系系主任：



中華民國 105 年 6 月 17 日

## 謝詞

研究所兩年的時間即將結束。準備要離開這充滿回憶的地方，老師兩年的教誨，同學兩年的扶持，在這校園中的點點滴滴都即將成為回憶，突然有種時光飛逝，莫名的感傷湧上心頭。

首先非常感謝鄭宜玲老師，願意收我這迷迷糊糊的學生，願意花時間與心力教導我。每次的討論都讓我受益良多，當我面臨困難時給予我幫助，使我的論文能順利完成。同時也感謝謝銘逢博士、陳依依博士，詳細的審閱，給予我許多指導及建議，使我的論文更加完善。以及經濟系主任賀惠玲主任、系上老師們及助教們的照顧。

也要感謝碩班同學：怡婷、杏姿、筠昕、郁晴、政毅、庭毅、建偉、維辰。謝謝你們一路上的陪伴與扶持。在這兩年間不論是在學業上或是生活上，有你們使得研究所生活更多采多姿。

最後要感謝我的家人，因為有你們的支持與鼓勵，使我在這兩年間能夠無後顧之憂，專心的讀書、研究，完成研究所的學業。

要感謝的人事物還有很多，在此一併感謝。並以此論文獻給所有幫助我，鼓勵我的人，謝謝你們。

劉羽真 謹誌於

東海大學經濟學系研究所

民國 105 年 07 月

## 摘要

本文探討雙邊市場中，網路外部性與消費者組內偏好異質度如何影響的不對稱之雙佔平台的決策。文中分別考慮兩平台進行價格競爭與數量競爭兩種狀況。主要結果顯示：不論在價格競爭或數量競爭下，若某一邊市場的消費者異質度大於另一邊時，兩平台對異質度較高那方皆索取較高之費用，且兩平台在該市場的會員人數將皆低於在另一邊市場的會員人數。此外，當任一邊市場的消費者異質度增加時，兩平台皆對此市場索取較高費用，且減少此市場的會員人數；相反的，將降低另一邊市場之定價。我們也進一步發現，任一邊市場異質度增加時，兩平台在此邊市場會員人數的差距將會提高，且在另一方市場會員人數差距將減少。同時，兩平台利潤皆會下降。



**關鍵字：**雙邊市場、網路外部性、組內偏好異質度

## Abstract

In this paper, we examine competition of duopolistic platforms in a two-sided market with an intra-group heterogeneity of network valuations. The equilibrium shows the effects of the intra-group heterogeneity of network valuations on the pricing strategy and the network size of the platforms under both of price and quantity competition. It also reveals the properties of vertical product differentiation in a two-sided market, in which there are two asymmetric platforms with one platform being larger sizes of participation and more expensive in both sides of market.



**Keyword: two-sided markets, intra-group heterogeneity, network externality**

## 目錄

壹、	研究動機及目的 .....	1
貳、	模型假設 .....	3
參、	價格競爭下的均衡分析 .....	5
肆、	數量競爭下的均衡分析 .....	11
結論	.....	16
附錄	.....	17
附錄 A.	.....	17
附錄 B.	.....	17
附錄 C.	.....	18
附錄 D.	.....	19
附錄 E.	.....	19
附錄 F.	.....	20
附錄 G.	.....	20
附錄 H.	.....	21
附錄 I.	.....	22
附錄 J.	.....	22
參考文獻	.....	24





## 圖目錄

圖(1)買賣雙方異質度差異及兩平台獲得的需求人數..... 4



## 壹、 研究動機及目的

近幾年越來越多廠商會設立一個平台，吸引兩邊不同的消費者來進行交易。例如：月老銀行，婚友社、網路拍賣、人力銀行、信用卡、個人電腦作業系統、電動遊戲機市場、線上拍賣、社交網站與購物商場。在雙邊市場中，兩群不同的消費者，透過第三方的平台進行交易。由於平台兩邊的消費者是互相依賴的，因此一群消費者在進行決策的同時，需要考慮另外一群消費者的行為。這兩群不同的消費者間，會受到對方的影響，雙方存在一種當一邊使用某一平台的消費者愈多，另一邊在使用該平台時的效用就愈大的網路外部性。

在文獻中，Rochet and Tirole (2003) 正式提出網路外部性跟雙邊平台理論，分析平台兩邊使用者的需求價格彈性對雙邊市場定價的影響。另外，Doganoglu and Wright (2006) 將相容性問題引入雙邊市場，探討消費者多重選址的行為與平台之間的相容性問題。Economides and Katsamakas (2006) 則將雙邊市場概念引入實務討論，該文探討 Linux 和 Windows 這兩家作業平台是否該開放原始碼，或者兩作業平台應向雙邊市場收取費用。Armstrong (2006) 則在對稱均衡的假設基礎上建立了基於會員外部性的獨佔平台和雙佔平台定價模型。進一步解釋了平台為什麼有時會免費提供給一邊的使用者，甚至虧本提供服務的原因。雙邊市場的研究近來蓬勃發展，討論範圍也越來越廣。<sup>1</sup>

在雙邊市場文獻中，平台對一邊市場的定價不僅會受到消費群需求和其邊際成本，也會受到另一邊消費群所帶來的外部收益，也就是網路外部性的大小。因此，平台對兩邊市場的定價會受到兩邊市場之間的交易量、網路外部性的大小、另一邊消費群的需求彈性及邊際成本的影響。

然而，目前的雙邊市場文獻中多假設任一邊的消費群裡面，所有消費者對於平台在另一邊市場的會員人數增加時所獲得的效用相同，亦即對另一邊市場會員人

---

<sup>1</sup> 另外張志偉、盧柏宗、林燕淑(2014)；曲創、楊超、臧旭恒 (2009)，兩篇文章將雙邊市場納入實務，探討平台該向雙邊平台收取多少費用。張瑞雲、郭平欣(2006)也將網路外部性及品質差異性納入來考慮廠商決策。

數增加的願付價格相同。換句話說，任一邊消費群組內的偏好為同質，並未考慮消費群組內部偏好的異質度，也就是對另一邊市場人數增加時願付價格會有所不同。

實際上，我們常可看到雙邊市場中，兩邊的消費者偏好異質度有所不同。例如在世貿的電腦展中，展覽廠商因為投入人力物力在設展，因此大多相當在意消費者人數，廠商間對逛展消費者人數之偏好異質度小。然而，逛展的消費者通常較多樣化，有些人對展覽廠商的家數很在意，而有些人不願多花錢覺得逛免費的展覽也不錯，較設展廠商而言，消費者對廠商家數多寡的在意度異質度較大。

文獻中，Gabszewicz and Wauthy (2014) 引入兩邊市場的消費群組各自內部的異質性，分析大平台與小平台之定價策略與會員人數之不同。然而，在該篇文章中，僅考慮雙邊市場的組內異質度是對稱的，無法分析當兩邊市場消費者組內異質度不同時，會如何影響平台在兩邊的定價與會員人數。此外，在雙邊市場文獻中，如 Armstrong(2006)，多假設兩邊市場消費者偏好同質，著重在探討平台兩邊市場的消費者對網路外部性大小之不同，會如何影響平台對兩邊市場的定價。

因此，本文將同時考慮消費群組內部之偏好異質度，與兩邊市場消費群之異質度的不對稱性。進一步分析，雙邊市場異質性的不對稱會如何影響大小平台之間定價策略、會員人數、利潤，以及大小平台之會員人數之差距。

有別於 Gabszewicz and Wauthy(2014) 和 Armstrong(2006)，本文進一步探討雙邊市場中，消費群市場內部異質性與兩邊市場之不對稱性對平台決策的影響。研究結果指出：消費者異質度較大的一方，會員人數較少。當一方消費者異質度上升時，兩平台會調漲此市場的費用價格，減少此邊會員人數。相反的，將降低另一邊市場之訂價。且兩平台在異質度上升市場間的會員人數差距將會提高，在另一方會員人數差距則減少。同時，兩平台利潤皆會下降。

本文架構如下，第一章為研究動機及目的，主要簡述研究動機、目的及相關文獻回顧。第二章進入基本模型，依據所要研究之目的，設立合理之假設以建立理論模型。第三章以價格競爭下的均衡案例分析兩家平台對於雙邊市場之最適訂價及會員人數，第四章以數量競爭下的均衡案例分析兩家平台對於雙邊市場之最適訂價及會員人數，最後一章為結論。

## 貳、 模型假設：

模型中有兩個提供服務平台的廠商  $j=1, 2$ ，與  $n_b$  個買家及  $n_s$  個賣家。買賣雙方須透過平台進行交易。買方與賣方分別依據兩平台對其定價選擇其中一個平台加入，或者都不加入。這兩群消費者(買方、賣方)間存在正的網路外部性。如果一平台的買家越多，會吸引越多的賣家加入該平台；同樣的，當一個平台的賣家人數越多時，則會吸引的越多的買家加入該平台。

模型中，我們考慮買賣雙方對網路外部性偏好程度並不相同。此外，買家內部與賣家內部對網路外部性偏好也存在異質性。其中，買方對網路外部性的願付價格  $b$  均勻分布在  $[0, \bar{b}]$ ；賣方對網路外部性的願付價格  $s$  均勻分布在  $[0, \bar{s}]$ ，且  $\bar{b} > \bar{s} > 0$ 。買方、賣方加入平台  $j$  的效用其分別為：

$$\text{買方：} U_{bj} = bq_{bj} - p_{bj} \quad (1)$$

$$\text{賣方：} U_{sj} = sq_{sj} - p_{sj} \quad (2)$$

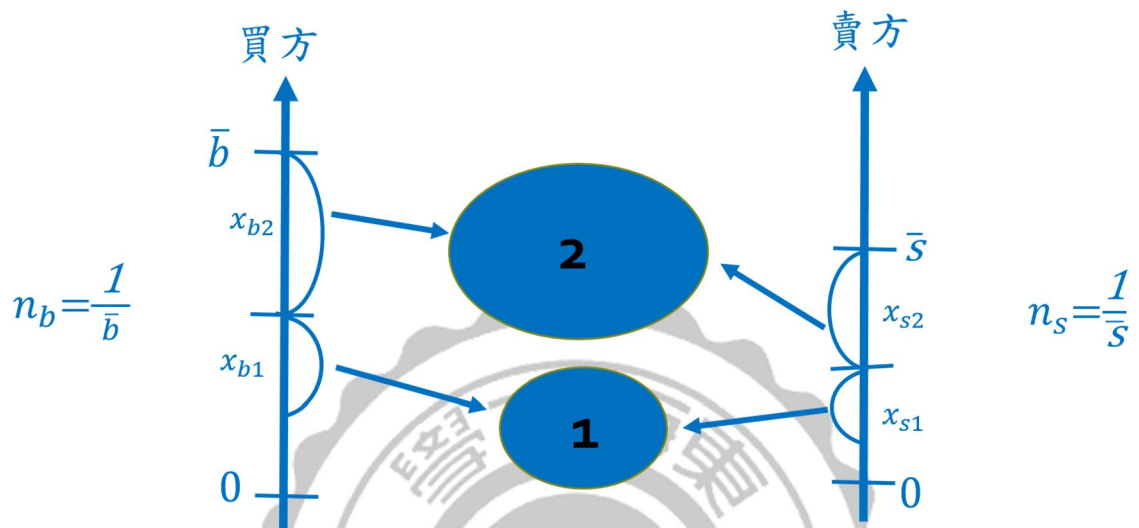
其中， $q_{bj}$  表示  $j$  平台的賣方人數(此處我們也可將其視為  $j$  平台提供給買方的品質)； $q_{sj}$  表示  $j$  平台的買方人數(同理，我們也可將其視為  $j$  平台提供給賣方的品質)。若消費者沒有加入任何平台，其效用為 0。

此外，為探討雙邊消費群的內部異質性如何影響平台定價，我們假設  $n_s = \frac{1}{\bar{s}}$ ； $n_b = \frac{1}{\bar{b}}$ ，使得買賣雙方消費群之平均願付價格一致，皆標準化為  $1/2$ 。<sup>2</sup> 故此時  $\bar{b} > \bar{s}$  則表示買方對網路外部性之偏好異質度大於賣方偏好之異質度。

往下，我們分析兩種狀況。第一種是兩平台進行價格競爭，在此狀況下，兩平台在給定期望的會員人數下，同時決定訂價。第二種是兩平台進行數量競爭，在此狀況下，兩平台可以完全預期到買賣雙方的會員人數，透過雙方的需求函數自然可得出訂價。往下我們將個別分析這兩種狀況之均衡結果。

---

<sup>2</sup> 亦可設定  $n_s = n_b = 1$ ，而買方對網路外部性的願付價格  $b$  均勻分布在  $[1/2 + \bar{b}/2, 1/2 - \bar{b}/2]$ ；賣方對網路外部性的願付價格  $s$  均勻分布在  $[1/2 + \bar{s}/2, 1/2 - \bar{s}/2]$ 。此設定下之結果將與本文相同。



圖(1)買賣雙方異質度差異及兩平台獲得的需求人數

### 參、 價格競爭下的均衡分析

根據前一章節所建構之模型，我們先分析兩平台價格競爭的均衡結果。 $x_{sj}^e$  為買方預期平台  $j$  的賣方會員人數，也就是買方預期  $j$  平台會有多少賣方，在這裡亦可視作買方預期平台  $j$  所提供的服務品質，以  $q_{bj}^e$  表示。故此處， $q_{bj}^e = x_{sj}^e$ ，其中， $j=1, 2$ 。

往下分析，我們考慮買賣雙方預期平台 2 在兩邊市場的會員人數都比平台 1 多，即  $q_{b2}^e = x_{s2}^e > q_{b1}^e = x_{s1}^e$ ， $q_{s2}^e = x_{b2}^e > q_{s1}^e = x_{b1}^e$ 。故平台 2 為高品質平台，或稱之為大平台。平台 1 則為低品質平台，或稱之為小平台。

根據效用函數我們可以在買方找到兩個效用無差異之邊際消費者。其中  $b_2$  表示加入大平台和小平台效用一樣的邊際消費者， $b_1$  為加入平台 1 與不加入任一平台效用一樣的消費者：

$$b_2 = \frac{p_{b2} - p_{b1}}{q_{b2}^e - q_{b1}^e}; b_1 = \frac{p_{b1}}{q_{b1}^e} \quad (3) (4)$$

由(3)(4)式我們可以推得到兩平台在買方的需求函數：

$$x_{b2} = \frac{n_b}{b} \left( \bar{b} - \frac{p_{b2} - p_{b1}}{q_{b2}^e - q_{b1}^e} \right); x_{b1} = \frac{n_b}{b} \left( \frac{p_{b2} - p_{b1}}{q_{b2}^e - q_{b1}^e} - \frac{p_{b1}}{q_{b1}^e} \right) \quad (5) (6)$$

同理，在賣方也可以同樣找到兩個邊際消費者：

$$s_2 = \frac{p_{s2} - p_{s1}}{q_{s2}^e - q_{s1}^e}; s_1 = \frac{p_{s1}}{q_{s1}^e} \quad (7) (8)$$

由(7)(8)式我們可以推得到平台在賣方的需求函數：

$$x_{s2} = \frac{n_s}{s} \left( \bar{s} - \frac{p_{s2} - p_{s1}}{q_{s2}^e - q_{s1}^e} \right); x_{s1} = \frac{n_s}{s} \left( \frac{p_{s2} - p_{s1}}{q_{s2}^e - q_{s1}^e} - \frac{p_{s1}}{q_{s1}^e} \right) \quad (9) (10)$$

同時兩平台都會對進入的買賣雙方收取費，為簡化分析我們假設兩平台提供服務的成本為零，因此利潤可寫成：

$$\pi_1 = \pi_{b1} + \pi_{s1} = p_{b1}x_{b1} + p_{s1}x_{s1} \quad (11.1)$$

$$\pi_2 = \pi_{b2} + \pi_{s2} = p_{b2}x_{b2} + p_{s2}x_{s2} \quad (11.2)$$

將(5)(6)(9)(10)帶入(11.1)-(11.2)式中，並且對價格微分，可得價格競爭下的一階條件為： $\frac{d\pi_1}{dp_{b1}}=0$ ， $\frac{d\pi_2}{dp_{b2}}=0$ ， $\frac{d\pi_1}{dp_{s1}}=0$ ， $\frac{d\pi_2}{dp_{s2}}=0$

聯立求解上面的條件，可得價格為：

$$p_{b1} = \frac{q_{b1}^e(q_{b1}^e - q_{b2}^e)\bar{b}}{q_{b1}^e - 4q_{b2}^e} ; p_{b2} = \frac{2(q_{b1}^e - q_{b2}^e)q_{b2}^e\bar{b}}{q_{b1}^e - 4q_{b2}^e} \quad (12.1) \quad (12.2)$$

$$p_{s1} = \frac{q_{s1}^e(q_{s1}^e - q_{s2}^e)\bar{s}}{q_{s1}^e - 4q_{s2}^e} ; p_{s2} = \frac{2(q_{s1}^e - q_{s2}^e)q_{s2}^e\bar{s}}{q_{s1}^e - 4q_{s2}^e} \quad (12.3) \quad (12.4)$$

接著將價格帶入平台的需求函數 $x_{b1}$ ， $x_{b2}$ ， $x_{s1}$ ， $x_{s2}$ 可得均衡需求函數為：

$$x_{b1} = -\frac{q_{b2}^e}{(q_{b1}^e - 4q_{b2}^e)\bar{b}} , x_{b2} = -\frac{2q_{b2}^e}{q_{b1}^e\bar{b} - 4q_{b2}^e\bar{b}} \quad (13.1) \quad (13.2)$$

$$x_{s1} = -\frac{q_{s2}^e}{(q_{s1}^e - 4q_{s2}^e)\bar{s}} , x_{s2} = -\frac{2q_{s2}^e}{q_{s1}^e\bar{s} - 4q_{s2}^e\bar{s}} \quad (13.3) \quad (13.4)$$

再將價格帶入(11.1)-(11.2)式，得均衡利潤函數：

$$\pi_1 = \frac{p_{b1}(-p_{b2}q_{b1}^e + p_{b1}q_{b2}^e)}{q_{b1}^e(q_{b1}^e - q_{b2}^e)\bar{b}^2} + \frac{p_{s1}(-p_{s2}q_{s1}^e + p_{s1}q_{s2}^e)}{q_{s1}^e(q_{s1}^e - q_{s2}^e)\bar{s}^2} \quad (14.1)$$

$$\pi_2 = \frac{1}{\bar{b}^2} [p_{b2}(\frac{-p_{b1} + p_{b2}}{q_{b1}^e - q_{b2}^e} + \bar{b})] + \frac{1}{\bar{s}^2} [p_{s2}(\frac{-p_{s1} + p_{s2}}{q_{s1}^e - q_{s2}^e} + \bar{s})] \quad (14.2)$$

此外，均衡下買方預期該平台的會員人數，會等於均衡時該平台賣方的會員人數。

故我們將 $q_{b2}^e = x_{s2}$ ， $q_{b1}^e = x_{s1}$ ， $q_{s2}^e = x_{b2}$ ， $q_{s1}^e = x_{b1}$ 帶入均衡需求函數。進一步聯立求解可得均衡會員人數：

$$x_{s1} = \frac{2}{7\bar{s}} ; x_{s2} = \frac{4}{7\bar{s}} \quad (15.1) \quad (15.2)$$

$$x_{b1} = \frac{2}{7\bar{b}} ; x_{b2} = \frac{4}{7\bar{b}} \quad (15.3) \quad (15.4)$$

我們接著把(15.1)-(15.4)式帶回價格函數可得價格競爭下的均衡價格：

$$p_{b1} = \frac{2\bar{b}}{49\bar{s}} ; p_{b2} = \frac{8\bar{b}}{49\bar{s}} \quad (16.1) \quad (16.2)$$

$$p_{s1} = \frac{2\bar{s}}{49\bar{b}} ; p_{s2} = \frac{8\bar{s}}{49\bar{b}} \quad (16.3) \quad (16.4)$$

帶入利潤函數(14.1)(14.2)式求得均衡利潤：

$$\pi_1 = \frac{4(\bar{b}+\bar{s})}{343\bar{b}\bar{s}} \quad (17.1)$$

$$\pi_2 = \frac{32(\bar{b}+\bar{s})}{343\bar{b}\bar{s}} \quad (17.2)$$

大小兩平台在買賣雙方的消費者剩餘分別為：

$$CS_{b1} = \int_{b_1}^{b_2} (bx_{s1} - p_{b1}) db = \frac{4\bar{b}^2}{343\bar{s}} \quad (18.1)$$

$$CS_{b2} = \int_{b_2}^{\bar{b}} (bx_{s2} - p_{b2}) db = \frac{48\bar{b}^2}{343\bar{s}} \quad (18.2)$$

$$CS_{s1} = \int_{s_1}^{s_2} (sx_{b1} - p_{s1}) ds = \frac{4\bar{s}^2}{343\bar{b}} \quad (18.3)$$

$$CS_{s2} = \int_{s_2}^{\bar{s}} (sx_{b2} - p_{s2}) ds = \frac{48\bar{s}^2}{343\bar{b}} \quad (18.4)$$

此外，分別加總買賣雙方加入平台 1 的買家效用與加入平台 2 的買家效用，可得到雙方市場的總消費者剩餘分別為(19.1)(19.2)式

$$CS_b = \int_{b_1}^{b_2} (bx_{s1} - p_{b1}) db + \int_{b_2}^{\bar{b}} (bx_{s2} - p_{b2}) db = \frac{52\bar{b}^2}{343\bar{s}} \quad (19.1)$$

$$CS_s = \int_{s_1}^{s_2} (sx_{b1} - p_{s1}) ds + \int_{s_2}^{\bar{s}} (sx_{b2} - p_{s2}) ds = \frac{52\bar{s}^2}{343\bar{b}} \quad (19.2)$$



根據(14)-(15)式，我們可以比較兩平台在雙邊市場索取之費用及會員人數的關係，可以得到命題一如下：

**<命題一>**在價格競爭下，若買方對網路外部性之偏好異質度大於賣方偏好之異質度( $\bar{b} > \bar{s}$ )，兩平台皆對買方索取高於賣方之費用( $p_{bi} > p_{si}$ )，且平台在買方的會員人數會低於賣方會員人數( $x_{bi} < x_{si}$ )。

證明：見附錄 A

由上述命題一可知，若某一邊市場的消費者異質度大於另一邊時，兩平台對異質度較高那方皆索取較高之費用，使得兩平台在該市場的會員人數皆低於另一邊市場。因為平台對任一邊市場進行單一定價，當平台想多讓一個願付價格較低的消費者進入就必須降價。然而，異質度高的市場中其最高願付價格比同質一方的市場高，所以在異質度較高那邊降價，相較對異質度低的那邊降價，平台放棄了更多剝削較高願付價格的機會。因此，平台為剝削高願付價格者的錢，會偏向對異質度高的一方收比另一方更高的價格，故異質度較高的一方加入平台會員人數會低於另一方的會員人數。

此外，為分析買賣雙方異質度變動，如何影響平台對買賣雙方索取之費用與會員人數的變動。將兩平台索取之費用及會員人數分別對 $\bar{b}$ 、 $\bar{s}$ 做一階微分，可得命題二：

**<命題二>** 在價格競爭下，隨買(賣)方異質度提高時，兩平台皆會向買(賣)方收取更高的費用，減少其買(賣)方會員人數。同時，兩平台會降低賣(買)方費用，以維持賣(買)方會員人數不變。

證明：見附錄 B

由上述命題二可知，當雙邊市場其中一邊的市場的異質度提高時，兩平台皆會提高對此市場之定價，減少此市場的會員人數。此外，將降低另一方市場的費用，以維持另一邊市場會員人數。其經濟直覺與命題一相近。異質度提高的一方，其最

高願付價格也跟著提高，因此，單一定價下，若維持相同會員人數，將無法進一步剝削提高的高願付價格。故當一方市場異質度提高時，兩平台為進一步剝削其消費者剩餘，會提高其費用，故使得該邊市場會員人數減少。然而，為維持另一邊市場會員人數，對另一邊市場收取較低費用。

接著我們可以再進一步探討，雙邊市場其中一邊異質度提升時，兩平台對買賣雙方索取之費用及收取之會員人數何者較多何者較少，並探討其差距。將兩平台間加入費用及會員人數相減，並對 $\bar{b}$ 、 $\bar{s}$ 微分，可以得到命題三：

**<命題三>**在價格競爭下，隨著買(賣)方消費者異質度上升，兩平台在買(賣)方間價格差距會增加，市場的會員人數差距會減少。賣(買)方的市場間價格差距會增減少，會員人數差距不受影響。

證明：見附錄 C

從命題三得知，異質度上升的一方，同邊市場兩平台向此邊索取的費用差距增加，會員人數差距減少；異質度維持不變的另一邊，價格差距會減少，會員人數差距則不受影響。其中，為了獲取更多的消費者剩餘，大小平台都會對異質度上升一方提高訂價。然而，大平台因人數較多，價格提高的幅度會大於小平台，也因此會員流失的人數高於小平台。此外，為維持另一邊市場會員人數，大平台相較於小平台會對另一邊市場收取較低費用，因此在另一邊市場的大小平台之價格差距會減少。

接著我們探討當一邊異質度高於另一邊時，兩平台的利潤，及消費者剩餘，得到命題四：

**<命題四>**在價格競爭下，若買方對網路外部性之偏好異質度大於賣方偏好之異質度( $\bar{b} > \bar{s}$ )，兩平台從買方獲得的利潤會高於從賣方獲得的利潤( $\pi_{bi} > \pi_{si}$ )，且兩平台在買方的消費者剩餘會高於賣方消費者剩餘( $CS_{bi} > CS_{si}$ )。

證明：見附錄 D

由命題一可知，異質度高的一方，平台會對其收高價，使會員人數減少，使得另一方所獲得的正外部性較小，因此較沒辦法獲利。另外，異質度較高一邊的消費者，所獲得的消費者剩餘會大於另一邊。因為單一定價下，平台在消費者異質度較大的一邊，較難剝削其消費者剩餘，因此異質度較大的消費群可以獲得更高的消費者剩餘。

接著我們探討隨著一方異質度提高時，兩平台的總利潤，及雙方消費者剩餘得到命題五：

<命題五>在價格競爭下，當任一市場消費者異質度上升時，兩平台總利潤皆會下降，買(賣)方異質度上升時，買(賣)消費者剩餘上升，賣(買)方消費者剩餘下降。

證明：見附錄 E

由命題五可知，不論哪一方消費者異質度提高時，皆會降低平台的總利潤，對兩平台皆不利。當消費者異質度越大時，單一定價更難剝削消費者剩餘，因此兩平台的總利潤皆會下降。此外，對異質度增加的一方，因更難進行剝削，故其消費者剩餘會增加。

然而，因為平台所獲得的總利潤會下降，但是消費者剩餘有可能下降也有可能上升，因此，消費者異質度提高對整體的福利影響並不明確。

#### 肆、數量競爭下的均衡分析

根據 Gabszewicz and Wauthy (2014)。假設平台可先承諾買賣雙方的會員人數  $q_{b1}$  ,  $q_{b2}$  ,  $q_{s1}$  ,  $q_{s2}$  , 依據前面的需求函數(5)(6)(9)(10)式可導出兩平台在買賣雙方的反需求函數：

$$p_{b1} = -q_{b1}\bar{b}[(q_{s1} + q_{s2})\bar{b} - 1] \quad (20.1)$$

$$p_{b2} = \bar{b}[q_{b2} - \bar{b}(q_{b1}q_{s1} + q_{b2}q_{s2})] \quad (20.2)$$

$$p_{s1} = -q_{s1}\bar{s}[(q_{b1} + q_{b2})\bar{s} - 1] \quad (20.3)$$

$$p_{s2} = \bar{s}[q_{s2} - \bar{s}(q_{b1}q_{s1} + q_{b2}q_{s2})] \quad (20.4)$$

將(20.1)-(20.4)代入利潤函數，並簡化可得：

$$\pi_1 = q_{b1}q_{s1}[\bar{b} - (q_{s1} + q_{s2})\bar{b}^2 + \bar{s} - (q_{b1} + q_{b2})\bar{s}^2] \quad (21.1)$$

$$\pi_2 = q_{s2}\bar{b}[q_{b2} - (q_{b1}q_{s1} + q_{b2}q_{s2})\bar{b}] + q_{b2}\bar{s}[q_{s2} - (q_{b1}q_{s1} + q_{b2}q_{s2})\bar{s}] \quad (21.2)$$

我們將兩平台的利潤函數分別對會員人數微分，可得數量競爭下的一階條件為：

$$\frac{d\pi_1}{dq_{b1}}=0, \quad \frac{d\pi_2}{dq_{b2}}=0, \quad \frac{d\pi_1}{dq_{s1}}=0, \quad \frac{d\pi_2}{dq_{s2}}=0$$

令上列四條一階條件聯立求解，便可推導出兩家平台收取的會員人數<sup>3</sup>為：

$$x_{s1} = -\frac{(-6+\sqrt{5})(\bar{b}+\bar{s})}{31\bar{s}^2}; \quad x_{s2} = \frac{(13+3\sqrt{5})(\bar{b}+\bar{s})}{62\bar{s}^2} \quad (22.1) \quad (22.2)$$

$$x_{b1} = -\frac{(-6+\sqrt{5})(\bar{b}+\bar{s})}{31\bar{b}^2}; \quad x_{b2} = \frac{(13+3\sqrt{5})(\bar{b}+\bar{s})}{62\bar{b}^2} \quad (22.3) \quad (22.4)$$

再把上述均衡產量(22.1)-(22.4)帶回價格函數，可得數量競爭下的均衡價格：

<sup>3</sup> 求得多組解，求取裡面最為合理的一組

$$p_{b1} = \frac{(-6+\sqrt{5})(\bar{b}+\bar{s})[(-37+\sqrt{5})\bar{b}+(25+\sqrt{5})\bar{s}]}{1922\bar{s}^2} \quad (23.1)$$

$$p_{b2} = \frac{(\bar{b}+\bar{s})[(214+78\sqrt{5})\bar{b}-3(63+5\sqrt{5})\bar{s}]}{1922\bar{s}^2} \quad (23.2)$$

$$p_{s1} = \frac{(-6+\sqrt{5})(\bar{b}+\bar{s})[(25+\sqrt{5})\bar{b}+(-37+\sqrt{5})\bar{s}]}{1922\bar{b}^2} \quad (23.3)$$

$$p_{s2} = -\frac{(\bar{b}+\bar{s})[3(63+5\sqrt{5})\bar{b}-2(107+39\sqrt{5})\bar{s}]}{1922\bar{b}^2} \quad (23.4)$$

接著，再將均衡價格及會員人數帶入利潤函數(11.1)-(11.2)式求得均衡下的利潤：

$$\pi_1 = \frac{0.001789947250596615(\bar{b}+\bar{s})^3}{\bar{b}^2\bar{s}^2} \quad (24.1)$$

$$\pi_2 = \frac{0.0274331574291297(\bar{b}+\bar{s})^3}{\bar{b}^2\bar{s}^2} \quad (24.2)$$

在 $\bar{b} > \bar{s} > 0$ 我們假設平台皆會對買方收費，也就是 $p_{b1} > 0$ ， $p_{b2} > 0$ ，因此我們得到條件如下<sup>4</sup>

$$\frac{1}{22}(15 + \sqrt{5})\bar{b} < \bar{s} < \bar{b} \quad (25)$$

大小兩平台在買賣雙方的消費者剩餘分別為：

$$CS_{b1} = \int_{b_1}^{b_2} (bq_{b1} - p_{b1}) db = -\frac{(-6+\sqrt{5})^3(\bar{b}+\bar{s})^3}{59582\bar{s}^2} \quad (26.1)$$

$$CS_{b2} = \int_{b_2}^{\bar{b}} (bq_{b2} - p_{b2}) db = \frac{(847+174\sqrt{5})(\bar{b}+\bar{s})^3}{59582\bar{s}^2} \quad (26.2)$$

$$CS_{s1} = \int_{s_1}^{s_2} (sq_{s1} - p_{s1}) ds = -\frac{(-6+\sqrt{5})^3(\bar{b}+\bar{s})^3}{59582\bar{b}^2} \quad (26.3)$$

$$CS_{s2} = \int_{s_2}^{\bar{s}} (sq_{s2} - p_{s2}) ds = \frac{(847+174\sqrt{5})(\bar{b}+\bar{s})^3}{59582\bar{b}^2} \quad (26.4)$$

<sup>4</sup>為了滿足 $(-6 + \sqrt{5})(25 + \sqrt{5})\bar{b} + (-37 + \sqrt{5})\bar{s} > 0$  和  $-[3(63 + 5\sqrt{5})\bar{b} - 2(107 + 39\sqrt{5})\bar{s}] > 0$  和  $\bar{b} > \bar{s} > 0$

此外，分別加總買賣雙方加入平台 1 的買家效用與加入平台 2 的買家效用，可得到雙方市場的消費者剩餘分別為(27.1)(27.2)式

$$cs_b = \int_{b_1}^{b_2} (bqb_1 - pb_1) db + \int_{b_2}^{\bar{b}} (bqb_2 - pb_2) db = \frac{(1153+61\sqrt{5})(\bar{b}+\bar{s})^3}{59582\bar{s}^2} \quad (27.1)$$

$$cs_s = \int_{s_1}^{s_2} (sqs_1 - ps_1) ds + \int_{s_2}^{\bar{s}} (sqs_2 - ps_2) ds = \frac{(1153+61\sqrt{5})(\bar{b}+\bar{s})^3}{59582\bar{b}^2} \quad (27.2)$$

根據(22)-(23)式，我們可以比較兩平台在雙邊市場索取之費用及會員人數的關係，可以得到命題六如下

**<命題六>** 在數量競爭下，若買方對網路外部性之偏好異質度大於賣方偏好之異質度( $\bar{b} > \bar{s}$ )，兩平台皆對買方索取高於賣方之費用( $p_{bi} > p_{si}$ )；且平台買方在會員人數會低於賣方會員人數( $x_{bi} < x_{si}$ )。

證明：見附錄 F

由上述命題六可知，若某一邊市場的消費者異質度大於另一邊時，兩平台對異質度較高那方皆索取較高之費用，使得兩平台在該市場的會員人數皆低於另一邊市場。在數量競爭下，其結果和價格競爭相同。在數量競爭下，因為平台對任一邊市場進行單一定價，當平台想多讓一個願付價格較低的消費者進入就必須降價。然而，異質度高的市場中其最高願付價格比另一方的市場高，所以在異質度較高那邊降價，相較對異質度低的那邊降價，平台放棄了更多剝削較高願付價格的機會。因此，平台為剝削高願付價格者的錢，會偏向對異質度高的一方收比另一方更高的價格，故異質度較高的一方加入平台會員人數會低於另一方的會員人數。

為分析買賣雙方異質度變動時，如何影響平台對雙方索取之費用與會員人數。將兩平台索取之費用及會員人數分別對 $\bar{b}$ 、 $\bar{s}$ 做一階微分，可得命題七：

**<命題七>**在數量競爭下，隨買(賣)方異質度提高時，兩平台皆會向買(賣)方收取更高的費用，減少其買(賣)方會員人數。同時，兩平台會降低賣(買)方費用，增加賣(買)方會員人數。

證明：見附錄 G

由上述命題七可知，當雙邊市場其中一邊的市場的異質度提高時，兩平台皆會提高對此市場之定價，減少此市場的會員人數。此外，將降低另一方市場的費用，增加另一邊市場會員人數。異質度提高的一方，其最高願付價格也跟著提高，因此，單一定價下，若維持相同會員人數，將無法進一步剝削提高的高願付價格。故當一方市場異質度提高時，平台為進一步剝削其消費者剩餘，會提高其費用，故使得該邊市場會員人數減少。然而，這裡跟價格競爭較不一樣得是：數量競爭下，對異質度不變的一方，平台為了增加其會員人數，因此會降低該邊市場的收費。

接著我們可以再進一步探討，雙邊市場其中一邊異質度提升時，兩平台對買賣雙方索取之費用及收取之會員人數何者較多何者較少，並探討其差距。將兩平台間加入費用及會員人數相減，並對 $\bar{b}$ 、 $\bar{s}$ 微分，可以得到命題八：

**<命題八>**在數量競爭下，隨著買(賣)方消費者異質度上升，兩平台在買(賣)方間價格差距會增加，市場的會員人數差距會減少。賣(買)方的市場間價格差距會增減少，會員人數差距會增加。

證明：見附錄 II

從命題八得知，異質度上升的一方，同邊市場兩平台向此邊索取的費用差距增加，會員人數差距減少；異質度維持不變的另一邊，價格差距會減少，會員人數差距會增加。異質度上升的一方，同邊市場兩平台向此邊索取的費用差距增加，會員人數差距減少；異質度維持不變的另一邊，價格差距會減少，會員人數差距則不受影響。其中，為了獲取更多的消費者剩餘，大小平台都會對異質度上升一方提高訂價。然而，大平台因人數較多，價格提高的幅度會大於小平台，也因此會員流失的人數高於小平台。此外，在異質度不變的一方，跟價格競爭較不一樣的是：數量競爭下，在異質度不變的一方，兩平台為增加其會員人數的數量，皆降低對該邊市場收費。其中，因大平台增加會員人數較多，降價幅度較大，使得異質度不變的一方，會員人數差距會增加。另外，大平台對其降價的幅度大於小平台，因此價格差

距會減少。

接著我們探討當一邊異質度高於另一邊時，兩平台的利潤，及消費者剩餘，得到命題九：

<命題九>在數量競爭下，若買方對網路外部性之偏好異質度大於賣方偏好之異質度( $\bar{b} > \bar{s}$ )，兩平台從買方獲得的利潤會高於賣方獲得的利潤( $\pi_{bi} > \pi_{si}$ )，且平台在買方的消費者剩餘會高於賣方消費者剩餘( $CS_{bi} > CS_{si}$ )。

證明：見附錄 I

由命題六可知，異質度高的一邊，平台會對其收高價，使會員人數減少，使得另一邊所獲得的正外部性較小，因此較沒辦法從另一邊獲利。另外，異質度較高一邊的消費者，所獲得的消費者剩餘會大於另一邊。因為單一定價下，平台在消費者異質度較大的一邊，較難剝削其消費者剩餘，因此異質度較大的消費群可以獲得更高的消費者剩餘。

接著我們探討隨著一方異質度提高時，兩平台的利潤，及雙方消費者剩餘得到命題九：

<命題十>在數量競爭下，當任一市場消費者異質度上升時，兩平台總利潤皆會下降，買(賣)消費者剩餘上升，賣(買)方消費者剩餘下降。

證明：見附錄 J

由命題十可知，不論哪一方消費者異質度提高時，皆會降低平台的總利潤，對兩平台皆不利。此處的結論和價格競爭一樣。當消費者異質度越大時，單一定價更難剝削消費者剩餘，因此兩平台的總利潤皆會下降。此外，對異質度增加的一方，因更難進行剝削，故其消費者剩餘會增加。

然而，因為平台所獲得的總利潤會下降，但是消費者剩餘有可能下降也有可能上升，因此，消費者異質度提高對整體的福利影響並不明確。



## 結論

近年來雙邊市場的概念被運用的越來越廣泛，像是網路交易市場、信用卡市場、展覽市場…等等。這些平台廠商在做決策時，不再只是考慮消費者市場需求來進行，更會考慮到雙方市場對網路外部性的異質程度、喜好程度來做決策。

此外，我們發現在許多市場中(例如展覽市場)，兩邊市場各自內部的消費者對網路外部性的異質性也會有所不同。因此本文同時考慮了消費群市場內部與兩消費群之間的網路外部性異質性，對平台如何向雙方訂定費用，及會員人數的影響，來做討論。

我們發現，不論在價格競爭或數量競爭下，當一邊的消費者偏好異質度大於另一邊時，得到主要結論如下：當一邊的消費者偏好異質度大於另一邊時，兩平台減少異質度較大市場的會員人數。當其中一方消費者異質度上升時，兩平台會藉由對此方調漲其費用價格，以減少此邊會員人數。相反的將降低另一邊市場之訂價，以增加另一邊會員人數。當一邊市場異質度提升時，兩平台在此邊市場間的會員人數差距將會提高，且在另一邊市場會員人數差距將減少。同時，兩平台利潤皆會下降。

雖本文同時探討了網路外部性與組內偏好異質度，平台如何對雙邊市場進行決策及利潤進行影響。然而，平台在吸引廠商加入的過程中需付出的成本。在本文為了為簡化模型，並未將成本納入討論。因此，在後續的研究上，可加入成本分析。探討加入成本後，是否會對平台向雙邊市場進行的決策及利潤帶來不一樣的影響效果。

## 附錄

### 附錄 A

證明：

$$\text{將(16.1)式減去(16.3)式可得：} p_{b1} - p_{s1} = \frac{2\bar{b}}{49\bar{s}} - \frac{2\bar{s}}{49\bar{b}} > 0 ;$$

$$\text{將(16.2)式減去(16.4)式可得：} p_{b2} - p_{s2} = \frac{8\bar{b}}{49\bar{s}} - \frac{8\bar{s}}{49\bar{b}} > 0 ;$$

$$\text{將(15.4)式減去(15.2)式可得：} x_{b2} - x_{s2} = \frac{4}{7} \left( \frac{1}{\bar{b}} - \frac{1}{\bar{s}} \right) < 0$$

$$\text{將(15.3)式減去(15.1)式可得：} x_{b1} - x_{s1} = \frac{2}{7} \left( \frac{1}{\bar{b}} - \frac{1}{\bar{s}} \right) < 0$$

■

### 附錄 B

證明：

$$\text{將(16.1)式對}\bar{b}\text{微分可得：} \frac{dp_{b1}}{d\bar{b}} = \frac{2}{49\bar{s}} > 0$$

$$\text{將(16.2)式對}\bar{b}\text{微分可得：} \frac{dp_{b2}}{d\bar{b}} = \frac{8}{49\bar{s}} > 0$$

$$\text{將(15.3)式對}\bar{b}\text{微分可得：} \frac{dx_{b1}}{d\bar{b}} = -\frac{2}{7\bar{b}^2} < 0$$

$$\text{將(15.4)式對}\bar{b}\text{微分可得：} \frac{dx_{b2}}{d\bar{b}} = -\frac{4}{7\bar{b}^2} < 0$$

$$\text{將(16.3)式對}\bar{b}\text{微分可得：} \frac{dp_{s1}}{d\bar{b}} = -\frac{2\bar{s}}{49\bar{b}^2} < 0$$

$$\text{將(16.4)式對}\bar{b}\text{微分可得：} \frac{dp_{s2}}{d\bar{b}} = -\frac{8\bar{s}}{49\bar{b}^2} < 0 ,$$

$$\text{將(15.1)式對}\bar{b}\text{微分可得：} \frac{dx_{s1}}{d\bar{b}} = 0 , \text{因} q_{b1} = \frac{2}{7\bar{s}} , \text{對}\bar{b}\text{微分}=0$$

$$\text{將(15.2)式對}\bar{b}\text{微分可得：} \frac{dx_{s2}}{d\bar{b}} = 0 , \text{因} q_{b2} = \frac{4}{7\bar{s}} , \text{對}\bar{b}\text{微分}=0$$

(同理可證,  $\frac{dp_{bi}}{d\bar{s}} < 0$ ,  $\frac{dp_{si}}{d\bar{s}} > 0$ ,  $\frac{dx_{si}}{d\bar{s}} < 0$ ,  $\frac{dx_{bi}}{d\bar{s}} = 0$ , 其中  $i = 1, 2$ ).

### 附錄 C

將(15.4)(15.3)兩式相減後對 $\bar{b}$ 微分可得:  $\frac{d(x_{b2}-x_{b1})}{db} = -\frac{2}{7b^2} < 0$

因為 $\bar{b} \uparrow$ 時,  $x_{b2}$ 下降的幅度大於 $x_{b1}$ 下降的幅度

將(16.2)(16.1)相減對 $\bar{b}$ 微分可得:  $\frac{d(p_{b2}-p_{b1})}{db} = \frac{6}{49\bar{s}} > 0$

因為 $\bar{b} \uparrow$ 時,  $p_{b2}$ 上升的幅度大於 $p_{b1}$ 上升的幅度

將(15.2)(15.1)相減對 $\bar{b}$ 微分可得:  $\frac{d(x_{s2}-x_{s1})}{db} = 0$

因為 $q_{b2} = \frac{4}{7\bar{s}}$ ,  $q_{b1} = \frac{2}{7\bar{s}}$ , 因此對 $\bar{b}$ 微分為零

將(16.4)(16.3)相減對 $\bar{b}$ 微分可得:  $\frac{d(p_{s2}-p_{s1})}{db} = -\frac{6\bar{s}}{49b^2} < 0$

因為 $\bar{b} \uparrow$ 時,  $p_{s2}$ 下降的幅度大於 $p_{s1}$ 下降的幅度

將(15.4)(15.3)相減對 $\bar{s}$ 微分可得:  $\frac{d(x_{b2}-x_{b1})}{d\bar{s}} = 0$

因為 $q_{s2} = \frac{4}{7\bar{b}}$ ,  $q_{s1} = \frac{2}{7\bar{b}}$ , 因此對 $\bar{s}$ 微分為零

將(16.2)(16.1)相減對 $\bar{s}$ 微分可得:  $\frac{d(p_{b2}-p_{b1})}{d\bar{s}} = -\frac{6\bar{b}}{49\bar{s}^2} < 0$

因為 $\bar{s} \uparrow$ 時,  $p_{b2}$ 下降的幅度大於 $p_{b1}$ 下降的幅度

將(15.2)(15.1)相減對 $\bar{s}$ 微分可得:  $\frac{d(x_{s2}-x_{s1})}{d\bar{s}} = -\frac{2}{7\bar{s}^2} < 0$

因為 $\bar{s} \uparrow$ 時,  $x_{s2}$ 下降的幅度大於 $x_{s1}$ 下降的幅度

將(16.4)(16.3)相減對 $\bar{s}$ 微分可得:  $\frac{d(p_{s2}-p_{s1})}{d\bar{s}} = \frac{6}{49\bar{b}} > 0$

因為 $\bar{s} \uparrow$ 時,  $p_{s2}$ 上升的幅度大於 $p_{s1}$ 上升的幅度

## 附錄 D

證明：

$$\pi_1 \text{ 可拆成：} \pi_{b1} + \pi_{s1} = \frac{4\bar{b}}{343\bar{s}^2} + \frac{4\bar{s}}{343\bar{b}^2}$$

$$\pi_2 \text{ 可拆成：} \pi_{b2} + \pi_{s2} = \frac{32\bar{b}}{343\bar{s}^2} + \frac{32\bar{s}}{343\bar{b}^2}$$

$$\text{將 } \pi_{b1} - \pi_{s1} \text{ 可得：} \frac{4\bar{b}}{343\bar{s}^2} - \frac{4\bar{s}}{343\bar{b}^2} > 0$$

$$\text{將 } \pi_{b2} - \pi_{s2} \text{ 可得：} \frac{32\bar{b}}{343\bar{s}^2} - \frac{32\bar{s}}{343\bar{b}^2} > 0$$

$$\text{將(18.1)式減去(18.3)式可得：} cS_{b1} - cS_{s1} = \frac{4\bar{b}^2}{343\bar{s}} - \frac{4\bar{s}^2}{343\bar{b}} > 0$$

$$\text{將(18.2)式減去(18.4)式可得：} cS_{b2} - cS_{s2} = \frac{48\bar{b}^2}{343\bar{s}} - \frac{48\bar{s}^2}{343\bar{b}} > 0$$

## 附錄 E

證明：

$$\text{將(17.1)對 } \bar{b} \text{ 微分可得：} \frac{d\pi_1}{d\bar{b}} = -\frac{4}{343\bar{b}^2} < 0$$

$$\text{將(17.2)對 } \bar{b} \text{ 微分可得：} \frac{d\pi_2}{d\bar{b}} = -\frac{32}{343\bar{b}^2} < 0$$

$$\text{將(17.1)對 } \bar{s} \text{ 微分可得：} \frac{d\pi_1}{d\bar{s}} = -\frac{4}{343\bar{s}^2} < 0$$

$$\text{將(17.2)對 } \bar{s} \text{ 微分可得：} \frac{d\pi_2}{d\bar{s}} = -\frac{32}{343\bar{s}^2} < 0$$

$$\text{將(19.1)式對 } \bar{b} \text{ 微分可得：} \frac{dcs_b}{d\bar{b}} = \frac{104\bar{b}}{343\bar{s}} > 0$$

$$\text{將(19.1)式對 } \bar{s} \text{ 微分可得：} \frac{dcs_b}{d\bar{s}} = -\frac{52\bar{b}^2}{343\bar{s}^2} < 0$$

將(19.2)式對 $\bar{b}$ 微分可得： $\frac{dcs_s}{d\bar{b}} = -\frac{52\bar{s}^2}{343\bar{b}^2} < 0$

將(19.2)式對 $\bar{s}$ 微分可得： $\frac{dcs_s}{d\bar{s}} = \frac{104\bar{s}}{343\bar{b}} > 0$

## 附錄 F

證明：

將(20.1)減去(20.3)可得： $p_{b1} - p_{s1} = -\frac{0.00052(-130.849\bar{b}^{-2} - 28.334\bar{b}\bar{s} - 130.849\bar{s}^2)(\bar{b}^2 - 1.\bar{s}^2)}{\bar{b}^2\bar{s}^2} > 0$

將(20.2)減去(20.4)可得： $p_{b2} - p_{s2} = \frac{0.00052(\bar{b}^2 - 1.\bar{s}^2)(388.413\bar{b}^2 + 165.872\bar{b}\bar{s} + 388.413\bar{s}^2)}{\bar{b}^2\bar{s}^2} > 0$ ；

將(22.3)減去(22.1)可得： $q_{s1} - q_{b1} = x_{b1} - x_{s1} = -\frac{0.12141716201613581(\bar{b} - 1.\bar{s})(\bar{b} + \bar{s})^2}{\bar{b}^2\bar{s}^2} < 0$

將(22.4)減去(22.2)可得： $q_{s2} - q_{b2} = x_{b2} - x_{s2} = -\frac{0.3178742569757963(\bar{b} - 1.\bar{s})(\bar{b} + \bar{s})^2}{\bar{b}^2\bar{s}^2} < 0$

## 附錄 G

將(20.1)式對 $\bar{b}$ 微分可得： $\frac{dp_{b1}}{d\bar{b}} = \frac{0.00104(130.849\bar{b} + 14.167\bar{s})}{\bar{s}^2} > 0$

將(20.2)式對 $\bar{b}$ 微分可得： $\frac{dp_{b2}}{d\bar{b}} = \frac{0.00052(776.8266\bar{b} + 165.872\bar{s})}{\bar{s}^2} > 0$

將(22.3)式對 $\bar{b}$ 微分可得： $\frac{dx_{b1}}{d\bar{b}} = -\frac{2}{7\bar{b}^2} < 0$

將(22.4)式對 $\bar{b}$ 微分可得： $\frac{dx_{b2}}{d\bar{b}} = -\frac{4}{7\bar{b}^2} < 0$

將(20.3)式對 $\bar{b}$ 微分可得： $\frac{dp_{s1}}{d\bar{b}} = \frac{0.001(-14.167\bar{b} - 130.849\bar{s})\bar{s}}{\bar{b}^3} < 0$

將(20.4)式對 $\bar{b}$ 微分可得： $\frac{dp_{s2}}{d\bar{b}} = -\frac{0.00052\bar{s}(165.872\bar{b} + 776.8266\bar{s})}{\bar{b}^3} < 0$

將(22.1)式對 $\bar{b}$ 微分可得： $\frac{dx_{s1}}{d\bar{b}} = \frac{0.12141716201613581}{\bar{s}^2} > 0$

將(22.2)式對 $\bar{b}$ 微分可得： $\frac{dx_{s2}}{d\bar{b}} = \frac{0.3178742569757963}{\bar{s}^2} > 0$

(同理可證， $\frac{dp_{bi}}{d\bar{s}} < 0$ ， $\frac{dp_{si}}{d\bar{s}} > 0$ ， $\frac{dq_{bi}}{d\bar{s}} = \frac{dx_{si}}{d\bar{s}} < 0$ ， $\frac{dq_{si}}{d\bar{s}} = \frac{dx_{bi}}{d\bar{s}} > 0$ ， $i = 1, 2$ )

## 附錄 H

將(22.4)(22.3)兩式相減後對 $\bar{b}$ 微分可得： $\frac{d(x_{b2}-x_{b1})}{d\bar{b}} = -\frac{2}{7\bar{b}^2} < 0$

因為 $\bar{b} \uparrow$ 時， $x_{b2}$ 下降的幅度大於 $x_{b1}$ 下降的幅度

將(23.2)(23.1)相減對 $\bar{b}$ 微分可得： $\frac{d(p_{b2}-p_{b1})}{d\bar{b}} = \frac{6}{49\bar{s}} > 0$

因為 $\bar{b} \uparrow$ 時， $p_{b2}$ 上升的幅度大於 $p_{b1}$ 上升的幅度

將(22.2)(22.1)相減對 $\bar{b}$ 微分可得： $\frac{d(x_{s2}-x_{s1})}{d\bar{b}} = 0$

因為 $q_{b2} = \frac{4}{7\bar{s}}$ ， $q_{b1} = \frac{2}{7\bar{s}}$ ，因此對 $\bar{b}$ 微分為零

將(23.4)(23.3)相減對 $\bar{b}$ 微分可得： $\frac{d(p_{s2}-p_{s1})}{d\bar{b}} = -\frac{6\bar{s}}{49\bar{b}^2} < 0$

因為 $\bar{b} \uparrow$ 時， $p_{s2}$ 下降的幅度大於 $p_{s1}$ 下降的幅度

將(22.4)(22.3)相減對 $\bar{s}$ 微分可得： $\frac{d(x_{b2}-x_{b1})}{d\bar{s}} = 0$

因為 $q_{s2} = \frac{4}{7\bar{b}}$ ， $q_{s1} = \frac{2}{7\bar{b}}$ ，因此對 $\bar{s}$ 微分為零

將(23.2)(23.1)相減對 $\bar{s}$ 微分可得： $\frac{d(p_{b2}-p_{b1})}{d\bar{s}} = -\frac{6\bar{b}}{49\bar{s}^2} < 0$

因為 $\bar{s} \uparrow$ 時， $p_{b2}$ 下降的幅度大於 $p_{b1}$ 下降的幅度

將(22.2)(22.1)相減對 $\bar{s}$ 微分可得： $\frac{d(x_{s2}-x_{s1})}{d\bar{s}} = -\frac{2}{7\bar{s}^2} < 0$

因為 $\bar{s} \uparrow$ 時， $x_{s2}$ 下降的幅度大於 $x_{s1}$ 下降的幅度

將(23.4)(23.3)相減對 $\bar{s}$ 微分可得： $\frac{d(p_{s2}-p_{s1})}{d\bar{s}} = \frac{6}{49\bar{b}} > 0$

因為 $\bar{s} \uparrow$ 時， $p_{s2}$ 上升的幅度大於 $p_{s1}$ 上升的幅度

## 附錄 I

證明：

$\pi_1$ 可拆成： $\pi_{b1} + \pi_{s1}$

$$= -\frac{(-6+\sqrt{5})^2(\bar{b}+\bar{s})^2[(-37+\sqrt{5})\bar{b}+(25+\sqrt{5})\bar{s}]}{59582\bar{b}^2\bar{s}^2} + \left\{ -\frac{(-6+\sqrt{5})^2(\bar{b}+\bar{s})^2[(25+\sqrt{5})\bar{b}+(-37+\sqrt{5})\bar{s}]}{59582\bar{b}^2\bar{s}^2} \right\}$$

$\pi_2$ 可拆成： $\pi_{b2} + \pi_{s2}$

$$= \frac{(\bar{b}+\bar{s})^2[4(494+207\sqrt{5})\bar{b}-3(447+127\sqrt{5})\bar{s}]}{59582\bar{b}^2\bar{s}^2} + \left\{ -\frac{(\bar{b}+\bar{s})^2[3(447+127\sqrt{5})\bar{b}-4(494+207\sqrt{5})\bar{s}]}{59582\bar{b}^2\bar{s}^2} \right\}$$

將 $\pi_{b1} - \pi_{s1}$ 可得： $\frac{0.014742127232052574(\bar{b}-1.\bar{s})(\bar{b}+\bar{s})^2}{\bar{b}^2\bar{s}^2} > 0$

將 $\pi_{b2} - \pi_{s2}$ 可得： $\frac{0.10104404324791458(\bar{b}-1.\bar{s})(\bar{b}+\bar{s})^2}{\bar{b}^2\bar{s}^2} > 0$

將(26.1)式減去(26.3)式可得： $cs_{b1} - cs_{s1} = \frac{(-6+\sqrt{5})^3(\bar{b}+\bar{s})^3}{59582\bar{b}^2} - \frac{(-6+\sqrt{5})^3(\bar{b}+\bar{s})^3}{59582\bar{s}^2} > 0$

將(26.2)式減去(26.4)式可得： $cs_{b2} - cs_{s2} = -\frac{(847+174\sqrt{5})(\bar{b}+\bar{s})^3}{59582\bar{b}^2} + \frac{(847+174\sqrt{5})(\bar{b}+\bar{s})^3}{59582\bar{s}^2} > 0$

## 附錄 J

證明：

將(24.1)對 $\bar{b}$ 微分可得： $\frac{d\pi_1}{d\bar{b}} = \frac{0.0017(\bar{b}-2.\bar{s})(\bar{b}+\bar{s})^2}{\bar{b}^3\bar{s}^2} < 0$

將(24.2)對 $\bar{b}$ 微分可得： $\frac{d\pi_2}{d\bar{b}} = \frac{0.0274(\bar{b}-2.\bar{s})(\bar{b}+\bar{s})^2}{\bar{b}^3\bar{s}^2} < 0$

由(21)式 $\frac{1}{22}(15+\sqrt{5})\bar{b} < \bar{s} < \bar{b}$ ，我們可導出 $\bar{b}-2.\bar{s} < 0$

將(24.1)對 $\bar{s}$ 微分可得：
$$\frac{d\pi_1}{d\bar{s}} = -\frac{0.0017(2\bar{b}-1\bar{s})(\bar{b}+\bar{s})^2}{\bar{b}^2\bar{s}^3} < 0$$

將(24.2)對 $\bar{b}$ 微分可得：
$$\frac{d\pi_2}{d\bar{s}} = -\frac{0.0274(2\bar{b}-1\bar{s})(\bar{b}+\bar{s})^2}{\bar{b}^2\bar{s}^3} < 0$$

將(27.1)對 $\bar{b}$ 微分可得：
$$\frac{dcs_b}{d\bar{b}} = \frac{3(1153+61\sqrt{5})(\bar{b}+\bar{s})^2}{59582\bar{s}^2} > 0$$

將(27.1)對 $\bar{s}$ 微分可得：
$$\frac{dcs_b}{d\bar{s}} = \frac{(1153+61\sqrt{5})(-2\bar{b}+\bar{s})(\bar{b}+\bar{s})^2}{59582\bar{s}^3} < 0$$

將(27.2)對 $\bar{b}$ 微分可得：
$$\frac{dcs_s}{d\bar{b}} = \frac{(1153+61\sqrt{5})(\bar{b}-2\bar{s})(\bar{b}+\bar{s})^2}{59582\bar{b}^3} < 0$$

將(27.2)對 $\bar{s}$ 微分可得：
$$\frac{dcs_s}{d\bar{s}} = \frac{3(1153+61\sqrt{5})(\bar{b}+\bar{s})^2}{59582\bar{b}^2} > 0$$





## 參考文獻

- 曲創、楊超、臧旭恒(2009)，雙邊市場下大型零售商的競爭策略研究《中國工業經濟》2009年07期
- 張瑞雲、郭平欣(2006)，網路外部性、品質內生化與成本結構《亞太經濟管理評論》200609(10:1期)
- 張志偉、盧柏宗、林燕淑(2014)，雙邊市場與遊樂園門票《戶外遊憩研究》27:2 2014.06[民103.06]頁37-61
- Armstrong, M., (2006), "Competition in Two-Sided Markets," *Rand Journal of Economics*, 37, 668-691.
- Doganoglu, T., Wright, J., (2006), "Multihoming and Compatibility," *International Journal of Industrial Organization*, 24, 45-67.
- Economides, N., Katsamakos, E., (2006), "Two-Sided Competition of Proprietary vs. Open Source Technology Platform and the Implications for the Software Industry," *Management Science*, 52, 1057-1071.
- Gabszewicz, J. J., Wauthy, X., (2014), "Vertical product differentiation and two-sided markets" *Economics Letters*, 123 (2014) 58-61
- Rochet, J.-C., Tirole, J., (2003), "Platform Competition in Two-Sided Markets," *Journal of European Economic Association*, 1, 990-1029.