

東海大學統計研究所

碩士論文

指導教授：劉家頤 博士

人類心跳頻譜分析—區分鬱血性心衰竭病人與健康人
之心跳模式

The Spectral Analysis of Human Heartbeat —
Differentiate between Congestive Heart Failure and
Healthy Heartbeat Patterns

研究生：林翌萱 撰

中華民國一零八年七月

東海大學碩士班研究生

論文口試委員審定書

統計學系碩士班林翌萱君所提之論文

人類心跳頻譜分析－區分鬱血性心衰竭病人與健康
康人之心跳模式

經本委員會審議，認為符合碩士資格標準。

論文口試委員召集人 張玄如 (簽章)

委員 楊權輝
劉家頭

中華民國 108 年 07 月 10 日

誌謝

每一本碩士論文，都是每位學生在研究過程中努力奮鬥出來的成果，而在這段研究過程中，難免會有所瓶頸，承蒙師長的教導；家人、同學、及朋友的協助與鼓勵，我才能順利的完成這本論文。

首先非常感謝指導教授劉家顯博士在學業上給予最專業的指導，以彌補我學識之不足，並感謝老師在論文撰寫期間的指導及協助，使得本論文能順利完成。

在研究過程中，感謝所有協助過我的老師及助教們，提供許多非常寶貴的建議，使我受益良多，特別感謝口試委員張玉媚博士、楊權輝博士對論文的建議及指導，使論文能夠更加得完善。

感謝學姊余詩涵、黃家俊同學在研究期間的指導與協助，感謝呂瑞晨同學、葉芳瑜同學在學習過程中的互助及鼓勵，使我在研究過程中不孤單。

最後要感謝我的父母，感謝父母從小對我的教導，並在需要時給予我一切的支持，使我能順利完成碩士學位，期許自己未來能將所學回饋至社會。

林翊萱 謹誌於

東海大學統計研究所

中華民國一零八年七月

摘要

本研究以分析心跳資料為主題，由健康人與鬱血性心衰竭病人兩組樣本作為對照，利用頻譜分析與其他統計方法比較兩者之間差異。

研究共收集 24 名受測者實證資料，將原始資料涵蓋間隔時間轉換為單位時間內發生次數進行分析，首先以基本統計量了解資料相關型態，再以頻譜分析之頻譜圖了解兩族群之間差異性，最後利用 Variance-Time-Curve 將心跳發生次數變異數以圖形呈現，進而求得各 VTC 指數，將其以統計方法檢定是否可以區分兩組樣本的不同，對實證分析結果進行評估。

經由實證分析發現，頻譜分析之頻譜圖可有效顯示兩族群不同，而 VTC 指數檢定結果接近顯著，因此還是可以藉由分析結果區分健康人與鬱血性心衰竭病人兩者之差異。

關鍵詞：心跳、頻譜分析、點過程、鬱血性心衰竭。

Abstract

In this study, we focus on the analysis of heart rate data. Two groups of healthy people and patients with congestive heart failure, respectively, were used as samples. The differences between the two groups were analyzed by spectral analysis and other statistical methods.

We collected a total of 24 subjects' heartbeat data, and converted the original data interval into the number of occurrences in fixed time windows. First, the basic statistics were used to understand the data-related patterns, and then the spectral analysis was used to understand the differences between the two groups. Finally, Variance-Time-Curve were need to graphically present the number of heartbeat variability, and then obtain each VTC index, and determine whether it can distinguish the difference between the two groups by statistical methods, and evaluate the empirical analysis results.

Through empirical analysis, it is found that the spectral analysis can effectively show the difference between the two groups. The VTC index test results are close to being statistically significant. It is still possible to distinguish the difference between healthy people and patients with congestive heart failure by analyzing the results.

Keywords : Heartbeat 、 Spectral analysis 、 Point process 、 Congestive heart failure ◦

目錄

誌謝.....	i
摘要.....	ii
Abstract.....	iii
目錄.....	iv
第一章 緒論.....	1
1.1 研究動機與目的.....	1
1.2 研究流程.....	1
1.3 心臟.....	2
1.4 鬱血性心衰竭 (Congestive Heart Failure).....	3
第二章 研究背景.....	5
2.1 隨機點過程.....	5
2.2 卜瓦松過程 (Poisson Process).....	6
2.2.1 均齊性卜瓦松 (Homogeneous Poisson Process, HPP).....	7
2.2.2 非均齊性卜瓦松 (Non-Homogeneous Poisson Process, NHPP).....	7
2.3 群集卜瓦松過程(Clustering Poisson Process).....	8
2.3.1 群集卜瓦松過程之定義.....	8
2.3.2 群集個數之分配.....	9
第三章 研究方法.....	10
3.1 頻譜分析.....	10
3.2 自身相關性 (Autocorrelation).....	12
3.3 Variance-Time-Curve (VTC).....	13
第四章 實證分析.....	14
4.1 資料的收集與型態.....	14
4.2 實證分析結果.....	14
第五章 結論.....	27

參考文獻.....	28
附錄一 健康人間隔時間二秒內發生次數頻譜圖.....	30
附錄二 健康人間隔時間五秒內發生次數頻譜圖.....	32
附錄三 健康人間隔時間十秒內發生次數頻譜圖.....	34
附錄四 鬱血性心衰竭病人間隔時間二秒內發生次數頻譜圖.....	36
附錄五 鬱血性心衰竭病人間隔時間五秒內發生次數頻譜圖.....	38
附錄六 鬱血性心衰竭病人間隔時間十秒內發生次數頻譜圖.....	40

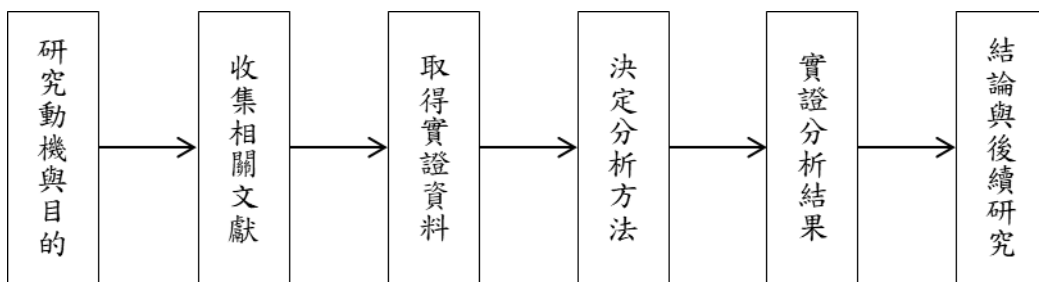
第一章 緒論

1.1 研究動機與目的

心臟為人體重要的器官之一，不斷持續的跳動以供應我們生存的能量，擁有強健的心臟是我們所希望的，然而心臟疾病卻是一直在國人死因中位居第二或第三(衛生福利部)，許多疾病最終可能導致心臟衰竭，心臟衰竭是一種慢性且會漸進惡化的疾病，對病患生活品質也有很大影響。許多研究報告中，心跳分析也經常被應用在區分健康人與某疾病患者(楊翠芬等人，2007)，因此我們想透過統計方法進行心跳的分析，來探討受測者是否健康或者具有某種疾病，本研究利用受測者為健康人與鬱血性心衰竭作為對照，進行分析與探討。

1.2 研究流程

在參考有關於心跳分析相關文獻後，收集實際資料加以分析，所收集心跳原始資料為發生間隔時間，取時間寬度為所要分析之時間間隔，計算不同發生時間間隔內所發生次數，進行頻譜分析與 Variance-Time-Curve，利用實際分析結果比較健康人與鬱血性心衰竭病人兩者不同，並做出結論。



1.3 心臟

心臟為人體最重要的器官之一，主要功能為將血液運送到全身各個器官，血液提供了身體氧氣及養分，同時也將代謝的廢棄物帶離細胞，健康的心臟透過心臟瓣膜維持血液的單一方向流動，避免血液回流。心臟循環或稱心週期，指的是從心跳開始到下一次心跳開始期間，每一次的心臟循環包含收縮期與舒張期，收縮期血液從心臟流出，舒張期時心臟則放鬆，此時血液又流回心臟(梅約醫學中心，2004)。人類的心臟分為四個腔室，左心房、右心房、左心室及右心室，血液首先從心外器官流入心房，再流入心室，心臟負責了全身的血液循環，循環又分為體循環和肺循環兩種。

右側心臟負責將血液推送至肺臟，身體的缺氧血會先由上腔和下腔靜脈回流到心臟右心房，之後再進入右心室，右心室會將缺氧血帶入肺臟進行氣體交換，缺氧血呈暗紅色，因為血液裡氧氣含量在流經全身時已漸漸被消耗，與肺臟相關的循環系統稱為肺循環。缺氧血在肺臟得到氧氣並排出二氧化碳後變成顏色較鮮艷的充氧血，接下來，充氧血會回到左心房，經過左心室後由主動脈輸送至全身，再次回到了體循環系統，體循環負責身體大部分的血液運輸，又稱大循環。流經全身的血液要比流經肺臟需要更大壓力，因此左側心臟的肌肉要比右心來的發達，才能產生更大壓力，左心足夠強壯才能將血液推往全身。

而在肺臟獲得的氧氣將會被用來供全身進行新陳代謝成為二氧化碳再經心臟流入肺臟排除，通常每一次心跳，右心室會輸出到肺部與左心室輸出到主動脈相等的血液量。靜脈運輸血液到心臟，而動脈則運輸血液離開心臟。

心臟主要由心肌、心外膜、心內膜組成，而心肌是心臟肌肉最主要的分層，由心肌細胞(Myocardium)所組成，根據其功能屬性分為工作心肌細胞和自律心肌細胞兩類。工作心肌細胞的肌原纖維豐富，具有自主性、傳導性和興奮性，執行收縮功能，它們是心房和心室壁的主要構成部分，含有豐富的肌原纖維，執行收縮功能，故又稱為工作細胞。工作細胞不能自動地產生節律性興奮，即不具有自

動節律性，但它具有興奮性，可以在外來刺激作用下產生興奮，也具有傳導興奮的能力，但是，與相應的特殊傳導組織作比較，傳導性較低。自律心肌細胞具有自律性，即使離體的心臟仍表現出自律的舒張收縮活動，所謂自律性，就是這些心肌細胞在其動作電位的 4 期存在著一個自動去極化過程，並會產生新一輪的動作電位。其中主要包括 P 細胞和浦肯野細胞，它們除了具有興奮性和傳導性之外，還具有自動產生節律性、興奮的能力，故稱為自律細胞。

竇房結(Sinoatrial Node)是心臟的起搏點，又稱為節律點。竇房結是正常心跳的產生部位，由其產生的心跳速率約為每分鐘 72 次。當竇房結病變時可能會引發心跳過速、心跳過緩等心臟病，也可能由心臟的其他部位如心房、心室、浦氏纖維接管起搏功能，但它們的搏動速率均要低於竇房結。在胚胎中，心室比心房較早出現，並最先搏動，之後心房的出現帶來了更高頻率的節律，最後靜脈竇加入，他的自律性也最高。因此後來在靜脈竇中形成竇房結，竇房結也是整個特殊傳導系統裡面自律性最高的，而心房和心室依照當時自律頻率最高的興奮搏動，其形成的心臟節律被稱為竇性節律。

1.4 鬱血性心衰竭 (Congestive Heart Failure)

鬱血性心衰竭也稱作慢性心臟衰竭(Chronic Heart Failure)，指的是心臟無法輸送足夠血液供周圍組織進行新陳代謝，進而出現呼吸困難、過度疲憊與下肢水腫等症狀。心臟衰竭通常會限制病患行動與運動的可負荷量，即便控制得宜，運動量依然受限。造成心臟衰竭的常見原因包括冠狀動脈疾病(包含曾有心肌梗塞)、高血壓、心房顫動、瓣膜性心臟病、和心肌病變。這些原因會造成心臟結構或功能的改變，進而造成心臟衰竭。

心臟衰竭的診斷是根據病史及理學檢查，並透過心臟超音波確認診斷。抽血檢查、心電圖、胸部 X 光攝影則適用來決定心臟衰竭的潛在成因。心臟衰竭的治療視嚴重程度與成因，對於控制穩定的慢性心臟衰竭病患而言，治療通常包含藥物、生活型態的調整，譬如戒菸、運動、飲食控制等。

心臟衰竭的治療分為非介入性治療與介入性治療。非介入性治療指的是是否藥物治療，使用藥物包括毛地黃、利尿劑、乙型阻斷劑、血管擴張劑…等，必要時醫師會使用適量鎮靜劑幫助穩定情緒、降低緊張及憂鬱情緒，減輕心臟負荷；非藥物治療，則採取低鈉、限水飲食、同時監測每日攝入及輸出量、測量體重、觀察水腫程度、抬高並適度支托水腫肢體，同時限制活動量和臥床休息。另外依病人病況執行適合之介入性治療：包括冠狀動脈置放支架、裝置心臟內電擊去顫器、心臟再同步化治療，或者進行手術，冠狀動脈繞道手術、瓣膜修補術、主動脈內氣球幫浦、葉克膜體外維生系統，然而較嚴重患者對上述治療反應不佳時，可考慮心室輔助器或心臟移植(李啟明，2005)。

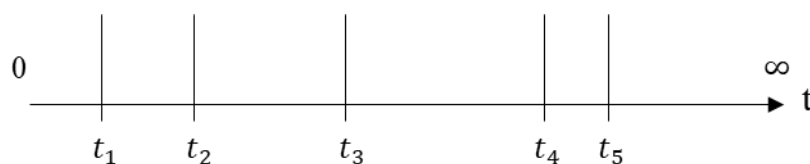
在狀況「輕」的情況下，心衰竭往往由於沒有共同承認的定義，以及難以診斷而不被診斷出來。心臟衰竭是常見、高醫療支出且可能致命的疾病，在已開發國家，約 2% 的成人有心臟衰竭，而年齡高於 65 歲者則增加至 6-10%。

第二章 研究背景

2.1 隨機點過程

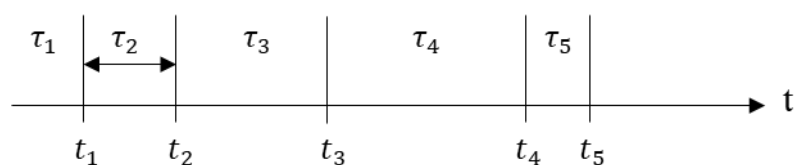
隨機過程是由隨機變數的集合產生，許多生活中看似不規則的現象其實都遵循著其某種規律，確切來說這些不規則現象符合了某一特定機率分配函數，現象的變動根據其機率函數而變化，而這些樣本函數的集合則稱為隨機過程 (Stochastic Process)。若隨機過程由一序列的點事件所組成，則稱之為隨機點過程 (Stochastic Point Process)，簡稱為點過程。舉例隨機點過程的實例如：心跳的過程、地震的發生等等。

一個隨機點過程可以用發生時間序列 $\{t_i\}$ 來加以描述， t_i 也就是某特定事件隨機性的發生時間，其範圍落在時間軸 $[0, \infty)$ 的半實數線上，如圖所示。



圖一 發生時間序列 $\{t_i\}$

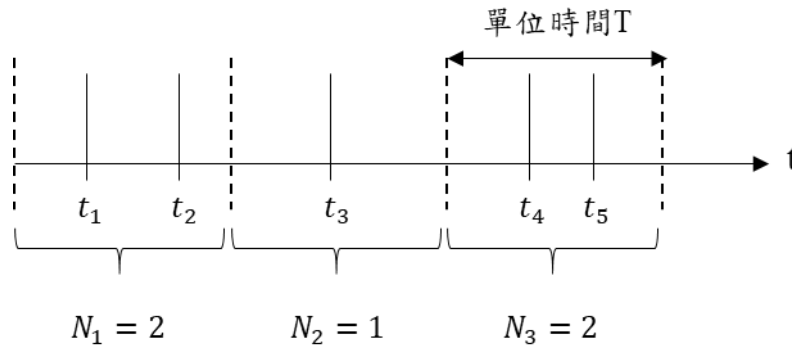
但此序列僅表達事件發生之時間，為了能夠更加有效利用其所提供的完整訊息與其點過程特性，我們通常利用發生間隔時間與發生次數，將原本發生時間序列 $\{t_i\}$ 轉換成新的序列，如圖三所示，增加間隔時間 τ_i ，且 $\tau_i = t_i - t_{i-1}$ ($t_0=0$)，代表第 i 個事件與第 $i-1$ 個事件的間隔時間，產生新的間隔時間序列 $\{\tau_i\}$ ， τ_i 總和則為發生事件時間總長度。



圖二 發生間隔時間序列 $\{\tau_i\}$

圖四則為發生次數 (Count) 之序列 $\{N_i\}$ ，在每單位計數測量時間 T 為基準下， N_i 為第 i 個計數窗口 (Counting Window) 所發生之事件次數，因此 $\{N_i\}$ 為一非負整

數所構成之序列， N_i 總和即為事件總發生次數。



圖三 發生次數序列 $\{N_i\}$

2.2 卜瓦松過程 (Poisson Process) (孫自健、石仲拓，1978)

卜瓦松過程是隨機過程的一種，以事件的發生時間來定義，也是累計事件發生次數最基本的獨立增量過程，應用非常廣泛，例如在某時段 $[0, t]$ 客服中心的來電次數、電影院售票口前來購票顧客人數等等，都可假定為一卜瓦松過程，卜瓦松過程具有以下性質：

1. $N(0)=0$ 。
2. 對於任何一列時間 $0 \leq s_1 \leq t_1 \leq s_2 \leq t_2 \leq \dots \leq s_n \leq t_n$ ， n 為任一整數， $N(t_1)-N(s_1)$, $N(t_2)-N(s_2)$, ..., $N(t_n)-N(s_n)$ ，是 n 個獨立隨機變數。
3. 對任何 $t \geq 0, s \geq 0$, $N(t)-N(0)=N(t)$ 和 $N(t+s)-N(s)$ 有相同機率分布。
4. 對任何一個 t 和 k ， $P(N(t) = k) = \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^k}{k!}$ ， $k=0,1,2,\dots$ ， λ 是一給定的參數。

一個隨機過程 $\{N(t); 0 \leq t < \infty\}$ 滿足以上條件，則稱為卜瓦松過程，舉實例來說明這些條件的意義，假想在一條道路上某點觀察通過的汽車數量，令 $N(t)$ 為時間從 0 到 t 通過的汽車總數，則條件 1 表示在時間等於 0 時通過的汽車數量為 0，條件 2 為在互不相交的時段內通過的汽車數量是獨立的，條件 3 為只要在相同長度時段，不同時段通過的汽車數量具有相同機率分布。

2.2.1 均齊性卜瓦松 (Homogeneous Poisson Process, HPP)

均齊性卜瓦松以強度函數 $\lambda(t)$ 為參數， $\lambda(t)$ 定義如下：

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} P(N(t + \Delta t) - N(t) = 1)$$

若強度函數 $\lambda(t)$ 不隨時間 t 變動而改變，及時間 t 之前所發生事件不影響之後發生事件，且 $\lambda(t)$ 為一常數，則稱為均齊性卜瓦松過程(張靜玫，2009)。

給定時間區間 $[s, t]$ ，在時間點 s 到時間點 t 間的發生次數，表示為 $N(s, t) = N(t) - N(s)$ ，而 $N(s, t)$ 服從卜瓦松分配，其均齊性卜瓦松過程具有以下性質：

1. $N(0) = 0$ 。
2. $\{N(t), t \geq 0\}$ ，有獨立增量。
3. $P(N(t + \Delta t) - N(t) = 1) = \lambda$ 。
4. $P(N(t + \Delta t) - N(t) \geq 2) = o(\Delta t)$ 。

2.2.2 非均齊性卜瓦松 (Non-Homogeneous Poisson Process, NHPP)

若強度函數 $\lambda(t)$ 隨時間 t 變動而改變，及時間 t 之前所發生事件會影響之後發生事件，即 $\lambda(t)$ 為時間 t 的函數，則此過程稱為非均齊性卜瓦松過程(黃秋榕，2013)，具有以下性質：

1. $\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} P(N(t + \Delta t) - N(t) = 1) = g(t)$ ，其中 $g(t)$ 為時間函數。
2. $N(0) = 0$ 。
3. $\{N(t), t \geq 0\}$ ，有獨立增量。
4. $P(N(t + \Delta t) - N(t) = 1) = \lambda(t)\Delta t + o(\Delta t)$ 。
5. $P(N(t + \Delta t) - N(t) \geq 2) = o(\Delta t)$ 。

2.3 群集卜瓦松過程(Clustering Poisson Process)

2.3.1 群集卜瓦松過程之定義

群集卜瓦松過程是根據卜瓦松過程基礎發展而來，所謂群集卜瓦松過程是由主要過程與次要過程組成的完整過程(Grüneis et al., 1989)，將每個群集內發生事件之次數依照發生時間排序而成，以下分別介紹主要過程與次要過程：

1. 主要過程(Primary Process)

主要過程是由主要發生事件所組成的序列。

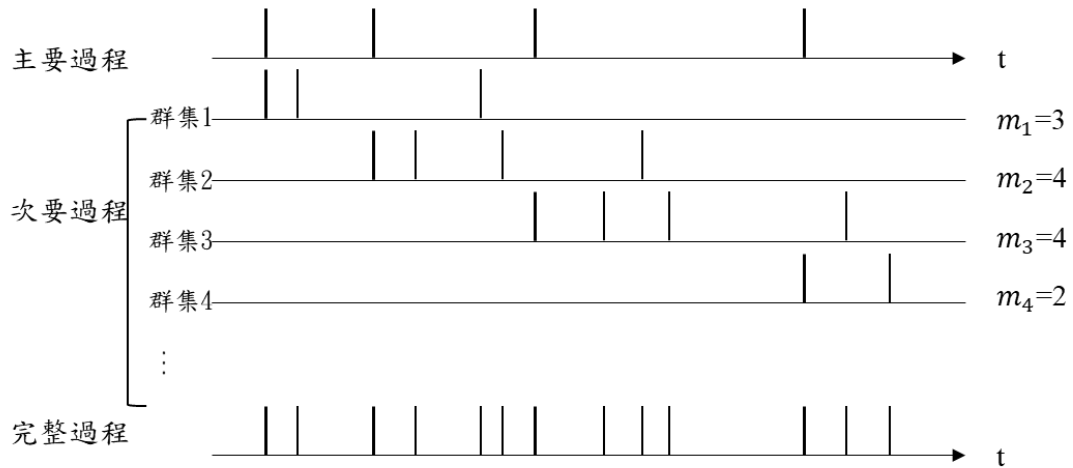
2. 次要過程(Secondary Process)

每個主要事件會觸發一連串的次要事件，這些次要事件統稱次要過程，是由多個群集所組成，每個群集皆有 M 個隨機事件，其中 M 為隨機變數，群集之間彼此互相獨立，且皆服從某一相同機率分配。當 $M = 1$ ，代表此群集僅有一主要事件，並無觸發其他次要事件，也就是不具有群集現象。若 $M > 1$ ，代表主要事件觸發了其他次要事件，具有群集現象。

3. 完整過程(Complete Process)

根據前面主要過程與次要過程，將兩種過程所發生事件疊合一起，依照發生時間排序，形成完整過程，一個完整的卜瓦松過程形成之後，其群集之間結構也已合而為一，形成一個無差別序列。

以下以圖示群集卜瓦松過程：



圖四 群集卜瓦松過程

2.3.2 群集個數之分配

每個群集內事件發生個數為群集個數之分配，群集個數以隨機變數 M 表示，
機率分配為：

$$P(m) = \frac{m^z}{\sum_{m=1}^{N_0} m^z}, \quad N_0 \text{ 為給定最大群集個數, } -\infty < z < \infty。$$

$$\text{期望值 } E(M) = \sum_{m=1}^{N_0} mP(m) = \frac{\sum_{m=1}^{N_0} m^{z+1}}{\sum_{m=1}^{N_0} m^z},$$

$$E(M^2) = \sum_{m=1}^{N_0} m^2P(m) = \frac{\sum_{m=1}^{N_0} m^{z+2}}{\sum_{m=1}^{N_0} m^z}。$$

第三章 研究方法

3.1 頻譜分析

在時間序列分析法中，分為兩種方法：一為時間定義域分析法(Time Domain Analysis)，另一為頻率定義域分析法(Frequency Domain Analysis)。一時間函數在時間定義域可經由傅立葉轉換(Fourier Transform)成頻率定義域，也可經逆傅立葉轉回時間定義域(Shumway and Stoffer, 2000)。時間定義域分析法，以時間觀點進行分析，其觀測的為事件發生之時間序列，是利用自我相關函數作為建立模型的依據；頻率定義域分析法，以頻率週期進行分析，所觀測的為事件累計發生次數之序列，以頻譜作為其分析工具，又稱為頻譜分析。

頻譜分析屬頻率定義域範疇，主要描述信號對於時間之關係，以橫軸為頻率，縱軸為該頻率信號之頻譜密度函數(Spectral Density Function)，所畫出的圖即為頻譜圖(Spectrum)。

頻譜密度函數 $S(f)$ 為頻率 f 的函數，若已知一時間函數 $x(t)$ ，則頻譜密度 $S(\omega)$ 可由傅立葉轉換而來：
$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt,$$

逆函數為：
$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)e^{-i\omega t} d\omega,$$

其中 $e^{-i\omega t} = \cos(\omega t) + i \sin(\omega t)$ ， $i = \sqrt{-1}$ ， ω (角頻率) = $2\pi f$ 。(Weisstein, E.W., 2004)。

群集卜瓦松之頻譜密度函數 $S(f)$ 分為兩部分，第一項為白噪音(White Noise)，第二項為額外噪音(Excess Noise, EXN)，表示如下：

$$\begin{aligned} S(f) &= 2\langle n_{tot} \rangle + 2\langle n_c \rangle \times Q(f) \\ &= 2\langle n_c \rangle \langle m \rangle + 2\langle n_c \rangle \times \frac{c}{f \langle \lambda \rangle^b} \end{aligned}$$

其中 $\langle n_{tot} \rangle = \langle n_c \rangle \langle m \rangle$ ， $Q(f) = \frac{c}{f \langle \lambda \rangle^b}$ ，

$\langle n_{tot} \rangle$ ：事件總平均發生率(Mean rate of overall occurrence of events) ，

$\langle n_c \rangle$ ：群集平均發生率(Mean rate of cluster occurrence) ，

$\langle m \rangle$ ：群集平均發生個數(Mean number of events within cluster) ，

$Q(f)$ ：群集內事件相互之關係，

$\langle \lambda \rangle$ ：群集內事件發生之平均間隔時間，

c ：常數(Constant) ，

f ：頻率(Frequency) ，

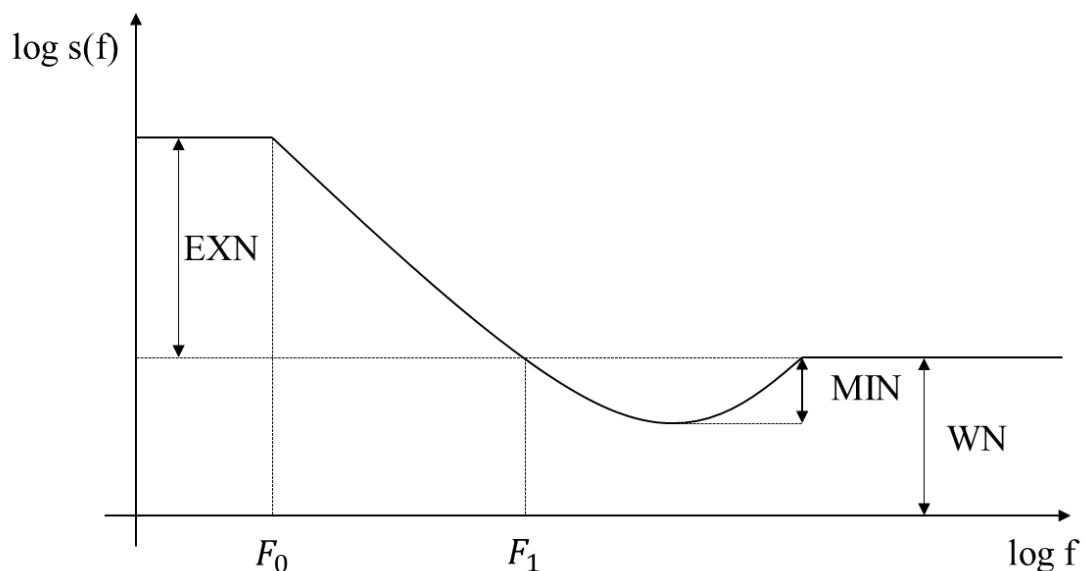
b ：特定實數 z 的函數，定義為

$b = 0$ ， $-\infty < z \leq -3$ ；

$b = z + 3$ ， $-3 \leq z \leq -1$ ；

$b = 2$ ， $-1 < z < \infty$ 。(Grüneis and Baiter, 1986)

下圖為一雙對數尺度頻譜圖(Double-logarithmic scale spectrum)，由白噪音及額外噪音所組成，呈現 $1/f$ 波動型態，從額外噪音的上下界 F_0 、 F_1 及範圍 EXN 可求出頻譜密度的斜率 B_e ，表示當頻率 f 增加時，頻譜密度 $S(f)$ 遞減之快慢程度。



圖五 雙對數尺度頻譜圖

3.2 自身相關性 (Autocorrelation)

自身相關性為時間序列重要特性之一，表示觀測值之間存在某種程度的關係，數列本身具有統計相關，可利用自相關函數(Autocorrelation Function；ACF)與偏自相關函數(Partial Autocorrelation Function；PACF)來檢視觀測值之間的相關型態(吳侑庭，2012)。

1. 自相關函數

一組時間序列 $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ ，假設 $\text{var}(X_t) < \infty$ ， $t \in \mathbb{Z}$ ，隨機變數 X_t 與 X_{t-k} 在時距 k 期的自我相關函數為：

$$\rho(k) = \text{corr}(X_t, X_{t-k}) = \frac{\text{cov}(X_t, X_{t-k})}{\sqrt{\text{var}(X_t)}\sqrt{\text{var}(X_{t-k})}}, k \in \mathbb{Z}。$$

自相關函數 $\rho(k)$ 可反映出在序列 $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ 中，變數相隔時間 k 期的相關程度，其特性如下：

(1) $\rho(0) = 1$ 。

(2) $\rho(k) = \rho(-k)$ ， $k \in \mathbb{Z}$ 。

(3) $|\rho(k)| \leq 1$ 。

2. 偏自相關函數

自相關函數表一時間序列 X_t, \dots, X_{t-k} 之間的相關性，也包含了中間變數的相關性，即 $X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-k+1}$ 彼此間的相關性，偏自相關函數則是消除了中間變量的影響，僅討論 X_t, X_{t-k} 兩者間的直接相關性，因此隨機變數 X_t 與 X_{t-k} 在時距 k 期的偏自相關函數以 φ_{kk} 表示：

$$\varphi_{kk} = \frac{\text{cov}(X_t, X_{t-k} | X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-k+1})}{\sqrt{\text{var}(X_t | X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-k+1})} \sqrt{\text{var}(X_{t-k} | X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-k+1})}}$$

即給定 $X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-k+1}$ 條件下的相關係數。

3.3 Variance-Time-Curve (VTC)

VTC 為事件發生次數之變異數，發生次數 N_i 為在每單位時間 T 為基準下所測量的次數，其變異數函數定義如下：

$$V(T) = \text{Var}(N(s, t)) = E(N^2(s, t) - E(s, t))^2 = E(N(s, t)^2) - E(N(s, t))^2,$$

其中 $N(s, t)$ 為在單位測量時間 T 下時間點 s 到 t 所發生事件次數。隨著測量時間 T 的增加 VTC 也隨之增加，若一點過程具有碎形特性時，其增加趨勢會近似於 T^α ，其中 α 則稱為 VTC 指數，代表隨著單位測量時間 T 的增加，事件發生次數變異增加的快慢，且 α 會介於 0~2 之間 (洪祥齡，2001)。

第四章 實證分析

4.1 資料的收集與型態

本研究共收集了健康人與鬱血性心衰竭病人各 12 名 (Goldberger, A. L. et al., 2000; Baim, D. S. et al., 1986)。其中健康人包含 5 名男性及 7 名女性，年齡介於 61~76 歲，平均年齡為 65.3 歲；鬱血性心衰竭病人包含 8 名男性及 2 名女性，另外兩名性別不明，年齡介於 34~68 歲，平均年齡為 53.4 歲。此資料為長期心電圖紀錄，每個紀錄持續時間約為 20 小時。

研究使用分析工具為 SAS 9.4。

4.2 實證分析結果

原始資料型態為心跳間隔時間，分別將 12 名健康人與鬱血性心衰竭病人以基本統計量描述資料相關型態。由表一及表二得知健康人平均紀錄時間為 23.4 小時，心跳每秒平均發生次數為 1.25 次，平均間隔時間為 0.805 秒。鬱血性心衰竭病人平均紀錄時間為 20.96 小時，心跳每秒平均發生次數為 1.53 次，平均間隔時間為 0.658 秒。

健康人每 0.805 秒發生一次心跳，平均每分鐘跳動 75 次，而鬱血性心衰竭病人每 0.658 秒發生一次心跳，平均每分鐘跳動 92 次。健康人的心跳次數比鬱血性心衰竭病人平均次數少，也就是鬱血性心衰竭病人心跳頻率較高。藉由間隔時間標準差可以知道鬱血性心衰竭病人心跳變異較小，而健康人心跳變異較大，因為健康人有著較靈敏的生理反應機制，能夠充分反應外在因素帶給身體的影響。

表一 原始資料間隔時間基本統計量（健康人）

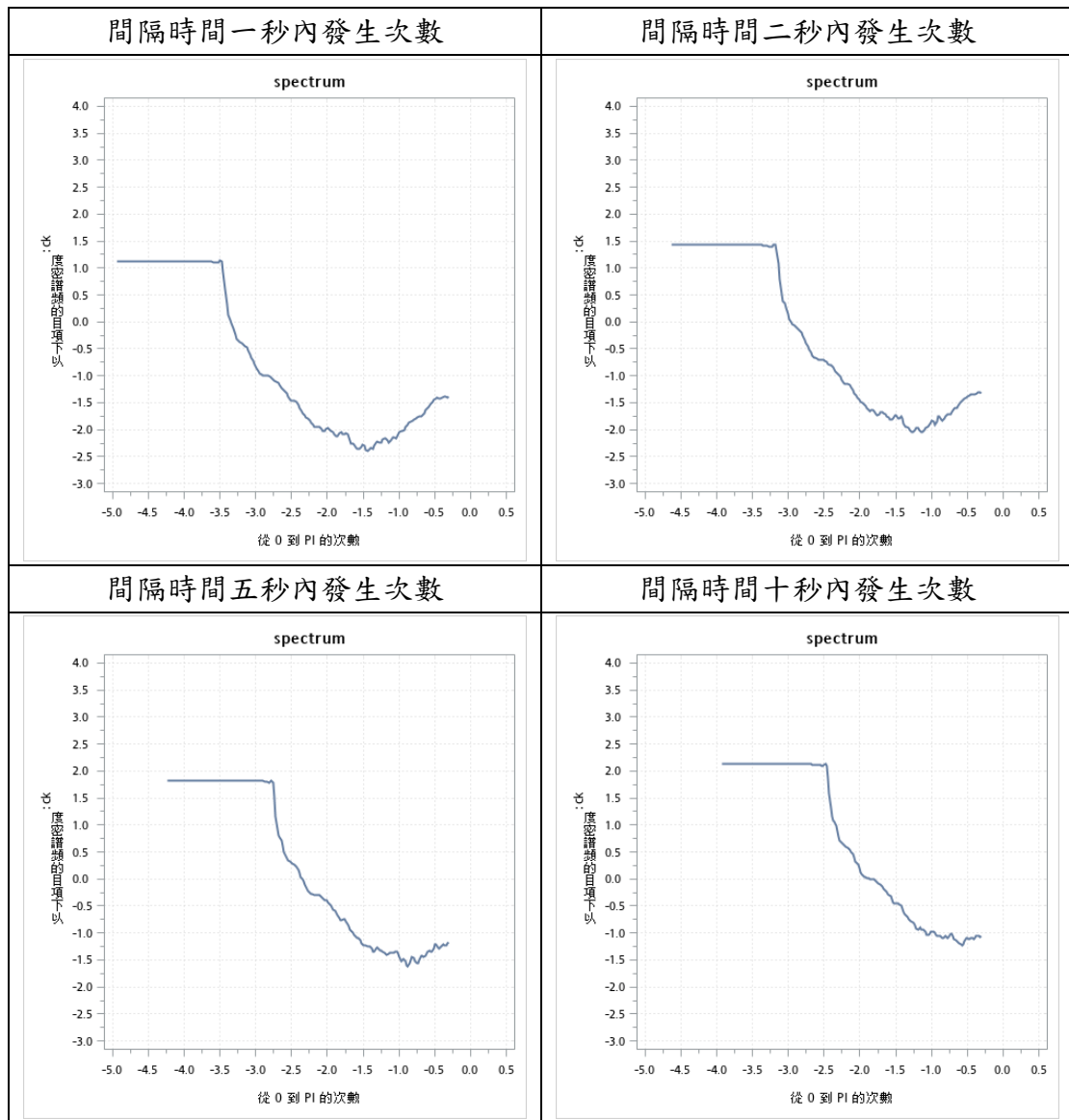
編號	紀錄時間(秒)	心跳發生次數	平均間隔時間(秒)	間隔時間標準差
nrs001	80948	106456	0.7603985	0.1686490
nrs002	83993	111328	0.7544715	0.1301357
nrs003	84367	97192	0.8680547	0.1041903
nrs004	83232	97813	0.8509370	0.1724763
nrs005	85849	116847	0.7347181	0.2217921
nrs006	82913	102655	0.8076889	0.1660034
nrs007	84275	106690	0.7899080	0.0989199
nrs008	85741	107696	0.7961398	0.1447483
nrs009	86006	102858	0.8361703	0.1678651
nrs010	82390	96248	0.8560276	0.1868530
nrs011	85423	115825	0.7375198	0.1178668
nrs012	85894	98900	0.8684951	0.1697697
平均	23.4 小時	1.25 次/秒	0.805 秒	

表二 原始資料間隔時間基本統計量（鬱血性心衰竭病人）

編號	紀錄時間(秒)	心跳發生次數	平均間隔時間(秒)	間隔時間標準差
chf201	82819	112180	0.7382692	0.0759251
chf202	73907	109267	0.6763905	0.0908202
chf203	74515	98969	0.7529152	0.0429311
chf204	74097	98566	0.7517522	0.0668689
chf205	78105	134277	0.5816742	0.0562724
chf206	75135	135453	0.5547003	0.0481988
chf207	68041	109220	0.6229722	0.1105341
chf208	86158	108391	0.7948856	0.0721959
chf209	67846	109264	0.6181978	0.0225277
chf210	81683	141758	0.5762159	0.0311638
chf211	85240	127189	0.6701875	0.1077694
chf212	57723	102398	0.5637135	0.1132272
平均	20.96 小時	1.53 次/秒	0.658 秒	

以下將 12 名健康人與鬱血性心衰竭病人分別取單位時間為一秒、二秒、五秒以及十秒的間隔時間，計算不同間隔時間單位內發生次數，進行心跳頻譜分析。進行分析時首先將原始間隔時間轉換為所要分析的間隔時間，取時間寬度為一、二、五、十秒，橫坐標為頻率發生次數，縱座標為頻譜密度函數，橫坐標與縱坐標皆為取對數後數值。

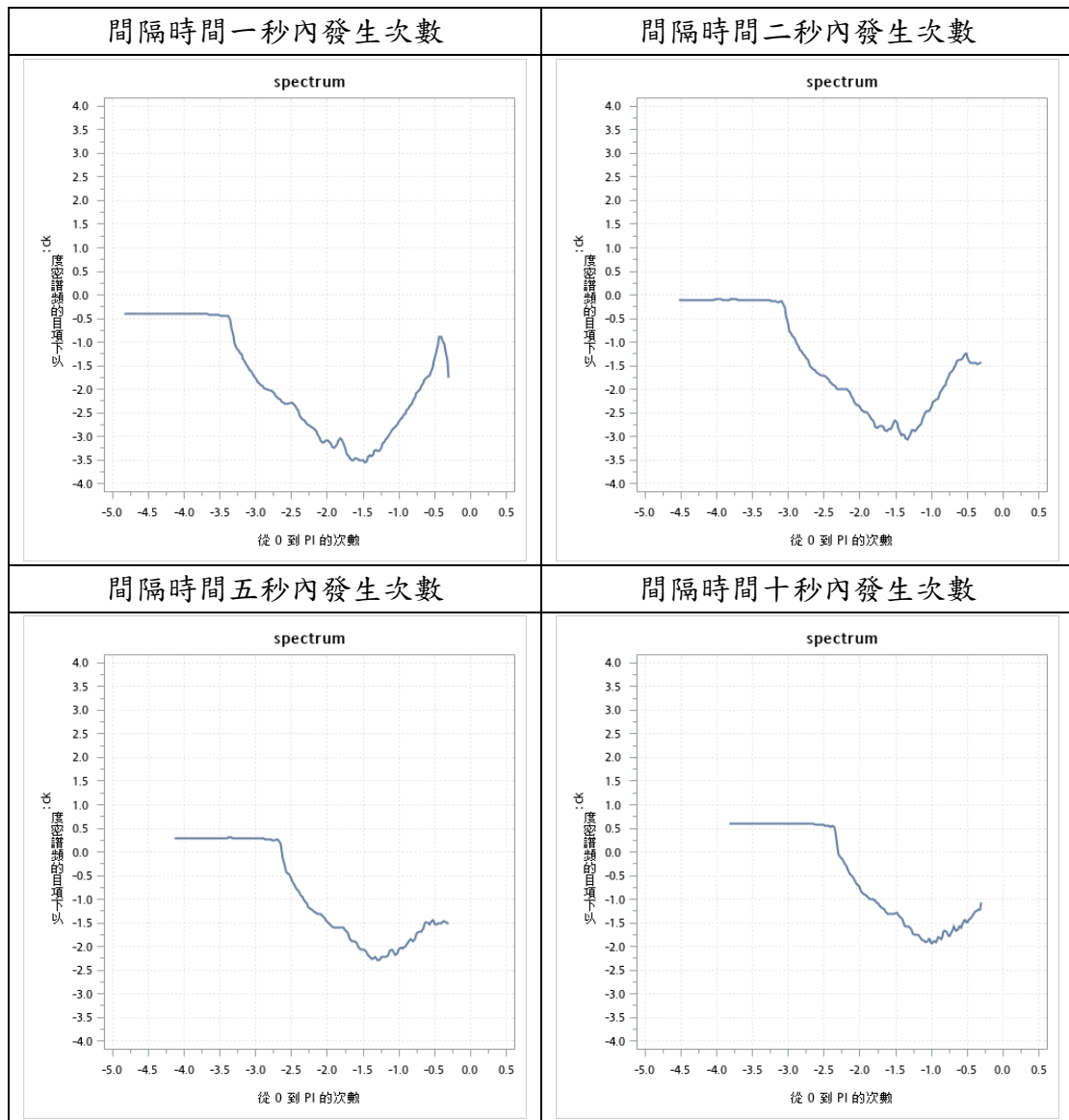
我們想要知道取不同的時間寬度是否會影響分析結果，經由圖六得知健康人在間隔時間一秒、二秒、五秒及十秒時的頻譜圖圖形大致相同，間隔時間二秒內發生次數為間隔時間一秒內發生次數的兩倍，隨著時間寬度越大，整個圖形向右及向上移動，間隔時間十秒內發生次數亦為間隔時間一秒內發生次數的十倍，圖形皆向右及向上移動一單位，因此不同時間寬度對於心跳分析並無影響。



圖六 健康人不同時間寬度內發生次數之頻譜圖比較

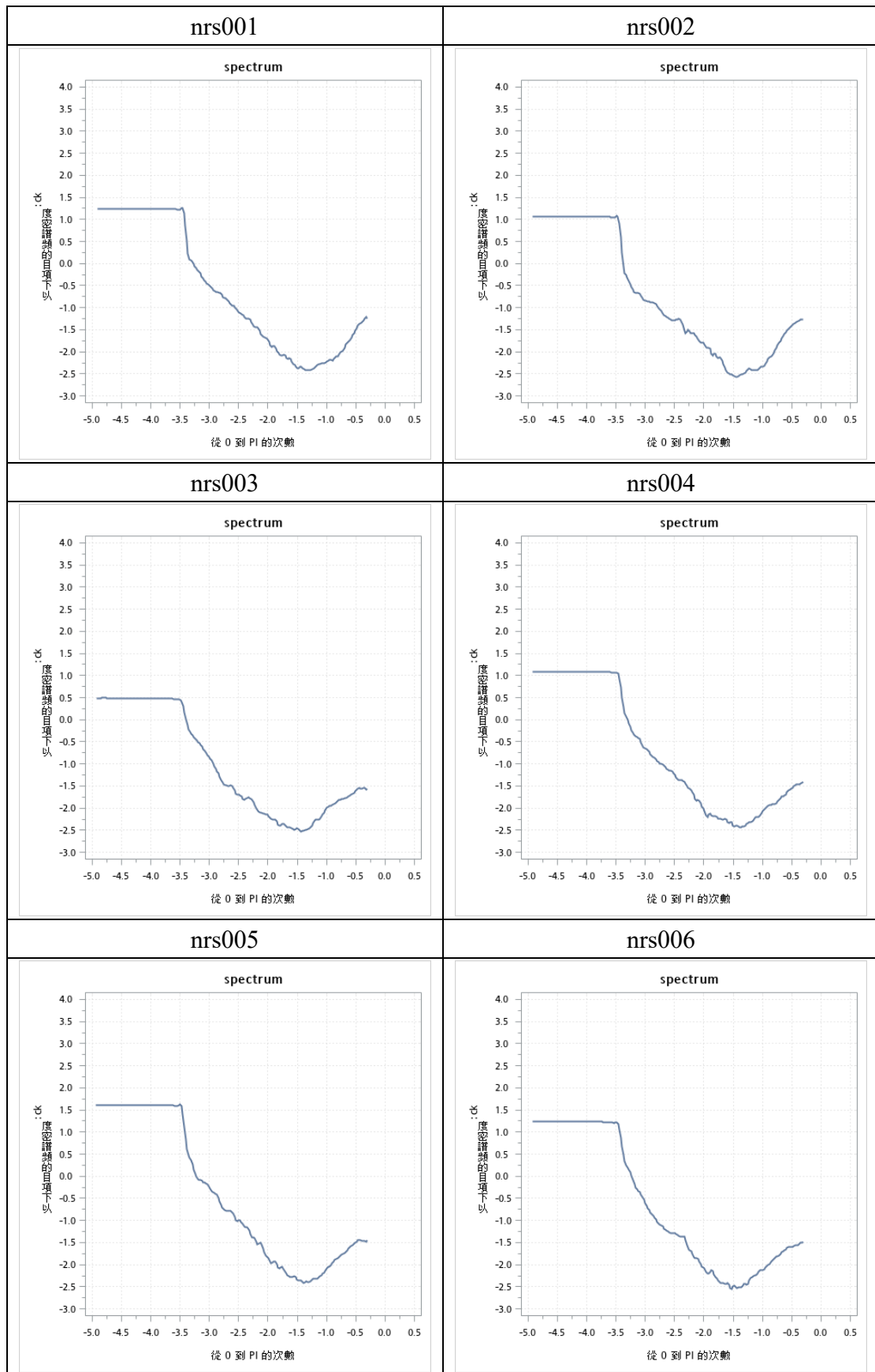
接著對鬱血性心衰竭病人進行相同分析如圖七，亦取時間寬度一秒、二秒、五秒及十秒，所得頻譜圖圖形大致相同，間隔時間十秒內發生次數亦為間隔時間一秒內發生次數的十倍，圖形皆向右及向上移動一單位。

比較健康人與鬱血性心衰竭病人在不同間隔時間下之頻譜圖圖形，清楚可見鬱血性心衰竭病人在圖形尾端明顯上升，尤其在間隔時間十秒兩者有明顯差異，且鬱血性心衰竭病人頻譜密度函數 $s(f)$ 都較低，因為 $s(f)$ 與間隔時間變異數成正比關係，由先前表一及表二可知鬱血性心衰竭病人心跳變異較健康人小，因此頻譜密度函數 $s(f)$ 也較小，在圖形上顯現出頻譜曲線明顯較低。



圖七 鬱血性心衰竭病人不同時間寬度內發生次數之頻譜圖比較

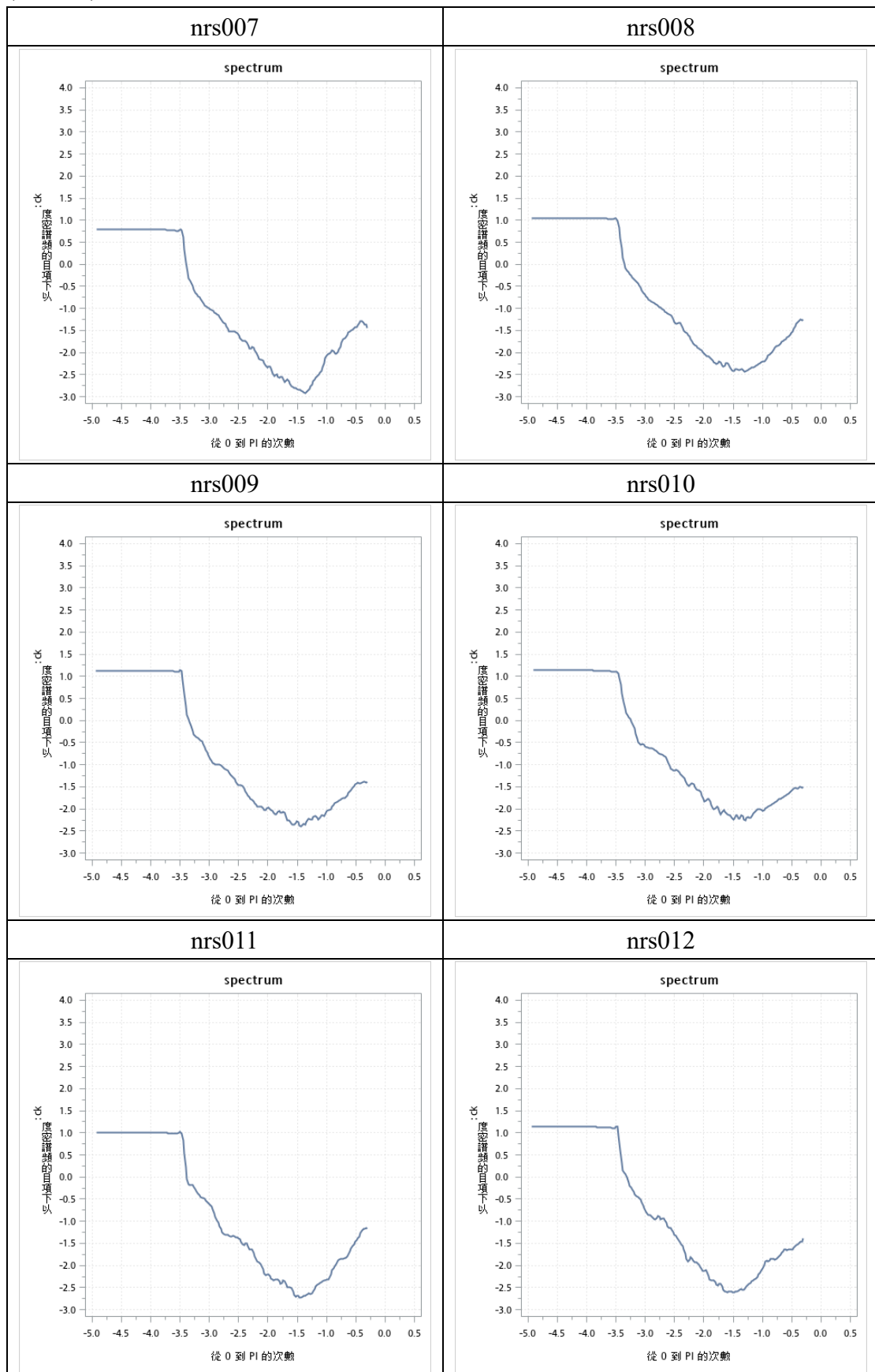
圖八及圖九分別為健康人與鬱血性心衰竭病人在間隔時間一秒內所發生次數的頻譜圖，因先前不同間隔時間寬度並不影響分析結果，因此選取間隔時間一秒來做討論，由圖形看來 12 名健康人的頻譜曲線非常一致，表示健康人的心跳頻率還是有一定範圍，另外 12 名鬱血性心衰竭病人的頻譜曲線則不像健康人那麼一致，病人與病人之間還是有所差異，鬱血性心衰竭病人因心臟衰竭關係對於運動量有所限制，而運動也是影響心跳變異的一項因素，因此鬱血性心衰竭病人的頻譜曲線較不穩定，曲線也明顯較低。

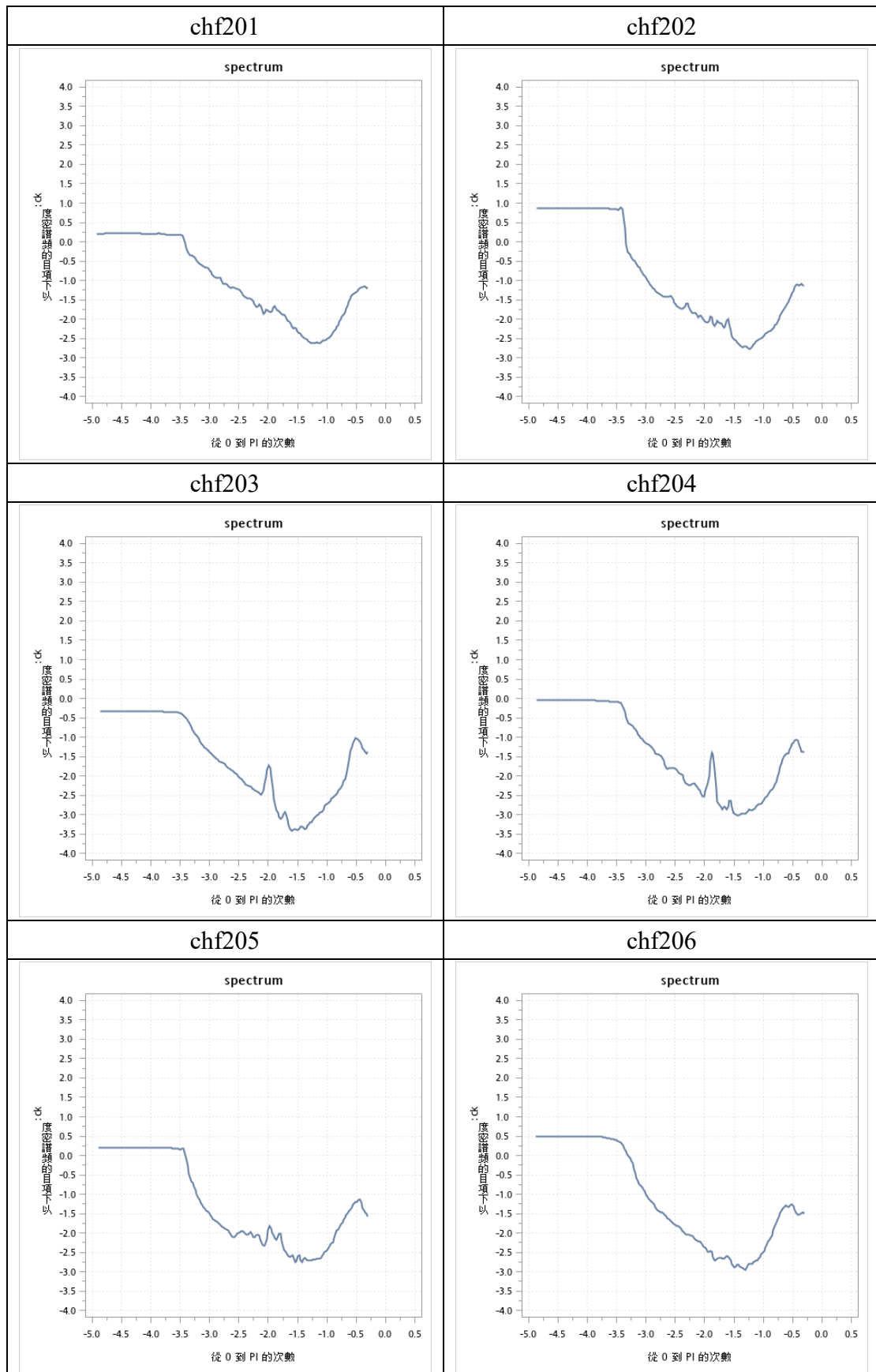


圖八 健康人間隔時間一秒內發生次數頻譜圖

(接下頁)

(接上頁)

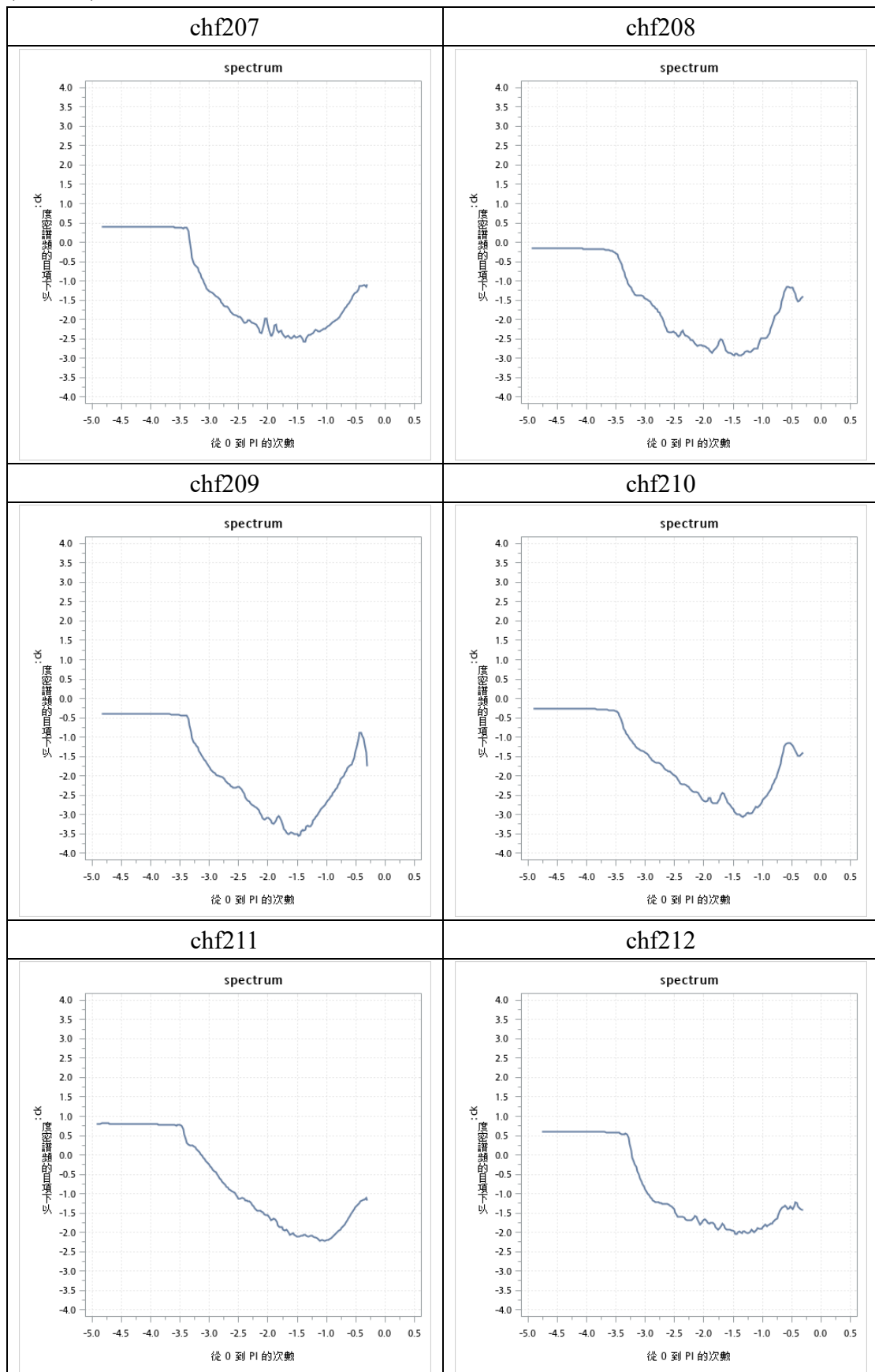




圖九 鬱血性心衰竭病人間隔時間一秒內發生次數頻譜圖

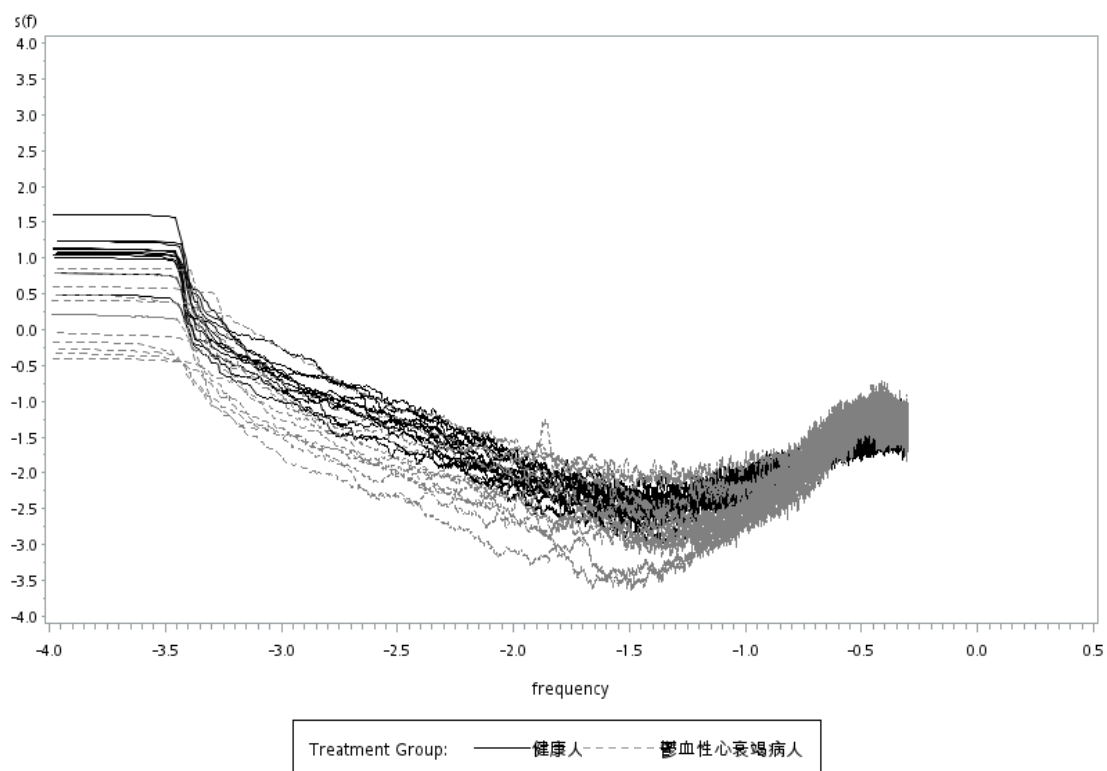
(接下頁)

(接上頁)



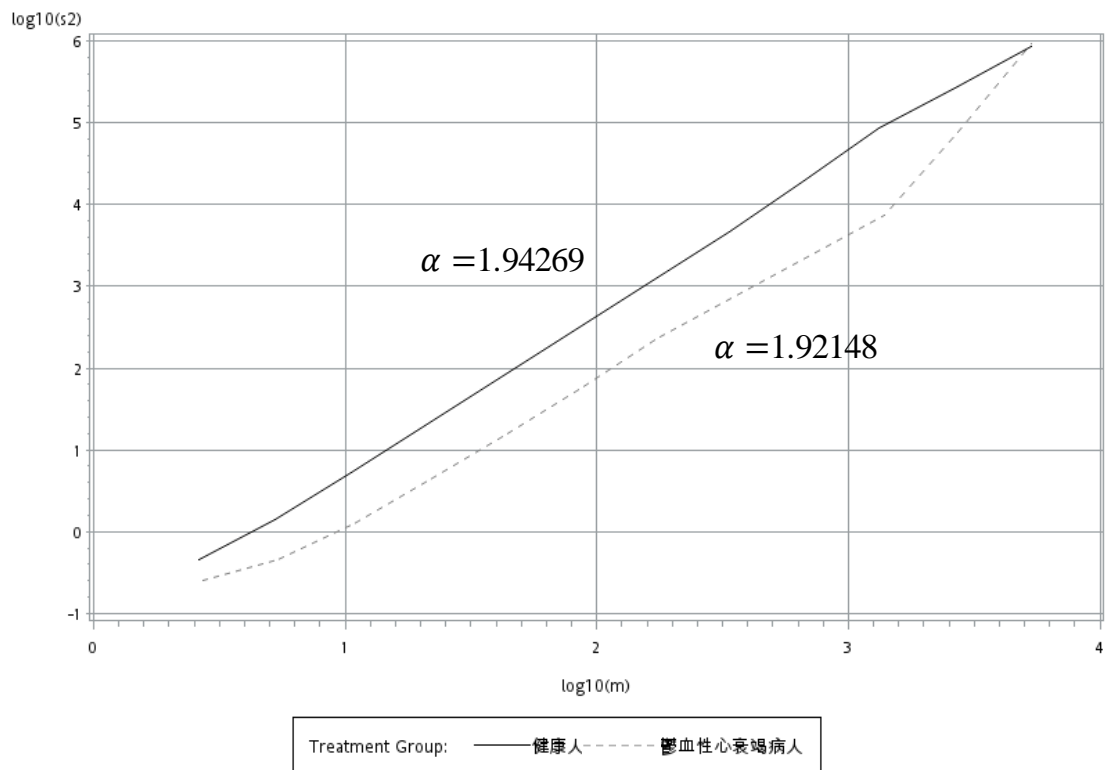
圖十為健康人與鬱血性心衰竭病人各 12 名之頻譜圖比較，其使用為間隔時間一秒內所發生次數，由圖形可以看出健康人的頻譜曲線在鬱血性心衰竭病人之上，且曲線下降較平緩，而鬱血性心衰竭病人曲線下降趨勢較快，起始值也較健康人低，雖然兩者在尾端多有重疊之處，但依然可以看出鬱血性心衰竭病人在曲線尾端有上升趨勢。

12 名健康人的頻譜曲線彼此變動並不大，圖形上看來分布較集中，相較之下，鬱血性心衰竭病人曲線上下變動較大，分布範圍較廣，由此可以看出健康人與鬱血性心衰竭病人兩者在頻譜圖上的不同，因為鬱血性心衰竭病人因疾病關係可能有呼吸困難症狀，其呼吸頻率影響了心跳，因此由圖形上看來其下降趨勢快且尾端逐漸上升。



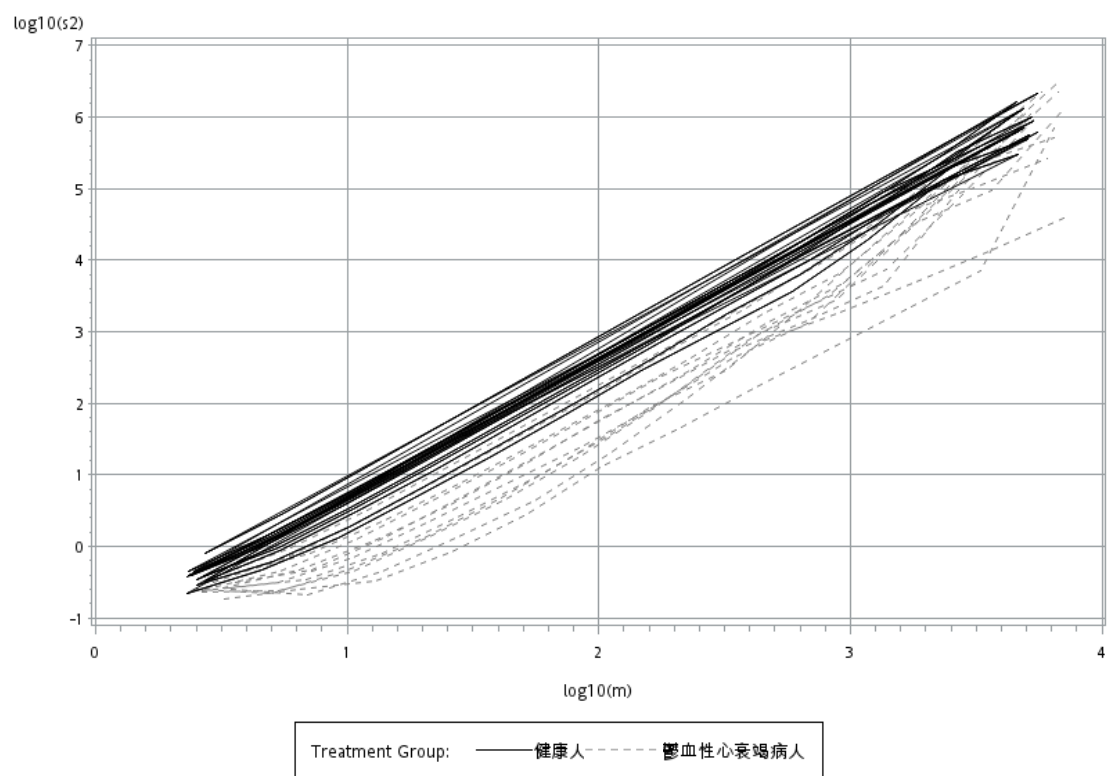
圖十 健康人與鬱血性心衰竭病人頻譜圖比較

圖十一為健康人與鬱血性心衰竭病人的 Variance-Time-Curve，橫坐標與縱坐標為取對數後刻度，當單位測量時間 T 越大，心跳發生次數變異也越大， α 指的是 VTC 指數，以健康人 nrs001 為例， α 為 1.94269，鬱血性心衰竭病人 chf201 的 α 為 1.92148， α 值介於 0~2 之間，兩者差距並不大，可以說隨著單位測量時間 T 的增加，兩者在事件發生次數變異增加的快慢程度相當。



圖十一 健康人與鬱血性心衰竭病人的 Variance-Time-Curve

圖十二為各 12 名健康人與鬱血性心衰竭病人 Variance-Time-Curve 比較，由圖所示健康人與鬱血性心衰竭病人圖形明顯不同，健康人之 VTC 高於鬱血性心衰竭病人，而鬱血性心衰竭病人 VTC 增加趨勢較快，雖然兩者在 VTC 指數上差異並不大，但還是可以由圖得知兩者不同。



圖十二 健康人與鬱血性心衰竭病人 Variance-Time-Curve 比較

下表為各 12 名健康人與鬱血性心衰竭病人的 VTC 指數，利用無母數分析方法 Mann-Whitney U test 來檢定兩組樣本 VTC 指數是否有差異，得到 Z 值為 -1.4722，得到 p-value 值為 0.0705，雖然沒有充分證據顯示健康人與鬱血性心衰竭病人的 VTC 指數有差異，但分析結果接近顯著。

表三 VTC 指數 (健康人)

編號	VTC 指數	編號	VTC 指數
nrs001	1.94269	nrs007	1.96419
nrs002	2.00027	nrs008	1.91053
nrs003	1.92868	nrs009	1.92038
nrs004	1.96513	nrs010	1.97800
nrs005	1.95569	nrs011	1.93457
nrs006	1.95860	nrs012	1.91951

表四 VTC 指數 (鬱血性心衰竭病人)

編號	VTC 指數	編號	VTC 指數
chf201	1.92148	chf207	1.98730
chf202	2.07055	chf208	2.09574
chf203	2.02117	chf209	1.84777
chf204	2.03502	chf210	1.75993
chf205	2.12963	chf211	1.84137
chf206	2.00794	chf212	2.07512

表五 無母數分析比較兩族群 VTC 指數差異

Wilcoxon Two-Sample Test	
Normal Approximation	
Z	-1.4722
One-Sided Pr < Z	0.0705
Two-Sided Pr > Z	0.1410
t Approximation	
One-Sided Pr < Z	0.0773
Two-Sided Pr > Z	0.1545

第五章 結論

本研究利用健康人與鬱血性心衰竭病人兩者心跳作為對照，利用不同統計方法進行分析，經由基本統計量、頻譜分析之頻譜圖及 Variance-Time-Curve，對健康人與鬱血性心衰竭病人進行比較，區分兩者的不同。

由基本統計量得知鬱血性心衰竭病人平均每分鐘心跳次數較健康人大，也就是鬱血性心衰竭病人平均心跳間隔時間較小，而由間隔時間標準差可以看出健康人心跳變異較大，因為健康人的生理反應機制正常，能夠確實反應各個動作對身體的影響。

利用間隔時間內發生次數進行頻譜分析，不同時間寬度對於分析結果並無影響，因此我們選取固定間隔時間一秒內發生次數進行探討，藉由頻譜分析之頻譜圖可以看出健康人與鬱血性心衰竭病人在圖形上有明顯差異，健康人頻譜曲線彼此之間呈現一致，變化並不大，鬱血性心衰竭病人曲線變動較大，且尾端有上升趨勢，而頻譜密度函數 $s(f)$ 鬱血性心衰竭病人較健康人小，因其心跳變異量也較小，兩者成正比，所以其頻譜曲線明顯低於健康人之頻譜曲線。

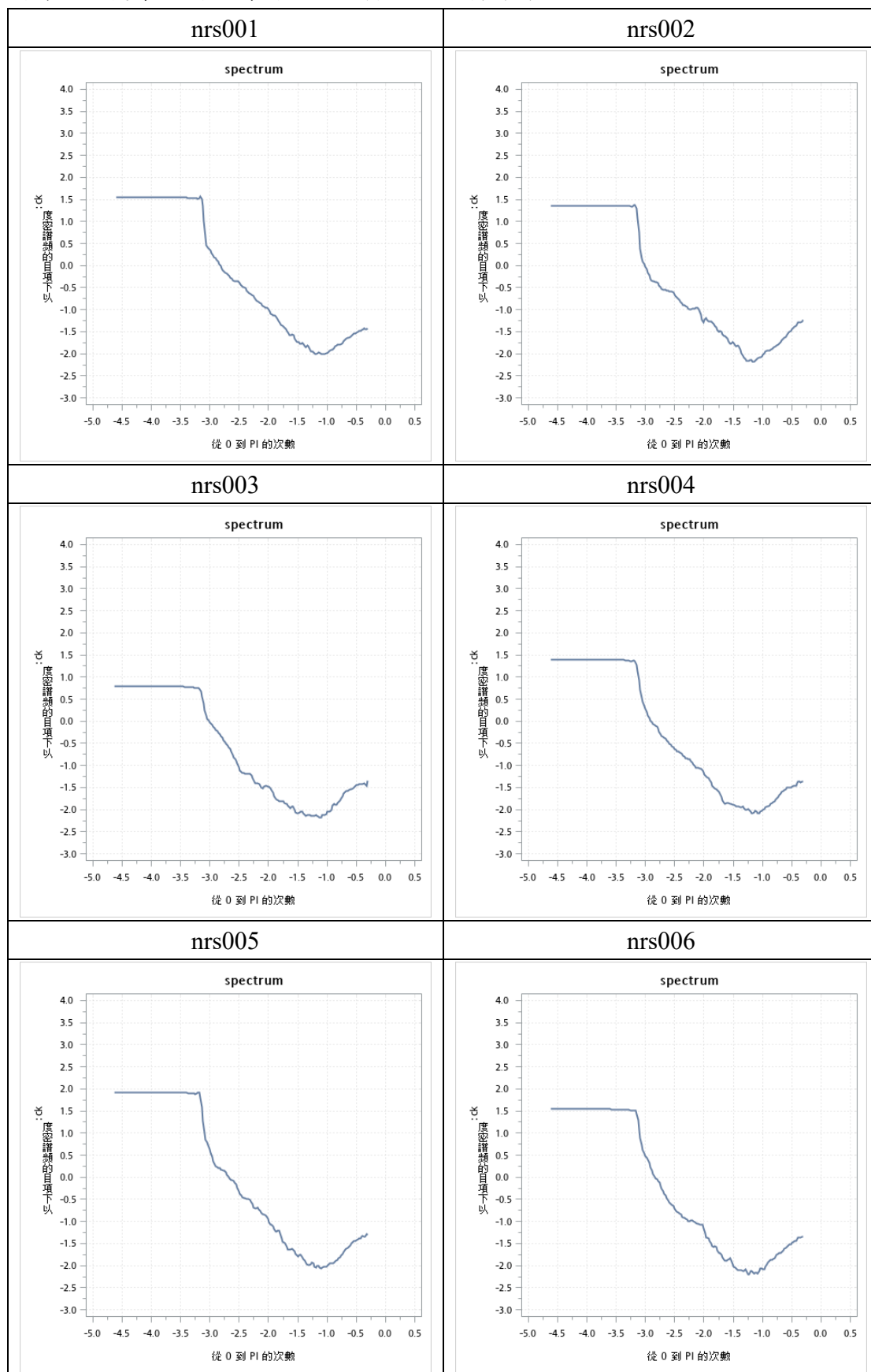
最終我們使用 Variance-Time-Curve 來比較健康人與鬱血性心衰竭病人兩者之間差異，整體圖形上健康人的 VTC 高於鬱血性心衰竭病人，且鬱血性心衰竭病人曲線上升趨勢較快，另外利用簡單迴歸得到各個曲線 VTC 指數，將所得 VTC 指數進行無母數分析 Mann-Whitney U test，檢定健康人與鬱血性心衰竭病人 VTC 指數是否不同，檢定結果接近顯著，雖然 VTC 指數並沒有差異太大，但某種程度上還是可以區分兩族群的不同。

參考文獻

1. 李啟明，(2005)，心臟衰竭，當代醫學，(378)，266-276。
<http://dx.doi.org/10.29941/MT.200504.0003>
2. 吳侑庭，(2012)，台灣地區過去六年間地震發生時間點之機率模型分析，東海大學未出版碩士論文。
3. 洪祥齡，(2001)，碎形特性於點過程之應用--區分重度自律神經病變糖尿病病人與健康人之脈搏波動，東海大學未出版碩士論文。
4. 孫自健、石仲拓，(1978)，談談卜松過程，數學傳播第二卷第四期，中央研究院數學研究所發行。
5. 梅約醫學中心，(2004)，心臟小百科，天下生活出版社。
6. 張靜玫，(2009)，心跳間隔時間之條件分析—以自主神經受損者之心跳為例，東海大學未出版碩士論文。
7. 黃秋榕，(2013)，台灣區地震間隔時間分析二階自迴歸平均數逆高斯分配之應用，東海大學未出版碩士論文。
8. 楊翠芬、高念慈、詹瑞棋、郭博昭、陳淑貞，(2007)，早產兒及足月兒心跳變異性的頻譜分析，台灣復健醫學雜誌，35(3)，127-135。
[http://dx.doi.org/10.6315/2007.35\(3\)01](http://dx.doi.org/10.6315/2007.35(3)01)
9. Baim, D. S., Colucci, W. S., Monrad, E. S., Smith, H. S., Wright, R. F., Lanoue, A., Gauthier, D. F., Ransil, B. J., Grossman, W., Braunwald, E. (1986). Survival of patients with severe congestive heart failure treated with oral milrinone. *J American College of Cardiology*, 7(3):661-670.
10. Goldberger, A. L., Amaral, L. A. N., Glass, L., Hausdorff, J. M., Ivanov, P. Ch., Mark, R. G., Mietus, J. E., Moody, G. B., Peng, C-K, Stanley, H. E. (2000). PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet: Components of a New Research Resource for Complex Physiologic Signals. *Circulation*, 101(23):e215-e220.

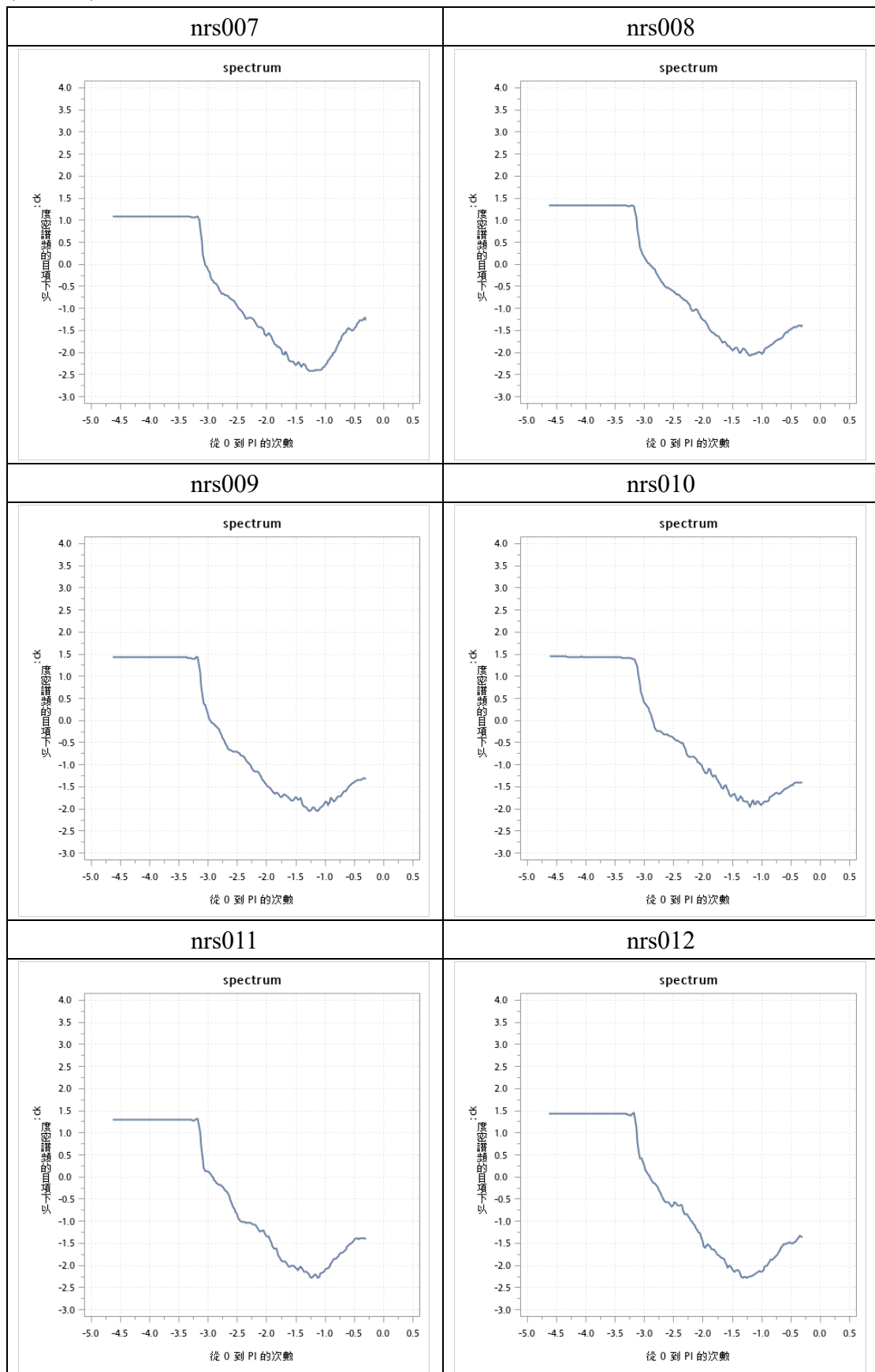
11. Grüneis, F., Nakao, M., Yamamoto, M., Musha, T., Nakahama, H. (1989). An interpretation of $1/f$ fluctuations in neuronal spike trains during dream sleep. *Biological Cybernetics*, 161-169.
12. Grüneis, F. and Baiter, H.J., (1986), More detailed explication of a number of a number fluctuation model generating $1/f$ pattern. *Physical*, 36A:432-452.
13. Shumway, R.H. and Stoffer, D.S., (2000), Time series analysis and its applications. *Springer Texts in Statistics*.
14. SAS 9.4.
15. Weisstein,E.W., (2004), Fourier Transform. *Wolfram MathWord*.

附錄一 健康人間隔時間二秒內發生次數頻譜圖

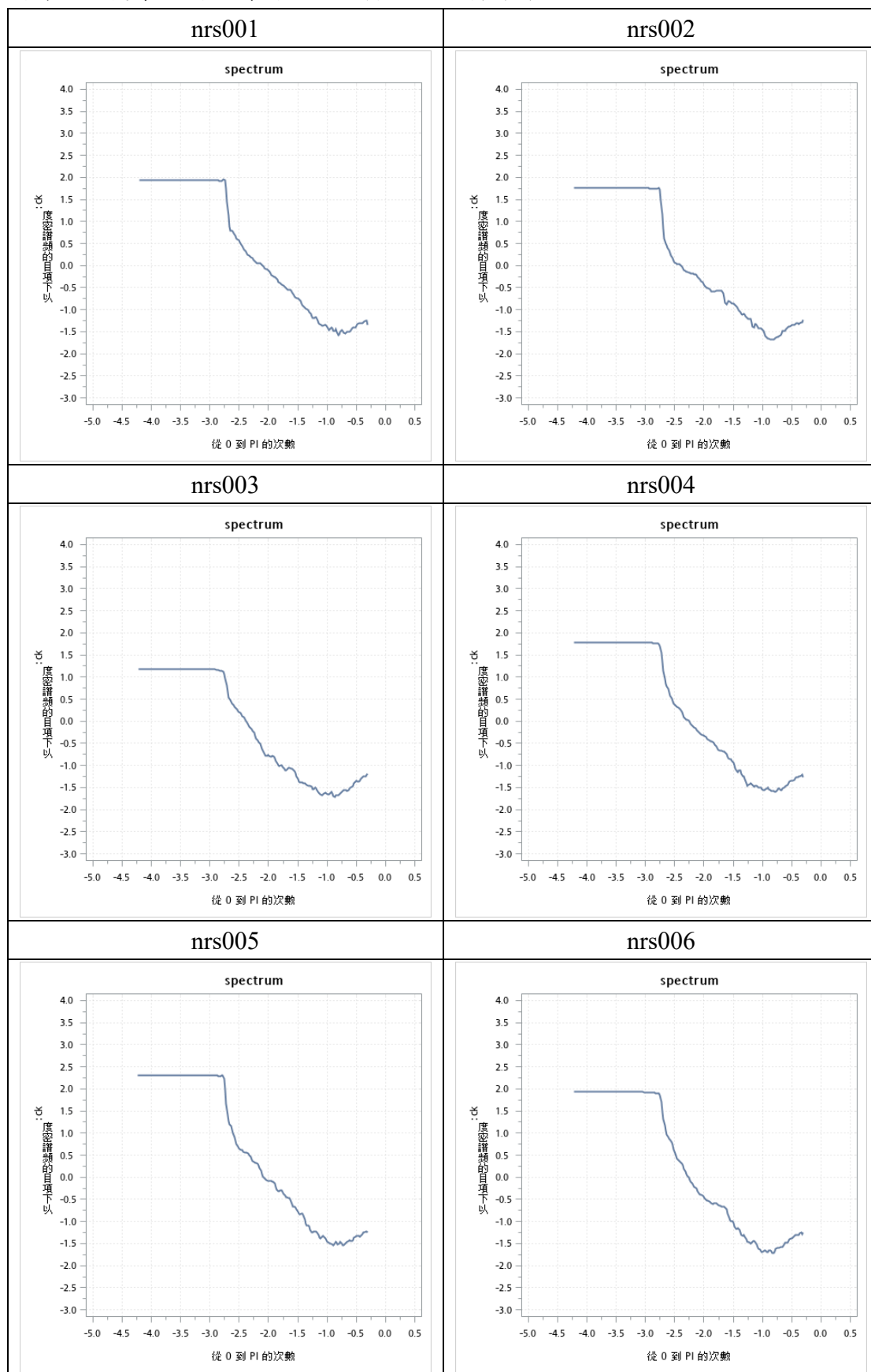


(接下頁)

(接上頁)

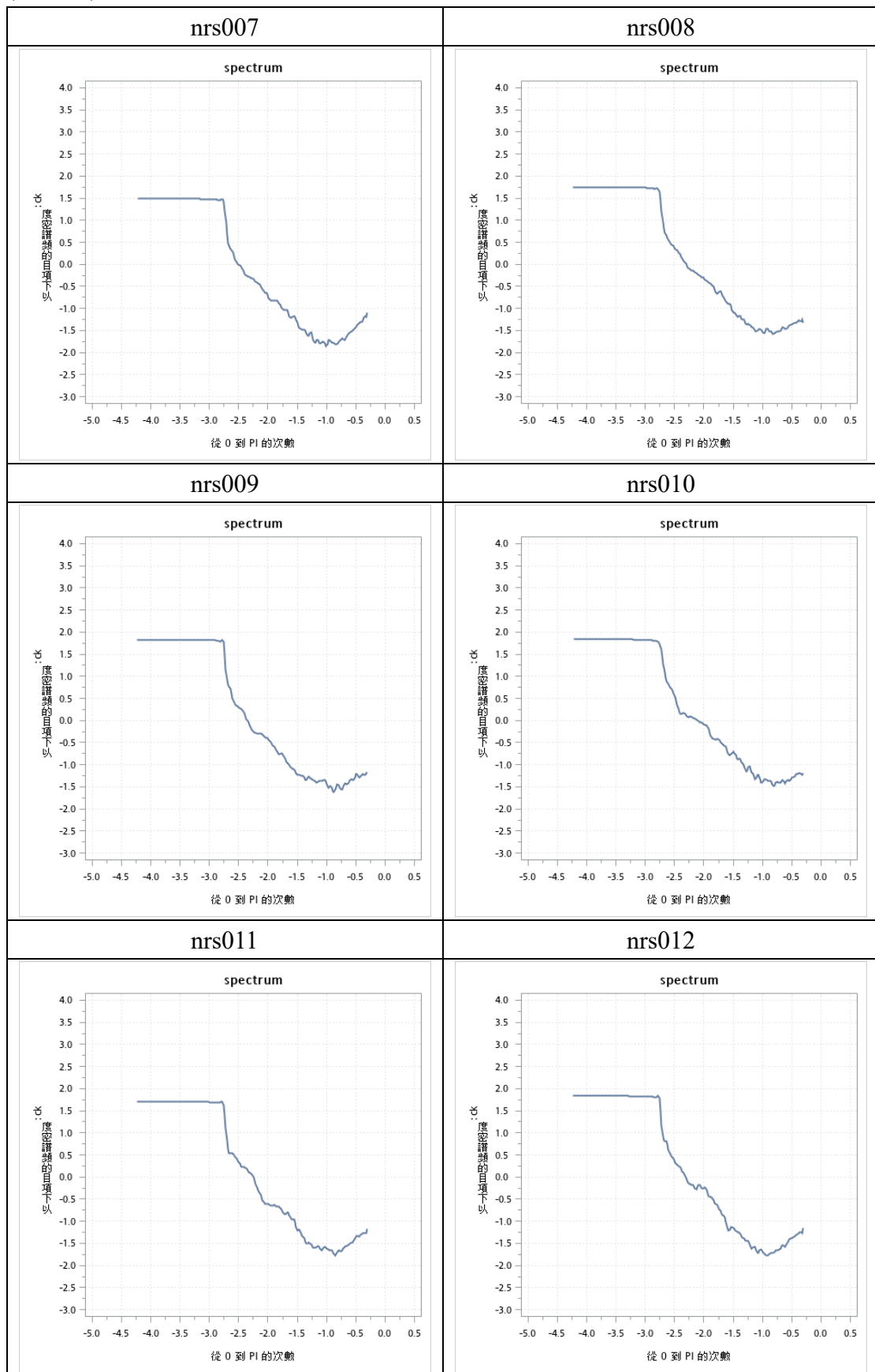


附錄二 健康人間隔時間五秒內發生次數頻譜圖

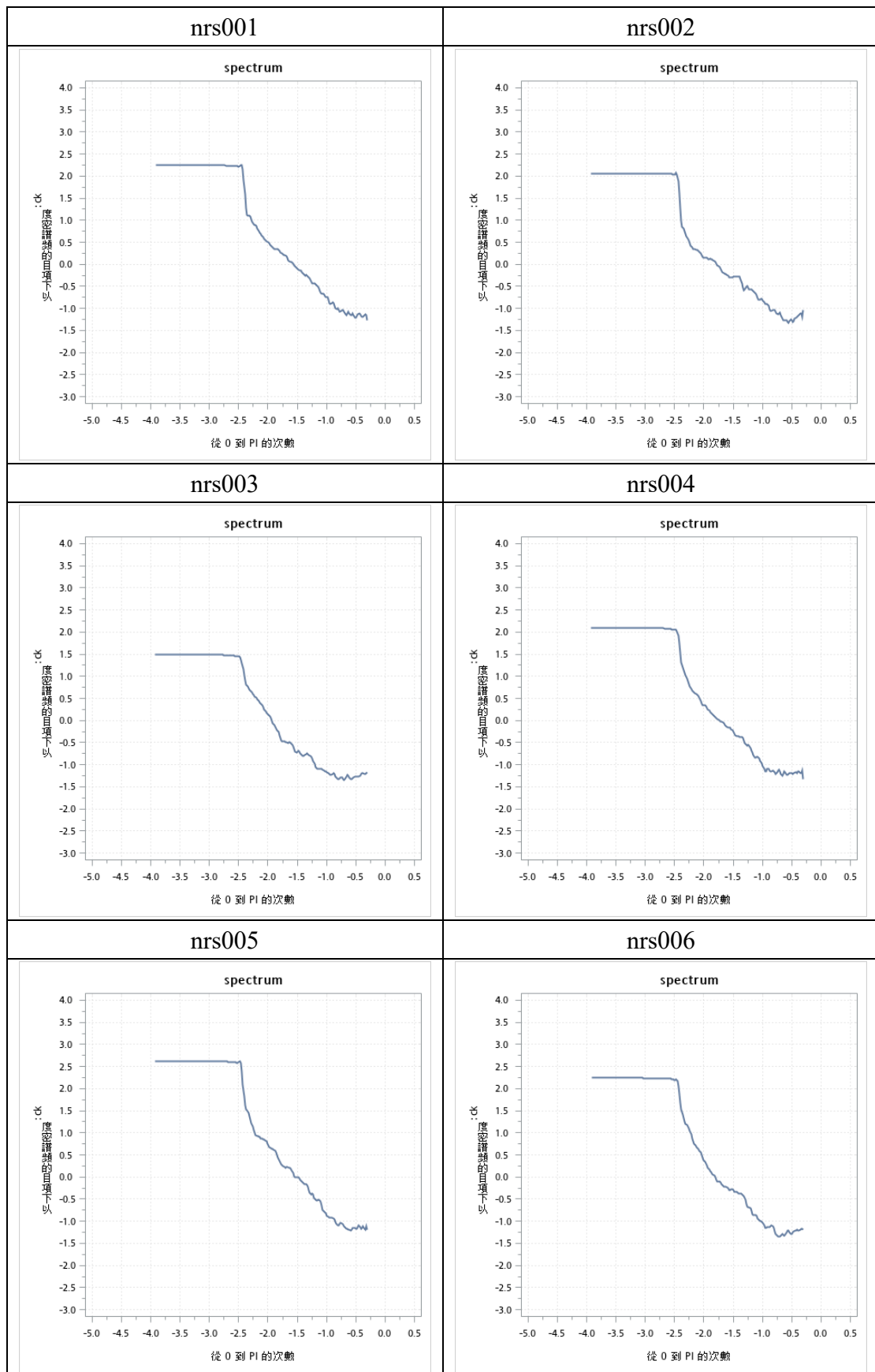


(接下頁)

(接上頁)

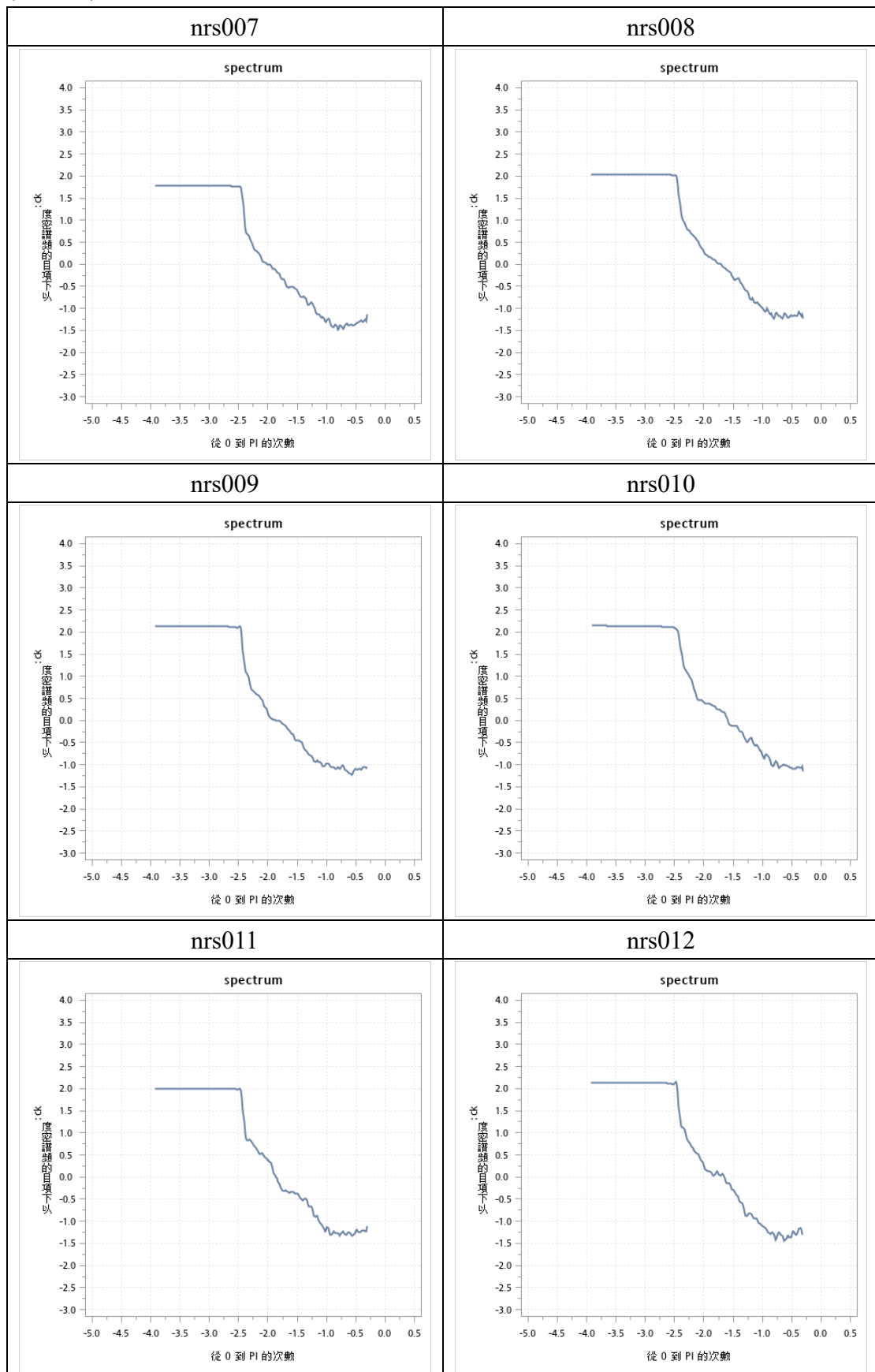


附錄三 健康人間隔時間十秒內發生次數頻譜圖

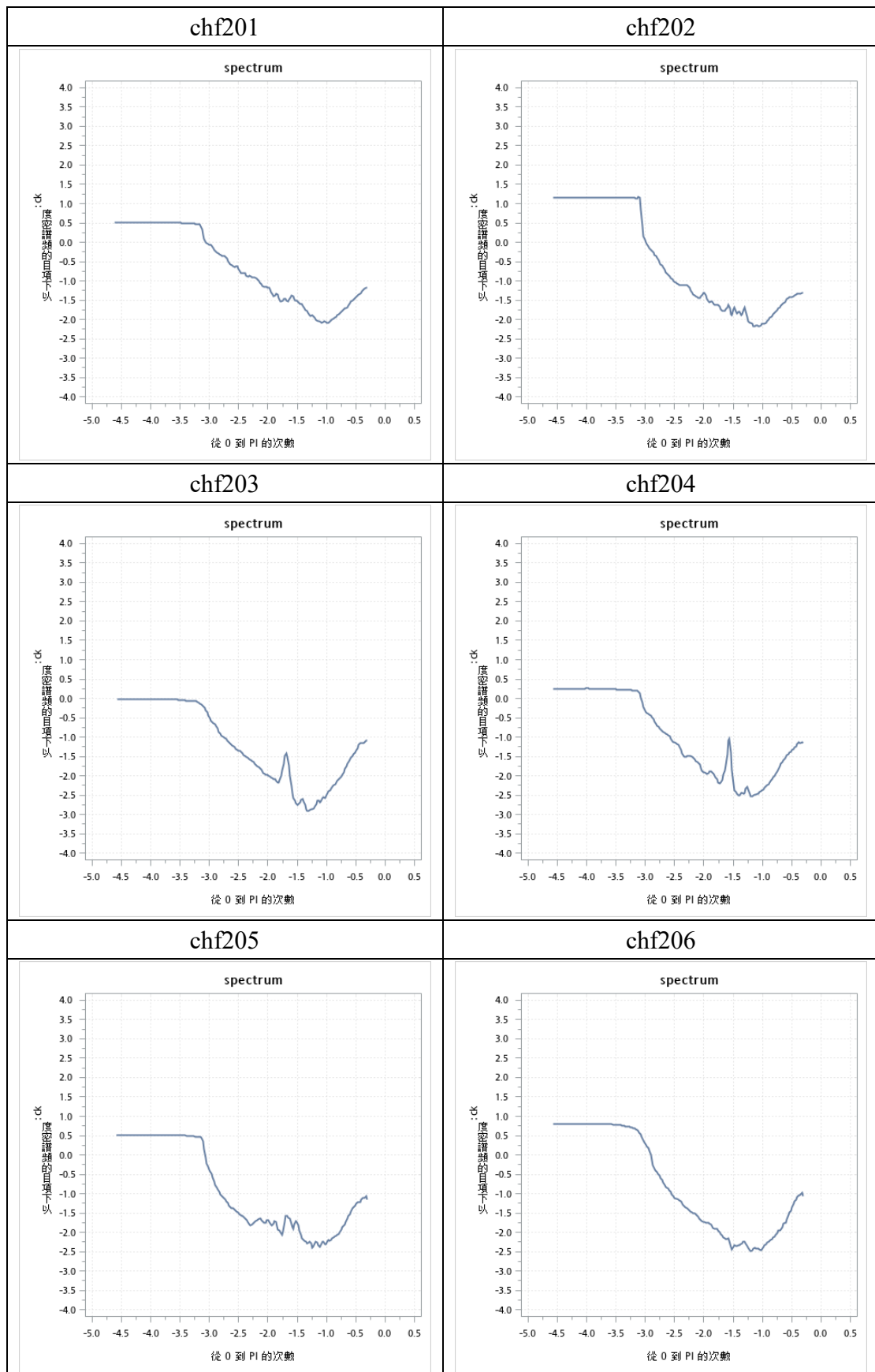


(接下頁)

(接上頁)

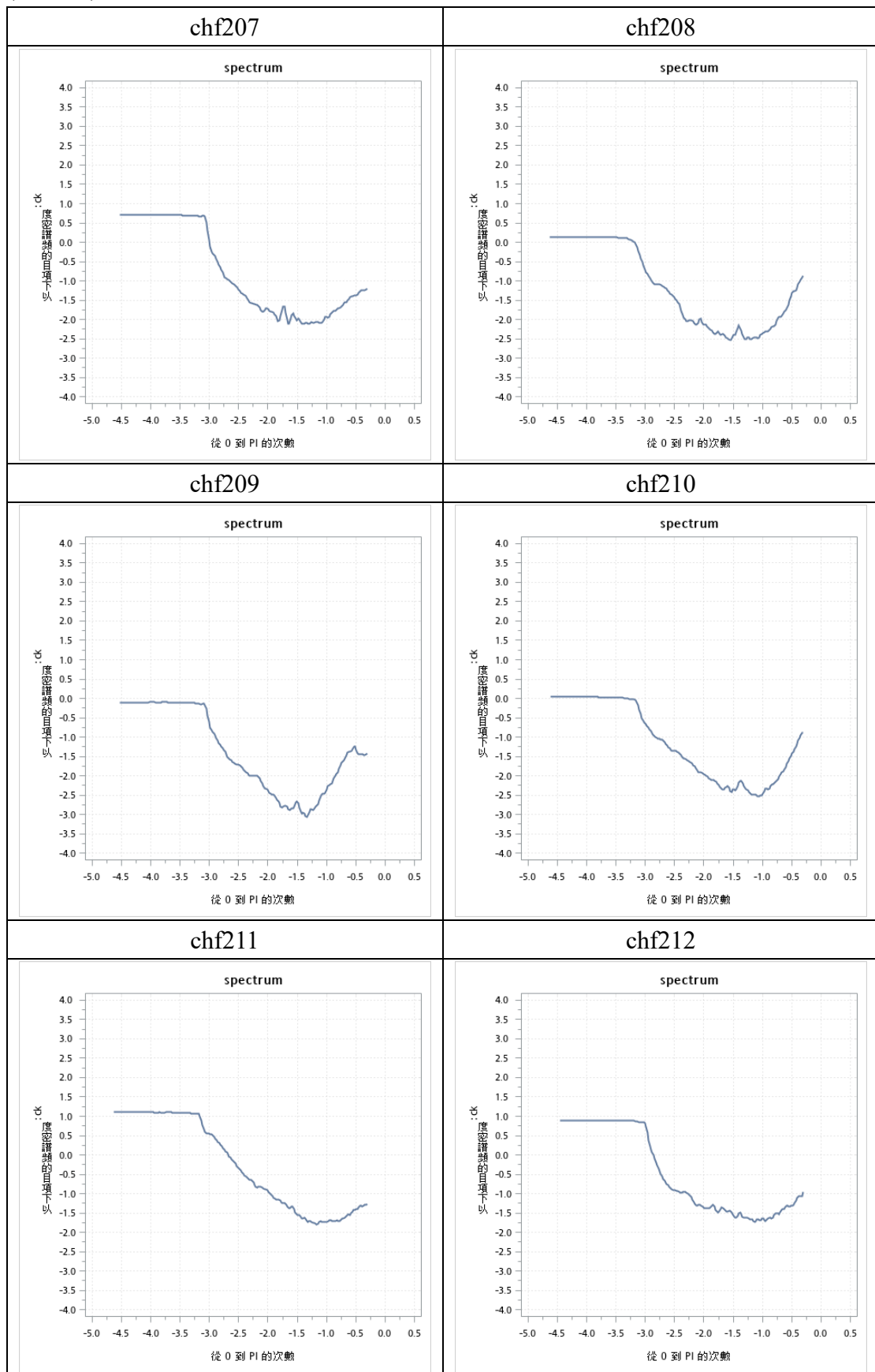


附錄四 鬱血性心衰竭病人間隔時間二秒內發生次數頻譜圖

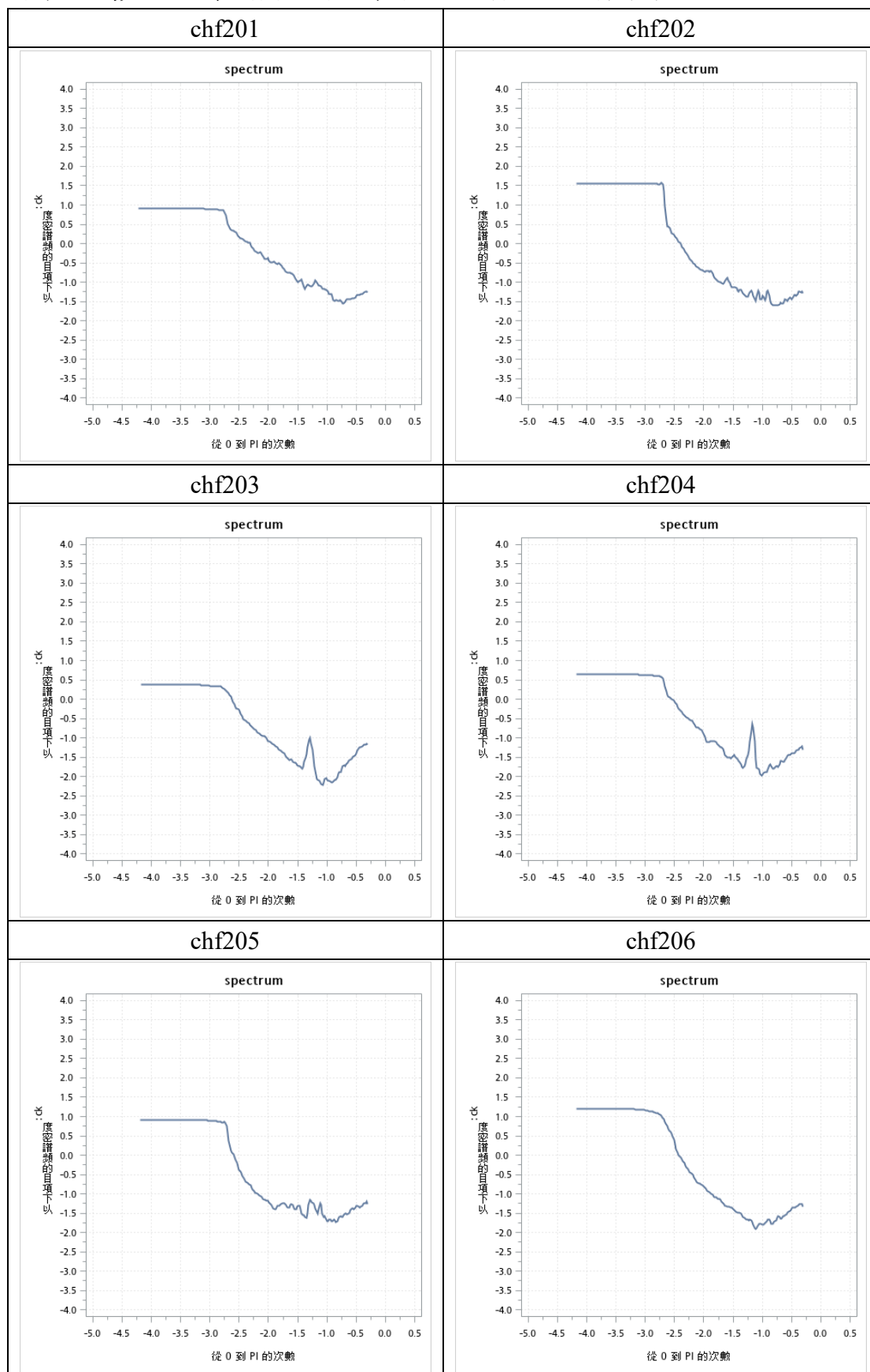


(接下頁)

(接上頁)

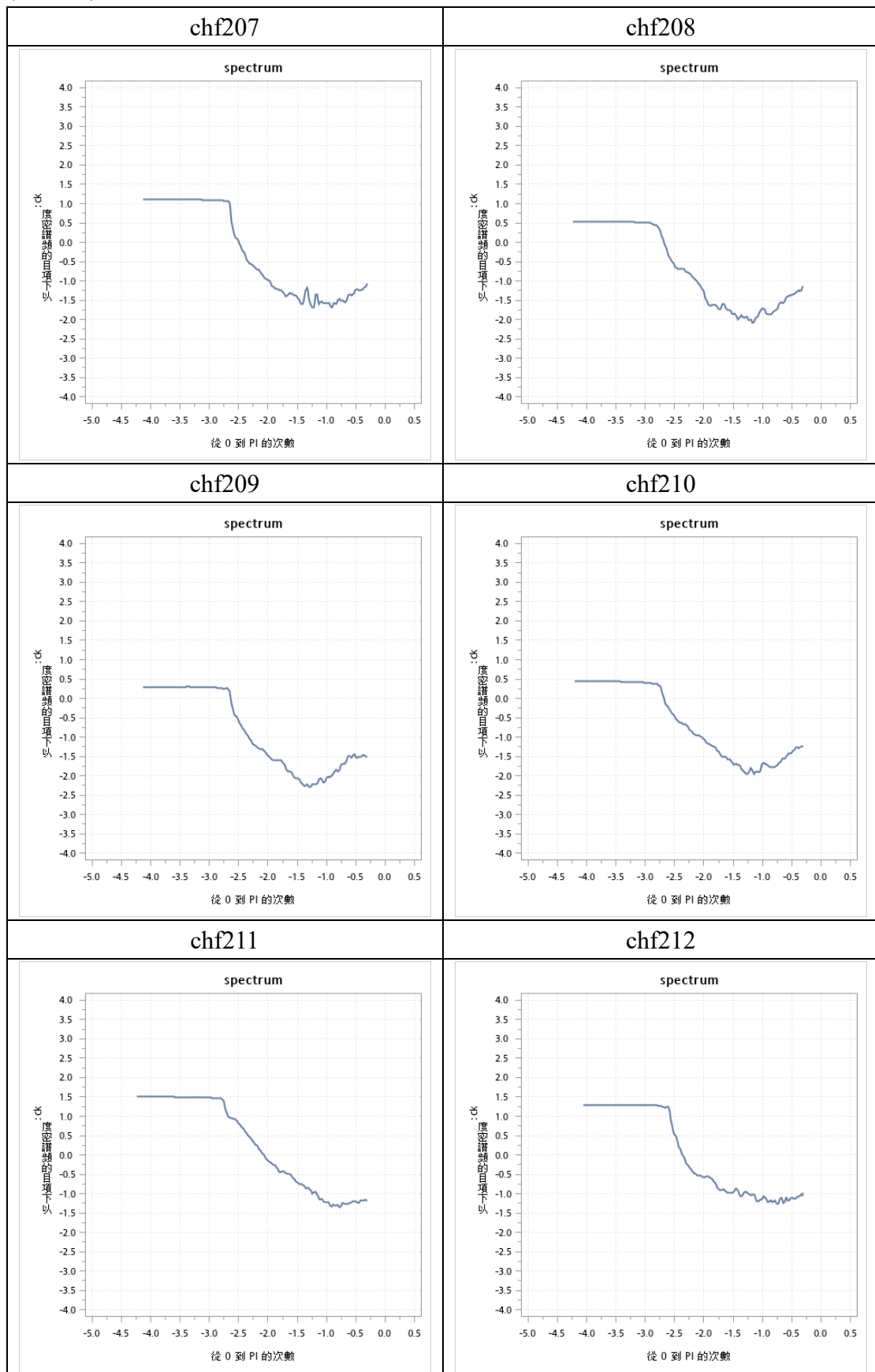


附錄五 鬱血性心衰竭病人間隔時間五秒內發生次數頻譜圖

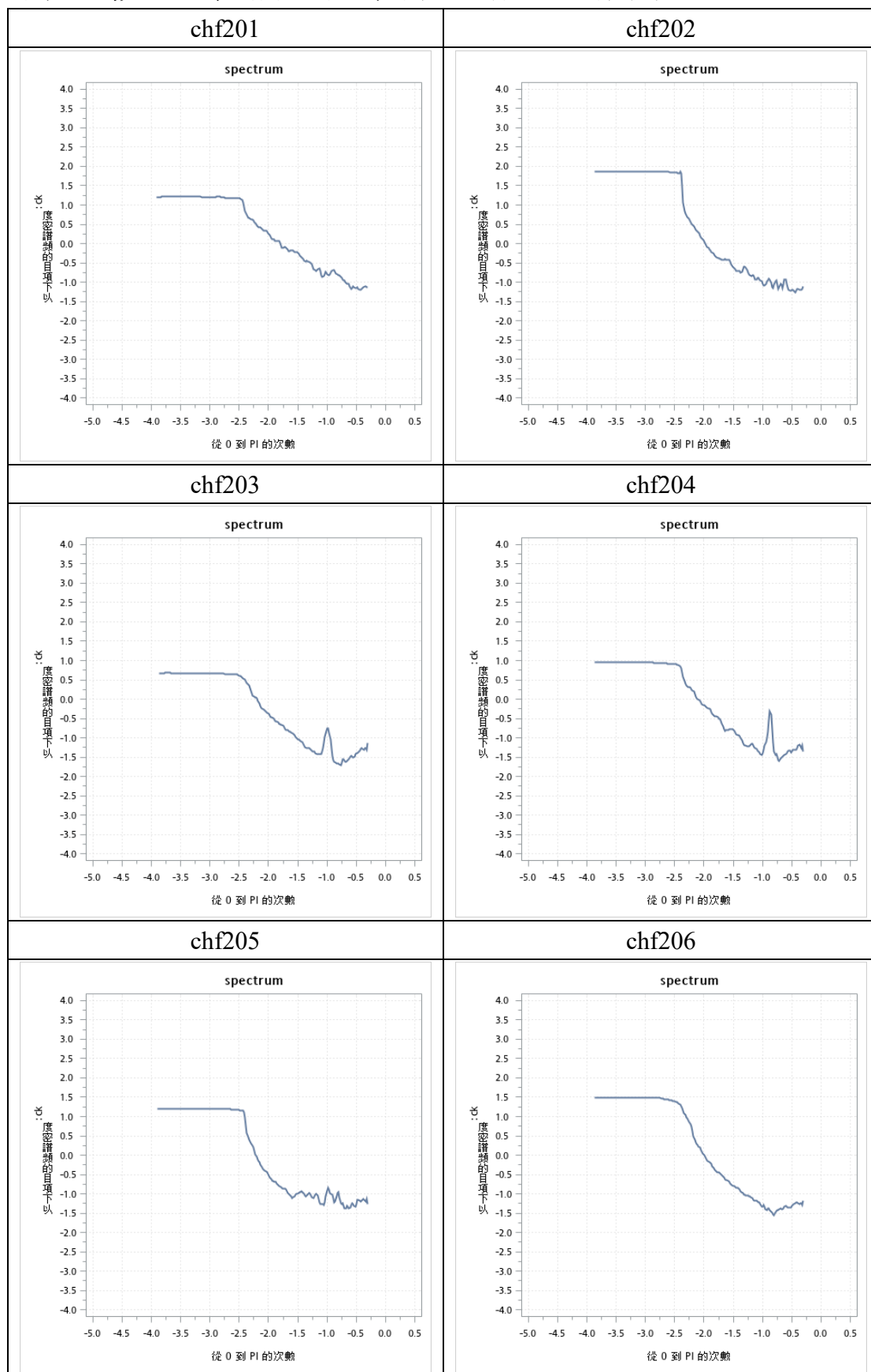


(接下頁)

(接上頁)



附錄六 鬱血性心衰竭病人間隔時間十秒內發生次數頻譜圖



(接下頁)

(接上頁)

