

東海大學經濟學系

經濟學碩士學位論文

再探股價溢酬之預測- Lasso 模型之應用

**Revisiting the Empirical Performance of Equity Premium
Prediction- A Lasso Regression Approach**



指導教授：王翊全 教授

研 究 生：何柏毅 撰

中華民國一零八年七月

東海大學經濟學系碩士班

何柏毅所撰之碩士論文

再探股價溢酬之預測-Lasso 模型之應用

業經本委員會審議通過

論文口試委員會委員：

賀嘉玲

王翊全

賴奕豪

論文指導教授：

王翊全

經濟系系主任：

葉志同

中華民國 108 年 6 月 28 日

謝辭

在東海五年日子當中，由大學部到碩士班期間，一起與其他研究生在研究室一起寫論文到凌晨才回去，不管大小事通通先到研究室再說，大概除了睡覺吃飯以外時間都待在研究室，與其他研究生有了一起努力的回憶，感謝一同打拼的研究生們，在寫論文期間，相互扶持與鼓勵。

特別感謝執導教授王翊全老師，在程式語言以及論文指導上都給與時間教導我，特別是在大三就有上過貨幣銀行，從老師身上了解很多金融知識，造就我今天寫這篇論文的原因。最後感謝教授花費大量苦心幫我修改論文，且告訴我很多不管是工作上、態度上、生活上的大小事，一日為師，終身為師，老師辛苦了。

感謝口試委員-賀惠玲老師與賴奕豪老師舟車勞頓前來指導我的論文，讓我的論文可以更加完善，也感謝賀惠玲老師在論文表達上的提點，感謝每一位老師們在我的論文寫作當中，大大小小的指導過程，不只論文的完整度提升，對我來說也受到很大的思考啟發。



何柏毅

謹致於 東海大學社會科學院

2019/07/25

Revisiting the Empirical Performance of Equity Premium Prediction- A Lasso Regression Approach

Wang, Yi-chiuan¹

Ho, Bo-Yi²

Abstract

Goyal and Welch (2008) argued that the financial variables with the univariate regression could not beat the random walk with drift in out-of-sample forecasting of stock premiums. Based on the 11 explanatory variables commonly found in the existed literature, this paper adopts the Lasso approach with the recursive scheme to predict the stock premium about 1, 12, 36, 60 and 120 months ahead. Firstly, the empirical results show that the Lasso model has different significantly independent variables for each in-sample estimation. Secondly, the longer the prediction period, the more explanatory variables selected by the Lasso model which may represent financial variables are suitable for explaining the changes of long-term stock premiums. Thirdly, during the most recent sample period, we argued that financial variables did not have a significant impact on stock premiums. Finally, regardless of the short- or long-term forecast period, the Lasso model outperforms the traditional OLS model for the out-of-sample performance of stock premiums.

Keyword: Bayesian Lasso model, Lasso model, excess stock return, prediction

¹ Associate Professor, Department of Economics, Tunghai University, No.1727, Sec.4, Xitun Dist., Taiwan Boulevard, Taichung, Taiwan 40704 R.O.C., Tel: 04-23590121 #36118, E-mail: yicwang@thu.edu.tw.

² Graduate Student, Department of Economics, Tunghai University, E-mail: g07520010@gmail.com.

再探股價溢酬之預測- Lasso 模型之應用

王翊全³

何柏毅⁴

摘要

Goyal and Welch (2008) 提及文獻上常見的財務與經濟變數在運用單變量迴歸模型下，對於股價溢酬之向外預測表現不盡理想。本文根據文獻上常見的 11 個解釋變數，採用 Lasso 模型並運用遞迴方式 (Recursive) 進行股價溢酬的向外預測，其預測期間包含 1、12、36、60 與 120 個月。本文實證結果發現 Lasso 模型針對每一次的樣本內估計所挑選出的解釋變數不盡相同，同時，隨著預測期間越長，Lasso 模型所挑選出的解釋變數越多，代表財務與經濟變數可能更適合解釋長期股價溢酬的變動。其此，在最近的估計期間，Lasso 模型認為財務與經濟解釋變數對於股價溢酬皆不存在顯著的影響。最後，不論短期或長期的預測期間，Lasso 模型對於股價溢酬的向外預測表現皆優於傳統的 OLS 模型。

關鍵字：Bayesian Lasso 模型、Lasso 模型、股價溢酬、向外預測

³ 東海大學經濟學系副教授 (聯絡地址：40704 台中市西屯區台灣大道四段 1727 號 882 信箱，連絡電話：04-23590121 轉 36118，E-mail: yicwang@thu.edu.tw)

⁴ 東海大學經濟學系研究生，E-mail: g07520010@gmail.com

目錄

中文摘要.....	ii
摘要.....	iii
目錄.....	iv
圖表目錄.....	vi
壹、緒論.....	1
貳、相關文獻.....	4
參、理論模型與向外預測方程式.....	6
肆、股價溢酬之實證結果分析.....	11
4.1 資料來源以及變數敘述統計量.....	11
4.2 全樣本估計之實證結果.....	17
4.3 初始樣本為 20 年之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 1946 年 12 月).....	18
4.4 不同期間之樣本內估計結果.....	23
4.5 以 20 年為初始樣本之向外預測結論.....	29
伍、以 10 年為初始樣本作為穩健性測試.....	30
5.1 初始樣本為 10 年之樣本內估計結果(1927 年 2 月至 1936 年 12 月).....	30
5.2 以 10 年為初始樣本之向外預測結論.....	35
陸、結論.....	35
參考文獻.....	38

圖目錄

圖 1: Bayesian 模型變數的先驗分布	9
圖 2: 本文機率分布的 Bayesian 模型	10
圖 3: 股價溢酬(RET)、圖 4: 股利價格比(DP)	13
圖 5: 股利收益率(DY)、圖 6:本益比(EP).....	13
圖 7:股價變異數(SVAR)、圖 8:帳面市值比率(BM).....	13
圖 9:淨資產擴張(NTIS)、圖 10:國庫券利率(TBL).....	14
圖 11: 長期政府債券殖利率(LTY)、圖 12: 違約風險溢酬(DFY).....	14
圖 13: 違約報酬利差(DFR)、圖 14: 消費者物價指數(INFL)	14



表目錄

表 1：變數敘述統計量.....	11
表 2：解釋變數之間相關係數矩陣.....	16
表 3：四個迴歸模型全樣本估計之實證結果.....	18
表 4：h=01 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 1946 年 12 月).....	21
表 5：h=12 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 1946 年 12 月).....	21
表 6：h=36 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 1946 年 12 月).....	22
表 7：h=60 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 1946 年 12 月).....	22
表 8：h=120 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 1946 年 12 月).....	23
表 9：h=01 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 2017 年 11 月).....	27
表 10：h=12 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 2016 年 12 月).....	27
表 11：h=36 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 2014 年 12 月).....	28
表 12：h=60 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 2012 年 12 月).....	28
表 13：h=120 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 2007 年 12 月).....	29
表 14：以 20 年為初始樣本所有預測模型之均方根差	30
表 15：h=01 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 1936 年 12 月).....	33
表 16：h=12 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 1936 年 12 月).....	33
表 17：h=36 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 1936 年 12 月).....	34
表 18：h=60 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 1936 年 12 月).....	34
表 19：以 10 年為初始樣本之均方根誤差(Root mean square error)	35

壹、緒論

股票溢酬預測不僅會影響投資組合也會改變其交易策略，是經濟與財務領域相當熱門的研究議題，過去實證文獻對於影響股價報酬的面向有著不同的論點，例如基本面 (Abarbanel and Brian, 1997)、技術面 (Brock and Lebaron, 1992)與機器學習 (Rohit and Kumkum, 2008)等，本文主要是採用文獻上廣泛討論的基本面解釋變數進行股價溢酬預測，所謂基本面是只從公司過去經營狀態中，由財務分析與總體景氣狀態所形成的各類經濟與財務指標來進行綜整判斷，相對於技術面分析，基本面所考慮的因素更多，從總體經濟至產業部門，再到公司績效分析，而指標部分包含股利收益率 (Dividend yield)、股利價格比 (Dividend price)、賬面市值比 (Book to market value)、國庫券利率 (Treasury bill rate)等等。然而過去的實證研究顯示，目前仍未有穩健的解釋變數可以預測未來的股價溢酬，過去文獻已經顯示基本面的解釋變數具有在樣本內的顯著性 (Campbell and Sheiller, 1988; Fama and French, 1989; Ferson and Harvey, 1993)，然而，Bossaerts and Hillion (1999) ; Ang and Bekaert (2001)以及 Goyal and Welch (2003)認為樣本內的顯著性不代表在樣本外同樣地具有預測能力，即便 Campbell (1987) 和 Fama and French (1989)提出利用本益比與違約溢價來預測股價溢酬，仍無法得到實證資料上的支持。Ang and Bekaert (2001)則認為股利收益率(Dividend yield)可作為股價溢酬的唯一解釋變數，並可以在長期提供良好的預測能力，Goyal and Welch (2003)則提出證據顯示本益比與股利收益率對股價溢酬在樣本內及樣本外的預測能力，然而其表現上皆沒有統計上顯著的影響。

Welch and Goyal (2008) 整理了 1927 年至 2005 年之間的美國股市長期資料並建構了 15 個文獻上常受討論會影響股價溢酬的解釋變數，並運用單一迴歸模型以及組合模型進行美國股市股價溢酬的向外預測，其實證結果發現近三十年來，所有單一迴歸模型在向外預測一期上，不論是樣本內 (In sample)以及樣本外 (Out of sample)的表現皆不盡理想。David, Jack and Guofu (2010) 則提出與 Welch and Goyal (2008) 相反的論點，並且認為股價是可以預測的，透過結合大量經濟變數於迴歸模型之中，進一步尋找降低均方差 (Root mean square error)的預測組

合，由於運用大量的解釋變數，將存在模型過度解釋的問題，因此，本文提出運用 Lasso 來有效降低模型過度解釋問題，透過門檻的限制條件，篩選出合適的解釋變數，以資料驅動模式刪減維度至較小的模型，剔除無相關變數問題，同時相較於之前的實證研究著重於各個變數的預測能力，本文的研究方法 Lasso Regression 可以直接利用資料選取預測變數並降低模型的不穩定性。Tibshirani (1996) 提及 Lasso Regression 相較於 OLS 的優點是可以透過維度刪減或是給予模型估計係數限制來提高預測精準度，我們可以選擇通過門檻限制的變數並減少模型中的誤差，使其更加精確地預測。而其第二個優點是模型的解釋能力，用收縮大量模型變數的方法，來呈現較強的模型解釋能力。Hans (2009) 進一步提出了貝氏方法來加強 Lasso 模型的估計，在高斯分佈和 Gibbs 樣本的預估下，預測迴歸參數的後驗方法可以從數據中學習，且貝氏有選擇參數的信賴區間，進一步挑選出適合的變數。

Welch and Goyal (2008) 的實證結果顯示在運用單變量迴歸模型之下，所有解釋變數對於股價溢酬的向外預測能力在最近這 30 年都表現不好，這樣的實證結果引發了本文的研究動機，亦即解釋變數的預測能力是會隨時間而改變的，每段期間各個解釋變數對於股價溢酬的解釋能力都會改變，因此，我們是否可以透過變數選擇模型對於每一期所進行的預測都挑選出最有預測能力的解釋變數來進行向外預測。Jiahan and Weiye (2014) 運用 Lasso 方法在很多總體經濟條件下，以時間序列模型來選取解釋變數，實證結果發現 Lasso 方法可以降低 RMSE 並提高模型可解釋性，同時選擇變數模型在樣本外的預測效果是顯著。過去文獻已針對股價溢酬的預測提出相當多的解釋變數並進行實證分析，然而其結果並未有一致性的結論，對於擁有相當長期的股價資料而言，端看每個期間各個解釋變數的對於股價溢酬的解釋能力變化實為一有趣的研究議題。Jiahan and Weiye (2014); Kyung, et. al. (2010) 以及 McNeish (2015) 認為 Lasso 基於從數據驅動的預測模型中可以消除不相關預測參數的問題，儘管犧牲了些許的模型解釋力，Tibshirani

(1996)通過較精簡模型選擇方法可能會導致一點偏差並減少預測能力，儘管標準差會減小，但是模型會更穩定，且不易受新增加數據影響，並且比其他模型更具較佳一般特性。而運用貝氏方法來估計 Lasso 模型，則可運利用後驗分佈促進更有效的變異數分析，由於貝式 Lasso 模型採用 MCMC 方法建立機率密度、均值和標準差，先驗分佈可以從研究人員和以前的研究中獲取資訊，從而在演算中得到更多的信息。Daniel (2015)提出關於 OLS 損失函數的觀點並作為正則化 (Regulation)模型的懲罰條件，認為 Lasso 模型可以減少模型過度解釋問題。

其次，Welch and Goyal (2008)的實證結果除了 OLS 模型採用單一變數表現不佳外，在組合模型預測部分，其實證結果表現亦不盡理想，而 Li and Chen (2014)運用 Lasso 方法，在實證模型中放入了大量時間序列的總體變數，以懲罰條件作為維度刪減變數方法，其結果可增加動態因子模型向外預測的準確度。David, Jack and Guofu (2010) 在 OLS 迴歸方法中，結合 15 個變數向外預測的結果在統計上是顯著支持的，且提到 Welch and Goyal (2008)在個別變數向外預測結果中太弱，忽略多個經濟變數資訊對於影響股市超額報酬的效果，此外，預測方法的結合可以平衡大量經濟變數所提供的資訊並避免額外的雜訊。Pettenuzzo, Timmermann, and Valkanov (2014)提出在大量的總體經濟變數之下，有限制條件的 OLS 模型結合預測方法，可以有效大幅度降低預測誤差，且在限制條件下選出的次樣本分析中，具備較穩定且在統計檢定上具有顯著結果。而 Welch and Goyal (2008)提出單一變數的模型預測方法在向外預測上表現是不佳的，現今文獻趨勢都是結合大量變數的預測模型，相較於之前的預測方法，除了可以降低預測誤差更可以在統計上得到顯著的改善效果，因此，本文嘗試運用過去文獻上所提出可以影響股價溢酬的解釋變數，運用 Lasso 模型以及長期間的資料在每個期間皆重新進行變數選取端視其預測能力是否能夠獲得顯著的改善。

本文的實證研究應用比較四個模型的均方根誤差 (RMSE)來判斷何種模型在向外預測上能有較佳的表現水準，其中包括完整式 OLS、縮減式 OLS、Lasso 以及 Bayesian Lasso，本文總使用 11 個解釋變數預測每月股票超額報酬率，資料期間段從 1927 年 1 月至 2017 年 12 月期間。我們運用前 20 年的資料數據作為第

一筆向外預測的樣本內模型，並據此預測 1949 年 1 月標準普爾 500 指數超額報酬，爾後進行遞迴逐步向外預測並持續到 2018 年 1 月。其實證結果發現股利價格比 (Dividend price)，淨資產擴張 (Net equity expansion)，國庫券利率 (Treasury bill rate)，美國政府長期債券殖利率 (Long term yield) 和違約風險溢酬 (Default yield spread) 在預測股價溢酬當中，是較佳的變數，且模型預測中又以 Lasso 和 Bayesian Lasso 方法預測誤差值最低。

本文的研究架構如下：第一章為闡述研究動機的緒論，第二章則是說明關於股價溢酬研究的相關文獻，第三章則為理論模型以及向外預測方程式的說明，第四章為實證結果分析與第五章是以 10 年為初始樣本的加強實證結果而第六章則為本文的結論。

貳、相關文獻

在我們的方法中，我們確實依賴於 Lettau and Ludvigson (2001)、Bai (2010) 的先前研究，證明了利用大量總體變數的因子可以改善超額股價溢酬之預測。除了取對數消費和財富比率之外，先前的作者提出指數無法在短期內成功預測，而後者作者證明有條件的預測會優於無條件預測。首先本文考慮兩個預測變數，一個是股利收益率 (Dividend yield); 另一個是期限利差 (Term spread)。Fama and French (1989) 表明，這些變數可以檢測經濟狀況和股價溢酬波動的信號。儘管股利收益率 (Dividend yield) 和期限利差 (Term spread) 可能會捕捉經濟循環，但個別模型中的個體經濟變數可能會導致“假信號”，這意味著如果股利收益率 (Dividend yield) 和期限利差 (Term spread) 具有弱相關性，則迴歸確實會降低預測。因此，我們選擇其他變數是被用於大量研究中並且具有正向的預測結果，它適用於 Ang and Bekaert (2007)，採用變數“股利收益率” (Dividend yield) 來預測超額收益。出乎意料的是，經過此論文作者仔細證明的結果，股利收益率呈現的可預測性主要是一個短暫的期間。Campbell and Shiller (1988) 使用變數“股利價格” (Dividend price ratio) 來預測實質貼現率和未來經濟增長率。此外對未來貼現率的預期可以推動股票價格與取對數的股利價格比率預測真實貼現率。

Campbell and Shiller (2001)提出了兩個變數“本益比”(Earning- price ratio)和“股利價格比率”(Dividend-price ratio)預測股票價格變化且使用線性迴歸預測，然而估值比率與歷史數據相差甚遠，基本上它們幾乎沒有可比較的歷史數據，是因為估值比率和長期回報的真實關係是非線性的。Guo (2006)表明，對股價報酬來說，樣本向外預測的能力可以通過“股市波動率”(Stock market volatility)來衡量，這是CAPM模型的關鍵。Kothari and Shanken (1997)發現可靠的證據表明，“帳面市值比”(Book to market ratio)和“股利收益率”(Dividend yield)可以追蹤時間序列數據以預測真實股票市場收益。Pontiff and Schall (1988)表達了“帳面市值比”(Book to market ratio)，以預測道瓊斯工業指數的平均市場回報，此外作者證明了帳面市值比率的預測性與預測未來現金流量的帳面價值有關，因為預期現金流量（帳面價值）按價格水平（市場價值）產生折現率。Baker and Wurgler (2000)提出資產的份額 (Share of equity)可以作為美國股市收益更強的預測變數，儘管作者沒有找到實證上支持將資產的份額 (Share of equity) 與效率市場中的股票收益連接起來的機制。除此之外，作者提供的研究表明市場是有效率的證據，且經理人表現出低效率在財務決策，特別是資產份額在預測市場上的報酬是負的。

Campbell (1987)使用利率的期限結構，包括“短期債券”(Bill)和“債券”(Bond)來預測超額股票收益，並且在時間變化中，共變異數矩陣 (Covariance matrix)條件的短期債券 (Bill)，債券 (Bond)和股票 (Stock)是解釋超額股價溢價的重要部分。該論文的結果表明，短期名義利率的不確定性，通過短期國債收益的條件變異數來衡量，對於國庫券 (Treasury bill)和美國政府長期資產 (Long term assets)的定價是重要的。Hodrick (1992)探討了“長期股利收益率”(Dividend yield for long horizon)預測超額股票收益率，此外作者表明在虛無假設下的標準誤差不涉及大量自我共變異數 (Autocovariance)，其大小優於其他替代方案和蒙特卡羅 (Monte Carlo)方法指出實質偏差可以改善長期預測下的統計檢驗。Fama and French (1988)表達了經濟循環中普通股報酬和長期債券的相同特徵，它可以遵循商業周期模式來預測股票收益。總之以股票和債券收益率作為預測變數，隱含的是預期收益變化基本上是共同的，並且在經濟條件下長期和短期變化呈負相關。Keim and Stambaugh (1986)預測了公司規模的股票收益率，藉由“違約風險的長期

債券 (Long term bond of various default risk)和沒有違約風險債券 (Default free bond)”，此外在這篇論文研究指出，其他事前變數 (Ex-ante variable)同樣具有預測能力。作者選擇通過限制事前變數和檢查廣泛資產的風險溢價來定義本研究，但是檢查資產方式同樣也擴展到一連串事前變數。Campbell and Vuolteenaho (2004)提出通貨膨脹的穩定將減少波動性對於錯誤定價的並預測經濟增長率，進一步來說，該研究提到 Modigliani-Cohn 假設提到通貨膨脹可能會通過混淆股票市場投資者而產生錯誤定價因為受限於通貨膨脹的錯覺。這也意味著穩定的通貨膨脹將減少錯誤定價的波動問題，從而有助於提高股票市場的效率。

參、理論模型與向外預測方程式

根據第二章的文獻回顧，過去文獻對於影響股市溢酬的經濟與財務因素相當多元，然並未有完整一致的看法，本文主要探討關於股價溢酬的向外預測表現，主要被解釋變數是美國標準普爾 500 指數的超額報酬率，令 $r_t = \log(P_t + D_t / 12) - \log(P_{t-1})$ 表示為第 t 期 (月頻率) 的股價指數報酬率 (RET)，其中 P_t 表示為第 t 期的股價指數、 D_t 為第 t 期過去 12 個月的股利移動加總，而 \log 表示為取自然對數調整，則股價溢酬可表示為 $y_t = r_t - f_t / 12$ (RET) 其中 f_t 為無風險的國庫券利率。而在解釋變數的部分，本研究則根據 Pan, Pettenuzzo, and Wang (2017) 的看法，選取 11 個解釋變數進行樣本外預測研究，其中， $X_{1,t} (= \log(D_t) - \log(P_t))$ 為股利價格比 (DP)、 $X_{2,t} (= \log(D_t) - \log(P_{t-1}))$ 為股利收益率 (DY)、 $X_{3,t} (= \log(E_t) - \log(P_t))$ 為本益比 (EP)，其中， E_t 表示為第 t 期過去 12 個月的每股盈餘移動加總、 $X_{4,t}$ 為標準普爾 500 的股價變異數 (SVAR)(由每日股價報酬所計算得出)、 $X_{5,t}$ 為帳面市值比率 (BM)，是由道瓊工業指數所計算得出、 $X_{6,t}$ 為淨資產擴張 (NTIS)，是紐約證券交易所上市股票的淨發行 12 個月移動總和除以紐約證券交易所股票年終總市值的比率、 $X_{7,t}$ 為國庫券利率(TBL)、 $X_{8,t}$ 為美國長期政府債券殖利率 (LTY)、 $X_{9,t}$ 為違約風險溢酬 (DFY)，來自於 BAA 信用評等與 AAA 信用評等債券之差、 $X_{10,t}$ 為違約報酬利差 (DFR)，來自長期公司債與政府債券之差以及 $X_{11,t}$ 為消費者物價指數 (INFL)。

假設樣本共有 T 筆資料，本文先採用 Q 筆資料進行樣本內估計，爾後再進行 P=(T-Q-h+1)筆向外 h 期的預測，則樣本內迴歸方程式則可以表示為

$$y_t = \alpha + \sum_{i=1}^{11} \beta_i X_{i,t-h} + \varepsilon_t, \quad t=2, \dots, Q, \quad h=1,12,36,60,120 \quad (1)$$

一旦求得估計係數，則向前 h 期的預測可以表示為下式：

$$\tilde{y}_{j+h} = \hat{\alpha} + \sum_{i=1}^{11} \hat{\beta}_i X_{i,j} + \varepsilon_t, \quad T=Q, Q+1, \dots, T, \quad h=1,12,36,60,120 \quad (2)$$

其中， $\hat{\alpha}$ 與 $\hat{\beta}_i$ 為 OLS 所產生之估計係數，而每次增加一筆樣本後，都重新估計式(1)再根據式(2)進行向外一期的預測，其樣本數會隨時間增加而增加，此即 Recursive 設計。此估計方式不管 $\hat{\beta}_i$ 是否顯著，都將進入式(2)的向外預測方程式中，此為本研究所謂的完整式 OLS。若在式(1)的樣本內估計式中，剔除掉不顯著的估計係數(本研究以 5%作為信心水準)，在式(2)的向外預測方程式中只留下統計上顯著的解釋變數，此即為本研究的第二個模型縮減式 OLS。

本研究第三個模型為 Lasso 迴歸，根據 Tibshirani (1996)，令 $X_t = X_{t1}, X_{t2}, \dots, X_{t11}$ 作為預測變量，預估 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{11}$ ，則 $(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ 可由以式(3)得出：

$$(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) = \arg \min \left\{ \sum_{i=2}^Q (Y_i - \alpha - \sum_j^{11} \beta_j X_{(i-h)j})^2 + \lambda \sum_{j=1}^{11} |\beta_j| \right\},$$

$$h=1, 12, 36, 60, 120 \quad (3)$$

同樣的，一旦求得估計係數，則向前 h 期可以表示為下式

$$Y_{i+h} = \hat{\alpha} + \sum_j \tilde{\beta}_j X_{(i-1)j} + \hat{\lambda} \sum_{j=1}^{11} |\tilde{\beta}_j|. \quad h=1, 12, 36, 60, 120. \quad (4)$$

其中， $\hat{\lambda}$ 採用格點搜尋的方式找出讓式(3)平均平方誤差極小化的值。對於 Lasso 的方法， Y_i 可以更準確地預測，因為定義的預測變數 $X_{(i-1)j}$ 通過 Lasso 的限制門檻。此外在時間序列和相同樣本下，Lasso 模型可能比普通 OLS 模型具備更低的預測誤差，因為在門檻條件下，Lasso 將為 x_{tj} 選擇恰當的模型變數，部分變數會收斂為零，在維度刪減迴歸中，剩餘變數會使模型俱備較佳的估計和預測。

Lasso 模型的最小平方法，稱為 Least Absolute Shrinkage and Selection

Operator。在我們提到的函數之前，添加限制條件的效果並且能夠在門檻限制下縮減迴歸的係數。

$$\sum_{j=1} |\beta_j| < \tau. \quad \text{for } \tau > 0. \quad (4)$$

該模型用於估計係數並設置門檻，在所有變數通過門檻條件加權，會有部分係數因為門檻而收縮為零，此方法有效地對樣本的係數進行權重設定。Lasso 方法使用 L1 norm 懲罰項為第(4)項來捕獲通過該條件的係數，而 ridge 模型使用 L2 norm 的懲罰項，主要是 β_j^2 為限制式。在加總所有變數通過門檻的限制下，因係數組合的不同，部分係數將收縮為 0。Breiman (1993) 提出關於門檻的概念比起子集選擇 (Subset selection) 的方法更可以降低預測誤差，並且當模型具有零係數時，Lasso 比 ridge 迴歸可得到更多解釋。很明顯地選擇 Lasso 模型由解釋變數來預測被解釋變數可以提高預測能力。除了正規化參數 (Regularization parameter) 和 $|\beta_j|$ ， λ 添加在模型中的參數向量是 L1-norm，決定 β_j 值在限制條件下，係數組合中，是否為大量變數收斂為零。

本研究第四個模型為 Bayesian Lasso 迴歸，我們把模型分為兩個部分，一個是先驗分布，另一個則是後驗分布：

先前 (Perior) 的假定

$\Sigma |\beta_j|$ 是雙指數分佈 (Double-exponential distribution) 的對數密度 (Log-density)。從 Tibshirani (1996) 得到 L1 懲罰項，表明 Lasso 在獨立和一致的 (Identical) 雙指數先驗下估計為後驗模式 (Posterior mode)。具有尺度參數 (Scale parameter) σ/λ 先前雙指數分佈的條件 β 表示為：

$$\pi(\beta | \sigma^2) = \prod_{j=1}^p \frac{\lambda}{2\sqrt{\sigma^2}} e^{-\lambda|\beta_j|/\sqrt{\sigma^2}} \quad (5)$$

Bayesian Lasso 模型所表達為常態分佈的規模混合 (Scale mixture of normal distribution)。由於 Laplace 分佈 (Andrew and Mallows, 1974)。以下表示為懲罰迴歸模型：

$$\tilde{Y} | \alpha, \beta, \sigma^2 \sim \text{Nn}(\alpha + \beta x, \sigma^2 I_n) \quad (6A)$$

$$\beta | \sigma^2, t_1^2, \dots, t_p^2 \sim \text{Np}(0, \sigma^2 \text{diag}(t_1^2, \dots, t_p^2)) \quad (6B)$$

$$t_1^2, \dots, t_p^2 | \lambda \sim \prod_{j=1}^p \exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right) \quad (6C)$$

$$\sigma^2, t_1^2, \dots, t_p^2 > 0. \quad (6D)$$

通過交叉驗證 (Cross-validation) 可以估計轉換參數，但是在 Lasso 方法中，使用模型適當的假設才能估計 λ 。而這個 Lasso 參數選擇的收縮變數會考慮 $\lambda/2$ 上的共軛伽馬 (Conjugate gamma) 先驗。

$$\Pi\left(\frac{\lambda}{2}\right) \sim \text{gamma}(\beta) \quad (7)$$

先前模型的非信息集導致參數 β 值是小的，因此 Lasso 參數類似其他模型一樣可藉由 Gibbs 樣本方法估計，這就是數據論證 (Data-argumentation) 使用共軛變數 (Conjugate variable) 的原因。

後驗 (Posterior) 的假設

對於固定值 σ^2 ， t 和大量的 P ，可以通過馬可夫鏈蒙地卡羅 (MCMC) 方法分析和預測後驗推斷 (Posterior inference)，通過 MCMC 算法，後驗分佈可以表示為：

$$\pi(\alpha, \beta, \sigma^2, t_1^2, \dots, t_p^2, \lambda, \sigma^2 | \tilde{Y}) \propto \prod_{i=1}^n \pi(\tilde{Y}_i | \cdot) \pi(\alpha) \pi(\sigma^2) \quad (8)$$

$$\prod_{j=1}^p \pi(\beta_j | t_j^2) \pi(t_j^2 | \lambda) \pi(\lambda) \quad (8A)$$

使用 Madigan and York (1995) 的圖形表達 β_j ， t_j^2 ， λ 之間的關係，以先前資訊決定分布，且在條件機率下決定分布間關係如下：

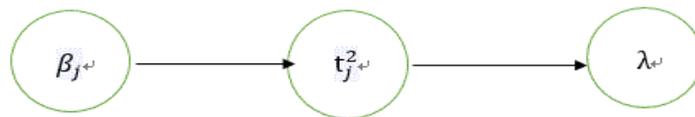


圖 1: Bayesian 模型變數的先驗分布

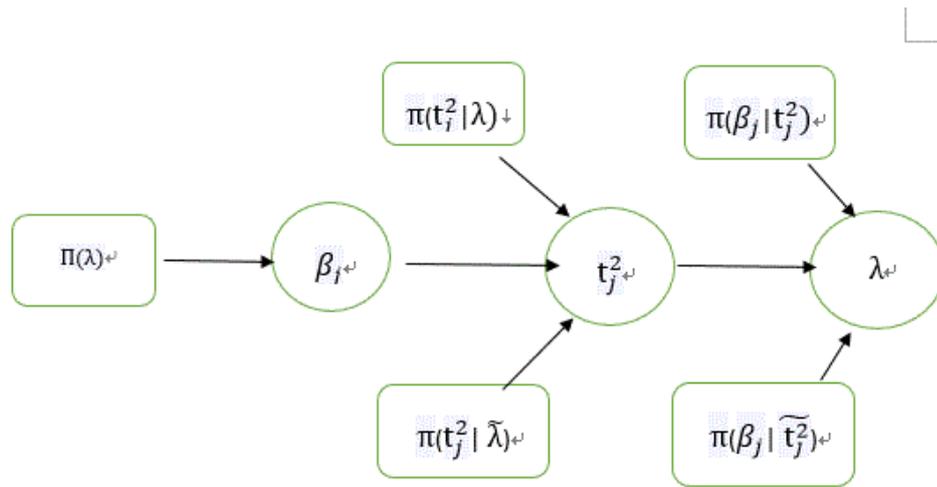


圖 2: 本文機率分布的 Bayesian 模型

條件的分佈導致輕易地定義後驗參數，因為它來自 Gibbs 樣本。該模型為標準線性迴歸，且參數為 β ， σ^2 表示為：

$$\beta_t | \cdot \sim N\left(\left(\sum' \left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i (\tilde{Y}_{i+1} - \alpha - \beta X_i^k)}{\sigma^2}\right) \sum'\right)^{-1} \sum' \left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i (\tilde{Y}_{i+1} - \alpha - \beta X_i^k)}{\sigma^2}\right)\right) \quad (9A)$$

$$\text{with } \sum' = \left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i X_i^k}{\sigma^2} + \sum \beta\right)^{-1} \quad (9B)$$

$$\sigma^2 | \cdot \sim \text{Inv-x2} \left(\sum_{i=1}^n (\tilde{Y}_i - \alpha - \beta X_i^k)^2\right) \quad (9C)$$

$$\frac{1}{t_j^2} | \cdot \sim \text{Inverse-Gaussian} \left(\sqrt{\frac{\lambda^2 \sigma^2}{\beta_j^2}}, \lambda\right), J=1, \dots, k \quad (9D)$$

標準的 Gibbs 樣本可以靈敏地檢測變數中的特定係數。同時，它將通過馬可夫鏈和蒙特卡羅 (MCMC) 方法進行估計或預測。馬可夫鏈 (Markov chain) 提到的事件序列取決於先前事件，所有事件都是由於先前事件發生而組成。蒙特卡羅 (MCMC) 方法提到重複的隨機樣本得到數值結果。結合兩種方法來接近混合常態分佈的矩陣 β_t 。

樣本外 (OOS) 方法中使用的數據僅在我們進行預測的時間內可用，且預測模型中存在樣本外 (OOS) 誤差，而我們將利用該函數來表示它。在統計中經常使用均方根誤差 (RMSE) 與均方誤差 (MSE) 模型相比，前者模型的誤差項增大時，它更能表現出實際值與預估值的差距，因此，本研究主要以均方根誤差作

為預測模型優劣的評判標準。

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (y_j - \tilde{y}_j)^2} \quad \text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n |y_j - \tilde{y}_j| \quad (10)$$

肆、股價溢酬之實證結果分析

4.1 資料來源以及變數敘述統計量

本文的變數資料期間是從 1927 年 1 月到 2017 年 12 月，總共 1092 筆月觀察值，原始資料來源來自於 Amit Goyal 所整理提供 (<http://www.hec.unil.ch/agoyal/>)，變數和超額股價溢酬的敘述統計如表 1 所示：

表 1：變數敘述統計量

	平均數	中位數	極大值	極小值	標準差	偏態	峰態	J-B 檢定
RET	0.005	0.009	0.357	-0.349	0.054	-0.425	10.916	2881.02
DP	-3.374	-3.348	-1.873	-4.524	0.462	-0.216	2.653	13.9687
DY	-3.369	-3.341	-1.913	-4.531	0.460	-0.244	2.633	16.9437
EP	-2.738	-2.790	-1.775	-4.836	0.417	-0.600	5.602	373.261
SVAR	0.003	0.001	0.071	0.000	0.006	5.783	46.410	91745.2
BM	0.569	0.542	2.028	0.121	0.266	0.777	4.449	205.131
NTIS	0.017	0.017	0.177	-0.058	0.026	1.653	11.234	3579.24
TBL	0.034	0.030	0.163	0.000	0.031	1.076	4.267	283.54
LTY	0.051	0.042	0.148	0.018	0.028	1.082	3.591	228.725
DFY	0.011	0.009	0.056	0.003	0.007	2.476	11.812	4644.82
DFR	0.000	0.001	0.074	-0.098	0.014	-0.387	10.739	2750.07
INFL	0.002	0.002	0.059	-0.021	0.005	1.095	16.885	8982.61

註：粗體字代表在 1% 的信心水準下，拒絕變數服從常態分配的虛無假設。

表 1 顯示所有變數的範圍在 -4.836 到 2.028 之間，而股價變異數 (SVAR) 的標準差高達 5.783，顯示股市有一定的風險存在，過去金融危機的發生都會直接反應在股價指數上，包括 1930 年 (美國大蕭條)，1973 年 (能源危機)，1980 年 (美國高通脹)，1997 年 (亞洲經濟危機)，2000 年 (互聯網泡沫投資)，2008 年 (全球金融危機) 等。表 1 的最後描述了 Jarque-Bera 檢定的統計結果是顯著的。Jarque-Bera 檢定由偏度 (skewness) 和峰度 (kurtosis) 聯合組成，用以檢定該

變數是否為常態分配，如果測試低於 0.05，則分佈並非為服從常態分佈，因此，我們可以從統計表中的 JB 檢定得知，所有的變數均不是服從常態分佈的分配，此與傳統文獻上的實證結果一致，多數金融變數皆為服從常態分配。

下圖 3 至圖 14 則為股價溢酬以及其他解釋變數之時間序列趨勢圖，由圖一可以發現股價溢酬相較於其他解釋變數（除了違約報酬利差外）明顯有較高的波動頻率，因此，從直觀上很難想像單一解釋變數可以充分解釋股價溢酬的走勢，因此，本文認為 Lasso 模型可以動態調整最適合的解釋變數用以進行股價溢酬的預測。



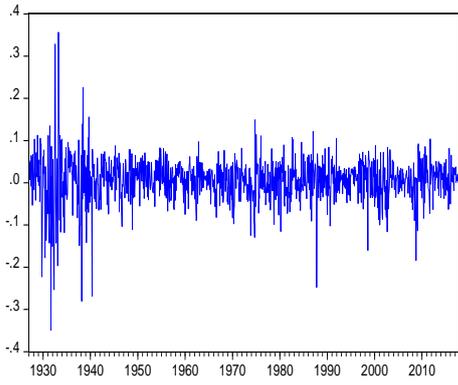


圖 3: 股價溢酬(RET).

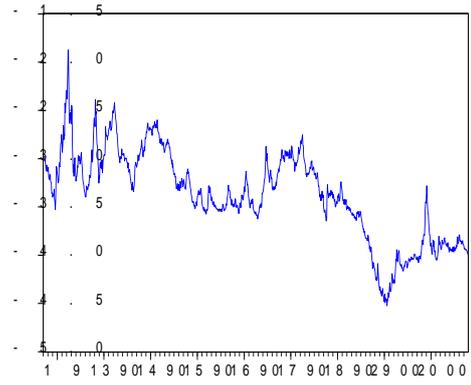


圖 4: 股利價格比(DP)

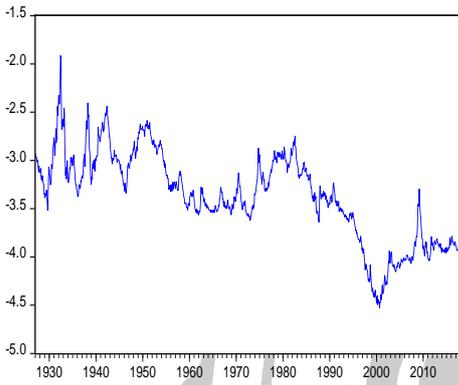


圖 5: 股利收益率(DY)

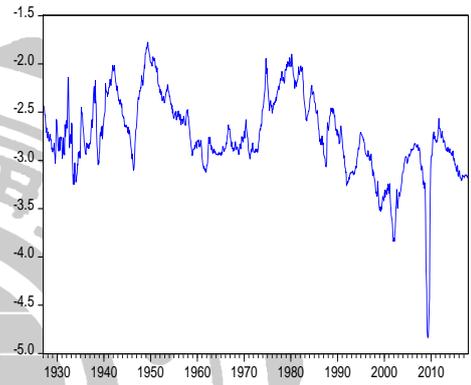


圖 6: 本益比(EP)

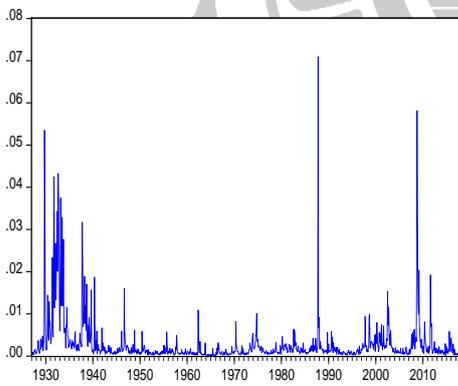


圖 7: 股價變異數(SVAR)

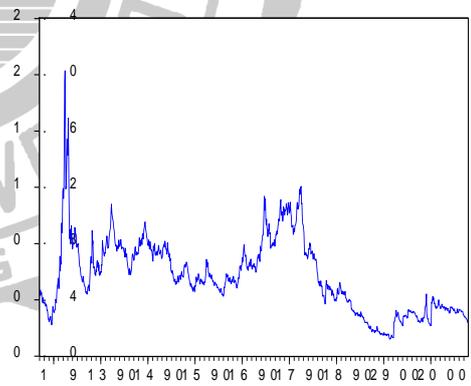


圖 8: 帳面市值比率(BM)

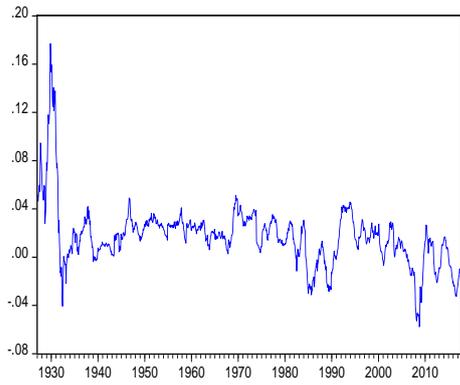


圖 9: 淨資產擴張(NTIS)

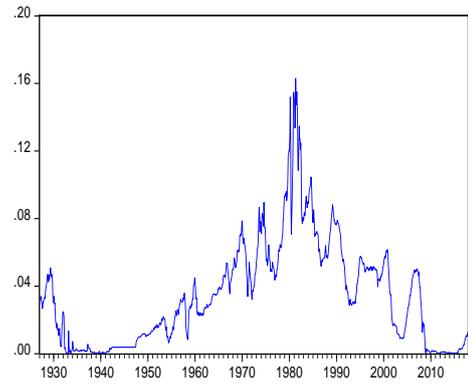


圖 10: 國庫券利率(TBL)

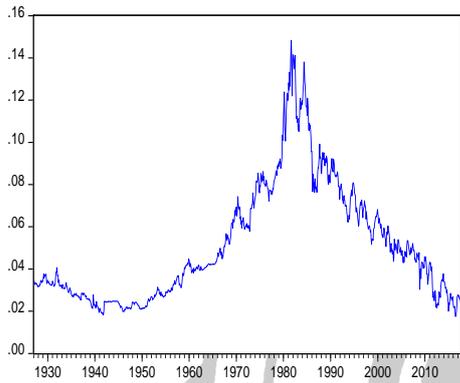


圖 11: 長期政府債券殖利率(LTY)

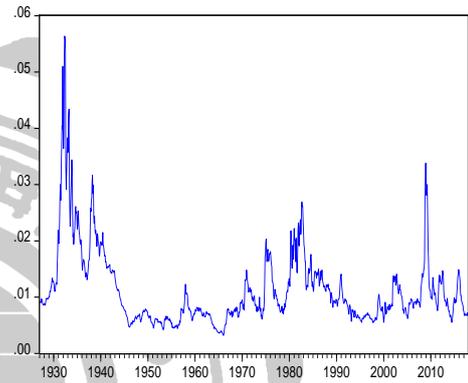


圖 12: 違約風險溢酬(DFY)

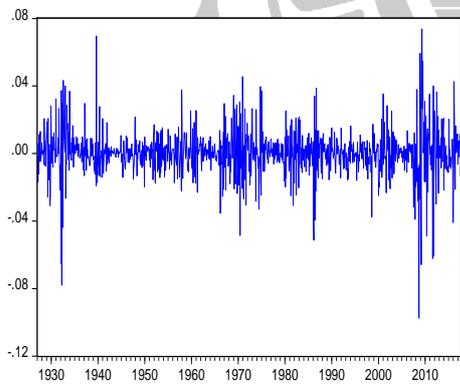


圖 13: 違約報酬利差(DFR)

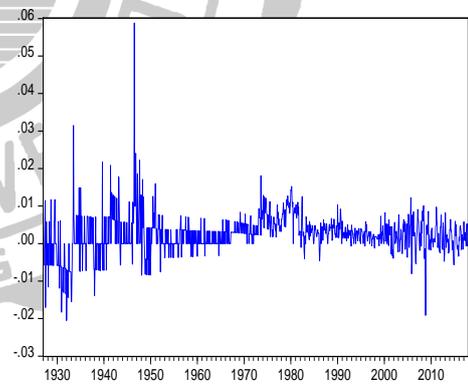


圖 14: 消費者物價指數(INFL)

表 2 為所有解釋變數之間的相關係數矩陣，由表 2 可以得知股利價格比 (DP) 與股利收益比 (DY) 之間存在高度相關，其相關係數高達 0.993，由於兩者財務指標都是衡量股利與(前期)價格之間的比率，因此，其具有高度相關性是可以直觀了解的，由於兩者皆是財務上相當重要的解釋變數，因此，本研究依照 Goyal and Welch (2008) 的作法將兩個解釋變數都保留於模型之中。同時，除了股利價

格比與股利收益比之外，我們也可以觀察到股利價格比 (DP)與帳面市值比 (BM)、股利收益比 (DY)與帳面市值比 (BM)以及國庫券利率 (TBL)與長期債券利率 (LTY) 之間的相關性都呈現高度相關 (本研究定義相關係數在 0.8 以上且統計上為顯著即稱為高度相關)，而通貨膨脹率 (INFL)在傳統上視為經濟重要變數與其他財務相關解釋變數之間的相關性則相對較為溫和。

對於向外預測的表現水準，本文關注於完整式 OLS、縮減式 OLS、Lasso 和 Bayesian Lasso 的樣本外預測表現，將向外預測期間分別設定為 1, 12, 36, 60, 120 個月並使用均方根誤差 (Root mean square error)進行預測能力優劣之比較。本文發現大部分樣本外期間 Bayesian Lasso 模型的表現優於 Lasso 與另外兩個模型。此外為了加強驗證 (Robust)結果，我們讓初始樣本的時間從 1927 年 1 月到 1946 年 12 月改變成 1927 年 1 月 1936 年 12 月，並重新比對均方根誤差的表現，最終結果仍然表明 Lasso 與 Bayesian Lasso 的模型有更佳的預測能力。在給定 1927 年 1 月至 1946 年 12 月的初始樣本(Training sample)下，進行樣本內估計並進行不同期間的向外預測，藉由向外遞迴方法(Recursive scheme)，每次增加且增加一筆樣本數並重新估計樣本內係數並在重複進行向外預測直至 2017 年 12 月為止。

表 2：解釋變數之間相關係數矩陣

	DP	DY	EP	SVAR	BM	NTIS	TBL	LTY	DFY	DFR	INFL
DP	1.000										
DY	0.993	1.000									
	(0.00)										
EP	0.724	0.719	1.000								
	(0.00)	(0.00)									
SVAR	0.197	0.168	-0.089	1.000							
	(0.00)	(0.00)	(0.00)								
BM	0.845	0.838	0.718	0.194	1.000						
	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)							
NTIS	0.194	0.187	0.116	-0.032	-0.018	1.000					
	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.29)	(0.56)						
TBL	-0.012	-0.013	0.250	-0.155	0.169	0.008	1.000				
	(0.69)	(0.66)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.79)					
LTY	-0.077	-0.078	0.136	-0.101	0.137	-0.113	0.907	1.000			
	(0.01)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)				
DFY	0.406	0.401	0.029	0.569	-0.466	-0.195	-0.074	0.053	1.000		
	(0.00)	(0.00)	(0.33)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.02)	(0.08)			
DFR	-0.007	0.010	-0.079	-0.074	-0.016	0.022	-0.045	-0.010	0.020	1.000	
	(0.81)	(0.74)	(0.01)	(0.01)	(0.61)	(0.46)	(0.14)	(0.74)	(0.51)		
INFL	-0.013	-0.010	0.161	-0.213	0.095	-0.057	0.265	0.233	-0.235	0.026	1.000
	(0.68)	(0.74)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.06)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.39)	

註：括號內數字表示為 p-value，其虛無假設為其相關係數在統計檢定上為不顯著。

4.2 全樣本估計之實證結果

下表中為全樣本估計係數的實證結果，首先我們可以觀察完整式 OLS 模型以及縮減式 OLS 的估計結果，本研究以 5% 的信心水準作為挑選顯著解釋變數的挑選門檻。股利價格率 (DP) 和股利收益率 (DY) 是縮減式 OLS 模型所選取的變數，而通貨膨脹率雖然在 10% 信心水準下為顯著，但並未符合本研究之門檻標準，因此，並未成為縮減式 OLS 模型的解釋變數。而在全樣本估計下，除了截距項外，Lasso 模型的所有估計係數皆零，這意味著所有變數都不符合模型的篩選門檻，而 Bayesian Lasso 所進行的係數限制則發現所有估計係數皆為呈現統計上的不顯著，此部分結果與 Lasso 模型類似。由此可知，OLS 模型與 Lasso 模型在選擇解釋變數上不見得會挑選相同的解釋變數作為股價溢酬預測的主要變數。

表 3 中解釋變數的估計係數並未有太好的表現，此與 Welch and Goyal (2008) 提及近三十年來所有財務與經濟變數對於股價溢酬的解釋能力皆變差有類似的結果，本研究認為每個階段對於股價溢酬的預測能力皆不同，冀望能透過 Lasso 與 Bayesian Lasso 能於每次估計中挑選出較具影響力的解釋變數進而實證上提高股價溢酬向外預測表現能力。

表 3：四個迴歸模型全樣本估計之實證結果

	完整式 OLS	縮減式 OLS	Lasso	BayesianLasso
Intercept	-0.0028	0.0257**	0.0051	0.0029
DP	-0.0723**	-0.0475**	0.0000	-0.0717
DY	0.0646**	0.0807***	0.0000	0.0641
EP	0.0098		0.0000	0.0097
SVAR	-0.3320		0.0000	-0.3298
BM	0.0215		0.0000	0.0214
NTIS	-0.1190		0.0000	-0.1196
TBL	-0.1934		0.0000	-0.1920
LTY	0.0703		0.0000	0.0694
DFY	0.1599		0.0000	-0.1621
DFR	-0.1414		0.0000	0.1416
INFL	-0.5988*		0.0000	-0.5975
σ^2				0.0047***

註：Intercept 為截距項。*表示為 10%信心水準之下為顯著；**為 5%信心水準之下為顯著以及***為 1%信心水準之下為顯著。Lasso 模型並未有估計係數之標準差，所以未有係數顯著性檢定。

4.3 初始樣本為 20 年之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 1946 年 12 月)

本研究主要針對每次預測期間的樣本內估計都採用 Lasso 以及 Bayesian Lasso 去進行該期解釋變數的挑選，因此，預期每段期間所挑選的解釋變數都不進相同，前述方式在全樣本期間，Lasso 以及 Bayesian Lasso 皆不認為有重要的解釋變數可以幫助股價溢酬的向外預測，而 OLS 模型則認為股利價格比與股利收益率都呈現顯著的影響。接下來再進行模型向外預測能力的比較之前，本研究就先端視初始樣本下，各模型所選擇的解釋變數是否與全樣本有不同之處。

表 4 為向外預測 1 期 ($h=01$)的樣本內估計結果，我們可以觀察到不論是 OLS 模型、Lasso 模型以及 Bayesian Lasso 模型皆認為股利價格比、本益比與帳面市值比是重要的解釋變數，而股利價格比與股價溢酬呈現顯著的負向影響，亦即當期股利價格比越高則下一期股價越容易呈現下降的趨勢；本益比和帳面市值比則與股價溢酬皆呈現顯著的正向影響，當期本益比或帳面市值比越高，則下一期的股價越容易出現上漲的趨勢。同時，完整式 OLS 與 Bayesian Lasso 所估計出的

係數相當接近，顯示在向外預測 1 期的樣本內估計下，OLS 與 Bayesian Lasso 所認定的解釋變數與估計係數有某種程度的相似。

表 5 為向外預測 12 期 ($h=12$)的樣本內估計結果，首先不論是 OLS 模型、Lasso 模型以及 Bayesian Lasso 模型，會影響股價溢酬的解釋變數增加了。相較於表 4 的結果，除了股利價格比、本益比與帳面市值比外，還增加了淨資產擴張、國庫券利率等變數，同時，淨資產擴張對於 1 年後的股價溢酬有負向的顯著影響；反之，國庫券利率對於 1 年後的股價溢酬則有正向的顯著影響，利率過高意味著國庫券的價格將較為低廉，此時表示債權市場並未受投資人青睞，資金湧入股權市場造成股價上漲。

表 6 則為向外預測 36 期 ($h=36$)的樣本內估計結果，在 OLS 模型中，有些解釋變數在短期 ($h=01$)之下為顯著，到了中期 ($h=36$)已變成不顯著的顯示變數，而某些變數則對股價溢酬出現了顯著的影響，例如長期政府債券殖利率以及違約風險溢酬對於 3 年後的股價溢酬皆呈現顯著的影響，同時，長期政府債券殖利率對於股價溢酬為正向的顯著影響；而違約風險溢酬則與股價溢酬呈現負向的顯著影響，當市場上的風險增加時，對於股市的報酬會有負向的影響，從樣本內的實證結果來看，兩者似乎存在時間上的落遲效果。另外，國庫券利率則與股價溢酬仍存在顯著的影響，但其影響效果由正($h=12$)轉為負($h=36$)，可能原因來自於當 $h=36$ 時，長期政府債券利率也出現顯著的影響與國庫券利率的影響存在交互替代的效果所致。而 Bayesian Lasso 所挑選之解釋變數與 OLS 模型有些許不同，其次，其估計係數的影響程度也出現差異，Bayesian Lasso 並未選擇長期政府債券殖利率，其次，包括淨資產擴張、國庫券利率以及違約風險溢酬的估計係數其影響程度都明顯小於 OLS 模型所估計出的效果，顯示 OLS 模型與 Bayesian Lasso 模型在估計解釋股價溢酬的變動上已有明顯的差異。

表 7 則為向外預測 60 期 ($h=60$)的樣本內估計結果，可以觀察到 OLS 模型所估計影響股價溢酬的解釋變數增加了，包括股利價格比、股利收益率、本益比、帳面市值比、長期政府債券利率與違約風險溢酬都呈現顯著的影響，值得注意的是長期政府債券對於股價溢酬的顯著影響由正向($h=36$)轉為負向($h=60$)，顯示長

期利率對於股價溢酬的影響是會隨時間改變正負的。而 Bayesian Lasso 模型則認為會影響 5 年後的股價溢酬包括股利價格比、帳面市值比、淨資產擴張、國庫券利率以及長期政府債券利率，此解釋變數已明顯於 OLS 模型有差異，同時，雖然顯著的解釋變數影響方向相同，但其估計係數的大小有明顯的不同，例如，長期政府債券利率對於股價溢酬的估計係數高達-52.4735，然而，Bayesian Lasso 模型認為其估計係數只有-19.6286，此結果說明 OLS 模型與 Bayesian Lasso 模型對於解釋變數的估計有明顯的差異。

表 8 為向外預測 120 期 ($h=120$) 的樣本內估計結果，OLS 模型認為股利價格比、本益比、帳面市值比、淨資產擴張、國庫券利率以及長期政府債券利率皆呈現顯著的影響，而 Bayesian Lasso 模型則認為會影響長期($h=120$)股價溢酬的解釋變數只有本益比、帳面市價比、淨資產擴張以及國庫券利率，同時，在係數影響程度的比較上，Bayesian Lasso 模型所估計顯著解釋變數的係數之絕對值明顯都小於 OLS 模型，顯示兩個模型在判斷估計係數影響力上有顯著的不同。

總結表 4 至表 8 的結果，我們可以發現在初始樣本為 20 年的樣本內估計下，OLS 模型與 Lasso 模型在短期內所挑選之解釋變數較為接近，在中、長期底下，兩類模型所估計顯著的解釋變數則出現較為明顯的差異，同時，在估計係數大小上，可以發現兩類模型有更為明顯的區隔，同時，不同的預測區間所估計出顯著的解釋變數也有明顯的不同，據此，本研究冀望 Lasso 模型與 Bayesian Lasso 模型在向外預測上能呈現有較佳的預測能力。

表 4：h=01 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 1946 年 12 月)

	完整式 OLS	縮減式 OLS	Lasso	BayesianLasso
Intercept	-0.2664**	-0.2076**	-0.1301	0.2647*
DP	-0.2741***	-0.1206***	-0.1012	-0.2739***
DY	0.1031		0.0180	0.1052
EP	0.1133**	0.0831***	0.0636	0.1138***
SVAR	0.4536		0.0000	0.4567
BM	0.1464***	0.1088***	0.0824	0.1445***
NTIS	0.1412		0.0000	0.1306
TBL	1.5055		0.0000	1.3805
LTY	-2.9738		0.0000	-2.5448
DFY	1.4528		0.0000	1.3088
DFR	0.6696		0.0000	0.6306
INFL	-0.8139		0.0000	-0.7685
σ^2				0.0146***

註：Intercept 為截距項。*表示為 10%信心水準之下為顯著；**為 5%信心水準之下為顯著以及 ***為 1%信心水準之下為顯著。Lasso 模型並未有估計係數之標準差，所以未有係數顯著性檢定。

表 5：h=12 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 1946 年 12 月)

	完整式 OLS	縮減式 OLS	Lasso	BayesianLasso
Intercept	-2.0478***	-1.9398***	-2.0119	-2.0251***
DP	-1.2298***	-1.0204***	-1.1908	-1.2063***
DY	0.1404		0.1033	0.1208
EP	0.8453***	0.6911***	0.7901	0.8160***
SVAR	0.0071		0.0000	-0.1233
BM	1.0874***	1.1230***	1.1020	1.0940***
NTIS	-2.6625***	-2.2274***	-2.2516	-2.4538***
TBL	5.2653***	9.3526***	7.2645	6.2386***
LTY	15.8388		6.1296	11.0050
DFY	-2.9724		0.0000	-1.4963
DFR	0.564		0.6567	0.6715
INFL	-3.0114		-2.1535	-2.6930
σ^2				0.0537***

註：Intercept 為截距項。*表示為 10%信心水準之下為顯著；**為 5%信心水準之下為顯著以及 ***為 1%信心水準之下為顯著。Lasso 模型並未有估計係數之標準差，所以未有係數顯著性檢定。

表 6：h=36 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 1946 年 12 月)

	完整式 OLS	縮減式 OLS	Lasso	BayesianLasso
Intercept	0.3759	-0.8241***	0.3913	0.4211
DP	0.0739		0.0794	0.1163
DY	0.3555*		0.3368	0.2437
EP	0.0254		0.0017	-0.1004
SVAR	-1.4646		-1.3103	-1.5536
BM	1.1388***	1.4770***	1.1516	1.2035***
NTIS	-5.1065***	-4.241***	-4.9699	-4.2565***
TBL	-18.5250***	-13.683***	-16.8558	-9.6849***
LTY	47.7411***	28.1265***	41.3205	14.3234
DFY	-38.5617***	-32.9794***	-36.759	-27.7117***
DFR	-1.4985		-1.1648	-0.1226
INFL	0.3974		0.0000	0.0741
σ^2				0.0718***

註：Intercept 為截距項。*表示為 10%信心水準之下為顯著；**為 5%信心水準之下為顯著以及 ***為 1%信心水準之下為顯著。Lasso 模型並未有估計係數之標準差，所以未有係數顯著檢定。

表 7：h=60 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 1946 年 12 月)

	完整式 OLS	縮減式 OLS	Lasso	BayesianLasso
Intercept	1.9731***	1.7810***	1.9713	1.9517***
DP	1.0573***	0.8843***	1.0175	0.8953***
DY	-0.3992**	-0.3058*	-0.3532	-0.1957
EP	-0.3332***	-0.3092***	-0.2994	-0.1689
SVAR	-2.4684		-1.9383	-1.0691
BM	0.4531***	0.5577***	0.4718	0.5454***
NTIS	-0.7988		-0.9999	-1.7474***
TBL	1.6306		0.0000	-6.1532**
LTY	-52.4735***	-53.2681***	-45.9585	-19.6286***
DFY	22.7091***	20.1424***	19.2905	6.8653
DFR	1.7267		1.3764	0.2990
INFL	2.3002		1.9165	1.5243
σ^2				0.0616***

註：Intercept 為截距項。*表示為 10%信心水準之下為顯著；**為 5%信心水準之下為顯著以及 ***為 1%信心水準之下為顯著。Lasso 模型並未有估計係數之標準差，所以未有係數顯著檢定。

表 8：h=120 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 1946 年 12 月)

	完整式 OLS	縮減式 OLS	Lasso	BayesianLasso
Intercept	-0.1717	0.0198	0.6381	0.6130
DP	-0.6171***	-0.7344***	-0.3857	-0.3819
DY	-0.1077		-0.1881	-0.1917
EP	0.9538***	0.9303***	0.7252	0.7216***
SVAR	0.7564		0.0000	0.2063
BM	0.6131***	0.5464***	0.6036	0.6006***
NTIS	-3.1537***	-2.9396***	-2.8628	-2.8458***
TBL	-22.1126***	-19.3254***	-13.4645	-13.2866***
LTY	39.7866***	26.4511***	0.0000	0.2326
DFY	-6.2276		0.0000	0.2946
DFR	-1.1492		0.0000	-0.1414
INFL	2.2683		0.0000	0.7069
σ^2				0.0418***

註：Intercept 為截距項。*表示為 10%信心水準之下為顯著；**為 5%信心水準之下為顯著以及***為 1%信心水準之下為顯著。Lasso 模型並未有估計係數之標準差，所以未有係數顯著檢定。

4.4 不同期間之樣本內估計結果

本文的主要研究動機是認為不同的樣本期間，能充分解釋股價溢酬的變數也不盡相同，從前述的表格我們可以發現在不同預測前間的選擇(h)下，不同模型所挑選出的解釋變數也不完全一樣。在初始樣本為 20 年向外預測 1 期之下，主要都是股利價格比、本益比以及帳面市價比為主要解釋變數。在不同的樣本期間，期挑選的解釋變數是否會因此改變，接下來我們探討不同樣本期間之樣本內估計結果。

表 9 為在預測期間為 1 期下，從 1927 年 02 月至 2017 年 11 月的樣本內估計結果，我們從表中發現在 OLS 模型中僅估計出股利價格與股利收益率，其中股利價格比與股價溢酬呈現負向關係，而股利收益率與股價溢酬呈現正向關係，另外，Lasso 模型與 Bayesian Lasso 並未挑選出解釋變數。相對於表 4 中，股價溢酬與股利價格以及股價溢酬與股價收益率係數關係並不強。此結果與 Goyal and Welch (2008)的實證結論相同，亦即近年來，所有傳統預測股價溢酬的財務與經濟變數都缺乏解釋能力，所以 Lasso 模型在樣本內並無法挑選出具有解釋例的解

釋變數。

表 10 為在預測期間為 12 期下，從 1927 年 02 月至 2016 年 12 月的樣本內估計結果。不論 OLS 模型或是 Lasso 模型和 Bayesian Lasso 模型，影響股價溢酬的變數增加了。比較表 9 的變數，所有模型都增加本益比、帳面市值比、淨資產擴張、國庫券利率、長期政府債券殖利率、違約風險溢酬、消費者物價指數，但股利價格與股利收益率同樣只有 OLS 模型估計出這兩個變數。因為遞迴條件，本益比與帳面市值比對一年後的股價溢酬呈現正相關，也就是當期本益比與帳面市值比越高，對一年後的股價即有上漲的趨勢，但是相比表 5，初始樣本向外 12 個月估計的本益比與帳面市價比的估計係數值較大，隨著估計樣本的增加，本益比與帳面價值比對股價溢酬的影響漸漸下降。除此之外，淨資產擴張的增加對一年後的股價溢酬會有負向顯著關係，且國庫券利率的增加，同樣也是對一年後的股價溢酬有負向顯著關係，相對表 5 的國庫券與股價溢酬間的相關性，是由正轉負，可能是由於投資人因為利率上升，而由股市轉投資債券，使得兩者關係由正轉負。美國長期政府公債殖利率與一年後股價溢酬呈現正向顯著關係；而違約風險溢酬與一年後股價溢酬呈現負向顯著關係，當市場風險增加，股價在未來報酬就會下降。在遞迴方法下，兩個變數的時間落遲效果並不明顯。消費者物價指數對一年後股價溢酬呈現負向顯著相關，當期物價越高，對未來股價報酬會逐漸下降。

表 11 為在預測期間為 36 期下，從 1927 年 02 月至 2014 年 12 月的樣本內估計結果。從 OLS 與 Bayesian Lasso 模型當中可以觀察到股利價格比、帳面市值比、淨資產擴張、國庫券利率、長期政府債券殖利率、違約風險溢酬都是顯著變數。此外在 OLS 模型中，本益比與股利收益率由(h= 12)短期向外預測的顯著變數，至(h = 36)中期向外預測期間轉變成不顯著變數，而股利價格比在(h = 36)中期向外預測的樣本內估計，OLS 與 Bayesian Lasso 模型中都是顯著變數，不同短期(h = 1, h = 12)期間的向外預測，只有在 OLS 模型當中才是顯著變數。在遞迴方法下，中期(h = 36)期間向外預測的樣本內估計，OLS 與 Bayesian Lasso 模型係數大小並未有的明顯差異，相比初始樣本 20 年的樣本中長期向外預測，OLS

模型與 Bayesian Lasso 模型的係數大小是有明顯區隔。

表 12 為在預測期間為 60 期下，從 1927 年 02 月至 2012 年 12 月的樣本內估計結果。在 OLS 與 Bayesian Lasso 模型中發現，股利價格比、股利收益率、股價變異數、淨資產擴張、國庫券利率、長期政府債券殖利率，違約風險溢酬呈現顯著變數。但有部分變數由(h = 36)期間部分呈現顯著性至(h = 60)期間轉變成不顯著，例如帳面市價比與消費者物價指數。而某些解釋變數由不顯著轉變對股價溢酬顯著影響。例如股利收益率與股價變異數，在遞迴方法下，股利收益率對未來五年的股價報酬有負向相關性，也就是當期股利收益率增加，對五年的股價報酬有減少的趨勢。接著是股價變異數對未來五年的股價報酬有正向影響，意指股價在當期波動越大，對於未來五年股價報酬會有增長趨勢。相比初始樣本 20 年的中長期向外預測樣本估計，遞迴方法下，中長期向外預測的樣本內估計可以發現違約風險溢酬的係數大小在 OLS 模型是-19.3684 而 Bayesian Lasso 模型的係數值是-18.8574，兩者的模型估計值差異不大，可以觀察出 OLS 與 Bayesian Lasso 模型估計並沒有顯著區隔。

表 13 為在預測期間為 120 期下，從 1927 年 02 月至 2007 年 12 月的樣本內估計結果。可以觀察到 OLS 與 Bayesian Lasso 模型的影響股價溢酬的變數變多了，包含股利價格、股利收益率、本益比、股價變異數、帳面市值比、淨資產擴張、國庫券利率、長期美國債券殖利率、違約風險溢酬、消費者物價指數。值得注意的是由(h = 60)期間不顯著的變數至(h=120)期間轉變成顯著的變數，例如本益比與帳面市值比、消費者物價指數，且本益比與股價溢酬呈現正向關係，也就是在遞迴條件下，當期本益比增加，在未來 10 年的股價報酬會逐漸增加；而帳面市價比與股價溢酬呈現負向關係，且影響關係由負(h = 36)轉正(h = 120)，也就是當期帳面市值比的增加，在 10 年後的股價報酬會逐漸下降。此外消費者物價指數與股價溢酬呈現正向相關性，相比短期(h = 1, 12)至中期(h = 36)期間的消費者物價指數係數關係，在長期(h = 120)向外預測下，當期消費者物價指數的係數關係由負轉正。同樣的在係數影響程度的比較，OLS 與 Bayesian Lasso 所估計的解釋變數並沒有特別差異，兩者的係數絕對值大小沒有特別顯著的不同。

總結表 9 至 13 的結果，我們可以發現在遞迴條件下，短期至長期向外預測的樣本內估計，OLS 與 Bayesian Lasso 模型所估計顯著的解釋變數，並沒有特別大區隔，但是在模型估計的顯著變數上，除了短期($h = 1$)期間，我們可以確定股利價格、淨資產擴張、國庫券利率、長期美國債券殖利率、違約風險溢酬在 OLS 或是 Bayesian Lasso 模型都會影響股價溢酬。且不同預測期間估計出的顯著變數不同，會隨著向外預測區間增加而增加解釋變數，接著我們由向外預測均方根誤差(root mean square error)的方式，判定模型在樣本外預測的準確性。



表 9：h=01 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 2017 年 11 月)

	完整式 OLS	縮減式 OLS	Lasso	BayesianLasso
Intercept	0.0028	0.0260**	0.0051	0.0029
DP	-0.0724**	-0.0745**	0.0000	-0.0718
DY	0.0648**	0.0808***	0.0000	0.0643
EP	0.0098		0.0000	0.0097
SVAR	-0.3301		0.0000	-0.3279
BM	0.0216		0.0000	0.0214
NTIS	-0.1176		0.0000	-0.1182
TBL	-0.1950		0.0000	-0.1936
LTY	0.0728		0.0000	0.0719
DFY	-0.1599		0.0000	-0.1621
DFR	0.1415		0.0000	0.1416
INFL	-0.5967*		0.0000	-0.5954
σ^2				0.0047***

註：Intercept 為截距項。*表示為 10%信心水準之下為顯著；**為 5%信心水準之下為顯著以及 ***為 1%信心水準之下為顯著。Lasso 模型並未有估計係數之標準差，所以未有係數顯著檢定。

表 10：h=12 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 2016 年 12 月)

	完整式 OLS	縮減式 OLS	Lasso	BayesianLasso
Intercept	0.1551	0.1617**	0.1503	0.1541
DP	-0.1897*		-0.1605	-0.1856
DY	0.1858*		0.1507	0.1812
EP	0.0501**	0.0462**	0.0551	0.0502**
SVAR	0.9852		0.0000	0.8838
BM	0.2367***	0.2314***	0.2188	0.2351***
NTIS	-2.0982***	-2.1269***	-2.0307	-2.0936***
TBL	-2.9145***	-2.9000***	-2.5601	-2.8813***
LTY	2.1044***	2.0782***	1.6422	2.0629***
DFY	-6.3854***	-6.0182***	-4.6129	-6.2333***
DFR	0.0704		0.0000	0.0700
INFL	-4.3575***	-4.3494***	-3.298	-4.2778***
σ^2				0.0356***

註：Intercept 為截距項。*表示為 10%信心水準之下為顯著；**為 5%信心水準之下為顯著以及 ***為 1%信心水準之下為顯著。Lasso 模型並未有估計係數之標準差，所以未有係數顯著檢定。

表 11：h=36 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 2014 年 12 月)

	完整式 OLS	縮減式 OLS	Lasso	BayesianLasso
Intercept	1.0718***	1.0627***	1.0614	1.0685***
DP	0.3824**	0.2643***	0.3935	0.3867***
DY	-0.1134		-0.1341	-0.1197
EP	-0.0039		0.0017	-0.0027
SVAR	2.2631		0.7723	1.9230
BM	0.3189***	0.3171***	0.3013	0.3144***
NTIS	-5.5198***	-5.4642***	-5.4458	-5.5023***
TBL	-10.4171***	-10.4098***	-10.0440	-10.3196***
LTY	9.4582***	9.3752***	8.9526	9.3289***
DFY	-19.3684***	-18.0559***	-17.2700	-18.8574***
DFR	0.0553		0.0000	0.0498
INFL	-4.6236***	-4.7133***	-3.5500	-4.3632***
σ^2				0.0643***

註：Intercept 為截距項。*表示為 10%信心水準之下為顯著；**為 5%信心水準之下為顯著以及 ***為 1%信心水準之下為顯著。Lasso 模型並未有估計係數之標準差，所以未有係數顯著檢定。

表 12：h=60 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 2012 年 12 月)

	完整式 OLS	縮減式 OLS	Lasso	BayesianLasso
Intercept	2.3359***	2.3861***	2.3252	2.3259***
DP	0.9134***	0.5852***	0.9319	0.9204***
DY	-0.3311*		-0.3569	-0.3427**
EP	-0.0135		-0.0083	-0.0112
SVAR	5.8438***	6.9990***	4.3049	5.0357***
BM	0.0288		0.0139	0.0233
NTIS	-6.6186***	-6.5666***	-6.5461	-6.5794***
TBL	-11.1089***	-11.0462***	-10.7554	-10.9241***
LTY	10.6812***	10.5719***	10.2047	10.4367***
DFY	-19.3904***	-18.9484***	-17.4453	-18.4227***
DFR	-1.3981*		-1.2565	-1.3263
INFL	-2.1136		-1.1340	-1.7591
σ^2				0.0818***

註：Intercept 為截距項。*表示為 10%信心水準之下為顯著；**為 5%信心水準之下為顯著以及 ***為 1%信心水準之下為顯著。Lasso 模型並未有估計係數之標準差，所以未有係數顯著檢定。

表 13：h=120 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 2007 年 12 月)

	完整式 OLS	縮減式 OLS	Lasso	BayesianLasso
Intercept	5.7869***	5.7708***	5.7658	5.7566***
DP	0.8010***	1.0287***	0.8085	0.8061***
DY	0.2410		0.2214	0.2197
EP	0.4345***	0.4417***	0.4413	0.4431***
SVAR	5.2889**	4.6685**	4.6027	4.4502*
BM	-0.6789***	-0.6837***	-0.6793	-0.6786***
NTIS	-7.9348***	-8.0241***	-7.9191	-7.9117***
TBL	-15.2254***	-15.1106***	-15.0392	-15.0012***
LTY	13.4369***	13.2493***	13.1899	13.1349***
DFY	-20.4848***	-19.9460***	-19.6864	-19.4937***
DFR	-1.1797		-1.089	-1.0796
INFL	8.7077***	8.5727***	8.4345	8.3299***
σ^2				0.0944***

註：Intercept 為截距項。*表示為 10%信心水準之下為顯著；**為 5%信心水準之下為顯著以及 ***為 1%信心水準之下為顯著。Lasso 模型並未有估計係數之標準差，所以未有係數顯著檢定。

4.5 以 20 年為初始樣本進行之樣外預測結論

根據均方根誤差 (Root mean square error) 的定義，利用預估與實際上的差異，由均方根誤差的值可以看出現實與估計之間的差距。較低的均方根誤差，可以更貼近現實中的被解釋變數。因此，在遞迴樣本的設計下，我們比較四個模型之均方根誤差，找到最小值即是我們最佳預測模型。表 14 我們可以發現 Lasso 和 Bayesian Lasso 模型的均方根誤差為最低數值，在短期 (h = 1, 12) 的 Lasso 模型向外預測能力是最好的；而長期 (h= 60, 120) 的 Bayesian Lasso 模型向外預測能力是最佳的。此外根據表 14 描述可以肯定 OLS 模型在預測股價溢酬上，誤差值並沒有 Lasso 與 Bayesian Lasso 模型來的準確。雖然在樣本外中期 (h = 36)，縮減式 OLS 有最低的均方根誤差。但就其他樣本外期間，Lasso 和 Bayesian Lasso 的均方根誤差最小，說明兩個模型的預測和估計是較合適的。

表 14: 以 20 年為初始樣本所有預測模型之均方根差

	完整式 OLS	縮減式 OLS	Lasso	BayesianLasso
h = 01	0.0437	0.0425	0.0419	0.0436
h = 12	0.2070	0.2060	0.2036	0.2061
h = 36	0.3283	0.2811	0.3518	0.3463
h = 60	0.5357	0.5262	0.5244	0.5206
h = 120	0.9421	0.9421	0.9261	0.9252

註：粗體字表示其 RMSE 為最小值。

伍、以 10 年為初始樣本作為穩健性測試

在本節中，我們提出以 10 年為初始樣本重新估計和預測樣本外結果，作為穩健度測試，雖然在初始樣本資料變少，對於向外預測部分將會有更長的樣本數可作為驗證。Goyal and Welch (2003) 以 10 年為初始樣本預測股價溢酬，比較 20 年的樣本外預測，Lasso 模型和 Bayesian Lasso 模型預測與估計效果，根據均方根誤差的數值，Lasso 與 Bayesian Lasso 預測準確度會比使用縮減式 OLS 模型和 OLS 模型來的高。本文去除了樣本外預測 120 個月期間，因為受限制於 10 年的樣本時間，保持 1 個月，12 個月，36 個月和 60 個月的樣本外預測期間。

5.1 初始樣本為 10 年之樣本內估計結果(1927 年 2 月至 1936 年 12 月)

初始樣本為 10 年的樣本內估計同樣都採用 Lasso 與 Bayesian Lasso 進行該期間的解釋變數挑選，在不同期間的所挑選解釋變數也不進相同。以前述 20 年為初始樣本的樣本內估計，OLS 與 Bayesian Lasso 模型的變數在短期內估計出的解釋變數是相近的，但是在中長期下，OLS 與 Bayesian Lasso 模型所估計出的變數會有顯著不同。且在每個向外預測期間所估計出的解釋變數都不同，但是 OLS 與 Bayesian Lasso 模型在不同的向外預測期間都有相同估計出的變數，為帳面價值比，且帳面價值比與股價溢酬關係由短期與中期(h = 1, 12, 36)為正相關轉至長期(h = 120)為負相關。本研究端看以初始樣本 10 年做穩健性係數估計是否與初始樣本 20 年有不同。

表 15 為向外預測 1 期 ($h=1$)的樣本內估計結果。我們發現在 OLS 模型中認為股利價格比、股利收益率與本益比為重要解釋變數，且股利價格比與股價溢酬呈現負相關，也就是在當期股利價格上升，在未來一個月的股價報酬會隨之下降，而股利收益率與本益比，則與股價溢酬間呈現正相關，指的是當期股利收益率與本益比上升，未來一個月的股價報酬也會隨之上升。相對於 Bayesian Lasso 模型只挑選出股利價格比，且股利價格比與股價溢酬同樣呈現負相關，在當期股利價格比上升，未來一個月的股價報酬逐漸下降。不同於初期樣本 20 年 OLS 與 Bayesian Lasso 的係數大小關係，初始樣本 10 年的短期($h = 1$)預測樣本內模型係數大小並沒有相近的關係。

表 16 為向外預測 12 期 ($h=12$)的樣本內估計結果。不管是 OLS 或是 Bayesian Lasso 模型，會影響股價溢酬的變數增加了，除了股價收益率由($h = 1$)期間為顯著變數轉至($h = 12$)期間為不顯著變數之外，OLS 模型估計的顯著變數增加的部分包含帳面市值比、淨資產擴張、國庫券利率、長期美國政府債券殖利率與違約風險溢酬，且淨資產擴張、長期美國政府債券殖利率、違約風險溢酬跟股價溢酬關係呈現負向相關，也就是當期淨資產擴張、長期美國政府債券殖利率與違約風險溢酬增加，一年後的股價報酬也會隨之減少。而帳面市值比、國庫券利率與股價溢酬呈現正相關，意指當期帳面市值比與違約風險溢酬的增加、一年後的股價報酬會增加，且就美國長期債券殖利率與國庫券利率關係對股價溢酬看來，似乎同樣有交互作用。但是 Bayesian Lasso 模型挑選出的變數並不包含國庫券利率與長期美國政府公債，對於股價溢酬的交互作用在 Bayesian Lasso 模型估計下，並未如同 OLS 模型估計的變數影響股價報酬。

表 17 為向外預測 36 期 ($h=36$)的樣本內估計結果。在 OLS 模型估計的顯著變數少了帳面市值比與長期美國政府債券殖利率影響股價溢酬，而 Bayesian Lasso 模型中選出的顯著變數少了帳面市值比與違約風險溢酬；相反的由短期($h = 12$)不顯著變數至中期($h = 36$)為顯著變數，例如國庫券利率。國庫券利率與股價溢酬關係呈現負相關，也就是當期利率過高，國庫券價格低，有可能投資者在中期投資中傾向投資國庫券，風險較低，導致股價報酬的下降。同時 OLS 與 Bayesian

Lasso 模型之間的係數絕對值大小比較之下，發現在中期($h = 36$)的模型預估值有顯著隔閡了，也就是 OLS 模型對估計效果大於 Bayesian Lasso 模型，例如國庫券利率在 OLS 模型下係數值為-41.6118，而 Bayesian Lasso 模型下的係數值為-32.3680。顯示 OLS 與 Bayesian Lasso 模型在解釋股價溢酬變動上有明顯不同。

表 18 為向外預測 60 期 ($h=60$)的樣本內估計結果。與初始樣本 20 年長期($h = 60$)的樣本內估計完全不同，OLS 與 Bayesian Lasso 模型估計影響股價溢酬的變數變少了，由中期($h = 36$)的顯著變數至長期($h = 60$)不顯著變數包含淨資產擴張與國庫券利率，就 OLS 模型中，估計的帳面市值比由中期($h = 36$)估計為不顯著變數至長期($h = 60$)為顯著變數，且帳面市值比與股價溢酬呈現負向關係，也就是當期帳面市值的增加，五年後的股價報酬會有下降趨勢。但是就 OLS 與 Bayesian Lasso 模型估計的係數絕對值大小，在長期($h = 60$)的樣本內預估，模型估計的係數影響股價溢酬並沒有很多，除此之外，OLS 與 Bayesian Lasso 估計解釋股價溢酬的變動並沒有前述中期($h = 36$)顯著不同。

總結表 15 至表 18 的結果，我們發現在 10 年初始樣本的樣本內估計下做的穩健性測試，OLS 模型與 Lasso 模型在短期挑選的解釋變數也相當接近，在中期下的模型檢定，兩類同樣有顯著不同。可是到長期下的模型檢定並沒有跟 20 年為初始樣本的長期預測的樣本內檢定一樣，OLS 與 Lasso 模型沒有顯著不同，此外在不同預測區間，模型會估計出的變數隨之不同。此外在不同預測期間，共同估計出會影響股價溢酬的變數包含股利價格比與本益比。比較以 20 年初始樣本的樣本外預測，本研究冀望在 10 年初始樣本的 OLS 模型與 Bayesian Lasso 同樣能有較佳的向外預測能力。

表 15：h=01 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 1936 年 12 月)

	完整式 OLS	縮減式 OLS	Lasso	BayesianLasso
Intercept	0.2376	0.4096***	0.0431	0.1564
DP	-0.3646**	-0.2906***	-0.3228	-0.3796***
DY	0.2199***	0.2374***	0.1722	0.2231
EP	0.1995***	0.1695***	0.2035	0.2122
SVAR	0.5713		0.000	0.5649
BM	0.1232		0.1172	0.1303
NTIS	0.1902		0.000	0.1603
TBL	1.8763		0.000	1.2393
LTY	-8.6635		0.000	-5.4433
DFY	1.9145		0.000	1.2254
DFR	0.8676		0.000	0.7830
INFL	0.4248		0.000	0.4245
σ^2				0.0239***

註：Intercept 為截距項。*表示為 10%信心水準之下為顯著；**為 5%信心水準之下為顯著以及 ***為 1%信心水準之下為顯著。Lasso 模型並未有估計係數之標準差，所以未有係數顯著檢定。

表 16: h=12 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 1936 年 12 月)

	完整式 OLS	縮減式 OLS	Lasso	BayesianLasso
Intercept	1.0244	0.7030	-0.8190	0.0198
DP	-1.1166***	-0.9701***	-1.1664	-1.3493***
DY	0.2440		0.2527	0.2473
EP	1.0914***	1.0894***	1.1311	1.2931***
SVAR	-0.8412		-0.7504	-0.7408
BM	1.3304***	1.3242***	1.3378	1.3085***
NTIS	-3.1268***	-3.4290***	-3.1669	-3.2095***
TBL	10.4275***	9.7338***	9.0165	3.9344
LTY	-35.6527**	-33.9611**	-28.5050	-4.0160
DFY	-14.9379***	-15.4770***	-15.7740	-15.5045***
DFR	1.2821		1.1296	0.7046
INFL	2.9501		2.8899	2.3094
σ^2				0.0475***

註：Intercept 為截距項。*表示為 10%信心水準之下為顯著；**為 5%信心水準之下為顯著以及 ***為 1%信心水準之下為顯著。Lasso 模型並未有估計係數之標準差，所以未有係數顯著檢定。

表 17: h=36 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 1936 年 12 月)

	完整式 OLS	縮減式 OLS	Lasso	BayesianLasso
Intercept	3.7918***	4.5747***	4.1735	3.6880***
DP	-0.8417**	-0.7200**	-0.7612	-0.7069*
DY	0.0193		-0.0230	-0.0554
EP	1.8404***	1.8418***	1.8048	1.6784***
SVAR	0.9706		0.0000	-0.3084
BM	0.1365		0.0103	0.0051
NTIS	-9.2303***	-9.0503***	-8.8015	-8.3234***
TBL	-41.6118***	-37.7518***	-36.7320	-32.3680***
LTY	18.6291		0.0000	-1.6462
DFY	-22.0670**	-14.8195***	-11.6490	-5.4792
DFR	-2.8916*		-1.6525	-0.8319
INFL	-1.6444		0.0000	-0.3540
σ^2				0.0929***

註：Intercept 為截距項。*表示為 10%信心水準之下為顯著；**為 5%信心水準之下為顯著以及 ***為 1%信心水準之下為顯著。Lasso 模型並未有估計係數之標準差，所以未有係數顯著檢定。

表 18: h=60 之樣本內估計結果(1927 年 02 月至 1936 年 12 月)

	完整式 OLS	縮減式 OLS	Lasso	BayesianLasso
Intercept	3.1443**	-0.3620	1.2420	0.2946
DP	3.0652***	1.3357***	2.2207	1.7660***
DY	-0.4066		-0.2062	-0.1998
EP	-1.4049***	-1.3308***	-1.5400	-1.3608***
SVAR	1.5574		1.6739	1.6057
BM	-1.4665**	0.8540**	0.0883	0.4447
NTIS	-1.2266		-0.1870	-0.2477
TBL	6.2355		6.6176	2.4458
LTY	31.4072		0.0000	1.2558
DFY	11.1964		1.9025	2.1030
DFR	1.4905		0.8002	0.6793
INFL	-5.6512		-2.0678	-1.7208
σ^2				0.0559***

註：Intercept 為截距項。*表示為 10%信心水準之下為顯著；**為 5%信心水準之下為顯著以及 ***為 1%信心水準之下為顯著。Lasso 模型並未有估計係數之標準差，所以未有係數顯著檢定。

5.2 以 10 年為初始樣本之向外預測結論

表 19 是各個模型以 10 年為初始樣本進行向外預測後之均方根誤差。該表顯示 Lasso 和 Bayesian Lasso 模型的表現優於其他模型。對於所有預測期間，Lasso 和 Bayesian Lasso 的均方根誤差表現比 OLS 模型更好，並且重新證明兩個模型的效果在預測和估計的有效性。此外在遞迴條件下，縮減式 OLS 在所有樣本外預測期間比 OLS 模型獲得更低預測誤差，此結果顯示只選定統計上顯著變數的模型可以導致較好預測結果，雖然使用較少變數來解釋股價溢酬。樣本外預測區間將影響 Lasso 和 Bayesian Lasso 模型的預測，其中樣本外 1 個月和 12 個月期間導致 Lasso 模型較低的誤差，而樣本外期間 36 個月和 60 個月導致 Bayesian Lasso 模型較低的誤差，也就是 Lasso 在短期下模型的預測誤差會是最底的，而 Bayesian Lasso 模型在中長期下模型預測的誤差會是最底的。本研究以 10 年初始樣本的均方根誤差再次確定 Lasso 模型的預測能力較佳。

表 19: 以 10 年為初始樣本之均方根誤差(root mean square error)

	完整式 OLS	縮減式 OLS	Lasso	BayesianLasso
h = 01	0.0437	0.0425	0.0419	0.0436
h = 12	0.2312	0.2272	0.2241	0.2252
h = 36	0.3797	0.3843	0.3818	0.3732
h = 60	0.548	0.5327	0.5303	0.5236

註：粗體字表示其 RMSE 為最小值。

陸、結論

Goyal and Welch (2008)認為近三十年來，文獻上常見的財務與經濟解釋變數在運用單變量迴歸模型下，對於股價溢酬的向外預測表現皆不盡理想，由於單一變數所包含的資訊有其侷限性，可能會造成預測股價溢酬誤差的問題，且由前述時間趨勢圖可以觀察到股價溢酬波動的劇烈程度，難以想像只用一個解釋變數就能成功地預測股價報酬。本文運用多變量模型，不僅可以彌補對被解釋變數上的解釋能力不足，且在樣本內，預測中的變異數會比單一模型中的變異數要來的小很多，雖然多變量模型在預測股價超額溢酬上可能存在過度解釋問題，但是本研

究針對多變量模型給予係數限制條件，此即為所謂的 Lasso 模型，可以避免選擇與股價溢酬無關的變數。如實證結果的顯示，在表三的全樣本估計中，其結果近似於 Goyal and Welch (2008)的結論，全樣本內所估計的係數皆不顯著，改以 20 年作為初始樣本，在短、中與長期所挑選出的解釋變數，發現某些財務與經濟變數對於股價溢酬具有解釋能力，同時，在不同預測期間所估計的解釋變數不盡相同。

根據第四及第五章的實證結果，在不同的模型設定、不同的樣本內估計期間與不同的預測期間 (h)下，大多數估計模型皆認定股利價格比、淨資產擴張、國庫券利率、美國政府長期債券殖利率與違約風險溢酬為影響股價溢酬的重要變數，然而，其估計係數隨著不同的預測期間可能呈現為正或為負。Campbell (1991)認為理論上股價收益應與預期股息呈負相關關係，然其實證結果卻指出股息價格和股價溢酬並無顯著的關係，此結論與本研究的實證結果相反，本文的實證結果認為股價價格比會影響股價溢酬，造成兩者矛盾的原因可能來自於變數定義的不同所致。同時，Campbell (1987)研究了票據、債券與股票之間的關係，且發現股價收益與長期票據、債券呈現負相關關係。我們的實證結果也表示美國政府長期債券殖利率與股價溢酬之間的係數在不同預測期間可能為正或為負。此外 Baker and Wurgler (2002)提出預測淨資產擴張與股價溢酬的關係顯著為負向，這一結果可佐證我們模型的淨資產擴張與超額股票收益的關係。而 Ang and Bekaert (2007)提出短期股利收益率與短期內股價收益率過高呈負相關關係。Campbell (1987)通過短期國庫券利率來評估股票收益率近似於“基本面的過度反應”的方式，這可以佐證本文模型的國庫券利率預測股價溢酬。Fama and French (1988)提及在經濟條件較低的情況下，股利收益率和違約風險溢酬將預測高股價報酬，反之在經濟狀況較好的情況下，股利收益率和違約風險溢酬將預測較低股價報酬，此意味著超額股票收益與股利收益率和違約風險溢酬之間的關係為負向，該理論可以佐證我們的實證結果，即違約風險溢酬是影響股價溢酬的重要變數。

而在向外預測的實證結果上，不論初始樣本設定為 10 年或 20 年，本研究也發現運用 RMSE 作為向外預測表現水準的依據下，不論是何種的向外預測期間，

Lasso 和 Bayesian Lasso 模型幾乎都優於 OLS 模型和縮減式 OLS 模型，對比 Goyal and Welch (2008) 採用單變量迴歸模型所進行的向外預測，本研究使用的模型可以在每段樣本期間挑出該期間會影響股價溢酬的解釋變數，並且更進一步地降低預測誤差。

本研究利用文獻上常見會影響股價溢酬的財務與經濟變數，運用 Lasso 模型來評估其向外預測的表現水準，透過估計係數的限制條件，冀望能找出提高預測能力的解釋變數，其實證結果運用 RMSE 評估發現 Lasso 模型相較於 OLS 模型，不論在短期與長期皆能產生較低的預測誤差。然而，透過樣本疊代方式所進行的向外預測，本研究也發現傳統上認為可以影響股價溢酬的解釋變數，其影響力在近來已逐漸消失，這也代表在現今的時代，股價溢酬的變動需要更多額外的資訊或其他解釋變數才有辦法更進一步地預測，對於新解釋變數的尋找與判定可做為未來研究方向的延伸。



參考文獻

- Abarbanell, Jeffrey S., and Brian J. Bushee. (1997). "Fundamental Analysis, Future Earnings, and Stock Prices." *Journal of Accounting Research*, 35(1), 1–24.
- Andrews, D. F. and C. L. Mallows. (1974). "Scale Mixtures of Normal Distributions." *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*. 36, 99-102.
- Ang, Andrew and Geert Bekaert. (2007). "Stock Return Predictability: Is It There?" *The Review of Financial Studies*, 20(3), 651–707.
- Bai, Jennie. (2010). "Equity Premium Predictions with Adaptive Macro Indexes." *FRB of New York Staff Report*. No. 475.
- Baker, M. and J. Wurgler. (2000). "The Equity Share in New Issues and Aggregate Stock Returns." *The Journal of Finance*, 55, 2219-2257.
- Bossaerts, P., and P. Hilion. (1999). "Implementing Statistical Criteria to Select Return Forecasting Models: What Do We Learn?" *Review of Financial Studies*, 12(2), 405-28.
- Breiman, Leo. (1993). "Fitting Additive Models to Regression Data: Diagnostics and Alternative Views." *Computational Statistics & Data Analysis*, 15(1), 13-46.
- Brock, W., J. Lakonishok, and B. Lebaron. (1992). "Simple Technical Trading Rules and the Stochastic Properties of Stock Returns" *The Journal of Finance*, 47, 1731-1764.
- Campbell, J. Y. (1987). "Stock Returns and the Term Structure." *Journal of Financial Economic*, 18(2), 379-99.
- Campbell, J. Y. and R. J. Shiller. (1988a). "The Dividend-Price Ratio and Expectations of Future Dividends and Discount Factors." *The Review of Financial Studies*, 1(3), 195-228.
- Campbell, J. Y. and R. J. Shiller. (1988b). "Stock Prices, Earnings, and Expected Dividends." *The Journal of Finance*, 43, 661-676.
- Campbell, John Y. (1991). "A Variance Decomposition for Stock Returns," *Economic Journal*, 101(405), 157-179.
- Campbell, John Y. and Robert J. Shiller. (2001). "Valuation Ratios and the Long-Run Stock Market Outlook: An Update." *The National BUREAU of Economic*

research, Working Paper 8221.

- Campbell, J. Y. and T. Vuolteenaho. (2004). "Inflation Illusion and Stock Prices." *American Economic Review*, 94(2), 19-23.
- Choudhry, Rohit and Kumkum Garg. (2008). "Engineering and Technology International Journal of Computer and Information Engineering." *World Academy of Science*, 2(3), 689-692.
- Fama, E. F. and K. R. French. (1988). "Dividend Yields and Expected Stock Returns." *Journal of Financial Economics*, 25(1), 23-49.
- Fama, E. F. and K. R. French (1989). "Business Conditions and Expected Returns on Astocks and Bonds." *Journal of Financial Economics*, 25(1),23-49.
- Ferson, W. E. and C. R. Harvey. (1993). "The Risk and Predictability of International Equity Returns." *Review of financial Studies*, 6(3), 527-566.
- Goyal, A. and I. Welch. (2003). "Predicting the Equity Premium with Dividend Ratios." *Management Science*, 49(5), 639-654.
- Guo, H. (2006). "On the Out of Sample Predictability of Stock Market Returns." *Journal of Business*, 79(2), 645-70.
- Hans, C. (2009). "Bayesian Lasso Regression." *Biometrika*, 96(4), 835–845.
- Hodrick, R. J. (1992). "Dividend Yields and Expected Stock Returns: Alternative Procedures for Inference and Measurement." *The Review of Financial Studies*, 5(3), 357–386.
- Keim, D. B. and R. F. Stambaugh. (1986). "Predicting Returns in the Stock and Bond Markets." *Journal of Financial Economics*, 17(2), 357-90.
- Kothari, S. and J. Shanken. (1997). "Book-to-Market, Dividend Yield, and Expected Market Returns: a Time-Series Analysis." *Journal of Financial Economics*, 44(2), 169-203.
- Kyung, Minjung, Jeff Gill, Malay Ghosh, and George Casella. (2010). "Penalized Regression, Standard Errors, and Bayesian Lassos." *Bayesian Anal*, 5(2), 369-411.
- Lettau, M. and S. Ludvigson. (2001). "Consumption, Aggregate Wealth, and Expected Stock Returns." *Journal of Finance*, 56(3), 815-49.

- Li, Jiahua and Weiye Chen. (2014). "Forecasting Macroeconomic Time Series: LASSO-Based Approaches and Their Forecast Combinations with Dynamic Factor Models." *International Journal of Forecasting*, 30(4), 996-1015.
- Madigan, David, Jeremy York, and Denis Allard. (1995). "Bayesian Graphical Models for Discrete Data." *International Statistical Review / Revue Internationale De Statistique*, 63(2), 215-32.
- McNeish, Daniel M. (2015). "Using Lasso for Predictor Selection and to Assuage Overfitting: A Method Long Overlooked in Behavioral Sciences." *Multivariate Behavioral Research*, 50(5), 471-484.
- Pan, Zhiyuan, Davide Pettenuzzo, and Yudong Wang. (2018). "Forecasting Stock Returns." SSRN : <https://ssrn.com/abstract=3054652>.
- Pettenuzzo, D., A. Timmermann, and R. Valkanov. (2014). "Forecasting Stock Returns under Economic Constraints." *Journal of Financial Economics*. 114(3), 517-553.
- Pontiff, J. and L. D. Schall. (1998). "Book-to-Market Ratios as Predictors of Market Returns." *Journal of Financial Economics*, 49(2), 141-60.
- Rapach, David E., J. K. Strauss, and Guofu Zhou. (2010). "Out-of-Sample Equity Premium Prediction: Combination Forecasts and Links to the Real Economy." *The Review of Financial Studies*, 23(2), 821-862.
- Tibshirani, R. (1996). "Regression Shrinkage and Selection via the Lasso." *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 58, 267-288.
- Welch, I. and A. Goyal. (2008). "A comprehensive Look at the Empirical Performance of Equity Premium Prediction." *The Review of Financial Studies*. 21(4), 1455-1508.