致謝

承蒙指導教授陳昭君博士在研究所兩年期間的悉心指導與教誨，使得本篇論文得以順利完成，在此獻上誠摯的感激與敬意，同時也要感謝口試委員林士貴博士、吳庭斌博士對於本文所提供的寶貴意見與建議。

在研究所求學期間，感謝同學涂馨文、林怡君、蔡昀靜、胡為舜的陪伴與鼓勵，讓我度過了兩年快樂的時光，在論文寫作期間，你們的支持與協助我將銘記在心。也感謝學長姐及學弟妹的指教與關心，讓我的研究所生涯更加絢麗多彩。同時由於研究所各師長的指導，讓學生於求學過程中更加充實，在此由衷的感謝。

最後要特別感謝我的家人及好友許虔菉、葉宗松、巫名翔、林峻宏，你們總是給予我最多的愛與關懷，謝謝你們，有你們長久以來的支持與鼓勵，使我有機會得以完成研究所的學業，謹以此論文獻給我最摯愛的父母及所有關心與愛護我的人。

王思勻 謹誌於

東海大學財金所

2010 年 7 月

摘要

本篇論文沿襲 Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 的議題，探討如何在下方風險 *VaR* 的限制下，進行資產配置決策。惟不同於 Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 利用無風險借貸的方式調整整體資產配置的 *VaR*，本文透過期貨部分避險使整體資產配置達到投資人要求的 *VaR* 水準，並推導出透過期貨調整 *VaR* 的部份避險比例公式。利用 S&P500 股價指數、美國十年期政府公債指數及 S&P500 股價指數期貨進行資產配置的結果顯示，風險容忍程度高的投資人運用本文所提出的期貨控管資產配置法可以獲得較佳的投資績效。

關鍵詞: Value-at-Risk、期貨避險、避險比率、最適資產配置、相對 *VaR*

Abstract

This paper extends the mean-VaR approach proposed by Campbell, Huisman and Koedijk (2001) and develops a method to allocate assets under a VaR constraint by using futures contracts. In contrast with the approach of Campbell, Huisman and Koedijk (2001) that adopts the risk-free loan to achieve the VaR constraint, we propose an optimal hedge ratio for futures contracts such that the total risk of the portfolio is consistent with the VaR constraint, and accomplish the VaR constraint through the optimal hedge ratio. The numerical analyses based on the S&P500 composite return index, 10-year datastream benchmark US government bond return index, and S&P500 stock index futures show that the performance of the portfolio based on our approach is better when investors have higher tolerances of risks.

key words: Value-at-Risk、futures hedge、hedge ratio、optimal asset allocation、relative VaR

目錄

圖目錄

表目錄

第一章 緒論

自 2007 年金融海嘯以來，資產配置再度受到重視，其主要目的已不僅在於追求資產報酬的最大化，而是在既定的風險控管下，尋找最適的資產配置。投資大師 Peter Lynch 曾經說過:「不進行研究的投資，就像打撲克牌從不看牌一樣，必然失敗。」如何在投資人可忍受的風險下進行最佳的資產配置，已成投資理財最重要的課題之一。

在現代投資組合理論中，通常以資產報酬的標準差衡量投資的風險， Markowitz (1952) 的 「平均數-變異數」投資組合模型 (mean-variance portfolio model) 便是代表模型之一。其主張效率前緣是所有較佳投資組合的集合，此最佳投資組合指的是在相同預期報酬的條件下，風險最低的投資組合。 Markowitz 效率前緣曲線上擁有最高夏普比率的最佳投資組合稱為市場投資組合。然而在 Markowitz (1952) 的理論架構下，風險的衡量往往以標準差為主，隱含資產報酬的上檔增值潛力與下檔損失皆是一樣重要的風險來源。這與我們現實生活中，資產的下方風險才是投資人所關切的情形並不符合。

有鑑於此，另一派投資組合管理方法--安全優先 (safety first) 投資組合理論則以投資組合的下方風險做為風險控管的標的，即在投資人可以承受的下方風險限制下，尋找最適的資產配置。 Roy (1952)、 Bawa (1977)、 Leibowitz (1991)、 Lucas (1998) 和 Campbell、 Huisman and Koedijk (2001) 等都是在限制下方風險的前提下進行投資組合的配置。其中 Lucas (1998) 與 Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 進一步以風險值 (Value-at-Risk; *VaR*) 來衡量資產的下方風險，並做為風險控管的標的。所謂風險值，根據 Jorion (1997) 的定義，為在既定的信賴水準下，未來一段時間內投資組合可能面臨的最大損失金額，已成為實務界控管下方風險的重要指標。相較於傳統投資組合理論，以下方風險做為風險控管的標的顯然較符合投資人的資產配置需求。

值得注意的是，上述文獻大都利用無風險借貸的方式調整投資組合的風險，以符合投資人對最大損失的要求。即先依據各資產的報酬與風險決定最適投資組合，再依投資

人的風險偏好決定投資於此最適投資組合的金額，剩餘資金則投資至無風險資產。此時，保守型投資人以提高無風險資產投資比重的方式降低總投資部位的 *VaR*，積極型投資人則利用借入無風險資金、提高財務槓桿的方式增加總投資部位的 *VaR*。然而調整風險的方式不應僅有無風險資金的借貸比重。在金融市場中，投資人可以輕易的利用期貨契約提高或降低投資部位的風險。實務上，大多數避險者的目標是利用期貨規避所有現貨價格變動的風險。此時，避險後的風險固然最低，但整體資產的預期報酬亦不高。有鑑於此，Cecchetti, Cumby and Figlewski (1988) 認為避險程度應取決於投資人要求的資產報酬率，並提出利用期貨規避部分價格風險的方法，本文稱之為期貨部分避險法。根據 Cecchetti, Cumby and Figlewski (1988) 提出的概念，本文率先利用期貨契約部份避險的功能，來調整投資組合的風險，以達到投資人進行資產配置時，對下方風險的控管的要求。

具體而言，有別於過去文獻利用無風險借貸的方式調整投資組合風險，本文將期貨契約導入資產配置模型，推導出期貨部份避險比率的公式，求出在各種 *VaR* 限制下的最適投資組合，並比較 Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 方法與本文提出避險控管資產配置法的資產配置績效。利用 S&P500 指數、S&P500 指數期貨及美國十年期公債資料進行資產配置的結果發現，當投資人的風險容忍度高於 Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 所決定的市場投資組合時，本文提出的資產配置方法具有較高的夏普指數值，此一結果隱含本文提出的資產配置方法可使風險容忍度較高的投資人獲得較佳的單位風險溢酬。換句話說，對積極型投資人而言，本文所提出的避險控管資產配置法所挑選的最適投資組合優於 Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 方法的最適投資組合。

本文章節安排如下：第二章說明文獻回顧的內容；第三章為本文研究模型，說明如何利用期貨部份避險功能達到特定 *VaR* 的風險控管要求，並推導期貨部份避險公式。第四章利用 S&P500 指數、S&P500 指數期貨及美國十年期公債資料比較 Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 方法與本文避險控管資產配置法的資產配置績效。最後一章為本文結論。

第二章 文獻回顧

本文主要目的在探討如何利用期貨契約在 *VaR* 的限制下調整風險並進行資產配置，所以本章將分成三個小節進行討論。2.1節探討現代投資組合理論的形成原因及其文獻，2.2節則探討安全優先 (safety first) 投資組合理論的相關文獻，最後則探討期貨部分避險的概念。

2.1 現代投資組合理論

在1952年以前，投資人的投資決策面臨了風險與報酬抉擇的兩難，當時投資決策主要在於追求最大的未來投資報酬，較不重視投資風險。 Markowitz (1952) 的「投資組合選擇」 (Portfolio Selection) 理論提出依報酬平均數與變異數尋找最適投資組合，為投資組合的選擇建立了一套有效率的系統。Markowitz (1952) 假設資產報酬率呈常態分配，並將風險以標準差衡量。其主張若投資人為風險趨避者，則投資人的投資行為偏好高報酬與低風險的投資，意即在相同的期望報酬率下，投資人希望風險愈小愈好；在相同的風險下，投資人希望期望報酬率愈大愈好。有了以上的標準之後，為了挑選出最適投資組合 (optimal portfolio)，Markowitz (1952) 藉由效率前緣與資本市場線之切點來決定市場投資組合，而最適投資組合便是由無風險資產與市場投資組合所組成，投資人亦可用無風險利率來進行借貸。但該模型的風險是以變異數或標準差來表示，即將正、負報酬率同樣視為風險，並未特別從損失的角度來考量。然而在現實生活當中，投資人真正關切的是資產下方風險的損失，所以將此標準差用來估計風險不盡準確。有鑑於此，本文沿用 Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 的作法，利用 *VaR* 作為下方風險的衡量方式，並將夏普指數的觀念加以延伸，以 *VaR* 取代標準差來衡量投資組合的損失程度。惟不同於過去文獻的是，本文在資產配置裡加入了期貨，以期貨契約來作為投資組合的避險工具，以期達到在避險控管下得到最適投資組合的目標。

2.2 安全優先投資組合理論

有別於上述 Markowitz (1952) 的現代投資組合理論， Roy (1952) 所提出的安全優先觀念 (safety first criterion) 認為當投資組合報酬的極小值低於投資人所設定的最低要求報酬門檻時，投資人不會願意去挑選此投資組合。舉例來說，當投資人可忍受的最低要求報酬為-3%時，此時投資者不會願意去挑選投資報酬極小值低於-3%之投資組合。此觀念，為下方風險立下了深厚的基礎。

其後在1991年，Leibowitz 所提出的最小要求報酬限制 (shortfall constrain) 觀念，其模型所使用的三個主要元素為投資期間、報酬門檻之極小值以及報酬低於門檻之可允許的機率，以此來決定資產配置投資於風險性資產的比例。 Lucas (1998) 同樣指出最低報酬限制 (shortfall constrain) 在決定資產配置時所扮演的重要角色，為了強調最低報酬限制的重要性，文中考慮一個簡單的一期資產配置同時搭配一個最低報酬限制，而此最低報酬限制也反映了投資人下方風險限制的基本要求，即對最大損失的要求置入一個上界。 Lucas (1998) 使用與以往文獻相同的架構，思考了 *VaR* 的界限與最適資產配置的關係，並探討經理人對於不同財務決策所給予的最適配置建議，是否與下方風險預測的結果有正向關係。但 Lucas (1998) 文章裡與以往文獻的最低報酬限制觀念不同的地方，在於他認為投資者在決定最適投資組合前必須先給定一個 *VaR* 的值。而本文所使用的避險控管資產配置法與 Lucas (1998) 的方法共通點在於本文也強調投資人必須事先決定一個風險值，此風險值為投資人可忍受的最大風險，有了風險值再去求出最適投資組合。

Campbell, Huisman 和 Koedijk 在2001年發展投資組合選擇的模型，此模型以 *VaR* 取代過去衡量風險所採用的變異數，因而賦予平均數—變異數方法裡的夏普指數 (Sharp index) 新的定義。透過此夏普指數的極大值，投資人可找到最適的金融資產配置比例，進而算出在此配置比例下的風險值。Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 加入了無風險借貸的資產配置，其中 *VaR* 為必須事先設定的限制條件。不同的 *VaR* 會有不同的

資產配置比例，投資人在可承受的風險範圍內進行股票、債券以及無風險資產的配置。當 *VaR* 愈高，表示投資人可承受的風險程度較大，此時投資人會借錢來投資風險性資產，以增加風險性資產的配置比例；當 *VaR* 愈低，則投資人可承受的風險程度較低，此時投資人會把錢用在投資於無風險資產上，來增加無風險資產配置的比例。

2.3 期貨契約部分避險

在安全優先觀念裡，投資組合的風險大都利用無風險借貸的方式來做調整，以符合投資人對下方風險的要求，但調整風險的方式不應僅有無風險資金的借貸。近年來期貨市場不斷的擴張，伴隨而來的是理論與實務上對避險的探討。依據上述 Markowitz (1952) 所提到的投資理論，投資組合風險中的變異數風險 (非系統性風險) 可藉由多角化投資 (diversification) 來規避，但系統性風險唯有透過期貨契約來規避，以基差風險取代價格風險，將風險移轉給投機者，因此，以期貨來規避現貨價格變動的風險是期貨的主要功能之一。

Cecchetti, Cumby and Figlewski (1988) 提出期貨部分避險的概念，其主要功能，是用來幫助投資人降低或控制投資組合的風險，將避險者不願意承擔的風險部分轉移給有能力或有意願承擔風險的人，故在避險的決策中，避險者必須決定用多少期貨來保護現貨，即決定期貨與現貨搭配的避險比率。所以本文之研究重點即在於透過期貨部分避險的功能來降低投資組合的風險，希望此一資產配置法可成為投資人進行財富管理時的新選擇。

第三章 研究模型

本研究將期貨導入 Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 的模型架構，惟有別於 Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 藉由無風險借貸使資產配置符合 *VaR* 的限制，本研究則是藉由期貨的避險功能使最適資產配置達到投資人對最大下方風險的要求。本節首先說明相對 *VaR* 的定義與源起，其次說明 Campbell, Huisman and Koekijk (2001) 的最適投資組合配置，最後則說明本文所發展的方法，即在相對 *VaR* 定義下，如何利用期貨控制下方風險並進行資產配置。

3.1 相對 *VaR* 的定義與源起

近年來，由於資本市場的國際化與自由化，以及衍生性金融商品的不斷創新，投資人在進行投資決策上有愈來愈多的金融工具可供選擇，但投資的工具愈趨繁多，在國際間，其所帶來的金融鉅額損失也時有所聞，例如1994年美國橘郡基金事件、1995年英國霸菱銀行事件、1997年的亞洲金融風暴和2007年最引人矚目的金融海嘯，這些金融歷史事件所造成的損失皆在數十億美元以上，因其關係到國家經濟體系的存亡，使得風險管理在各國金融機構管理當局成為當前最重要的議題。而美國銀行業在1990年代遭受到許多金融事件的影響後，美國有愈來愈多的交易平台開始運用 *VaR* 的風險管理辦法，此風險管理辦法包括 *VaR* 可以被所有的行業別使用以及 *VaR* 不需強烈的假說即可快速的整合風險，因此 *VaR* 被視為報告公司風險最當然的選擇，甚至成為當前最廣為運用且最有效的新興風險控管方式。 Jorion (1997) 對風險值的定義為，在一既定的信賴水準下，投資組合於固定期間內的最大可能損失。針對此新興的風險控管方式，最有名的為 1990 年 J.P. Morgan 總裁 Dennis Weatherstone 的 4:15 分報告，總裁 Dennis Weatherstone為了掌握公司全球總投資部位在未來一天內可能遭受之總損失額度，要求其業務部門在每天交易結束後提出一份報告，以預測並解釋部位風險及其可能造成之損

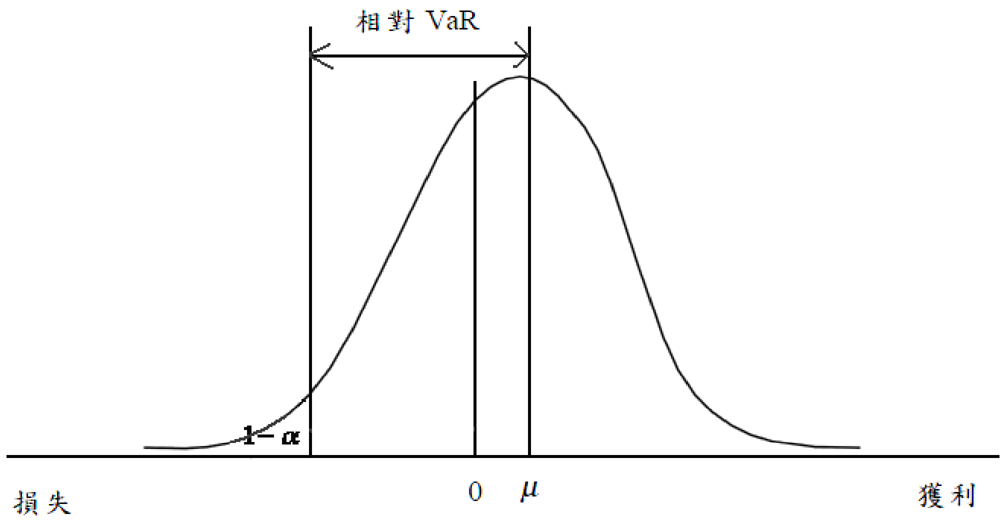
失，此報告即為著名的4:15分報告。隨後在1994年 J.P. Morgan 提供免費的「RiskMetrics」資料庫，這是第一次風險管理系統文件被公開，目的是要讓市場所有參與者都可以預測風險基礎參數。

此外，1990年代衍生性金融商品操作失利的案件，大幅突顯了風險管理的重要性。因此在1997年，美國證券交易委員會規定國有公司必須揭露它們衍生性金融商品的大量交易消息，而主要的銀行及交易商也都願意落實此項規定並且在財務報表上揭露 *VaR* 的訊息。所以立法機構擬定法令以 *VaR* 來限制機構的交易行為，亦為促使 *VaR* 風行的最大推手之一。

假設期初財富為 W_0，投資組合在時點 t 的預期價值為 $E(W_t)$，α 為信賴水準，相對 *VaR* 定義為相對於投資組合預期價值的金錢損失，即:

$$\Pr\left[E(W_t)-W_t \geq VaR\right] \leq (1-\alpha) \tag{3.1}$$

假設期初財富 W_0 為 1，*VaR* 的觀念可以簡單以《圖 3.1》表示：



《圖 3.1》 *VaR* 示意圖

3.2 相對 *VaR* 限制下的最適投資組合配置

假設投資人的投資期間為 t，期初可投資金額為 W_0。在期初，投資人除了將所有可投資金額投資於風險性資產外，亦針對其風險屬性建立期貨短部位以規避資產價格下跌的風險。假設投資人依其風險屬性，每一元投資所建立的期貨避險比率為 h，由於建立期貨部位除了保證金外不需額外投資成本，故期初預算限制式可表示為：

$$W_0 = \sum_{i=1}^{n} N_i S_i \tag{3.2}$$

其中，W_0：期初自有資金；

N_i：管理者在 n 項資產中，對風險性資產 i 的投資張數；

S_i：資產 i 在期初的價格。

假設投資組合 $\sum_{i=1}^{n} N_i S_i$ 在時點 t 的報酬率為 R_p，期貨部位的報酬率為 R_F，則投資人在時點 t 的資產價值可表示為：

$$W_t = W_0 \left(1 + R_p - hR_F\right) \tag{3.3}$$

值得注意的是，若避險比例 h 為正值，代表此一投資組合持有期貨短部位，也就是說，此時投資組合總風險小於僅投資債券與股票；若 h 為負值，代表此一投資組合持有期貨長部位，也就是說，此時投資組合總風險大於僅投資債券與股票。

上式中，各個資產 i 的投資權重及避險比率 h 受各資產報酬、風險及投資人可承受的最大下方風險影響。換句話說，投資人依各資產的報酬—風險抵換關係以及其可承受的 *VaR* 限制下，決定最適的資產配置，使得 *VaR* 限制下的投資組合期末價值達到最大。

假設在信賴水準 α 下，投資人可承受的投資組合最大損失為 VaR^*，則 W_t 應滿

足下列限制式：

$$\Pr\left[E(W_t)-W_t \geq VaR^*\right] \leq (1-\alpha) \tag{3.4}$$

其中，Pr：根據期初 (起點0) 資訊集合下的預期機率。

α ：信賴水準，介於 0 至 1 之間。

由 (3.4) 式，投資組合管理者的風險趨避程度可表現在 VaR^* 與信賴水準 α 的選擇上，VaR^* 越小與信賴水準 α 越大皆表示投資者風險趨避程度越強。 (3.4) 式可以進一步改寫為：

$$\Pr\left\{W_t \leq E(W_t)-VaR^*\right\} \leq (1-\alpha) \tag{3.5}$$

將 (3.3) 式代入 (3.5) 式 *VaR* 限制式可得:

$$\Pr\left[R_p - hR_F \leq \frac{E(W_t)-W_0-VaR^*}{W_0}\right] \leq (1-\alpha) \tag{3.6}$$

為找出最適的資產配置，本文簡化假設投資人的投資標的為股票、債券與期貨，並假設資產報酬符合常態分配。此外，本文亦簡化假設股票與債券，債券與期貨的共變異數為0。若投資人將 b% 的資金配置於債券，債券部位的報酬率為 R_B，其餘 (1-b%) 的資金則投資於股票，股票部位的報酬率為 R_S ，並以避險比率 h 進行期貨部份避險，此一由債券、股票與期貨形成的投資組合稱為 $\tilde{P}$ ，其報酬可表示為：

$$\tilde{P} = bR_B + (1-b)R_S - hR_F$$

其平均數與變異數則分別為:

$$E(R_{\tilde{p}}) = b\mu_B + (1-b)\mu_S - h\mu_F$$

及

$$b^2\sigma_B^2+(1-b)^2\sigma_S^2+h^2\sigma_F^2-2(1-b)hCOV(\Delta S,\Delta F)=\sigma_{\tilde{P}}^2 \tag{3.7}$$

上式中，μ_B、μ_S 及 μ_F 分別為債券、股票及期貨的預期報酬率，σ_B^2、σ_S^2 及 σ_F^2 則分別為債券、股票及期貨報酬率的變異數，$COV(\Delta S,\Delta F)$ 則為股票報酬與期貨報酬的共變異數。

根據定義，相對 VaR 可表示為：

$$VaR=-\left(\tilde{R}-\mu_{\tilde{P}}\right)W_0=W_0Z_\alpha\sigma_{\tilde{P}}$$

換句話說，為使資產配置符合 (3.6) 式中投資人對下方風險 VaR^* 的要求，投資組合 $\tilde{P}$ 的變異數需滿足

$$\sigma_{\tilde{P}}=\frac{VaR^*}{W_0Z_\alpha} \tag{3.8}$$

將 (3.8) 式代入 (3.7) 式，可得：

$$Ah^2+Bh+E=0 \tag{3.9}$$

其中，

$$\begin{cases} A=\sigma_F^2 \\ B=-2(1-b)COV(\Delta S,\Delta F) \\ E=b^2\sigma_B^2+(1-b)^2\sigma_S^2-\left(\dfrac{VaR^*}{W_0Z_\alpha}\right)^2 \end{cases}$$

由 (3.9) 式可解得 h 為:

$$h=\left((1-b)COV(\Delta S,\Delta F)\pm\sqrt{(1-b)^2\left[COV(\Delta S,\Delta F)\right]^2-\sigma_F^2\left(b^2\sigma_B^2+(1-b)^2\sigma_S^2-\left(\frac{VaR^*}{Z_\alpha W_0}\right)^2\right)}\right)\times\frac{1}{\sigma_F^2} \tag{3.10}$$

由 (3.10) 式可知，部份避險比率 h 為投資人資產配置比重 b 的函數，換句話說，由於不同的資產配置會有不同的投資組合風險，為了使整體資產配置的 VaR 能控制在投資人所能承受的範圍內 (即 VaR^{*})，部份避險比率 h 會隨著資產配置比重 b 的不同而調整。本文依據 Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 的做法定義夏普比率 (Sharpe Ratio) $S(\tilde{p})$ ，並以能提供最大的單位風險溢酬的投資組合做為最適投資組合：

$$\tilde{p}' : \max_{\tilde{p}} S(\tilde{p}) = \frac{R(\tilde{p}) - r_f}{\varphi^{*}(\alpha, \tilde{p})} \tag{3.11}$$

其中，$\varphi^{*}(\alpha, \tilde{p}) = VaR^{*}(\alpha, \tilde{p}) + W_0 r_f$ 。當資產分配為常態分配且無風險利率為零時，(3.11) 式中的 $S(\tilde{p})$ 其實就是夏普比率。值得注意的是，其衡量包括風險性資產投資可能損失應賺取無風險利率的風險，較符合投資人經常以無風險利率當作指標報酬率的情形。所以本研究的最適投資組合可視為在符合投資人風險控管要求的投資組合中，夏普比率值最高的投資組合。

3.3 Campbell, Huisman and Koekijk (2001) **的最適投資組合配置**

Campbell, Huisman and Koekijk (2001) 所提出的最適投資組合 p' 為下式 (3.12):

$$p' : \max_{p} S(p) = \frac{R(p) - r_f}{W_0 q(\alpha, p) + W_0 r_f} \tag{3.12}$$

其中 $q(\alpha, p)$ 代表投資組合 p 之報酬率損失分配第 α 百分位觀察值。

因為報酬率損失分配的 α 百分位數 $q(\alpha, p)$ 乘上期初財富為投資組合在 α 信賴水準下的 VaR ，所以可把 (3.12) 式分母表達為投資者面對的風險，令之為 φ 。

$$\varphi(\alpha, p) = VaR(\alpha, p) + W_0 r_f \tag{3.13}$$

φ 其實是相對 VaR 的觀念，其衡量包括風險性資產投資可能損失應賺取無風險利率的風險，符合投資人經常以無風險利率當作指標報酬率的情形。所以也可看作投資人「後悔」程度的衡量。所以由以上，最適投資組合的求取最後可表達成下列的績效衡量比率形式：

$$p' : \max_{p} S(p) = \frac{R(p) - r_f}{\varphi(\alpha, p)} \tag{3.14}$$

而 Campbell, Huisman and Koekijk (2001) 文章裡所使用的借貸金額 B，如下式所示:

$$B = \frac{VaR^* - VaR(\alpha, p')}{q(\alpha, p') + r_f} = \frac{W_0(VaR^* - VaR(\alpha, p'))}{\varphi'(\alpha, p')} \tag{3.15}$$

由上式，在計算不同投資組合的風險 $\varphi(\alpha, p)$ 時，是根據不同投資組合的 $VaR(\alpha, p)$，所以最適投資組合的求取也與我們預先設定的 VaR^* 無關。計算順序是先得到最適投資組合 p' 與最適投資組合的 $VaR(\alpha, p')$，再依與可容忍風險值 VaR^* 的差距決定應當借貸多少資金。此時投資人不需在投資上作決策，只需依照其對市場風險的驅避程度 (VaR^* 的大小)，來決定投資在最適投資組合 p' 的比例，以及在資本市場上借貸多少資金。

第四章 實證資料及實證分析

4.1 實證資料選取與統計分析

為了比較本文提出的避險控管資產配置法與 Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 方法的資產配置績效，本文以 S&P500 股價指數 (S&P500 composite return index) 及美國十年期政府公債指數 (10-year datastream benchmark US government bond return index) 進行資產配置，上述兩種投資標的分別代表積極型與保守型的投資標的。為執行本文提出的避險控管資產配置法，本研究利用 S&P500 股價指數期貨及公式 (3.10) 控管投資組合的 *VaR*；Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 的資產配置法則運用現金部位及公式 (3.15) 控管 *VaR*。上述資料之來源為 datastream，選取期間為 2002 年 1 月 1 日至 2010 年 2 月 26 日，共 2,129 筆日資料。無風險利率則為 1-3 個月期的美國國庫券(Barclays US treasury bill 1-3month)。

本文採用報酬率的形式來表示 *VaR*，故計算上述指數資料，可得 2,128 筆日報酬資料，其統計分析如《圖 4.1》至《圖 4.9》所示，並將統計資料彙整於表 4.1。

如《圖 4.1》所示，S&P500 股票日報酬率平均數為 7.640×10^{-5}，標準差為 0.013755，偏態係數大於零，為 0.102058，表示此資料為一右偏資料；峰偏係數大於 3，為一高狹峰資料。在 H_0:常態分配、H_1:不符合常態分配假設下，其 J-B 值 8443.135，p-value 為零且小於 0.05 表此資料為一常態分配假設。由圖中可以發現股票報酬集中於零附近，厚尾現象不明顯。

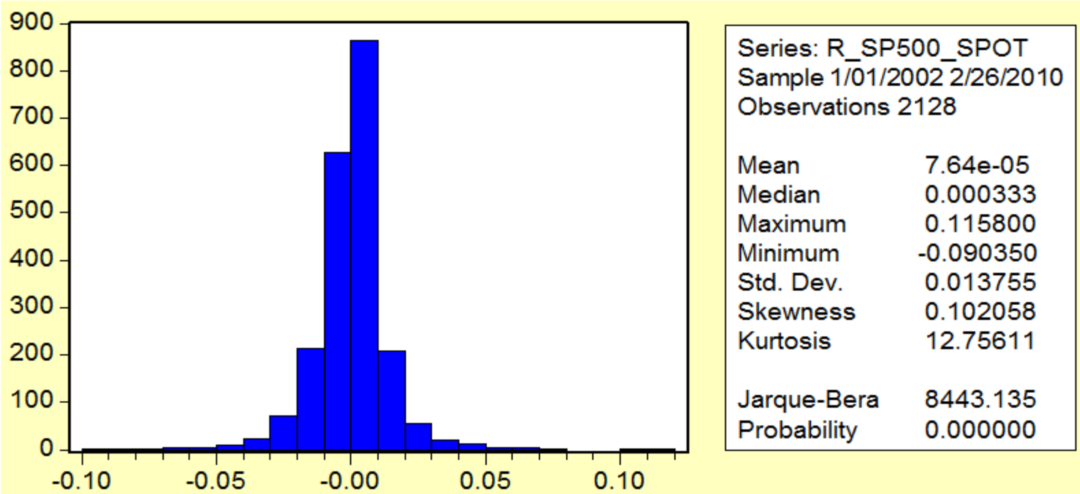
《圖 4.2》中，美國政府十年期公債報酬率平均數為 6.530×10^{-5}，標準差為 0.005118，偏態係數大於零，為 0.098932，表示此資料為一右偏資料；峰偏係數大於 3，為一高狹峰資料。在 H_0:常態分配、H_1:不符合常態分配假設下，其 J-B 值 1140.934，p-value 為 0 且小於 0.05 表此資料為一常態分配假設。

由《圖 4.3》中可得知 S&P500 期貨報酬率平均數為 7.610×10^{-5}，標準差為

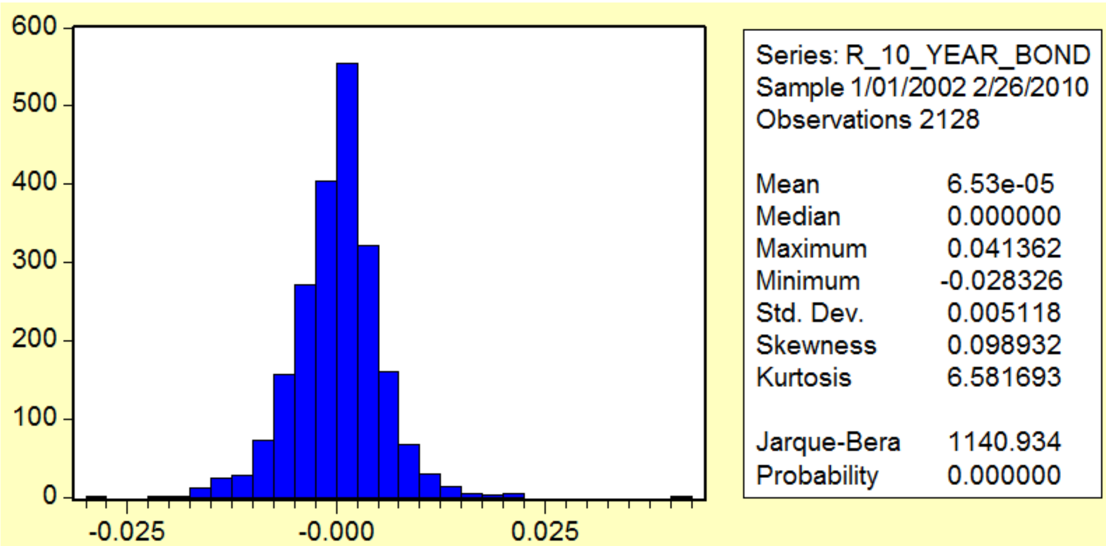
0.013817，偏態係數大於零，為 0.400005，表示此資料為一右偏資料；峰偏係數大於 3，為一高峽峰資料。在 H_0:常態分配、H_1:不符合常態分配假設下，其 J-B 值 16727.86，p-value 等於零且小於 0.05 表此資料為一常態分配假設。

從《圖 4.5》可觀察到美國政府十年期公債的走勢圖與《圖 4.4》中的 S&P500 股價指數走勢圖呈反向現變動，最明顯的期間在 2008-2009 年間之變動，S&P500 股價指數在此段期間大幅下滑，而美國政府十年期公債卻是上漲的趨勢，說明了當股價下跌時，債券價格是會隨之成長的。再比較《圖 4.6》與《圖 4.4》之走勢變化情況，可以發現 S&P500 股價指數與 S&P500 期貨指數之走勢成同方向變動，由此可見 S&P500 股價指數期貨可作為 S&P500 股價指數避險的良好工具。

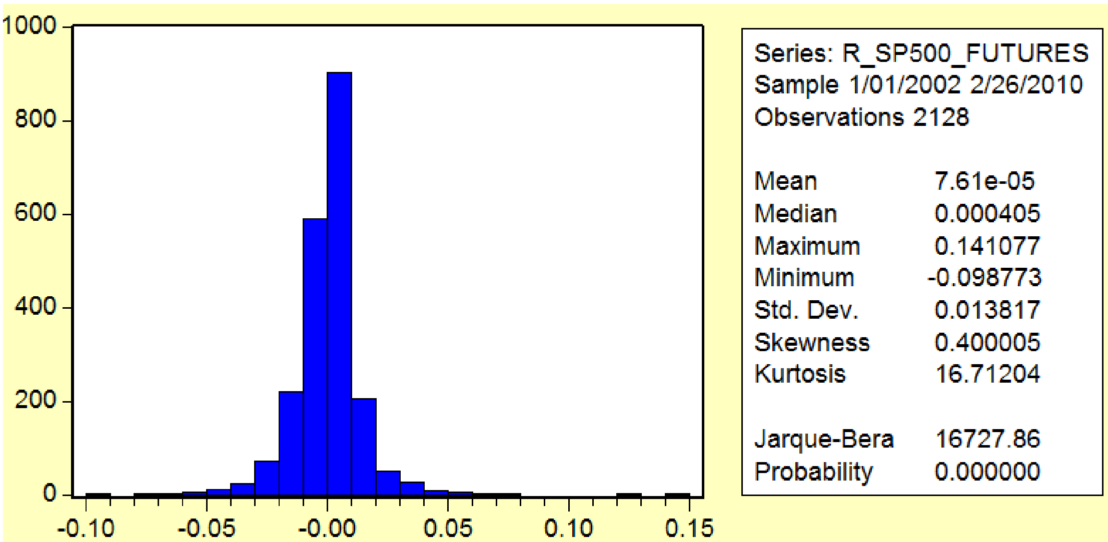
由於金融海嘯的影響，造成股票與期貨價格下跌，如《圖 4.4》、《圖 4.6》在 2007-2009 年間呈現大幅下跌的情形，除此之外，在《圖 4.7》、《圖 4.9》中也可觀察到此段期間之股票報酬率和期貨報酬率呈大幅度的變動，而債券是相對保守的投資商品，因此由《圖 4.8》之債券報酬率的變動可看出相對於股票以及期貨，債券較無太大的起伏。



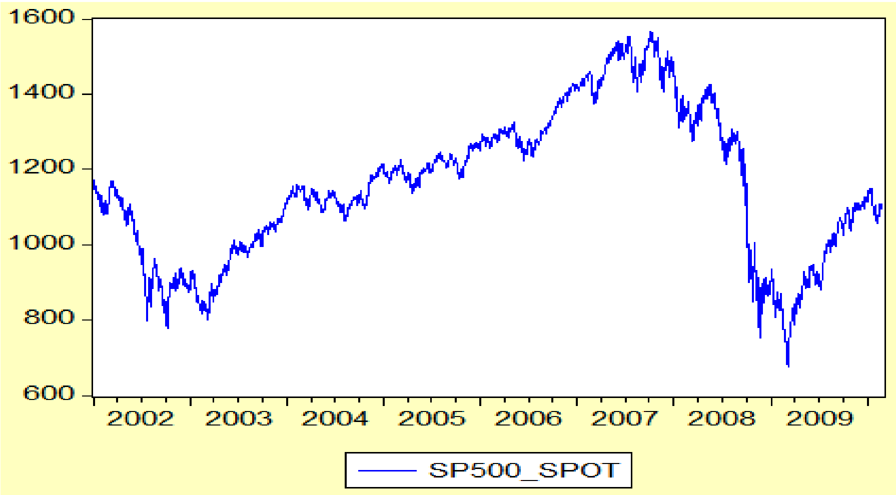
《圖 4.1》S&P500 股票報酬率分析圖



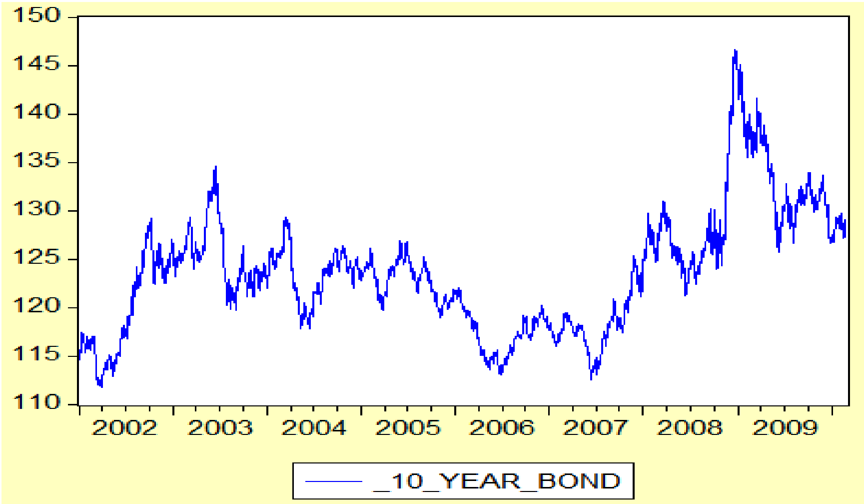
《圖 4.2》美國政府十年期公債報酬率分析圖



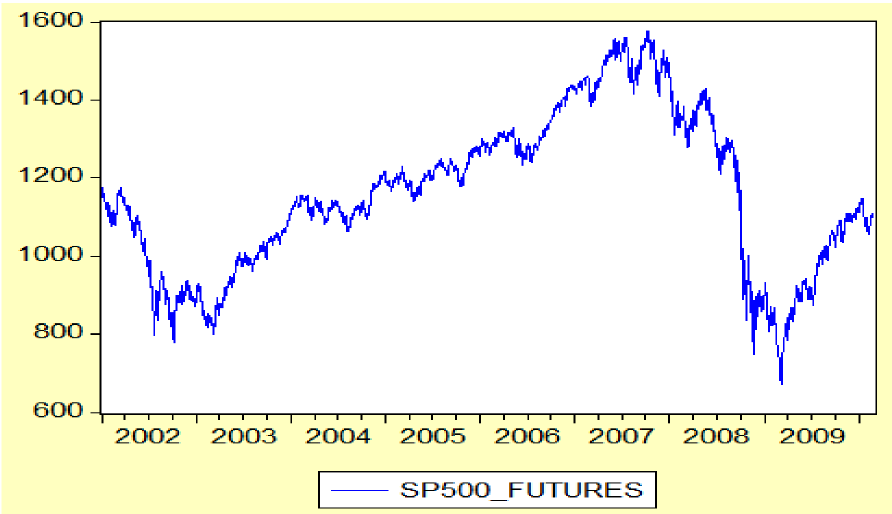
《圖 4.3》S&P500 期貨報酬率分析圖



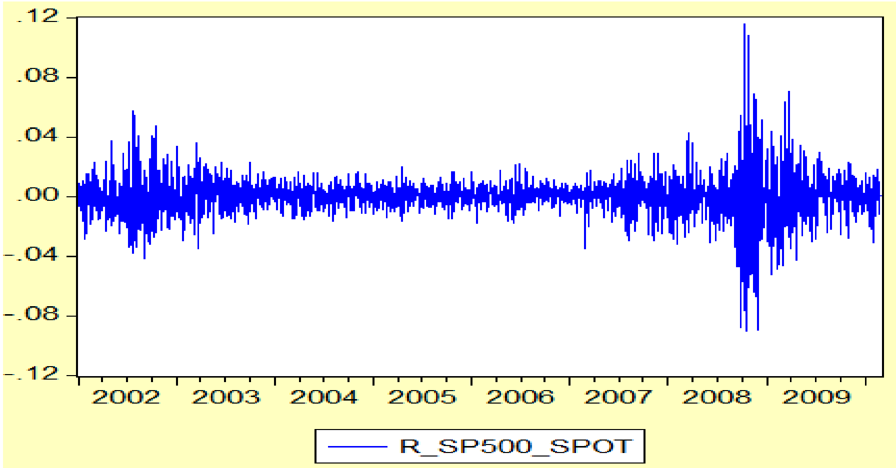
《圖 4.4》S&P500 股價指數走勢圖



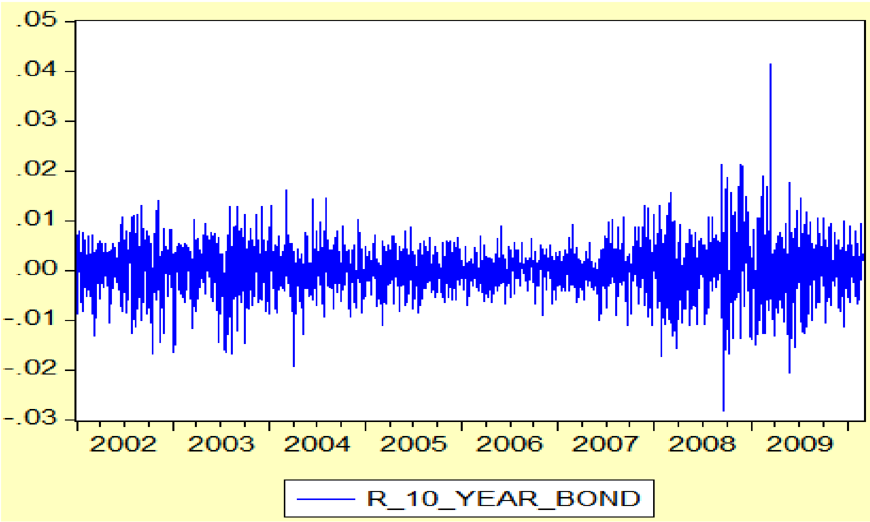
《圖 4.5》美國政府十年期公債走勢圖



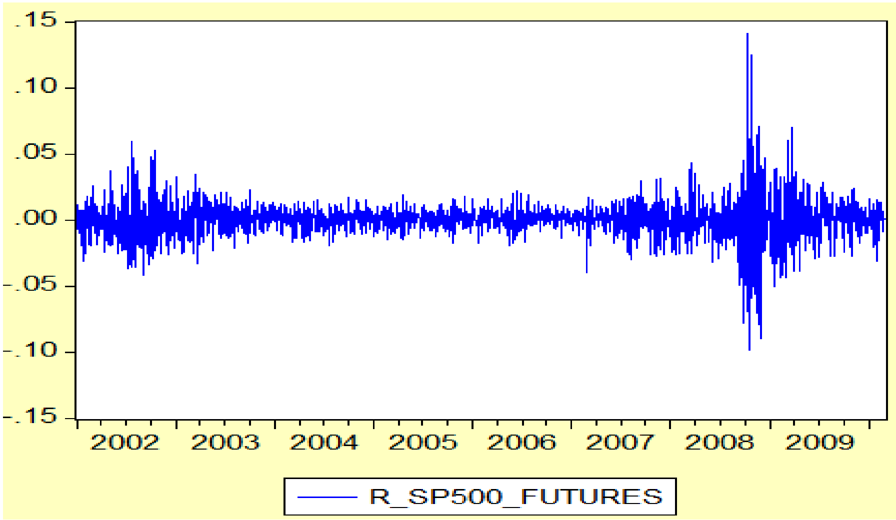
《圖 4.6》S&P500 期貨指數走勢圖



《圖 4.7》S&P500 股票報酬率示意圖



《圖 4.8》美國政府十年期公債報酬率示意圖



《圖 4.9》S&P500 期貨報酬率示意圖

表 4.1 敘述統計分析資料彙整

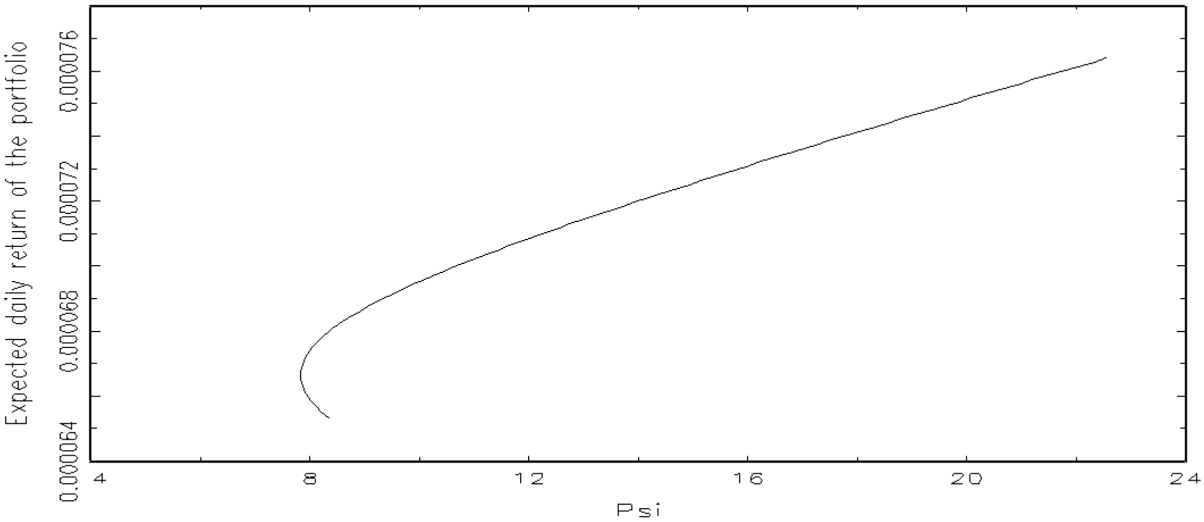
	Daily
S&P 500 股價指數	
資料筆數	2128
平均報酬率	0.0000764
報酬率標準差	0.013755
最大報酬率	0.115800
最小報酬率	- 0.090350
報酬率偏態係數	0.102058
報酬率峰態係數	12.75611
美國十年期政府公債指數	
資料筆數	2128
平均報酬率	0.0000653
報酬率標準差	0.005118
最大報酬率	0.041362
最小報酬率	- 0.028326
報酬率偏態係數	0.098932
報酬率峰態係數	6.581693
S&P 500 股價指數期貨	
資料筆數	2128
平均報酬率	0.0000761
報酬率標準差	0.013817
最大報酬率	0.141077
最小報酬率	- 0.098773
報酬率偏態係數	0.400005
報酬率峰態係數	16.71204

說明：本表彙整了 S&P 500 股價指數，美國十年期政府公債指數和 S&P 500 股價指數期貨的統計資料，資料期間為 2002 年 1 月 1 日至 2010 年 2 月 26 日。

4.2 控制風險值下的最適投資組合

本研究以 S&P500 股價指數及美國十年期政府公債指數等兩項主要投資標的進行資產配置，投資組合的風險會依不同投資權重而有不同。根據 (3.14) 式，$\varphi(\alpha, p)$ 符合相對 *VaR* 的觀念，故可用來衡量投資組合的下方風險。為觀察投資組合特性隨不同資產配置變化的情形，本文以 $\varphi(\alpha, p)$ 衡量投資組合的風險，並將不同資產配置下的風險-預期報酬關係 (*VaR* 效率前緣) 彙總於《圖 4.10》。由《圖 4.10》可以很清楚的觀察

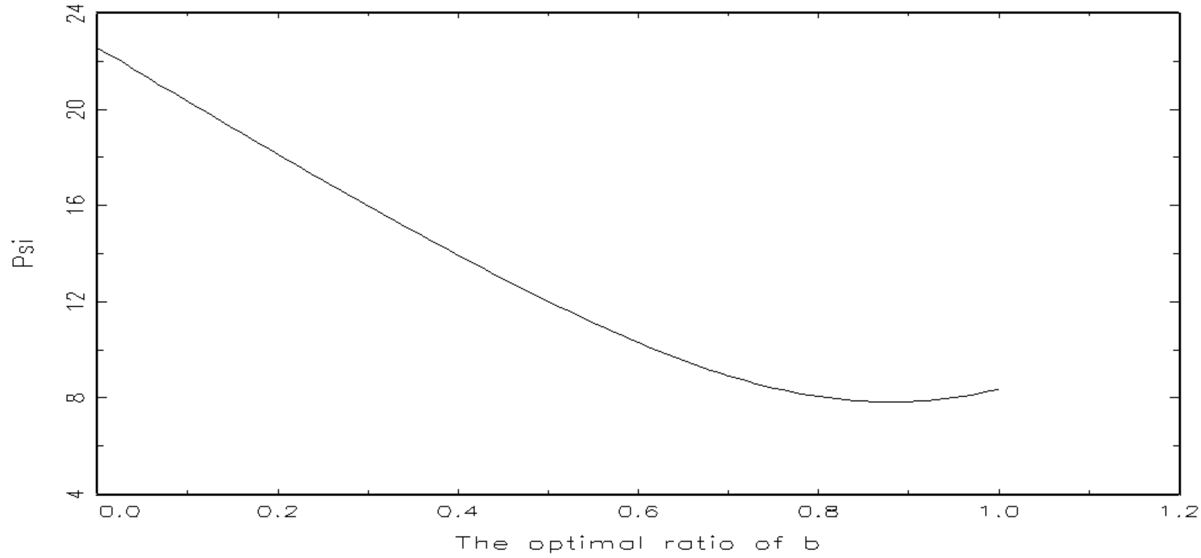
到，風險和報酬之間存在著抵換關係 (risk-return trade-off)，當投資組合的預期報酬越高，其隱含的下方風險通常也越大。



《圖 4.10》95%信賴水準下，*VaR* 效率前緣

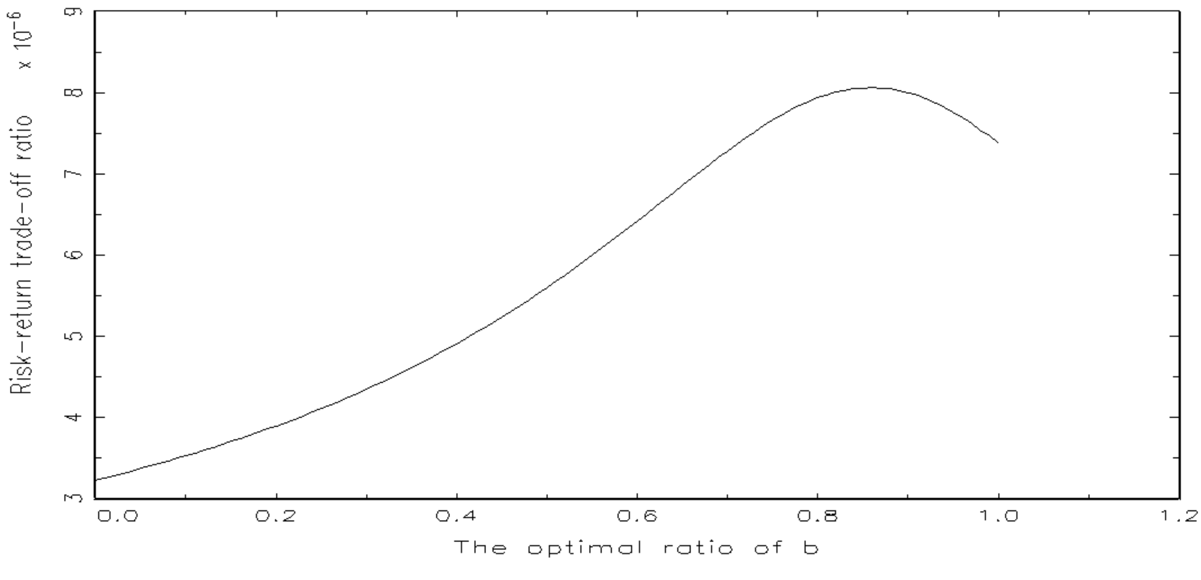
說明: 此圖描繪由 S&P500 股票指數和美國十年期政府公債所組成的投資組合，其代表著 risk-return trade-off 的關係。其中，股價與債券報酬率均假設服從常態分配，橫軸的下方風險則是由 95%的信賴水準下估算而來。資料期間為 2002 年 1 月 1 日至 2010 年 2 月 26 日。

我們進一步將債券的投資比重 b 對下方風險 $\varphi(\alpha, p)$ 及夏普指數的影響分別繪製於《圖 4.11》與《圖 4.12》。由《圖 4.11》可發現，當債券的投資比重接近 86%時，下方風險 $\varphi(\alpha, p)$ 值達到最低，此後，隨著債券投資比重上升，下方風險也會隨之上升。《圖 4.12》也有類似的現象，即承擔每單位風險所獲得的風險溢酬在債券投資比重接近 86%時達到最大，隨後隨著債券投資比重上升，夏普指數值有反轉現象。由此可見，若沒有 *VaR* 風險控管的考量下，最適的投資比重應該是將 86%的資金投資於債券，剩餘 14%資金則投資於股票，在 95%的信賴水準下，此時所對應的最大財富損失為 0.7836%。



《圖 4.11》95%信賴水準下，在不同的風險程度下中，債券所配置的比例

說明: 此圖由 S&P500 股票指數和美國十年期政府公債所組成的投資組合。股價與債券報酬率均假設服從常態分配，縱軸的下方風險則是在 95%的信賴水準下估算而來。資料期間為 2002 年 1 月 1 日至 2010 年 2 月 26 日。



《圖 4.12》95%信賴水準下在不同的$S(\tilde{p})$下，債券所配置的比例

說明: 此圖由 S&P500 股票指數和美國十年期政府公債所組成的投資組合。股價與債券報酬率均假設服從常態分配，縱軸的下方風險則是在 95% 的信賴水準下估算而來。資料期間為 2002 年 1 月 1 日至 2010 年 2 月 26 日。由此圖可發現，$S(\tilde{p})$ 值會隨著債券投資比重增加而提高，但當債券投資比例超過 86% 時，$S(\tilde{p})$ 即開始反轉減少。

表 4.2　不同信賴水準下最適投資組合之 *VaR* 預測

Confidence level(%)	
Daily	**<u>Campbell et al.</u>**
α **(%)**	**Portfolio *VaR***
90	-5.231819
95	-7.835525
96	-8.343976
97	-8.969052
98	-9.799982
99	-11.109631

說明:此表所使用的資料為 S&P500 股價指數和美國十年期政府公債，期間為 2002 年 1 月 1 日至 2010 年 2 月 26 日。包含美國股票與債券的最適資產配置比例在 (3.14) 式為最大值時求得。而無風險報酬為 1-3 個月期的美國國庫券 (0.0004%)，投資組合裡每千元的資產最大損失的持有期間是以日來計算。

我們根據 Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 的方法找出不同信賴水準下的最適投資組合，以及未進行風險控管下投資組合隱含的 *VaR*，並將結果彙總於表 4.2。舉例而言，投資者若選擇 95%信賴水準，則投資人每千元資產的最大損失為 7.835525 元。我們可以從表 4.2 看到，在不同的信賴水準下，其投資組合的風險也會有所不同，信賴水準愈高，則投資人每千元資產的最大損失也愈高。

根據 Campbell, Huisman and Koedijk (2001)，投資人應先依據各資產的報酬與風險決定最適投資組合，再依其風險偏好決定投資此最適投資組合的金額，剩餘資金則投資於無風險資產，表 4.3 彙總在 95%的信賴水準下，依據 Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 的方法，不同風險容忍度的投資人之最適投資比重。

表 4.3 Campbell et al. (2001) 之最適投資組合，$\alpha = 0.95$

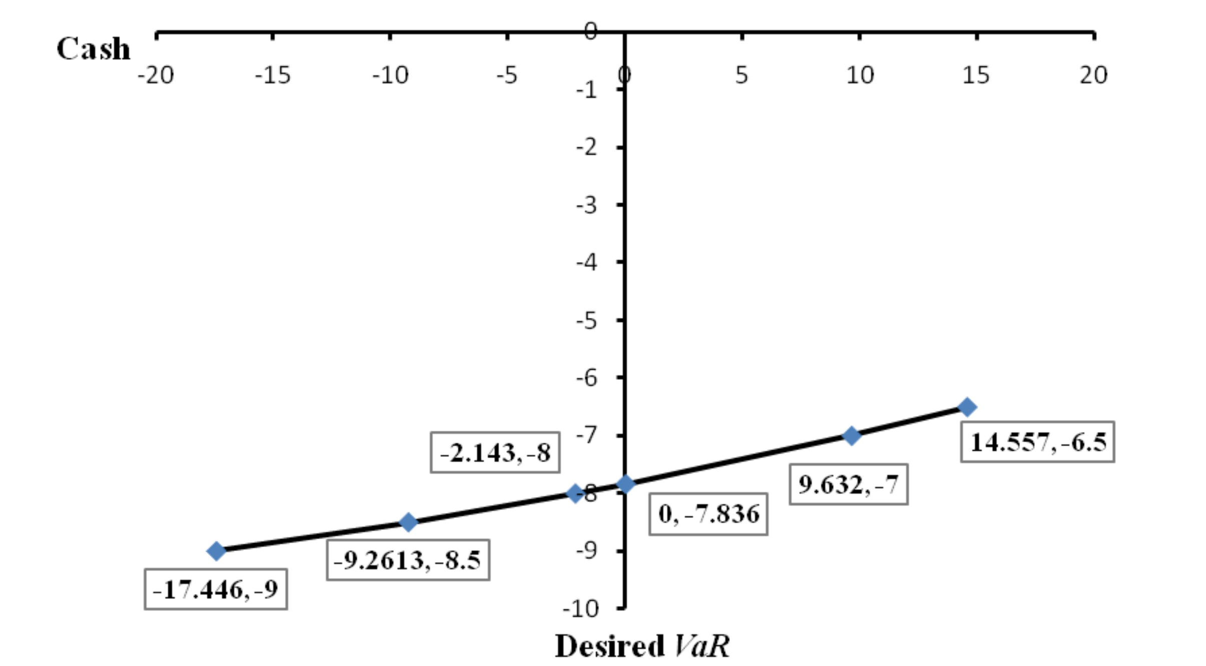
Desired *VaR*	**Stock(%)**	**Bonds(%)**	**Cash(%)**	***S(p)*** (單位 $\frac{1}{1,000}$ %)
-6.5	11.962	73.481	14.557	1.137
-7	12.652	77.717	9.632	0.998
-7.836	14.000	86.000	0.000	0.806
-8	14.300	87.843	-2.1430	0.773
-8.5	15.297	93.965	-9.2613	0.680
-9	16.442	101.004	-17.446	0.598

說明: 1. 若不對 *VaR* 進行控管，95%信賴水準下的最佳投資組合之 *VaR* 的值為-0.7836%。

2. 此表所求之 $S(p)$ 由 (3.14) 式求得。

3. 此表所使用的資料為 S&P500 股價指數和美國十年期政府公債，期間為 2002 年 1 月 1 日至 2010 年 2 月 26 日。期初財富假設為 1,000。透過事前設定的 *VaR* (Desired *VaR*)，投資人可找到其對應的最適投資組合。

由表 4.3 中，我們可以看到不同風險屬性的投資人之資產配置結果。首先，當投資人可忍受的風險值為-0.7836%時，此時投資人可忍受的風險值與表 4.2 中所示未進行風險控管下最適投資組合所隱含的風險值同，故此時不需利用無風險資金進行借貸，現金部位的投資比重為零。若投資人的風險容忍度高於-0.7836%，例如當 Desired *VaR* 為-0.85%時，其配置在股票、債券及無風險資產的比例分別為 15.297%，93.965%及-9.2613%。Cash 部位為負的值是因為投資人的風險容忍度高，因此投資人會借資金來投資風險性資產，以增加其風險性溢酬，為積極型的資產配置。然而當投資人的風險容忍度低於-0.7836%時，如 Desire *VaR* 為 -6.5%時，其配置在股票、債券及無風險資產的配比分別為 11.962%，73.481%和 14.557%，Cash 部位的結果是正值，顯示投資人會將資金投資在無風險資產上，為穩健型的資產配置。



《圖4.13》95%信賴水準下，無風險借貸比例

說明: 此圖之數據資料來源為表 4.3。信賴水準定為 95%，藉由 Desire *VaR* 與 Cash 之間的關係，可以清楚觀察投資人如何利用無風險性資產的投資來調整投資組合的風險至其希望的 VaR 水準。由圖中我們可以發現，當 Desire *VaR* 負的程度愈高，即投資人在進行資產配置時，願意承受的損失愈大。此時投資人會借錢來投資在風險性資產以增加其風險性溢酬。

上述在 95%信賴水準下， Desired *VaR* 與 Cash 之間的關係，我們可以用《圖 4.13》來表示。圖中我們可以觀察到，當投資人的風險容忍度越高，配置在無風險資產的比重會越低，甚至還可能借款來投資風險性資產，以增加其風險性報酬。

表 4.4　The proposed method 之最適投資組合， $\alpha = 0.95$

The proposed method				
Desired *VaR*	**Stock(%)**	**Bonds(%)**	***h*** **(%)**	***S(p)*** (**單位** $\frac{1}{1000}$ **%**)
-6.5	30	70	18.631	0.781
-7	24	76	11.797	0.790
-7.836	15	85	0.902	0.799
-8	13	87	-1.240	0.800
-8.5	8	92	-7.514	0.802
-9	2	98	-13.866	0.804

說明: 1. 若不對 *VaR* 進行控管，95%信賴水準下的最佳投資組合之 *VaR* 的值為-0.7836%。

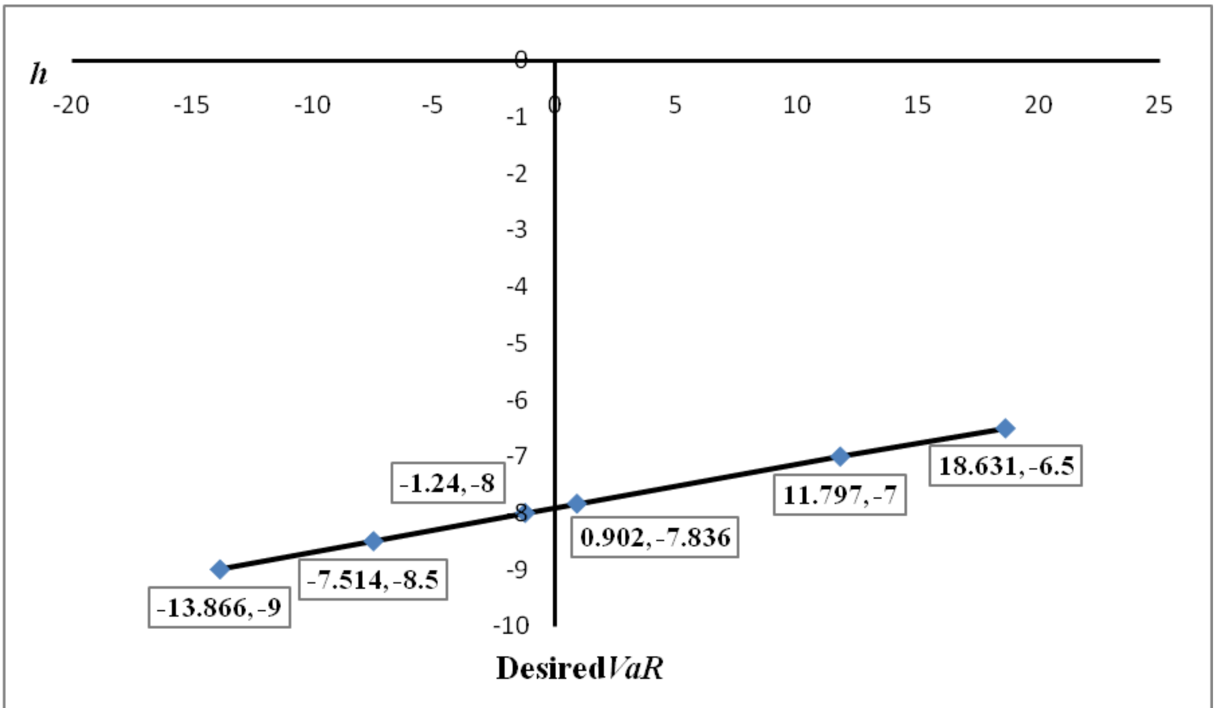
2. 此表所求之 $S(\tilde{p})$ 由 (3.11) 式求得。

3. 此表所使用的資料為 S&P500 股價指數、美國十年期政府公債和 S&P500 股價指數期貨，期間為 2002 年 1 月 1 日至 2010 年 2 月 26 日。期初財富假設為 1,000。透過事前設定的 *VaR*，投資人可找到其對應的最適投資組合。

若投資人的風險屬性不符合此投資組合的風險， Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 建議可透過無風險借貸來調整整體資產配置的 *VaR*，本研究則提出以期貨進行部分避險來達到投資人設定的 *VaR*。

表 4.4 彙總在 95%信賴水準下，期貨控管資產配置法的資產配置績效。由表 4.4 中，我們同樣可以看到不同風險屬性的投資人在期貨控管資產配置法下之資產配置結果。首先，當投資人可忍受的風險值為-0.7836%時，此時投資人可忍受的風險值與表 4.2 中所示未進行風險控管下最適投資組合所隱含的風險值同，故此時不需利用無風險資金進行借貸，期貨避險比例僅為 0.902%。但當投資人可忍受的風險高於-0.7836%，以 Desired *VaR* 為 -0.85%為例，期貨控管資產配置法建議配置在股票、債券及期貨的比例分別為 8%，92%及-7.514%。期貨部位為負的值是因為投資人的風險容忍度高，因此投資人會買進期貨來增加風險性資產，以提高其風險性溢酬，此為積極型的資產配置。然而當 Desire *VaR*

為 -6.5%時，表示此投資人為風險容忍度偏低，其配置在股票、債券及期貨的配比分別為 30%，70%和 18.631%，期貨部位的結果是正值，顯示風險趨避者會放空期貨來達到避險的效果，為穩健型的資產配置。比較表 4.3 與表 4.4 可發現，當投資人的風險承受度大於-0.7836% 時，本文所提的期貨控管資產配置法的夏普指數高於 Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 的方法。由於夏普指數代表投資人承擔每單位風險可獲得的風險溢酬，故此一結果顯示，當投資人可忍受的風險程度愈高，則透過期貨進行部份避險所得到的資產配置績效會優於 Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 的方法。



《圖4.14》95%信賴水準下，期貨避險比例

說明：此圖之數據資料來源為表 4.4。信賴水準定為 95%。藉由 Desire *VaR* 與 *h* 之間的關係，可以清楚觀察投資人如何利用期貨契約來調整投資組合的風險至其希望的 VaR 水準。由圖中我們可以發現，當 Desire *VaR* 負的程度愈高，即投資人在進行資產配置時，願意承受的損失愈大。因此投資人會買進期貨來投資在風險性資產以增加其風險性溢酬。

上述在 95%信賴水準下， Desired *VaR* 與 *h* 之間的關係，我們可以用《圖 4.14》來表示。圖中我們可以觀察到，當投資人所能承受的風險愈高，其不僅會減少放空期貨去做避險，而且還會買進期貨來增加風險性資產，以提高其投資組合之報酬。

表 4.5　Campbell et al. (2001) 之最適投資組合，$\alpha = 0.99$

Desired *VaR*	Stock(%)	Bonds(%)	Cash(%)	*S(p)*(單位 $\frac{1}{1000}$ %)
-9	11.766	72.279	15.954	0.835
-9.5	12.229	75.120	12.651	0.761
-10	12.729	78.193	9.078	0.695
-11.11	14.000	86.000	0.000	0.569
-12	15.219	93.490	-8.710	0.484
-12.5	16.002	98.298	-14.300	0.442

說明: 1. 若不對 *VaR* 進行控管，99%信賴水準下的最佳投資組合之 *VaR* 的值為-1.111%。

2. 此表所求之 $S(p)$ 由 (3.14) 式求得。

3. 資料來源同表 4.3。

表 4.6　The proposed method 之最適投資組合，$\alpha = 0.99$

The proposed method				
Desired *VaR*	**Stock(%)**	**Bonds(%)**	***h* (%)**	***S(p)*(單位 $\frac{1}{1000}$ %)**
-9	31	69	20.436	0.550
-9.5	27	73	15.579	0.555
-10	23	77	10.826	0.559
-11.11	14	86	0.537	0.565
-12	8	92	-7.349	0.567
-12.5	4	96	-11.813	0.568

說明: 1. 若不對 *VaR* 進行控管，99%信賴水準下的最佳投資組合之 *VaR* 的值為-1.111%。

2. 此表所求之 $S(\tilde{p})$ 由 (3.11) 式求得。

3. 資料來源同表 4.3。

表 4.5與表 4.6則彙總在99%信賴水準下，Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 與期貨控管資產配置法的資產配置績效。首先，由表 4.2 可知，未進行風險控管下最適投資組合所隱含的風險值為-1.11%，故當投資人預先設定的風險值與此隱含風險值相同時，表 4.5 中顯示現金投資比重為 0%，而在期貨控管資產配置法下的期貨避險比例則僅為 0.537% (見表 4.6)。隨著投資人風險容忍度越高，如表 4.5 所示，Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 方法所得到的現金投資比重越低，甚至可能出現借入無風險資金投資於風險性資產的情形。本文所提出的期貨控管資產配置法也有類似的情況，表 4.6 中顯示期貨避險比例會隨著投資人風險容忍度提高而下降，甚至可能出現以期貨長部位投資來提高整體投資組合風險的情形。

比較表 4.5 與表 4.6 亦可發現，當投資人的風險承受度大於-1.11% 時，本文所提的期貨控管資產配置法的夏普指數高於 Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 的方法。由於夏普指數代表投資人承擔每單位風險可獲得的風險溢酬，故此一結果顯示，風險容忍程度高的投資人，運用本文所提出的期貨控管資產配置法可獲得較佳的投資績效。

第五章 結論

本篇論文沿襲 Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 的議題，探討如何在下方風險 *VaR* 的限制下，進行資產配置決策。本研究將期貨導入 Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 的模型架構，惟不同於 Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 利用無風險借貸的方式調整整體資產配置的 *VaR*，本文透過期貨部分避險使整體資產配置達到投資人要求的 *VaR* 水準，並推導出透過期貨調整 *VaR* 的部份避險比例公式。求出在各種 *VaR* 限制下的最適投資組合，利用 S&P500 股價指數、美國十年期政府公債指數及 S&P500 股價指數期貨進行資產配置的結果顯示，當投資組合的預期報酬愈高，其隱含的下方風險通常也愈大。風險容忍程度高的投資人運用本文所提出的期貨控管資產配置法可以獲得較佳的投資績效，因此本文所挑選的最適投資組合優於 Campbell, Huisman and Koedijk (2001) 方法的最適投資組合。

參考文獻

Arzac, E.R. and Bawa, V.S. (1977), “Portfolio Choice and Equilibrium in Capital Markets with Safety-First Investors,” *Journal of Financial Economics*, 4, 277-288.

Campbell, R., Huisman, R. and Koedijk, K. (2001), “Optimal Portfolio Selection in a Value-at-Risk Framework,” *Journal of Banking and Finance*, Sep, 1789-1803.

Duarte, A.M. and Alcantara, S.D.R. (1999), “Mean-Value-at-Risk Optimal Portfolios with Derivatives,” *Derivatives Quarterly*, 56-64.

Ederington, L. H. (1979), “The Hedging Performance of the New Futures Markets,” *Journal of Finance*, 34(1), 157-170.

Johnson, L. (1960), “The Theory of Hedging and Speculation in Commodity Futures,” *Review of Economic Studies*, 27, 139-151.

Jorion, P. (1997), “Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Derivatives Risk,” *McGraw-Hill, New York.*

Leibowitz, M.L. and Kogelman, S. (1991), “Asset Allocation under Shortfall Constrains,” *Journal of Portfolio Management*, 17, 18-23.

Lucas, A. and Klaassen, P. (1998), “Extreme Returns, Downside Risk, and Optimal Asset Allocation,” *Journal of Portfolio Management*, 25(1), 71-79.

Markowitz, H.M. (1952), “Portfolio selection,” *Journal of Finance*, 7(1), 77-91.

Roy, A.D. (1952), “Safety-First and the Holding of Assets,” *Econometrica*, 431-449.

Cecchetti, S.G., Cumby, R.E. and Figlewski, S. (1988), “Estimation of the Optimal Futures Hedge,” *The Review of Economics and Statistics*, 70(4), 623-630.