

東海大學管理學院財務金融研究所

碩士論文

無模型設定隱含波動度之實證研究：

以歐洲美元期貨選擇權為例

An Empirical Studies of the Model-Free Implied

Volatility-use Eurodollar futures option

指導教授：郭一棟 博士

王凱立 博士

研究生：藍森田

中華民國九十九年七月

## 摘 要

Britten-Jones and Neuberger(2000)推導出當標的資產價格在服從擴散過程假設之下的無模型設定的隱含波動度模型。Jiang and Tian (2005)進一步的將無模型設定隱含波動度推廣，當標的資產價格在服從跳躍-擴散過程假設之下的無模型設定的隱含波動度模型。本文主要根據Jiang and Tian (2005)將無模型設定的隱含波動度應用在S&P500指數選擇權的方法，改以CBOE VIX White Paper (2009)計算VIX指數方式求算無模型設定的隱含波動度，並應用HJM模型反求隱含波動度，以觀察無模型設定的隱含波動度應用在利率選擇權上是否能有相同效果，而本文以歐洲美元期貨選擇權為研究對象檢驗隱含波動度的預測能力及其所包含的資訊，結果發現由歐洲美元期貨選擇權所算出的隱含波動度沒有Jiang and Tian (2005)使用S&P500指數選擇權的預測能力高，而無模型設定隱含波動度相對歷史波動度仍具有資訊效率性但無法包含所有HJM隱含波動度資訊，卻包含所有歷史波動度的資訊，且無模型設定隱含波動度相對HJM隱含波動度不具資訊效率性。而在考慮結構性轉變之後，HJM隱含波動度反而包含了未來波動度的重要資訊，且在結構性轉變後之HJM隱含波動度同時包含所有無模型設定隱含波動度資訊及歷史波動度的資訊。

關鍵詞彙：無模型設定隱含波動度、HJM模型隱含波動度、歐洲美元期貨選擇權、結構性轉變、資訊內涵

## Abstract

Britten-Jones and Neuberger( 2000 )derived the model-free implied volatilities under the assumption that the price of underlying asset follows diffusion process. Jiang and Tian ( 2005 ) further extend the above model-free implied volatility to asset price process with jumps and develop a simple method for implementing the model-free implied volatility. This paper follows CBOE VIX White Paper (2009) calculated VIX as model-free implied volatilities instead of Jiang and Tian (2005) derived model-free implied volatilities from S&P500 index options. We want to know whether the model-free implied volatilities have the same effect in interest rate options or not? In addition, we perform a direct test of the informational efficiency of interest rate options market using model-free implied volatilities.

Our results from Eurodollar futures options suggest that model-free implied volatilities can not subsume all information contained in the HJM implied volatilities and are not more efficient forecast for future realized volatilities. However, model-free implied volatilities can subsume all information contained in past realized volatilities.

We further considered the structural breaks. After structural breaks HJM implied volatilities subsume all information contained in model-free implied volatilities and past realized volatilities and are more efficient forecast for future realized volatilities.

Keywords: Model-Free Implied Volatility, HJM Implied Volatility, Eurodollar futures option, structural breaks, information content

# 目錄

摘要.....	I
Abstract.....	II
目錄.....	III
表目錄.....	III
圖目錄.....	III
第壹章 緒論.....	1
第一節、研究動機.....	1
第二節、研究目的.....	5
第貳章 相關文獻探討.....	6
第一節、隱含波動度相關文獻.....	6
第二節、結構性轉變相關文獻.....	8
第參章 研究方法.....	11
第一節、無模型設定的隱含波動度.....	11
第二節、HJM 隱含波動度.....	14
第三節、已實現波動度和歷史波動度.....	15
第四節、結構性轉變檢定.....	16
第肆章、實證結果分析.....	18
第一節、研究樣本與資料來源.....	18
第二節、樣本分析.....	19
第三節、隱含波動度的內含資訊.....	21
第四節、迴歸分析模型.....	22
第五節、波動度預測模型的實證分析.....	23
第六節、結構性轉變檢定之實證分析.....	31
第伍章、結論.....	37
參考文獻.....	39

## 表目錄

《表 1》各隱含波動度的敘述統計量 .....	20
《表 2》30 天期波動度的相關性矩陣.....	20
《表 3》30 天期波動度 $\sigma_t$ 之單變量迴歸(univariate regression)和包含迴歸 (encompassing regression)結果(OLS).....	28
《表 4》30 天期波動度變異數 $V_t$ 之單變量迴歸(univariate regression)和包含迴 歸(encompassing regression)結果(OLS).....	29
《表 5》30 天期取對數波動度 $\ln(\sigma_t)$ 之單變量迴歸(univariate regression)和包 含迴歸(encompassing regression)結果(OLS) .....	30
《表 6》結構性轉變前之 30 天期取對數波動度 $\ln(\sigma_t^B)$ 單變量迴歸(univariate regression)和包含迴歸(encompassing regression)結果(OLS) .....	35
《表 7》結構性轉變後之 30 天期取對數波動度 $\ln(\sigma_t^A)$ 單變量迴歸(univariate regression)和包含迴歸(encompassing regression)結果(OLS) .....	36

## 圖目錄

《圖 1》不同預測模型之波動度與真實波動度之走勢圖 .....	21
《圖 2》移動式 Chow test 之趨勢圖 .....	31

# 第壹章 緒論

## 第一節、研究動機

波動度的變化是金融資產的主要風險之一，一直以來不管在學術界或是實務上都受到相當的關注，其在衍生性金融商品定價、避險、交易策略擬定以及風險控管上的影響甚鉅。自從1973年Black and Scholes提出歐式買權選擇權評價模式後，為選擇權評價模式開啓研究熱潮，而在任何評價模式當中，決定選擇權理論價格之因素不外乎：標的資產的現貨價格、履約價格、價格波動率、到期日長短、利率等，其中只有波動率是唯一無法直接從市場上觀察到的參數，而必須使用估計方法來衡量。到目前為止學者研究利率衍生性商品波動的估計方法大致分成幾種：(一)、從過去歷史資料計算而得的歷史波動度（History Volatility）。(二)、從理論模型反推的隱含波動度，如HJM隱含波動度（Heath-Jarrow-Morton Implied Volatility）、LIBOR隱含波動度。(三)、不需根據任何特定的選擇權訂價模型進行波動度的估計的無模型設定的隱含波動度（Model-Free Implied Volatility）。其中又以無模型設定的隱含波動度為當前最熱門的議題。

所謂隱含波動度（implied volatility; implied standard derivation, ISD）是指將選擇權市價代入理論模型中，所倒推計算出來的波動率，因為選擇權價格反映市場參與者對於標的資產未來動向的預期，一般都認為隱含波動率具有預測未來波動率資訊的能力，但有關歷史波動率與隱含波動率何者比較能評價選擇權價格，以及隱含波動率的變化是否能預測選擇權的價格，過去實證結果眾說紛紜，如 Day and Lewis(1992)、Canina and Figlewski(1993)認為隱含波動度與歷史波動度預測能力上無明顯差異；而 Jorion(1995)、Christensen and Prabhala(1998)、Fleming(1998)等人則認為隱含波動率率預測能力優於歷史波動率，雖是有偏誤的估計式，但是個預測市場波動的很好代理方式(proxy)。Fitzgerald（1999）則指出選擇權的價值衡量中，權利金（選擇權價格）並非是唯一的標準，經由選擇權價格所反推出的隱含波動度對其價值的衡量更為準確，因為隱含波動度是考慮了所有影響選擇權價格的主要因素後所反推得出的。近期許多

文獻都支持隱含波動度對於未來波動度有顯著的預測能力，Poon and Granger (2003) 整理出近代金融研究的二大重要研究主題，分別是隱含波動度能否合理化預測未來的真實波動度 (realized volatility) 及探究隱含波動度的資訊內涵，文獻中亦提出隱含波動度會優於歷史波動度。Harvey and Whaley(1992)則指出隱含波動率(Implied Volatility, IV)能反應市場對波動率的預期，因價平選擇權包含最多波動率的資訊，而且對波動率的變動最敏感，所以利用價平選擇權反推算求得的隱含波動率可包含最多的市場交易訊息，較能反應當時的市場波動情形，但時間不一致的問題會造成買權與賣權波動率產生系統上的偏誤。另外，不管是在學術研究或是實務運作，關於評價利率衍生性金融商品的議題皆受到熱烈的探討與應用。國外相關的文獻像是 Amin and Morton (1994) 與 Cakici and Zhu (2001) 分別在 HJM 模型架構下，以不同種類的波動度來評價歐洲美元期貨選擇權 (Eurodollar Futures Option)；Joshi and Rebonato (2001) 考慮遠期利率的隨機瞬間波動度，呈現一個替代性擴散延伸的 LIBOR 市場模型 (displaced-diffusion extension of the LIBOR market model)，評價歐式交換選擇權、Christiansen and Hansen (2002) 應用 LIBOR 市場模型去比較三種不同波動度來分析 IRX 選擇權 (標的物為 13 週國庫券短期利率的歐式選擇權) 的隱含波幅。

因為隱含波動度可以反映出在訂價模型參數所沒有的資訊，如流動性、買賣價差、交易成本、稅負、非同步價格、交易員的個別預測等，因此從選擇權價格而得之隱含波動度，廣泛的被認為是比歷史波動度來的更有資訊。然而隱含波動度也有其缺點，波動度大小會受到不同的履約價格、不同到期日、不同價性(價內外)，甚至不同種類(買權或賣權)的選擇權影響，而最大的問題則是具有波動度微笑<sup>1</sup>(volatility smiles)的問題，因此在避險和定價操作的實務上運用隱含波動度仍會產生疑慮。

當此類議題受到眾多學者注意時，Britten-Jones and Neuberger (2000) 率先提出無模型設定的隱含波動度，在假設標的資產價格服從擴散過程 (diffusion process) 下推導此一模型。隨後Jiang and Tian (2005) 則進一步將其推廣至標的資產價格服從的是跳躍

---

<sup>1</sup> 波動度微笑是指在相同的到期日、相同的履約價格下，價內選擇權的隱含波動度會高於價外選擇權的隱含波動度。

—擴散過程 (Jump-diffusion process) 利用無模型設定之隱含波動度及S&P500指數選擇權資料去檢驗市場的效率性，檢驗結果顯示因為無模型設定的隱含波動度使用了不同的履約價格的選擇權的資訊而得，因此相較於其他模型而言，無模型設定的隱含波動度對於未來波動度的預測上保留了較多的資訊。無模型設定的隱含波動度與傳統的隱含波動度衡量方法最大不同的地方在於無模型設定的隱含波動度不根據任何特定的選擇權訂價模型進行波動度的估計，計算上也較為方便。也因此無模型設定之隱含波動度成為近代受到注目之議題，無模型設定之隱含波動度應用在實務上，最廣為人知莫過於芝加哥選擇權交易所(Chicago board options exchange, CBOE)推出的VIX指數<sup>2</sup>(volatility index)，自從芝加哥選擇權交易所在1993年推出以S&P100指數選擇權為基礎的波動度指標VXO，就提供市場參與者一個標準化的波動度，且克服了隱含波動度的缺點，Whaley(2000)認為，該指標可視為市場參與者對於後市波動程度的預期看法，波動度指標上揚，表示市場參與者預期後市價格波動程度加劇，也同時反映其不安的心理狀況，此時標的指數需要更大的折價幅度來吸引投資者，因此當波動度指標達到最高點時，往往是標的指數的相對低點；相反地，波動度指標下降，反映市場參與者預期後市價格波動趨於和緩，故被稱為市場的"恐慌指標"(The investor fear gauge)。到了2003年首度以S&P500指數為基礎重新編制波動度指標VIX，隨後CBOE陸續對VIX計算公式做了修改，但根據CBOE VIX White Paper (2009)發表的VIX計算過程中，VIX遂已成為無模型設定隱含波動度。而早期有關VIX的實證研究如Fleming, Ostdiek and Whaley(1995)實證發現VIX與同時間的股票市場報酬呈現高度負相關及擁有非對稱的關係，當股市指數下跌時，VIX變化量會較市場上漲時所造成的，VIX變化量來的大。Low (2000) 實證發現指數報酬下跌時，波動度指數增量高於指數報酬上漲時波動度指數的減量，也就是，波動度指數對於指數下跌時的敏感度高於指數上漲時敏感度，亦言之，市場風險感受與報酬之間呈現非對稱關係。James(2001)研究VIX指數，可以用來預測市場波動率而非市場的變動方向，當VIX趨於低檔時，價格變動區間預期會擴大，當VIX指數過高時，價

<sup>2</sup> CBOE 推出 VXO 之後，為了能夠推出波動率相關的衍生性商品，在 2003 年 9 月修正 VXO 算法而推出 VIX 指數，在此之前，1993 年所推出的波動率指標即已稱為 VIX，而 2003 年的新的 VIX 指數出現後，原來舊制算法之 VIX 則改名為 VXO 以作區分。



格的變動範圍預期將會縮小。

由於無模型設定隱含波動度在直接檢定選擇權市場的資訊效率性，比起聯合檢定市場效率及有假設的選擇權定價模型較為容易，且無模型設定隱含波動度總合了不同履約價格下之資訊，在資訊上更有效率性，且全球衍生性金融商品中，利率衍生性金融商品2009年交易量高達3,204百萬口，排名第三，僅次於權益指數型(Equity Index)及個別股票型(Individual Equity)衍生性商品；而在利率衍生性金融商品當中，美國芝加哥商業交易所(Chicago Mercantile Exchange, CME)之歐洲美元期貨選擇權交易量排名全球第五名，歐洲美元期貨選擇權重要性可想而知，再加上無模型設定隱含波動度在利率衍生性商品文獻稍嫌不足，因此本文選定歐洲美元期貨選擇權為研究對象，採用VIX指數計算方法，以計算無模型設定隱含波動度，並探討其資訊內涵，此為本文研究目的之一。

而在估計時間序列模型時，通常會假設其迴歸關係的結構是穩定的，也就是當我們在對變數進行分析時，通常會假設變數本身沒有存在結構性轉變(structural breaks)，如此在進行迴歸分析時，迴歸方程式中的參數才會具有穩定性，特別是在引用的樣本資料期間較長，更應考量模型是否有結構性轉變，才能降低模型估計的錯誤，而避免統計推論或預測發生問題。最早提出結構性轉變的檢驗是Chow(1960)的研究，用以檢定出變數的時間序列資料中是否存在結構性轉變，其主要概念為對一段樣本期間分割為不同的子期間後，變數間的關係是否仍然為穩定的，從而得知是否有結構性轉變點存在。然而此方法有一個重要的限制，即結構轉變點(breakdate)必須是已知的情況，因此處理結構轉變時點為未知的情況是必要的，其想法可回溯到Quandt(1960)的研究，然而在結構性轉變點為未知的情況下，原本用來判斷顯著性的卡方統計量不適用，因此Quandt's統計量多年一直無法實際的受到應用。直到1990年代初期，在結構性轉變點為未知的情況下用來判斷顯著性的卡方統計量不適用問題才同時被Andrews(1993)及Andrews and Ploberger(1994)等的研究找出判斷顯著性的臨界值表後才獲得解決。Hansen(2001)更將上述所有方法加以結合運用，使得在找出未知時點下的結構性轉變檢定更為明確。

由於結構性轉變的問題會影響到統計推論或是預測問題，再加上將結構性轉變應

用在隱含波動度探討資訊內涵的文獻不足，因此本文考量到結構性轉變問題可能造成的影響，以探討結構性轉變是否會影響到無模型設定隱含波動度的資訊內涵，為本文的研究目的之二。另外，若模型發生結構性變化，則結構性變化的子樣本迴歸分析是否有所差異？是否產生不同的迴歸分析結果？此為本文研究目的之三。

## 第二節、研究目的

有鑑於波動度的預測日趨重要，本文以歐洲美元期貨選擇權為實證研究主體，根據不同的波動度預測方法，比較何種波動度預測方法最能合理預測未來的真實波動度 (Realized Volatility)。本文採用的波動度預測方法為以下三類：

- (一)、無模型設定的隱含波動度 (Model-Free Implied Volatility)。
- (二)、HJM隱含波動度 (Heath-Jarrow-Morton Implied Volatility)。
- (三)、歷史波動度 (History Volatility)。

因此本文研究目的之一為依據 Jiang and Tian (2005) 的做法，以歐洲美元期貨選擇權為研究對象，探討這三種波動度對於真實波動度之預測能力，及無模型設定的隱含波動度在利率衍生性商品之資訊內涵是否仍具有與權益商品相同之效果。

另外由於研究時間數列資料的迴歸分析通常會假設其迴歸關係的結構是穩定，但在實際應用上，這個假設會因為經濟結構的改變而無法成立，因此本文考慮結構性變化帶來的影響，探討結構性轉變是否會影響到無模型設定隱含波動度的資訊內涵，而造成原本的迴歸分析發生錯誤，此為研究目的之二。第三研究目的則是當模型發生結構性變化後，結構性變化的子樣本間迴歸分析是否產生差異或是產生不同的迴歸分析結果？因而造成與 Jiang and Tian (2005) 不同的結論。

## 第貳章 相關文獻探討

### 第一節、隱含波動度相關文獻

波動度的預測近年來在金融商品市場中，無論在風險的控管、衍生性金融商品的訂價、選擇權交易和避險的應用上都格外受到注意，也反映出其重要性。一般估計波動度的方法有二種，一是以標的價格報酬率的歷史波動度當作估計式，另一則是以選擇權價格反推求得的隱含波動度。歷史波動度與隱含波動度二者的前提皆是假設報酬率標準差為常數下所求得，然而此假設與實際市場的情況卻是有所差異的，這也是被認為評價模型會有偏誤的主要因素。而後，無模型設定隱含波動度的問世，取代多年來認為模型反推而得之隱含波動度為一主要預測因子，無模型設定隱含波動度遂成為預測未來波動的重要波動度。以下便就歷史波動度、隱含波動度、無模型設定的隱含波動度三方面做文獻回顧。

自 1980 年代開始，許多波動度預測的研究已逐漸將歷史波動度視為標準預測模型中一考慮變數。Engle (1982) 發現其自我迴歸型式的條件變異數異質性(Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, ARCH)模型可以有效地修正歷史波動度在波動度群聚上不足之缺點，降低歷史波動度的估計誤差，並在其研究中也驗證了股價報酬的分配會呈現出高狹峰 (leptokurtic)、厚尾 (fat tail) 與波動度群聚的現象。而以過去資料來預期未來的波動，已被許多研究證實其無法準確的預測未來真實波動，Latane and Rendleman (1976) 和 Chiras and Manaster (1978) 研究皆顯示隱含波動度對於預測未來波動度，具有良好的預測效果。Harvey and Whaley (1991) 則認為隱含波動度可反應市場對波動度的預期。Christensen and Prabhala(1998)研究了 S&P100 指數選擇權結果發現隱含波動度不但具有預測能力而且也包含了歷史波動度的預測資訊。Blair, Poon and Taylor (2001) 使用 S&P100 指數選擇權檢驗短期波動度的預測效果，發現隱含波動度對於預測未來波動度包含最多的資訊。Poon and Granger (2003) 的研究中亦提出隱含波動度在預測未來發生之波動度會優於歷史波動度。

隱含波動度是利用市場上可取得的選擇權價格反推求得的波動度，當市場有效

率，則隱含選擇權價格已充分的反應標的指數的所有資訊，且若評價模型正確下，則所反推求出之隱含波動度便能代表市場對於選擇權從現在到到期日前這段時間的良好預測指標。Fleming (1998)指出隱含波動度至少具有三種值得研究的價值：1.隱含波動度可做為市場觀點的量值，從中反映出投資人對未來波動度的預期。2.隱含波動度是市場對於未來波動度的預期，屬於事前的概念，因此可作為評估資產定價模型時的應用。3.由於條件波動度與預期報酬間的相互關係，使得隱含波動度有助於對市場報酬的預期。雖然隱含波動度存在模型假設上的偏誤，但因其為直接使用選擇權市價所計算出的波動度，故對於選擇權本身價格變化的捕捉能力會優於歷史波動度，常見的衡量利率衍生性商品隱含波動度模型大致可分成兩大類：一為以建立完整利率期間結構為基礎，在無套利情況下推導的均衡模式，稱之為「無套利模型 (no-arbitrage model)」，如 Ho and Lee (1986)、Hull and White 模型 (1990)、Heath、Jarrow and Morton(1990)的 HJM 模型、Brace、Gatarek and Musiela (1997) 的市場模型 (LIBOR Model) 皆屬為利率模型中的「無套利模型」，另一則是以單一利率或債券價格行為特性為基礎，如 Rendleman and Bartter (1980)、Cox、Ingersoll and Ross (1985)、Longstaff and Schwartz (1992) 等評價模式，稱之為「均衡模型 (equilibrium model)」。自 HJM 模型問世以來，便在利率衍生性商品的定價在應用上成為一道主流模型，出現不少相關文獻探討 HJM 模型，諸如 Amin and Morton (1994) 採用搭配六種波動度的 HJM 模型，評價歐洲美元期貨選擇權、Kuo and Paxson. (2002) 將一因子 HJM 模型擴展至二因子，評價歐洲美元期貨選擇權等，因此本文以 HJM 模型來求算隱含波動度。

然而，亦有學者提出對於隱含波動度不同的看法，如 Day and Lewis (1992) 及 Lamoureux and Lastrapes (1993) 都發現了隱含波動度雖能在預測能力上提供有用的訊息，但卻不夠充分，使其預測有偏誤的現象。Canina and Figlewski (1993) 研究了 S&P100 指數選擇權，發現隱含波動度在預測未來波動度上不但偏誤、沒有效率且和未來真實波動度之間並無顯著相關。Jorion (1995) 以外匯期貨選擇權為研究對象，發現隱含波動度的預測能力或資訊包含程度皆優於歷史波動度及 GARCH 波動度，但也同時發現

隱含波動度的預測能力並不非一直表現良好，對此 Jorion 提出：可能是因為衡量上的錯誤、不當的統計推論或使用了錯誤的評價模型，使得計算的過程產生錯誤；或是市場不效率性，使得隱含波動度喪失了其估計上的精確性。Fleming（1998）以 S&P100 指數選擇權為研究標的，發現隱含波動度在波動度的預測上優於歷史波動度，但隱含波動度為一偏誤的估計式，且顯著的高估了真實波動度。

在指數選擇權、利率期貨選擇權當中，同時會存在不同到期月份及不同履約價格的契約，不同履約價格、不同到期月份下所計算出來的隱含波動度亦不同，因此為了能包含及充分利用所有的資訊，部分學者提出了以下不同的建議：Latane and Rendleman（1976）以選擇權價格對波動的敏感度當作權數；Chiras and Manaster（1978）以選擇權價格對波動的彈性概念作權數；Day and Lewis（1988）則建議以交易量當作權數來估計隱含波動度；而 Britten-Jones and Neuberger（2000）則發展出無模型設定的隱含波動度（model-free implied volatility），其方法說明了未來的報酬變異完全由期間內選擇權價格所形成的集合所決定。Jiang and Tian（2005）更將 Britten-Jones and Neuberger（2000）的方法加以推廣，以 S&P500 指數選擇權為標的，檢驗市場的效率性，結果顯示無模型設定的隱含波動度相較於其他模型而言，無模型設定的隱含波動度對於未來波動度的預測上保留了較多的資訊，其原因在於無模型設定的隱含波動度使用了不同的履約價格的選擇權的資訊而得。因此無模型設定的隱含波動度為目前預測未來波動度的最理想工具。而本研究主要驗證 Jiang and Tian（2005）所推廣出的無模型設定的隱含波動度的實證結果，應用在歐洲美元期貨選擇權波動度的估計上，是否仍具有相同的效率性。因在本文之前將無模型設定隱含波動度應用在利率選擇權的文獻並不多，且尚無以歐洲美元期貨選擇權波動度為標的的無模型設定隱含波動度相關研究，因此希望藉由本研究提供後續研究者一些有用的參考資訊。

## **第二節、結構性轉變相關文獻**

在檢定結構性轉變時，最原始方法的莫過於 Chow(1960)的研究，其過程是將樣本分成兩個子樣本並估計兩個子樣本的參數然後用簡單的 F 統計量檢驗兩個子樣本的參

數是否相等，此方法被延用了好幾年；然而此方法有一個重要的限制，即結構轉變點 (breakdate) 必須是已知的情況，研究者只有兩種選擇，一是主觀選定一個結構轉變的時點。另一則是依據已知的樣本特色選擇一個結構轉變時點。第一種情況下，Chow test 的結果可能因為漏掉真正的結構轉變點而沒有資訊性；第二種情況下，Chow test 的結果可能導致誤導 (misleading)，當結構轉變點具有內生性時，也就是該時點與其他資料彼此相關，則檢定結果可能發生錯誤。再者，因為檢定的結果可能與主觀判定有高度敏感性，因此缺乏相當的科學依據。也因為這個原因，所以要處理結構轉變時點為未知的情況是必要的，其想法可回溯到 Quandt(1960) 的研究。

Quandt(1960) 提議取 Chow test 的所有可能結構轉變點的統計量最大值為 Quandt's 統計量，當中要找到此統計量的方法，Hansen(2001) 將所有候選的結構性轉變點之 Chow test 統計量畫出，找其最高點。然而在結構性轉變點為未知的情況下，原本用來判斷顯著性的卡方統計量不適用，因此 Quandt's 統計量多年一直無法實際的受到應用，到了 1970 年代，Brown、Durbin and Evans(1975) 三位學者提出 CUSUM 檢定，主要是利用遞迴殘差 (recursive residuals) 累積加總之觀念，來判斷模型是否存在結構轉變。換句話說，當殘差累積加總值越小，表示模型的配適度越好。當累積的遞迴殘差加總超出了臨界值，則表示其中存有結構轉變現象。雖然 CUSUM 檢定和 Chow 檢定不同之處在於，CUSUM 檢定為在時間序列模型資料中，用以檢定一個『不確定時點』上是否存在結構轉變，但是其存在一個缺點，當迴歸模型設定不同時，其檢定結果可能會有所不同，因此若模型設定錯誤，則可能檢驗出錯誤的結構性轉變點的結果。直到 1990 年代初期，在結構性轉變點為未知的情況下用來判斷顯著性的卡方統計量不適用問題才同時被好幾個作者解決，其中最一般的方法首推 Andrews(1993) 及 Andrews and Ploberger(1994) 的研究，這些作者提供判斷顯著性的臨界值表，同時 Hansen(1997) 則提供方法計算 p-value 值，而這些臨界值是依據模型的參數數目及其他因素而有所差異，且比卡方檢定之統計量來的大，較為嚴謹。Hansen(2001) 將上述所有方法加以結合運用，使得在找出未知時點下的結構性轉變檢定更為明確，而國內學者楊奕農(2006)

將之方法稱為移動式 Chow test。

當找出一個結構性轉變點時，是否同時存在二個或多個結構性轉變點呢？Bai and Perron (1998)發現過去研究結構改變的學者相當的多，但大部分都只能著重在檢定樣本是否有結構性改變，也就是一個結構改變，這樣的結果將限制了許多未被發現的結構改變所造成的改變，因此 Bai and Perron 在線性迴歸模型藉由估計殘差最小平方和上，提出了在不知道轉折時間時檢定多個結構改變數量的方法，用 Wald test 檢定虛無假設為  $l$  個結構改變，對立假設有  $l+1$  個改變。這樣的方法能夠明確的檢定出轉折的數量，對可能預先設定好轉折的數量是一個不錯的檢定方法，其方法是接續單一結構性轉變點檢定，若樣本存在結構性轉變點，則依據結構性轉變時點將樣本分成兩個子樣本，則繼續在子樣本實行單一結構轉變點的檢定，依此類推下去，直到所有子樣本都無法拒絕沒有結構性轉變的的虛無假設為止。

因此本文同時運用 Hansen(2001)以及 Bai and Perron(1998)的方法，運用在波動度的時間序列上，期能找出影響波動度資訊效率性的結構轉變時點及探討結構性轉變是否為影響波動度資訊效率的影響因素之一。

## 第參章 研究方法

### 第一節、無模型設定的隱含波動度

無模型設定隱含波動度 (Model-free implied volatility) 為預測未來波動度的評價方法之一。此一模型最早出現在 Britten-Jones and Neuberger(2000)，研究中推導出當標的資產價格在服從擴散過程 (diffusion process) 假設之下的無模型設定的隱含波動度模型。無模型設定隱含波動度與以往隱含波動度的傳統概念不同的地方在於，該模型並沒有根據任何特定的選擇權訂價模型，完全是從無套利的情況下而推導出的。

Jiang and Tian (2005) 進一步的將無模型設定隱含波動度推廣至當標的資產價格在服從跳躍-擴散過程 (Jump diffusion process) 假設之下的無模型設定的隱含波動度模型；同時在其研究中提出了一個更為簡明的方式，將無模型設定隱含波動度模型推廣到所有一般化的平賭過程 (martingale process)。另外還以 S&P500 指數選擇權為實證標的，使用無模型設定的隱含波動度檢驗了選擇權市場的資訊效率性，而其檢驗結果證明了無模型設定的隱含波動度可完全解釋 B-S 隱含波動度與歷史波動度所包含的資訊，並能更有效率的預測未來的波動度。

#### 一、VIX 指數

由於上述學術論文的發展，也促使芝加哥選擇權交易所(Chicago board options exchange, CBOE)不斷修正其計算 VIX(volatility index)的方式，並在 White Paper (2009) 發表的 VIX 計算過程中，VIX 遂以成為無模型設定隱含波動度，且因其方便計算又能呈現市場交易者的恐慌程度，因此本文採用 CBOE VIX White Paper (2009)的方法，用以計算歐洲美元期貨選擇權的無模型設定隱含波動度。

VIX 指數編列的方式主要以 S&P500 指數選擇權權利金價格反推所得的隱含波動率，並利用插補法(interpolation)的方式將買賣權以及近遠月份等波動率編制而成，由於隱含波動率主要反應市場投資人對於未來指數波動的預期，這也意味著當 VIX 指數越高時，表示投資人預期未來指數波動將加劇。反之，當 VIX 指數走低，則表示投資



人預期未來指數波動將趨緩，VIX 也因而不僅代表著市場多數人對於未來指數波動的看法，更可清楚透露市場預期心理的變化情形，故又稱之為投資人恐慌指標。恐慌指數 VIX 是「S&P500 指數未來 30 天的隱含波動率」。可以從 S&P500 指數期貨選擇權的價格上去計算出來。因此本文依據 CBOE VIX White Paper (2009)方法，標的物換成歐洲美元期貨選擇權，期能獲得像 VIX 之指數，本文則將算出之隱含波動度通稱為無模型設定隱含波動度( $\sigma^{MF}$ )。

## 二、資料篩選

根據 CBOE VIX White Paper (2009)方法，資料篩選與計算依據下列步驟：

1. 找出每日不同到期日下之價平選擇權，則必須將每日第一近月(nearby)到期及第二近月(the second nearby)到期且履約價格相同選擇權的買權及賣權價格，做絕對值相減，找出最小值，則該履約價格( $K_0$ )之選擇權即為價平選擇權。
2. 找出價外選擇權，則以價平選擇權為基準，保留履約價格( $K_i$ )比履約價格( $K_0$ )大之買權及比履約價格( $K_0$ )小之賣權，即為價外選擇權，而價內選擇權予以刪除。
3. 當第一近月契約到期日小於 7 天時，為避免交易量不足，因此該日改採用第二近月與第三近月(the third nearby)到期契約；若第一近月契約到期日大於 7 天，仍遇到交易量不足情況時，則同樣採取前述之方法。
4. 若當日遇到資料集內不同履約價格下買權或賣權契約種類小於兩種，則使用插補法算出第三種履約價格之選擇權價值<sup>3</sup>；但若到資料集內不同履約價格下買權或賣權契約種類小於一種，因插補法不能施行，因此該日資料予以刪除。
5. 根據下列公式計算每一契約之波動度

$$\sigma^2 = \frac{2}{T} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT} Q(K_i) - \frac{1}{T} \left[ \frac{F}{K_0} - 1 \right]^2 \quad (1)$$

其中

---

<sup>3</sup>插補法(interpolation)至少需要兩種不同履約價格之買權或賣權，才能內插或外插產生第三種履約價格之買權或賣權。

$\sigma$  為  $\sigma^{MF}/100$

T 為 年化之到期期間

F 為 期貨價格

$K_0$  為 價平選擇權之履約價格.

$K_i$  為 第 i 個價外選擇權之履約價格；若為買權，則  $K_i > K_0$ 。若為賣權，則  $K_i < K_0$

$\Delta K_i$  為 第 (i+1) 個履約價格與第 (i-1) 個履約價格差再除以 2 之值，即

$\Delta K_i = (K_{i+1} - K_{i-1})/2$ ；若  $K_i$  為最低履約價格時， $\Delta K_i$  則為第二低的履約價格與最低的履約價格之差；若  $K_i$  為最高履約價格時， $\Delta K_i$  則為最高的履約價格與第二高的履約價格之差

R 為 美國國庫券固定期間利率

$Q(K_i)$  為 履約價格  $K_i$  下之選擇權價格

6. 依據公式(1)計算每日第一近月(nearby)到期及第二近月(the second nearby)到期契約之波動度，分別為  $\sigma_1^2$ 、 $\sigma_2^2$ ，再依下列公式求出每日 30 天期的無模型設定隱含波動度 ( $\sigma^{MF}$ )：

$$\sigma^{MF} = 100 \times \sqrt{\left\{ T_1 \sigma_1^2 \left[ \frac{T_1 - T_{30}}{T_2 - T_1} \right] + T_2 \sigma_2^2 \left[ \frac{T_{30} - T_1}{T_2 - T_1} \right] \right\}} \times \frac{1}{T_{30}} \quad (2)$$

其中

$T_1$  為 第一近月(nearby)到期契約之年化到期期間

$T_2$  為 第二近月(the second nearby)到期契約之年化到期期間

$T_{30}$  為 將 30 天年化之值，即 30/365

最後經由計算而得之每日 30 天期的無模型設定隱含波動度共 1358 筆日資料。另外，本文使用之美國國庫券固定期間利率，資料取自 Datastream 資料庫，期間為 2003 年 1 月 2 日至 2008 年 7 月 14 日之日資料，期間結構配合選擇權到期期間使用 3 個月及 6 個月利率，若選擇權到期日於 90 天之內以 3 個月利率為主，而 91 天以上至 180 天則以 6 個月利率為主。

## 第二節、HJM 隱含波動度

Heath, Jarrow and Morton (1990) 描述遠期瞬間利率的動態過程，並且證明在無套利的機會下，遠期利率的動態過程完全決定於其波動結構，只要選定不同的波動結構，即可得到不同的評價結果，若分別將利率波動結構設為常數及指數型遞減，則 HJM 分別退化為連續時間的 Ho and Lee (1987) 及 Hull and White(1990) 的 Extended Vasicek 模型。HJM 模型給予波動的估計相當大的空間，允許波動是一個固定常數型態、隨機型態或是一個某決定的函數(deterministic volatility function)。本文採用 HJM 模型來求算隱含波動度，其模型說明如下：

首先，HJM 模型利用遠期利率的隨機過程來建構利率模型，其隨機差分方程式如式(3)：

$$df(t,T) = \mu(t,T)dt + \sigma(t,T, f(t,T))dz(t) \quad (3)$$

$f(t,T)$ 代表在時點  $t$  契約簽訂時的瞬間遠期利率，並且契約在時點  $T$  到期； $\sigma(\cdot)$ 為遠期利率的波動率， $\{z(t) : t \in [0, \tau]\}$ 表示從時點  $0$  到  $t$  期間瞬間遠期利率的布朗運動，因此  $\sigma(\cdot)dz(t)$ 表示遠期利率的隨機來源；而  $\mu(t,T)$ 則為在符合無套利條件下所產生的漂移項(draft)，如式(4)：

$$\mu(t,T) = \sigma(t,T) \int_t^T \sigma(t,u)du \quad (4)$$

可看出此隨機過程的漂移項也是完全根據遠期利率的波動函數所組成。

接著，建構出遠期利率的隨機過程後，就可以推導出純粹債券價格與遠期利率之間的關係，如式(5)：

$$P(t,T) = \exp\left(-\int_t^T f(t,s)ds\right) \quad (5)$$

$$= \exp\left(-\int_t^T r(s)ds\right) \quad (6)$$

$P(t,T)$ 表示在時點  $t$  的純粹零息債券價格，其到期日為時點  $T$ 。同時，在純粹預期假設之下，在時點  $t$  之  $s$  期的遠期利率( $f(t,s)$ )會等於  $s$  期的即期利率( $r(s)$ )，如式(6)，再

由式(3)可知，期初的遠期利率期間結構是給定的( $f(0,T)$ )，右式之波動函數 $\sigma(\cdot)$ 則是必須加以估計的未知項，而波動函數之估計可以根據過去的歷史市場價格來求出歷史波動，或是根據市場資料反推出隱含波動。

因此在 HJM 架構下，利率選擇權的價格為基本五個要素所組成的函數：分別為期貨價格(F)、履約價格(K)、到期日(T)、利率(r)以及波動度( $\sigma$ )，如式(7)：

$$C_i = HJM(F_i, K_i, T_i, r_i, \sigma_i) \quad (7)$$

則隱含波動度的計算可視為選擇權價格的反函數，即把前四項要素及選擇權價格帶入 HJM 模型中，並以極小化誤差平方和之原則反推出隱含波動參數，其結果如式(8)：

$$\sigma_i^{HJM} = HJM^{-1}(F_i, K_i, T_i, r_i, C_i) \quad (8)$$

得出每日的隱含波動度後，配合無模型設定之隱含波動之研究期間及頻率，本文求出並留下 30 天期的價平選擇權的隱含波動度。

### 第三節、已實現波動度和歷史波動度

本文的實證分析中，除了無模型設定隱含波動度及 HJM 隱含波動度資料外，尚需已實現波動度 (realized volatility) 和歷史波動度資料 (historical volatility)。為了能評估隱含波動度對未來波動度的預測能力及其所包含的資訊，還必須藉助經由計算得出的已實現波動度。本文所計算的已實現波動度到期期間長度為 30 天期，此期間長度與無模型設定的隱含波動度及 HJM 隱含波動度時的到期期間長度相配合。其計算過程首先必須使用插補法<sup>4</sup>求算每日 30 天期的期貨價格，之後計算每日 30 天期之期貨價格報酬率標準差，最後乘以根號 252，即可得已實現波動度( $\sigma^{RE}$ )。

在歷史波動度的計算方面，本文使用最近一個交易日的已實現波動度做為歷史波動度的估計值，先前研究如 Canina and Figlewski (1993)、Christensen and Prabhala (1998) 採用最近一個交易日的已實現波動度做為歷史波動度的估計值，因為其波動過程似

---

<sup>4</sup>每日第一近月到期契約及第二近月到期契約各有其期貨價格，因此可以透過內插或外插法產生每日 30 天期的期貨價格。

Markov 過程，最近一個交易日的波動度對於未來波動度而言，它可能包含最多和未來波動度攸關的資訊。因此，將落後一天的已實現波動度（lagged realized volatility； $\sigma^{LRE}$ ）做為本文歷史波動度的估計值。

## 第四節、結構性轉變檢定

在估計時間序列模型時，當在樣本期間有重大經濟因素發生改變時，免不了讓人懷疑這些經濟因素是否會影響到模型中變數的關係，也因此需考量模型是否發生結構性轉變(structural changes or structural breaks)，才能降低模型估計的錯誤。

由於傳統的 Chow test 其結構性轉變點相當主觀而受到批判，而 CUSUM 檢定則因其結果會受到模型設定的影響，因此本文根據 Hansen(2001)的做法來檢定結構性轉變，延用楊奕農(2006)之名稱「移動式 Chow test」。其檢驗步驟如下：

- 1.以全部樣本設定出最基本模型。
- 2.以此基本模型實行 Chow test，從樣本第 n 筆<sup>5</sup>、n+1 筆...一直做到第 T-n+1 筆(T 為總樣本數)，並記錄所有 F 統計量值。
- 3.將所有 F 統計量值依序畫成時間序列圖，圖中最高處即為 Quandt's 統計量，若此點超過 Chow test 之臨界值<sup>6</sup>，即可視為可能的結構性轉變點。

接著再根據 Bai and Perron(1998)提出藉由最小化平方法可估計變數在線性模型中是否存在結構性轉變點，且因為此方法並未對於結構性轉變點加以限定，所以結構轉變點有可能不只有一個檢驗多重結構性轉變點，由結構性轉變時點將樣本分成兩個子樣本，接著繼續在子樣本實行單一結構轉變點的檢定，依此類推下去，直到所有子樣本都無法拒絕沒有結構性轉變的虛無假設為止。茲將方法描述如下：

假設變數  $y_t$  本身存在 m 個結構轉變點，則以多重線性迴歸模型則可以表示如下：

$$y_t = x'_t \beta + z'_t \delta_j + \mu_t, \quad t=T_{j-1}+1, \dots, T_j$$

<sup>5</sup>依據 Hansen(2001)，n 可為總樣本數 T 之 5%

<sup>6</sup>當結構性轉變點為已知的情況下，可用原始 Chow test 統計量的臨界值判斷；若結構性轉變點為未知的情況時，則需使用 Andrews and Ploberger(1994)所提供判斷顯著性的臨界值，或是 Hansen(1997)的方法計算 p-value 值來判斷顯著性。

其中， $y_t$  為  $t$  期的觀察變數， $x_t$  為  $p \times 1$  維的向量， $z_t$  則為  $q \times 1$  維的向量，而  $\beta$  和  $\delta_j$  則為與其相對應變數的係數向量，且  $j=1,2,\dots,m+1$ ， $\mu_t$  則為  $t$  期的干擾項；而結構轉變點  $(T_1,\dots,T_m)$  則為未知的。由於上式將  $x_t$  的係數向量  $\beta$  設定為不可變動的，故為部份的結構轉變模型；但如將  $p$  設為零，則可得到完全的結構轉變模型。

改以向量型式表示：

$$Y = X\beta + \bar{Z}\delta + U$$

其中， $Y = (y_1, \dots, y_T)'$ ， $X = (x_1, \dots, x_T)'$ ， $U = (\mu_1, \dots, \mu_T)'$ ， $\delta = (\delta'_1, \delta'_2, \dots, \delta'_{m+1})'$ ，而  $\bar{Z}$  則只有對角線的部分才有值，即  $\bar{Z} = \text{diag}(z_1, \dots, z_{m+1})$ 。

同時，可藉由最小化誤差平方和如下式，得到  $\beta$  和  $\delta_j$  的估計值，而此估計值同時建立在  $(T_1, \dots, T_m)$  等  $m$  個結構轉變點上。

$$(Y - X\beta - \bar{Z}\delta)'(Y - X\beta - \bar{Z}\delta) = \sum_{i=1}^{m+1} \sum_{t=T_{i-1}+1}^{T_i} [y_t + x'_t \beta - z'_t \delta_i]^2$$

在得到結構轉變點之後，即可藉由幾個檢定方法來對結構轉變點的估計值進行檢定。首先介紹  $\text{supF}$  檢定，其是用以檢定結構轉變點是否存在，其虛無假設為沒有結構轉變點， $H_0: m=0$ ，而對立假設則為存在  $k$  個結構轉變點， $H_1: m=k$ ，

其檢定統計量為： $F_T(\lambda_1, \dots, \lambda_k; q) = \frac{1}{T} \left( \frac{T - (k+1)q - p}{kq} \right) \hat{\delta}' R' (R \hat{V}(\hat{\delta}) R')^{-1} R \hat{\delta}$ ；其中，

$T_i = [T\lambda_i]$ ， $i=1,2,\dots,k$ ，且  $(R\delta)' = (\delta'_1 - \delta'_2, \dots, \delta'_k - \delta'_{k+1})$ ，而  $\hat{V}(\hat{\delta})$  則為  $\hat{\delta}$  的共變異矩陣。

另外，亦可藉由檢定統計量  $D_{\max} F_T(M; q)$  和  $WD_{\max} F_T(M; q)$  來檢定在預先設定的結構轉變個數之外，是否仍有結構轉變點的存在。在確定結構轉變點的存在之後，作者亦提出可利用檢定統計量  $F_T(L+1|L)$  來檢定結構轉變個數，另外 Yao(1988) 所提出的 Bayesian Information Criterion 和 Liu, Wu and Zidek(1997) 提出的 Schwarz' criterion 亦可做為檢定結構轉變點之個數的依據。

## 第肆章、實證結果分析

### 第一節、研究樣本與資料來源

歐洲美元期貨選擇權(Eurodollar futures option)屬於利率期貨選擇權的一種，標的資產為利率期貨，歐洲美元期貨選擇權於 1985 年由美國芝加哥商業交易所(Chicago Mercantile Exchange, CME)發行，為目前世界上交易量最大的之利率選擇權商品，屬於美式選擇權，其標的資產為歐洲美元期貨(Eurodollar futures)，履約價格之報價方式與歐洲美元期貨契約一致，同為 IMM 指數報價法，報價方式為  $100(1-i)$ ，且報價之跳動區間(tick)為 0.25 個基本點，等於  $\$ 6.25(1bp = \$ 25)$ 。

歐洲美元期貨選擇權至今為止在 CME 交易中有五種類型，但考量到每種類型到其性質不同，其所對應的標的期貨也會有所差異，同時為了降低時間與資訊不同步所導致的交易風險及流動性的考量，因此本文研究對象選擇以每季月到期選擇權(Quarterly option)為主。季月選擇權之合約月份以最接近之 8 個季月(季月即 3、6、9、12 月)開始起算，標的價格則以最近到期季月之第三個星期三之歐洲美元期貨價格為主。因此在以季月為到期月份之情況下，一旦選擇權到期，標的期貨也隨之到期，季月到期選擇權交易條件的優點在於所考慮的選擇權樣本與其標的期貨能夠有較為乾淨的同步資訊，且在實務上，季月到期選擇權之交易量通常較其他四種類型來的大。

本文資料取自美國芝加哥商業交易所，樣本期間為 2003 年 1 月 2 日至 2008 年 7 月 14 日，共 1361 個交易日之日資料，36,632 筆跨部門選擇權資料集，每筆選擇權資料集即代表每一個選擇權的交易資訊，包含交易日期、到期月份、買賣權性質、履約價格、市場結算價格、交易量等。

## 第二節、樣本分析

表 1 匯整了無模型設定的隱含波動度、HJM 隱含波動度和已實現波動度基本統計量的結果。由表 1 中可看出無模型設定的隱含波動度和 HJM 隱含波動度的平均值皆遠大於已實現波動度的平均值，隱含了此二個隱含波動度在對已實現波動度的預測上可能會有所偏誤，且無模型設定的隱含波動度的偏誤較大。此外，從表 1 還可看出取對數後的波動度，其偏態係數 (skewness) 和超額峰態係數 (excess kurtosis) 較符合常態分配的特性，因此根據這項觀察，本文若使用對數波動度資料跑迴歸，應可得到較佳的統計分析結果。

表 2 列示了無模型設定的隱含波動度、HJM 隱含波動度和已實現波動度三者間彼此的相關 (correlation) 情形。首先觀察到的是，價平 HJM 隱含波動度與無模型設定的隱含波動度如同預期的具有高度相關性(80.67%)，同時不管無模型設定的隱含波動度或是 HJM 隱含波動度皆與已實現波動度有高度的相關，而以 HJM 隱含波動度最高(73.13%)。本文在此亦檢驗了價平 HJM 隱含波動度是否為無模型設定的隱含波動度的不偏估計式 (unbiased estimator)，檢驗結果證實了在 99%信賴水準下，顯著的拒絕了價平 HJM 隱含波動度為無模型設定的隱含波動度不偏估計式的虛無假設。由以上的各項結果可知價平 HJM 隱含波動度和無模型設定的隱含波動度二者不但具有相近的特性，還充份地包含了各自不同的資訊內容。



《表 1》各隱含波動度的敘述統計量

$\tau$	N	Mean	Std. Dev.	Skewness	Excess		
					Kurtosis	Minimum	Maximum
Panel A : $\sigma^{HJM}$							
30	67	0.004171	0.0026	1.0436	0.8376	0.000065	0.012386
Panel B : $\sigma^{RE}$							
30	67	0.002158	0.0017	1.8680	4.3969	0.000349	0.008649
Panel C : $\sigma^{MF}$							
30	67	0.005755	0.0028	0.7399	0.1520	0.00095	0.013188
Panel D : $\ln(\sigma^{HJM})$							
30	67	-5.73499	0.8640	-0.8484	0.6118	-9.641123	-4.39119
Panel E : $\ln(\sigma^{RE})$							
30	67	-6.40367	0.7555	-0.1762	-0.4596	-7.961164	-4.75028
Panel F : $\ln(\sigma^{MF})$							
30	67	-5.28574	0.5406	-0.7201	0.7983	-6.95932	-4.32842

說明： $\sigma^{RE}$ 、 $\sigma^{HJM}$  和  $\sigma^{MF}$  分別代表已實現波動度、價平的 HJM 隱含波動度和無模型設定的隱含波動度； $\tau$  代表到期期間長度；N 則代表樣本數目。

《表 2》30 天期波動度的相關性矩陣

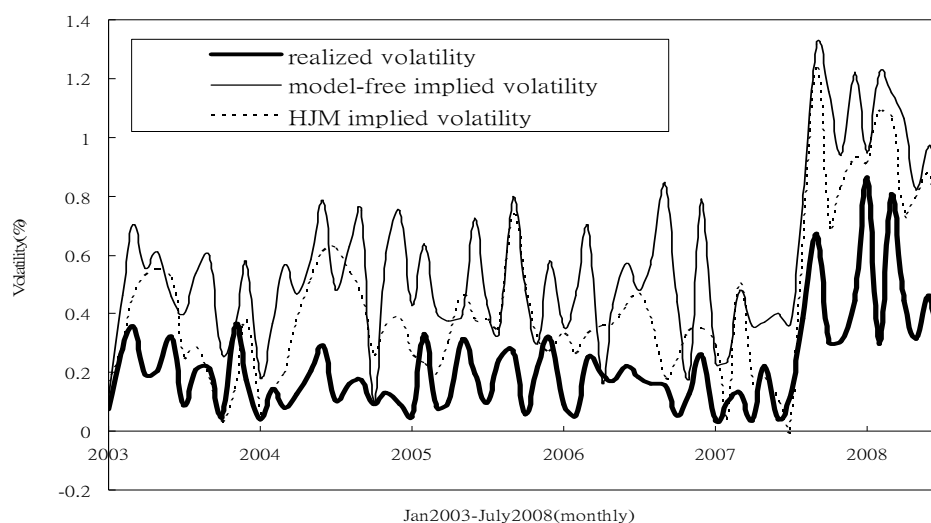
Panel A : correlation matrix of volatility(N=67)			
	$\sigma^{HJM}$	$\sigma^{MF}$	$\sigma^{RE}$
$\sigma^{HJM}$	1.0000	—	—
$\sigma^{MF}$	0.8067	1.0000	—
$\sigma^{RE}$	0.7313	0.6905	1.0000
Panel B : correlation matrix of log volatility(N=67)			
	$\ln(\sigma^{HJM})$	$\ln(\sigma^{MF})$	$\ln(\sigma^{RE})$
$\ln(\sigma^{HJM})$	1.0000	—	—
$\ln(\sigma^{MF})$	0.5726	1.0000	—
$\ln(\sigma^{RE})$	0.5562	0.6092	1.0000

說明： $\sigma^{RE}$ 、 $\sigma^{HJM}$  和  $\sigma^{MF}$  分別代表已實現波動度、價平的 HJM 隱含波動度和無模型設定的隱含波動度；N 則代表樣本數目。

本文接下來將檢測無模型設定隱含波動度中隱含的資訊，並分別比較無模型設定隱含波動度、價平 HJM 隱含波動度及歷史波動度三者對於未來波動度的預測能力。根據 Christensen and Prabhala (1998) 和 Christensen, Hansen, and Prabhala (2001)，本文採用未重疊的月樣本資料來進行虛無假設的檢定。由於重疊 (overlapping) 的樣本資料會使得  $t$  統計量及其他回歸分析相關的統計量不正確，因此採用未重疊的月樣本資料是為避免產生交叉重疊樣本的問題。

### 第三節、隱含波動度的內含資訊

圖 1 為預測模型波動度 (無模型設定隱含波動度、價平 HJM 隱含波動度) 與已實現波動度的走勢圖，到期期間長度為 30 天期的波動度走勢圖。由圖 1 可看出無模型設定隱含波動度和價平 HJM 隱含波動度皆比已實現波動度來得高，其中價平 HJM 隱含波動度和無模型隱含波動度走勢兩者相當接近，即兩波動度的性質較為相近，且對已實現波動度皆有其預測能力，但無法斷言誰的效果較佳。



《圖 1》不同預測模型之波動度與真實波動度之走勢圖

說明：圖上三條線分別代表 30 天期的已實現波動度(粗實線)、無模型設定隱含波動度(細實線)和價平 HJM 隱含波動度(虛線)時間序列走勢圖，期間從 2003 年 1 月至 2008 年 7 月。

## 第四節、迴歸分析模型

本文依據 Jiang and Tian (2005)採用以下二種迴歸模式來進行檢測：一為單變量迴歸模式 (univariate regression)，另一為包含迴歸模式 (encompassing regression)。單變量迴歸模式中，僅使用單一個自變數 (independent variables) 進行迴歸分析，主要希望從迴歸結果看出自變數對應變數 (dependent variables) 的解釋能力。本文的單變量迴歸模式有 (9)、(10) 和 (11) 三式，式中自變數為三種波動度預測值，分別是無模型設定隱含波動度、價平 HJM 隱含波動度及歷史波動度，應變數三式則皆為已實現波動度。此單變量迴歸分析的重點在於看出個別波動度預測值對於未來真實波動度的預測能力及所隱含的資訊。

$$\sigma_t^{RE} = \alpha_t + \beta_t^{HJM} \sigma_t^{HJM} + \varepsilon_t \quad (9)$$

$$\sigma_t^{RE} = \alpha_t + \beta_t^{LRE} \sigma_t^{LRE} + \varepsilon_t \quad (10)$$

$$\sigma_t^{RE} = \alpha_t + \beta_t^{MF} \sigma_t^{MF} + \varepsilon_t \quad (11)$$

至於包含迴歸模式，則使用至少二個以上的自變數進行迴歸分析，而包含迴歸分析的目的在于觀察包含迴歸模式中自變數之間的相對重要性，以及自變數本身所包含的資訊是否會被其他自變數所包含。本文的包含迴歸模式為 (12)、(13) 和 (14) 式，將藉此迴歸分析觀察無模型設定隱含波動度、價平 HJM 隱含波動度及歷史波動度三個波動度預測值之間相對的重要性，及波動度預測值彼此之間，是否包含了其他自變數的資訊。完整的包含迴歸模式如下：

$$\sigma_t^{RE} = \alpha_t + \beta_t^{MF} \sigma_t^{MF} + \beta_t^{HJM} \sigma_t^{HJM} + \beta_t^{LRE} \sigma_t^{LRE} + \varepsilon_t \quad (12)$$

$$V_t^{RE} = \alpha_t + \beta_t^{MF} V_t^{MF} + \beta_t^{HJM} V_t^{HJM} + \beta_t^{LRE} V_t^{LRE} + \varepsilon_t \quad (13)$$

$$\ln \sigma_t^{RE} = \alpha_t + \beta_t^{MF} \ln \sigma_t^{MF} + \beta_t^{HJM} \ln \sigma_t^{HJM} + \beta_t^{LRE} \ln \sigma_t^{LRE} + \varepsilon_t \quad (14)$$

在 (9)~(14) 式中， $\sigma$  和  $V$  分別為期貨價格報酬率的波動度和變異數，上標文字 RE、MF、HJM 和 LRE，分別代表已實現波動度、無模型設定的隱含波動度、HJM 隱含波

動度和落後一期的已實現波動度；下標文字  $t$  則代表到期期間長度。又單變量迴歸模式為包含迴歸模式的最簡式，舉例來說，若將 (12) 式中的其他二個自變數移除，便可獲得和 (9)、(10) 和 (11) 式其中之一相同的迴歸模式。

表 3 至表 5 呈現上述所有單變量迴歸及包含迴歸結果，表格中各有三組迴歸結果為單變量迴歸分析；餘四組迴歸結果則為包含迴歸分析，其中最後一組為最完整的包含迴歸結果。此外，表 3 至表 5 為到期期間 30 天的未重疊波動度資料，而資料型態分別為波動度資料、變異數資料<sup>7</sup>及取對數後的波動度資料。

## 第五節、波動度預測模型的實證分析

本文主要分析 30 天期波動度資料的迴歸結果，首先觀察資料的自我相關現象，可藉由 Durbin-Watson 統計量看出波動度資料是否具自我相關現象。當 Durbin-Watson 統計量  $d \approx 2$ ，表示此一迴歸模型的殘差沒有自我相關的問題；反之，若 Durbin-Watson 統計量  $d \approx 0$  或  $d \approx 4$ ，表示此一迴歸模型的殘差是具相關性的可能為正相關或負相關。從表 3 至表 5 中欄位名稱為 Durbin-Watson 的數值，可看出該欄表格中的所有數值與 2 僅有些微的差距，表示表 3 至表 5 迴歸分析的殘差項沒有自我相關的問題存在。

接下來，本文將分別對單變量迴歸和包含迴歸進行討論，因此檢驗與波動度估計量所隱含資訊相關的假設檢定。在單變量迴歸部份，本文做了二個假設檢定，第一個進行的假設檢定是： $H_0: \beta = 0$ 。若迴歸式中的波動度預測值並未隱含未來波動度的任何資訊，則此一波動度預測值的斜率係數  $\beta$  應為 0，因此若檢定結果拒絕這個虛無假設，表示此一波動度隱含了未來波動度一定程度的資訊；反之，則表示該波動度並未隱含與未來波動度相關的任何資訊。此處假設檢定有以下三式：

$$1. \begin{cases} H_0: \beta^{HJM} = 0 \\ H_1: \beta^{HJM} \neq 0 \end{cases} \quad (15)$$

<sup>7</sup> 本文變異數資料( $V_t$ )是將波動度時間序列( $\sigma_t$ )每筆取平方而得。

$$2. \begin{cases} H_0 : \beta^{LRE} = 0 \\ H_1 : \beta^{LRE} \neq 0 \end{cases} \quad (16)$$

$$3. \begin{cases} H_0 : \beta^{MF} = 0 \\ H_1 : \beta^{MF} \neq 0 \end{cases} \quad (17)$$

$\beta$  加上上標文字 HJM、LRE、MF 分別代表 HJM 隱含波動度預測值、落後一期已實現波動度預測值及無模型設定隱含波動度預測值。由表 3 至表 5 中可發現，除了取對數後之落後一期已實現波動度在 5% 顯著水準下顯著拒絕虛無假設外，其餘所有的單變量迴歸結果皆在 1% 顯著水準下，拒絕了虛無假設，即波動度預測值的斜率係數  $\beta$  顯著異於 0。這說明了所有單變量迴歸中的波動度預測值均各別包含了未來波動度的重要資訊。

緊接著本文進行單變量迴歸的聯合檢定虛無假設為  $H_0 : \alpha = 0$  and  $\beta = 1$ ，若迴歸式中的波動度預測值對於未來波動度為一個不偏估計式，則此一波動度的斜率係數  $\beta$  應為 1 且截距項  $\alpha$  應為 0。因此若虛無假設被拒絕，則表示此一波動度不為未來波動度的不偏估計式；反之，則表示該波動度是未來波動度的不偏估計式。而此部份之假設檢定為以下三式：

$$1. \begin{cases} H_0 : \alpha = 0 \text{ and } \beta^{HJM} = 1 \\ H_1 : \text{not } H_0 \end{cases} \quad (18)$$

$$2. \begin{cases} H_0 : \alpha = 0 \text{ and } \beta^{LRE} = 1 \\ H_1 : \text{not } H_0 \end{cases} \quad (19)$$

$$3. \begin{cases} H_0 : \alpha = 0 \text{ and } \beta^{MF} = 1 \\ H_1 : \text{not } H_0 \end{cases} \quad (20)$$

檢驗此部分假設檢定的方法為  $\chi^2$  檢定，以上三個假設檢定的檢定統計量結果列示在表 3 至表 5 之欄位名稱為「 $\chi^2$  test (a)」的表格中；在每個  $\chi^2$  檢定統計量右方小括弧中的數字，代表這個檢定結果的 p 值(p value)。根據  $\chi^2$  檢定結果，表 3 至表 5 皆顯著的拒絕了以上 3 個虛無假設，換句話說，本文所有的單變量迴歸中的波動度都不是未來

波動度的不偏估計式。這個檢定結果，與本文前章所做的簡單敘述統計量結論一致，在表 3 中，無模型設定隱含波動度預測值，HJM 隱含波動度預測值和落後一期已實現波動度預測值的平均值皆比已實現波動度高；而且這樣的結果也和部份選擇權定價的文獻一致。在此，另外可以發現，表 3 至表 5 中，各單變量迴歸之修正後的判定係數 (adjusted  $R^2$ ) 中，除了式(13)變異數迴歸之修正後的判定係數以 HJM 隱含波動度預測值最高、無模型設定隱含波動度次之、落後一天已實現波動度最小外，其餘模型之無模型設定隱含波動度高於 HJM 隱含波動度預測值和落後一天已實現波動度，而落後一天已實現波動度修正後的判定係數最低，這表示，無模型設定隱含波動度比 HJM 隱含波動度及落後一天已實現波動度更可解釋更多未來波動度，此結果與 Jiang and Tian (2005)一致。

最後，本文要討論的便是包含迴歸結果。在此，本文亦做了四個假設檢定，目的是希望藉由檢定結果分別觀察 HJM 隱含波動度對落後一天已實現波動度、無模型設定波動度對 HJM 隱含波動度、無模型設定波動度對落後一天已實現波動度以及無模型設定波動度相對其他兩個波動度的資訊效率性。其假設檢定如下：

$$1. \begin{cases} H_0 : \alpha = 0 \text{ and } \beta^{HJM} = 1, \beta^{LRE} = 0 \\ H_1 : \text{not } H_0 \end{cases} \quad (21)$$

$$2. \begin{cases} H_0 : \alpha = 0 \text{ and } \beta^{MF} = 1, \beta^{HJM} = 0 \\ H_1 : \text{not } H_0 \end{cases} \quad (22)$$

$$3. \begin{cases} H_0 : \alpha = 0 \text{ and } \beta^{MF} = 1, \beta^{LRE} = 0 \\ H_1 : \text{not } H_0 \end{cases} \quad (23)$$

$$4. \begin{cases} H_0 : \alpha = 0 \text{ and } \beta^{MF} = 1, \beta^{HJM} = 0, \beta^{LRE} = 0 \\ H_1 : \text{not } H_0 \end{cases} \quad (24)$$

用來檢驗這部份的假設檢定的方法仍為  $\chi^2$  檢定。以上四個假設檢定的檢定統計量結果列示在表 3 至表 5 之欄位名稱爲「 $\chi^2$  test (b)」的表格中；而在  $\chi^2$  檢定統計量右方小括弧中的數字，代表這個檢定結果的 p 值 (p value)。式(21)至(23)分別檢驗 HJM 隱含

波動度對落後一天已實現波動度、無模型設定波動度對 HJM 隱含波動度、無模型設定波動度對落後一天已實現波動度之資訊內含程度；式(24)則是檢驗無模型設定波動度相對其他兩個波動度的資訊內含程度。

首先探討的是關於 HJM 隱含波動度的資訊效率性。若 HJM 隱含波動度預測值是資訊效率的假設成立，則落後一天已實現波動度在虛無假設  $H_0: \beta^{LRE} = 0$  的檢定結果應為不顯著的。而由表 3 至表 5 裡的第二條迴歸結果發現，在 10% 顯著水準下，表 3 至表 5 皆不拒絕  $H_0: \beta^{LRE} = 0$  的虛無假設，說明了 HJM 隱含波動度相對歷史波動度具有資訊效率性。接著，聯合假設檢定(21)式，結果如表 3 至表 5 的「 $\chi^2$  test (b)」所示，皆顯著的拒絕虛無假設。此結果顯示 HJM 隱含波動度具有資訊效率性但無法包含所有落後一天已實現波動度的資訊，而這結果與(18)式單變量迴歸中的波動度不是未來波動度的不偏估計式相呼應。

再來分析無模型設定隱含波動度的資訊效率性。如同上述，若無模型設定隱含波動度預測值是資訊效率的假設成立，則 HJM 隱含波動度、落後一天已實現波動度在虛無假設  $H_0: \beta^{HJM} = 0$  及  $H_0: \beta^{LRE} = 0$  的檢定結果應為不顯著的。而由表 3 至表 5 裡的第五、六條迴歸結果發現，在 10% 顯著水準下，表 3 至表 5 皆不拒絕  $H_0: \beta^{LRE} = 0$  的虛無假設，說明了無模型設定隱含波動度相對歷史波動度具有資訊效率性。然而，在 1% 顯著水準下，表 3 至表 5 皆拒絕  $H_0: \beta^{HJM} = 0$  的虛無假設，顯示無模型設定隱含波動度相對 HJM 隱含波動度不具資訊效率性。接著，聯合假設檢定(22)、(23)式，結果如表 3 至表 5 的「 $\chi^2$  test (b)」所示，除了取對數迴歸式外，其餘皆顯著的拒絕虛無假設。從取對數迴歸式結果來看，無模型設定隱含波動度無法包含所有 HJM 隱含波動度資訊卻包含所有落後一天已實現波動度的資訊。

最後，檢驗式(24)無模型設定波動度相對其他兩個波動度的資訊內含程度，可以先觀察，若在無模型設定隱含波動度預測模型加上任一波動度預測參數，則此模型對於未來真實波動度的解釋能力是否會因而提升。從表 3 至表 5 可發現，無論是加入了 HJM 隱含波動度、落後一天已實現波動度或二者皆加入後，其預測模型的解釋能力在

波動度資料型態為未取對數時（如表 3），展現出的是其無法或者很有效的提升整個模型的解釋能力，這意味著，此時的無模型設定隱含波動度包含了 HJM 隱含波動度和落後一天已實現波動度所隱含的資訊。然而波動度資料型態為取了對數時（如表 5），無模型設定隱含波動度預測模型加入落後一天已實現波動度預測參數後的解釋能力，則有較高的趨勢，而這隱含著，此時無模型設定隱含波動度並未同時包含所有 HJM 隱含波動度和落後一天已實現波動度所隱含的資訊；同時以 wald test 檢驗無模型設定隱含波動度與 HJM 隱含波動度影響已實現波動度強度之差異，並無法顯著拒絕兩波動度相等之虛無假設，亦即兩者對於已實現波動度的影響力是一樣的；同樣結果，可以從聯合假設檢定(24)式看出，如本文表 3 至表 5 的第七條迴歸式「 $\chi^2$  test (b)」所示，在 1% 顯著水準下，皆顯著拒絕虛無假設，亦說明無模型設定隱含波動度無法同時包含所有 HJM 隱含波動度資訊及落後一天已實現波動度的資訊。



《表 3》30 天期波動度  $\sigma_t$  之單變量迴歸(univariate regression)和包含迴歸(encompassing regression)結果(OLS)

N	$\alpha$	$\beta^{MF}$	$\beta^{HJM}$	$\beta^{LRE}$	adjusted $R^2$	Durbin-Watson	$\chi^2$ test(a)	$\chi^2$ test(b)
Panel A: $\sigma_t$								
67	0.000243 (0.00029)	—	0.4591*** (0.0785)	—	0.47	2.33	208.2889 (0.0000)	—
67	0.000342 (0.000301)	—	0.5134*** (0.0787)	-0.1486 (0.1098)	0.49	2.05	—	52.5563 (0.0000)
67	0.001445 (0.000221)	—	—	0.3368*** (0.1157)	0.10	2.12	46.0595 (0.0000)	—
67	-0.000203 (0.000354)	0.4102*** (0.0715)	—	—	0.53	2.34	624.3046 (0.0000)	—
67	-0.000133 (0.000303)	0.4710*** (0.0637)	0.3133***** (0.1007)	—	0.55	2.39	—	210.2404 (0.0000)
67	-0.000228 (0.000364)	0.4567*** (0.0789)	—	-0.1162 (0.1122)	0.46	2.18	—	67.2100 (0.0000)
67	-0.000117 (0.000294)	0.4178*** (0.0671)	0.3556***** (0.0954)	-0.2155 (0.1086)	0.57	2.03	—	213.2063 (0.0000)

說明：表格第一列的  $\beta^{MF}$ 、 $\beta^{HJM}$ 、 $\beta^{LRE}$  是迴歸分析中解釋變數的係數，其解釋變數分別是無模型設定隱含波動度、價平 HJM 隱含波動度及落後一天的已實現波動度。表格中，在數值下方的小括弧裡，列示該參數估計值的標準差，此標準差以 White(1980)所提出的修正方法去調整迴歸係數的 t 值後所計算出的。 $\chi^2$  test(a)為檢定單一迴歸  $H_0: \alpha = 0$  and  $\beta^j = 1$  (j=MF,HJM,LRE)的統計量， $\chi^2$  test(b)為檢定包含迴歸的  $H_0: \beta^{HJM} = 1$  and  $\beta^{LRE} = 0$ ，或是  $H_0: \beta^{MF} = 1$  and  $\beta^{HJM} = \beta^{LRE} = 0$  的統計量，在統計量右方小括弧裡，列示 p-value 值。\*、\*\*、\*\*\*分別表示在顯著水準為 10%、5%、1% 下，檢定領導項迴歸係數是否為 1。\*\*\*\*、\*\*\*\*\*、\*\*\*\*\*分別表示在顯著水準為 10%、5%、1% 下，檢定餘留項迴歸係數是否為 0。

《表 4》30 天期波動度變異數  $V_t$  之單變量迴歸(univariate regression)和包含迴歸(encompassing regression)結果(OLS)

N	$\alpha$	$\beta^{MF}$	$\beta^{HJM}$	$\beta^{LRE}$	adjusted $R^2$	Durbin-Watson	$\chi^2$ test(a)	$\chi^2$ test(b)
Panel B : $V_t$								
67	-0.000000143 (0.00000111)	—	0.3095*** (0.0785)	—	0.52	2.78	297.0523 (0.0000)	—
67	0.000000228 (0.00000107)	—	0.3543*** (0.0792)	-0.1969 (0.1549)	0.54	2.45	—	94.0746 (0.0000)
67	0.00000566 (0.0000013)	—	—	0.2429*** (0.1216)	0.04	2.18	57.6555 (0.0000)	—
67	-0.00000127 (0.0000014)	0.2116*** (0.0566)	—	—	0.39	2.76	1005.5900 (0.0000)	—
67	-0.000000114 (0.00000111)	0.0020*** (0.0491)	0.3118*** (0.1165)	—	0.51	2.78	—	969.0314 (0.0000)
67	-0.00000158 (0.00000183)	0.2607*** (0.0407)	—	-0.2329 (0.1207)	0.41	2.40	—	605.8224 (0.0000)
67	-0.000000373 (0.00000104)	0.0464*** (0.0591)	0.3094*** (0.1128)	-0.2259 (0.1640)	0.53	2.44	—	899.5758 (0.0000)

說明：表格第一列的  $\beta^{MF}$ 、 $\beta^{HJM}$ 、 $\beta^{LRE}$  是迴歸分析中解釋變數的係數，其解釋變數分別是無模型設定隱含波動度、價平 HJM 隱含波動度及落後一天的已實現波動度。表格中，在數值下方的小括弧裡，列示該參數估計值的標準差，此標準差以 White(1980)所提出的修正方法去調整迴歸係數的 t 值後所計算出的。 $\chi^2$  test(a)為檢定單一迴歸  $H_0 : \alpha = 0$  and  $\beta^j = 1$  (j=MF,HJM,LRE)的統計量， $\chi^2$  test(b)為檢定包含迴歸的  $H_0 : \beta^{HJM} = 1$  and  $\beta^{LRE} = 0$ ，或是  $H_0 : \beta^{MF} = 1$  and  $\beta^{HJM} = \beta^{LRE} = 0$  的統計量，在統計量右方小括弧裡，列示 p-value 值。\*、\*\*、\*\*\*分別表示在顯著水準為 10%、5%、1% 下，檢定領導項迴歸係數是否為 1。\*\*\*\*、\*\*\*\*\*、\*\*\*\*\*分別表示在顯著水準為 10%、5%、1% 下，檢定餘留項迴歸係數是否為 0。

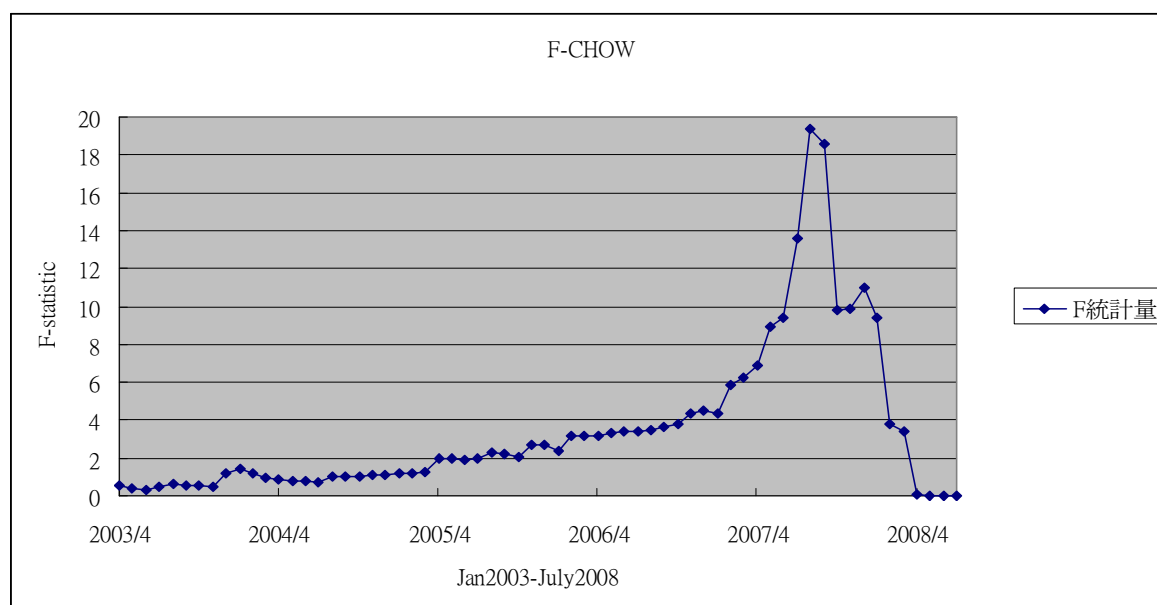
《表 5》30 天期取對數波動度  $\ln(\sigma_t)$  之單變量迴歸(univariate regression)和包含迴歸(encompassing regression)結果(OLS)

N	$\alpha$	$\beta^{MF}$	$\beta^{HJM}$	$\beta^{LRE}$	adjusted $R^2$	Durbin-Watson	$\chi^2$ test(a)	$\chi^2$ test(b)
Panel C : $\ln(\sigma_t)$								
67	-3.614256 (0.8044)	—	0.4863*** (0.1434)	—	0.30	2.16	113.9095 (0.0000)	—
67	-4.204779 (0.8956)	—	0.5465*** (0.1555)	-0.1473 (0.1028)	0.30	1.86	—	15.2619 (0.0005)
67	-5.269135 (0.7147)	—	—	0.1756*** (0.1073)	0.02	1.99	62.9053 (0.0000)	—
67	-1.903341 (0.7697)	0.8514 (0.1488)	—	—	0.36	2.12	257.7509 (0.0000)	—
67	-1.661246 (0.6215)	0.6044** (0.1637)	0.2698***** (0.1268)	—	0.42	2.26	—	6.2311 (0.0444)
67	-2.04108 (0.8606)	0.9670 (0.2138)	—	-0.1156 (0.1071)	0.36	1.97	—	2.3067 (0.3156)
67	-2.211791 (0.7408)	0.7140 (0.2067)	0.3459***** (0.1258)	-0.2438 (0.0957)	0.44	1.87	—	13.9920 (0.0029)

說明：表格第一列的  $\beta^{MF}$ 、 $\beta^{HJM}$ 、 $\beta^{LRE}$  是迴歸分析中解釋變數的係數，其解釋變數分別是無模型設定隱含波動度、價平 HJM 隱含波動度及落後一天的已實現波動度。表格中，在數值下方的小括弧裡，列示該參數估計值的標準差，此標準差以 White(1980)所提出的修正方法去調整迴歸係數的 t 值後所計算出的。 $\chi^2$  test(a)為檢定單一迴歸  $H_0 : \alpha = 0$  and  $\beta^j = 1$  (j=MF,HJM,LRE)的統計量， $\chi^2$  test(b)為檢定包含迴歸的  $H_0 : \beta^{HJM} = 1$  and  $\beta^{LRE} = 0$ ，或是  $H_0 : \beta^{MF} = 1$  and  $\beta^{HJM} = \beta^{LRE} = 0$  的統計量，在統計量右方小括弧裡，列示 p-value 值。\*、\*\*、\*\*\*分別表示在顯著水準為 10%、5%、1% 下，檢定領導項迴歸係數是否為 1。\*\*\*\*、\*\*\*\*\*、\*\*\*\*\*分別表示在顯著水準為 10%、5%、1% 下，檢定餘留項迴歸係數是否為 0。

## 第六節、結構性轉變檢定之實證分析

回顧第三節的實證分析結果，是什麼原因造成表 3 至表 5 無模型設定隱含波動度無法包含所有 HJM 隱含波動度資訊及落後一天已實現波動度的資訊。我們從圖一可以看出一些端倪，已實現波動度在 2007 年 7 至 8 月趨勢明顯有向上爬升，在此時間之前的波動平均而言較低，而在此時間之後的波動平均而言則較高，不禁令筆者好奇是否因為結構性轉變造成變數顯著性產生影響，因此本研究在此使用 Hansen(2001)的做法來檢定結構性轉變，結果如圖 2：圖上實線為每一期間實行 Chow test，記錄所有 F 統計量值並依序畫成時間序列 F-CHOW 圖，圖中最高處即為 Quandt's 統計量，若此點超過 Chow test 之臨界值<sup>8</sup>，即可視為可能的結構性轉變點，期間從 2003 年 1 月至 2008 年 7 月並消去樣本期間前後各 5%的資料。



《圖 2》移動式 Chow test 之趨勢圖

說明：圖上實線為每一期間實行 Chow test，記錄所有 F 統計量值並依序畫成時間序列 F-CHOW 圖，圖中最高處即為 Quandt's 統計量，若此點超過 Chow test 之臨界值，即可視為可能的結構性轉變點，期間從 2003 年 1 月至 2008 年 7 月並消去樣本期間前後各 5%的資料。

<sup>8</sup> 此處考慮當結構性轉變點為未知的情况，因此需使用 Andrews and Ploberger(1994)所提供判斷顯著性的臨界值，由於計算不易，因此以 Hansen(1997)提供的方法計算 p-value 值來判斷顯著性。

從圖 2 可以很明顯看出圖中有一處最高點在第 56 比樣本處，即 2007 年八月，在 Quandt-Andrews 檢定下，其 F 統計量值為 19.34 為最高，而依據 Hansen(1997)方法計算出之 p-value 值為 0.0025，在 1%顯著水準下顯著拒絕沒有結構性轉變點之假設，因此本文認定此時點為結構性轉變點。最後本文再根據 Bai and Perron(1998)的方法檢驗多重結構性轉變點，但結果並未發現存在多重結構性轉變點。

接著本文為了看出結構性變化對樣本估計產生的影響，因此將樣本依據結構性變化時點分成兩樣本，分別為結構性轉變點前的樣本及結構性轉變點後的樣本，藉此找出結構性變化是否對樣本估計產生影響，並以取對數後之波動度資料為主，重新實行(15)式至(24)式，成果如表 6 及表 7，表 6 為結構性轉變前之 30 天期取對數波動度單變量迴歸和包含迴歸結果，表 7 則為結構性轉變後之 30 天期取對數波動度單變量迴歸和包含迴歸結果。首先探討單變量迴歸在結構性轉變前 56 個樣本參數估計的情況，除了 HJM 隱含波動度在 1%顯著水準下顯著拒絕虛無假設外，其餘所有的單變量迴歸結果皆不顯著，這說明了所有單變量迴歸中的波動度預測值中只有 HJM 隱含波動度包含了未來波動度的重要資訊。同樣情形也發生在結構性轉變後 11 個樣本參數估計的情況，這樣的結果與之前考慮所有樣本時截然不同。而在  $\chi^2$  test (a) 方面，不管是結構性轉變前後之樣本，結果都與考慮所有樣本下之情形相同，所有的單變量迴歸中的波動度都不是未來波動度的不偏估計式。

再來探討包含迴歸各變數的資訊效率性部份，結果發現幾處與考慮所有樣本時的情況不同，首先從表 6 第六條迴歸式  $\chi^2$  test (b) 欄中之檢定結果在 1%顯著水準下顯著，說明了結構性轉變前，無模型設定隱含波動度並無法包含所有歷史波動度的資訊。接著從表 7 第二條迴歸式  $\chi^2$  test (b) 欄中之檢定結果在 10%顯著水準下不顯著，說明了結構性轉變後，HJM 隱含波動度相對歷史波動度具有資訊效率性且可以包含所有歷史波動度的資訊。最後從表 7 第六條迴歸式  $\chi^2$  test (b) 欄中之檢定結果在 10%顯著水準下顯著，說明了結構性轉變後，無模型設定隱含波動度並無法包含所有歷史波動度的資訊。

最後探討包含迴歸中表 6 及表 7 第七條迴歸式中無模型設定隱含波動度的資訊效率

性，雖然無模型設定隱含波動度相對 HJM 隱含波動度不具資訊效率性及無模型設定隱含波動度無法同時包含所有 HJM 隱含波動度資訊及落後一天已實現波動度的資訊的結果不變，但在此處可以明顯發現 HJM 隱含波動度在將樣本分成結構性轉變前後之後，其資訊效率性明顯高出考慮所有樣本時的情況許多，因此本文將假設檢定(24)式改成(25)式：

$$\begin{cases} H_0 : \alpha = 0 \text{ and } \beta^{HJM} = 1, \beta^{MF} = 0, \beta^{LRE} = 0 \\ H_1 : \text{not } H_0 \end{cases} \quad (25)$$

重新對表 6 及表 7 第七條迴歸式進行檢測，赫然發現表 7 的結果在 10%顯著下不顯著(p 值為 0.4704)，亦即結構性轉變後 HJM 隱含波動度同時包含所有無模型設定隱含波動度資訊及落後一天已實現波動度的資訊，此與 Jiang and Tian (2005)結果差異甚大。會產生如此差異的原因，我們回到圖 1 觀察，在結構性轉變點前 56 個樣本其波動平均度較低，而在結構性轉變點後之 11 個樣本，其平均波動度較高，因此可以推知 HJM 隱含波動度適合描述樣本波動度較高的情況，但此說法有一個缺點，即結構性轉變點後之樣本太少，變數可能產生錯誤的估計。而在結構性轉變點前的樣本，可以反過來觀察，若在 HJM 隱含波動預測模型加上任一波動度預測參數，則此模型對於未來真實波動度的解釋能力是否會因而提升。HJM 隱含波動度預測模型加入落後一天已實現波動度預測參數後的解釋能力，則有較高的趨勢，而這隱含著，此時 HJM 隱含波動度並未同時包含所有無模型設定隱含波動度和落後一天已實現波動度所隱含的資訊；同時以 wald test 檢驗無模型設定隱含波動度與 HJM 隱含波動度影響已實現波動度強度之差異，並無法顯著拒絕兩波動度相等之虛無假設，亦即兩者對於已實現波動度的影響力是一樣的；同樣結果，可以從聯合假設檢定(25)式看出，在 1%顯著水準下，皆顯著拒絕虛無假設(p 值為 0)，亦說明 HJM 隱含波動度資訊無法同時包含所有無模型設定隱含波動度及落後一天已實現波動度的資訊。因此可以得知結構性轉變前的樣本，HJM 隱含波動度與無模型設定隱含波動度影響已實現波動度強度之差異是一樣的，這結果與考慮所有樣本時的情形一樣。

總合來看，考慮所有樣本時，無模型設定隱含波動度與 HJM 隱含波動度影響已實現波動度強度上沒有差異；而在結構性轉變前的樣本，雖然 HJM 隱含波動度顯著性明顯提升，但無模型設定隱含波動度與 HJM 隱含波動度影響已實現波動度強度上沒有差異的結論不變；而最大差別就在結構性轉變後的樣本，HJM 隱含波動度同時包含所有無模型設定隱含波動度資訊及落後一天已實現波動度的資訊。也因此可以得知，由於結構性轉變前的樣本之效果大於結構性轉變後的樣本，因此造成考慮所有樣本時，無模型設定隱含波動度與 HJM 隱含波動度影響已實現波動度強度上沒有差異，但不論有無考慮結構性轉變的情況，本文之結果都與 Jiang and Tian (2005)之結果有所差異。

《表 6》結構性轉變前之 30 天期取對數波動度  $\ln(\sigma_t^2)$  單變量迴歸(univariate regression)和包含迴歸(encompassing regression)結果(OLS)

N	$\alpha$	$\beta^{MF}$	$\beta^{HJM}$	$\beta^{LRE}$	adjusted $R^2$	Durbin-Watson	$\chi^2$ test(a)	$\chi^2$ test(b)
Panel A : $\ln(\sigma_t^2)$								
56	-3.8555 (0.7041)		0.4622*** (0.1244)		0.19	2.41	146.5728 (0.0000)	
56	-5.4650 (0.8542)		0.6354*** (0.1304)	-0.3975 (0.1148)	0.29	1.82		30.1803 (0.0000)
56	-7.6521 (0.7886)			-0.1655*** (0.1163)	0.01	1.97	105.8513 (0.0000)	
56	-9.4526 (1.2866)	-0.5889*** (0.2598)			0.05	2.10	394.3380 (0.0000)	
56	-7.3583 (1.2272)	-0.8000*** (0.2340)	0.5320***** (0.1201)		0.31	2.17		68.5400 (0.0000)
56	-9.3082 (1.3196)	-0.5754*** (0.3428)		0.0108 (0.1545)	0.03	2.10		34.4688 (0.0000)
56	-7.1002 (1.2552)	-0.5666*** (0.3319)	0.6341***** (0.1291)	-0.2234 (0.1589)	0.32	1.96		77.8673 (0.0000)

說明：表格第一列的  $\beta^{MF}$ 、 $\beta^{HJM}$ 、 $\beta^{LRE}$  是迴歸分析中解釋變數的係數，其解釋變數分別是無模型設定隱含波動度、價平 HJM 隱含波動度及落後一天的已實現波動度；N 為樣本數，表示結構性轉變前之樣本。表格中，數值下方的小括弧裡，列示該參數估計值的標準差，此標準差以 White(1980)所提出的修正方法去調整迴歸係數的 t 值後所計算出的。 $\chi^2$  test(a)為檢定單一迴歸  $H_0: \alpha = 0$  and  $\beta^j = 1$  (j=MF,HJM,LRE)的統計量， $\chi^2$  test(b)為檢定包含迴歸的  $H_0: \beta^{HJM} = 1$  and  $\beta^{LRE} = 0$ ，或是  $H_0: \beta^{MF} = 1$  and  $\beta^{HJM} = \beta^{LRE} = 0$  的統計量，在統計量右方小括弧裡，列示 p-value 值。

\*、\*\*、\*\*\*分別表示在顯著水準為 10%、5%、1%下，檢定領導項迴歸係數是否為 1。\*\*\*\*、\*\*\*\*\*、\*\*\*\*\*分別表示在顯著水準為 10%、5%、1%下，檢定餘留項迴歸係數是否為 0。



《表 7》結構性轉變後之 30 天期取對數波動度  $\ln(\sigma_t^A)$  單變量迴歸(univariate regression)和包含迴歸(encompassing regression)結果(OLS)

N	$\alpha$	$\beta^{MF}$	$\beta^{HJM}$	$\beta^{LRE}$	adjusted $R^2$	Durbin-Watson	$\chi^2$ test(a)	$\chi^2$ test(b)
Panel B : $\ln(\sigma_t^A)$								
11	-0.2077 (1.2467)		1.1234 (0.2580)		0.50	3.03	34.6334 (0.0000)	
11	-2.6345 (1.9590)		1.1229 (0.2524)	-0.4468 (0.2804)	0.48	2.41		2.7735 (0.2499)
11	-7.5199 (1.4733)			-0.3555**** (0.2768)	-0.07	1.33	27.2767 (0.0000)	
11	-8.6956 (5.0760)	-0.7253 (1.1393)			-0.04	1.61	48.3208 (0.0000)	
11	-0.6430 (4.3336)	-0.0855 (0.7994)	1.1099***** (0.2901)		0.43	3.01		24.7225 (0.0000)
11	-9.0209 (5.0058)	-0.5632 (1.7064)		-0.1805 (0.6071)	-0.18	1.51		5.6329 (0.0598)
11	-0.3983 (4.9644)	0.6337 (1.1323)	1.2487***** (0.4075)	-0.6539 (0.4683)	0.43	2.22		22.6432 (0.0000)

說明：表格第一列的  $\beta^{MF}$ 、 $\beta^{HJM}$ 、 $\beta^{LRE}$  是迴歸分析中解釋變數的係數，其解釋變數分別是無模型設定隱含波動度、價平 HJM 隱含波動度及落後一天的已實現波動度；N 為樣本數，表示結構性轉變後之樣本。表格中，數值下方的小括弧裡，列示該參數估計值的標準差，此標準差以 White(1980)所提出的修正方法去調整迴歸係數的 t 值後所計算出的。 $\chi^2$  test(a)為檢定單一迴歸  $H_0: \alpha = 0$  and  $\beta^j = 1$  (j=MF,HJM,LRE)的統計量， $\chi^2$  test(b)為檢定包含迴歸的  $H_0: \beta^{HJM} = 1$  and  $\beta^{LRE} = 0$ ，或是  $H_0: \beta^{MF} = 1$  and  $\beta^{HJM} = \beta^{LRE} = 0$  的統計量，在統計量右方小括弧裡，列示 p-value 值。

\*、\*\*、\*\*\*分別表示在顯著水準為 10%、5%、1%下，檢定領導項迴歸係數是否為 1。\*\*\*\*、\*\*\*\*\*、\*\*\*\*\*分別表示在顯著水準為 10%、5%、1%下，檢定餘留項迴歸係數是否為 0。

## 第五章、結論

本文主要根據 Jiang and Tian (2005)將無模型設定的隱含波動度應用在 S&P500 指數選擇權的方法，改以 CBOE VIX White Paper (2009)計算 VIX 指數方式求算無模型設定的隱含波動度，並應用 HJM 模型反求隱含波動度，以觀察無模型設定的隱含波動度應用在利率選擇權上是的資訊內涵，而本文以歐洲美元期貨選擇權為研究對象檢驗隱含波動度的預測能力及其所包含的資訊，是否亦能得到有效率的預測效果。

實證研究結果發現，由歐洲美元期貨選擇權所算出的隱含波動度雖然沒有如 Jiang and Tian (2005)使用 S&P500 指數選擇權的預測能力高，而與 Jiang and Tian (2005)仍有許多一致的結果，如無模型設定的隱含波動度仍為一個有偏誤的估計式、無模型設定隱含波動度比落後一天已實現波動度更可解釋更多未來波動度、HJM 隱含波動度相對歷史波動度具有資訊效率性等。本文比較與 Jiang and Tian (2005)的差異，Jiang and Tian (2005)之無模型設定的隱含波動度使用了不同的履約價格的選擇權的資訊而得，同時有考慮到截取誤差(truncation errors)與離散化誤差(discretization errors)問題，因此相較於其他模型而言，無模型設定的隱含波動度對於未來波動度的預測上保留了較多的資訊。而本文之無模型設定隱含波動度並未同時包含所有 HJM 隱含波動度和落後一天已實現波動度所隱含的資訊，且無模型設定隱含波動度相對 HJM 隱含波動度不具資訊效率性。這也說明了，市場中的訊息萬千，任何單一預測模型皆無法涵蓋所有的市場資訊，也就是沒有任何波動度估計值可單獨的去預測未來的已實現波動度，但無模型設定隱含波動度仍為一個有效預測未來波動的變數。

本文另外發現，樣本期間具有結構性轉變現象，因此將樣本分成結構性轉變前與後進行探討，結果發現不管在結構性轉變前或後之樣本所有單變量迴歸中的波動度預測值中只有 HJM 隱含波動度包含了未來波動度的重要資訊；且在結構性轉變前，無模型設定隱含波動度並無法包含所有歷史波動度的資訊；而在結構性轉變後，HJM 隱含波動度相對歷史波動度具有資訊效率性且可以包含所有歷史波動度的資訊以及無模型設定隱含波動度並無法包含所有歷史波動度的資訊等，這些結果與考慮所有樣本下的情形相

反。此外，本文樣本在結構性轉變後 HJM 隱含波動度同時包含所有無模型設定隱含波動度資訊及落後一天已實現波動度的資訊，則為與 Jiang and Tian (2005)最大差異的地方，而考慮結構性轉變現象的隱含波動度資訊內涵，是先前文獻稍微不足的地方，為本文貢獻之一。

本文之結果並未如 Jiang and Tian (2005)一樣，其可能原因為本文係根據 CBOE VIX White Paper (2009)求算無模型設定的隱含波動度，因此可能未考慮到截取誤差與離散化誤差問題或是因為 Jiang and Tian (2005)是以權益選擇品商品為研究對象，而本文則以利率選擇權商品為對象，市場性質不同所造成的差異；此外，樣本數不足，亦是影響本文結果的因素，在考慮結構性轉變之後，母樣本必須切割成子樣本，樣本數不足的影響格外嚴重，若能考慮這以上問題修正結果，方能使研究後的數值更具說服力。雖然本文未考慮 Jiang and Tian (2005)截取誤差與離散化誤差問題，但由於 Jiang and Tian (2005)藉助了模型才能考慮截取誤差與離散化誤差，因此嚴格來說，並非完全無模型設定的情況，而本文採用 VIX 指數作為無模型設定的隱含波動度，可以完全呈現真正無模型設定的意涵。另外，VIX 雖非完美，但卻是普遍被使用的方法，本文將之應用在利率衍生性商品，探討其資訊內涵，為本文重要之貢獻所在。

## 參考文獻

1. 楊奕農 (2006), 時間序列分析-經濟與財務上之應用, 台北: 雙葉書廊
2. Andrews, D.W.K. (1993), "Test for parameter instability and structural change with unknown change point." *Econometrica* 61, 821-856
3. Andrews, Donald W K and Ploberger, Werner, (1994), "Optimal Tests When a Nuisance Parameter Is Present Only under the Alternative," *Econometrica*, 62, 1383-1414
4. Amin, Kaushik I. , Andrew, J. Morton (1994), "Implied Volatility Functions in Arbitrage-Free Term Structure Models" , *Journal of Financial Economics*, 35, pp.141-180.
5. Bai, J. and Perron, P. (1998), "Estimating and testing linear models with multiple structural changes." *Econometrica*, 66: 47-78
6. Blair, B. J., S. Poon, and S. J. Taylor (2001), "Forecasting S&P100 Volatility: The Incremental Information Content of Implied Volatilities and High-frequency Index Returns," *Journal of Econometrics*, 105, 5-26.
7. Brace, A., D. Gatarek, and M. Musiela. (1997). "The market model of interest rate dynamics." *Mathematical Finance*. 7, 127-155.
8. Britten-Jones, M., and A. Neuberger (2000), "Option Prices, Implied Price Processes, and Stochastic Volatility," *Journal of Finance*, 55, 839-866.
9. Brown, Durbin, and Evans (1975), "Techniques for Testing the Constancy of Regression Relationships Over Time," *Journal of the Royal Statistical Society* 37, 149-192
10. Cakici, Nusret., and Jintao Zhu. (2001), "Pricing Eurodollar Futures Options With The Heath-Jarrow-Morton Model,". *Journal of Futures Markets*. Vol.21, No.7, 655-680.
11. Canina, L., and S. Figlewski (1993), "The Informational Content of Implied Volatility," *Review of Financial Studies*, 6, 659-681.
12. Chiras, D. P., and M. Steven (1978), "The information content of option prices and a test of market efficiency." *Journal of Financial Economics*, June-Sep, 213-234.

13. Chow, Gregory C. (1960), "Tests of Equality Between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions." *Econometrica*. 28 , 591-605
14. Christensen, B. J., and N. R. Prabhala (1998), "The Relation between Implied and Realized Volatility," *Journal of Financial Economics*, 50, 125–150
15. Christiansen, Charlotte., and Charlotte Strunk, Hansen (2002), "Implied Volatility of Interest Rate Options: An Empirical Investigation of the Market Model." *Review of Derivatives Research*. 5, 51-80.
16. Cox, J. C., J. E. Ingersoll and S. A. Ross (1985), "A Theory of the Term Structure of Interest Rates", *Econometrica*, 53, 2, pp.385-407.
17. Day, T. E., and C. M. Lewis (1988), "The Behavior of the Volatility Implicity in the Price of Stock Index Option," *Journal of Finance Economics*, 22, 103-122.
18. Day, T. E., and C. M. Lewis (1992), "Stock Market Volatility and the Information Content of Stock Index Options," *Journal of Econometrics*, 52, 267–287.
19. Engle, R. F. (1982), "Autoregressive conditional Heteroskedasticity with Estimates of The Variance of UK Inflation," *Econometrica*, 50, 987-1008
20. Fitzgerald, D.(1999), "Trading Volatility," *Risk Management and Analysis*. Vol.2: New Market and Products, Edited by C. Alexander, 261-291
21. Fleming, J. (1998), "The Quality of Market Volatility Forecast Implied by S&P 100 Index Option Prices," *Journal of Empirical Finance*, 5, 317–345.
22. Fleming, J., Ostdiek, B., and Whaley, R. E. (1995), "Predicting Stock Market. Volatility: A New Measure", *Journal of Futures Markets*, Vol. 15, P265-302.
23. Hansen, Bruce E, (1997), "Approximate Asymptotic P Values for Structural-Change Tests," *Journal of Business and Economic Statistics*, 15, 60-67
24. Hansen, B. E. (2001), "The New Econometrics of Structural Change: Dating Breaks in U.S. Labor Productivity." *Journal of Economic Perspectives*, 15, 4, 117-128

25. Harvey, C. R., and R. E. Whaley (1991), "S&P 100 Index Option Volatility," *Journal of Finance*, 46, 1551–1561.
26. Heath, D., R. Jarrow, and A. Morton. (1990). "Bond pricing and the term structure of interest rates: a discrete time approximation. " *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*. 25, 419-440.
27. Ho, T. S. Y. and S. B. Lee (1986), "Term Structure Movement and Pricing Interest Rate Contingent Claims", *Journal of Finance*, 41, 5, pp.1011-1029.
28. Hull, J. and A. White (1990), "Pricing Interest Rate Derivatives Securities", *Review of Financial Studies*, 3, 4, pp.573-592.
29. James A. Hyerczyk (2001), "Volatility Matters: Better Position Sizing," *Futures*, May, 34-36.
30. Jiang, G. J. and Y. S. Tian (2005), "The Model-Free Implied Volatility and Its Information Content," *The Review of Financial Studies*, 18, 1306-1342
31. Jorion, P. (1995), "Predicting Volatility in the Foreign Exchange Market," *Journal of Finance*, 50, 507–528.
32. Joshi, Mark., and Riccardo Rebonato(2001), "A stochastic-volatility, displaced-diffusion extension of the LIBOR Market Model", QUARC working paper
33. Kuo, I-Doun., and Dean Paxson. (2002). "Implied volatility functions for one and two-factor Heath, Jarrow, and Morton models." *現代財務論壇*，台中東海大學。
34. Lamoureux, C. G. and W. D. Lastrapes (1993), "Forecasting Stock-Return Variance: Toward an Understanding of Stochastic Implied Volatility." *The Review of Financial Studies*, 6(2), 293-326.
35. Latane, H. A., and R. J. Rendleman, Jr. (1976), "Standard Deviations of Stock Price Ratios Implied in Options Price," *Journal of Finance*, 31,361-381
36. Liu, J., S. Wu, and J. V. Zidek (1997), "On segmented multivariate regressions", *Statistica Sinica*, 7, pp.497-525.

37. Longstaff, F. A. and E. S. Schwartz (1992), "Interest Rate Volatility and the Term Structure: A Two-Factor General Equilibrium Model", *Journal of Finance*, 47, 4, pp. 1259-1282.
38. Low, Cheekiat (2000), "The fear and Exuberance from implied volatility of S&P100 Index Options," Working Paper.
39. Poon S. H. and C. W. J. Granger (2003), "Forecasting Volatility in Financial Market : A Review," *Journal of Economic Literature*, 41, 478-539
40. Quandt, Richard. (1960), "Tests of the Hypothesis that a Linear Regression Obeys Two Separate Regimes." *Journal of the American Statistical Association*.55, 324-330
41. Rendleman, Jr., Richard, J., and Brit Bartter. (1980). "The Pricing of Options on Debt Securities." *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. 15(1), 11-24.
42. Vix White Paper (2009), "the powerful and flexible trading and risk management tool from the Chicago board options exchange" Chicago Board Options Exchange.
43. Whaley, R.E., (1981), "The investor fear gauge", *Journal of Portfolio Management*, vol.26, pp12-17.
44. Yao, Y. C. (1988). "Estimating the number of change-point via Schwarz' criterion." *Statistics & Probability Letters* 6, 181-198.