


東 海 大 學

工業工程與經營資訊研究所

碩士論文

二階混沌系統與模糊混沌系統之初探

研 究 生：蔡政翰  
指 導 教 授：張炳騰 老師  
                  王文清 老師



中 華 民 國 九 十 九 年 六 月

# **A Preliminary Study of Level Two Chaotic Systems and Fuzzy Chaotic Systems**

By  
Cheng-Han Tsai

Advisor: Dr. Ping-Teng Chang  
Dr. Wen-Ching Wang

A Thesis  
Submitted to the Institute of Industrial Engineering and Enterprise  
Information at Tunghai University  
in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Science  
in  
Industrial Engineering and Enterprise Information

June 2010  
Taichung , Taiwan , Republic of China

# 二階混沌系統與模糊混沌系統之初探

學生：蔡政翰

指導教授：張炳騰 老師

王文清 老師

東海大學工業工程與經營資訊研究所

## 摘要

本研究所提出的二階混沌系統(Level Two Chaotic Systems) 與模糊混沌系統(Fuzzy Chaotic Systems)是建立在混沌系統(Chaotic Systems)的基礎上。傳統混沌系統不完整地說明現實的變化，在真實世界中的系統包含了許多不確定性因子，而混沌系統需要將這些因子以明確值(Crisp value)表示才能進行運算。如果系統可以直接處理這些不確定因子，則系統將會更有效率。本研究使用二階(Level Two)或可稱混沌系統混沌化與模糊算術(fuzzy arithmetic)取代混沌系統中的明確數值計算方式，提供研究者更明確、多樣化的資訊。我們將從現實事件中舉出案例來說明，二階混沌系統與模糊混沌系統所產生的特殊圖形現象。

二階混沌系統的複雜性，在於由混沌系統產生參數值(Parameter value)，探討圖形現象，和初始輸入值(Initial value)的關係性。圖形因初始輸入值造成發散時間、圖形範圍等特性。本論文主要探討以二階混沌系統的圖形變化與初始輸入值的變化。

模糊混沌系統的複雜性，在於各數值與混沌系統之間的交互影響。本研究使用兩種方法：(1)模糊混沌、(2)模糊區間混沌化。探討參數與初始輸入值形成的圖形現象，以及參數與初始輸入值各自的關係性。圖形會因參數值和初始輸入值造成發散、收斂、擴大、縮小、不規則等特性。本論文主要探討以模糊混沌系統的圖形變化與參數和初始輸入值變化。並且探討  $\alpha$ -cut、Weakest  $t$ -norm 兩種模糊算術方法，對於對稱模糊數資料運算結果對圖形的影響。

經本研究觀察，二階混沌系統已不具傳統混沌現象，而在模糊混沌系統中，初始輸入值對圖形的影響遠大於參數值的影響。從二階混沌系統與模糊混沌系統的圖形現象，能與現實世界中的企業發展及社會發展吻合。

**關鍵字：**混沌理論、模糊理論、二階混沌系統或混沌化混沌系統、模糊混沌系統、模糊運算、模糊區間混沌化、管理現象、企業現象、社會現象之應用

# A Preliminary Study of Level Two Chaotic Systems and Fuzzy Chaotic Systems

Student: Cheng-Han Tsai

Advisor: Dr. Ping-Teng Chang

Dr. Wen-Ching Wang

Department of Industrial Engineering and Enterprise Information  
Tunghai University

## ABSTRACT

In this study the level two chaotic systems and fuzzy chaotic systems are presented based on the chaotic systems. Traditional chaotic systems can be observed that may be incomplete to illustrate the real world phenomena due to that variable and parameters may belong to uncertain factors. It is more beneficial if the chaotic systems are extended to deal with also imprecise information or vague parameters and variables. The evaluations with the level two or termed chaoticized chaotic and fuzzy arithmetic operations may provide more insightful information regarding the uncertainties of the world for the decision makers.

The complexity of the level two chaotic systems stems from the parameter value which is generated by the chaotic systems as well. And therefore for these systems, we will also investigate the internal diversification phenomenon of initial conditions as well. Especially, the system characteristics for convergence and divergence and system range from the initial condition.

On the other hand, the complexity of the fuzzy chaotic systems is from the interaction of the parameters and variables in the chaotic systems. In this study two methods are presented: fuzzy chaos and chaotic fuzzy interval. For that, we will investigate system diversification form the parameter and the variable. Also, the two methods are examined here in detail with two types of fuzzy arithmetic,  $\alpha$ -cut fuzzy arithmetic and weakest  $t$ -norm  $T_\omega$  operator.

Moreover, it is found in this study that the level two chaotic system have lost the phenomenon of traditional chaotic systems. And in fuzzy chaotic systems, initial values may have more influence on the system than the parameter values. The system phenomena are consistent with business or social phenomena.

**Key Words:** Chaos Theory, Fuzzy Theory, Level 2 Chaotic Systems or Chaoticized Chaotic Systems, Fuzzy Chaotic Systems, Fuzzy Arithmetic Operations, Chaotic Fuzzy Interval, Applications in Management, Business, Social Phenomena

## 誌謝

心中千言萬語實在無法一一道盡，不同的世界唯有親身經歷才能有所體會；研究所兩年來的磨鍊，讓自己再成長了不少，這一路上有許多的師長朋友給予我鼓勵與建議，成為完成此篇論文的最大動力。

首先要感謝指導教授張炳騰老師，無論在學術研究或待人處世上，提供我許多的參考經驗與想法，老師的諄諄教誨會時時刻刻銘記於心。論文寫作期間感謝王文清老師不吝指導，適時給予建議，使得想法與文字更趨嚴謹。以及，感謝口試委員白炳豐老師與時序時老師在百忙之中特別撥空審閱本論文，並提供寶貴的意見與指教，使本論文更加嚴謹與完整。

感謝 IKS 研究室的舜麟、龍廷、志昇及政綱學長們的鼎力協助與勉勵，以及上屆的彥霖、昱婷、憲耀、惟丞及芝婷學長姐們精神上的支持，感謝研究室同學孟鋒、淑怡及珮珊，你們的鼓勵與支持伴我度過許多個難熬的漫漫長夜，如今也一起完成了我們的目標，謝謝你們！接著，感謝學弟妹建中、昱宏、秀珊、郁雅、鴻翔一年來為我們及研究室的付出。感謝好友們，在我生活、精神與學業上的鼓勵，驅使我繼續為論文奮鬥的動力。

謝謝工工所的所有老師、教職員以及同學們，謝謝各個研究室曾經幫助我的人，謝謝為我加油打氣的人，希望你們在未來各方面都能好好加油。最後僅以此論文獻給我親愛的爸爸媽媽和我的家人們，謝謝你們的支持。

蔡政翰 謹誌於

東海大學工業工程與經營資訊研究所

民國九十九年七月

# 目錄

摘要.....	iii
ABSTRACT.....	iv
誌謝.....	v
目錄.....	vi
表目錄.....	viii
圖目錄.....	ix
圖目錄.....	ix
第一章 緒論.....	1
1.1 研究背景與動機.....	1
1.2 研究目的.....	2
1.3 研究流程與步驟.....	3
第二章 文獻探討.....	5
2.1 混沌介紹.....	5
2.1.1 混沌內部作用.....	9
2.1.2 混沌外顯現象.....	10
2.2 碎形理論與特性.....	13
2.3 混沌理論、隨機理論和系統動態學比較.....	15
2.3.1 混沌理論與隨機理論比較.....	15
2.3.2 混沌理論與系統動態學比較.....	15
2.4 混沌現象的鑑別方法.....	16
2.4.1 李雅普諾夫指數分析法(Lyapunov Exponent Analysis).....	18
2.4.2 R/S 分析法.....	21
2.4.3 龐加萊截面(Poincaré Map).....	23
2.4.4 相關維度分析法(Relational Dimension).....	24
2.5 混沌系統.....	25
2.5.1 Lorenz 混沌系統.....	25
2.5.2 Chen 混沌系統.....	27
2.5.3 Liu 混沌系統.....	28
2.6 模糊理論(Fuzzy Theory)簡介：.....	29
2.6.1 模糊的基本概念.....	29
2.6.2 模糊理論發展.....	30
2.6.3 模糊理論主要研究領域.....	32
2.6.4 模糊理論至今的應用.....	33
2.6.5 模糊集合(Fuzzy Set).....	34
2.6.6 模糊數(Fuzzy Number)與(Membership Function).....	34

2.6.7	模糊運算(Fuzzy Arithmetic Operations)	36
2.6.8	解模糊化 (Defuzzification)	39
2.7	混沌在管理上的意義	40
第三章	研究方法	42
3.1	二階混沌系統(Level Two Chaotic Systems)	42
3.2	模糊混沌系統(Fuzz Chaotic Systems)	44
3.2.1	模糊混沌方法	44
3.2.2	模糊區間混沌化方法	55
第四章	圖形現象分析	62
4.1	混沌系統(Chaotic Systems)	62
4.2	二階混沌系統(Level Two Chaotic Systems)	66
4.3	模糊混沌系統(Fuzzy Chaotic Systems)	69
4.3.1	模糊混沌	69
4.3.2	模糊區間混沌化	78
4.4	圖形分析-總結	114
第五章	結論	115
5.1	二階混沌系統	115
5.2	模糊混沌系統	116
5.2.1	模糊混沌	116
5.2.2	模糊區間混沌化	119
5.3	後續研究建議	124
參考文獻		125
中文文獻		125
英文文獻		126

# 表目錄

表 2.1、混沌理論歷史發展文獻 .....	6
表 2.2、混沌理論特性文獻 .....	7
表 2.3、混沌與隨機比較 .....	15
表 2.4、混沌理論與系統動態學比較 .....	16
表 2.5、判斷混沌現象的方法 .....	17
表 3.1、三種混沌系統 .....	42
表 3.2、三種混沌系統的近似差分方程組 .....	42
表 3.3、混沌系統參數值混沌化組合表 .....	44
表 4.1、Chen 系統圖形特徵 .....	63
表 4.2、Liu 系統圖形特徵 .....	64
表 4.3、Lorenz 系統圖形特徵 .....	65
表 4.4、三個混沌系統圖形特徵 .....	65
表 4.5、二階混沌系統(疊代次數) .....	66
表 4.6、模糊混沌系統，模糊參數值以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	71
表 4.7、模糊混沌系統，模糊參數值以 T-norm 模糊運算 .....	73
表 4.8、模糊混沌系統，模糊初始輸入值以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	75
表 4.9、模糊混沌系統，模糊初始輸入值以 T-norm 模糊運算 .....	77
表 4.10、模糊 Chen 系統參數值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	79
表 4.11、模糊 Liu 系統參數值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	81
表 4.12、模糊 Lorenz 系統參數值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	83
表 4.13、模糊 Chen 系統參數值，該模糊區間混沌化，以 T-norm 模糊運算 .....	85
表 4.14、模糊 Liu 系統參數值，該模糊區間混沌化，以 T-norm 模糊運算 .....	87
表 4.15、模糊 Lorenz 系統參數值，該模糊區間混沌化，以 T-norm 模糊運算 .....	89
表 4.16、模糊 Chen 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	91
表 4.17、模糊 Liu 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	93
表 4.18、模糊 Lorenz 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	95
表 4.19、模糊 Chen 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	97
表 4.20、模糊 Liu 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	99
表 4.21、模糊 Lorenz 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	101
表 4.22、模糊 Chen 系統參數與輸入初始值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	103
表 4.23、模糊 Liu 系統參數與輸入初始值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	105
表 4.24、模糊 Lorenz 系統參數與輸入初始值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	107
表 4.25、模糊 Chen 系統參數與初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 T-norm 模糊運算 .....	109
表 4.26、模糊 Liu 系統參數與初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 T-norm 模糊運算 .....	111
表 4.27、模糊 Lorenz 系統參數與初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 T-norm 模糊運算 .....	113
表 4.28、總結圖形分析 .....	114



# 圖目錄

圖 1.1、研究架構流程圖 .....	4
圖 2.1、羅吉斯成長方程式之時間序列圖 .....	5
圖 2.2、科赫雪片與希爾平斯基襯墊 .....	14
圖 2.4、李雅普諾夫指數示意圖 .....	18
圖 2.5、 $\lambda < 0$ 收斂 .....	19
圖 2.6、 $\lambda < 0$ 收斂至單一軌道 .....	19
圖 2.7、 $\lambda = 0$ 軌道運動呈穩定 .....	19
圖 2.8、 $\lambda > 0$ 兩相鄰軌跡最終發散 .....	20
圖 2.9、Lorenz 混沌系統 .....	26
圖 2.10、Chen 混沌系統 .....	27
圖 2.11、Liu 混沌系統 .....	28
圖 2.12、模糊理論分類 .....	32
圖 2.13、三角型隸屬度函數 .....	34
圖 2.14、三角形模糊數重心示意圖 .....	40
圖 4.1、Chen 混沌系統 .....	62
圖 4.2、Liu 混沌系統 .....	63
圖 4.3、Lorenz 混沌系統 .....	64
圖 4.4、二階混沌系統，原系統為 Chen 系統 .....	67
圖 4.5、二階混沌系統，原系統為 Liu 系統 .....	68
圖 4.6、二階混沌系統，原系統為 Lorenz 系統 .....	69
圖 4.7、模糊混沌系統，模糊參數值以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	70
圖 4.8、模糊混沌系統，模糊參數值以 $T$ -norm 模糊運算 .....	72
圖 4.9、模糊混沌系統，模糊初始輸入值以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	74
圖 4.10、模糊混沌系統，模糊初始輸入值以 $T$ -norm 模糊運算 .....	76
圖 4.11、模糊 Chen 系統參數值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	78
圖 4.12、模糊 Liu 系統參數值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	80
圖 4.13、模糊 Lorenz 系統參數值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	82
圖 4.14、模糊 Chen 系統參數值，該模糊區間混沌化，以 $T$ -norm 模糊運算 .....	84
圖 4.15、模糊 Liu 系統參數值，該模糊區間混沌化，以 $T$ -norm 模糊運算 .....	86
圖 4.16、模糊 Lorenz 系統參數值，該模糊區間混沌化，以 $T$ -norm 模糊運算 .....	88
圖 4.17、模糊 Chen 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	90
圖 4.18、模糊 Liu 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	92
圖 4.19、模糊 Lorenz 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	94
圖 4.20、模糊 Chen 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	96
圖 4.21、模糊 Liu 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	98
圖 4.22、模糊 Lorenz 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	100
圖 4.23、模糊 Chen 系統參數與輸入初始值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	102
圖 4.24、模糊 Liu 系統參數與輸入初始值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	104

圖 4.25、模糊 Lorenz 系統參數與輸入初始值，該模糊區間混沌化，以 $\alpha$ -cut 模糊運算 .....	106
圖 4.26、模糊 Chen 系統參數與初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 $T$ -norm 模糊運算 .....	108
圖 4.27、模糊 Liu 系統參數與初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 $T$ -norm 模糊運算 .....	110
圖 4.28、模糊 Lorenz 系統參數與初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 $T$ -norm 模糊運算 .....	112
圖 5.1、二階混沌系統圖形現象-向外發散 .....	115
圖 5.2、二階混沌系統圖形現象-收斂 .....	115
圖 5.3、模糊混沌系統圖形現象-逐漸擴大 .....	117
圖 5.4、模糊混沌系統圖形現象-範圍狹小 .....	117
圖 5.5、模糊混沌系統圖形現象-初期和後期變化大 .....	118
圖 5.6、模糊區間混沌化之圖形現象-範圍狹小 .....	120
圖 5.7、模糊區間混沌化之圖形現象-上中下圖形固定，但距離遠 .....	120
圖 5.8、模糊區間混沌化之圖形現象-下界範圍較上界大 .....	121
圖 5.9、模糊區間混沌化之圖形現象-上界範圍較下界大 .....	121
圖 5.10、模糊區間混沌化之圖形現象-上下界範圍不穩定 .....	122
圖 5.11、模糊區間混沌化之圖形現象-上下擴散大，中間極小 .....	122

# 第一章 緒論

## 1.1 研究背景與動機

在真實世界中，自然的變化瞬息萬千、生物的數量增減和海洋潮汐的多寡等，在現實社會中，例如：高速公路車流量的速度、每日股價的波動程度、企業盛衰及從古至今的社會變遷等，存在著許多不規則且無秩序可言的變化，這些變化在過去一直是個迷。直到 1904 年，Poincare 發現第一個混沌系統，後續發展出混沌理論(Chaos Theory)，才從不規則且無秩序的現象中找到了秩序，而得到適當的答案。

在現實情況下，例如，白令海峽海底隧道工程，在艱鉅的海地隧道過程，對於鑽研機的控制是需要嚴格掌控的，因此對於系統中許多的參數與輸入值設定，必定是時常作調整，以避免工程中發生危險。而傳統參數與初始輸入值為確定值的混沌系統，面對需要不定時作改變的情況，不能夠完整描述這種複雜系統中的變化。

因此在一個複雜且變化多端的系統中，參數值會隨著時間變化，變化過程不具規則性且無秩序，這種現象類似混沌現象，因此假設在複雜系統中的參數值具有混沌現象。因此，本研究希望使混沌系統中參數值的變化能模擬混沌現象，將混沌系統的參數值以混沌現象呈現，本研究稱為二階混沌系統。

由於複雜系統不容易對未來進行預測，且參數與初始輸入值間各自互相影響的現象，這種複雜的現象是過去混沌系統無法描述的。因此，在混沌系統中使用模糊理論，本研究稱之為模糊混沌系統，其方法有兩種：

1. 使用模糊理論將參數與初始輸入值模糊化，以呈現其變化的範圍，本方法稱之為模糊混沌。
2. 使用模糊理論將參數與初始輸入值模糊化，其模糊區間變化以混沌現象呈現，表示其範圍的變化，此方法稱之為模糊區間混沌化。

本研究以建立數學模型，觀察模糊混沌系統的變化，對社會及企業發展帶來的意義。數學模型主要分為三種：(一) 二階混沌系統(混沌化混沌系統)，(二) 模糊混沌系統，(三) 模糊區間混沌化。其中的模糊運算分為兩種：(一)  $\alpha$ -cut 運算 (二) Weakest  $t$ -norm 運算。並針對系統的參數與初始輸入值做分析。

## 1.2 研究目的

本研究主要目的為結合模糊理論與混沌理論：

1. 本研究提出二階混沌系統(Level Two Chaotic Systems)是建立在傳統混沌系統基礎上，使混沌系統混沌化。
2. 探討參數和初始值在不同輸入值的運算結果對二階混沌系統的影響。
3. 本研究所提出的模糊化混沌系統(Fuzzy Chaotic Systems)是建立在過去混沌系統(Chaos System)基礎上，使用模糊數與模糊算數取代過去混沌系統中明確值(crisp)參數與初始輸入值的計算方式。
4. 探討模糊化混沌系統，該模糊區間具混沌化取代傳統固定的模糊區間計算方式。
5. 探討  $\alpha$ -cut、Weakest t-norm 兩種模糊運算方法在不同模糊化的輸入值的運算結果對混沌系統的影響。
6. 探討二階混沌系統、模糊混沌系統和混沌化混沌系統，該模糊區間混沌化，圖形現象與企業發展過程和社會發展上的現象應用。

### 1.3 研究流程與步驟

本研究分為以下幾個流程步驟，研究的流程與架構如圖 1.1 所示：

#### 1. 問題探討與確立目標

探討混沌系統對於參數混沌化所產生的現象，並提出模糊理論對混沌系統的影響，對於管理層面上的關係。確立研究範圍與目標。

#### 2. 文獻探討

藉由相關文獻的回顧，了解目前相關研究領域上成果，作為研究過程的參考。

#### 3. 研究方法

本研究將於第三章詳細描述本研究所提出混沌系統參數混沌化與結合模糊理論的混沌系統之運算方法與執行步驟。

#### 4. 圖形現象分析

本研究以混沌系統與模糊理論結合的方式，繪製圖形，著重在圖形變化、收斂與發散等現象的比較，且對於管理層面意義的探索與分析。

#### 5. 結論與未來建議

本研究將於第五章做論文結論，針對本研究之建議及未來之研究方向作一概括敘述。

問題描述  
與定義

確認研究  
方向

問題探討與確立目標

文獻探討

模糊理論 混沌理論

研究方法

二階混沌  
系統 模糊  
混沌 模糊混沌系統  
模糊區間  
混沌化

圖形現象分析

模糊度倍數  
分析 混沌  
現象 參數與初始  
輸入值分析

結論與未來建議

企業發展  
過程 員工  
發展 社會  
發展

圖 1.1、研究架構流程圖

## 第二章 文獻探討

### 2.1 混沌介紹

混沌一詞意指宇宙未成形之前的混亂狀態。主張宇宙是由混沌之初，漸漸形成現今的文化世界。而 Li and Yorke(1975)將紛亂複雜的現象命名為混沌(Chaos)。從古至今，有許多自然現象具有一定的規律，如地心引力、槓桿原理、相對論等。這些現象與定律，都可能用單一的數學公式加以描述，並預測進一步的物體行徑。

科學家發現，有許多自然現象即便可以化為單純的數學公式，然其行徑卻無法加以預測，如氣候。Poincare(1904)是第一個發現混沌系統，並為現代的混沌理論打下了基礎的人。認為「系統的演變經常是混沌的，意思是說如果初始狀態有一個小的擾動，例如個體的初始值位置有一個小的變動，則後來的狀態可能會有極大的不同。如果該小變動不能被我們的儀器所探測，則我們不能預測最終狀態為何。」

1963 年美國氣象學家艾德華·羅倫茲(Edward Lorenz, 1963)，從天氣預報的電腦中發現兩個獨特現象：一為「蝴蝶效應(Lorenz Butterfly)」。這種現象代表對初始條件具有敏感依賴性，比喻長期大範圍天氣預報往往因為小的因素造成難以預測的嚴重後果；另一為「奇異吸子(Strange Attractor)」，將混沌的數據軌跡記錄下來，會呈現有秩序的圖形。舉羅吉斯成長方程式(Logistic Growth Equation:  $X_t = KX_{t-1}(1 - X_{t-1})$ )為例：

當  $K = 0.6$ ， $0 < X < 1$ ，初始值  $X_0 = 0.6$ ， $t = 40$  時，以及將  $X_0$  值改為 0.60001 時，經過 40 次疊代後可以發現圖形為

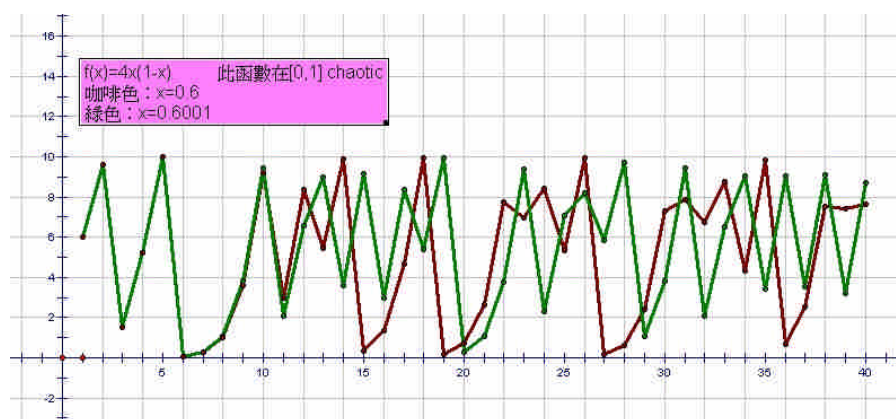


圖 2.1、羅吉斯成長方程式之時間序列圖

過去混沌歷史的發展如下表：

表 2.1、混沌理論歷史發展文獻

作者與年份	混沌理論歷史發展
Henri Poincare (1904)	世界有著潛在的混沌本質，而不像牛頓所描述得那樣簡單、機械、可充分預測；因為，在真實的世界中，根本就沒有不被其他「因素干擾」的系統。
Edward Lorenz (1963)	發表的「決定性非週期流」；天氣是一種對初始條件敏感的系統。天氣變化多端、不可捉摸。但變化確是有範圍的；這個是相空間中永遠不會重複自己、卻跑出像蝴蝶翅膀天氣混沌軌跡，就被視被後人為紀念勞倫茲所稱的「勞倫茲吸子」。
J.Robert May (1970)	族群成長方程式 $X_{next} = \lambda X(1 - X)$ 分析參數 $\lambda$ 對族群發展的影響，參數 $\lambda$ 超過關鍵值之後，族群的密度將由一個穩定值分叉成二個穩定的週期；當參數升到下一個關鍵值時，週期又會二分為四，接著四分為八，...，最後才進入完全得混沌。這就是有名的「週期倍增分叉」現象。
David Ruelle (1971)	宣示性的描述了混沌在相空間中所呈現的軌跡圖，並稱這種圖像叫做「奇異吸子」(Strange Attractor)。
Benoit Mandelbrot (1975)	分數為度的存在、並揭示了大自然在混沌中擁有秩序的可能。(如棉花價格一天的變化情況和一個月的變化情況並沒有明顯的不同)
J. Yorke (1975)	在「美國數學月刊」共同發表論文「週期三意味混沌」(Period three implies chaos)，替混沌現象作了精確的數學定義。
Mitchell Feigenbaum (1976)	任何一個具有週期倍增現象的疊代函數，其分叉點得間距與寬度都呈現固定的比例；也就是說，一個系統在通相混沌的過程中，還是遵循著某種秩序的。
Ilya Prigogine (1977)	系統在遠離平衡的狀態下也能夠產生有秩序的結構，這種自我組織的現象稱作「耗散結構」(dissipative structures)。

資料來源：深奧的簡從混沌、複雜到地球生命起源(John Gribbin, 2006)



過去研究混沌現象特性的文獻如下表：

表 2.2、混沌理論特性文獻

作者與年份	混沌理論特性
Lorenz (1963)	(1)對初始條件的敏感依賴 (2)奇異吸子
Prigogine & Stenger (1984)	混沌是規律秩序的預兆，當各種事件在一個系統中進行時，規律秩序開始出現，但觀察者也注意到相對一面「驅散結構」(dissipative structure)的雜亂現象在自然出現。
Gleick (1987)	認為混沌現象無所不在，以十一個章節探討過去混沌發展歷程，其中包含(1)蝴蝶效應(2)奇異吸引子(3)普遍性，重要的混沌特性。
Curtis (1990)	(1)規律秩序(2)存在於雜亂現象之內潛藏的規律秩序結構。
Hayles (1990)	(1)複雜的形式(2)非線性結構(3)遞移性 (4)對初始條件的敏感(5)互相回饋
林妮燕 (1990)	(1)非線性(2)複雜型態(3)耗散結構(4)循環對稱(5)對初始狀態高度敏感(6)奇特吸引子(7)蝴蝶效應(8)回饋機制
Griffiths, Hart & Blair (1991)	(1)蝴蝶效應(2)混亂的起源(3)耗散結構 (4)隨機龐雜震撼(5)奇異吸引子(6)迴路遞移對稱(7)回饋機制
Blair (1993)	(1)蝴蝶效應(2)動亂的起源(3)驅散結構 (4)隨機震撼(5)奇異吸引子(6)對稱和回饋機制
David Levy (1994)	混沌對於策略制定的意涵 (1)長期規劃是困難的 (2)產業不會達到穩定均衡 (3)段期預測試可行的 (4)以明確的指導方針處理環境不確定和複雜性
Strogatz (1994)	混沌是在決定性系統下，一種無週期性的長時間行為，其對初始調驗的變化相當敏感。

作者與年份	混沌理論特性
Joseph Ford (1995)	演化是具有反饋機制的混沌現象
秦夢群 (1995)	(1)耗散結構(2)蝴蝶效應(3)奇特吸引子 (4)回饋機能
Murphy (1996)	(1)非線性(2)回饋(3)分岔(4)奇異吸引子 (5)刻度量尺(6)碎形與類似(7)自我組織 與自我更新
Trygestad (1997)	(1)系統(2)碎形(3)初始效應(4)分岔
Liu (1998)	(1)決定主義(2)非線性(3)對初始條件的 敏感性(4)類週期性(5)在某些邊界和緊 張狀況中有某種穩定狀態存在
Briggs & Peat (1999)	不起眼的改變，透過開放性系統的正反 饋作用，將會成為巨大力量；混沌理論 提出共同演化，認為整體生物演話應是 透過互助合作方式演化。
Akbaba (1999)	(1)非線性(2)奇異吸引子(3)反饋(4)分岔 (5)相位變化(6)量尺(7)碎形(8)自我組織 (9)自我更新(10)初始條件的敏感(11)迴 路遞移(12)隨機波動(13)蝴蝶效應(14)擾 動之始(15)耗散結構
John Briggs & F. David Peat (1999)	科學上對混沌狀態的定義，指的是在顯 然毫不相干的事件之間，存在、潛伏的 內在關聯性。混沌科學把焦點放在潛藏 的秩序、細微的差異、事物的「敏感性」 ，以及無法預測之事產生新事物的各種 「規則」上。
Bernice Cohen (2000)	混沌系統的動態含有複雜性，非線性主 導正、負相的回饋機制結合在一起，其 廣泛的存在生物的行為中，促使生物快 速反映威脅生命的事件確保生存。
Hudson (2000)	(1)非線性(2)回饋的概念(3)對初始條件 的敏感度(4)奇異吸引子(5)分岔(6)自 我組織(7)自我相似(8)碎形
徐振邦 (2000)	無法對系統演化作無線預測，但是可以 觀察出奇異吸引子做短期預測；混沌包含 「耗散結構」和「回饋機制」兩特徵，

作者與年份	混沌理論特性
	表示系統可以對環境的改變做出最佳的適應，使系統永續發展。
Paul Ormerod (2001)	認為混沌現象就如同經濟世界，是一個生命有機體，極端的不確定性和預測的困難才是真實現象的本質。
Noel Dohety (2001)	(1)系統內的正、負回饋造成系統非線性現象且長期不可預測 (2)混沌的系統屬於路徑依賴(Path Dependence)狀態 (3)系統內部成員自我組織進而浮現秩序
Hasselblatt and KAtok (2003)	(1)必須具備對初始條件敏感依賴的性質 (2)必須具備拓撲混合(topologically mixing)的性質(3)其週期軌道(periodic orbit)必須是稠密的(4)其軌跡(trajjectory)在一個奇異吸子(strange attractor)上運動
Liu and Li(2007)	(1)非線性(2)蝴蝶效應(3)分形自相似性 (4)正反饋與負反饋(5)分岔點(6)奇異吸引子
Chen(2009) and Wang(2009)	(1)混沌系統對初始條件敏感依賴 (2)混沌系統具非線性動態過程

資料來源：本研究整理

綜合上述不同領域學者的看法，針對混沌現象的特性本研究將混沌分為兩類作分析：(1)混沌內部作用。(2)混沌外顯現象。因此，本研究將各學者對於混沌的論述彙整討論如下。

### 2.1.1 混沌內部作用

#### 回饋機制

在混沌系統運算的過程中，輸出項必回饋到系統中，成為系統的輸入項。秦夢群(1995)認為產出的結果回饋至系統而成為新的輸入，並因此產生波動而激發出下一波新的結構，則系統具有不可逆性。Murphy(1996)認為當混沌開始發展，每一個步驟的輸出，就提供一個新的結果。因此負向的回饋成為控制，使其趨向平衡；而正向的回饋則擴大差異性，案中顛覆既

有的情形並且也引出新的模式。Trygestad (1997)認為當開放、非線性系統上下電動，而威脅到系統結構的平衡時，分岔就會產生，經過一段時間，分岔可以產生分裂，進而導致新的系統或透過回饋機制創造出自己的穩定性。Hudson(2000)主張先前的輸出值成為後續的輸入，這樣的回饋可以是負向的，也可以是正向的，或者兩者的聯合。通常負向回饋可以導致線性的穩定，而正向回饋則無法導致系統成為可以完全預測的模式。

## 2.1.2 混沌外顯現象

### 1. 必為非線性動態過程

傳統決定性系統的行為是明確且有規律的，可藉由因果關係來預測。混沌系統雖然來自決定性系統，但內在的非線性過程使，其具有無規律的行為，然而並非所有非線性動態系統都具有混沌現象。Hayles(1990)認為，非線性是混沌系統主要的概念，因為一個系統中各種關係的呈現並非絕對成比例，它是由許多小原因產生很大的結果。秦夢群(1995)認為，耗散結構是一開放系統，隨著內部能量的消長必隨時與外部交會而產生新形態，而存在著不同的次系統，其關係屬於非線性。Murphy(1996)，主張自然界大部分事物都違背因果成比例的關係，因此在初始細微的變化，會產生巨大的變化，以至於結果完全不一樣。Murphy認為，分岔是指在混沌系統中朝向不穩定的走向，以致在系統的方向、特性或結構產生突然的改變。Trygestad(1997)認為，混沌理論適用於非線性、無法預測的系統，因為大部分的系統都是非線性，也是無可預測的。Liu (1998)在「The meaning and significance of chaos」指出，混沌必從非線性產生。Hudson (2000)提到，非線性不一定可以構成混沌的完整理論，但非線性卻一定是混沌系統的必要條件。

從羅吉斯成長方程式(Logistic Growth Equation)可以發現，此系統是非線性動態方程式。根據K值的變化，可以得到不同的羅吉斯方程式。而當K小於3時，雖仍為非線性動態方程式，但並不會產生混沌現象，序列最後會達到一個穩定的均衡。

## 2. 對初始條件敏感依賴或稱為蝴蝶效應

混沌系統在動態演化下，會因系統對初始值極為敏感，而造成不可預測性。一個細微的誤差或干擾，會造成演化方向極端的差異。因此，初始值敏感性的因素，使得要長時間預測系統是不可能的，即所謂的「差之毫釐，失之千里」。Lorenz(1963)認為，來自初始值的細小差異會經過疊代過程而加以放大與加成，導致混沌系統的不可預測性。Hayles(1990)主張，混沌現象必須對初始值保持敏銳度，否則混沌現象很難加以輪廓圖像化。Trygstad(1997)認為初始狀態的改變將導致整個系統的改變，即使是同一系統，在初期細微的變化，到最後也會產生完全不一樣的系統。Briggs & Peat(1999)在「Seven Life Lessons of Chaos: Timeless Wisdom from the Science of Change」中提及，即使不起眼的改變，透過開放系統的正回饋作用，將會放大成為巨大的力量。Hudson(2000)主張，對初始條件敏感度是在社會科學中最為引用的混沌概念，亦是造成 Edward Lorenz 無法準確預測氣候的原因。Hasselblatt and KAtok(2003)、Chen(2009) 和 Wang(2009)皆認為，對初始條件敏感意為此系統中的每個任意接近的點，它們未來的軌跡將會有顯著的不同。

同樣為羅吉斯成長方程式(Logistic Growth Equation)的系統，初始值  $x$  相差萬分之一，從圖 2.1 可以明顯發現在疊代 10 次後，褐色和綠色的差距越來越大，因此羅吉斯成長方程式對於初始條件具敏感性。

## 3. 具類週期(quasi-periodic)的時間序列

由於混沌系統不論時間長短，不會重複出現相同的值，而其圖形具有極高的相似性，因此，混沌系統具有未知週期的週期性現象，此週期現象又稱為類週期。Great Britain(1930)認為，類週期的行為是一個復發與組成部分不可預測性的模式，不容易精確地測量它。在氣候學中，類週期是一個表示振盪遵循的規律，沒有固定期限。Liu (1998)在「The meaning and significance of chaos」指出混沌現象具有類週期性。在形成混沌的過程中，會出現疊代循環的特性。因此在形成混沌後，不可能產生相同的輸出值，卻相當靠近，因此混沌現象介於週期與非週期之間。

#### 4. 具有奇異吸子

混沌現象看似隨機發生，但內在其實是由一個確定性非線性模式經過不斷的演算所產生，以一混沌系統不停的進行某種轉換，將產生的數值記錄在平面上，觀察軌跡的情況。當軌跡呈現有秩序的形狀，就代表存在吸子(attractor)。混沌軌跡所產生的吸子，會在向空間上對無秩序的軌跡進行約束，即使在改變初始值或參數的情況下，仍會出現相似的圖形，這種吸子稱為奇異吸子(strange attractor)。奇異吸子會產生一個吸收的區域，將軌跡收斂在此範圍內。Bobner, Newman & Wessinger(1989)認為，奇異吸子表示系統有一或多個潛藏的規準或原則。它會主導系統的演變，雖然變化萬千，卻仍在某特定範疇內。它具有穩定的性質，可以被預測的，可視為影響系統運作的重要因素。Hayles(1990)指出，混沌是強調存在於雜亂現象之內潛藏的規律秩序結構，因為雜亂現象之內隱含有「奇異吸子」(strange attractors)，進而啟動運作「混沌系統」。Griffths, Hart & Blair(1991)認為，混沌理論應用在教育行政中，也具有奇異吸子的特徵。Young & Kiel(1994)在解釋吸引子時，提出了四種不同狀態的吸子，分別為：第一種，有限吸引子(attractor limit)：一個系統只在狀態空間的兩點作運動，可以用汽車的定速器或恆溫系統作為例子，是一個非常穩定的狀態；第二種，點吸引子(attractor point)：一個系統行為的肇因性質趨向於在狀態空間中收斂到一個特定點的類型；第三種，奇特吸引子(attractor strange)：是指在非線性的系統中，系統的行為趨向於一個特定的模型，但也不是完全可預測的；第四種，環狀吸引子(attractor torus)：是指一個非線性的系統可以在其中的任一處運動，但是無法說明其確切的位置或狀態。Murphy(1996)主張，混沌系統在某些情況的確相當有結構，因此從原因就可以推斷結果。非線性即使無法預測，但仍具有深層的結構，亦即所謂的吸引子。Hudson(2000)認為大部分的複雜系統都存在吸引子，一種或一系列的狀態，系統重複的環繞它而運行。Hasselblatt and KAtok(2003)認為，混沌系統軌跡，會依循在一個奇異吸子附近運動。

奇異吸子的三點特性：

- (1) 奇異吸子外的一切運動都要收斂到奇異吸子上。但就局部而言，吸子內的運動又是不穩定的，及為相鄰的運動軌道要互相排斥而且按指數型分離(Crutchfield, Farmer, Packard & Shaw, 1986)；同時奇

異吸子亦為一個宏觀與整體的概念，不可分割至個別的封閉小單位 (Rulle, 1989)。

- (2) 奇異吸子存在於非整數維度的空間中。系統經過長時間伸展與對折行為的疊代，而產生碎形幾何(Feder, 1988)。混沌狀態的奇異吸子具有無窮層次的自相似結構，亦為運動軌跡場度層層縮小的對稱性，使用相同的變形策略往更小的尺度重複。
- (3) 敏感依賴於初始值(Lorenz, 1963)，其意義來自於初始值的微小差異會經過疊代過程而加以放大與加成，導致混沌系統的不可預測性。

## 2.2 碎形理論與特性

碎形(Fractal)一詞，是 Mandelbrot(1974)為複雜行狀與無規則現象創造的一個新詞，亦指有些破碎部分不規則集合在一起的狀態。Hayles(1990)，認為當測量工具的量尺減小，則測量的物體不但在數量上會改變。在性質上也會改變。因此當物體的維數增加時，就會形成碎形。Murphy (1996)認為，分岔是指在混沌系統中朝向不穩定的走向，以致在系統的方向、特性或結構產生突然的改變。在這個分岔點上，系統環繞一項新潛藏的秩序，自我再行安排，這樣的系統也許跟之前的系統類似，也可能完全不一樣。Trygstad (1997)主張，分岔發生的原因是開放、非線性系統上下變動，會威脅到系統結構平衡，因此產生分岔。

碎形的特徵是描述一個集合(set)，當此集合對於本身在不同程度的放大後，所看到的形態總是相同的。一般要對碎形有一個較明確的概念，則從碎形幾何的角度開始，學術上的範例有許多數學家創造出的規則碎形，如科赫雪片(Koch Snowflake)、希爾平斯基襯墊(Sierpinski Gasket)等。簡單說，碎形本身具有兩個特性：自我相似性(Self-Similarity)及碎形維度(Fractional Dimension)。

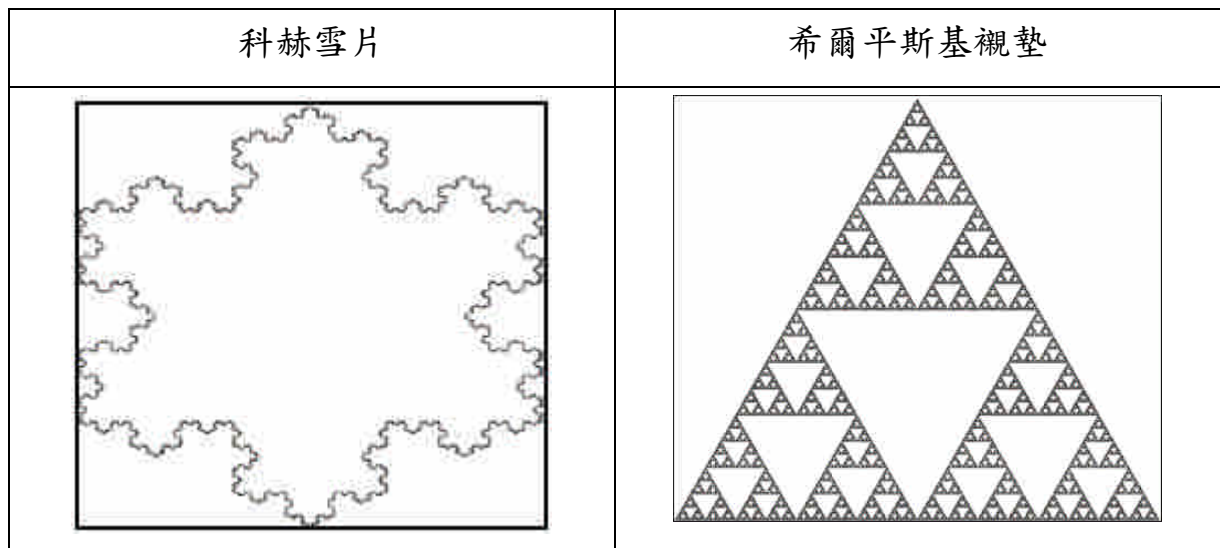


圖 2.2、科赫雪片與希爾平斯基襯墊

1. 自我相似性(Self-Similarity)：指不論採用什麼樣大小的標度(Scale)對碎形本體進行測量，其形態皆不變，以一條曲線為例，觀察取出曲線的一小部分，加以適當放大以後，仍與曲線整體的形狀一樣，曲線的任何一小部分都是整體的縮形。就時間序列而言，將資料的一小段放大，所呈現的特徵和原先尺度所呈現的特徵相似。以系統而言，常見的自回饋系統是個很好的例子。在此類系統中，系統的輸入值為前階段的初始值，在此程式下產生的時間序列集合存在自我相似性。
2. 碎形維度(Fractional Dimension)：碎形維度的值不是整數而是分數。在歐氏幾何中，所研究的形狀維度都是整數。分數維度在歐氏幾何中是不可思議的。但碎形的性質在自然界卻普遍存在，在此引用依據碎形理論大師 Mandelbrot(1982)所說的：「雲朵不是球體，山峰不是圓錐體，海岸線不是圓弧，樹皮不是光滑的，甚至閃電走的路線也不是直線的」。這反映出歐氏幾何學的應用是有限制的，對於解釋自然界複雜物體方面，是如何的無能為力，所以產生了「碎形幾何學」。

當一系統(或時間序列)呈現混沌特性時，則它即具有混沌現象，由基本的非線性動態過程推演出的序列，通常能符合以上特性，如數學家提出的方程式；但由實際資料證明是否符合以上特性的研究，是個工程領域所期望的，因此發展出許多建定混沌現象的方法。



## 2.3 混沌理論、隨機理論和系統動態學比較

### 2.3.1 混沌理論與隨機理論比較

愛因斯坦認為「上帝不是在擲骰子」，指是因為認知不完備，才會出現者種情況，霍金則認為，機率性、統計性是世界的本質，上帝不僅在擲骰子，而且會把骰子值到人們無法知道、根本看不到的地方。混沌理論描述的系統，其方成組是完全確定的，然而這種系統的長期演化行為存在著隨機性。在這裡，確定性的動力學規律描述的系統出現了統計性結果，使矛盾的兩個方面得到了辯證的統一。

混沌理論除了強調整體性、動態性、與宏微並重外，特別強調確定性與隨機性的統一性。混沌理論的魅力在於：一個確定性的方程組中可以出現類似於隨機的行為過程，它把「內在的隨機性」隱藏在確定性的方程中，體現了「人算不如天算」的非決定性。這與具有外在隨機項的非線性系統的不規則結果有著本質差別。對於混沌系統而言，結構是確定的，短期行為可以比較精確地預測，而長期行為卻變得不規則，初始條件的微小變化會導致系統的運行軌跡出現巨大的偏差。而對於具有外在隨機項的非線性混沌系統，系統的演化規則每時每刻都不確定，因此，無論是長期行為還是短期行為都無法界定。混沌與隨機的比較如下表：

表 2.3、混沌與隨機比較

	結構	短期預測	長期預測	路徑依賴
混沌	確定	確定	不定	強
隨機	不定	不定	不定	弱

資料來源：非線性經濟學的理論和方法(黃登仕與李后強，1993)

### 2.3.2 混沌理論與系統動態學比較

系統動態學由美國麻省理工學院的 Forrester (1961, 1968) 提出，主要應用在解決企業、社會、生物組織中具有動態複雜性問題。而系統動態學主要在於探討結構與行為之關係，主要特性包括：高階複雜性積量、回饋流、非線性關係、因果回饋、時間滯延。系統動態學方法應用在建立系統結構分析各端之間動態的回饋及時間滯延，且可藉由具有動態性分析的過

程來決定各端之間的決策及產能規劃。蘇懋康(1991)指出系統動態學具有擅長處理週期性問題、擅長處理長期性問題、在數據缺乏條件下仍可進行研究、擅長處理高階非線性或具時間變化的問題、以及對預測的態度之強調條件而非數值等特性。

系統動態學的系統將之視為封閉系統，有其封閉系統邊界（closed system boundary），而封閉系統的系統行為產生全肇因於系統的因果回饋環路（causal feedback loop）結構。由於環路的運作與力量的移轉，造成系統行為的動態變化。至於環路 Richardson 認為封閉環路有兩個重要觀念；分別為回饋（feedback）與相互因果關係（mutual casual relationship）。

系統內各累積量透過率量消長變化(實體流)，率量則透過資訊回饋(資訊流)以得知各累積量的值做非線性方程變化，進而影響累積量。各資訊流與實體流之間，連結成許許多多的回饋環路，這些回饋環路彼此環環相扣、相互影響，構成整體系統結構。系統的複雜行為即由這些回饋環路運作產生。而各種時間滯延(delay)，如資訊流的滯延或實體流的滯延，則使系統的變化更加複雜。混沌理論與系統動態學比較如下表：

表 2.4、混沌理論與系統動態學比較

	結構	短期預測	長期預測	路徑依賴
混沌理論	簡單	確定	不定	強
系統動態學	複雜	不定	確定	強

資料來源：本研究整理

## 2.4 混沌現象的鑑別方法

如果將由簡單的數學方程式和改變少量的參數與初始值資料，就可以描繪出複雜形狀的方法，稱為「問題」的話，那麼，由複雜形狀反求具有原方程式的方法，就稱為「反問題(Inverse Problem)」。從羅吉斯成長方程式的例子，判斷時間序列是否具有混沌現象，違反問題的求解方式。因此，如何鑑別時間序列具有混沌現象，就變得相當重要。

在時間序列實證上，通常檢視此系統是否具有奇異吸子，來判斷系統是否屬於隨機、混沌，或是其他特性的系統。計算時間序列的碎形維度，成為判斷是否具有混沌現象的依據。碎形維度的大小是系統複雜度的依據。如何辨別一個系統是否具有混沌現象？已有許多學者提出圖形或數量化的方法，如下表：

表 2.5、判斷混沌現象的方法

方法	方法概念說明	鑑別方式 (具混沌現象)
李雅普諾夫指數 (Lyapunov exponent)	以軌跡追蹤的方式計算特定的關係式，直到包含所有資料，計算最大李雅普諾夫指數	李雅普諾夫指數 $>0$ 表示軌跡運形並不收斂
R/S 分析法	計算 Hurst 冪數(H)，作為判斷系統是否具有維持性的指標，具此參數 H 推估碎形維度	$0.5 < H < 1$ 序列具有持續正相關未來路徑瘦過去行為影響
龐加萊截面	以圖形方式觀察混沌的動態行維，將 n 維的動態系統減為 n-1 維的間斷系統，觀察其行為	圖形呈現特殊的結構
相關維度分析法	以相關積分的概念，衡量資料組間之距離小於某一特定值的程度	維度值 D (D 值不為整數)
容積維度	以幾合空間角度觀察維度，當維度值為非整數時具有混沌現象	維度值 D (D 值不為整數)
資訊維度	與容積維度相同，指是以機率的形態表現	維度值 D (D 值不為整數)
Close Returns	研究奇異吸子的結構，設定差異質，計算所有資料點彼此的差異，以二分法會至點圖，觀察圖形行為	圖形呈現規則的散佈結構

資料來源：陳信維(2000)

本節介紹幾項最常用來鑑定是否具有混沌現象的分析法：

### 2.4.1 李雅普諾夫指數分析法(Lyapunov Exponent Analysis)

李雅普諾夫指數分析法(Lyapunov Exponent Analysis)是由俄國術學家亞利山大·李亞普諾夫(Aleksandr Lyapunov)發明，在混沌理論領域，常被用來鑑定時間序列是否具有混沌現象的分析方法。

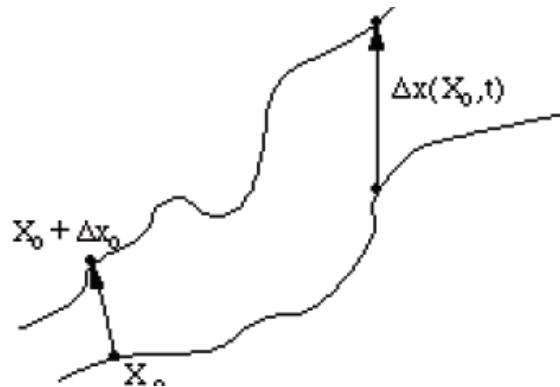


圖 2.3、李雅普諾夫指數示意圖

以圖 2.3 為例，假設空間上有兩點  $X_0$  與  $X_0 + \Delta X_0$ ，其中  $X_0$  為參考點， $X_0 + \Delta X_0$  為鄰近  $X_0$  的測試點，此兩點  $X_0$  與  $X_0 + \Delta X_0$  移動會造成兩條軌跡，兩條移動軌跡可看作是兩個時間函數方程式，因此這兩軌道間的距離也為一時間函數。考慮到複雜系統中，對於初始值的敏感依賴，因此兩軌跡間的時間函數可寫成  $\Delta x(X_0, t)$ 。若在系統中存在一奇異吸子(Attracting Point)或是吸引週期軌道，則  $\Delta x(X_0, t)$  會隨時間  $t$  逐漸縮小；若系統為不穩定狀態，例如系統中具有混沌現象，則兩軌道間的距離會隨時間  $t$  而呈指數般發散(Diverge)，但終究還是發散至一極值。因此可以利用下式所求得的指數  $\lambda$  來判斷兩軌跡間的距離關係是否成指數般發散。

$$\lambda = \lim_{\substack{t \rightarrow \infty \\ \Delta x_0 \rightarrow 0}} \frac{1}{t} \ln \frac{|\Delta x(X_0, t)|}{|\Delta x_0|} \quad (1)$$

根據  $\lambda$  的變化能了解該時間序列是否具有混沌現象，因此  $\lambda$  被稱為李雅普諾夫指數(Lyapunov Exponent)。李雅普諾夫指數的判別條件為：

1.  $\lambda < 0$ ，如圖 2.4 與圖 2.5 所示，軌道運動收斂至單點或是收斂至單一軌

道。



圖 2.4、 $\lambda < 0$  收斂

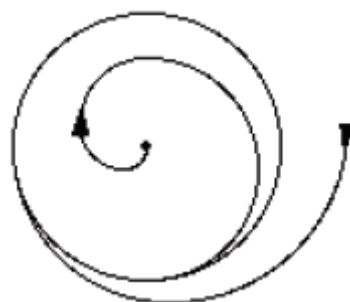


圖 2.5、 $\lambda < 0$  收斂至單一軌道

2.  $\lambda=0$ ，如圖 2.6 所示，軌道運動呈穩定。

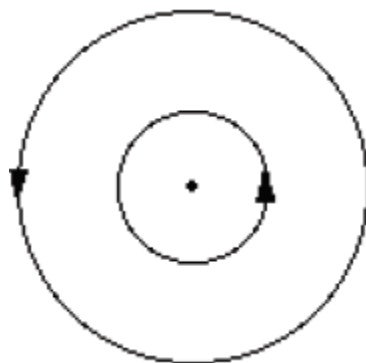


圖 2.6、 $\lambda=0$  軌道運動呈穩定

3.  $\lambda > 0$ ，如圖 2.7 所示，兩相鄰軌跡最終發散，軌道運動具有混沌現象的特徵。

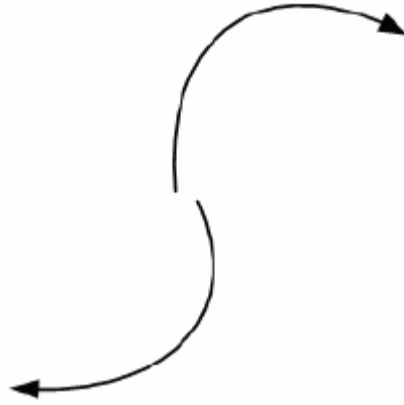


圖 2.7、 $\lambda > 0$  兩相鄰軌跡最終發散

換言之，以本研究為例，當李雅普諾夫指數檢定得到  $\lambda > 0$ ，表示兩相鄰點其運行軌跡最終發散，隱含混沌現象中對初始值的敏感性且無週期的路徑；反之若  $\lambda < 0$  或  $\lambda = 0$  則無混沌現象的特徵。

但是在真實世界裡，本研究只能取得有限的樣本資料，並且在理論上，時間序列分析是以連續(Continuous)的時間軌跡為主，本研究所取得的時間資料均為離散(Discrete)，因此，假設時間序列資料  $X(t_0), X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_n), \dots$ ， $t_0 < t_1 < t_2 < t_3 \dots < t_n < \dots$ ，若時間序列具有混沌現象的特性，則以下敘述證明：在實間序列  $X(t)$  中任取一點  $X(t_i)$ ，再由此序列中挑選最接近但其值不等於  $X(t_i)$  的一點  $X(t_j)$ ，則兩點之間的距離為：

$$d_0 = |X(t_i) - X(t_j)| \quad (2)$$

兩點在其下一個時間點的距離為

$$d_1 = |X(t_{i+1}) - X(t_{j+1})|$$

以此類推得：

$$d_2 = |X(t_{i+2}) - X(t_{j+2})|$$

$$d_3 = |X(t_{i+3}) - X(t_{j+3})|$$

...

當經過  $n$  期之後，則

$$d_n = |X(t_{i+n}) - X(t_{j+n})| \quad (3)$$

假設隨著  $n$  的增加，兩點間的距離以指數型態增加，則

$$d_n = d_0 e^{\lambda n} \quad (4)$$

上式(4)經過轉換可得下式：

$$\lambda = \frac{1}{n} \ln\left(\frac{d_n}{d_0}\right) \quad (5)$$

此處  $\lambda$  即為李雅普諾夫指數。

由以上的計算過程，可以注意以下幾點(hilborn, 1994)：

1. 若兩條軌跡間的距離，以指數型態發散，則以時間變數為橫軸，在取對數之後的  $d_n$  為橫軸，則理論上會產生為一條斜率為  $\lambda$  的直線。因此可用最小平方法檢驗其有效性。
2.  $\lambda$  值與所選擇的初始值  $X(t_i)$  有關，為避免有限的樣本會造成  $\lambda$  值的偏差，因此取不同的初始值  $X(t_i)$  分別計算其  $\lambda$ ，再計算  $\lambda$  的平均值與標準差以表示結果與準確性：

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_i \quad (6)$$

$$a=b*x; \quad (1)$$

$$S_\lambda = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\lambda_i - \bar{\lambda})^2\right)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

3. 由於本研究中樣本的有限性，同時評估時間序列間隔  $n$  的有效性，因此在計算  $\lambda$  時，需嘗試不同的  $n$  代入式(5)中計算，從其中取得較為客觀的結果。
4. 在選定初始值  $X(t_i)$  之後，為避免  $d_0$  為 0 代入式(5)中產生負無窮大的結果，因此以限定選擇最接近但其值不等於  $X(t_i)$  的點  $X(t_j)$ 。但是若在  $n$  期之後，所得到的  $d_n$  亦等於 0，則必須定外選擇次接近的點  $X(t_j)$  作為參考點，以得到適當的結果。

### 2.4.2 R/S 分析法

R/S 分析法是源自英國科學家 Hurst(1951)研究尼羅河洪水現象，而發展出的一套統計方法。重要的結果參數-赫斯特冪數(Exponent H)與其衍生

的碎形維度  $D$ ，其中赫斯特冪數  $H$  為一統計量，可用於衡量時間序列的長期相依程度。而長期相依隱含系統具有非線性、長期記憶(Long Memory)與自我學習的特性。此時序列會呈現長時間非週期的循環，有別於短期自我相關的循環，如自迴歸移動平均序列。R/S 分析法的主要貢獻是在提供由非隨機(Nonrandom)或決定性(Deterministic)序列中區分出隨機現象，彌補傳統在統計上缺乏區別隨機與決定性的能力。

赫斯特(Hurst)定律關係式：

$$R/S = (an)^H \quad (8)$$

$$D = 2 - H$$

其參數解釋如下：

R：全距

S：標準差

H：Hurst 指數

D：碎形維度

假設  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  為一有  $n$  個樣本的時間序列，則平均時間  $\bar{X}$  為

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (9)$$

累積殘差(Accumulated Departure)  $\xi_t$  為

$$\xi_t = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}), t = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

全距 R 為

$$R = \max(\xi_t) - \min(\xi_t) \quad (11)$$

標準差 S 為

$$S = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

因此，

$$\frac{R}{S} = (an)^H, \text{ 由過去的經驗法則，本研究取 } a = \frac{1}{2}$$

$$H = \frac{\ln(R/S)}{\ln(n/2)} \quad (13)$$



$$D = 2 - H$$

Hurst 指數式判別是經由觀察微粒子在溶液中的運動狀態。簡易的離散近似布朗運動為一維的隨機漫步，因而此處將從一維布朗運動的研究開始，探討布朗運動與 R/S 分析之間的關係。布朗運動式為：

1. 若  $0 \leq H < 0.5$ ，則時間序列呈負相關的持續性，越接近 0 則持續性越明顯，亦即系統潛在具有混沌現象的特性。
2. 若  $H = 0.5$ ，則時間序列為一隨機漫步過程，系統不具有混沌現象的特性。
3. 若  $0.5 \leq H < 1$ ，則時間序列呈正相關的持續性，越接近 1 則持續性越明顯。

### 2.4.3 龐加萊截面(Poincaré Map)

為了將三維線團轉換到平面圖上，科學家運用投影的技巧，每一幅圖形代表吸子在平面上的投影。但碰上複雜詭異的奇異吸子，投射就無法發揮其效果。因此，這時需要更高的技術，稱之為龐加萊圖。這方法是從糾結的吸子核心中採集一瓣切片，取出二維的部分。簡單說，龐加萊圖將  $n$  維空間的圖降到  $n-1$  維上作圖，把連續線變換成點的集合，如此吸子將逐漸分解為龐加萊圖。此截面的選取要有利於觀察系統的運動特徵和變化，例如選取的截面不能與軌道相切，更不能包含軌線面。觀察運動軌跡與此截面的截點(稱為 poincaré 點)。假設截點依次為  $P_0, P_1, P_2, \dots, P_n, \dots$ ，如此原本在相空間中的連續軌線在 poincaré 截面上便表現為這些離散點間的映像：

$$P_{n+1} = T(P_n), \text{ T 稱為 poincaré Map}$$

若將初始階段的暫態過程所造成的離散點去除，則由暫態後離散點的分佈，我們便可判斷系統的運動形式。

1. 當截面上只是一不動點或少數離散點時，運動是週期的。例如：只有一點則為週期 1；若有兩點則為週期 2，.....
2. 當截面上是一封閉曲線時，運動是類週期的(quasi-period)。
3. 當截面上是一些成片的密集點，運動便屬混沌。

#### 2.4.4 相關維度分析法(Relational Dimension)

相關維度分析法不屬於時間序列分析方法。考慮影響序列的所有變數，所以相關維度的收斂值可以作為系統的碎形維度估計值，其大小表示系統的複雜程度。使用此法鑑別混沌現象可與 R/S 分析法產生相互印證的功用。相關維度分析法的演算流程如下：

1. 除去時間序列的短期自我相關性，取其殘差項進行分析(非必要性)。李世欽(1995)的研究指出，除去自我相關的殘差項與原變數資料的結果相同。
2. 定義資料的嵌入維度 $m$ 。嵌入維度 $m$ 的大小並無一定的法則，只有簡單的原則如下：嵌入維度值不能大於原序列的長度 $N$ ，亦不能小於最小值1。新序列為存在 $m$ 維空間中：

$$X_i^1 = X_i$$

$$X_i^2 = (X_{i-1}, X_i)$$

...

$$X_i^m = (X_{i-m+1}, \dots, X_i)$$

$X_i^m$  代表  $m$  維空間中的一點， $m$  為嵌入維度(embedding dimension)。

3. 計算相關積分值。相關積分(correlation integral)亦稱為整體相關，是衡量各對向量  $X_i^m, X_j^m$  的距離。本研究為了計算的效率問題，採用坦肯距離 [ takens norm ] 的計算方式，邏輯如下所示：

二維空間的兩向量  $a = (X_1, Y_1)$ ， $b = (X_2, Y_2)$ ，

歐氏距離(Euclidean distance)為：

$$norm_E = [(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2]^{1/2}$$

坦肯距離(taken norm)為： $norm_E = |X_1 - X_2|$ ，if  $|X_1 - X_2| > |Y_1 - Y_2|$

$$\text{or } norm_E = |Y_1 - Y_2|, \text{ if } |X_1 - X_2| < |Y_1 - Y_2|$$

相關積分： $C_m(\varepsilon) = (|x_i - x_j| < \varepsilon \text{ 之個數}) / ((N - m + 1)(N - m))$

4. 以不同的  $\varepsilon$  值代入，計算相關積分。計算相關積分時，給定的距離  $\varepsilon$  值一般以標準差的倍數作為依據，本研究參考前人研究所使用的建

議，取0.5到2.5倍的標準差，每隔0.5取一值共5個值做為 $\varepsilon$ 值的設定。

5. 計算相關維度 $D$ 。Grassberger 及發現相關積分與給定的距離 $\varepsilon$ 有以下關係：

$$C_m(\varepsilon) = \varepsilon^D$$

由上式運算可得相關維度：

$$D = \ln[C_m(\varepsilon)] / \ln(\varepsilon)$$

6. 檢視相關維度 $D$  與嵌入維度 $m$  的關係。

- (1) 隨著嵌入維度的增加，相關維度呈現收斂的現象，其收斂的值即為碎形維度的估計值，代表影響序列(系統)的變數個數。
- (2) 隨著嵌入維度的增加，相關維度不呈現收斂的現象，表示系統不具備碎形結構，無符合混沌系統的特性。

## 2.5 混沌系統

從過去至今已有許多混沌系統被提出，其中 Lorenz 混沌系統是最早被發現的混沌系統，因此有許多混沌系統經由 Lorenz 系統的方程組的變化，而得到新的混沌系統方程組，近年經由 Lorenz 系統發展出的有 Chen 系統與 Liu 系統，其它還有 Rossler 系統和 Lu 系統等。本研究將以在混沌系統中發展最重要且最基本的 Lorenz 系統，和由 Lorenz 系統發展出的 Chen 系統與 Liu 系統為研究對象。

### 2.5.1 Lorenz 混沌系統

艾德華·羅倫茲(Edward Lorenz, 1963)，發現第一個在三維空間的混沌現象，其方程組如下：

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x) \\ \dot{y} = bx - xz - y \\ \dot{z} = xy - cz \end{cases} \quad (14)$$

其中  $a$ 、 $b$ 、 $c$  是常量， $x$ 、 $y$ 、 $z$  是自變量  $t$  的函數， $\dot{x}$ 、 $\dot{y}$ 、 $\dot{z}$  分別表示  $x$ 、 $y$ 、 $z$  關於  $t$  的導函數。

由於求解微分方程組難度較大，故常用離散的差分方程組來趨近，表示原微分方程組。因此，用疊代的方法求出其給定初始值的數值解。

Lorenz 方程組可以用差分方程組趨近如下：

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k + a(y-x)dt \\ y_{k+1} = y_k + (bx - xz - y)dt \\ z_{k+1} = z_k + (xy - cz)dt \end{cases} \quad (15)$$

給定初始值  $x_0$ 、 $y_0$ 、 $z_0$  後，用疊代方法求  $x_1$ 、 $y_1$ 、 $z_1$ ，然後用  $x_1$ 、 $y_1$ 、 $z_1$  求  $x_2$ 、 $y_2$ 、 $z_2$  等。這一疊代序列就是 Lorenz 方程組得到的一個數值解。

可先由方程組(14)轉換為方程組(16)，然後轉換成方程組(15)。

$$\begin{cases} \frac{x_{k+1} - x_k}{dt} = a(y - x) \\ \frac{y_{k+1} - y_k}{dt} = bx - xz - y \\ \frac{z_{k+1} - z_k}{dt} = xy - cz \end{cases} \quad (16)$$

例如給定一組係數  $a=10, b=28, c=8/3$ ，初始值  $(1.2, 1.3, 1.6)$ ， $dt=0.005$ ，代入方程組(15)，求出 Lorenz 混沌軌跡如圖 2.1 圖 2.8，這個軌跡近似解微分方程組的特定解，此軌跡是透過離散的方式去趨近函數，本研究將透過這種方式進行觀察。

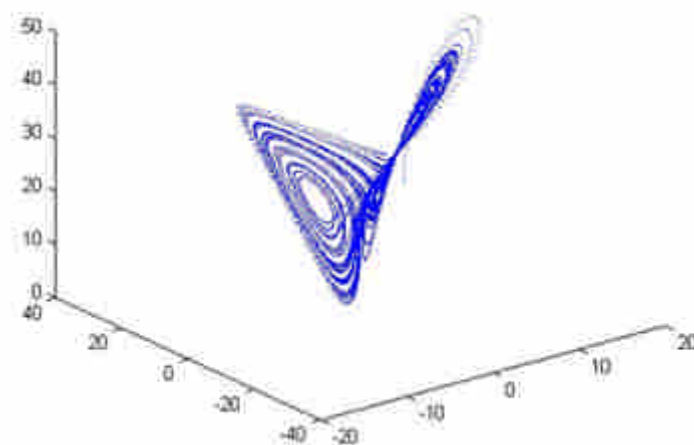


圖 2.8、Lorenz 混沌系統

## 2.5.2 Chen 混沌系統

Chen 於 1990 年找到另一個存在三維空間的混沌系統，有別於 Lorenz 系統的方程組：

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x) \\ \dot{y} = (b - a)x - xz + by \\ \dot{z} = xy - cz \end{cases} \quad (17)$$

其中  $a$ 、 $b$ 、 $c$  是常量， $x$ 、 $y$ 、 $z$  是自變量  $t$  的函數， $\dot{x}$ 、 $\dot{y}$ 、 $\dot{z}$  分別表示  $x$ 、 $y$ 、 $z$  關於  $t$  的導函數。

Chen 方程組可以近似地用下列差分方程組估計：

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k + a(y - x)dt \\ y_{k+1} = y_k + ((b - a)x - xz + by)dt \\ z_{k+1} = z_k + (xy - cz)dt \end{cases} \quad (18)$$

給定初始值  $x_0$ 、 $y_0$ 、 $z_0$  後，用疊代方法求  $x_1$ 、 $y_1$ 、 $z_1$ ，然後用  $x_1$ 、 $y_1$ 、 $z_1$  求  $x_2$ 、 $y_2$ 、 $z_2$  等。這一疊代序列就是由 Chen 方程組得到的一個數值解。

例如給定一組係數  $a=35, b=28, c=3$  時，初始值  $(1.2, 1.3, 1.6)$ ， $dt=0.005$ ，則 Chen 混沌系統圖形如圖 2.9。

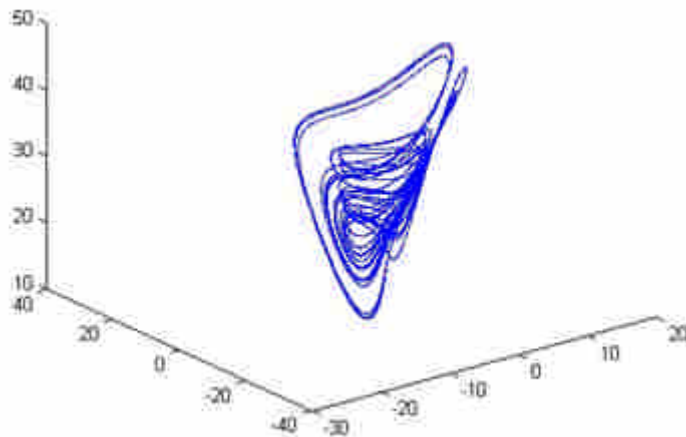


圖 2.9、Chen 混沌系統

### 2.5.3 Liu 混沌系統

Liu 於 2002 年發現一個混沌系統，與 Lorenz 和 Chen 的混沌系統不同，亦是另一個存在三維空間的混沌方程組：

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x) \\ \dot{y} = -xz + by \\ \dot{z} = xy - cz \end{cases} \quad (19)$$

其中  $a$ 、 $b$ 、 $c$  是常量， $x$ 、 $y$ 、 $z$  是自變量  $t$  的函數， $\dot{x}$ 、 $\dot{y}$ 、 $\dot{z}$  分別表示  $x$ 、 $y$ 、 $z$  關於  $t$  的導函數。

Liu 方程組可以近似地用差分方程組表示估計：

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k + a(y - x)dt \\ y_{k+1} = y_k + (-xz + by)dt \\ z_{k+1} = z_k + (xy - cz)dt \end{cases} \quad (20)$$

給定初始值  $x_0$ 、 $y_0$ 、 $z_0$  後，用疊代方法求  $x_1$ 、 $y_1$ 、 $z_1$ ，然後用  $x_1$ 、 $y_1$ 、 $z_1$  求  $x_2$ 、 $y_2$ 、 $z_2$  等。這一疊代序列就是由 Liu 方程組得到的一個數值解。

例如給定一組係數  $a=36, b=20, c=3$  時，初始值  $(1.2, 1.3, 1.6)$ ， $dt=0.005$ ，則 Liu 混沌系統圖形如圖 2.10。

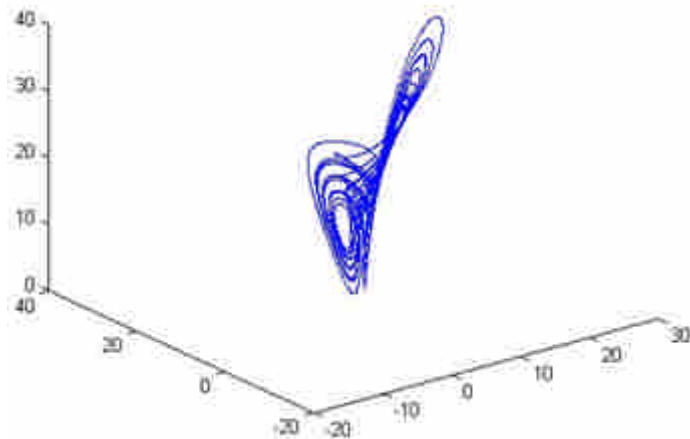


圖 2.10、Liu 混沌系統

## 2.6 模糊理論(Fuzzy Theory)簡介：

模糊理論是由 Zadeh 在 1965 年首次提出。傳統科學皆以排除具模糊性的研究為主，而模糊理論則以包含模糊性的研究為主。現今科學發達，所要探討的議題越來越多，由於人類的知識與研究會因本身主觀的意識，因應不同的人事時地物，而具模糊性

，使得無法清楚呈現研究的本質為何？科學家愛因斯坦在 1921 年曾說過一句話：「數學定律若要盡量的逼近“事實”，則他們必然無法很“精準”；而它們要盡量“精確”，則必然無法“真實”。」正好為模糊理論做了最好的詮釋。要在日常生活中精確地描述一個現象，必定忽略其中的些微變化，然而此描述又無法真實描述現實。因此模糊理論(Fuzzy Theory)正好能被廣泛應用在研究上。

### 2.6.1 模糊的基本概念

概念是思維的基本形式之一，它反映了客觀事物的本質特征。人類在認識過程中，把感覺到的事物的共同特點抽象出來加以概括，這就形成了概念。一個概念有它的內涵和外延，內涵是指該概念所反映的事物本質屬性的總和，也就是概念的內容。外延是指一個概念所確指的對象的範圍。例如“人”這個概念的內涵是指能製造工具，並使用工具進行勞動的動物，外延是指古今中外一切的人。

模糊概念是指這個概念的外延具有不確定性，或者說它的外延是不清晰的，是模糊的。例如“青年”這個概念，它的內涵我們是清楚的，但是它的外延，即什麼樣的年齡階段內的人是青年，恐怕就很難說清楚，因為在“年輕”和“不年輕”之間沒有一個確定的邊界，這就是一個模糊概念。需要註意的幾點：首先，人們在認識模糊性時，是允許有主觀性的，也就是說每個人對模糊事物的界限不完全一樣，承認一定的主觀性是認識模糊性的一個特點。例如，我們讓 100 個人說出“年輕人”的年齡範圍，那麼我們將得到 100 個不同的答案。儘管如此，當我們用模糊統計的方法進行分析時，年輕人的年齡界限分佈又具有一定的規律性。

其次，模糊性是精確性的對立面，但不能消極地理解模糊性代表的是落後的生產力，恰恰相反，我們在處理客觀事物時，經常藉助於模糊性。

例如，在一個有許多人的房間里，找一位“年老的高個子男人”，這是不難辦到的。這裡所說的“年老”、“高個子”都是模糊概念，然而我們只要將這些模糊概念經過頭腦的分析判斷，很快就可以在人群中找到此人。如果我們要求用電腦查詢，那麼就要把所有人的年齡，身高的具體數據輸入電腦，然後我們才可以從人群中找這樣的人。

最後，人們對模糊性的認識往往同隨機性混淆起來，其實它們之間有著根本的區別。隨機性是其本身具有明確的含義，只是由於發生的條件不充分，而使得在條件與事件之間不能出現確定的因果關係，從而事件的出現與否表現出一種不確定性。而事物的模糊性是指我們要處理的事物的概念本身就是模糊的，即一個對象是否符合這個概念難以確定，也就是由於概念外延模糊而帶來的不確定性。

## 2.6.2 模糊理論發展

模糊理論是在美國加州大學伯克利分校電氣工程系的 L.A.zadeh 教授於 1965 年創立的模糊集合理論的數學基礎上發展起來的，主要包括模糊集合理論、模糊邏輯、模糊推理和模糊控制等方面的內容。

早在 20 世紀 20 年代，著名的哲學家 and 數學家 B.Russell 就寫出了有關“含糊性”的論文。他認為所有的自然語言均是模糊的，比如“紅的”和“老的”等概念沒有明確的內涵和外延，因而是不明確的和模糊的。可是，在特定的環境中，人們用這些概念來描述某個具體對象時卻又能心領神會，很少引起誤解和歧義。

美國加州大學的 L. A. Zadeh 教授在 1965 年發表了著名的論文，文中首次提出表達事物模糊性的重要概念：隸屬函數，從而突破了 19 世紀末勒內·笛卡爾（Rene Descartes）的經典集合理論，奠定模糊理論的基礎。

1966 年，P.N.Marinis 發表模糊邏輯的研究報告，1974 年，L. A. Zadeh 發表模糊推理的研究報告。從此，模糊理論成了一個熱門的課題。

1974 年，英國的 E.H.Mamdani 首次用模糊邏輯和模糊推理實現了世界上第一個實驗性的蒸汽機控制，並取得了比傳統的直接數字控制演算法更好的效果，從而宣告模糊控制的誕生。1980 年丹麥的 L.P.Holmblad 和



Ostergard 在水泥窯爐採用模糊控制並取得了成功，這是第一個商業化的有實際意義的模糊控制器。

事實上,模糊理論應用最有效，最廣泛的領域就是模糊控制，模糊控制在各種領域出人意料的解決了傳統控制理論無法解決的或難以解決的問題，並取得了一些令人信服的成效。

模糊控制的基本思想：

把人類專家對特定的被控對象或過程的控制策略總結成一系列以“IF THEN”形式表示的控制規則，通過模糊推理得到控制作用集,作用於被控對象或過程。控制作用集為一組條件語句，狀態語句和控制作用均為一組被量化的模糊語言集，如“正大”，“負大”，“正小”，“負小”，零等。

模糊控制的幾個研究方向：

1. 模糊控制的穩定性研究
2. 模糊模型及辨識
3. 模糊最優控制
4. 模糊自組織控制
5. 模糊自適應控制
6. 多模態模糊控制

模糊控制的主要缺陷：

信息簡單的模糊處理將導致系統的控制精度降低和動態品質變差。若要提高精度則必然增加量化級數，從而導致規則搜索範圍擴大，降低決策速度，甚至不能實時控制。模糊控制的設計尚缺乏系統性，無法定義控制目標。控制規則的選擇，論域的選擇，模糊集的定義，量化因數的選取多採用試湊發，這對複雜系統的控制是難以奏效的。

### 2.6.3 模糊理論主要研究領域

模糊理論是指用到了模糊集合的基本概念或連續隸屬度函數的理論。根據下圖可將模糊理論進行大致的分類。主要有五個分支：

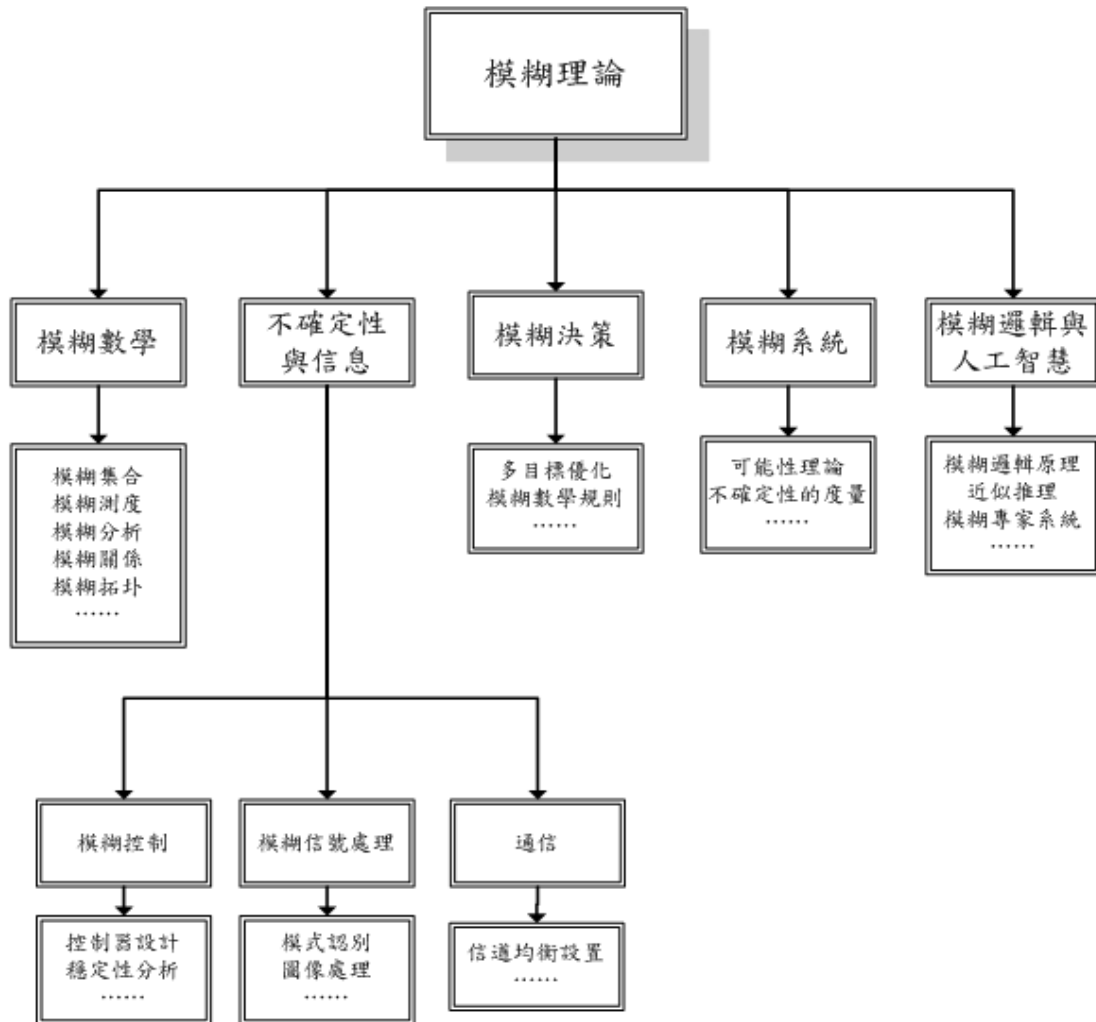


圖 2.11、模糊理論分類

1. 模糊數學，它用模糊集合取代經典集合從而擴展了經典數學中的概念。
2. 模糊邏輯與人工智慧，它引入了經典邏輯學中的近似推理，且在模糊信息和近似推理的基礎上開發了專家系統。
3. 模糊系統，它包含了信號處理和通信中的模糊控制和模糊方法。
4. 不確定性和信息，它用於分析各種不確定性。
5. 模糊決策，它用軟約束來考慮優化問題。

這五個分支並不是完全獨立的，他們之間有緊密的聯繫。例如，模糊控制就會用到模糊數學和模糊邏輯中的概念。從實際應用的觀點來看，模糊理論的應用大部分集中在模糊系統上，尤其集中在模糊控制上。也有一些模糊專家系統應用於醫療診斷和決策支持。

## 2.6.4 模糊理論至今的應用

模糊理論發展至今已接近三十餘年，應用的範圍非常廣泛，從工程科技到社會人文科學都可以發現模糊理論研究的蹤跡與成果。我們分別由工程科技與社會人文科學的角度，瞭解模糊理論應用的範疇。

### 1. 工程科技方面

- (1) 型樣識別：文字識別、指紋識別、手寫字體辨識、影像辨識、語音辨識。
- (2) 控制工程：機器人控制、汽車控制、家電控制、工業儀錶控制、電力控制。
- (3) 信號及資訊處理：影像處理、語音處理、資料整理、資料庫管理。
- (4) 人工智慧及專家系統：故障診斷、自然語言處理、自動翻譯、地震預測、工業設計。
- (5) 環保：廢水處理、淨水處理廠工程、空氣污染檢驗、空氣品質監控。
- (6) 其他：建築結構分析、化工製程控制

### 2. 教育、社會及人文科學方面

- (1) 教育：教學成果評量、心理測驗、性向測驗、電腦輔助教學。
- (2) 心理學：心理分析、性向測驗。
- (3) 決策決定：決策支援、決策分析、多目標評價、綜合評價、險分析。

## 2.6.5 模糊集合(Fuzzy Set)

過去傳統數學上集合的基本定義，為屬於或不屬於此集合。明確的判斷對象為所屬集合，也就是明確集合(Crisp Set)。如果要描述適當的模糊事務時，須將所屬集合的概念模糊化，使之無明確判斷對象所屬的集合，承認論域(Universe of Discourse)上存在既非完全屬於集合 A 又非完全不屬於集合 A，使傳統集合的絕對屬於的概念改變為相對屬於的概念。

以數學式表示論域  $U$  上的模糊集合  $\tilde{A}$ ，可表示為元素  $x$  與它的歸屬函數集合：

$$\tilde{A} = \left\{ (x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in U, \mu_{\tilde{A}}(x) \in [0, 1] \right\}$$

## 2.6.6 模糊數(Fuzzy Number)與(Membership Function)

假設  $\tilde{A}$  是模糊集合或模糊數 (FN) 在實線  $R^2$  上，則以三角型隸屬度函數 (triangular membership function) 表示為  $(a_1, a_2, a_3)$ ,  $x \in R^2$  to  $\tilde{A}$ ，如圖 2.12。

$$\tilde{A}(x) = \begin{cases} 0 & x < a_1 \\ (x - a_1) / (a_2 - a_1) & a_1 \leq x \leq a_2 \\ (a_3 - x) / (a_3 - a_2) & a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0 & x > a_3 \end{cases} \quad (21)$$

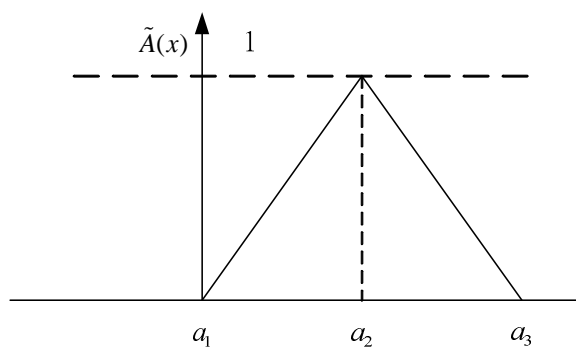


圖 2.12、三角型隸屬度函數  $(a_1, a_2, a_3)$

在一信賴區間  $\alpha$  水準， $\alpha \in (0, 1]$ ，我們定義  $A_\alpha$ ：

$$A_\alpha = \{x \mid \tilde{A}(x) \geq \alpha\}$$

三角型隸屬度函數以  $\alpha$ -截集表示為：

$$A_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}] = [a_1 - \alpha(a_1 - a_2), a_3 + \alpha(a_2 - a_3)]$$

$a_1^{(\alpha)}$  和  $a_3^{(\alpha)}$  個別表示  $A_\alpha$  的下界和上界。

根據模糊算術方法，Zadeh's sup-min 方法表示如下

$$(\tilde{A} \circ \tilde{B})(z) = \sup_{x \circ y = z} \min(\tilde{A}(x), \tilde{B}(y))$$

其中，表示任何模糊算術。Mizumoto and Tanaka (1976) 使用相同方法在  $\alpha$ -截集模糊數和區間算術，Chang (2003) 和 Chang et al. (2006) 和 Chang and Hung (2006) 整理使用  $\alpha$ -截集模糊算術方法的文獻。

$\alpha$ -截集模糊算術中，模糊數基本運算公式（加法、減法、乘法、除法）可以計算的更快，在每一個  $\alpha$ -level 區間中，使用區間算術（Kaufmann and Gupta, 1988）。

### 1. 模糊數加法

令  $A$  和  $B$  分別為兩模糊數  $\tilde{A}$  和  $\tilde{B}$ ，在一信賴區間  $\alpha$  水準， $\tilde{A} = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}]$ ， $\tilde{B} = [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}]$ ， $\alpha \in (0, 1]$ ， $\forall \tilde{A}, \tilde{B} \subset R^2$ ，表示如下：

$$A_\alpha + B_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] + [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}] = [a_1^{(\alpha)} + b_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} + b_2^{(\alpha)}], \forall \alpha \in (0, 1]. \quad (22)$$

### 2. 模糊數減法

在一信賴區間  $\alpha$  水準， $\forall \tilde{A}, \tilde{B} \subset R^2$ ， $\alpha \in (0, 1]$ 。

$$A_\alpha - B_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] - [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}] = [a_1^{(\alpha)} - b_2^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} - b_1^{(\alpha)}] \quad (23)$$

### 3. 模糊數乘法

在一信賴區間  $\alpha$  水準， $\forall \tilde{A}, \tilde{B} \subset R^2$ ， $\alpha \in (0, 1]$ 。

$$A_\alpha \times B_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] \times [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}] = [\min(a_1^{(\alpha)}b_1^{(\alpha)}, a_1^{(\alpha)}b_2^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}b_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}b_2^{(\alpha)}), \max(a_1^{(\alpha)}b_1^{(\alpha)}, a_1^{(\alpha)}b_2^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}b_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}b_2^{(\alpha)})]. \quad (24)$$

### 4. 模糊數除法

在一信賴區間  $\alpha$  水準， $\forall \tilde{A}, \tilde{B} \subset R^2$ ， $\alpha \in (0, 1]$ 。

$$A_\alpha \div B_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] \div [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}] = [\min(a_1^{(\alpha)} / b_1^{(\alpha)}, a_1^{(\alpha)} / b_2^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} / b_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} / b_2^{(\alpha)}), \max(a_1^{(\alpha)} / b_1^{(\alpha)}, a_1^{(\alpha)} / b_2^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} / b_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} / b_2^{(\alpha)})], \text{ for } b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)} > 0, \forall \alpha \in [0, 1]. \quad (25)$$

## 2.6.7 模糊運算(Fuzzy Arithmetic Operations)

根據 Zadeh (1965) 的擴展原理 (Extension Principle)，可以廣義的使用一般基準  $T$ ，取代原來的最小值。模糊數的數學運算表示如下：

1. 加法：

$$(\tilde{A} + \tilde{B})(z) = \sup_{x+y=z} T(\tilde{A}(x), \tilde{B}(y)). \quad (26)$$

2. 減法：

$$(\tilde{A} - \tilde{B})(z) = \sup_{x-y=z} T(\tilde{A}(x), \tilde{B}(y)). \quad (27)$$

3. 乘法：

$$(\tilde{A} \times \tilde{B})(z) = \sup_{x \times y=z} T(\tilde{A}(x), \tilde{B}(y)). \quad (28)$$

4. 除法：

$$(\tilde{A} / \tilde{B})(z) = \sup_{x/y=z} T(\tilde{A}(x), \tilde{B}(y)). \quad (29)$$

$t$ -norm 是二元三角函數 ( $t$ -norm for short)，而且，若且唯若  $t$ -norm 符合聯合、交替、單調等性質， $T(x, 1) = x$ ,  $x \in [0, 1]$ 。此外，每一個  $t$ -norm 符合以下公式。

$$T_w(a_2, b_2) \leq T(a_2, b_2) \leq T_M(a_2, b_2) = \min(a_2, b_2) \quad (30)$$

其中

$$T_w(a_2, b_2) = \begin{cases} a_2, & \text{if } b_2 = 1, \\ b_2, & \text{if } a_2 = 1, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (31)$$

這就是 Weakest's  $t$ -norm。 $t$ -norm 的重點是  $\min(a_2, b_2)$ 、 $a_2 \cdot b_2$ 、 $\max(0, a_2 + b_2 - 1)$  和  $T_w(a_2, b_2)$ 。Ling (1965)、Hong (2001)、Garmendia et al. (2003) 及 Whalen (2003) 文獻中強調的重點。

$T_w$ -based 模糊數加法與減法的結果仍然是模糊數，並且圖形仍保持模糊數形狀；而模糊數乘法或除法後，圖形依然保有模糊數的形狀 (Heshmaty and Kandel, 1985)。

本論文模糊系統動態實例中，使用  $T_w$ -based 模糊算術運算，比較相同條件下對稱和非對稱三角型隸屬度函數的差異。這個方法簡化了模糊算術

的計算過程。

根據 Kolesarova (1995) and Mesiar (1997) ，加法和減法可以被表示如下：

令  $T_w$  表示 Weakest's  $t$ -norm ，設  $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$  ,  $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3)$  是三角型模糊數：

$T_w$  的加法表示如下：( Kolesarova (1995) 和 Mesiar (1997) )：

$$\begin{aligned}\tilde{A} + \tilde{B} &= (a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) \\ &= ((a_2 + b_2 - \max(a_2 - a_1, b_2 - b_1)), (a_2 + b_2), (a_2 + b_2 + \max(a_3 - a_2, b_3 - b_2))).\end{aligned}\quad (32)$$

$T_w$  的減法表示如下：( Kolesarova (1995) 和 Mesiar (1997) )

$$\begin{aligned}\tilde{A} - \tilde{B} &= (a_1, a_2, a_3) - (b_1, b_2, b_3) \\ &= ((a_2 - b_2 - \max(a_2 - a_1, b_3 - b_2)), (a_2 - b_2), (a_2 - b_2 + \max(a_3 - a_2, b_2 - b_1))).\end{aligned}\quad (33)$$

$T_w$  的乘法表示如下：(Hong and Do (1997))

Case I: For  $a_2 > 0$ ,  $b_2 > 0$ ,

$$\tilde{A} \times \tilde{B} = (a_2 b_2 - \max((a_2 - a_1)b_2, (b_2 - b_1)a_2), a_2 b_2, a_2 b_2 + \max((a_3 - a_2)b_2, (b_3 - b_2)a_2))\quad (34)$$

Case II: For  $a_2 < 0$ ,  $b_2 < 0$ ,

$$\tilde{A} \times \tilde{B} = (a_2 b_2 - \max((a_3 - a_2)b_2, (b_3 - b_2)a_2), a_2 b_2, a_2 b_2 + \max((a_2 - a_1)b_2, (b_2 - b_1)a_2))\quad (35)$$

Case III: For  $a_2 = 0$ ,  $b_2 > 0$ ,

$$\tilde{A} \times \tilde{B} = (-(a_2 - a_1)b_2, 0, (a_3 - a_2)b_2).\quad (36)$$

Case IV: For  $a_2 = 0$ ,  $b_2 < 0$ ,

$$\tilde{A} \times \tilde{B} = ((a_3 - a_2)b_2, 0, -(a_2 - a_1)b_2)\quad (37)$$

Case V: For  $a_2 = 0$ ,  $b_2 = 0$ ,

$$\tilde{A} \times \tilde{B} = (0, 0, 0)\quad (38)$$

Case VI: For  $a_2 < 0$ ,  $b_2 > 0$ ,  $L=R$ ,

$$\tilde{A} \times \tilde{B} = (a_2 b_2 - \max((a_2 - a_1)b_2, -(b_3 - b_2)a_2), a_2 b_2, a_2 b_2 + \max((a_3 - a_2)b_2, -(b_2 - b_1)a_2))\quad (39)$$

$T_w$  的除法表示如下：( Deschrijver(2009)、Hong(2006)和 Chang, P.-T., and Lin, K.-P. (2008) )

最近幾年在 weakest  $t$ -norm 已經發展了許多方面，包括加法、減法、乘

法。因此研究擴展  $T_w$ -based 的除法運算：

Case I: Let  $a_2 > 0$ ,  $b_2 > 0$ ,  $b_1 > 0$ ,

then for  $z \leq a_2 / b_2$ ,  $z / b_2 \leq a_2$ , and  $z / a_2 \leq 1 / b_2$ ,

$$\begin{aligned}
(\tilde{A} / \tilde{B})(z) &= \sup_{x/y=z} T_w(\tilde{A}(x), \tilde{B}(y)) \\
&= \max \{A(z \times b_2), B(a_2 / z)\} \\
&= \max \left\{ L \left( \frac{a_2 - z \times b_2}{a_2 - a_1} \right), R \left( \frac{1/b_2 - z/a_2}{1/b_2 - 1/b_3} \right) \right\} \quad (40) \\
&= \max \left\{ L \left( \frac{a_2/b_2 - z}{(a_2 - a_1)/b_2} \right), R \left( \frac{a_2/b_2 - z}{a_2(1/b_2 - 1/b_3)} \right) \right\} \\
&= L \{ (a_2/b_2 - z) / \max((a_2 - a_1)/b_2, a_2(1/b_2 - 1/b_3)) \}
\end{aligned}$$

當  $z \geq a_2 / b_2 - \max((a_2 - a_1)/b_2, a_2(1/b_2 - 1/b_3))$  時上式成立，否則為 0。

同理可證， $z > a_2 / b_2$ ,  $z / b_2 > a_2$  和  $z / a_2 > 1 / b_2$ ，我們可以得到下列結果：

$$\begin{aligned}
(\tilde{A} / \tilde{B})(z) &= \sup_{x/y=z} T_w(\tilde{A}(x), \tilde{B}(y)) \\
&= \max \{A(z \times b_2), B(a_2 / z)\} \\
&= \max \left\{ R \left( \frac{z \times b_2 - a_2}{a_3 - a_2} \right), L \left( \frac{z/a_2 - 1/b_2}{1/b_1 - 1/b_2} \right) \right\} \quad (41) \\
&= \max \left\{ R \left( \frac{z - a_2/b_2}{(a_3 - a_2)/b_2} \right), L \left( \frac{z - a_2/b_2}{a_2(1/b_1 - 1/b_2)} \right) \right\} \\
&= R \{ (z - a_2/b_2) / \max((a_3 - a_2)/b_2, a_2(1/b_1 - 1/b_2)) \}
\end{aligned}$$

當  $z < a_2 / b_2 + \max((a_3 - a_2)/b_2, a_2(1/b_1 - 1/b_2))$  時上式成立，否則為 0。

因此我們可以得到下式：

$$\begin{aligned}
\tilde{A} / \tilde{B} &= (a_2 / b_2 - \max((a_2 - a_1)/b_2, a_2(1/b_2 - 1/b_3)), \\
& a_2 / b_2, a_2 / b_2 + \max((a_3 - a_2)/b_2, a_2(1/b_1 - 1/b_2))). \quad (42)
\end{aligned}$$

在其他情況下，可以以相同方式得到結果。

Case II: For  $a_2 < 0$ ,  $b_2 < 0$  and  $b_3 < 0$ ,

$$\begin{aligned}
\tilde{A} / \tilde{B} &= (a_2 / b_2 - \max((a_2 - a_3)/b_2, a_2(1/b_2 - 1/b_1)), \\
& a_2 / b_2, a_2 / b_2 + \max((a_1 - a_2)/b_2, a_2(1/b_3 - 1/b_2))). \quad (43)
\end{aligned}$$



Case III: For  $a_2 = 0$ ,  $b_2 > 0$  and  $b_1 > 0$ ,

$$\tilde{A} / \tilde{B} = (-(a_2 - a_1) / b_2, 0, (a_3 - a_2) / b_2) \quad (44)$$

Case IV: For  $a_2 = 0$ ,  $b_2 < 0$  and  $b_3 < 0$ ,

$$\tilde{A} / \tilde{B} = (-(a_2 - a_3) / b_2, 0, (a_1 - a_2) / b_2) \quad (45)$$

Case V: For  $a_2 > 0$ ,  $b_2 < 0$  and  $b_3 < 0$ ,

$$\begin{aligned} \tilde{A} / \tilde{B} = & (a_2 / b_2 - \max((a_2 - a_3) / b_2, a_2(1 / b_2 - 1 / b_3)), \\ & a_2 / b_2, a_2 / b_2 + \max((a_1 - a_2) / b_2, a_2(1 / b_1 - 1 / b_2))) \end{aligned} \quad (46)$$

Case VI: For  $a_2 < 0$ ,  $b_2 > 0$  and  $b_1 > 0$ ,

$$\begin{aligned} \tilde{A} / \tilde{B} = & (a_2 / b_2 - \max((a_2 - a_1) / b_2, a_2(1 / b_2 - 1 / b_1)) \\ & , a_2 / b_2, a_2 / b_2 + \max((a_3 - a_2) / b_2, a_2(1 / b_3 - 1 / b_2))). \end{aligned} \quad (47)$$

## 2.6.8 解模糊化 (Defuzzification)

解模糊化(Defuzzifier)之目的就是要將模糊性值的最終資料結果轉換成明確的數值資料。若在運算的過程中使用模糊值的數值，則其所得的結果亦為一模糊數，將此模糊數予以解模糊化，使其成為明確且具代表性的數值，以利最終階段之比較即排序動作。

本研究使用重心法 (Center Of Gravity Method) 解模糊化。重新法即是找出三角形面積中心的概念，將模糊數的面積點事為其代表值。

若論域  $U$  為實數域中的有界集合，則  $U$  中的模糊集  $\tilde{A} : u_A(x)$  的模糊數重心為：

$$DF = \frac{\int_U u_A(x)xdx}{\int_U u_A(x)dx}, \text{其中} \int_U u_A(x)dx \neq 0 \quad (48)$$

若  $U = [a, b]$  時，則模糊數重心為：

$$DF = \frac{\int_a^b u_A(x)xdx}{\int_a^b u_A(x)dx}, \text{其中} \int_a^b u_A(x)dx \neq 0 \quad (49)$$

若  $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \subset R$  時，則模糊數重心為：

$$DF = \frac{\sum_{i=1}^n u_A(x_i)x_i}{\sum_{i=1}^n u_A(x_i)}, \text{其中 } \sum_{i=1}^n u_A(x_i) \neq 0 \quad (50)$$

當模糊數為三角模糊數時，則公式(48)可轉換成下列線性公式：

$$DF = \{(UR - LR) + (MR - LR)\} / 3 + LR \quad (51)$$

其中 DF：解模糊化值後的明確值

UR：三角模糊數的最大值

MR：三角模糊數的中間值

LR：三角模糊數的最小值

重心法示意圖如下：

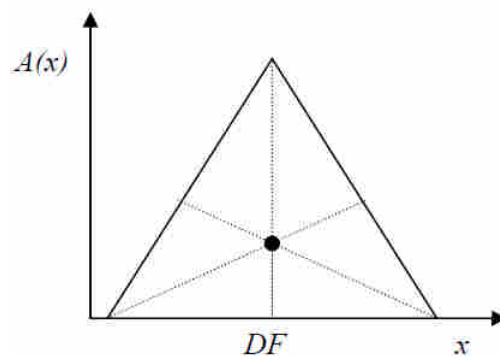


圖 2.13、三角形模糊數重心示意圖

## 2.7 混沌在管理上的意義

混沌現象(Chaos)原本是自然科學中描述天氣具有「不規則，但非隨機」的複雜多變的現象，其中最著名的例子是蝴蝶效應(Butterfly Effect)，亦即只要初始條件小小的差異，透過系統的加乘作用，就有可能造成巨大的不同結果。以 Jay Forrester 於 1961 年在 Industrial Dynamics 法發表的長鞭效應(Bullwhip Effect)為例，當客戶端的需求有微小變異時，供應鏈的長短與長鞭效應造成的震盪幅度成正比。因此對於越上游的供應商所造成的變異越大。這種現象相似於蝴蝶效應(Butterfly Effect)。

因此近年來，有越來越多學者將混沌現象(chaos)運用至社會科學、財務管理、工業工程管理等領域，例如王孔政與高仕峰(2001)討論代理人決策

系統中之混沌現象，探討在確定模型之下初現的不確定性行為，代理人系統在分散環境下所做的決策，容易產生混沌現象；陳金木與蔡文杰(2004)討論學校經營中出現的混沌現象，並探討學校經營者若具有混沌現象的敏銳度，則對於組織權力之重建具有影響力。在財務管理上，混沌理論常常用來分析或預測財務危機的研究，如 Lindsay and Campbell(1996)運用混沌理論來預測公司破產的可能性，發現其誤差較回歸分析低；韓宜芬(1993)以 Brock, Dechert 與 Scheinkman(1987)提出的「BDS 統計量」，探討 1980 年 1 月至 1992 年 8 月之台灣證券交易所發行量加權股價指數的每日收盤資料之異動情形及其特性，是否符合非線性確定過程之混沌現象。其研究結果顯示台灣股市不存在市場效率性，且加權股價指數屬於一非線性隨機過程，亦非一非線性確定過程，亦即不為一混沌系統。

馮麗華(1999)發現：(1)台灣股市具有混沌現象，(2)對一個財務危機企業而言，在接近財務危機時點，股價報酬率較不具有混沌現象，(3)危機企業在接近發生財務危機時點，健全企業比危機企業更具有混沌現象。

林泓遠(2000)探討股票市場報酬率的變動是否符合決定性混沌現象。其實證結果，證實台灣證券交易所加權股價指數的行為符合決定性混沌現象。

李紅波和劉彩虹(2007)認為多供開放型企業供需網的運行具混沌現象，並認為其混沌管理有七項關於多功能開放型企業供需網的項目：環境變化的非線性管理、混沌在管理中的利用與控制方法、系統創新機制培養、動態供需結構管理、結構多為立體目標結構體系、利用供需子網增加系統彈性和發展混沌生產供需。

### 第三章 研究方法

#### 3.1 二階混沌系統(Level Two Chaotic Systems)

選擇兩個混沌系統，其一記錄各點混沌時間序列，另一令其參數為可變動。將記錄的混沌時間序列，照疊代次數，依序代入參數值。最後記錄二階混沌系統，各疊代的時間序列，繪成圖形。

本研究主要用三種混沌方程組：Chen、Liu 及 Lorenz 方程組：其中  $x$ 、 $y$ 、 $z$  為各方程組在三維空間的變數， $a$ 、 $b$ 、 $c$  為各方程組的參數，三種方程組如下模糊初始輸入值的  $\alpha$ -cut 模糊運算：

表 3.1、三種混沌系統

項目	Chen 系統	Liu 系統	Lorenz 系統
方程組	$\begin{cases} \dot{x}_c = a_c(y_c - x_c) \\ \dot{y}_c = (b_c - a_c)x_c - x_c z_c + b_c y_c \\ \dot{z}_c = x_c y_c - c_c z_c \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{x}_u = a_u(y_u - x_u) \\ \dot{y}_u = -x_u z_u + b_u y_u \\ \dot{z}_u = x_u y_u - c_u z_u \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{x}_L = a_L(y_L - x_L) \\ \dot{y}_L = (b_L - a_L)x_L - x_L z_L + b_L y_L \\ \dot{z}_L = x_L y_L - c_L z_L \end{cases}$
附註	$x_c, y_c, z_c, a_c, b_c, c_c$ 表示 Chen 系統的參數與初始輸入值	$x_u, y_u, z_u, a_u, b_u, c_u$ 表示 Liu 系統的參數與初始輸入值	$x_L, y_L, z_L, a_L, b_L, c_L$ 表示 Lorenz 系統的參數與初始輸入值

表 3.2、三種混沌系統的近似差分方程組

項目	Chen 系統	Liu 系統	Lorenz 系統
方程組	$\begin{cases} x_{k+1_c} = x_{k_c} + a_c(y_c - x_c)dt \\ y_{k+1_c} = y_{k_c} + ((b_c - a_c)x_c - x_c z_c + b_c y_c)dt \\ z_{k+1_c} = z_{k_c} + (x_c y_c - c_c z_c)dt \end{cases}$	$\begin{cases} x_{k+1_u} = x_{k_u} + a_u(y_u - x_u)dt \\ y_{k+1_u} = y_{k_u} + (-x_u z_u + b_u y_u)dt \\ z_{k+1_u} = z_{k_u} + (x_u y_u - c_u z_u)dt \end{cases}$	$\begin{cases} x_{k+1_L} = x_{k_L} + a_L(y_L - x_L)dt \\ y_{k+1_L} = y_{k_L} + ((b_L - a_L)x_L - x_L z_L + b_L y_L)dt \\ z_{k+1_L} = z_{k_L} + (x_L y_L - c_L z_L)dt \end{cases}$

本研究把以上三種混沌系統，交互配對為混沌系統的參數值。

舉例：將 Liu 系統參數值以 Chen 系統混沌化：

$$\begin{cases} \dot{x} = \overset{chaos}{a} (y - x) \\ \dot{y} = -xz + \overset{chaos}{b} y \\ \dot{z} = xy - \overset{chaos}{c} z \end{cases} \quad (52)$$

$$\begin{cases} \dot{x} = \overset{Chen}{a} (y - x) \\ \dot{y} = -xz + \overset{Chen}{b} y \\ \dot{z} = xy - \overset{Chen}{c} z \end{cases} \quad (53)$$

由 Chen 系統所得到的時間序列  $\{x_{0_c}, x_{1_c}, x_{2_c}, \dots, x_{n_c}\}$ 、 $\{y_{0_c}, y_{1_c}, y_{2_c}, \dots, y_{n_c}\}$ 、 $\{z_{0_c}, z_{1_c}, z_{2_c}, \dots, z_{n_c}\}$ ，n 表第 n 次疊代，各別代入 Liu 系統第 n 次疊代時的  $\{a_{0_u}, a_{1_u}, a_{2_u}, \dots, a_{n_u}\}$ 、 $\{b_{0_u}, b_{1_u}, b_{2_u}, \dots, b_{n_u}\}$ 、 $\{c_{0_u}, c_{1_u}, c_{2_u}, \dots, c_{n_u}\}$ 。

因此 Liu 系統第一次疊代的差分方程組：

$$\begin{cases} x_{1_u} = x_{0_u} + \overset{red}{x_{0_c}} (y_{0_u} - x_{0_u}) dt \\ y_{1_u} = y_{0_u} + (-x_{0_u} z_{0_u} + \overset{red}{y_{0_c}} y_{0_u}) dt \\ z_{1_u} = z_{0_u} + (x_{0_u} y_{0_u} - \overset{red}{z_{0_c}} z_{0_u}) dt \end{cases} \quad (54)$$

第二次疊代的差分方程組：

$$\begin{cases} x_{2_u} = x_{1_u} + \overset{red}{x_{1_c}} (y_{1_u} - x_{1_u}) dt \\ y_{2_u} = y_{1_u} + (-x_{1_u} z_{1_u} + \overset{red}{y_{1_c}} y_{1_u}) dt \\ z_{2_u} = z_{1_u} + (x_{1_u} y_{1_u} - \overset{red}{z_{1_c}} z_{1_u}) dt \end{cases} \quad (55)$$

第 n+1 次疊代的差分方程組：

$$\begin{cases} x_{n+1_u} = x_{n_u} + \overset{red}{x_{n_c}} (y_{n_u} - x_{n_u}) dt \\ y_{n+1_u} = y_{n_u} + (-x_{n_u} z_{n_u} + \overset{red}{y_{n_c}} y_{n_u}) dt \\ z_{n+1_u} = z_{n_u} + (x_{n_u} y_{n_u} - \overset{red}{z_{n_c}} z_{n_u}) dt \end{cases} \quad (56)$$

藉由這些疊代所得到的數值，可以得到 Liu 系統參數值以 Chen 系統混沌化的 ChenLiu 混沌時間序列。以此方式可以得到其他不同組合的混沌時間序列。本研究將以表 3.3 的組合為主。

表 3.3、混沌系統參數值混沌化組合表

原系統 參數混沌化	Chen	Liu	Lorenz
Chen	ChenChen 系統	ChenLiu 系統	ChenLorenz 系統
Liu	LiuChen 系統	LiuLiu 系統	LiuLorenz 系統
Lorenz	LorenzChen 系統	LiuChen 系統	LorenzLorenz 系統

### 3.2 模糊混沌系統(Fuzz Chaotic Systems)

本研究將模糊混沌系統分為兩個方法：(1)模糊混沌、(2)模糊區間混沌化，下面將介紹其運算過程。

#### 3.2.1 模糊混沌方法

本研究將擇一混沌系統，對系統的參數或初始輸入值模糊化，以  $\alpha$ -cut 或 T-norm 模糊運算。記錄模糊混沌系統，各疊代的時間序列，繪成圖形，並針對混沌系統的參數和初始輸入值個別做分析，其中本研究在  $\alpha$ -cut 模糊運算時，模糊運算後，解模糊，並代入下次疊代，重新將所需項目模糊化。

##### 1. $\alpha$ -cut 模糊運算

本章節將使用模糊邏輯運算的  $\alpha$ -cut 模糊運算對混沌系統的參數值作模糊化的運算。

##### (1) 模糊參數值

針對 Chen、Liu、Lorenz 混沌方程組的參數值模糊化，各混沌系統參數值模糊化方程組如下：

A. 模糊 Lorenz 系統參數值的微分方程組：

$$\begin{cases} \dot{x} = \tilde{A}(y - x) \\ \dot{y} = \tilde{B}x - xz - y \\ \dot{z} = xy - \tilde{C}z \end{cases} \quad (57)$$

由於求解微分方程組難度較大，因此常用離散的差分方程組來趨近原微分方程組，而可用疊代法求出其給定初始值的數值解。因次必須對離散差分方程組的參數模糊化。模糊 Lorenz 系統參數值的方程組可以近似地用差分方程組表示如下：

$$\begin{cases} \tilde{x}_{k+1} = x_k + \tilde{A}(y - x)dt & (58) \\ \tilde{y}_{k+1} = y_k + (\tilde{B}x - xz - y)dt \\ \tilde{z}_{k+1} = z_k + (xy - \tilde{C}z)dt \end{cases}$$

本研究在  $\alpha$ -cut 的模糊運算過程，在每次疊代後解模糊，並將其當作下次疊代的初始輸入值。

舉例：

$a_c$ 、 $b_c$ 、 $c_c$  表模糊中間值； $a_u$ 、 $b_u$ 、 $c_u$  表模糊下界值；

$a_l$ 、 $b_l$ 、 $c_l$  表模糊上界值

$$\tilde{A} = [a_l^{(\alpha)}, a_u^{(\alpha)}] = [a_l - \alpha(a_m - a_l), a_u + \alpha(a_u - a_m)]、$$

$$\tilde{B} = [b_l^{(\alpha)}, b_u^{(\alpha)}] = [b_l - \alpha(b_m - b_l), b_u + \alpha(b_u - b_m)]、$$

$$\tilde{C} = [c_l^{(\alpha)}, c_u^{(\alpha)}] = [c_l - \alpha(c_m - c_l), c_u + \alpha(c_u - c_m)]$$

則模糊 Lorenz 參數值方程組的第一次疊代差分方程組：

$$\begin{cases} \tilde{X}_1 = x_0 + \tilde{A}(y_0 - x_0)dt \\ \tilde{Y}_1 = y_0 + (\tilde{B}x_0 - x_0z_0 - y_0)dt & (59) \\ \tilde{Z}_1 = z_0 + (x_0y_0 - \tilde{C}z_0)dt \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tilde{X}_1 = x_0 + [a_l^{(\alpha)}(y_0 - x_0)dt, a_u^{(\alpha)}(y_0 - x_0)dt] \\ \tilde{Y}_1 = y_0 + [(b_l^{(\alpha)}x_0 - x_0z_0 - y_0)dt, (b_u^{(\alpha)}x_0 - x_0z_0 - y_0)dt] & (60) \\ \tilde{Z}_1 = z_0 + [(x_0y_0 - c_l^{(\alpha)}z_0)dt, (x_0y_0 - c_u^{(\alpha)}z_0)dt] \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tilde{X}_1 = [x_0 + a_l^{(\alpha)}(y_0 - x_0)dt, x_0 + a_u^{(\alpha)}(y_0 - x_0)dt] \\ \tilde{Y}_1 = [y_0 + (b_l^{(\alpha)}x_0 - x_0z_0 - y_0)dt, y_0 + (b_u^{(\alpha)}x_0 - x_0z_0 - y_0)dt] & (61) \\ \tilde{Z}_1 = [z_0 + (x_0y_0 - c_l^{(\alpha)}z_0)dt, z_0 + (x_0y_0 - c_u^{(\alpha)}z_0)dt] \end{cases}$$

第一次疊代後解模糊

$$x_{1_{new}} = \frac{(((x_0 + a_u^{(\alpha)}(y_0 - x_0)dt) - (x_0 + a_l^{(\alpha)}(y_0 - x_0)dt)) + (x_{0_m} - (x_0 + a_l^{(\alpha)}(y_0 - x_0)dt)))}{3} \quad (62)$$

$$+(x_0 + a_l^{(\alpha)}(y_0 - x_0)dt)$$

$$y_{1_{new}} = \frac{(((y_0 + (b_u^{(\alpha)}x_0 - x_0z_0 - y_0)dt) - (y_0 + (b_l^{(\alpha)}x_0 - x_0z_0 - y_0)dt)) + (y_{0_m} - (y_0 + (b_l^{(\alpha)}x_0 - x_0z_0 - y_0)dt)))}{3}$$

$$+(y_0 + (b_l^{(\alpha)}x_0 - x_0z_0 - y_0)dt)$$

(63)

$$z_{1_{new}} = \frac{(((z_0 + (x_0y_0 - c_u^{(\alpha)}z_0)dt) - (z_0 + (x_0y_0 - c_l^{(\alpha)}z_0)dt)) + (z_{0_m} - (z_0 + (x_0y_0 - c_l^{(\alpha)}z_0)dt)))}{3} \quad (64)$$

$$+(z_0 + (x_0y_0 - c_l^{(\alpha)}z_0)dt)$$

則模糊 Lorenz 參數值方程組的第  $i$  次疊代差分方程組( $i > 1$ ):

$$\begin{cases} \tilde{X}_{i+1} = x_{i_{new}} + \tilde{A}(y_{i_{new}} - x_{i_{new}})dt \\ \tilde{Y}_{i+1} = y_{i_{new}} + (\tilde{B}x_{i_{new}} - x_{i_{new}}z_{i_{new}} - y_{i_{new}})dt \\ \tilde{Z}_{i+1} = z_{i_{new}} + (x_{i_{new}}y_{i_{new}} - \tilde{C}_\alpha z_{i_{new}})dt \end{cases} \quad (65)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tilde{X}_{i+1} = x_{i_{new}} + [a_l^{(\alpha)}(y_{i_{new}} - x_{i_{new}})dt, a_u^{(\alpha)}(y_{i_{new}} - x_{i_{new}})dt] \\ \tilde{Y}_{i+1} = y_{i_{new}} + [(b_l^{(\alpha)}x_{i_{new}} - x_{i_{new}}z_{i_{new}} - y_{i_{new}})dt, (b_u^{(\alpha)}x_{i_{new}} - x_{i_{new}}z_{i_{new}} - y_{i_{new}})dt] \\ \tilde{Z}_{i+1} = z_{i_{new}} + [(x_{i_{new}}y_{i_{new}} - c_l^{(\alpha)}z_{i_{new}})dt, (x_{i_{new}}y_{i_{new}} - c_u^{(\alpha)}z_{i_{new}})dt] \end{cases} \quad (66)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tilde{X}_{i+1} = [x_{i_{new}} + a_l^{(\alpha)}(y_{i_{new}} - x_{i_{new}})dt, x_{i_{new}} + a_u^{(\alpha)}(y_{i_{new}} - x_{i_{new}})dt] \\ \tilde{Y}_{i+1} = [y_{i_{new}} + (b_l^{(\alpha)}x_{i_{new}} - x_{i_{new}}z_{i_{new}} - y_{i_{new}})dt, y_{i_{new}} + (b_u^{(\alpha)}x_{i_{new}} - x_{i_{new}}z_{i_{new}} - y_{i_{new}})dt] \\ \tilde{Z}_{i+1} = [z_{i_{new}} + (x_{i_{new}}y_{i_{new}} - c_l^{(\alpha)}z_{i_{new}})dt, z_{i_{new}} + (x_{i_{new}}y_{i_{new}} - c_u^{(\alpha)}z_{i_{new}})dt] \end{cases} \quad (67)$$

藉由這些疊代所得到的數值可以得到模糊 Lorenz 系統參數值的混沌時間序列。

B. 模糊 Liu 系統參數值的系統參數值的微分方程組：

$$\begin{cases} \dot{x} = \tilde{A}(y - x) \\ \dot{y} = -xz + \tilde{B}y \\ \dot{z} = xy - \tilde{C}z \end{cases} \quad (68)$$

模糊 Liu 系統參數值的方程組可以近似地用差分方程組表示為：



$$\begin{cases} \tilde{X}_{k+1} = x_k + \tilde{A}(y - x)dt \\ \tilde{Y}_{k+1} = y_k + (-xz + \tilde{B}y)dt \\ \tilde{Z}_{k+1} = z_k + (xy - \tilde{C}z)dt \end{cases} \quad (69)$$

C. 模糊 Chen 系統參數值的微分方程組：

$$\begin{cases} \dot{x} = \tilde{A}(y - x) \\ \dot{y} = (\tilde{B} - \tilde{A})x - xz + \tilde{B}y \\ \dot{z} = xy - \tilde{C}z \end{cases} \quad (70)$$

模糊 Chen 系統參數值的方程組可以近似地用差分方程組表示為：

$$\begin{cases} \tilde{X}_{k+1} = x_k + \tilde{A}(y - x)dt \\ \tilde{Y}_{k+1} = y_k + ((\tilde{B} - \tilde{A})x - xz + \tilde{B}y)dt \\ \tilde{Z}_{k+1} = z_k + (xy - \tilde{C}z)dt \end{cases} \quad (71)$$

## (2) 模糊初始輸入值

針對 Chen、Liu、Lorenz 混沌方程組的初始值模糊化，各混沌系統初始輸入值模糊化方程組如下：

A. 模糊 Lorenz 系統初始輸入值的微分方程組：

$$\begin{cases} \dot{x} = a(\tilde{Y} - \tilde{X}) \\ \dot{y} = b\tilde{X} - \tilde{X}\tilde{Z} - \tilde{Y} \\ \dot{z} = \tilde{X}\tilde{Y} - c\tilde{Z} \end{cases} \quad (72)$$

由於求解微分方程組難度較大，故常用離散的差分方程組來趨近原微分方程組，而用疊代法求出其給定初始輸入值的數值解。因次必須對離散差分方程組的初始輸入值模糊化。模糊 Lorenz 系統初始輸入值的方程組可以近似地用差分方程組表示為：

$$\begin{cases} \tilde{X}_{k+1} = X_k + a(\tilde{Y} - \tilde{X})dt \\ \tilde{Y}_{k+1} = Y_k + (b\tilde{X} - \tilde{X}\tilde{Z} - \tilde{Y})dt \\ \tilde{Z}_{k+1} = Z_k + (\tilde{X}\tilde{Y} - c\tilde{Z})dt \end{cases} \quad (73)$$

本研究在  $\alpha$ -cut 的模糊運算過程中，在每次疊代後解模糊，並將其當作下次疊代的初始輸入值，使模糊區間與上一疊代的區間相同。

舉例： $x_c$ 、 $y_c$ 、 $z_c$  表模糊中間值； $x_u$ 、 $y_u$ 、 $z_u$  表模糊下界值；

$x_l$ 、 $y_l$ 、 $z_l$  表模糊上界值

$$\text{令 } \tilde{X}_n = [x_{n_l}^{(\alpha)}, x_{n_u}^{(\alpha)}] = [x_{n_l} - \alpha(x_{n_m} - x_{n_l}), x_{n_u} + \alpha(x_{n_m} - x_{n_l})]、$$

$$\tilde{Y}_n = [y_{n_l}^{(\alpha)}, y_{n_u}^{(\alpha)}] = [y_{n_l} - \alpha(y_{n_m} - y_{n_l}), y_{n_u} + \alpha(y_{n_m} - y_{n_l})]、$$

$$\tilde{Z}_n = [z_{n_l}^{(\alpha)}, z_{n_u}^{(\alpha)}] = [z_{n_l} - \alpha(z_{n_m} - z_{n_l}), z_{n_u} + \alpha(z_{n_m} - z_{n_l})]$$

$$\tilde{XY}_n = \tilde{X}_n \times \tilde{Y}_n = [x_{n_l}^{(\alpha)}, x_{n_u}^{(\alpha)}] \times [y_{n_l}^{(\alpha)}, y_{n_u}^{(\alpha)}] = [xy_{n_l}^{(\alpha)}, xy_{n_u}^{(\alpha)}]$$

$$[\min(x_{n_l}^{(\alpha)} y_{n_l}^{(\alpha)}, x_{n_l}^{(\alpha)} y_{n_u}^{(\alpha)}, x_{n_u}^{(\alpha)} y_{n_l}^{(\alpha)}, x_{n_u}^{(\alpha)} y_{n_u}^{(\alpha)}), \max(x_{n_l}^{(\alpha)} y_{n_l}^{(\alpha)}, x_{n_l}^{(\alpha)} y_{n_u}^{(\alpha)}, x_{n_u}^{(\alpha)} y_{n_l}^{(\alpha)}, x_{n_u}^{(\alpha)} y_{n_u}^{(\alpha)})]$$

$$\tilde{XZ}_n = \tilde{X}_n \times \tilde{Z}_n = [x_{n_l}^{(\alpha)}, x_{n_u}^{(\alpha)}] \times [z_{n_l}^{(\alpha)}, z_{n_u}^{(\alpha)}] = [xz_{n_l}^{(\alpha)}, xz_{n_u}^{(\alpha)}]$$

$$[\min(x_{n_l}^{(\alpha)} z_{n_l}^{(\alpha)}, x_{n_l}^{(\alpha)} z_{n_u}^{(\alpha)}, x_{n_u}^{(\alpha)} z_{n_l}^{(\alpha)}, x_{n_u}^{(\alpha)} z_{n_u}^{(\alpha)}), \max(x_{n_l}^{(\alpha)} z_{n_l}^{(\alpha)}, x_{n_l}^{(\alpha)} z_{n_u}^{(\alpha)}, x_{n_u}^{(\alpha)} z_{n_l}^{(\alpha)}, x_{n_u}^{(\alpha)} z_{n_u}^{(\alpha)})]$$

則模糊 Lorenz 初始輸入值方程組的第一次疊代差分方程組為：

$$\begin{cases} \tilde{X}_1 = \tilde{X}_0 + a(\tilde{Y}_0 - \tilde{X}_0)dt \\ \tilde{Y}_1 = \tilde{Y}_0 + (b\tilde{X}_0 - \tilde{X}_0\tilde{Z}_0 - \tilde{Y}_0)dt \\ \tilde{Z}_1 = \tilde{Z}_0 + (\tilde{X}_0\tilde{Y}_0 - c\tilde{Z}_0)dt \end{cases} \quad (74)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tilde{X}_1 = \tilde{X}_0 + a[y_{0_l}^{(\alpha)} - x_{0_u}^{(\alpha)}, x_{0_l}^{(\alpha)} - y_{0_u}^{(\alpha)}]dt \\ \tilde{Y}_1 = \tilde{Y}_0 + ((bx_{0_l}^{(\alpha)} - xz_{0_u}^{(\alpha)}, bx_{0_u}^{(\alpha)} - xz_{0_l}^{(\alpha)}) - [y_{0_l}^{(\alpha)}, y_{0_u}^{(\alpha)}])dt \\ \tilde{Z}_1 = \tilde{Z}_0 + ([xy_{0_l}^{(\alpha)} - cz_{0_u}^{(\alpha)}, xy_{0_u}^{(\alpha)} - cz_{0_l}^{(\alpha)}])dt \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tilde{X}_1 = \tilde{X}_0 + [a(y_{0_l}^{(\alpha)} - x_{0_u}^{(\alpha)})dt, a(x_{0_l}^{(\alpha)} - y_{0_u}^{(\alpha)})dt] \\ \tilde{Y}_1 = \tilde{Y}_0 + [((bx_{0_l}^{(\alpha)} - xz_{0_u}^{(\alpha)}) - y_{0_u}^{(\alpha)})dt, ((bx_{0_u}^{(\alpha)} - xz_{0_l}^{(\alpha)}) - y_{0_l}^{(\alpha)})dt] \\ \tilde{Z}_1 = \tilde{Z}_0 + [(xy_{0_l}^{(\alpha)} - cz_{0_u}^{(\alpha)})dt, (xy_{0_u}^{(\alpha)} - cz_{0_l}^{(\alpha)})dt] \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tilde{X}_1 = [x_{0_l}^{(\alpha)} + a(y_{0_l}^{(\alpha)} - x_{0_u}^{(\alpha)})dt, x_{0_u}^{(\alpha)} + a(x_{0_l}^{(\alpha)} - y_{0_u}^{(\alpha)})dt] \\ \tilde{Y}_1 = [y_{0_l}^{(\alpha)} + ((bx_{0_l}^{(\alpha)} - xz_{0_u}^{(\alpha)}) - y_{0_u}^{(\alpha)})dt, y_{0_u}^{(\alpha)} + ((bx_{0_u}^{(\alpha)} - xz_{0_l}^{(\alpha)}) - y_{0_l}^{(\alpha)})dt] \\ \tilde{Z}_1 = [z_{0_l}^{(\alpha)} + (xy_{0_l}^{(\alpha)} - cz_{0_u}^{(\alpha)})dt, z_{0_u}^{(\alpha)} + (xy_{0_u}^{(\alpha)} - cz_{0_l}^{(\alpha)})dt] \end{cases}$$

第一次疊代後解模糊

$$\begin{aligned}
x_{1_{new}} &= \frac{((x_{0_u}^{(\alpha)} + a(x_{0_l}^{(\alpha)} - y_{0_u}^{(\alpha)})dt) - (x_{0_l}^{(\alpha)} + a(y_{0_l}^{(\alpha)} - x_{0_u}^{(\alpha)})dt) + (x_{0_m} - (x_{0_l}^{(\alpha)} + a(y_{0_l}^{(\alpha)} - x_{0_u}^{(\alpha)})dt))}{3} \\
&+ (x_{0_l}^{(\alpha)} + a(y_{0_l}^{(\alpha)} - x_{0_u}^{(\alpha)})dt) \\
y_{1_{new}} &= \frac{((y_{0_u}^{(\alpha)} + ((bx_{0_u}^{(\alpha)} - xz_{0_l}^{(\alpha)}) - y_{0_l}^{(\alpha)})dt) - (y_{0_l}^{(\alpha)} + ((bx_{0_l}^{(\alpha)} - xz_{0_u}^{(\alpha)}) - y_{0_u}^{(\alpha)})dt) + (y_{0_m} - (y_{0_l}^{(\alpha)} + ((bx_{0_l}^{(\alpha)} - xz_{0_u}^{(\alpha)}) - y_{0_u}^{(\alpha)})dt))}{3} \\
&+ (y_{0_l}^{(\alpha)} + ((bx_{0_l}^{(\alpha)} - xz_{0_u}^{(\alpha)}) - y_{0_u}^{(\alpha)})dt) \\
z_{1_{new}} &= \frac{((z_{0_u}^{(\alpha)} + (xy_{0_u}^{(\alpha)} - cz_{0_l}^{(\alpha)})dt) - (z_{0_l}^{(\alpha)} + (xy_{0_l}^{(\alpha)} - cz_{0_u}^{(\alpha)})dt) + (z_{0_m} - (z_{0_l}^{(\alpha)} + (xy_{0_l}^{(\alpha)} - cz_{0_u}^{(\alpha)})dt))}{3} \\
&+ (z_{0_l}^{(\alpha)} + (xy_{0_l}^{(\alpha)} - cz_{0_u}^{(\alpha)})dt)
\end{aligned}$$

則模糊 Lorenz 初始輸入值方程組的第  $i$  次疊代差分方程組 ( $i > 1$ ) 為：

$$\begin{cases}
\tilde{X}_{i+1} = \tilde{X}_{i_{new}} + a(\tilde{Y}_{i_{new}} - \tilde{X}_{i_{new}})dt \\
\tilde{Y}_{i+1} = \tilde{Y}_{i_{new}} + (b\tilde{X}_{i_{new}} - \tilde{X}_{i_{new}}\tilde{Z}_{i_{new}} - \tilde{Y}_{i_{new}})dt \\
\tilde{Z}_{i+1} = \tilde{Z}_{i_{new}} + (\tilde{X}_{i_{new}}\tilde{Y}_{i_{new}} - c\tilde{Z}_{i_{new}})dt
\end{cases} \quad (75)$$

$$\Rightarrow \begin{cases}
\tilde{X}_{i+1} = [x_{i_{newl}}^{(\alpha)} + a(y_{i_{newl}}^{(\alpha)} - x_{i_{newl}}^{(\alpha)})dt, x_{i_{newl}}^{(\alpha)} + a(x_{i_{newl}}^{(\alpha)} - y_{i_{newl}}^{(\alpha)})dt] \\
\tilde{Y}_{i+1} = [y_{i_{newl}}^{(\alpha)} + ((bx_{i_{newl}}^{(\alpha)} - xz_{i_{newl}}^{(\alpha)}) - y_{i_{newl}}^{(\alpha)})dt, y_{i_{newl}}^{(\alpha)} + ((bx_{i_{newl}}^{(\alpha)} - xz_{i_{newl}}^{(\alpha)}) - y_{i_{newl}}^{(\alpha)})dt] \\
\tilde{Z}_{i+1} = [z_{i_{newl}}^{(\alpha)} + (xy_{i_{newl}}^{(\alpha)} - cz_{i_{newl}}^{(\alpha)})dt, z_{i_{newl}}^{(\alpha)} + (xy_{i_{newl}}^{(\alpha)} - cz_{i_{newl}}^{(\alpha)})dt]
\end{cases}$$

第  $i$  次疊代後解模糊

$$\begin{aligned}
x_{2_{new}} &= \frac{((x_{1_{newu}}^{(\alpha)} + a(x_{1_{newl}}^{(\alpha)} - y_{1_{newu}}^{(\alpha)})dt) - (x_{1_{newl}}^{(\alpha)} + a(y_{1_{newl}}^{(\alpha)} - x_{1_{newu}}^{(\alpha)})dt) + (x_{1_{newm}} - (x_{1_{newl}}^{(\alpha)} + a(y_{1_{newl}}^{(\alpha)} - x_{1_{newu}}^{(\alpha)})dt))}{3} \\
&+ (x_{1_{newl}}^{(\alpha)} + a(y_{1_{newl}}^{(\alpha)} - x_{1_{newu}}^{(\alpha)})dt) \\
y_{2_{new}} &= \frac{((y_{1_{newu}}^{(\alpha)} + ((bx_{1_{newu}}^{(\alpha)} - xz_{1_{newl}}^{(\alpha)}) - y_{1_{newl}}^{(\alpha)})dt) - (y_{1_{newl}}^{(\alpha)} + ((bx_{1_{newl}}^{(\alpha)} - xz_{1_{newu}}^{(\alpha)}) - y_{1_{newu}}^{(\alpha)})dt) + (y_{1_{newm}} - (y_{1_{newl}}^{(\alpha)} + ((bx_{1_{newl}}^{(\alpha)} - xz_{1_{newu}}^{(\alpha)}) - y_{1_{newu}}^{(\alpha)})dt))}{3} \\
&+ (y_{1_{newl}}^{(\alpha)} + ((bx_{1_{newl}}^{(\alpha)} - xz_{1_{newu}}^{(\alpha)}) - y_{1_{newu}}^{(\alpha)})dt) \\
z_{2_{new}} &= \frac{((z_{1_{newu}}^{(\alpha)} + (xy_{1_{newu}}^{(\alpha)} - cz_{1_{newl}}^{(\alpha)})dt) - (z_{1_{newl}}^{(\alpha)} + (xy_{1_{newl}}^{(\alpha)} - cz_{1_{newu}}^{(\alpha)})dt) + (z_{1_{newm}} - (z_{1_{newl}}^{(\alpha)} + (xy_{1_{newl}}^{(\alpha)} - cz_{1_{newu}}^{(\alpha)})dt))}{3} \\
&+ (z_{1_{newl}}^{(\alpha)} + (xy_{1_{newl}}^{(\alpha)} - cz_{1_{newu}}^{(\alpha)})dt)
\end{aligned}$$

藉由這些疊代所得到的數值，可以得到模糊 Lorenz 系統初始輸入值的混沌時間序列。

B. 模糊 Liu 系統初始輸入值的微分方程組：

$$\begin{cases} \dot{x} = a(\tilde{Y} - \tilde{X}) \\ \dot{y} = -\tilde{X}\tilde{Z} + b\tilde{Y} \\ \dot{z} = \tilde{X}\tilde{Y} - c\tilde{Z} \end{cases} \quad (76)$$

模糊 Liu 系統初始輸入值的方程組可以近似地用差分方程組表示為：

$$\begin{cases} \tilde{X}_{k+1} = \tilde{X}_k + a(\tilde{Y} - \tilde{X})dt \\ \tilde{Y}_{k+1} = \tilde{Y}_k + (-\tilde{X}\tilde{Z} + b\tilde{Y})dt \\ \tilde{Z}_{k+1} = \tilde{Z}_k + (\tilde{X}\tilde{Y} - c\tilde{Z})dt \end{cases} \quad (77)$$

C. 模糊系統初始輸入值的 Chen 微分方程組：

$$\begin{cases} \dot{x} = a(\tilde{Y} - \tilde{X}) \\ \dot{y} = (b - a)\tilde{X} - \tilde{X}\tilde{Z} - b\tilde{Y} \\ \dot{z} = \tilde{X}\tilde{Y} - c\tilde{Z} \end{cases} \quad (78)$$

模糊 Liu 系統初始輸入值的方程組可以近似地用差分方程組表示為：

$$\begin{cases} \tilde{X}_{k+1} = \tilde{X}_k + a(\tilde{Y} - \tilde{X})dt \\ \tilde{Y}_{k+1} = \tilde{Y}_k + ((b - a)\tilde{X} - \tilde{X}\tilde{Z} - b\tilde{Y})dt \\ \tilde{Z}_{k+1} = \tilde{Z}_k + (\tilde{X}\tilde{Y} - c\tilde{Z})dt \end{cases} \quad (79)$$

## 2. $T$ -norm 模糊運算

本章節將使用模糊邏輯運算的  $T$ -norm 模糊運算對混沌系統的參數值作模糊化的運算。

### (1) 模糊參數值

針對 Chen、Liu、Lorenz 混沌方程組的參數值模糊化，各混沌系統參數模糊化方程組如下：

A. 模糊 Lorenz 系統參數值的微分方程組：

$$\begin{cases} \dot{x} = \tilde{A}(y - x) \\ \dot{y} = \tilde{B}x - xz - y \\ \dot{z} = xy - \tilde{C}z \end{cases} \quad (80)$$

由於求解微分方程組難度較大，故常用離散的差分方程組來趨近原微分方程組，而用疊代法求出其給定初始輸入值的數值解。因次必須對離散的差分方程組的參數值模糊化，而模糊 Lorenz 系統參數值的方程組可以近似地用差分方程組表示為：

$$\begin{cases} \tilde{X}_{k+1} = \tilde{X}_k + \tilde{A}(y - x)dt \\ \tilde{Y}_{k+1} = \tilde{Y}_k + (\tilde{B}x - xz - y)dt \\ \tilde{Z}_{k+1} = \tilde{Z}_k + (xy - \tilde{C}z)dt \end{cases} \quad (81)$$

舉例：

$$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3) \text{、} \tilde{B} = (b_1, b_2, b_3) \text{、} \tilde{C} = (c_1, c_2, c_3)$$

則模糊 Lorenz 參數值方程組的第一次疊代差分方程組：

$$\begin{cases} \tilde{X}_1 = x_0 + \tilde{A}(y_0 - x_0)dt \\ \tilde{Y}_1 = y_0 + (\tilde{B}x_0 - x_0z_0 - y_0)dt \\ \tilde{Z}_1 = z_0 + (x_0y_0 - \tilde{C}z_0)dt \end{cases} \quad (82)$$

$$\begin{cases} \tilde{X}_1 = x_0 + [a_1(y_0 - x_0)dt, a_2(y_0 - x_0)dt, a_3(y_0 - x_0)dt] \\ \tilde{Y}_1 = y_0 + [(b_1x_0 - x_0z_0 - y_0)dt, (b_2x_0 - x_0z_0 - y_0)dt, (b_3x_0 - x_0z_0 - y_0)dt] \\ \tilde{Z}_1 = z_0 + [(x_0y_0 - c_1z_0)dt, (x_0y_0 - c_2z_0)dt, (x_0y_0 - c_3z_0)dt] \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tilde{X}_1 = [x_0 + a_1(y_0 - x_0)dt, x_0 + a_2(y_0 - x_0)dt, x_0 + a_3(y_0 - x_0)dt] \\ \tilde{Y}_1 = [y_0 + (b_1x_0 - x_0z_0 - y_0)dt, y_0 + (b_2x_0 - x_0z_0 - y_0)dt, y_0 + (b_3x_0 - x_0z_0 - y_0)dt] \\ \tilde{Z}_1 = [z_0 + (x_0y_0 - c_1z_0)dt, z_0 + (x_0y_0 - c_2z_0)dt, z_0 + (x_0y_0 - c_3z_0)dt] \end{cases}$$

模糊 Lorenz 參數值方程組的第  $i$  次疊代差分方程組( $i > 1$ )為：

$$\begin{cases} \tilde{X}_{i+1} = \tilde{X}_i + \tilde{A}(\tilde{Y}_i - \tilde{X}_i)dt \\ \tilde{Y}_{i+1} = \tilde{Y}_i + (\tilde{B}\tilde{X}_i - \tilde{X}_i\tilde{Z}_i - \tilde{Y}_i)dt \\ \tilde{Z}_{i+1} = \tilde{Z}_i + (\tilde{X}_i\tilde{Y}_i - \tilde{C}\tilde{Z}_i)dt \end{cases} \quad (83)$$

if  $a_2, b_2, c_2, x_{i_2}, y_{i_2}, z_{i_2}, y_{i_2} - x_{i_2} > 0$

$$\begin{aligned} \tilde{X}_{i+1} = & ((x_{i_2} + a_2(y_{i_2} - x_{i_2}) - \max(x_{i_2} - x_{i_1}, a_2(y_{i_2} - x_{i_2}) - (a_2(y_{i_2} - x_{i_2}) - \\ & \max((a_2 - a_1)(y_{i_2} - x_{i_2}), ((y_{i_2} - x_{i_2}) - ((y_{i_2} - x_{i_2}) - \\ & \max(y_{i_2} - y_{i_1}, x_{i_3} - x_{i_2})))a_2))dt), (x_{i_2} + a_2(y_{i_2} - x_{i_2})), (x_{i+1} + a_2(y_{i_2} - x_{i_2}) + \\ & \max(x_{i_3} - x_{i_2}, (a_2(y_{i_2} - x_{i_2}) + \max((a_3 - a_2)(y_{i_2} - x_{i_2}), ((y_{i_2} - x_{i_2}) + \\ & \max(y_{i_3} - y_{i_2}, x_{i_2} - x_{i_1}) - (y_{i_2} - x_{i_2})))a_2))dt - a_2(y_{i_2} - x_{i_2}))) \end{aligned}$$

以上只列舉  $\tilde{X}_2$  的運算過程，藉由疊代後所得到的數值可以得到模糊 Lorenz 系統參數值的混沌時間序列。

B. 模糊 Liu 系統參數值的微分方程組：

$$\begin{cases} \dot{x} = \tilde{A}(y - x) \\ \dot{y} = -xz + \tilde{B}y \\ \dot{z} = xy - \tilde{C}z \end{cases} \quad (84)$$

模糊 Liu 系統參數值地方程組可以近似的用差分方程組表示為：

$$\begin{cases} \tilde{X}_{k+1} = x_k + \tilde{A}(y - x)dt \\ \tilde{Y}_{k+1} = y_k + (-xz + \tilde{B}y)dt \\ \tilde{Z}_{k+1} = z_k + (xy - \tilde{C}z)dt \end{cases} \quad (85)$$

C. 模糊 Chen 系統參數值的微分方程組：

$$\begin{cases} \dot{x} = \tilde{A}(y - x) \\ \dot{y} = (\tilde{B} - \tilde{A})x - xz + \tilde{B}y \\ \dot{z} = xy - \tilde{C}z \end{cases} \quad (86)$$

模糊 Chen 系統參數值地方程組可以近似的用差分方程組表示為：

$$\begin{cases} \tilde{X}_{k+1} = x_k + \tilde{A}(y - x)dt \\ \tilde{Y}_{k+1} = y_k + ((\tilde{B} - \tilde{A})x - xz + \tilde{B}y)dt \\ \tilde{Z}_{k+1} = z_k + (xy - \tilde{C}z)dt \end{cases} \quad (87)$$

(2) 模糊初始輸入值

針對 Chen、Liu、Lorenz 混沌方程組的初始輸入值模糊化，各混沌系統初始輸入值模糊化方程組如下：

A. 模糊 Lorenz 系統初始輸入值的微分方程組：

$$\begin{cases} \dot{x} = a(\tilde{Y} - \tilde{X}) \\ \dot{y} = b\tilde{X} - \tilde{X}\tilde{Z} - \tilde{Y} \\ \dot{z} = \tilde{X}\tilde{Y} - c\tilde{Z} \end{cases} \quad (88)$$

由於求解微分方程組難度較大，故常用離散的差分方程組來趨近原微分方程組，而用疊代法求出其給定初始值的數值解。因次必須對離散的差分方程組的初始輸入值模糊化，而模糊 Lorenz 系統初始輸入值的方程組可以近似地用差分方程組表示為：

$$\begin{cases} \tilde{X}_{k+1} = \tilde{X}_k + a(\tilde{Y} - \tilde{X})dt \\ \tilde{Y}_{k+1} = \tilde{Y}_k + (b\tilde{X} - \tilde{X}\tilde{Z} - \tilde{Y})dt \\ \tilde{Z}_{k+1} = \tilde{Z}_k + (\tilde{X}\tilde{Y} - c\tilde{Z})dt \end{cases} \quad (89)$$

舉例：

$$\tilde{X}_0 = (x_{0_1}, x_{0_2}, x_{0_3}), \tilde{Y}_0 = (y_{0_1}, y_{0_2}, y_{0_3}), \tilde{Z}_0 = (z_{0_1}, z_{0_2}, z_{0_3})$$

則模糊 Lorenz 初始輸入值方程組的第一次疊代差分方程組為：

$$\begin{cases} \tilde{X}_1 = \tilde{X}_0 + a(\tilde{Y}_0 - \tilde{X}_0)dt \\ \tilde{Y}_1 = \tilde{Y}_0 + (b\tilde{X}_0 - \tilde{X}_0\tilde{Z}_0 - \tilde{Y}_0)dt \\ \tilde{Z}_1 = \tilde{Z}_0 + (\tilde{X}_0\tilde{Y}_0 - c\tilde{Z}_0)dt \end{cases} \quad (90)$$

$$\tilde{X}_1 = ((x_{0_2} + a(y_{0_2} - x_{0_2})dt - \max(x_{0_2} - x_{0_1}, a(y_{0_2} - x_{0_2})dt - a(y_{0_2} - x_{0_2} - \max(y_{0_2} - y_{0_1}, x_{0_3} - x_{0_2}))), (x_{0_2} + a(y_{0_2} - x_{0_2})dt), (x_{0_2} + a(y_{0_2} - x_{0_2})dt) + \max(x_{0_3} - x_{0_2}, a(y_{0_2} - x_{0_2} + \max(y_{0_3} - y_{0_2}, x_{0_2} - x_{0_1}))dt - a(y_{0_2} - x_{0_2})dt))$$

模糊 Lorenz 初始輸入值方程組的第  $i$  次疊代差分方程組( $i > 1$ )為：

$$\begin{cases} \tilde{X}_{i+1} = \tilde{X}_i + a(\tilde{Y}_i - \tilde{X}_i)dt \\ \tilde{Y}_{i+1} = \tilde{Y}_i + (b\tilde{X}_i - \tilde{X}_i\tilde{Z}_i - \tilde{Y}_i)dt \\ \tilde{Z}_{i+1} = \tilde{Z}_i + (\tilde{X}_i\tilde{Y}_i - c\tilde{Z}_i)dt \end{cases} \quad (91)$$

$$\begin{aligned} \tilde{X}_{i+1} = & ((x_{i_2} + a(y_{i_2} - x_{i_2})dt - \max(x_{i_2} - x_{i_1}, a(y_{i_2} - x_{i_2})dt - a(y_{i_2} - x_{i_2} - \\ & \max(y_{i_2} - y_{i_1}, x_{i_3} - x_{i_2}))), (x_{i_2} + a(y_{i_2} - x_{i_2})dt), (x_{i_2} + a(y_{i_2} - x_{i_2})dt) + \\ & \max(x_{i_3} - x_{i_2}, a(y_{i_2} - x_{i_2} + \max(y_{i_3} - y_{i_2}, x_{i_2} - x_{i_1}))dt - a(y_{i_2} - x_{i_2})dt)) \end{aligned}$$

以上只列舉  $\tilde{x}$  的運算過程，藉由疊代後所得到的數值可以得到模糊 Lorenz 系統初始輸入值的混沌時間序列。

B. 模糊 Liu 系統初始輸入值的微分方程組：

$$\begin{cases} \dot{x} = a(\tilde{Y} - \tilde{X}) \\ \dot{y} = -\tilde{X}\tilde{Z} + b\tilde{Y} \\ \dot{z} = \tilde{X}\tilde{Y} - c\tilde{Z} \end{cases} \quad (92)$$

模糊 Liu 系統初始輸入值的方程組可以近似地用差分方程組表示為：

$$\begin{cases} \tilde{X}_{k+1} = \tilde{X}_k + a(\tilde{Y} - \tilde{X})dt \\ \tilde{Y}_{k+1} = \tilde{Y}_k + (-\tilde{X}\tilde{Z} + b\tilde{Y})dt \\ \tilde{Z}_{k+1} = \tilde{Z}_k + (\tilde{X}\tilde{Y} - c\tilde{Z})dt \end{cases} \quad (93)$$

C. 模糊 Chen 系統初始輸入值的微分方程組：

$$\begin{cases} \dot{x} = a(\tilde{Y} - \tilde{X}) \\ \dot{y} = (b - a)\tilde{X} - \tilde{X}\tilde{Z} + b\tilde{Y} \\ \dot{z} = \tilde{X}\tilde{Y} - c\tilde{Z} \end{cases} \quad (94)$$

模糊 Chen 系統初始輸入值的方程組可以近似地用差分方程組表示為：

$$\begin{cases} \tilde{X}_{k+1} = \tilde{X}_k + a(\tilde{Y} - \tilde{X})dt \\ \tilde{Y}_{k+1} = \tilde{Y}_k + ((b - a)\tilde{X} - \tilde{X}\tilde{Z} + b\tilde{Y})dt \\ \tilde{Z}_{k+1} = \tilde{Z}_k + (\tilde{X}\tilde{Y} - c\tilde{Z})dt \end{cases} \quad (95)$$



### 3.2.2 模糊區間混沌化方法

本節將模糊區間混沌化，透過兩種模糊運算( $\alpha$ -cut 和  $T$ -norm)以及三種混沌系統 Chen、Liu、Lorenz 系統繪製圖形作分析。系統的參數或初始輸入值模糊化，該模糊區間混沌化。後續將使系統的參數和初始輸入值同時模糊化，該模糊區間混沌化。由混沌方程組所得的時間序列

$\{x_{0_L}, x_{1_L}, x_{2_L}, \dots, x_{n_L}\}$ 、 $\{y_{0_L}, y_{1_L}, y_{2_L}, \dots, y_{n_L}\}$ 、 $\{z_{0_L}, z_{1_L}, z_{2_L}, \dots, z_{n_L}\}$ ， $n$  表第  $n$  次疊代，依疊代次數依次代入其模糊區間。

#### 1. $\alpha$ -cut 模糊運算

此章節將分為三個部分(參數值、初始輸入值、參數與初始輸入值)對混沌系統作模糊區間的混沌化，而所使用的混沌方程組參照表 3.1。

##### (1) 參數值模糊區間混沌化

此部份是將混沌系統的參數值模糊區間以混沌方式表現。

Chen 系統(96)之參數值模糊化區間，該區間以 Lorenz 系統混沌化為例：

$$\begin{cases} \dot{x} = \tilde{A}(y - x) \\ \dot{y} = (\tilde{B} - \tilde{A})x - xz + \tilde{B}y \\ \dot{z} = xy - \tilde{C}z \end{cases} \quad (96)$$

透過 Lorenz 系統差分方程組(97)可以得到 Lorenz 系統的混沌時間序列  $\{x_{0_L}, x_{1_L}, x_{2_L}, \dots, x_{n_L}\}$ 、 $\{y_{0_L}, y_{1_L}, y_{2_L}, \dots, y_{n_L}\}$ 、 $\{z_{0_L}, z_{1_L}, z_{2_L}, \dots, z_{n_L}\}$ ， $n$  表第  $n$  次疊代。

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k + a(y - x)dt \\ y_{k+1} = y_k + (bx - xz - y)dt \\ z_{k+1} = z_k + (xy - cz)dt \end{cases} \quad (97)$$

$$\text{令 } \tilde{A}_n = [a_{n_i}^{(\alpha)}, a_{n_u}^{(\alpha)}] = [a_n - x_{n_L}, a_n + x_{n_L}]、$$

$$\tilde{B}_n = [b_{n_i}^{(\alpha)}, b_{n_u}^{(\alpha)}] = [b_n - y_{n_L}, b_n + y_{n_L}]、$$

$$\tilde{C}_n = [c_{n_i}^{(\alpha)}, c_{n_u}^{(\alpha)}] = [c_n - z_{n_L}, c_n + z_{n_L}]$$

第一次疊代的差分方程組為：

$$\begin{cases} \tilde{X}_1 = x_0 + \tilde{A}_0(y_0 - x_0)dt \\ \tilde{Y}_1 = y_0 + ((\tilde{B}_0 - \tilde{A}_0)x_0 - x_0 z_0 + \tilde{B}_0 y_0)dt \\ \tilde{Z}_1 = z_0 + (x_0 y_0 - \tilde{C}_0 z_0)dt \end{cases} \quad (98)$$

運算過程皆以  $\alpha$ -cut 的模式為主。運算後解模糊，再進行第二次疊代的運算，以此類推至第  $n$  次疊代。

## (2) 初始輸入值模糊區間混沌化

此部份是將混沌系統的初始輸入值模糊區間以混沌方式表現。

Chen 系統(99)之初始輸入值模糊化區間，該區間以 Lorenz 系統混沌化為例：

$$\begin{cases} \dot{x} = a(\tilde{Y} - \tilde{X}) \\ \dot{y} = (b - a)\tilde{X} - \tilde{X}\tilde{Z} + b\tilde{Y} \\ \dot{z} = \tilde{X}\tilde{Y} - c\tilde{Z} \end{cases} \quad (99)$$

透過 Lorenz 系統差分方程組(100)可以得到 Lorenz 系統的混沌時間序列  $\{x_{0_L}, x_{1_L}, x_{2_L}, \dots, x_{n_L}\}$ 、 $\{y_{0_L}, y_{1_L}, y_{2_L}, \dots, y_{n_L}\}$ 、 $\{z_{0_L}, z_{1_L}, z_{2_L}, \dots, z_{n_L}\}$ ， $n$  表第  $n$  次疊代。

$$\begin{cases} \tilde{X}_1 = x_0 + \tilde{A}_0(y_0 - x_0)dt \\ \tilde{Y}_1 = y_0 + ((\tilde{B}_0 - \tilde{A}_0)x_0 - x_0 z_0 + \tilde{B}_0 y_0)dt \\ \tilde{Z}_1 = z_0 + (x_0 y_0 - \tilde{C}_0 z_0)dt \end{cases} \quad (100)$$

$$\text{令 } \tilde{X}_n = [x_{n_l}^{(\alpha)}, x_{n_u}^{(\alpha)}] = [x_n - x_{n_L}, x_n + x_{n_L}]、$$

$$\tilde{Y}_n = [y_{n_l}^{(\alpha)}, y_{n_u}^{(\alpha)}] = [y_n - y_{n_L}, y_n + y_{n_L}]、$$

$$\tilde{Z}_n = [z_{n_l}^{(\alpha)}, z_{n_u}^{(\alpha)}] = [z_n - z_{n_L}, z_n + z_{n_L}]$$

第一次疊代的差分方程組為：

$$\begin{cases} \tilde{X}_1 = \tilde{X}_0 + \tilde{A}_0(\tilde{Y}_0 - \tilde{X}_0)dt \\ \tilde{Y}_1 = \tilde{Y}_0 + ((\tilde{B}_0 - \tilde{A}_0)\tilde{X}_0 - \tilde{X}_0\tilde{Z}_0 + \tilde{B}_0\tilde{Y}_0)dt \\ \tilde{Z}_1 = \tilde{Z}_0 + (\tilde{X}_0\tilde{Y}_0 - \tilde{C}_0\tilde{Z}_0)dt \end{cases} \quad (101)$$

運算過程皆以  $\alpha$ -cut 的模式為主。運算後解模糊，再進行第二次疊代的運算，以此類推至第  $n$  次疊代。

### (3) 參數與初始輸入值模糊區間混沌化

此部份是將混沌系統的參數與初始輸入值模糊區間以混沌方式表現。

Chen 系統(102)之參數與初始輸入值模糊化區間，該區間以 Lorenz 系統混沌化為例：

$$\begin{cases} \dot{x} = \tilde{A}(\tilde{Y} - \tilde{X}) \\ \dot{y} = (\tilde{B} - \tilde{A})\tilde{X} - \tilde{X}\tilde{Z} + \tilde{B}\tilde{Y} \\ \dot{z} = \tilde{X}\tilde{Y} - \tilde{C}\tilde{Z} \end{cases} \quad (102)$$

透過 Lorenz 系統差分方程組(103)可以得到 Lorenz 系統的混沌時間序列  $\{x_{0_L}, x_{1_L}, x_{2_L}, \dots, x_{n_L}\}$ 、 $\{y_{0_L}, y_{1_L}, y_{2_L}, \dots, y_{n_L}\}$ 、 $\{z_{0_L}, z_{1_L}, z_{2_L}, \dots, z_{n_L}\}$ ， $n$  表第  $n$  次疊代。

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k + a(y - x)dt \\ y_{k+1} = y_k + (bx - xz - y)dt \\ z_{k+1} = z_k + (xy - cz)dt \end{cases} \quad (103)$$

$$\tilde{A}_n = [a_{n_l}^{(\alpha)}, a_{n_u}^{(\alpha)}] = [a_n - x_{n_L}, a_n + x_{n_L}] \text{、} \tilde{X}_n = [x_{n_l}^{(\alpha)}, x_{n_u}^{(\alpha)}] = [x_n - x_{n_L}, x_n + x_{n_L}] \text{、}$$

$$\tilde{B}_n = [b_{n_l}^{(\alpha)}, b_{n_u}^{(\alpha)}] = [b_n - y_{n_L}, b_n + y_{n_L}] \text{、} \tilde{Y}_n = [y_{n_l}^{(\alpha)}, y_{n_u}^{(\alpha)}] = [y_n - y_{n_L}, y_n + y_{n_L}] \text{、}$$

$$\tilde{C}_n = [c_{n_l}^{(\alpha)}, c_{n_u}^{(\alpha)}] = [c_n - z_{n_L}, c_n + z_{n_L}] \text{、} \tilde{Z}_n = [z_{n_l}^{(\alpha)}, z_{n_u}^{(\alpha)}] = [z_n - z_{n_L}, z_n + z_{n_L}]$$

第一次疊代的差分方程組：

$$\begin{cases} \tilde{X}_1 = \tilde{X}_0 + a(\tilde{Y}_0 - \tilde{X}_0)dt \\ \tilde{Y}_1 = \tilde{Y}_0 + ((b - a)\tilde{X}_0 - \tilde{X}_0\tilde{Z}_0 + b\tilde{Y}_0)dt \\ \tilde{Z}_1 = \tilde{Z}_0 + (\tilde{X}_0\tilde{Y}_0 - c\tilde{Z}_0)dt \end{cases} \quad (104)$$

運算過程皆以  $\alpha$ -cut 的模式為主，運算後解模糊，再進行第二次疊代的運算，以此類推至第  $n$  次疊代。

## 2. T-norm 模糊運算

此節將分為三個部分(參數值、初始輸入值、參數與初始輸入值)對混沌系統作模糊區間的混沌化，而所使用的混沌方程組參照表 3.1。由混沌方程組所得的混沌時間序列  $\{x_{0_c}, x_{1_c}, x_{2_c}, \dots, x_{n_c}\}$ 、 $\{y_{0_c}, y_{1_c}, y_{2_c}, \dots, y_{n_c}\}$ 、 $\{z_{0_c}, z_{1_c}, z_{2_c}, \dots, z_{n_c}\}$ ， $n$  表第  $n$  次疊代，依疊代次數依次代入其模糊區間。

### (1) 參數值模糊區間混沌化

此部份是將混沌系統的參數模糊區間以混沌方式表現。

Chen 系統(105)之參數值模糊化區間，該區間以 Lorenz 系統混沌化為例：

$$\begin{cases} \dot{x} = \tilde{A}(y - x) \\ \dot{y} = (\tilde{B} - \tilde{A})x - xz + \tilde{B}y \\ \dot{z} = xy - \tilde{C}z \end{cases} \quad (105)$$

透過 Lorenz 系統差分方程組(106)可以得到 Lorenz 系統的混沌時間序列  $\{x_{0_L}, x_{1_L}, x_{2_L}, \dots, x_{n_L}\}$ 、 $\{y_{0_L}, y_{1_L}, y_{2_L}, \dots, y_{n_L}\}$ 、 $\{z_{0_L}, z_{1_L}, z_{2_L}, \dots, z_{n_L}\}$ ， $n$  表第  $n$  次疊代。

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k + a(y - x)dt \\ y_{k+1} = y_k + (bx - xz - y)dt \\ z_{k+1} = z_k + (xy - cz)dt \end{cases} \quad (106)$$

$$\tilde{A}_n = [a_{n_1}, a_{n_2}, a_{n_3}] = [a_{n_2} - x_{n_L}, a_{n_2}, a_{n_2} + x_{n_L}]、$$

$$\tilde{B}_n = [b_{n_1}, b_{n_2}, b_{n_3}] = [b_{n_2} - y_{n_L}, b_{n_2}, b_{n_2} + y_{n_L}]、$$

$$\tilde{C}_n = [c_{n_1}, c_{n_2}, c_{n_3}] = [c_{n_2} - z_{n_L}, c_{n_2}, c_{n_2} + z_{n_L}]$$

第一次疊代的差分方程組為：

$$\begin{cases} \tilde{X}_1 = x_0 + \tilde{A}_0(y_0 - x_0)dt \\ \tilde{Y}_1 = y_0 + ((\tilde{B}_0 - \tilde{A}_0)x_0 - x_0 z_0 + \tilde{B}_0 y_0)dt \\ \tilde{Z}_1 = z_0 + (x_0 y_0 - \tilde{C}_0 z_0)dt \end{cases} \quad (107)$$

以  $T$ -norm 模糊運算，依序推算至第  $n$  次疊代。

## (2) 初始輸入值模糊區間混沌化

此部份是將混沌系統的初始輸入值模糊區間以混沌方式表現。

Chen 系統(108)之初始輸入值模糊化區間，該區間以 Lorenz 系統混沌化為例：

$$\begin{cases} \dot{x} = a(\tilde{Y} - \tilde{X}) \\ \dot{y} = (b - a)\tilde{X} - \tilde{X}\tilde{Z} + b\tilde{Y} \\ \dot{z} = \tilde{X}\tilde{Y} - c\tilde{Z} \end{cases} \quad (108)$$

透過 Lorenz 系統差分方程組(109)可以得到 Lorenz 系統的混沌時間序列  $\{x_{0_L}, x_{1_L}, x_{2_L}, \dots, x_{n_L}\}$ 、 $\{y_{0_L}, y_{1_L}, y_{2_L}, \dots, y_{n_L}\}$ 、 $\{z_{0_L}, z_{1_L}, z_{2_L}, \dots, z_{n_L}\}$ ， $n$  表第  $n$  次疊代。

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k + a(y - x)dt \\ y_{k+1} = y_k + (bx - xz - y)dt \\ z_{k+1} = z_k + (xy - cz)dt \end{cases} \quad (109)$$

$$\tilde{X}_n = [x_{n_1}, x_{n_2}, x_{n_3}] = [x_{n_2} - x_{n_L}, x_{n_2}, x_{n_2} + x_{n_L}]、$$

$$\tilde{Y}_n = [y_{n_1}, y_{n_2}, y_{n_3}] = [y_{n_2} - y_{n_L}, y_{n_2}, y_{n_2} + y_{n_L}]、$$

$$\tilde{Z}_n = [z_{n_1}, z_{n_2}, z_{n_3}] = [z_{n_2} - z_{n_L}, z_{n_2}, z_{n_2} + z_{n_L}]$$

第一次疊代的差分方程組為：

$$\begin{cases} \tilde{X}_1 = \tilde{X}_0 + \tilde{A}_0(\tilde{Y}_0 - \tilde{X}_0)dt \\ \tilde{Y}_1 = \tilde{Y}_0 + ((\tilde{B}_0 - \tilde{A}_{0_a})\tilde{X}_0 - \tilde{X}_0\tilde{Z}_0 + \tilde{B}_0\tilde{Y}_0)dt \\ \tilde{Z}_1 = \tilde{Z}_0 + (\tilde{X}_0\tilde{Y}_0 - \tilde{C}_0\tilde{Z}_0)dt \end{cases} \quad (110)$$

以  $T$ -norm 模糊運算，依序推算至第  $n$  次疊代。

### (3) 參數與初始輸入值模糊區間混沌化

此部份是將混沌系統的參數與初始輸入值模糊區間以混沌方式表現。

Chen 系統(111)之參數與初始輸入值模糊化區間，該區間以 Lorenz 系統混沌化為例：

$$\begin{cases} \dot{x} = \tilde{A}(\tilde{Y} - \tilde{X}) \\ \dot{y} = (\tilde{B} - \tilde{A})\tilde{X} - \tilde{X}\tilde{Z} + \tilde{B}\tilde{Y} \\ \dot{z} = \tilde{X}\tilde{Y} - \tilde{C}\tilde{Z} \end{cases} \quad (111)$$

透過 Lorenz 系統差分方程組(112)可以得到 Lorenz 系統的混沌時間序列  $\{x_{0_L}, x_{1_L}, x_{2_L}, \dots, x_{n_L}\}$ 、 $\{y_{0_L}, y_{1_L}, y_{2_L}, \dots, y_{n_L}\}$ 、 $\{z_{0_L}, z_{1_L}, z_{2_L}, \dots, z_{n_L}\}$ ， $n$  表第  $n$  次疊代。

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k + a(y - x)dt \\ y_{k+1} = y_k + (bx - xz - y)dt \\ z_{k+1} = z_k + (xy - cz)dt \end{cases} \quad (112)$$

$$\tilde{A}_n = [a_{n_1}, a_{n_2}, a_{n_3}] = [a_{n_2} - x_{n_L}, a_{n_2}, a_{n_2} + x_{n_L}]、$$

$$\tilde{B}_n = [b_{n_1}, b_{n_2}, b_{n_3}] = [b_{n_2} - y_{n_L}, b_{n_2}, b_{n_2} + y_{n_L}]、$$

$$\tilde{C}_n = [c_{n_1}, c_{n_2}, c_{n_3}] = [c_{n_2} - z_{n_L}, c_{n_2}, c_{n_2} + z_{n_L}]、$$

$$\tilde{X}_n = [x_{n_1}, x_{n_2}, x_{n_3}] = [x_{n_2} - x_{n_L}, x_{n_2}, x_{n_2} + x_{n_L}]、$$

$$\tilde{Y}_n = [y_{n_1}, y_{n_2}, y_{n_3}] = [y_{n_2} - y_{n_L}, y_{n_2}, y_{n_2} + y_{n_L}]、$$

$$\tilde{Z}_n = [z_{n_1}, z_{n_2}, z_{n_3}] = [z_{n_2} - z_{n_L}, z_{n_2}, z_{n_2} + z_{n_L}]$$

第一次疊代的差分方程組為：

$$\begin{cases} \tilde{X}_1 = \tilde{X}_0 + \tilde{A}_0(\tilde{Y}_0 - \tilde{X}_0)dt \\ \tilde{Y}_1 = \tilde{Y}_0 + ((\tilde{B}_0 - \tilde{A}_{0_e})\tilde{X}_0 - \tilde{X}_0\tilde{Z}_0 + \tilde{B}_0\tilde{Y}_0)dt \\ \tilde{Z}_1 = \tilde{Z}_0 + (\tilde{X}_0\tilde{Y}_0 - \tilde{C}_0\tilde{Z}_0)dt \end{cases} \quad (113)$$

以  $T$ -norm 模糊運算，依序推算至第  $n$  次疊代。

## 第四章 圖形現象分析

本章將使用 Matlab，將上一章方成組繪製成圖形，針對混沌系統、二階混沌系統與模糊混沌系統，而模糊混沌系統分成兩個方法：(1)模糊混沌、(2)模糊區間混沌化。依照三種衡量指標：是否具混沌現象、模糊度倍數增加和參數與初始輸入值變化，作圖形的現象分析。

### 4.1 混沌系統(Chaotic Systems)

本研究所使用的混沌系統有 Chen 系統、Liu 系統和 Lorenz 系統，其方程組、圖形與圖形特徵分別如下：

#### 1. Chen 系統

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x) \\ \dot{y} = (b - a)x - xz + by \\ \dot{z} = xy - cz \end{cases} \quad (114)$$

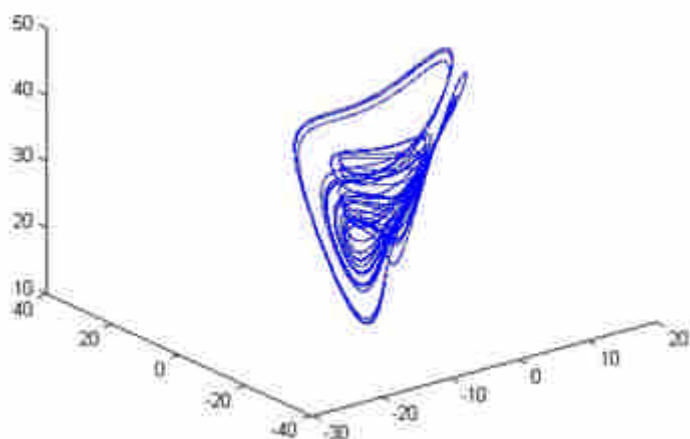


圖 4.1、Chen 混沌系統



表 4.1、Chen 系統圖形特徵

項目	數值	備註
對稱性	無	圖形中可以發現有 Liu 系統與 Lorenz 系統存在
奇異吸子數目	2 個	從其他角度觀察可能超過 2 個
圖形大小	界於 50×80×40 單位	
收斂時間	無	在一定範圍內循環
發散時間	無	並無發散時間點

## 2. Liu 系統

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x) \\ \dot{y} = -xz + by \\ \dot{z} = xy - cz \end{cases} \quad (115)$$

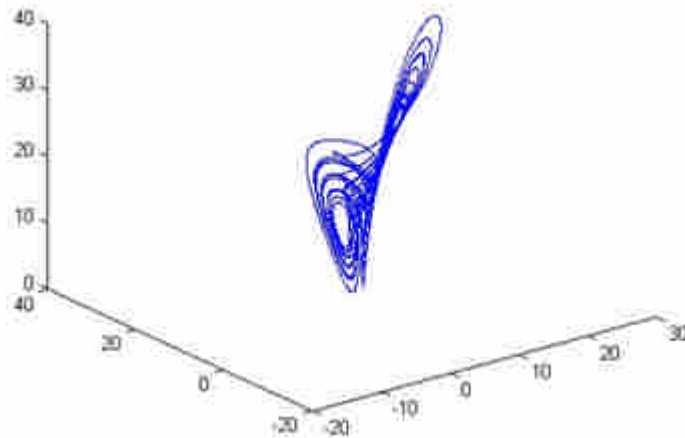


圖 4.2、Liu 混沌系統

表 4.2、Liu 系統圖形特徵

項目	數值	備註
對稱性	類似點對稱，以圓形為主	圖形中可以發現有 Chen 系統與 Lorenz 系統存在
奇異吸子數目	2 個	從其他角度可能會有 3 個吸子
圖形大小	界於 50×60×40 單位	
收斂時間	無	在一定範圍內循環
發散時間	無	並無發散時間點

### 3. Lorenz 系統

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x) \\ \dot{y} = bx - xz - y \\ \dot{z} = xy - cz \end{cases} \quad (116)$$

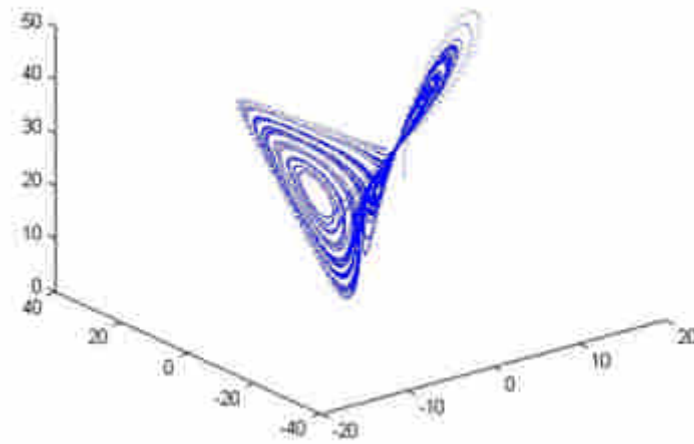


圖 4.3、Lorenz 混沌系統

表 4.3、Lorenz 系統圖形特徵

項目	數值	備註
對稱性	類似點對稱，以圓形為主	類似的圖形出現在 Chen 系統中，與 Liu 系統類似
奇異吸子數目	2 個	從其他角度有 3 個
圖形大小	界於 50×80×40 單位	
收斂時間	無	在一定範圍內循環
發散時間	無	並無發散時間點

表 4.4、三個混沌系統圖形特徵

項目	Chen	Liu	Lorenz
對稱性	圖形中可以發現有 Liu 系統與 Lorenz 系統存在	類似點對稱，以圓形為主。圖形中可以發現有 Chen 系統與 Lorenz 系統存在	類似點對稱，以圓形為主。 類似的圖形出現在 Chen 系統中，與 Liu 系統類似
奇異吸子數目	2 個以上	2 個以上	2 個以上
圖形大小	界於 50×80×40 單位	界於 50×60×40 單位	界於 50×80×40 單位
收斂時間	在一定範圍內循環	在一定範圍內循環	在一定範圍內循環
發散時間	並無發散時間點	並無發散時間點	並無發散時間點

## 4.2 二階混沌系統(Level Two Chaotic Systems)

三種混沌系統方程組之參數以 Chen、Liu、Lorenz 混沌系統各疊代值代入，發現參數值混沌化後的只有 Lorenz 會收斂，Chen 和 Liu 會發散：

表 4.5、二階混沌系統(疊代次數)

原系統 參數混沌化	Chen	Liu	Lorenz
Chen	7308	7308	2247
Liu	7307	7036	2259
Lorenz	2000(收斂)	2000(收斂)	2000(收斂)

二階混沌系統之參數設定為：

Chen：a=35，b=28，c=3

Liu：a=36，b=20，c=3

Lorenz：a=10，b=28，c=2.6667

二階混沌系統的九種圖形與說明如下表

(初始值皆為  $x=1.2$ ， $y=1.3$ ， $z=1.6$ )：

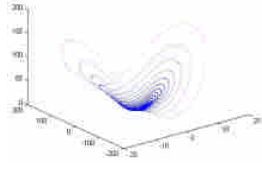
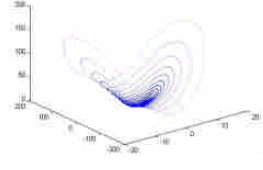
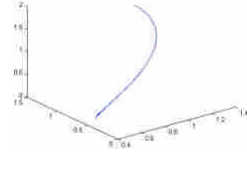
二階混沌系統圖形			
混沌化	Chen 系統	Liu 系統	Lorenz 系統
現象說明	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 由初始點照逆時針向外發展</li> <li>2. 於 7000 次疊代後發散</li> <li>3. 類似向內凹折圓餅圖</li> <li>4. 圖形類似線對稱</li> <li>5. 具有非線性動態過程</li> <li>6. 根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>7. 不具奇異吸子</li> <li>8. 不具準週期現象</li> <li>9. 當初始輸入值變化時，基本圖形不會改變</li> <li>10. 當初始輸入值變大時，發散時間變短，圖形範圍變大</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 由初始點照逆時針向外發展</li> <li>2. 於 7000 次疊代後發散</li> <li>3. 類似向內凹折圓餅圖</li> <li>4. 圖形類似線對稱</li> <li>5. 具有非線性動態過程</li> <li>6. 根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>7. 不具奇異吸子</li> <li>8. 不具準週期現象</li> <li>9. 當初始輸入值變化時，基本圖形不會改變</li> <li>10. 當初始輸入值變大時，發散時間變短，圖形範圍變大</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 呈現曲線</li> <li>2. 具有非線性動態過程</li> <li>3. 在 500 次疊代後收斂</li> <li>4. 具有非線性動態過程</li> <li>5. 根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>6. 不具奇異吸子</li> <li>7. 不具準週期現象</li> <li>8. 初始輸入值變大時，從初始點到收斂的時間變長，以逆時針方向收斂，開始具有混沌現象</li> </ol>

圖 4.4、二階混沌系統，原系統為 Chen 系統

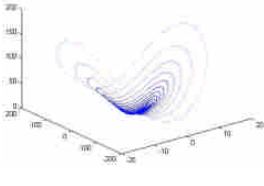
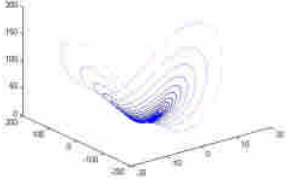
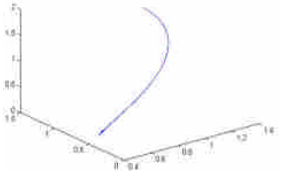
二階混沌系統圖形			
混沌化	Chen 系統	Liu 系統	Lorenz 系統
現象說明	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 由初始點照逆時針向外發展</li> <li>2. 於 7000 次疊代後發散</li> <li>3. 類似向內凹折圓餅圖</li> <li>4. 圖形類似線對稱</li> <li>5. 具有非線性動態過程</li> <li>6. 根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>7. 不具奇異吸子</li> <li>8. 不具準週期現象</li> <li>9. 當初始輸入值變化時，基本圖形不會改變</li> <li>10. 當初始輸入值變大時，發散時間變短，圖形範圍變大</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 由初始點照逆時針向外發展</li> <li>2. 於 7000 次疊代後發散</li> <li>3. 類似向內凹折圓餅圖</li> <li>4. 圖形類似線對稱</li> <li>5. 具有非線性動態過程</li> <li>6. 根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>7. 不具奇異吸子</li> <li>8. 不具準週期現象</li> <li>9. 當初始輸入值變化時，基本圖形不會改變</li> <li>10. 當初始輸入值變大時，發散時間變短，圖形範圍變大</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 呈現曲線</li> <li>2. 具有非線性動態過程</li> <li>3. 在 500 次疊代後收斂</li> <li>4. 具有非線性動態過程</li> <li>5. 根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>6. 不具奇異吸子</li> <li>7. 不具準週期現象</li> <li>8. 初始輸入值變大時，從初始點到收斂的時間變長，以逆時針方向收斂，開始具有混沌現象</li> </ol>

圖 4.5、二階混沌系統，原系統為 Liu 系統

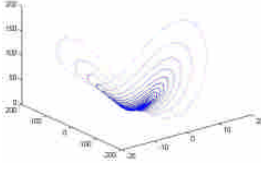
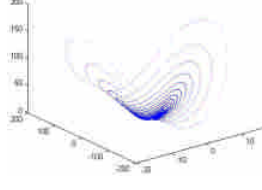
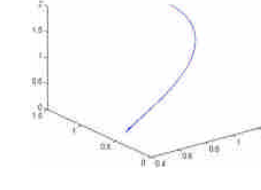
二階混沌系統圖形			
混沌化	Chen 系統	Liu 系統	Lorenz 系統
現象說明	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.由初始點照逆時針向外發展</li> <li>2.於 7000 次疊代後發散</li> <li>3.類似向內凹折圓餅圖</li> <li>4.圖形類似線對稱</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>7.不具奇異吸子</li> <li>8.不具準週期現象</li> <li>9.當初始輸入值變化時，基本圖形不會改變</li> <li>10.當初始輸入值變大時，發散時間變短，圖形範圍變大</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.由初始點照逆時針向外發展</li> <li>2.於 7000 次疊代後發散</li> <li>3.類似向內凹折圓餅圖</li> <li>4.圖形類似線對稱</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>7.不具奇異吸子</li> <li>8.不具準週期現象</li> <li>9.當初始輸入值變化時，基本圖形不會改變</li> <li>10.當初始輸入值變大時，發散時間變短，圖形範圍變大</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.呈現曲線</li> <li>2.具有非線性動態過程</li> <li>3.在 500 次疊代後收斂</li> <li>4.具有非線性動態過程</li> <li>5.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>6.不具奇異吸子</li> <li>7.不具準週期現象</li> <li>8.初始輸入值變大時，從初始點到收斂的時間變長，以逆時針方向收斂，開始具有混沌現象</li> </ol>

圖 4.6、二階混沌系統，原系統為 Lorenz 系統

### 4.3 模糊混沌系統(Fuzzy Chaotic Systems)

#### 4.3.1 模糊混沌

令

$$\tilde{A} = [a_l^{(\alpha)}, a_u^{(\alpha)}] = [a_m \times (1-m), a_m \times (1+m)] \quad \tilde{B} = [b_l^{(\alpha)}, b_u^{(\alpha)}] = [b_m \times (1-m), b_m \times (1+m)] \quad \text{、}$$

$$\tilde{C} = [c_l^{(\alpha)}, c_u^{(\alpha)}] = [c_m \times (1-m), c_m \times (1+m)] \quad \tilde{X}_n = [x_{n_l}^{(\alpha)}, x_{n_u}^{(\alpha)}] = [x_m \times (1-m), x_m \times (1+m)] \quad \text{、}$$

$$\tilde{Y}_n = [y_{n_l}^{(\alpha)}, y_{n_u}^{(\alpha)}] = [y_m \times (1-m), y_m \times (1+m)] \quad \tilde{Z}_n = [z_{n_l}^{(\alpha)}, z_{n_u}^{(\alpha)}] = [z_m \times (1-m), z_m \times (1+m)] \quad m \in R$$

本研究將  $m$  以倍數增加，並觀察圖形變化，以下將分為(1)模糊參數(2)模糊初始值，並各分為兩種模糊運算是(1) $\alpha$ -cut 模糊運算 (2) $T$ -norm 模糊運算。

# 1. 模糊參數

## (1) 模糊參數之 $\alpha$ -cut 模糊運算

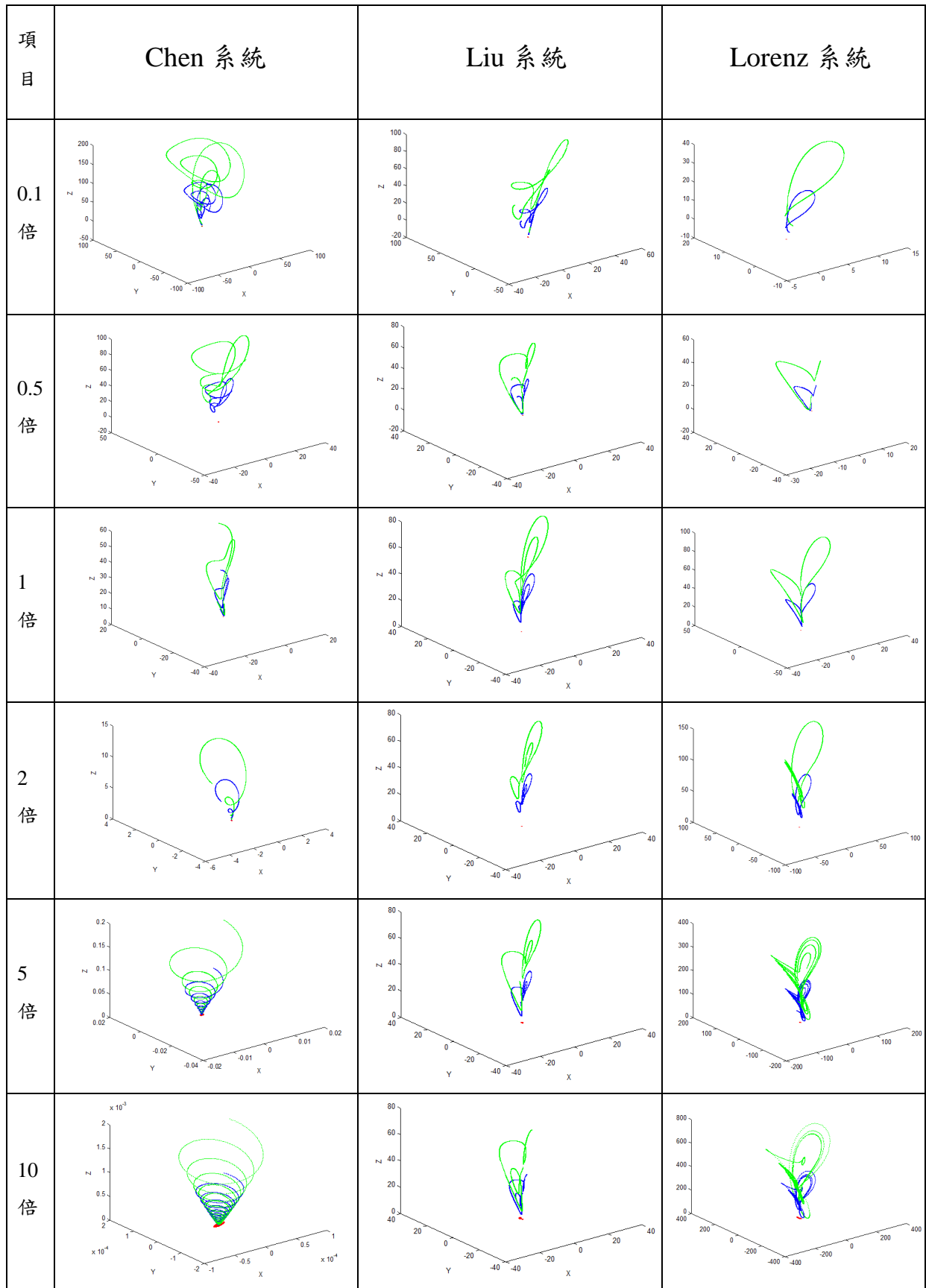


圖 4.7、模糊混沌系統，模糊參數值以  $\alpha$ -cut 模糊運算



表 4.6、模糊混沌系統，模糊參數值以  $\alpha$ -cut 模糊運算

項目	Chen 系統	Liu 系統	Lorenz 系統
圖形現象	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.上界大於中界大於下界</li> <li>2.在 1 倍前圖形與 Chen 圖形類似</li> <li>3.1.5 倍後圖形類似螺旋狀</li> <li>4.倍數越大圖形範圍越小</li> <li>5.倍數增加時，上下界照固定比率不變</li> <li>6.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>7.具有非線性狀態</li> <li>8.在 1 倍前具奇異吸子</li> <li>9.具準週期現象</li> <li>10.參數值變化時，基本形狀不變，上下界距離不變</li> <li>11.參數值增加時，圖形複雜度增加</li> <li>12.當初始輸入值變化時，基本形狀不變，上下界距離變大</li> <li>13.當初使輸入值變大時，圖形範圍先變小再變大，較原圖範圍小</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.上界大於中界大於下界</li> <li>2.在 0.1 倍時與 Liu 系統圖形類似</li> <li>3.在 0.5 倍以後圖形範圍固定</li> <li>4.倍數增加時，上下界距離不會增加</li> <li>5.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>7.具有非線性狀態</li> <li>8.具奇異吸子</li> <li>9.具準週期現象</li> <li>10.參數值變化時，基本形狀不變，上下界距離不變</li> <li>11.參數值增加時，圖形複雜度減少</li> <li>12.當初始輸入值變化時，基本形狀不變，上下界範圍變大</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.上界大於中界大於下界</li> <li>2.在 0.1 倍時圖形與 Lorenz 系統圖形類似</li> <li>3.在 0.5 倍以後圖形皆相似，呈線圈形狀</li> <li>4.倍數增加時線圈大小變大</li> <li>5.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>7.具有非線性狀態</li> <li>8.具奇異吸子</li> <li>9.具準週期現象</li> <li>10.參數值變化時，基本形狀不變，上下界距離不變</li> <li>11.參數值增加時，圖形複雜度減少</li> <li>12.當初始輸入值變化時，上下界距離不變</li> <li>13.當初使輸入值變大時，圖形由線圈狀變成 Lorenz 狀再變回線圈狀</li> </ol>

小結：

從圖 4.7 現象分析，以群體現象及系統變化作對比對。在限制條件放寬的情況下，個人或許會因群體關係而自我控制，但相對於群體而言，互相影響會導致缺乏自律性，容易不受控制。由於無法預測未來，因此會時常變更參數值使系統符合變化，而參數值變化對個人影響不大，但會使群體行為產生複雜的影響。一個系統由於參數隨時間而變化，系統本身就視為一個複雜的現象，因此初始輸入值的變化會劇烈影響系統的變化，使得群體所造成的差異增加。

(2) 模糊參數之  $T$ -norm 模糊運算

項目	Chen 系統	Liu 系統	Lorenz 系統
0.1 倍			
0.5 倍			
1 倍			
1.5 倍			
2 倍			
5 倍			
10 倍			

圖 4.8、模糊混沌系統，模糊參數值以  $T$ -norm 模糊運算

表 4.7、模糊混沌系統，模糊參數值以 T-norm 模糊運算

項目	Chen 系統	Liu 系統	Lorenz 系統
圖形現象	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.上中下界皆相同</li> <li>2.圖形與 Chen 圖形類似</li> <li>3.倍數增加時，上下界會以中界為中心逆時針旋轉</li> <li>4.倍數增加時，上下界距離不會增加</li> <li>5.倍數疊代過程具奇異吸子</li> <li>6.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>7.具有非線性動態過程</li> <li>8.具準週期現象</li> <li>9.參數值變化時，基本形狀不變</li> <li>10.圖形因參數值增加而變寬</li> <li>11.上下界距離並不會因為參數改變而變化</li> <li>12.當初始輸入值變大時，上下界距離變大</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.上中下界皆相同</li> <li>2.圖形與 Liu 圖形類似</li> <li>3.倍數增加時，上下界會以中界為中心逆時針旋轉</li> <li>4.倍數增加時，上下界距離不會增加</li> <li>5.倍數疊代過程具奇異吸子</li> <li>6.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>7.具有非線性動態過程</li> <li>8.具準週期現象</li> <li>9.參數值變化時，基本形狀不變</li> <li>10.圖形因參數值增加而變寬</li> <li>11.參數值增加時，上下界距離變大</li> <li>12.當初始輸入值變大時，上下界距離變大，圖形範圍變大，上下界有旋轉</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.上中下界皆相同</li> <li>2.圖形與 Lorenz 圖形類似</li> <li>3.倍數增加時，上下界會以中界為中心逆時針旋轉</li> <li>4.倍數增加時，上下界距離增加</li> <li>5.倍數疊代過程具奇異吸子</li> <li>6.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>7.具有非線性動態過程</li> <li>8.具準週期現象</li> <li>9.參數值變化時，基本形狀不變，但有旋轉方向</li> <li>10.參數值增加時上方奇異吸子範圍變小，下方範圍變大再變小</li> <li>11.參數值增加時，圖形範圍有變大</li> <li>12.當初使輸入值變大時，上下界距離變大</li> <li>13.初使輸入值變大時，上方奇異吸子範圍變小，下方範圍變大</li> </ol>

小結：

從圖 4.8 現象分析，以群體現象及系統變化作對比對。在限制條件放寬的情況下，群體行為並不會互相影響，致使紀律全失。由於無法預測未來，會時常變更參數值使系統符合變化。而參數值變化會涵蓋群體的變化，使其在能掌握的範圍內。一個系統由於參數值隨時間而變化，系統本身就視為一個複雜的現象，因此初始輸入值的變化會劇烈影響系統，使得群體所造成的差異增加。

## 2. 模糊初始輸入值

### (1) 模糊初始輸入值的 $\alpha$ -cut 模糊運算

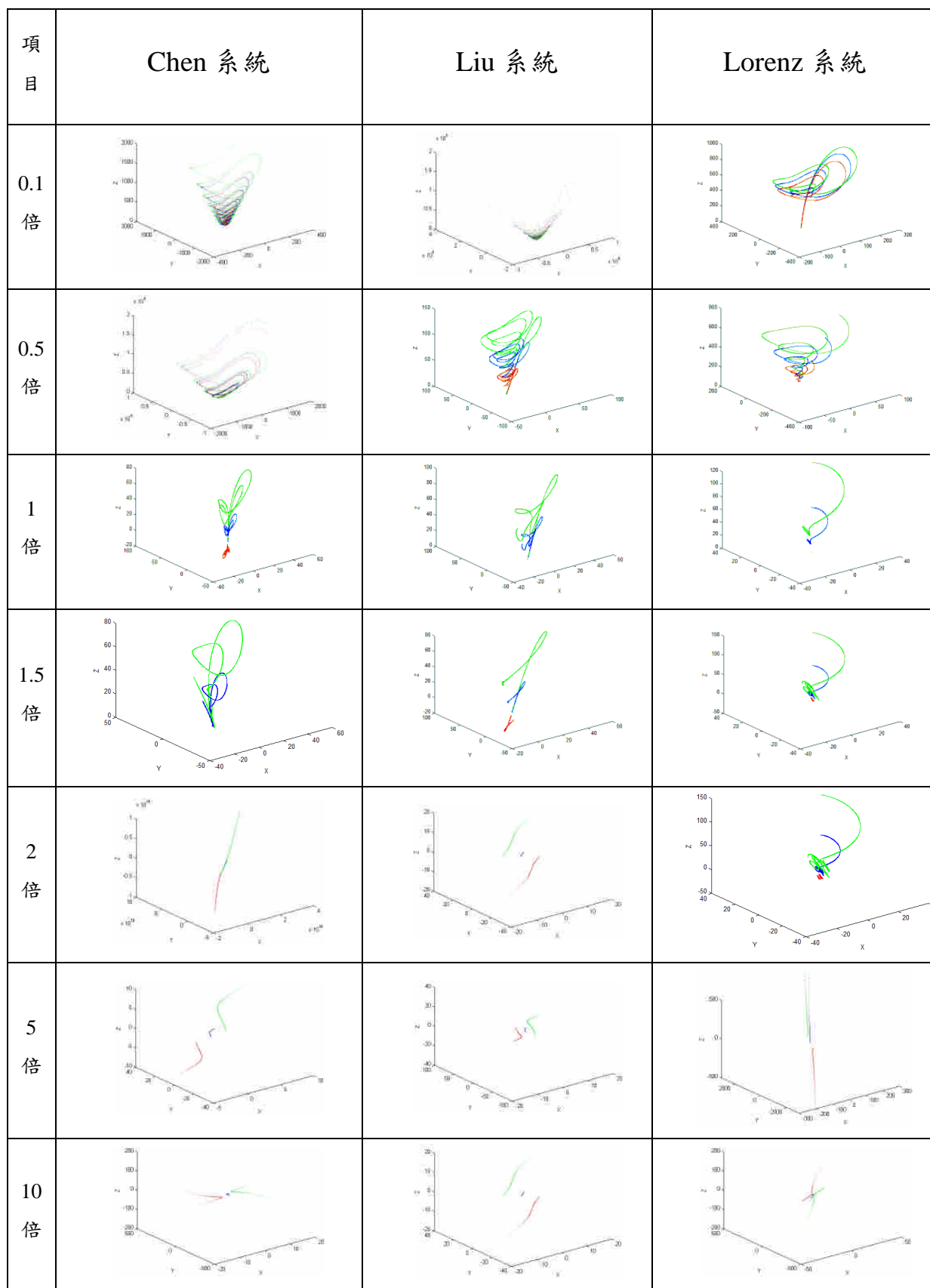


圖 4.9、模糊混沌系統，模糊初始輸入值以  $\alpha$ -cut 模糊運算

表 4.8、模糊混沌系統，模糊初始輸入值以  $\alpha$ -cut 模糊運算

項目	Chen 系統	Liu 系統	Lorenz 系統
圖形現象	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.倍數變化時，圖形易發散</li> <li>2.在 1 倍以下，倍數越小發散越快，以螺旋式發散</li> <li>3.在 2 倍以後，倍數越大發散越快，上中下界各自發散</li> <li>4.其他具混沌現象，上界大於中界大於下界</li> <li>5.在 1 倍到 5 倍數內疊代過程具奇異吸子</li> <li>6.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>7.具有非線性動態過程</li> <li>8. 在 1 倍到 5 倍數內具準週期現象</li> <li>9.參數值變化時，基本圖形不變，上下界距離不變</li> <li>10.上界大於中界大於下界</li> <li>11.參數值增加時，圖形範圍變大</li> <li>12.初始輸值變化時，上下界距離不變</li> <li>13.初始輸入值變大時，圖形範圍變大，圖形變複雜</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.倍數變化時，圖形易發散</li> <li>2.在 0.1 倍時，圖形以螺旋式發散</li> <li>3.在 5 倍以後，圖形倍數越小發散越快，上中下界各自發散</li> <li>4.其他具混沌現象，上界大於中界大於下界</li> <li>5.在 0.5 倍到 2 倍數內疊代過程具奇異吸子</li> <li>6.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>7.具有非線性動態過程</li> <li>8.在 0.5 倍到 2 倍數內具準週期現象</li> <li>9.參數值變化時，基本圖形不變，上下界距離不變，圖形範圍不變</li> <li>10.上界大於中界大於下界</li> <li>11.初始輸值變化時，上下界距離不變</li> <li>12.初始輸入值變大時，圖形範圍變小</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.在 5 倍以後，圖形發散，上中下界各自發散</li> <li>2.倍數增加時，圖形範圍變小</li> <li>3.在 0.1 倍時，上中下界圖形相似</li> <li>4.其他倍數，圖形範圍上界大於中界大於下界，1 倍後類似 lorenz</li> <li>5.在 0.1 倍到 5 倍數內疊代過程具奇異吸子</li> <li>6.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>7.具有非線性動態過程</li> <li>8.在 0.1 倍到 5 倍數內具準週期現象</li> <li>9.上界大於中界大於下界</li> <li>10.參數值變化時，上下界距離不變，圖形範圍不變</li> <li>11.參數值增加時，由兩個奇異吸子變成一個奇異吸子</li> <li>11.初始輸值變化時，上下界距離不變</li> <li>12.初始輸入值變大時，下方奇異吸子範圍變大，上方奇異吸子變小</li> </ol>

小結：

從圖 4.9 現象分析，以群體現象及系統變化作對比對。在限制條件放寬後，群體行為一開始並不會互相影響，致使紀律全失。但時間過長會對群體開始有影響，最終會不受控制。由於無法預測未來，會時常變更參數值使系統符合變化，而參數值變化會涵蓋群體的變化，使其在能掌握的範圍內。一個系統由於參數隨時間而變化，系統本身就視為一個複雜的現象，因此初始輸入值的變化會劇烈影響系統，使群體行為產生複雜的影響。

(2) 模糊初始輸入值的  $T$ -norm 模糊運算

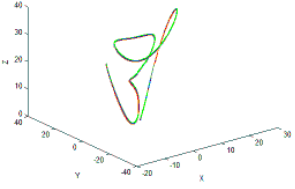
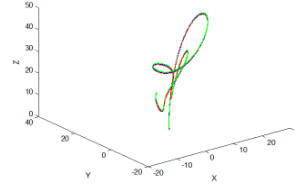
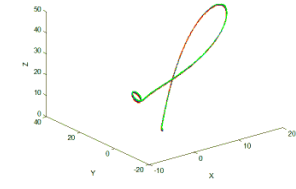
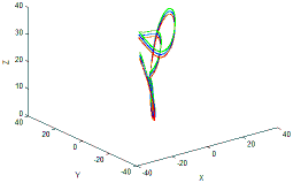
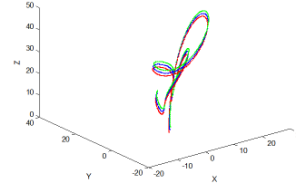
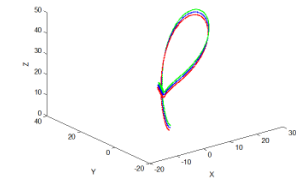
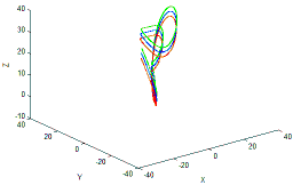
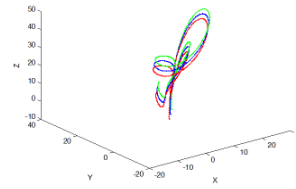
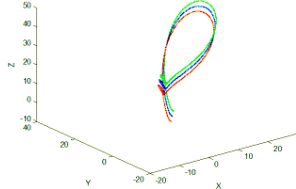
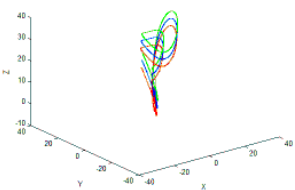
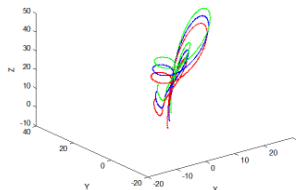
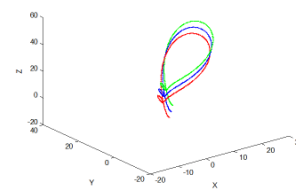
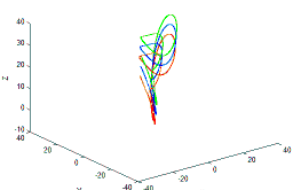
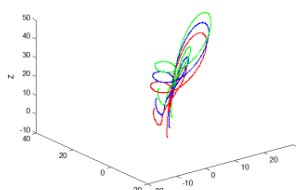
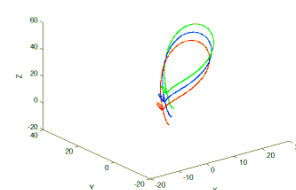
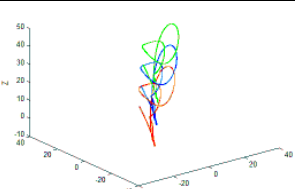
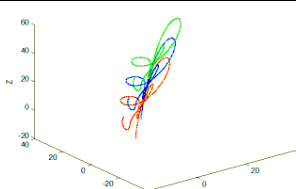
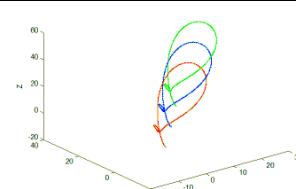
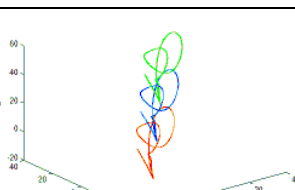
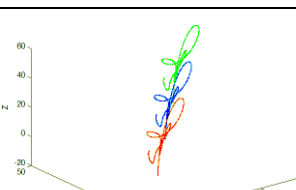

項目	Chen 系統	Liu 系統	Lorenz 系統
0.1 倍			
0.5 倍			
1 倍			
1.5 倍			
2 倍			
5 倍			
10 倍			

圖 4.10、模糊混沌系統，模糊初始輸入值以  $T$ -norm 模糊運算

表 4.9、模糊混沌系統，模糊初始輸入值以 T-norm 模糊運算

項目	Chen 系統	Liu 系統	Lorenz 系統
圖形現象	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形與 Chen 系統圖形相似</li> <li>2.倍數越大，上下界距離越大</li> <li>3.倍數增加，圖形範圍變大</li> <li>4.具有非線性動態過程</li> <li>5.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>6.具準週期現象</li> <li>7.疊代過程具奇異吸子</li> <li>8.參數值增加，圖形基本形狀不變，範圍逐漸變大，圖形越類似 Chen 系統</li> <li>9.參數值變化與上下界距離無關</li> <li>12.初始輸入值越大，圖形範圍越大</li> <li>13.初始輸入值越大，上下界距離越大</li> <li>14.初始輸入值變大時，圖形先縮小再變大</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形與 Liu 系統圖形相似</li> <li>2.倍數越大，上下界距離越大</li> <li>3.倍數增加，圖形範圍變大</li> <li>4.疊代過程具奇異吸子</li> <li>5.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>6.具有非線性動態過程</li> <li>7.具準週期現象</li> <li>8.參數值增加，圖形基本形狀不變，圖形變細長</li> <li>9.參數值變化與上下界距離無關，與圖形範圍無關</li> <li>11.初始輸入值愈大，圖形範圍變大</li> <li>12.初始輸入值變大，上下界距離變大</li> <li>13.初始輸入值變化，圖形基本形狀不變</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形與 Lorenz 系統圖形相似</li> <li>2.倍數增加時，上下界距離越大</li> <li>3.倍數變化與圖形範圍無關</li> <li>4.倍數增加時，下方奇異吸子會像右邊移動</li> <li>5.疊代過程具奇異吸子</li> <li>6.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>7.具有非線性動態過程</li> <li>8.具準週期現象</li> <li>9.參數值增加，圖形基本形狀不變，下方奇異吸子範圍變大，上方奇異吸子範圍變小</li> <li>10.初始輸入值變化與圖形基本形狀無關</li> <li>11.初始輸入值變大時，上下界距離變大</li> <li>12.初始輸入值變大時，下方奇異吸子範圍變大，上方奇異吸子變小</li> </ol>

小結：

從圖 4.10 現象分析，以群體現象及系統變化作對比對。在限制條件放寬後，群體行為符合在限制範圍內。由於無法預測未來，會時常變更參數值使系統符合變化，而參數值變化不影響群體效果。一個系統由於參數值隨時間而變化，系統本身就視為一個複雜的現象，因此初始輸入值的變化會劇烈影響系統，使得群體所造成的整體標準範圍變大，但並不會造成失控。

### 4.3.2 模糊區間混沌化

#### 1. 參數值模糊區間混沌化

##### (1) $\alpha$ -cut 模糊運算

##### A. 混沌系統為 Chen 系統

項目	模糊區間為 Chen 系統	模糊區間為 Liu 系統	模糊區間為 Lorenz 系統
遠觀圖			
0.1 倍			
0.5 倍			
1 倍			
5 倍			
10 倍			

圖 4.11、模糊 Chen 系統參數值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算



表 4.10、模糊 Chen 系統參數值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算

項目	模糊區間為 Chen 系統	模糊區間為 Liu 系統	模糊區間為 Lorenz 系統
圖形現象	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.與 Chen 系統不類似</li> <li>2.上中下界圖形互不相似</li> <li>3.倍數變化時，上下界距離不變，圖形範圍不變</li> <li>3.疊代後圖形的奇異吸子不明顯</li> <li>4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.具準週期現象</li> <li>7.參數值變化，圖形基本型不變，上下界距離不變</li> <li>8.參數值增加時，圖形變簡單</li> <li>9.初始輸入值增加時，圖形出現斷裂</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.與 Liu 系統不類似</li> <li>2.上中下界圖形互不相似</li> <li>3.倍數變化時，上下界距離不變，圖形範圍不變</li> <li>4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.具準週期現象</li> <li>7.參數值變化，圖形基本型不變，上下界距離不變</li> <li>8.參數值增加時，圖形變簡單</li> <li>9.初始輸入值增加時，圖形出現斷裂</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.與 Lorenz 系統不類似</li> <li>2.上中下界圖形互不相似</li> <li>3.倍數變化時，上下界距離不變，圖形範圍不變</li> <li>4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.具準週期現象</li> <li>7.參數值變化，圖形基本型不變，上下界距離不變</li> <li>8.參數值增加時，圖形變簡單</li> <li>9.初始輸入值增加時，圖形出現斷裂</li> </ol>

小結：

從圖 4.11 現象分析，以群體現象及系統變化作對比對。群體間互相影響不受影響，適應方式會有改變。由於無法預測未來，會時常變更參數值使系統符合變化，而參數值變化對群體行為不具影響性。一個系統由於參數值隨時間而變化，系統本身就視為一個複雜的現象，因此初始輸入值變化會使群體行為在某些時間出現高度變化。

## B. 混沌系統為 Liu 系統

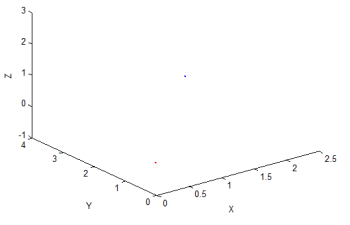
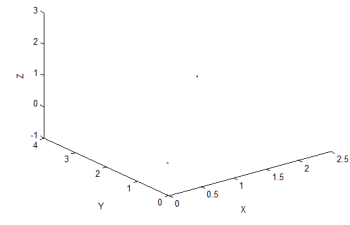
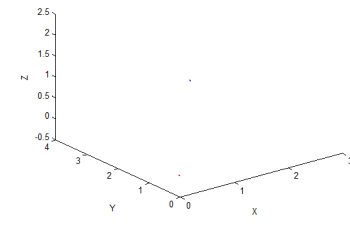

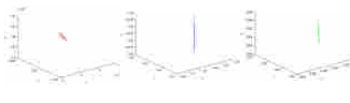
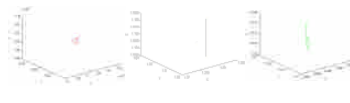
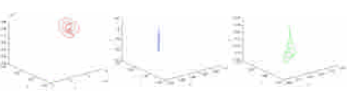
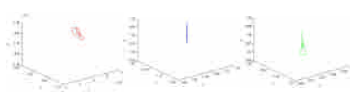

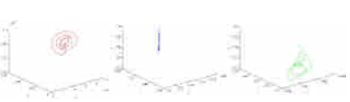
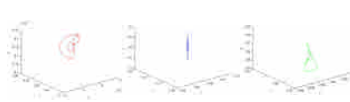


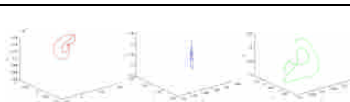
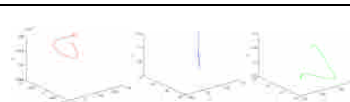
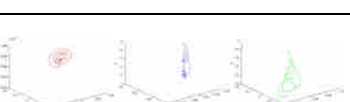
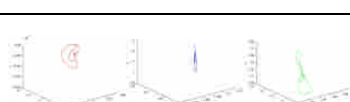
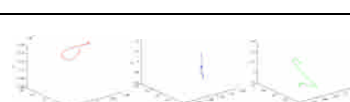
項目	模糊區間為 Chen 系統	模糊區間為 Liu 系統	模糊區間為 Lorenz 系統
遠觀圖			
0.1 倍			
0.5 倍			
1 倍			
5 倍			
10 倍			

圖 4.12、模糊 Liu 系統參數值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算

表 4.11、模糊 Liu 系統參數值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算

項目	模糊區間為 Chen 系統	模糊區間為 Liu 系統	模糊區間為 Lorenz 系統
圖形現象	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.與 Chen 系統不類似</li> <li>2.上中下界圖形互不相似</li> <li>3.倍數變化時，上下界距離不變，圖形範圍不變</li> <li>3.疊代後圖形的奇異吸子不明顯</li> <li>4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.具準週期現象</li> <li>7.參數值變化，圖形基本型不變，上下界距離不變</li> <li>8.參數值增加時，圖形變簡單</li> <li>9.初始輸入值增加時，圖形出現斷裂</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.與 Liu 系統不類似</li> <li>2.上中下界圖形互不相似</li> <li>3.倍數變化時，上下界距離不變，圖形範圍不變</li> <li>4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.具準週期現象</li> <li>7.參數值變化，圖形基本型不變，上下界距離不變</li> <li>8.參數值增加時，圖形變簡單</li> <li>9.初始輸入值增加時，圖形出現斷裂</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.與 Lorenz 系統不類似</li> <li>2.上中下界圖形互不相似</li> <li>3.倍數變化時，上下界距離不變，圖形範圍不變</li> <li>4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.具準週期現象</li> <li>7.參數值變化，圖形基本型不變，上下界距離不變</li> <li>8.參數值增加時，圖形變簡單</li> <li>9.初始輸入值增加時，圖形出現斷裂</li> </ol>

小結：

從圖 4.12 現象分析，以群體現象及系統變化作對比對。群體間互相影響不受影響，適應方式會有改變。由於無法預測未來，會時常變更參數值使系統符合變化，而參數值變化對群體行為不具影響性。一個系統由於參數值隨時間而變化，系統本身就視為一個複雜的現象，因此初始輸入值變化會使群體行為在某些時間出現高度變化。

### C. 混沌系統為 Lorenz 系統

項目	模糊區間為 Chen 系統	模糊區間為 Liu 系統	模糊區間為 Lorenz 系統
遠觀圖			
0.1 倍			
0.5 倍			
1 倍			
5 倍			
10 倍			

圖 4.13、模糊 Lorenz 系統參數值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算

表 4.12、模糊 Lorenz 系統參數值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算

項目	模糊區間為 Chen 系統	模糊區間為 Liu 系統	模糊區間為 Lorenz 系統
圖形現象	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.與 Chen 系統不類似</li> <li>2.上中下界圖形互不相似</li> <li>3.倍數變化時，上下界距離不變，圖形範圍不變</li> <li>3.疊代後圖形的奇異吸子不明顯</li> <li>4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.具準週期現象</li> <li>7.參數值變化，圖形基本型不變，上下界距離不變</li> <li>8.參數值增加時，圖形變簡單</li> <li>9.初始輸入值增加時，圖形出現斷裂</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.與 Liu 系統不類似</li> <li>2.上中下界圖形互不相似</li> <li>3.倍數變化時，上下界距離不變，圖形範圍不變</li> <li>4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.具準週期現象</li> <li>7.參數值變化，圖形基本型不變，上下界距離不變</li> <li>8.參數值增加時，圖形變簡單</li> <li>9.初始輸入值增加時，圖形出現斷裂</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.與 Lorenz 系統不類似</li> <li>2.上中下界圖形互不相似</li> <li>3.倍數變化時，上下界距離不變，圖形範圍不變</li> <li>4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.具準週期現象</li> <li>7.參數值變化，圖形基本型不變，上下界距離不變</li> <li>8.參數值增加時，圖形變簡單</li> <li>9.初始輸入值增加時，圖形出現斷裂</li> </ol>

小結：

從圖 4.13 現象分析，以群體現象及系統變化作對比對。群體間互相影響不受影響，適應方式會有改變。由於無法預測未來，會時常變更參數值使系統符合變化，而參數值變化對群體行為不具影響性。一個系統由於參數值隨時間而變化，系統本身就視為一個複雜的現象，因此初始輸入值變化會使群體行為在某些時間出現高度變化。

## (2) T-norm 模糊運算

### A. 混沌系統為 Chen 系統

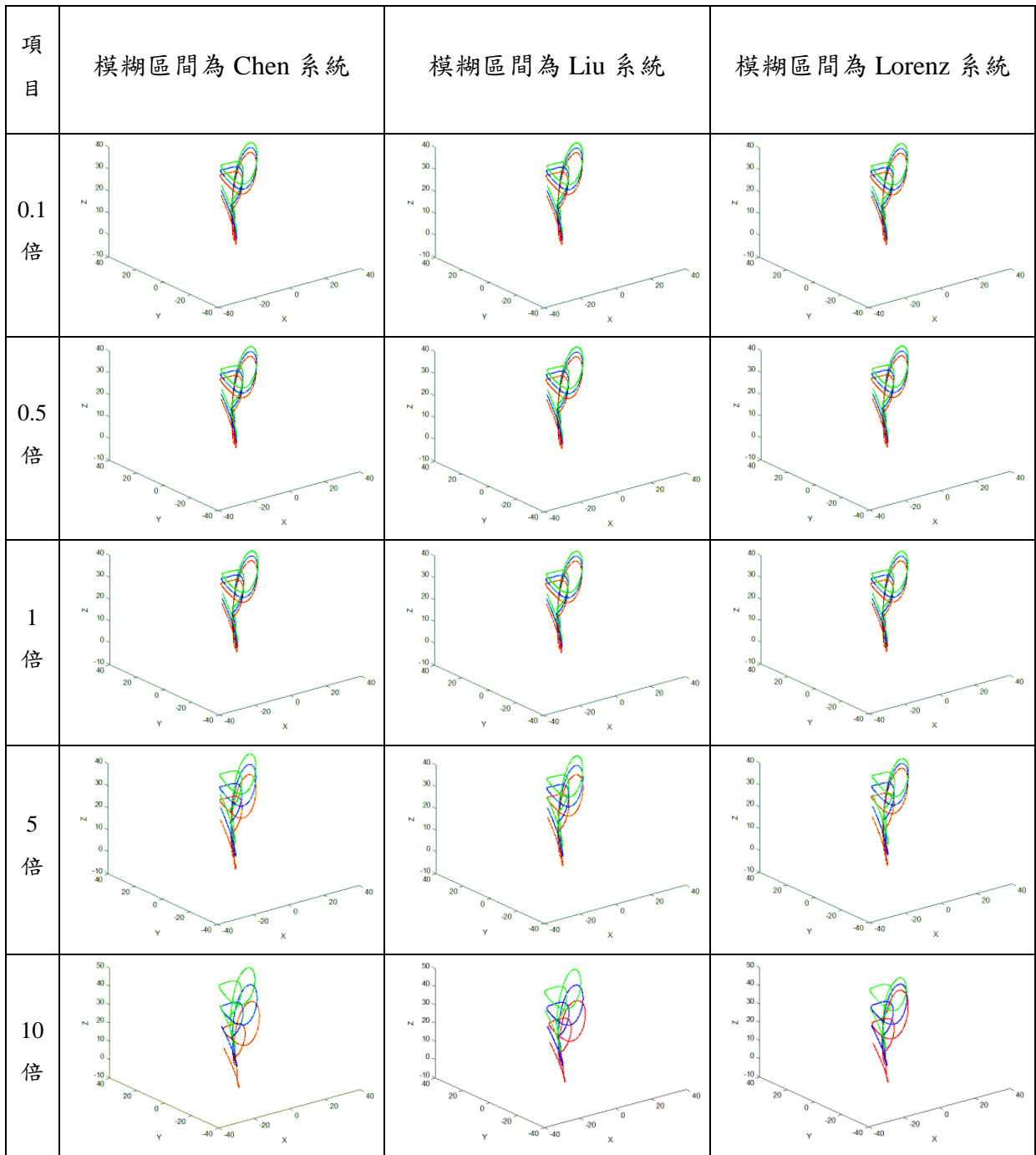


圖 4.14、模糊 Chen 系統參數值，該模糊區間混沌化，以 T-norm 模糊運算

表 4.13、模糊 Chen 系統參數值，該模糊區間混沌化，以 T-norm 模糊運算

項目	模糊區間為 Chen 系統	模糊區間為 Liu 系統	模糊區間為 Lorenz 系統
圖形現象	1.圖形類似 Chen 系統 2.倍數越大上下界距離越大 3.疊代過程具奇異吸子 4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴 5.具有非線性動態過程 6.具準週期現象 8.參數值變化與圖形基本型無關，且與上下界距離無關 9.參數值增加時，圖形範圍變大 10.初始輸入值變化與圖形基本型無關 11.初始輸入值變大時，上下界距離變大，圖形範圍變大	1.圖形類似 Chen 系統 2.倍數越大上下界距離越大 3.疊代過程具奇異吸子 4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴 5.具有非線性動態過程 6.具準週期現象 8.參數值變化與圖形基本型無關，且與上下界距離無關 9.參數值增加時，圖形範圍變大 10.初始輸入值變化與圖形基本型無關 11.初始輸入值變大時，上下界距離變大，圖形範圍變大	1.圖形類似 Chen 系統 2.倍數越大上下界距離越大 3.疊代過程具奇異吸子 4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴 5.具有非線性動態過程 6.具準週期現象 8.參數值變化與圖形基本型無關，且與上下界距離無關 9.參數值增加時，圖形範圍變大 10.初始輸入值變化與圖形基本型無關 11.初始輸入值變大時，上下界距離變大，圖形範圍變大

小結：

從圖 4.14 現象分析，以群體現象及系統變化作對比對。群體間互相影響使得管控範圍變大。由於無法預測未來，會時常變更參數值使系統符合變化，而參數值變化會影響群體標準範圍。一個系統由於參數值隨時間而變化，系統本身就視為一個複雜的現象，因此初始輸入值變化會使群體互相影響，造成整體標準範圍變大，但並不會造成失控。

## B. 混沌系統為 Liu 系統

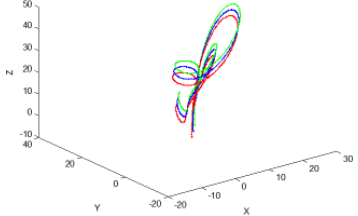
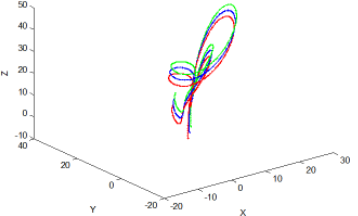
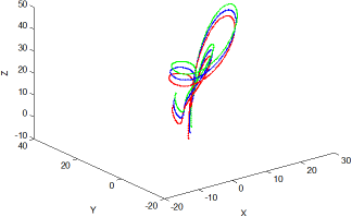
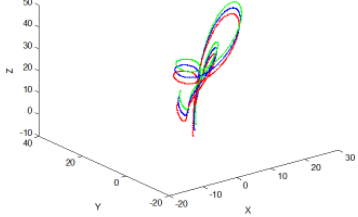
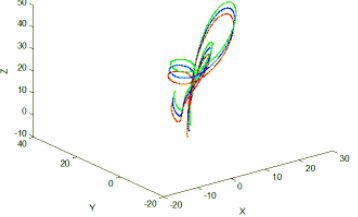
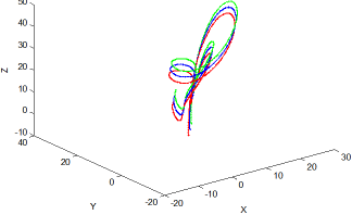
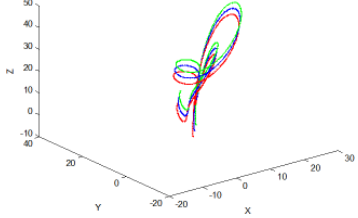
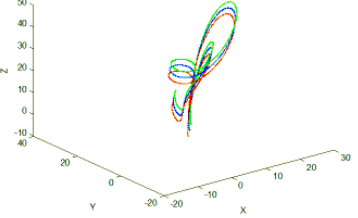
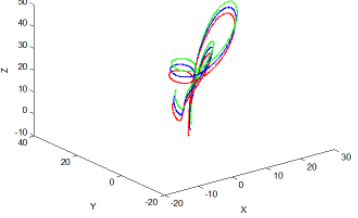
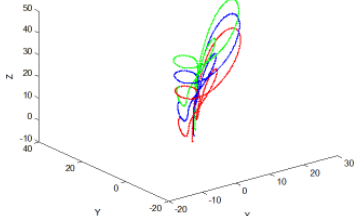
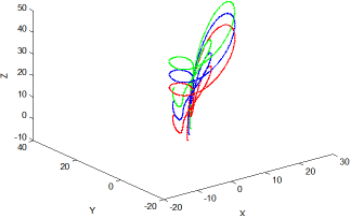
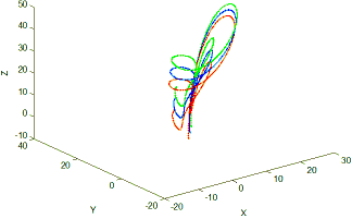
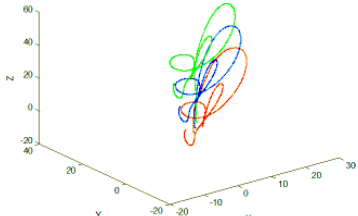
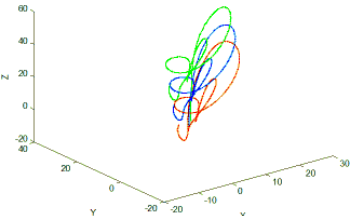
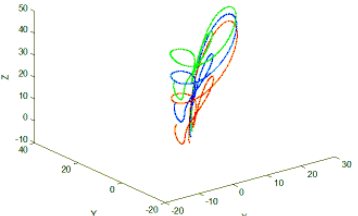
項目	模糊區間為 Chen 系統	模糊區間為 Liu 系統	模糊區間為 Lorenz 系統
0.1 倍			
0.5 倍			
1 倍			
5 倍			
10 倍			

圖 4.15、模糊 Liu 系統參數值，該模糊區間混沌化，以 T-norm 模糊運算



表 4.14、模糊 Liu 系統參數值，該模糊區間混沌化，以 T-norm 模糊運算

項目	模糊區間為 Chen 系統	模糊區間為 Liu 系統	模糊區間為 Lorenz 系統
圖形現象	1.圖形類似 Liu 系統 2.倍數越大上下界距離越大 3.疊代過程具奇異吸子 4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴 5.具有非線性動態過程 6.具準週期現象 8.參數值變化與圖形基本型無關，且與上下界距離無關 9.參數值增加時，圖形範圍變大 10.初始輸入值變化與圖形基本型無關 11.初始輸入值變大時，上下界距離變大，圖形範圍變大	1.圖形類似 Liu 系統 2.倍數越大上下界距離越大 3.疊代過程具奇異吸子 4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴 5.具有非線性動態過程 6.具準週期現象 8.參數值變化與圖形基本型無關，且與上下界距離無關 9.參數值增加時，圖形範圍變大 10.初始輸入值變化與圖形基本型無關 11.初始輸入值變大時，上下界距離變大，圖形範圍變大	1.圖形類似 Liu 系統 2.倍數越大上下界距離越大 3.疊代過程具奇異吸子 4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴 5.具有非線性動態過程 6.具準週期現象 8.參數值變化與圖形基本型無關，且與上下界距離無關 9.參數值增加時，圖形範圍變大 10.初始輸入值變化與圖形基本型無關 11.初始輸入值變大時，上下界距離變大，圖形範圍變大

小結：

從圖 4.15 現象分析，以群體現象及系統變化作對比對。群體間互相影響使得管控範圍變大。由於無法預測未來，會時常變更參數值使系統符合變化，而參數值變化會影響群體標準範圍。一個系統由於參數值隨時間而變化，系統本身就視為一個複雜的現象，因此初始輸入值變化會使群體互相影響，造成整體標準範圍變大，但並不會造成失控。

### C. 混沌系統為 Lorenz 系統

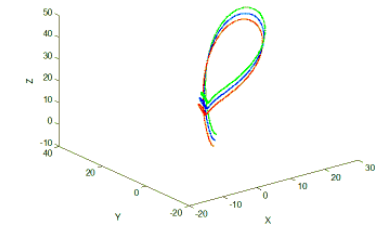
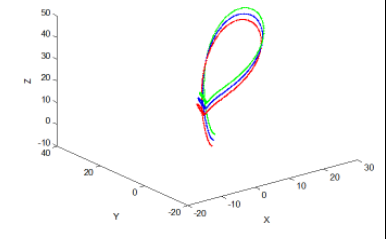
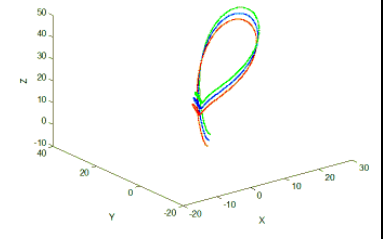
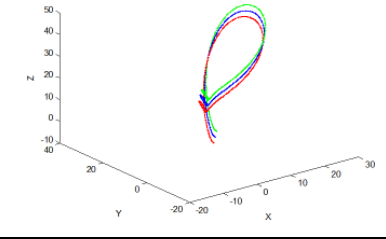
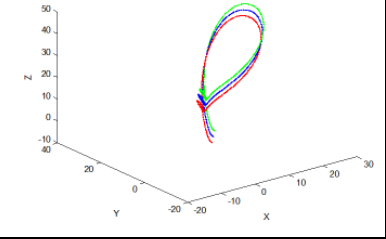
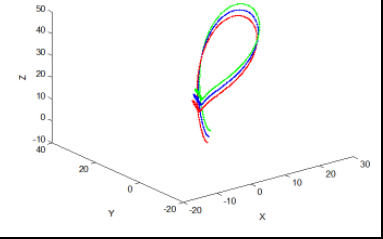
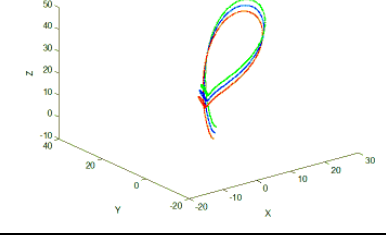
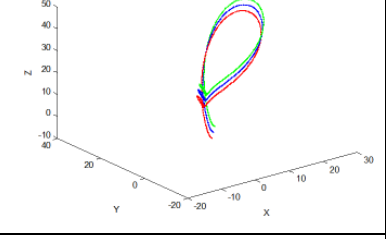
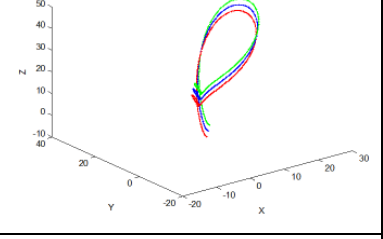
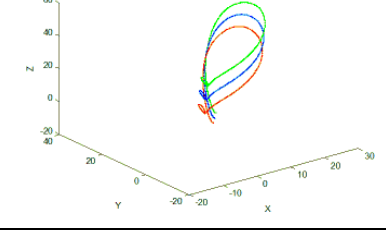
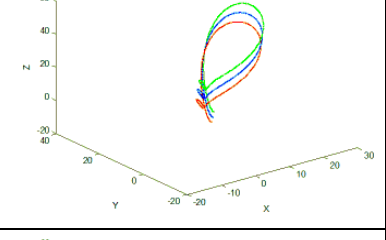
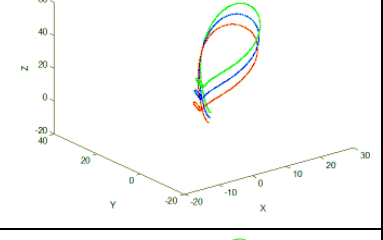
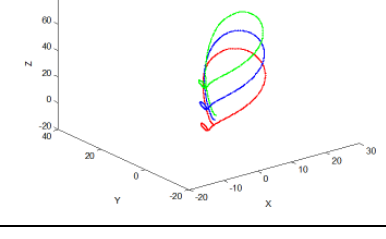
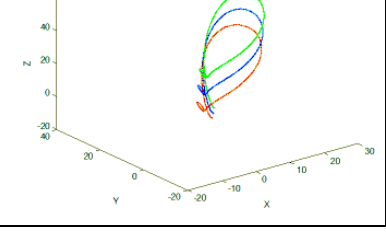
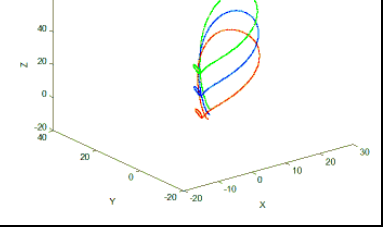
項目	模糊區間為 Chen 系統	模糊區間為 Liu 系統	模糊區間為 Lorenz 系統
0.1 倍			
0.5 倍			
1 倍			
5 倍			
10 倍			

圖 4.16、模糊 Lorenz 系統參數值，該模糊區間混沌化，以 T-norm 模糊運算

表 4.15、模糊 Lorenz 系統參數值，該模糊區間混沌化，以 T-norm 模糊運算

項目	模糊區間為 Chen 系統	模糊區間為 Liu 系統	模糊區間為 Lorenz 系統
圖形現象	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Lorenz 系統</li> <li>2.倍數越大上下界距離越大</li> <li>3.疊代過程具奇異吸子</li> <li>4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.具準週期現象</li> <li>8.參數值變化與圖形基本型無關，且與上下界距離無關</li> <li>9.參數值增加時，圖形範圍變大</li> <li>10.初始輸入值變化與圖形基本型無關</li> <li>11.初始輸入值變大時，上下界距離變大，圖形範圍變大</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Lorenz 系統</li> <li>2.倍數越大上下界距離越大</li> <li>3.疊代過程具奇異吸子</li> <li>4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.具準週期現象</li> <li>8.參數值變化與圖形基本型無關，且與上下界距離無關</li> <li>9.參數值增加時，圖形範圍變大</li> <li>10.初始輸入值變化與圖形基本型無關</li> <li>11.初始輸入值變大時，上下界距離變大，圖形範圍變大</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Liu 系統</li> <li>2.倍數越大上下界距離越大</li> <li>3.疊代過程具奇異吸子</li> <li>4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.具準週期現象</li> <li>8.參數值變化與圖形基本型無關，且與上下界距離無關</li> <li>9.參數值增加時，圖形範圍變大</li> <li>10.初始輸入值變化與圖形基本型無關</li> <li>11.初始輸入值變大時，上下界距離變大，圖形範圍變大</li> </ol>

小結：

從圖 4.16 現象分析，以群體現象及系統變化作對比對。群體間互相影響使得管控範圍變大。由於無法預測未來，會時常變更參數值使系統符合變化，而參數值變化會影響群體標準範圍。一個系統由於參數值隨時間而變化，系統本身就視為一個複雜的現象，因此初始輸入值變化會使群體互相影響，造成整體標準範圍變大，但並不會造成失控。

## 2. 初始輸入值模糊區間混沌化

### (1) $\alpha$ -cut 模糊運算

#### A. 混沌系統為 Chen 系統

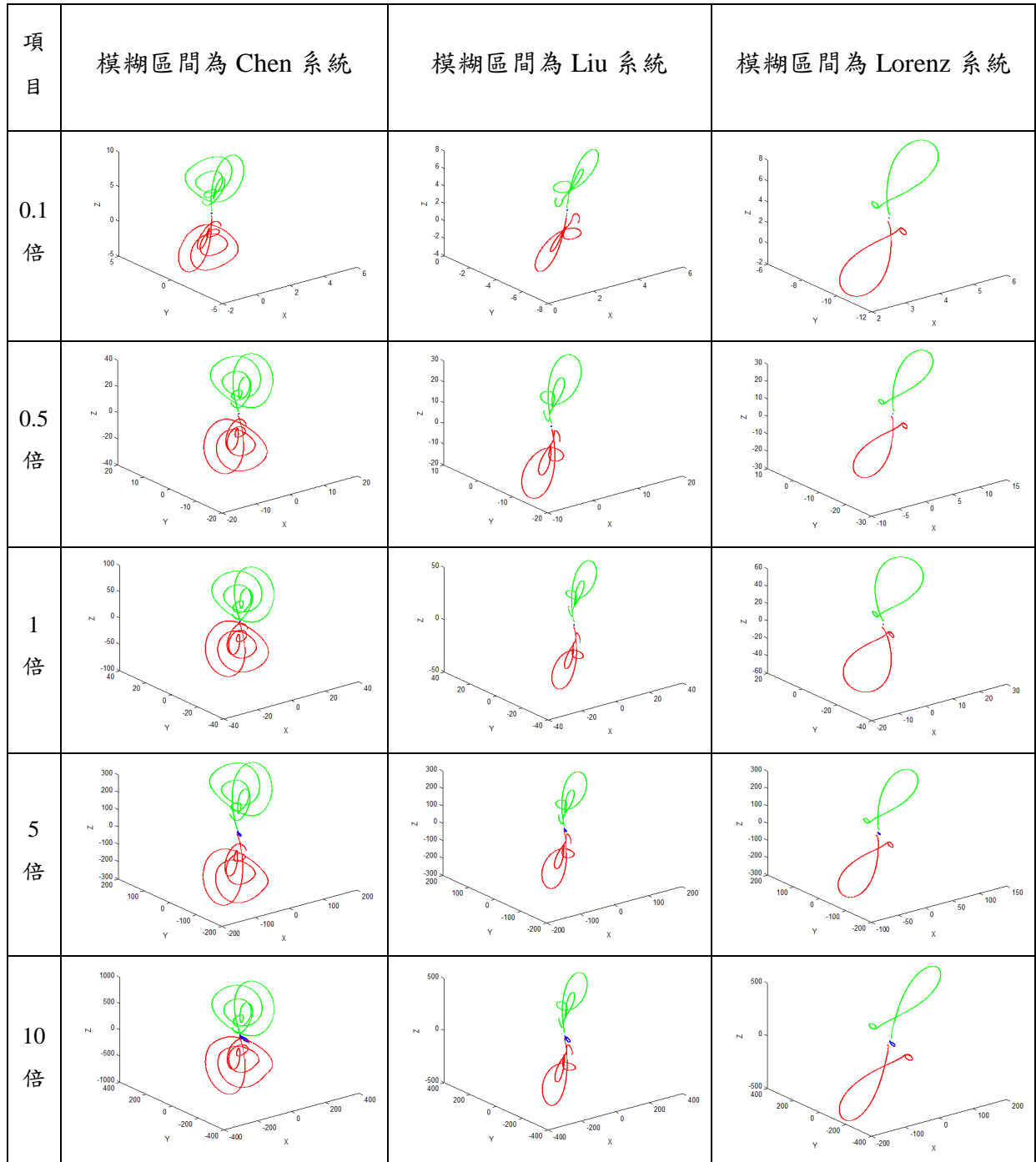


圖 4.17、模糊 Chen 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算

表 4.16、模糊 Chen 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算

項目	模糊區間為 Chen 系統	模糊區間為 Liu 系統	模糊區間為 Lorenz 系統
圖形現象	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Chen 系統</li> <li>2.上下界大於中界</li> <li>3.倍數在 0 到 1 中，倍數增加時，上下界距離縮短</li> <li>4.倍數大於 1 時，上下界距離變大後再縮小</li> <li>5.倍數增加，圖形範圍變大</li> <li>6.疊代過程具奇異吸子</li> <li>7.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>8.具有非線性動態過程</li> <li>9.具準週期現象</li> <li>10.參數值增加時，基本圖形不變</li> <li>11.參數值變化與上下界距離無關，與圖形範圍無關</li> <li>12.初始輸入值增加時，基本圖形不變</li> <li>13.初始輸入值變化與上下界距離無關</li> <li>14.初始輸入值變大時，圖形範圍變大，且離原點越遠</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Liu 系統</li> <li>2.上下界大於中界</li> <li>3.倍數增加，圖形範圍變大，上下界距離不變</li> <li>4.疊代過程具奇異吸子</li> <li>5.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>6.具有非線性動態過程</li> <li>7.具準週期現象</li> <li>8.參數值增加時，基本圖形不變</li> <li>9.參數值變化與上下界距離無關，與圖形範圍無關</li> <li>10.初始輸入值增加時，基本圖形不變</li> <li>11.初始輸入值變化與上下界距離無關</li> <li>12.初始輸入值變大時，圖形範圍變大，且離原點越遠</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Lorenz 系統</li> <li>2.上下界大於中界</li> <li>3.倍數增加，圖形範圍變大，上下界距離不變</li> <li>4.疊代過程具奇異吸子</li> <li>5.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>6.具有非線性動態過程</li> <li>7.具準週期現象</li> <li>8.參數值增加時，基本圖形不變</li> <li>9.參數值變化與上下界距離無關，與圖形範圍無關</li> <li>10.初始輸入值增加時，基本圖形不變</li> <li>11.初始輸入值變化與上下界距離無關</li> <li>12.初始輸入值變大時，圖形範圍變大，且離原點越遠</li> </ol>

小結：

從圖 4.17 現象分析，以群體現象及系統變化作對比對。在限制條件放寬後，群體行為符合在限制範圍內。由於無法預測未來，會時常變更參數值使系統符合變化，而參數值變化不影響群體效果一個系統由於參數值隨時間而變化，系統本身就視為一個複雜的現象，因此初始輸入值的變化會劇烈影響系統，使得群體所造成的整體標準範圍變大，但並不會造成失控。

## B. 混沌系統為 Liu 系統

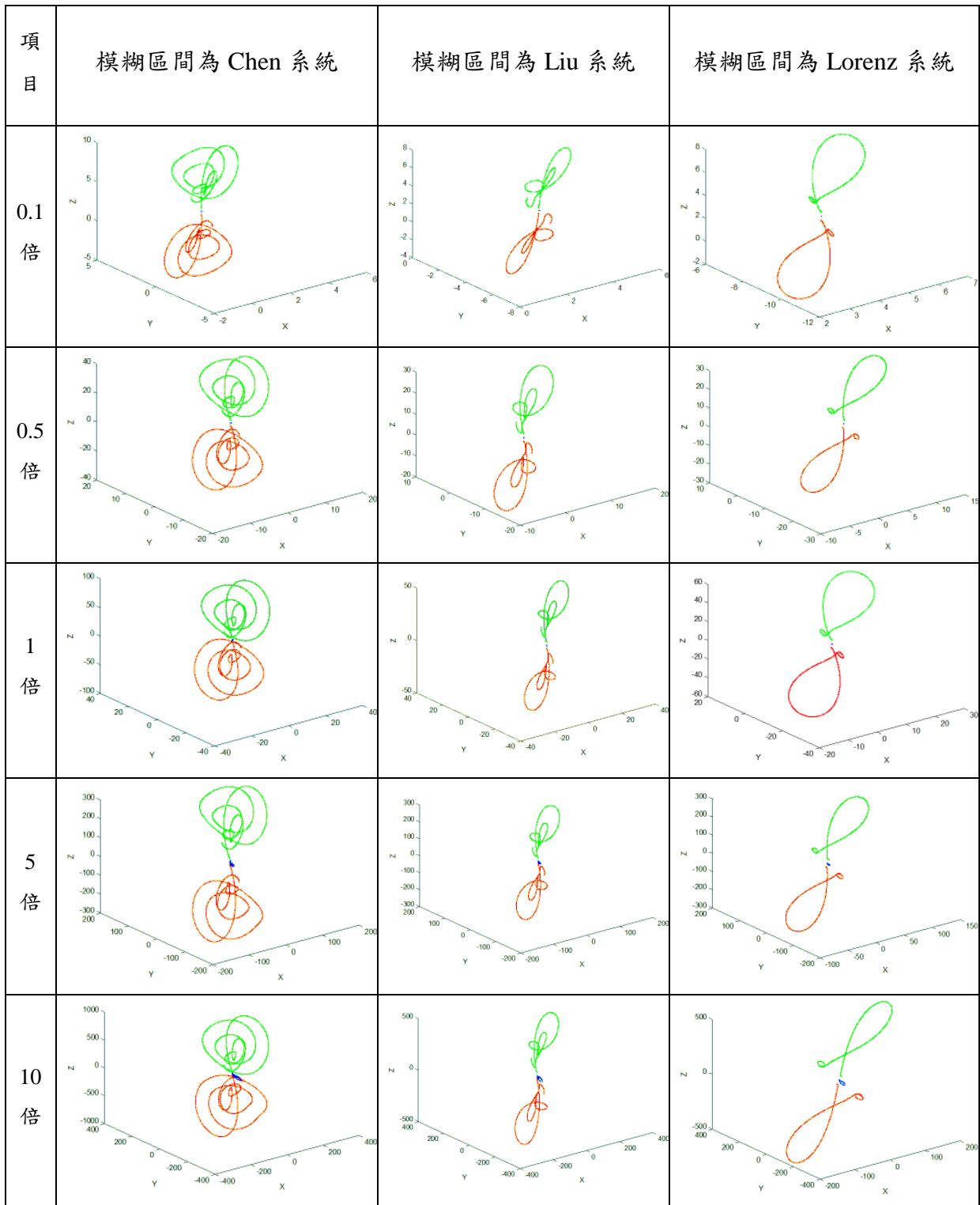


圖 4.18、模糊 Liu 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算

表 4.17、模糊 Liu 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算

項目	模糊區間為 Chen 系統	模糊區間為 Liu 系統	模糊區間為 Lorenz 系統
圖形現象	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Chen 系統</li> <li>2.上下界大於中界</li> <li>3.倍數在 0 到 1 中，倍數增加時，上下界距離縮短</li> <li>4.倍數大於 1 時，上下界距離變大後再縮小</li> <li>5.倍數增加，圖形範圍變大</li> <li>6.疊代過程具奇異吸子</li> <li>7.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>8.具有非線性動態過程</li> <li>9.具準週期現象</li> <li>10.參數值增加時，基本圖形不變</li> <li>11.參數值變化與上下界距離無關，與圖形範圍無關</li> <li>12.初始輸入值增加時，基本圖形不變</li> <li>13.初始輸入值變化與上下界距離無關</li> <li>14.初始輸入值變大時，圖形範圍變大，且離原點越遠</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Liu 系統</li> <li>2.上下界大於中界</li> <li>3.倍數增加，圖形範圍變大，上下界距離不變</li> <li>4.疊代過程具奇異吸子</li> <li>5.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>6.具有非線性動態過程</li> <li>7.具準週期現象</li> <li>8.參數值增加時，基本圖形不變</li> <li>9.參數值變化與上下界距離無關，與圖形範圍無關</li> <li>10.初始輸入值增加時，基本圖形不變</li> <li>11.初始輸入值變化與上下界距離無關</li> <li>12.初始輸入值變大時，圖形範圍變大，且離原點越遠</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Lorenz 系統</li> <li>2.上下界大於中界</li> <li>3.倍數增加，圖形範圍變大，上下界距離不變</li> <li>4.疊代過程具奇異吸子</li> <li>5.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>6.具有非線性動態過程</li> <li>7.具準週期現象</li> <li>8.參數值增加時，基本圖形不變</li> <li>9.參數值變化與上下界距離無關，與圖形範圍無關</li> <li>10.初始輸入值增加時，基本圖形不變</li> <li>11.初始輸入值變化與上下界距離無關</li> <li>12.初始輸入值變大時，圖形範圍變大，且離原點越遠</li> </ol>

小結：

從圖 4.18 現象分析，以群體現象及系統變化作對比對。在限制條件放寬後，群體行為符合在限制範圍內。由於無法預測未來，會時常變更參數值使系統符合變化，而參數值變化不影響群體效果一個系統由於參數值隨時間而變化，系統本身就視為一個複雜的現象，因此初始輸入值的變化會劇烈影響系統，使得群體所造成的整體標準範圍變大，但並不會造成失控。

### C. 混沌系統為 Lorenz 系統

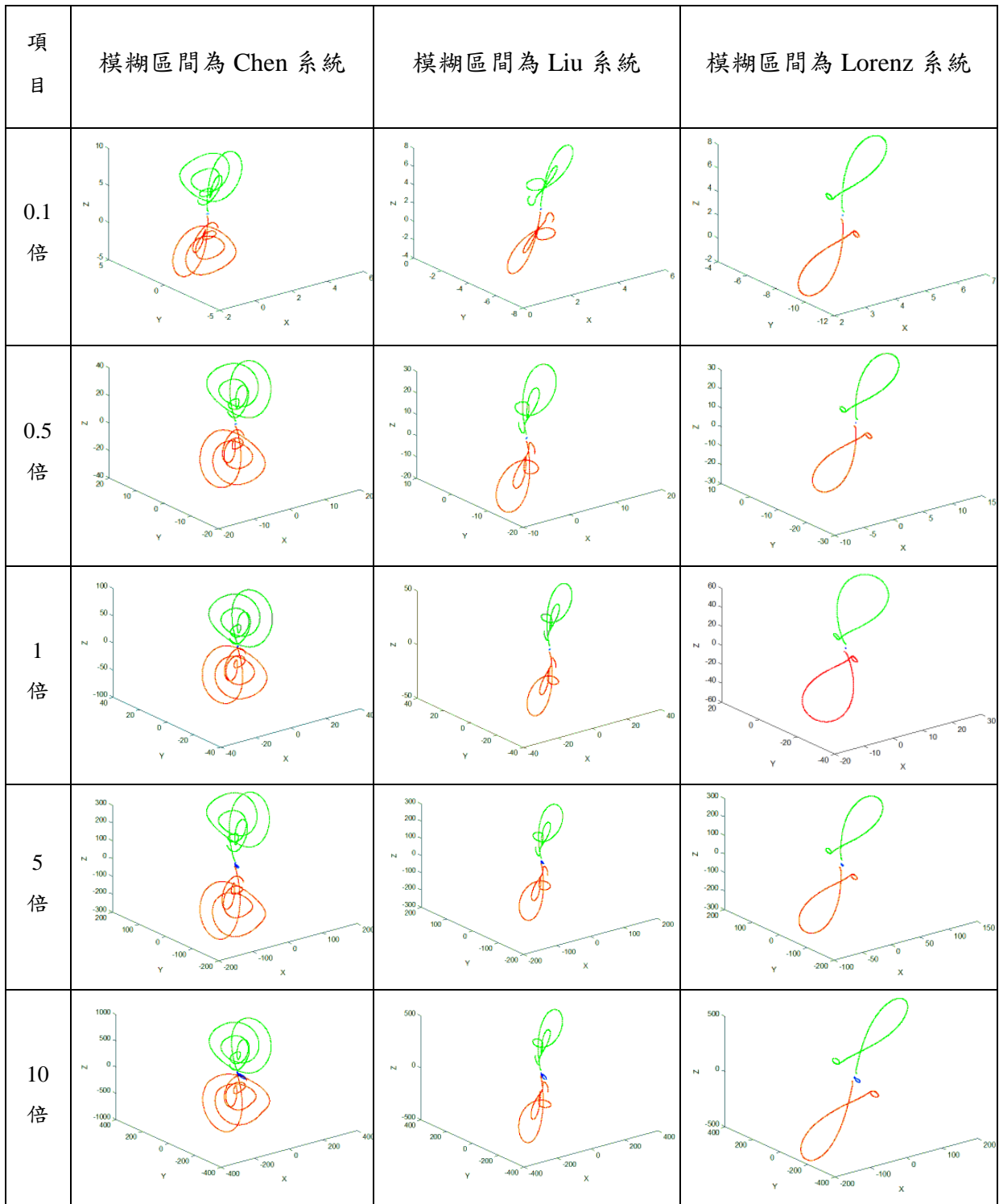


圖 4.19、模糊 Lorenz 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算



表 4.18、模糊 Lorenz 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算

項目	模糊區間為 Chen 系統	模糊區間為 Liu 系統	模糊區間為 Lorenz 系統
圖形現象	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Chen 系統</li> <li>2.上下界大於中界</li> <li>3.倍數在 0 到 1 中，倍數增加時，上下界距離縮短</li> <li>4.倍數大於 1 時，上下界距離變大後再縮小</li> <li>5.倍數增加，圖形範圍變大</li> <li>6.疊代過程具奇異吸子</li> <li>7.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>8.具有非線性動態過程</li> <li>9.具準週期現象</li> <li>10.參數值增加時，基本圖形不變</li> <li>11.參數值變化與上下界距離無關，與圖形範圍無關</li> <li>12.初始輸入值增加時，基本圖形不變</li> <li>13.初始輸入值變化與上下界距離無關</li> <li>14.初始輸入值變大時，圖形範圍變大，且離原點越遠</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Liu 系統</li> <li>2.上下界大於中界</li> <li>3.倍數增加，圖形範圍變大，上下界距離不變</li> <li>4.疊代過程具奇異吸子</li> <li>5.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>6.具有非線性動態過程</li> <li>7.具準週期現象</li> <li>8.參數值增加時，基本圖形不變</li> <li>9.參數值變化與上下界距離無關，與圖形範圍無關</li> <li>10.初始輸入值增加時，基本圖形不變</li> <li>11.初始輸入值變化與上下界距離無關</li> <li>12.初始輸入值變大時，圖形範圍變大，且離原點越遠</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Lorenz 系統</li> <li>2.上下界大於中界</li> <li>3.倍數增加，圖形範圍變大，上下界距離不變</li> <li>4.疊代過程具奇異吸子</li> <li>5.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>6.具有非線性動態過程</li> <li>7.具準週期現象</li> <li>8.參數值增加時，基本圖形不變</li> <li>9.參數值變化與上下界距離無關，與圖形範圍無關</li> <li>10.初始輸入值增加時，基本圖形不變</li> <li>11.初始輸入值變化與上下界距離無關</li> <li>12.初始輸入值變大時，圖形範圍變大，且離原點越遠</li> </ol>

小結：

從圖 4.19 現象分析，以群體現象及系統變化作對比對。在限制條件放寬後，群體行為符合在限制範圍內。由於無法預測未來，會時常變更參數值使系統符合變化，而參數值變化不影響群體效果一個系統由於參數值隨時間而變化，系統本身就視為一個複雜的現象，因此初始輸入值的變化會劇烈影響系統，使得群體所造成整體標準範圍變大，但並不會造成失控。

(2) T-norm 模糊運算

A. 混沌系統為 Chen 系統

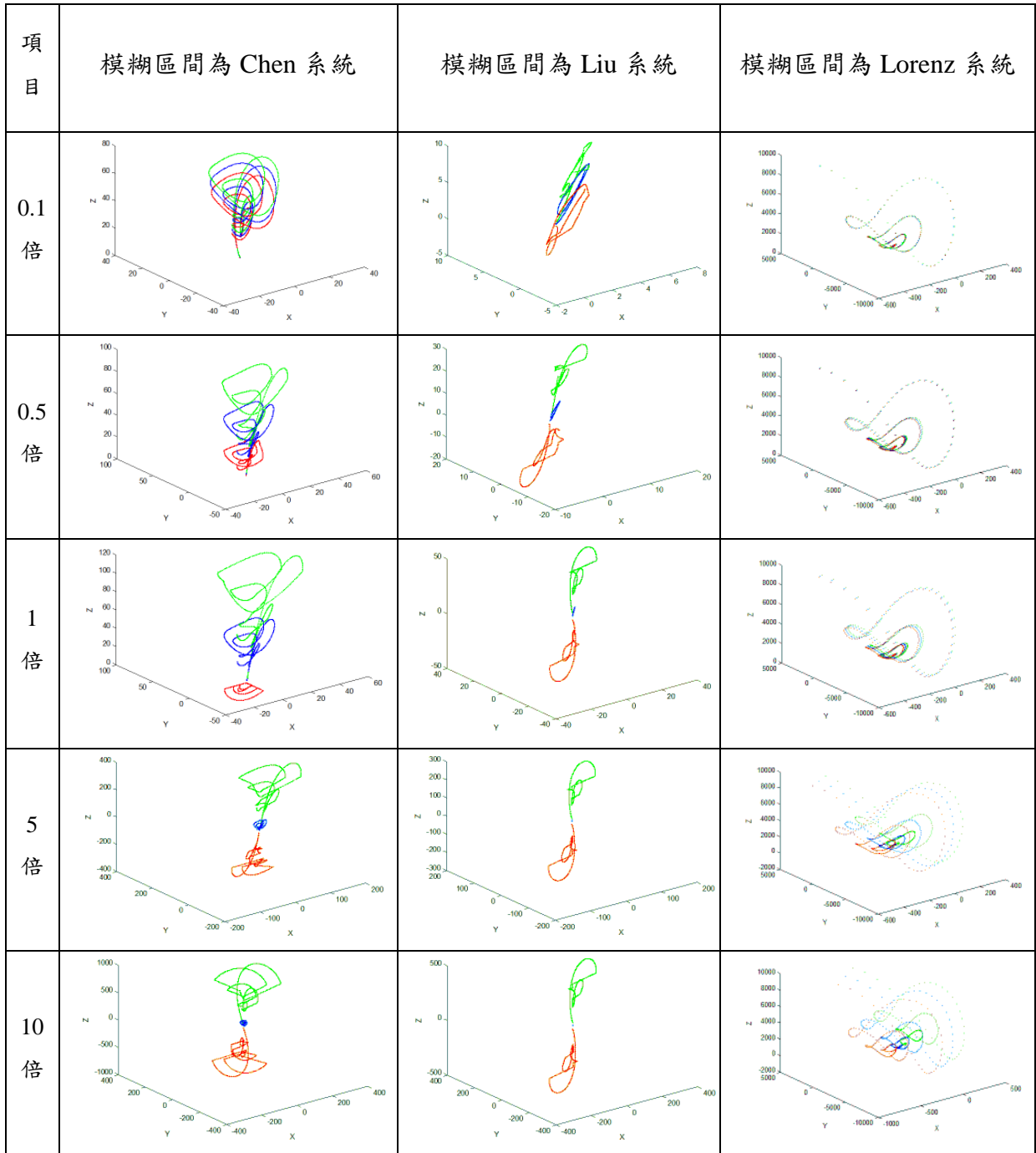


圖 4.20、模糊 Chen 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算

表 4.19、模糊 Chen 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算

項目	模糊區間為 Chen 系統	模糊區間為 Liu 系統	模糊區間為 Lorenz 系統
圖形現象	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Chen 系統</li> <li>2.倍數增加時，上下界距離變大，範圍變大</li> <li>3.疊代過程具奇異吸子</li> <li>4.根據不同初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.具準週期現象</li> <li>7.參數值變化與上下界距離無關，與圖形範圍無關，與圖形變化無關</li> <li>8.初始輸入值變化時，基本圖型不變</li> <li>9.初始輸入值變大時，上中下界範圍變大，上下界距離變小，變化後圖形變相似</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Liu 系統</li> <li>2.倍數增加時，上下界距離變大，範圍變大</li> <li>3.疊代過程具奇異吸子</li> <li>4.根據不同初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.具準週期現象</li> <li>7.參數值變化與上下界距離無關，與圖形範圍無關，與圖形變化無關</li> <li>8.初始輸入值變化時，基本圖型不變</li> <li>9.初始輸入值變大時，上中下範圍變大，上下界距離變短，變化後圖形變相似</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.在 880 次疊代後發散</li> <li>2.倍數增加時，上下界距離變大，圖形範圍不變</li> <li>3.疊代過程不具奇異吸子</li> <li>4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.不具準週期現象</li> <li>7.參數值變化與上下界距離無關，與圖形範圍無關，與圖形變化無關</li> <li>8.初始輸入值變化時，基本圖型不變</li> <li>9.初始輸入值增加時，越容易發散</li> </ol>

小結：

從圖 4.20 現象分析，以群體現象及系統變化作對比對。群體間互相影響使得管控範圍變大。由於無法預測未來，會時常變更參數值使系統符合變化，而參數值變化不影響群體效果。一個系統由於參數值隨時間而變化，系統本身就視為一個複雜的現象，因此初始輸入值變化會使群體互相影響，造成整體標準範圍變大，而範圍過大可能會導致失控。

## B. 混沌系統為 Liu 系統

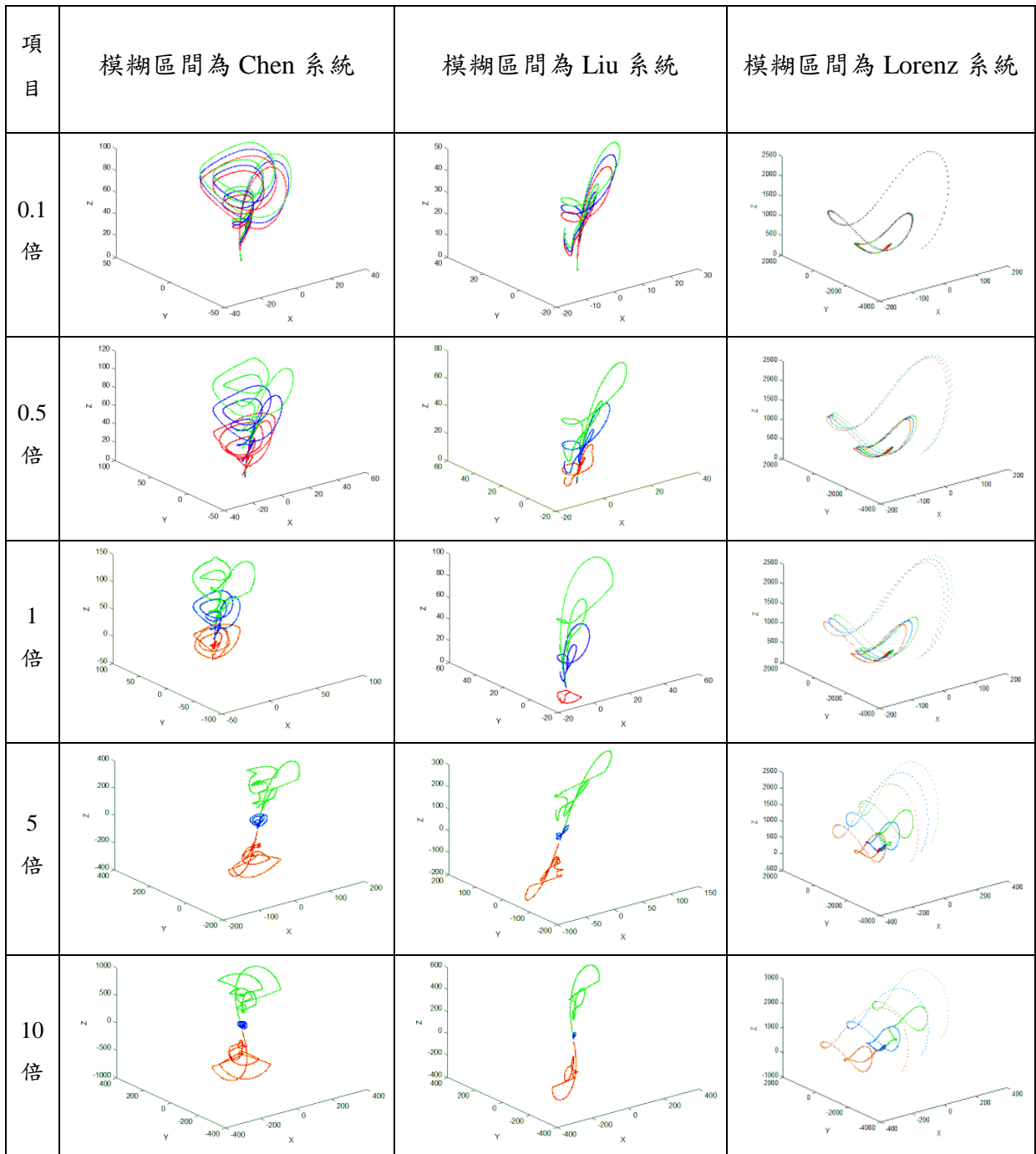


圖 4.21、模糊 Liu 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算

表 4.20、模糊 Liu 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算

項目	模糊區間為 Chen 系統	模糊區間為 Liu 系統	模糊區間為 Lorenz 系統
圖形現象	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Chen 系統</li> <li>2.倍數變化時，基本圖形不變</li> <li>3.倍數增加時，上下界距離變大，上下界範圍變大</li> <li>4.疊代過程具奇異吸子</li> <li>5.根據不同初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>6.具有非線性動態過程</li> <li>7.具準週期現象</li> <li>8.參數值變化與上下界距離無關，與圖形範圍無關，與圖形變化無關</li> <li>9.初始輸入值變化時，基本圖型不變</li> <li>10.初始輸入值變大時，上中下界範圍變大，上下界距離變小，變化後圖形變相似</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Liu 系統</li> <li>2.倍數變化時，基本圖形不變</li> <li>3.倍數增加時，上下界距離變大，上下界範圍變大</li> <li>4.疊代過程具奇異吸子</li> <li>5.根據不同初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>6.具有非線性動態過程</li> <li>7.具準週期現象</li> <li>8.參數值變化與上下界距離無關，與圖形範圍無關，與圖形變化無關</li> <li>9.初始輸入值變大時，上中界圖形範圍先變校在變大，變化後比原圖大，下界圖形範圍變大</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.在 880 次疊代後發散</li> <li>2.倍數增加時，上下界距離變大，圖形範圍不變</li> <li>3.疊代過程不具奇異吸子</li> <li>4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.不具準週期現象</li> <li>7.參數值變化與上下界距離無關，與圖形範圍無關，與圖形變化無關</li> <li>8.初始輸入值變化時，基本圖型不變</li> <li>9.初始輸入值增加時，越容易發散</li> </ol>

小結：

從圖 4.21 現象分析，以群體現象及系統變化作對比對。群體間互相影響使得管控範圍變大。由於無法預測未來，會時常變更參數值使系統符合變化，而參數值變化不影響群體效果。一個系統由於參數值隨時間而變化，系統本身就視為一個複雜的現象，因此初始輸入值變化會使群體互相影響，造成整體標準範圍變大，而範圍過大可能會導致失控。

### C. 混沌系統為 Lorenz 系統

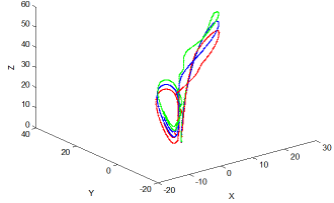
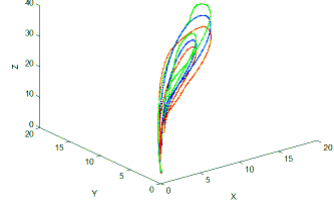
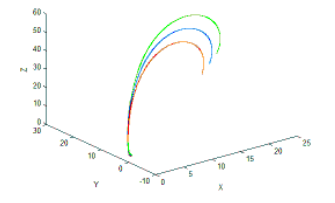
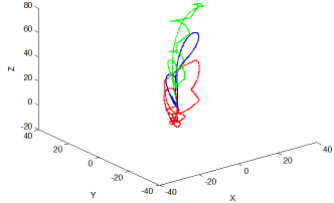
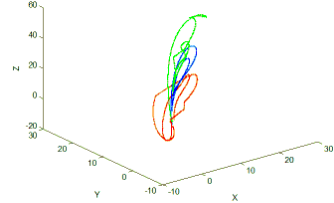
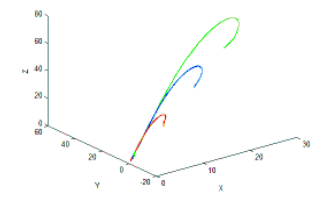
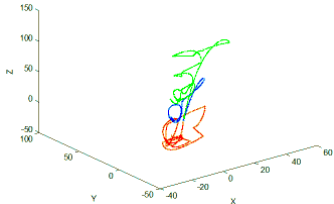
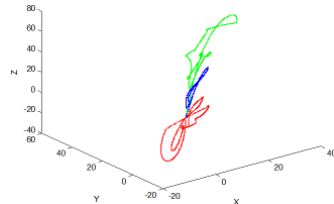
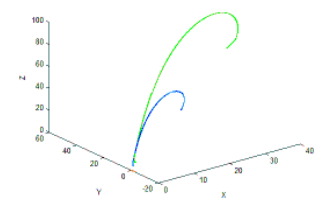
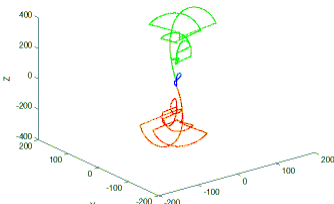
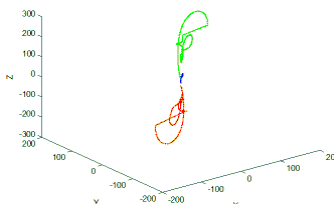
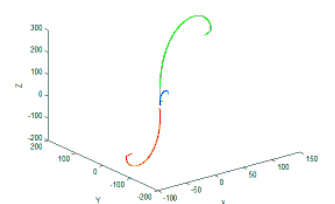
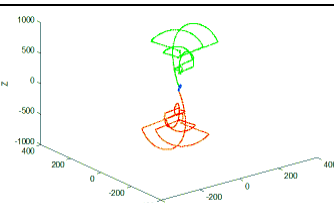
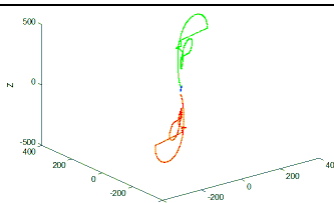
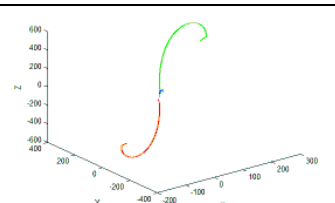
項目	模糊區間為 Chen 系統	模糊區間為 Liu 系統	模糊區間為 Lorenz 系統
0.1 倍			
0.5 倍			
1 倍			
5 倍			
10 倍			

圖 4.22、模糊 Lorenz 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算

表 4.21、模糊 Lorenz 系統初始輸入值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算

項目	模糊區間為 Chen 系統	模糊區間為 Liu 系統	模糊區間為 Lorenz 系統
圖形現象	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Chen 系統</li> <li>2.倍數增加時，上下界距離變大，圖形範圍變大</li> <li>3.疊代過程具奇異吸子</li> <li>4.根據不同初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.具準週期現象</li> <li>7.參數值變化與上下界距離無關，與圖形範圍無關，與圖形變化無關</li> <li>8.初始輸入值變化時，基本圖型不變</li> <li>9.初始輸入值變大時，上中下界範圍變大，上下界距離變小，變化後圖形變相似</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Liu 系統</li> <li>2.倍數增加時，上下界距離變大，圖形範圍變大</li> <li>3.疊代過程具奇異吸子</li> <li>4.根據不同初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.具準週期現象</li> <li>7.參數值變化與上下界距離無關，與圖形範圍無關，與圖形變化無關</li> <li>8.初始輸入值變化時，基本圖型不變</li> <li>9.初始輸入值變大時，上中下界範圍變大，上下界距離變小，變化後圖形變相似</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似鈎子狀</li> <li>2.倍數變化時，上下界距離不變，圖形範圍增加</li> <li>3.在 1 倍數內時，上界大於中界大於下界，且圖形同一方向</li> <li>4.超過 1 倍，上下界圖形不同方向</li> <li>4.疊代過程不具奇異吸子</li> <li>5.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>6.具有非線性動態過程</li> <li>7.不具準週期現象</li> <li>8.參數值變化與上下界距離無關，與圖形範圍無關</li> <li>9.初始輸入值增加時，上下界圖形為同一方向，圖形變為多不規則鈎子狀</li> </ol>

小結：

從圖 4.22 現象分析，以群體現象及系統變化作對比對。群體間互相影響使得管控範圍變大。由於無法預測未來，會時常變更參數值使系統符合變化，而參數值變化不影響群體效果。一個系統由於參數值隨時間而變化，系統本身就視為一個複雜的現象，因此初始輸入值變化會使群體互相影響，造成整體標準範圍變大，而範圍過大可能會導致失控。

### 3. 參數與初始輸入值模糊區間混沌化

#### (1) $\alpha$ -cut 模糊運算

##### A. 混沌系統為 Chen 系統

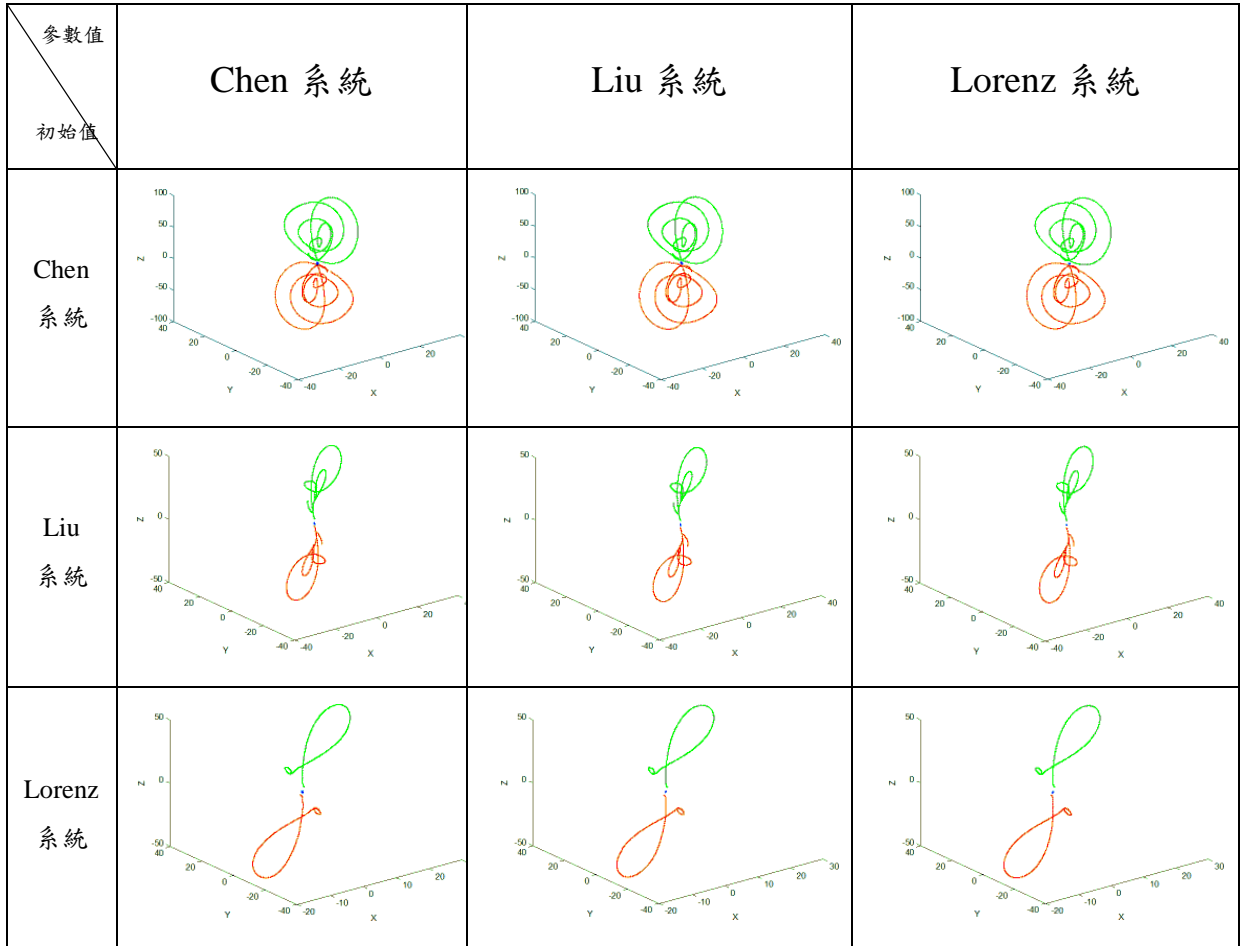


圖 4.23、模糊 Chen 系統參數與輸入初始值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算



表 4.22、模糊 Chen 系統參數與輸入初始值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算

參數值 初始值	Chen 系統	Liu 系統	Lorenz 系統
圖 形 現 象	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Chen 系統</li> <li>2.上下界大於中界</li> <li>3.疊代過程具奇異吸子</li> <li>4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.具準週期現象</li> <li>7.參數值變化與圖形變化無關</li> <li>8.初始輸入值變化時，圖形基本形不變</li> <li>9.初始輸入值變大時，圖形範圍變大</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Liu 系統</li> <li>2.上下界大於中界</li> <li>3.疊代過程具奇異吸子</li> <li>4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.具準週期現象</li> <li>7.參數值變化與圖形變化無關</li> <li>8.初始輸入值變化時，圖形基本形不變</li> <li>9.初始輸入值變大時，圖形範圍變大</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Lorenz 系統</li> <li>2.上下界大於中界</li> <li>3.疊代過程具奇異吸子</li> <li>4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5.具有非線性動態過程</li> <li>6.具準週期現象</li> <li>7.參數值變化與圖形變化無關</li> <li>8.初始輸入值變化時，圖形基本形不變</li> <li>9.初始輸入值變大時，圖形範圍變大</li> </ol>

小結：

從圖 4.23 現象分析，以群體現象及系統變化作對比對。群體間互相影響使得管控範圍變大。由於無法預測未來，會時常變更參數值使系統符合變化，而參數值變化不影響群體效果。一個系統由於參數值隨時間而變化，系統本身就視為一個複雜的現象，因此初始輸入值變化會使群體互相影響，造成整體標準範圍變大，但並不會造成失控。

B. 混沌系統為 Liu 系統

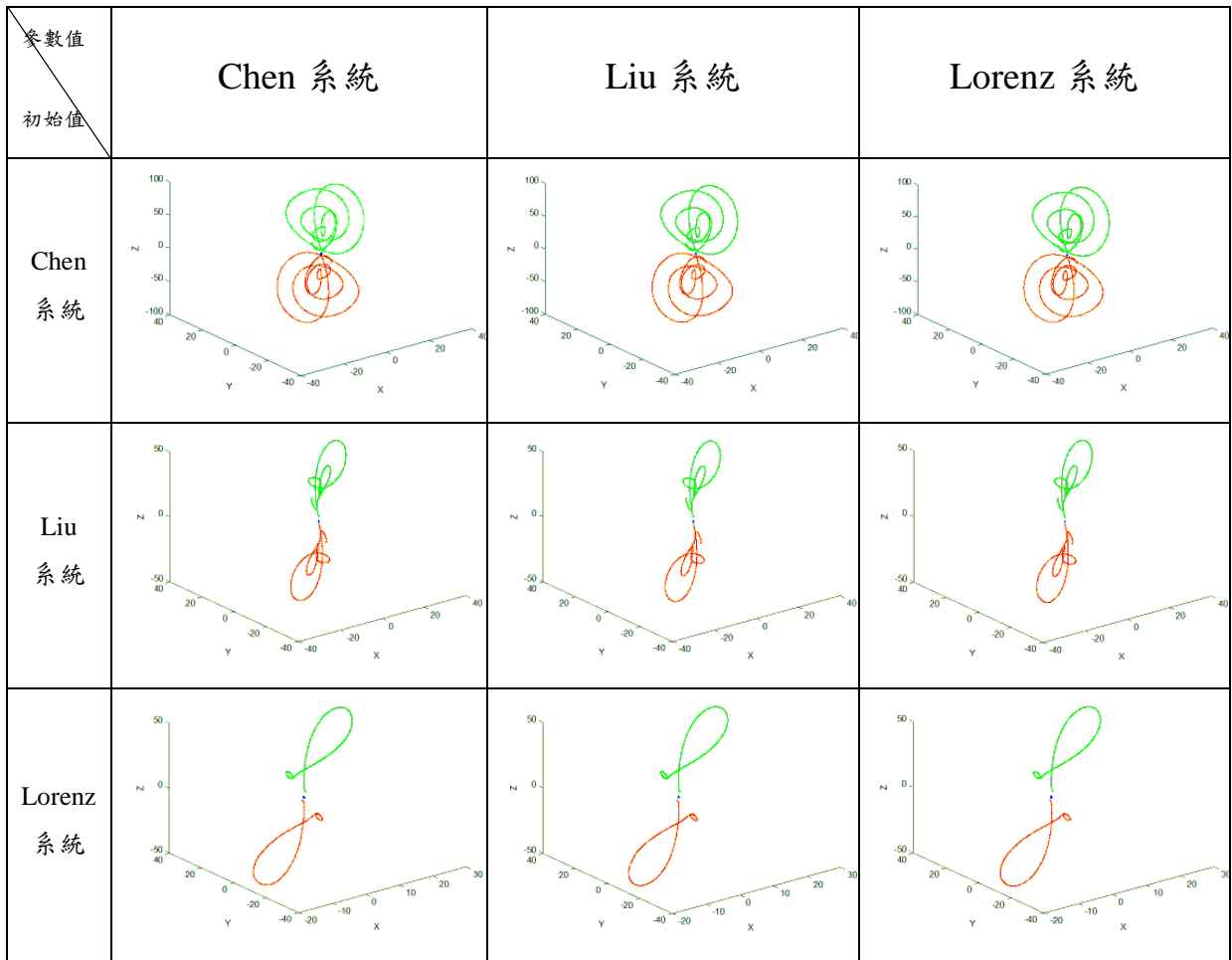


圖 4.24、模糊 Liu 系統參數與輸入初始值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算

表 4.23、模糊 Liu 系統參數與輸入初始值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算

參數值 初始值	Chen 系統	Liu 系統	Lorenz 系統
圖 形 現 象	1.圖形類似 Chen 系統 2.上下界大於中界 3.疊代過程具奇異吸子 4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴 5.具有非線性動態過程 6.具準週期現象 7.參數值變化與圖形變化無關 8.初始輸入值變化時，圖形基本形不變 9.初始輸入值變大時，圖形範圍變大	1.圖形類似 Liu 系統 2.上下界大於中界 3.疊代過程具奇異吸子 4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴 5.具有非線性動態過程 6.具準週期現象 7.參數值變化與圖形變化無關 8.初始輸入值變化時，圖形基本形不變 9.初始輸入值變大時，圖形範圍變大	1.圖形類似 Lorenz 系統 2.上下界大於中界 3.疊代過程具奇異吸子 4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴 5.具有非線性動態過程 6.具準週期現象 7.參數值變化與圖形變化無關 8.初始輸入值變化時，圖形基本形不變 9.初始輸入值變大時，圖形範圍變大

小結：

從圖 4.24 現象分析，以群體現象及系統變化作對比對。群體間互相影響使得管控範圍變大。由於無法預測未來，會時常變更參數值使系統符合變化，而參數值變化不影響群體效果。一個系統由於參數值隨時間而變化，系統本身就視為一個複雜的現象，因此初始輸入值變化會使群體互相影響，造成整體標準範圍變大，但並不會造成失控。

C. 混沌系統為 Lorenz 系統

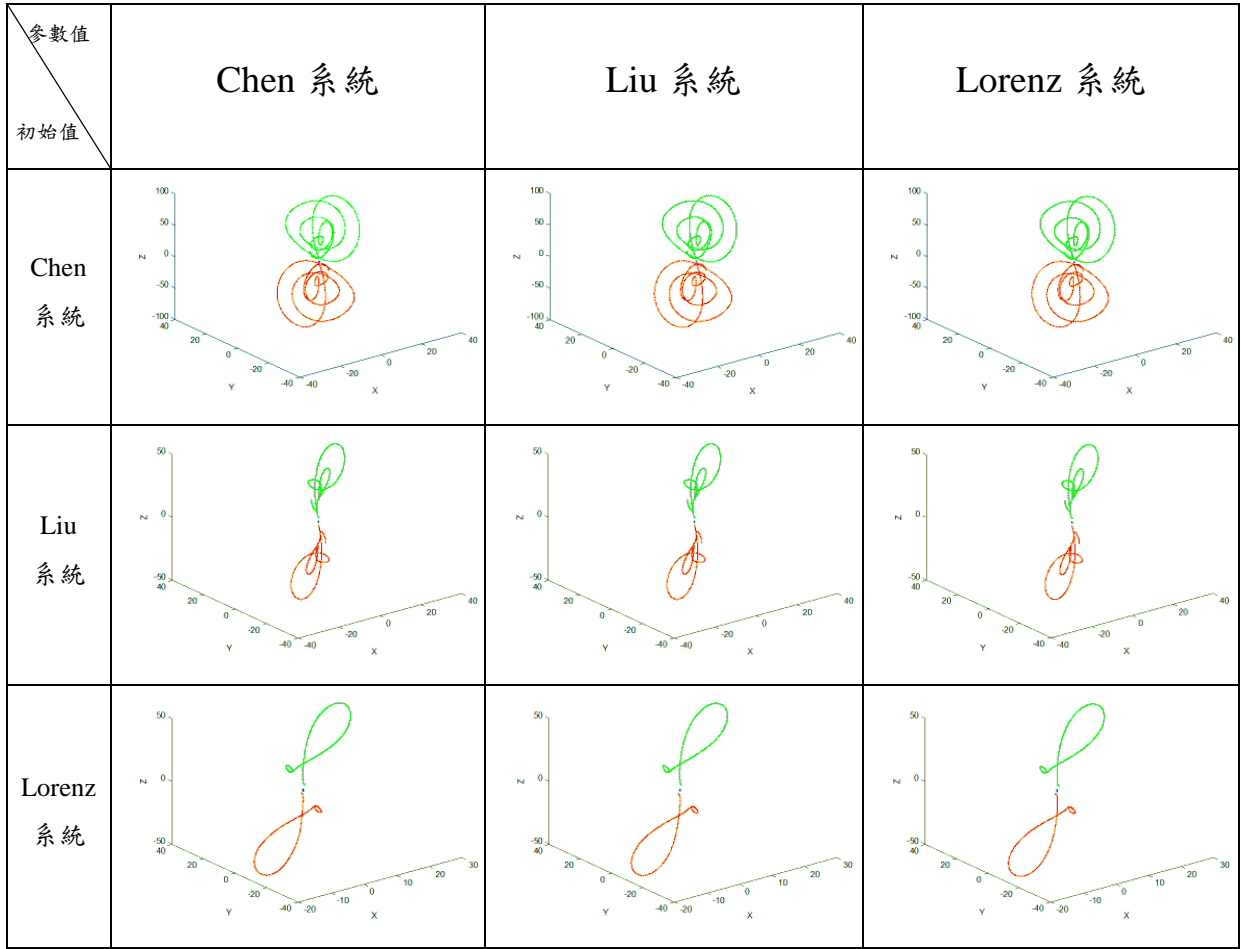


圖 4.25、模糊 Lorenz 系統參數與輸入初始值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算

表 4.24、模糊 Lorenz 系統參數與輸入初始值，該模糊區間混沌化，以  $\alpha$ -cut 模糊運算

參數值 初始值	Chen 系統	Liu 系統	Lorenz 系統
圖 形 現 象	1.圖形類似 Chen 系統 2.上下界大於中界 3.疊代過程具奇異吸子 4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴 5.具有非線性動態過程 6.具準週期現象 7.參數值變化與圖形變化無關 8.初始輸入值變化時，圖形基本形不變 9.初始輸入值變大時，圖形範圍變大	1.圖形類似 Liu 系統 2.上下界大於中界 3.疊代過程具奇異吸子 4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴 5.具有非線性動態過程 6.具準週期現象 7.參數值變化與圖形變化無關 8.初始輸入值變化時，圖形基本形不變 9.初始輸入值變大時，圖形範圍變大	1.圖形類似 Lorenz 系統 2.上下界大於中界 3.疊代過程具奇異吸子 4.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴 5.具有非線性動態過程 6.具準週期現象 7.參數值變化與圖形變化無關 8.初始輸入值變化時，圖形基本形不變 9.初始輸入值變大時，圖形範圍變大

小結：

從圖 4.25 現象分析，以群體現象及系統變化作對比對。群體間互相影響使得管控範圍變大。由於無法預測未來，會時常變更參數值使系統符合變化，而參數值變化不影響群體效果。一個系統由於參數值隨時間而變化，系統本身就視為一個複雜的現象，因此初始輸入值變化會使群體互相影響，造成整體標準範圍變大，但並不會造成失控。

(2) T-norm 模糊運算

A. 混沌系統為 Chen 系統

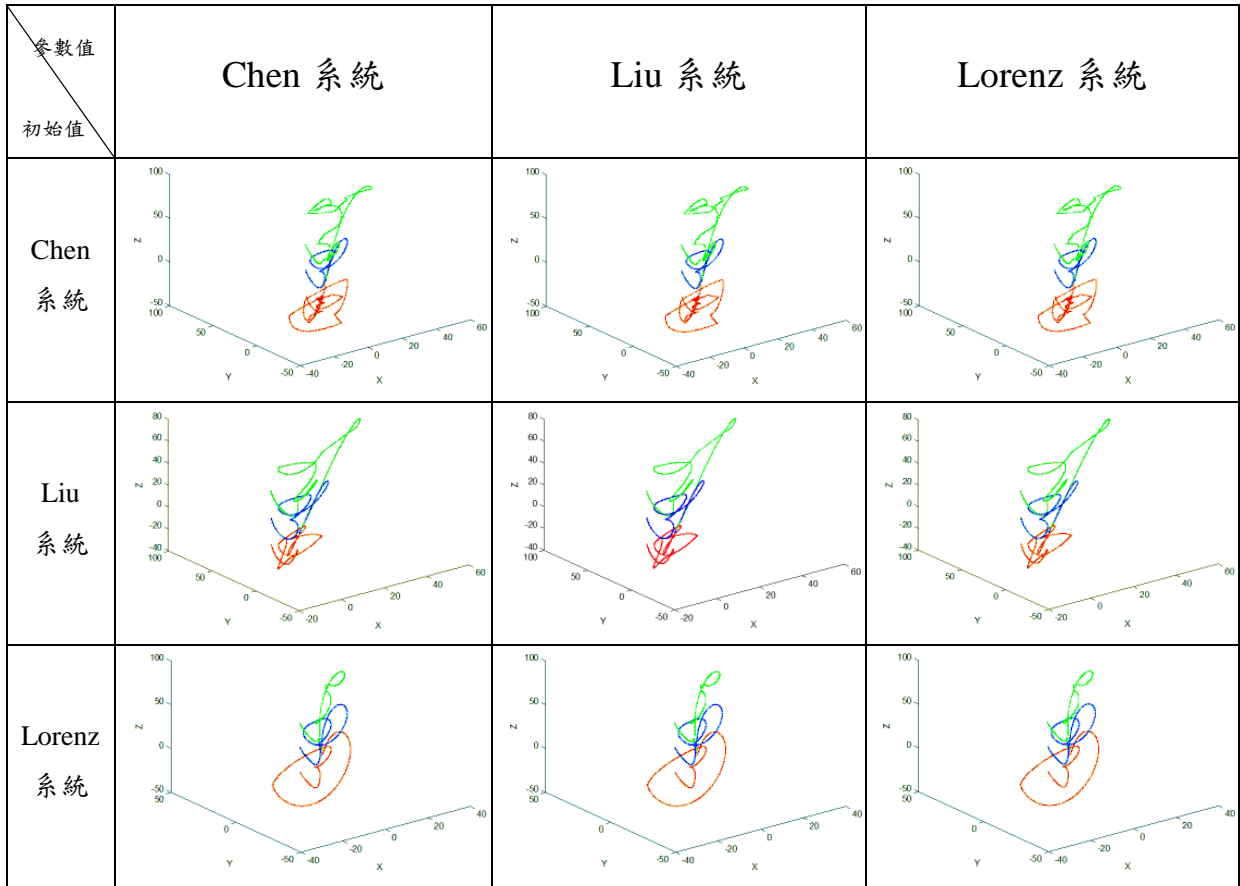


圖 4.26、模糊 Chen 系統參數與初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 T-norm 模糊運算

表 4.25、模糊 Chen 系統參數與初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 T-norm 模糊運算

參數值 初始值	Chen 系統	Liu 系統	Lorenz 系統
圖形現象	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Chen 系統</li> <li>2.疊代過程具奇異吸子</li> <li>3.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>4.具有非線性動態過程</li> <li>5.具準週期現象</li> <li>6.參數值變化時，圖形基本型不變</li> <li>7.參數值變化時，與上下界距離無關</li> <li>8.參數值增加時，上中界範圍變大，下界範圍變小，複雜度變大</li> <li>9.初始輸入值變化時，圖型基本形不變</li> <li>10.初始輸入值變大時，上下界距離變小，圖形範圍變大，圖形變相似且變複雜</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Chen 系統</li> <li>2.疊代過程具奇異吸子</li> <li>3.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>4.具有非線性動態過程</li> <li>5.具準週期現象</li> <li>6.參數值變化時，圖形基本型不變</li> <li>7.參數值變化時，與上下界距離無關</li> <li>8.參數值增加時，上中下界範圍變大，且複雜度變大</li> <li>9.初始輸入值變化時，圖型基本形不變</li> <li>10.初始輸入值變大時，上下界距離變小，上下界範圍變大，圖形變相似且變複雜</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Chen 系統</li> <li>2.疊代過程具奇異吸子</li> <li>3.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>4.具有非線性動態過程</li> <li>5.具準週期現象</li> <li>6.參數值變化時，圖形基本型不變</li> <li>7.參數值變化時，與上下界距離無關</li> <li>7.參數值增加時，上中界範圍變大，下界範圍變小，複雜度變大</li> <li>8.初始輸入值變化時，圖型基本形不變</li> <li>9.初始輸入值變化時，圖形基本形不變</li> <li>10.初始輸入值變大時，上下界距離變小，上下界範圍變大，圖形變相似且變複雜</li> </ol>

小結：

從圖 4.26 現象分析，以群體現象及系統變化作對比對。群體間互相影響受初始輸入值影響變化最劇烈，會造成對上下標準不同的情況。由於無法預測未來，會時常變更參數值使系統符合變化，而參數值變化對群體行為不具影響性。一個系統由於參數值隨時間而變化，系統本身就視為一個複雜的現象，因此初始輸入值變化會使群體之間互相要求限制且複雜化。

## B. 混沌系統為 Liu 系統

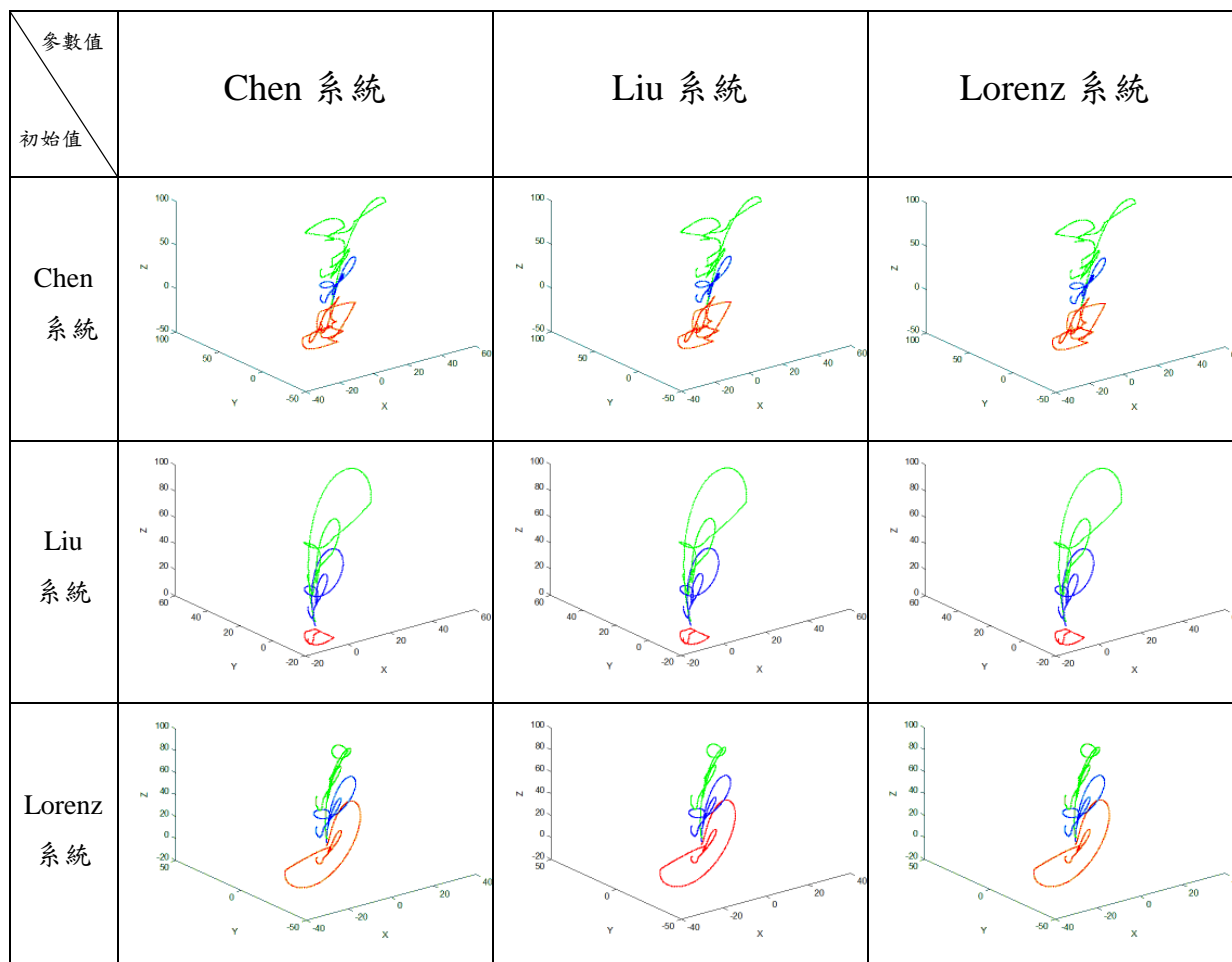


圖 4.27、模糊 Liu 系統參數與初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 T-norm 模糊運算



表 4.26、模糊 Liu 系統參數與初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 T-norm 模糊運算

參數值 初始值	Chen 系統	Liu 系統	Lorenz 系統
圖形現象	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Liu 系統</li> <li>2.疊代過程具奇異吸子</li> <li>3.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>4.具有非線性動態過程</li> <li>5.具準週期現象</li> <li>6.參數值變化時，圖形基本型不變，上下界距離不變</li> <li>7.參數值增加時，上中界範圍變小</li> <li>8.初始輸入值變化時，圖形基本型不變</li> <li>9.初始輸入值變大時，上中界範圍先變小再變大，下界先變大再變小，上下界變化後比原範圍大，變後上中下圖形變相似且變複雜</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Liu 系統</li> <li>2.疊代過程具奇異吸子</li> <li>3.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>4.具有非線性動態過程</li> <li>5.具準週期現象</li> <li>7.參數值變化時，圖形基本型不變，上下界距離不變</li> <li>8.參數值增加時，上中界範圍先變小再變大且變長，下界範圍變小且變長</li> <li>9.初始輸入值變化時，圖形基本型不變</li> <li>10.初始輸入值變大時，上中界範圍先變小再變大，下界先變大再變小，變化後比原範圍大，變化後圖形變相似且變複雜</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.圖形類似 Liu 系統</li> <li>2.疊代過程具奇異吸子</li> <li>3.根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>4.具有非線性動態過程</li> <li>5.具準週期現象</li> <li>7.參數值變化時，圖形基本型不變</li> <li>8.參數值增加時，上界範圍變小，下界範圍先變大再變小，比原下界大</li> <li>9.初始輸入值變化時，圖形基本型不變</li> <li>10.初始輸入值變大時，上中下界範圍先變小再變大，變化後比原範圍大且變複雜</li> </ol>

小結：

從圖 4.27 現象分析，以群體現象及系統變化作對比對。群體間互相影響受初始輸入值影響變化最劇烈，會造成對上下標準不同的情況。由於無法預測未來，會時常變更參數值使系統符合變化，而參數值變化對群體行為不具影響性。一個系統由於參數值隨時間而變化，系統本身就視為一個複雜的現象，因此初始輸入值變化會使群體之間互相要求限制且複雜化。

C. 混沌系統為 Lorenz 系統

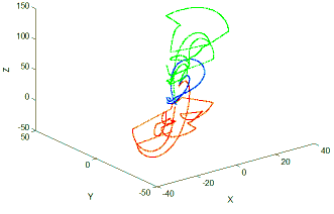
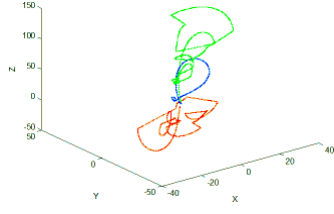
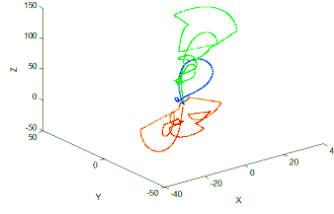
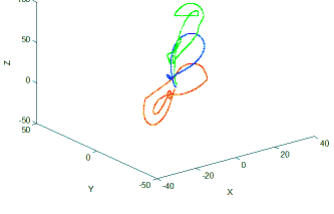
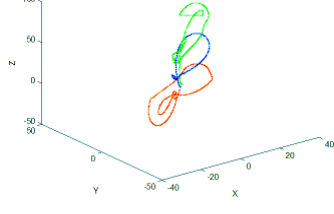
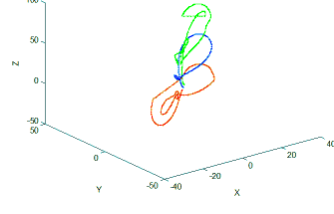
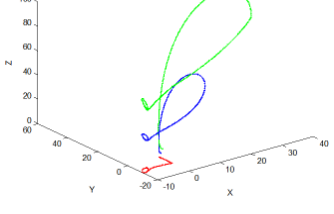
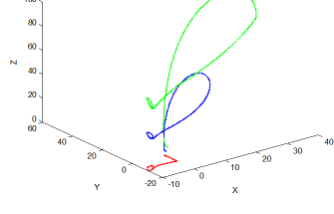
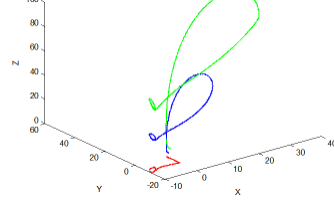
參數值 初始值	Chen 系統	Liu 系統	Lorenz 系統
Chen 系統			
Liu 系統			
Lorenz 系統			

圖 4.28、模糊 Lorenz 系統參數與初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 T-norm 模糊運算

表 4.27、模糊 Lorenz 系統參數與初始輸入值，該模糊區間混沌化，以 T-norm 模糊運算

參數值 初始值	Chen 系統	Liu 系統	Lorenz 系統
現象說明	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 圖形類似 Lorenz 系統</li> <li>2. 疊代過程具奇異吸子</li> <li>3. 根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>4. 具有非線性動態過程</li> <li>5. 具準週期現象</li> <li>6. 參數值變化時，上下界範圍不變，基本型不變</li> <li>7. 參數值增加時，上下界距離變大</li> <li>8. 初始輸入值變化時，上下界距離不變，基本型不變</li> <li>9. 初始輸入值變大時，上下界圖形變簡單</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 圖形類似 Lorenz 系統</li> <li>2. 上界大於中界大於下界</li> <li>3. 疊代過程具奇異吸子</li> <li>4. 根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5. 具有非線性動態過程</li> <li>6. 具準週期現象</li> <li>7. 參數值變化時，上下借距離不變，基本型不變</li> <li>8. 參數值增加時，上下界範圍變小</li> <li>9. 初始輸入值變化時，基本型不變</li> <li>10. 初始輸入值變大時，左方奇異吸子範圍變大，右方奇異吸子範圍變小，上下界圖形變簡單</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 圖形類似 Lorenz 系統</li> <li>2. 下界大於中界大於上界</li> <li>3. 疊代過程具奇異吸子</li> <li>4. 根據不同參數與初始變數的結果，具有對初始值敏感依賴</li> <li>5. 具有非線性動態過程</li> <li>6. 具準週期現象</li> <li>7. 參數值變化時，基本型不變，上下界距離不變</li> <li>8. 參數值增加時，上中下界範圍變小</li> <li>9. 初始輸入值變化時，基本型不變</li> <li>10. 初始輸入值變大時，左方奇異吸子範圍變大，右方奇異吸子範圍變小</li> </ol>

小結：

從圖 4.28 現象分析，以群體現象及系統變化作對比對。群體間互相影響受初始輸入值影響變化最劇烈，會造成對上下標準不同的情況。由於無法預測未來，會時常變更參數值使系統符合變化，而參數值變化對群體行為不具影響性。一個系統由於參數值隨時間而變化，系統本身就視為一個複雜的現象，因此初始輸入值變化會使群體之間互相要求限制且複雜化。

#### 4.4 圖形分析-總結

根據上述，二階混沌系統與模糊混沌系統的圖形分析，依照三種衡量指標：是否具混沌現象、模糊度倍數增加、參數與初始輸入值變化。可以歸納出比較特殊的情況，如下表。

表 4.28、總結圖形分析

項目	不具混沌現象	模糊度倍數增加	參數與初始輸入值變化
圖形現象	1.二階混沌系統 2.模糊初始輸入值的 $\alpha$ -cut 模糊運算 3.初始輸入值，模糊區間以 Lorenz 混沌化	1.上下界距離變大在 1 到 2 倍之外，圖形發散 2.上下界圖形範圍變化不同	1.參數值變化與上下界距離、圖形範圍和圖形變化較無關 2.初始輸入值對圖形影響較參數值大

## 第五章 結論

### 5.1 二階混沌系統

傳統混沌系統以圖呈現時，皆具有穩定性的圖形。圖形變化會因給予的參數與初始輸入值的不同，而得到完全相異的圖形以這種概念觀察現今的企業現象，可以發現發展穩定的企業對於本身的企業，文化相當重視。豐田汽車的經營理念是即時生產(JIT)，從 1933 年創業至今約 80 年，經歷許多危機，其中以 2010 年剎車事件最為嚴重。但這並不影響豐田是世界第一大汽車廠的地位。假設將豐田汽車當作一個混沌系統，其經營理念就會是混沌系統中的奇異吸子，而從過去到現在經歷的危機可視為干擾源，公司每天的變化都可視為對初始值變化，導致後續的劇烈變化，而這些變化都是非線性無法預測的。從豐田汽車公司得發展例子，能視企業發展為混沌系統，具有混沌現象。

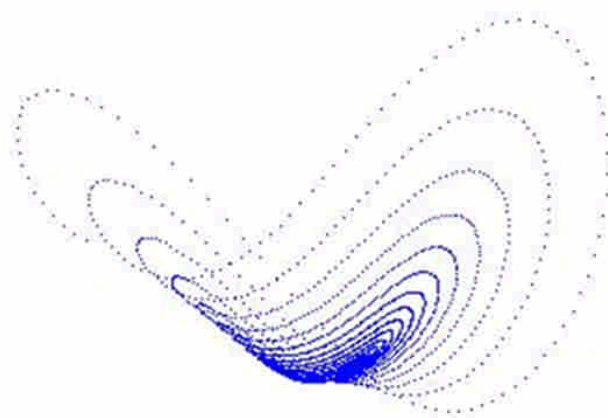


圖 5.1、二階混沌系統圖形現象-向外發散

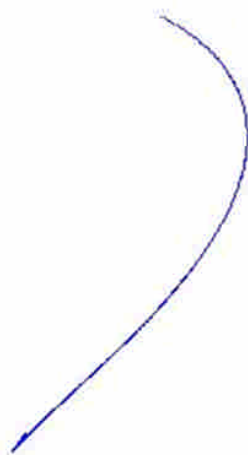


圖 5.2、二階混沌系統圖形現象-收斂

根據圖 4.4、圖 4.5 和圖 4.6，二階混沌系統的圖形現象，可分為兩類：(1)向外發散，如圖 5.1，(2)收斂，如圖 5.2。由於企業的運作可視為混沌現象，因此這兩種現象可以說明，維持公司的運作必有許多的變動：系統的導入、人事調動、新進人員、插單、...等，變化會影響企業的成長，而二階混沌系統所呈現的圖形現象，可以描述企業成長中的困境，以下將分為兩類作說明：

### 1. 盲目擴張：

二階混沌系統中的圖 5.1 現象之「向外發散」，可以簡單地描述該現象。目前餐飲業有許多型式以火鍋店或飲料店為主。火鍋店與飲料店的進入門檻低，因此有許多類似的火鍋店與飲料店陸陸續續開店。這些店不全都具備特色或是競爭能力。因此，斷斷續續有許多店倒閉，也陸續有許多店開張。從火鍋店與飲料店發展觀察，可以發現許多店有如曇花一現。娛樂業在過去曾經風靡一陣子的保齡球館，也具有類似的現象，一窩蜂的創業。球館增加，但消費人數卻不見增長，因此在互相競爭的情況下，只殘存較具規模、具多樣性娛樂設施及人口較集中的球館。

### 2. 過度保守：

因此二階混沌系統圖 5.2 現象之「收斂」，可以簡單地描述該現象。在餐飲業中有些是當地特產美食。以台南度小月擔仔麵為例，早從清光緒年間就已存在，至今有 110 年歷史，極具知名度。有 100 多年的時間應足以成為世界知名的品牌，但卻只在台南地區，甚至是台灣地區聞名，顯然發展較為保守。台南莉莉水果店，營業形式由疏果攤改為水果批發，進而至今的販賣水果、果汁、刨冰等。在中秋佳節以販賣送禮的麻豆文旦、白柚為主，創業至今有 60 年歷史，僅聞名於台灣地區。

## 5.2 模糊混沌系統

### 5.2.1 模糊混沌

在現實情況下，管理過程無法清晰地表示規範、數量化、最適化等現象。管理是一種驅動、示例、約束的過程。因此，可用模糊化的方式，來涵蓋管理上可能發生的所有變化。因此模糊混沌的圖形，會呈現三種情況

的變化，以圖 4.7 為例，中間值為原始圖形，可以表示為個人在管理過程的行為現象，上下界可表示群體在管理過程互相影響後的行為現象。

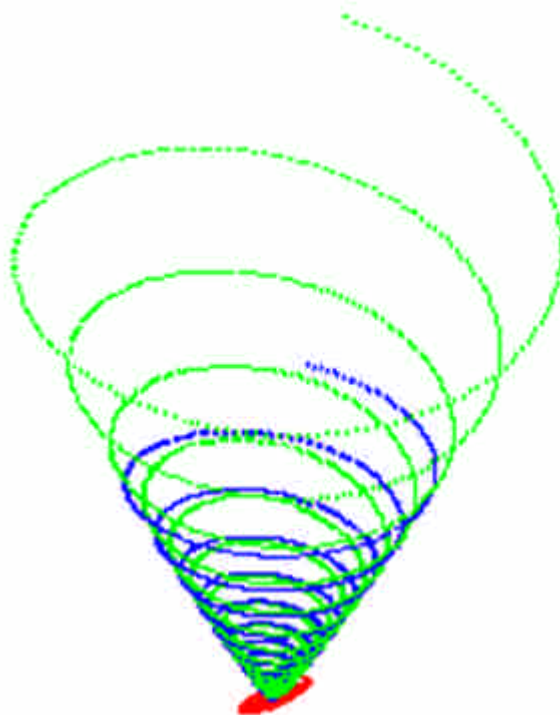


圖 5.3、模糊混沌系統圖形現象-逐漸擴大



圖 5.4、模糊混沌系統圖形現象-範圍狹小

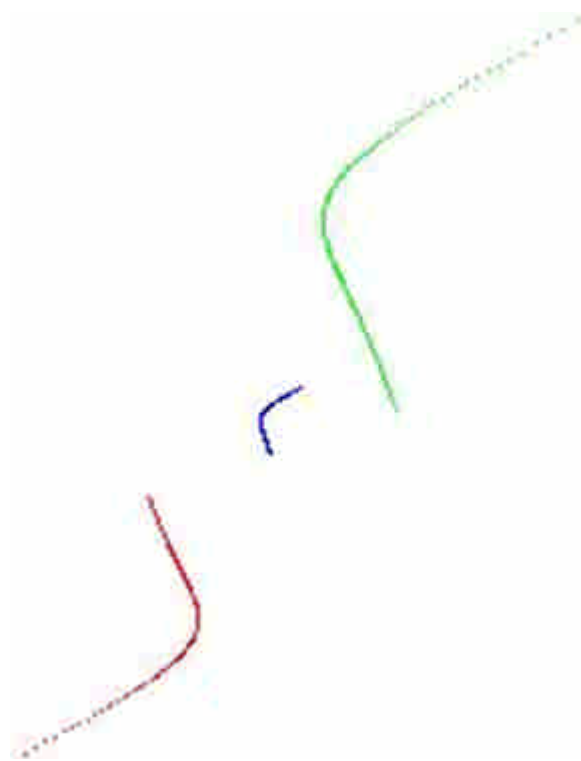


圖 5.5、模糊混沌系統圖形現象-初期和後期變化大

根據圖 4.7、圖 4.8、圖 4.9 和圖 4.10，模糊混沌的圖形現象，可分為三類：(1)逐漸擴大，如圖 5.3，(2)範圍狹小，如圖 5.4，(3)初期和後期變化大，如圖 5.5。以人員徵才、員工訓練和管理過程來看，會因企業背景文化的差異選用適當的員工。這些新進人員透過員工訓練，會更加了解該企業文化和運作模式。實際進入企業工作後，會因能力差別或同事互相間影響而晉升或辭職。模糊混沌所呈現的圖形現象，可以描述企業員工間互相影響的情況，以下將分為三類作說明：

### 1. 員工持續晉升

模糊混沌系統中的圖 5.3 現象之「逐漸擴大」，可以簡單地描述業務員逐漸向上發展的現象。在南山人壽保險公司，人員錄用的標準並無太多限制，只要通過考試就能進入南山。透過南山強大且完善的教育訓練體制，新進成員都能學習到許多技巧與知識。每個業務員每個月都有最低限度的業績必須達到，但沒有上限的要求。因此，業務員能憑自身能力開創自己的事業。反觀，台灣房仲業於民國 75 年以前，如初生之犢，從中人、跑單、暗買、樓面開始蓬勃發展，但在 78 年下半年景氣反轉後，整個樓面試場如排山倒海般萎縮，縱使有些業者急於轉入店頭，但人員素養，作業習慣都



無法適應，終究回天乏術。以房仲業來看過度發展的企業，如果沒有掌握市場的利基與轉折契機，則可能會面臨危機。

## 2. 員工限制嚴謹

模糊混沌系統中的圖 5.4 現象之「範圍狹小」，可以簡單地描述在軍人受嚴格訓練與控制的現象。軍人在人員選用時，都有嚴格的標準，諸如體型、疾病、體適能、身家調查等。入伍後接受嚴格訓練，同袍間互相牽制影響，因此容易管控。職業軍人都會到達可退役年齡或退休年齡才退伍，因此，職業軍人的流動率相當低且穩定。

## 3. 員工流動率不穩定

模糊混沌系統中的圖 5.5 現象之「初期和後期變化大」，可以簡單地描述在科技業高壓力下，員工的行為現象。以高科技產業為例，在人才培育為本極執著的培育下，有許多人才進入科技業，初期壓力大的環境，使得許多新近的員工程受不了壓力而離職；留下來的經過培養，逐漸晉升。而這些留下來的主管，每個必定都有過人之處及不同的個人見解。因此，在同僚間互相影響，加上長期的巨大壓力，會有些人員跳槽、離職或轉換跑道。

### 5.2.2 模糊區間混沌化

個人行為會影響到群體行為，群體行為會改變社會發展。因此社會結構的變化就類似模糊混沌系統。由於存在社會中的各種群體亦會互相影響，因此在涵蓋群體現象的模糊區間應具有混沌現象，才能以模糊混沌系統呈現社會的變動。



圖 5.6、模糊區間混沌化之圖形現象-範圍狹小



圖 5.7、模糊區間混沌化之圖形現象-上中下圖形固定，但距離遠



圖 5.8、模糊區間混沌化之圖形現象-下界範圍較上界大



圖 5.9、模糊區間混沌化之圖形現象-上界範圍較下界大



圖 5.10、模糊區間混沌化之圖形現象-上下界範圍不穩定



圖 5.11、模糊區間混沌化之圖形現象-上下擴散大，中間極小

根據圖 4.11 到圖 4.28，對模糊混沌系統，該模糊區間混沌化的圖形現象，可以分為(1)範圍狹小，如圖 5.6，(2)上中下圖形固定，但距離遠，如圖 5.7，(3)下界範圍較上界大，如圖 5.8，(4)上界範圍較下界大，如圖 5.9，(5) 上下界範圍不穩定，如圖 5.10，(6)上下擴散大，中間極小，如圖 5.11。從社會演進來看，每個人的出生背景、個性、種族、習性等都不盡相同，

從人與人的互動，產生群體行為，不同群體有既定的相處模式，如士農工商等。群體與群體間影響，造成社會變遷。而模糊混沌系統之該模糊區間混沌化的圖形現象，能表示這種社會變遷中的變化，以下將分為三類作說明：

### 1. 農業社會

早期農業時代，鄉下生活樸實，貧富差距不大，人們能互相依靠扶持，關係相當密切。而圖 5.6 現象之「範圍狹小」，可以說明早期農村貧富差距小，且生活相當緊密的社會現象。

### 2. 工商業社會

從農業社會進入工業社會，由於生產力增加，人們開始累積個人的財富。而一些知識份子，利用錢滾錢的方式快速增加收入，使原本的貧富差距產生距離。而圖 5.8、圖 5.9 及圖 5.10 之現象，分別為「下界範圍較上界大」、「上界範圍較下界大」及「上下界範圍不穩定」，可以分別表示工商業的轉變，原本貧富差距小，下層人數居多；漸漸的，人們透過生產買賣累積個人財富，使得上下層人數有不一樣的變化；後來出現使用買賣投資的方式賺取大量利潤，快速拉大上下層距離，使得上層人數大於下層人數。

### 3. M 型社會

在工商業發展前，原本上層、中層和下層的人數發展穩定，加上各層之間不常來往，造成的影響較小，使得各層人數變化穩定，能維持在一定的數量。而如今社會變遷迅速，經過工業革命，在工商業發展下，造成的現象是財富不均，貧富差距懸殊的 M 型社會結構。其中差異最大的例子是，美國人口占全球人口不到 5%，其自然資源消耗量卻佔全球四分之一。在最富裕的國家中，如美國，下層的窮人由於不容易獲得高學歷，也就很難獲得薪水較高的職位，惡性循環下，它的後帶更難獲得高收入的供作，因此貧者更加貧窮；相對的，富者較有能力得到高學歷，透過高學歷得到的知識，間接曾加了富者的財富，而夾在中間的中產階級，由於知識的獲得與許多因素，使財富增減，造成往上發展或是往下墜落。因此，M 型社會現象的過程與形成，與圖 5.7 現象之「上中下圖形固定，距離遠」和圖 5.11 之「上下擴散大，中間極小」相當類似。由於貧富差距甚大，使得上中下

層離得相當遠，漸漸的，中產階級的支出大於收入，除了向上達到富人的收入外，就是落入窮人的世界。因此，這兩種圖形現象，可以表現M型社會形成的過程與結果。

### 5.3 後續研究建議

本研究初探二階混沌系統與模糊混沌系統，模糊度倍數、是否具混沌現象和參數與初始輸入值對圖形現象的影響。延伸研究可以分為以下幾個方向：

1. 探討模糊運算對於非對稱模糊數對圖形現象之影響。
2. 探討對發散之二階混沌系統和模糊混沌系統之控制。



## 參考文獻

### 中文文獻

- [1] John Gribbin 著(2006)/馬自恆譯，深奧的簡潔-從混沌、複雜到地球生命的起源，商周出版社
- [2] 王孔政，高仕峰(2001)，「代理人決策系統之混沌性-以選用資源決策與動態結盟決策為例」，工業工程學刊，第十八卷第二期，82-94 頁。
- [3] 李紅波，劉彩虹(2007)，「SDN 混沌管理初探」，廣西師範大學學報，第四十三卷第四期，66-70 頁。
- [4] 林泓遠(2000)，「混沌理論在股價上的實證研究」，國立中安大學財務管理研究所碩士論文。
- [5] 林妮燕(2000)。混沌理論對教育系統的啟示：以教師法為例。彰化師大教育學報，第一輯，1-26 頁
- [6] 馮麗華(1999)，「運用混沌理論預測企業財務危機」，輔仁大學金融研究所碩士論文。
- [7] 孫志安(1998)，「國際原油價個混沌性值之實證研究」，國立成功大學工業管理研究所碩士論文。
- [8] 陳金木，蔡文杰(2004)，「國名小學學校經營混沌現象敏稅度對組織權力關係重建之預測研究」，教育與心理研究，第二十七卷第三期，483-505 頁。
- [9] 黃登仕，李后強(1993)，非線性經濟學的理論和方法，成都：四川大學出版社。
- [10] 陳信維，(2000)，混沌與碎形理論在時間序列分析之應用，國立台灣科技大學工業管理研究所，碩士論文。
- [11] 秦夢群(1995)，混沌理論在教育行政上之應用。教育與心理研究，18，83-102
- [12] 韓宜芬(1993)，「台灣加權股價指數非現性與混沌現象之研究」，國立成功大學工業管理研究所碩士論文。
- [13] 蘇懋康(1991)，系統動力學原理及應用，上海：上海交通大學出版社。

## 英文文獻

- [1] Akbaba, S. (1999). Expect the unexpected. Elementary principals' reaction towards chaos. Montreal, Quebec : Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, (ERIC Document Reproduction Service No. ED 436820)
- [2] Blair, B. G. (1993). What Does Chaos Theory Have to Offer Educational Administration ? *Journal of School Leadership* v3 n5 p579-596.
- [3] B. Hasselblatt and A. Katok, *A First Course in Dynamics: with a Panorama of Recent Developments*, Cambridge University Press, 2003.
- [4] Briggs, G.D. & Peat, W.D., (1999). *Seven Life Lessons of Chaos: Timeless Wisdom from the Science of Change*. New York: Harper Collins.
- [5] Briggs, G.D. & Peat, W.D., (1999). *Seven Life Lessons of Chaos: Timeless Wisdom from the Science of Change*. New York: Harper Collins.
- [6] Brock, W. A., W. D. Dechert and J. A. Scheinkman (1987), *A Test for Independence Based on the Correlation Dimension*, SSRI Working Paper #8702, University of Wisconsin-Madison.
- [7] Chang, P.-T., 2003, Fuzzy strategic replacement analysis. To appear in *European Journal of Operational Research*.
- [8] Chang, P.-T. and Hung, K.-C., "Applying the fuzzy-weighted-average approach to evaluate network security systems," *Computers and Mathematics with Applications*, vol. 49, pp. 1797–1814 , 2005.
- [9] Chang, P.-T., "Fuzzy Strategic Replacement Analysis," *European Journal of Operational Research*, Vol. 160, pp. 532–559, 2005.
- [10] Chang, P.-T. and Hung, K.-C., " $\alpha$ -cut fuzzy arithmetic: Simplifying rules and a fuzzy function optimization with a decision variable," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 14, pp. 496–510, 2006.
- [11] Chang, P.-T. and Chang, C.-H., "An elaborative unit cost structure-based fuzzy economic production quantity model," *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 43, pp. 1337–1356, 2006.
- [12] Chang, P.-T. and Lin, K.-P., "Study of Fuzzy Arithmetic and Fuzziness Accumulation Controlling Method for System Dynamics with Fuzzy Arithmetic," *Fourth Conference of Operations Research Society of Taiwan*



and 2007 Operations Research Theory and Practice Conference, Hualien, Taiwan, October 26-27, 2007.

- [13] Chen Heng Hui. Chaos synchronization between two different chaotic systems via nonlinear feedback control . *Nonlinear Analysis : Theory , Methods & Applications* , 2009 , 70 (12) :439324401
- [14] Curtis,R.K. (1990). Complexity and predictability:The application of chaos theory to economic forecasting. *Futures Research Quarterly*,6(4),57-70.
- [15] Forrester, J. W., 1961, *Industrial Dynamics*, the MIT Press, Cambridge.
- [16] Forrester, J. W., 1968, *Principles of System*, the MIT Press, Cambridge.
- [17] Garmendia, L., Yager, R.R., Trillas, E. and Salvador, A., 2003, On t-norms based measures of specificity. *Fuzzy Sets and Systems*, 133, 237–248.
- [18] Gleick, J., (1987). *Chaos: Making a new science*. New York: Penguin.
- [19] Glad Deschrijer, 2009, Genralized arithmetic operators and their relationship to t-norm in interval-valued fuzzy set theory, *Fuzzy sets and systems*, v.160 n.21, p. 3080–3102, November, 2009.
- [20] Griffths. D. E., Hart, A. W., & Blair, B. G. (1991). Still another approach to administration : Chaos theory. *Educational Administration Quarterly*, 27(3), 430-451
- [21] Hayles,N.K.(1990). *Chaos bound: Orderly disorder in contemporary literature and science*. Ithaca, NY: Cornell University Press.
- [22] Henri Poincare(1904). Letat actuel et l'avenir de ia physique mathematique, *Bulletin des sciences mathematiques* 28(2): 302-324.
- [23] Heshmaty, B., and Kandel, A., 1985, Fuzzy linear regression and its applications to forecasting in uncertain environment. *Fuzzy Sets and Systems*, 15, 159–191.
- [24] Hong, D.-H., and Do, H.-Y., Fuzzy system reliability analysis by the use of  $T_{\omega}$  (the weakest t-norm) on fuzzy number arithmetic operations. *Fuzzy set and Systems*, 90, 307–316, 1997.
- [25] Hong, D.-H., Some results on the addition of fuzzy intervals. *Fuzzy Sets and Systems*, 122, 349–352, 2001.
- [26] Hong, D.-H., Fuzzy measures for a correlation coefficient of fuzzy numbers

- under  $T_{\omega}$  (the weakest t-norm)-based fuzzy arithmetic operations.  
 Information Sciences, 176, 150–160, 2006.
- [27] Hudson, C. G.(2000). At the edge of chaos; A new paradigm for social work? *Journal of Social Work Education*, 36(2), 215-230.
- [28] Hurst, H. E. ( 1951 ) , “Long Term Storage Capacities of Reservoirs”, *Transactions of the American Society of Civil Engineers* 116, p776-808.
- [29] J.Robert May (1970). Access the sputum. *The Lancet*.Vol. 295, No.7642, p.361.
- [30] Kolesárová, A., 1995, Additive preserving the linearity of fuzzy intervals. *Tatra Mountains Math. Publ.*, 6, 75–81.
- [31] Kaufmann, A., Gupta, M.M., 1988, *Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Science* (Elsevier).
- [32] Levy, D., (1994). Chaos theory and strategy: theory, application, and managerial applications. *Strategic Manage. J.* 15, PP.167–178, Summer Special Issue.
- [33] Lorenz, E. N., 1963: Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmos. Sci.*, 20, 130–141.
- [34] Liu, H. J. (1998). The meaning and significance of chaos. form [Http://members.tripod.com/huajie/paper/chaos.html](http://members.tripod.com/huajie/paper/chaos.html).
- [35] Li T. Y and Yorke J.(1975). Period three implies chaos, *Amer. Math. Monthly* 82, p.985-992.
- [36] Ling, C.-H., 1965, Representation of associative functions. *Publ. Math. Debrecen*, 12, 189–212.
- [37] Mizumoto, M., and Tanaka, K., 1976, The four operations of arithmetic on fuzzy numbers. *Systems Computers Controls*, 7, 73–81.
- [38] Moo-Young, M. (1991) Edible fungi from fermented cellulosic residues: bioprocess innovation. *Transactions of Mycology Society of R.O.C.*, 6 (2):71-72.
- [39] Murphy, P. (1996). Chaos theory as a model for managing issues and crises. *Public Relations Review*, 22(2), 95-113.
- [40] Mesiar, R., 1997, Shape preserving additions of fuzzy intervals. *Fuzzy Sets*

and Systems, 86, 73–78.

- [41] Noel Doherty & Nejdete Delener, (2001). Chaos theory: Marketing & management implications. *Journal of Marketing Theory and Practice*. PP.66
- [42] Paul Ormerod, (2001). *Butterfly Economics: A New General Theory of Social and Economic Behavior*. Basic Books
- [43] Richmond, B., 1997, The strategic forum: aligning objectives, strategy and process. *System Dynamics Review*, 13, 131–148.
- [44] Ruelle, D., and Takens, F., 1971 "On the Nature of Turbulence," *Communications in Mathematical Physics*, 20, 671.
- [45] Priscilla Murphy. Chaos theory as a model for managing issues and crises. *Public Relations Review*, 1996, 22(2).
- [46] Strogatz, Steven H., (1994). *Nonlinear dynamics and chaos: Lab demonstrations*. Internet-First University Press
- [47] Senge, P.M. and J.D Stermann, "System Thinking and Organizational Learning: Acting Locally and Thinking Globally in the Organization of the Future." *European J. of Operations Research*, 59, 3, 1992, pp. 137-145.
- [48] The meteorological glossary: 2d ed. 1930. Meteorological Office, Great Britain. "Certain phenomena which recur more or less regularly but without the exactness of truly periodic phenomena are termed quasi-periodic."
- [49] Trygsted, J.(1997). Chaos in the classroom. : An application of chaos theory. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association.(ED 413 289)
- [50] Wang Hua. Finite-time chaos synchronization of unified chaotic system with uncertain parameters. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* , 2009 , 14 (5) : 2239-2247
- [51] Whalen, T., 2003, Parameterized R-implications, *Fuzzy Sets and Systems*, 134, 231–281.
- [52] Yager, R. R. (1978). Ranking fuzzy subsets over the unit interval. *Proceedings of the 1978 CDC.*, 1435-1437.
- [53] Zadeh, L. A., "Fuzzy sets," *Information and Control*, vol. 8, pp. 338–353, 1965.