

第一章. 研究動機與目的

1.1 前言：

在全球低利率高波動的金融環境下，市場資金因應「三低」(低經濟成長、低通膨、低利率)的財經情勢，與全球金融市場價格行情的劇烈波動與高度關連性，紛紛流向風險較小的固定收益商品，然而利率持續下探，使得固定收益商品報酬率極低，而新金融商品因從保守的保本、鎖利型到積極的槓桿、加速型等產品都有，範圍極廣，遂部份取代傳統的股票或債券，成為投資人趨之所驚的投資工具。

現代金融市場除股票、債券、外匯與貨幣市場外，各類衍生性與客製化的金融商品交易亦呈現快速的成長，交易內容含期貨(遠期)、選擇權、交換等，隨著投資領域的全球化浪潮，與財務工程的技術推進，市場更加蓬勃發展，並隨例如金融資產證券化，不動產證券化，信用衍生性產品的推出與創新，讓資金的投資管道更加多元。

結構型商品可連結的投資標的種類繁多，諸如利率、匯率、股權、信用或國內國外的農金商品市場皆可，讓投資人有多元參與各金融市場投資標的機會，甚至避險者亦可找到想要避險項目的替代變數，例如以美元的 libor 利率來代替新台幣商業本票利率，因相關性高，能拿來規避利率波動的風險，因此財金領域與結構型商品的探討是學術界與市場實務重要的範疇

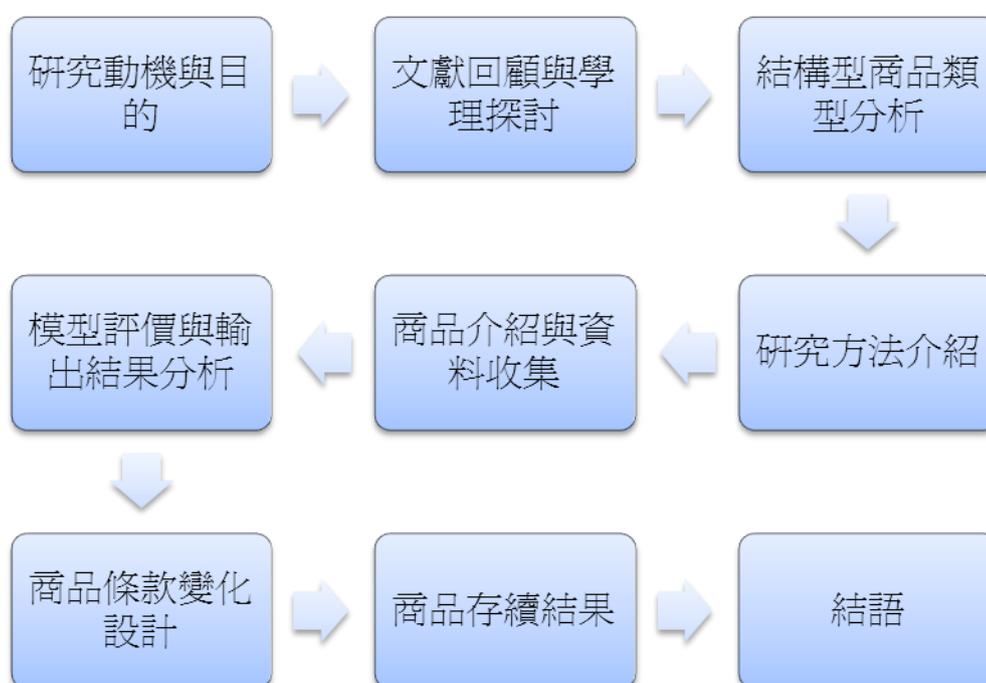
1.2 研究動機與目的：

現代財金領域的創新擴大了投資組合標的，結構型商品填補股票與債券等傳統投資工具的另種需求缺口，一方面是由專業的設計能力可以減低投資人對未來報酬的不確定因素，如保本型商品在承做當時已能估算最大可能損失，或在投資組合中，設計收益提升型產品(yield enhancement products)，如 range accrual/target redemption/snow ball note 等；另一方面，結構型商品的吸引力存在於其契約的彈性，經由新奇選擇權的眾多特性與財務工程的數值能力，可針對市場行情與投資人屬性量身訂作契約，例如研發組合許多企業財務主管喜歡的零成本(零權利金)的避險產品，或創造出相關系數負數或較低的反浮動利率與外幣混合型 quanto option 等產品。

然而，在市場上結構型商品蓬勃發展、推陳出新的同時，有些的條款設計繁複，甚至疊床架屋，讓人摸不著頭緒；有些如 double one touch 的路徑相依型，雖然價位區間讓人覺得安全夠大，但往往忽略這是需要去測試所有可能的過程路徑，只要一次碰到安全網就出局(或入局)，沒有數理的模型試算，實在不知真正能拿到「紅利」的比率剩下多少，但其報酬圖型卻極具購買吸引力；有些如本研究的商品含有數值買權的給付，容易讓投資人有直覺上的錯解，更有甚者，在 2008 年金融海嘯發生後，許多投資人在結構型商品的投資損失慘重，銷售糾紛申訴理賠的案例不斷，這讓推出結構型商品的業者受到許多的指責，質疑業者掌

握財金資訊，好像設計了許多的圈子甚至陷井與投資人對賭，或計價不當盲目發行銷售穩收過路財神之利，也懷疑金融創新對市場的建構有其破壞效果，這其實導因於很多結構型商品的背後，在奧妙的新奇選擇權與衍生性產品的多層設計包裝下，可能失去許多原本認知的面貌，其真實風險程度已無法衡量，也因現代金融市場高效率高連動下，容易受骨牌效應的衝擊。本來只想獲取比銀行定存略高的報酬，卻被誤導進入潛在深淵風險的領域，而原本想要去規避自己資產負債上的風險，卻栽進了另一種外在的陌生風險而不自知，政府機構也不得不在保護善良投資人的立場，加強規範，與限制銷售對象等。藉由本文研究，希望可以給予投資人在投資時的參考，能釐清結構型商品的種類與型態，及背後的風險與獲利空間，讓投資者更加了解此商品的特性以及優缺點，可以更正確的選擇自己想要的商品，更能幫助金融從業人員提高發行商品量與後續避險工作的技術。

1.3 研究流程：



第二章. 文獻回顧與學理探討

2.1 選擇權(Option)的概念：

選擇權(option)，是一種衍生性證券(derivative security)，依買入或賣出權利分為買權(call option)及賣權(put option)兩種，持有人付出權利金(premium)給賣方，擁有權利在未來某一段期間內(或某一特定日期 maturity date; expiration date)，以約定的價格(或稱履約價格 exercise price、執行

價格 strike price)，向賣方買入或賣出一定數量的標的資產(underlying asset)，選擇權買方得依約以對自己有利的方式與時點履約，當市場狀況或標的資產價格走勢不利於己時，得選擇不執行，如未執行或契約已到期，將損失固定之權利金，如行情判斷正確，則具有獲利豐厚的槓桿效果，相對的選擇權的賣方則承擔標的資產價格走勢偏離履約價格所產生的可能巨額風險，但在收取權利金後依時間的流逝(time decay)，如遇價格平穩或走勢背離等，被履約的機會降低，則對其有利，所以買賣雙方在權利義務與報酬風險上並不對等，這種不對稱的曲線型態，相較於現貨融資或期貨保證金交易之信用擴張，直接承擔線型的倍數損益型態，其在操作上的變化與應用方式會較多。

市場上擁有選擇權概念的商品很多，買房子預付訂金，可視為買入買權，其到期日為過戶日或交屋日，假如房價未來上漲，仍以目前訂立的買賣合約價為執行價格，買方將獲利，如果房價未來下跌，且幅度逾訂金數額，則買方就會選擇不履約，這在新建屋的預售市場上已遍行多年，且因期間較長，業者打出低自備款高銀行房貸，讓資力薄弱的投資人認為有機可乘，至少認為新房價有支撐而願去搏試，而賣方如預期新建房屋有成本上升的通膨壓力，代表未來房價看漲或波動加大，就會提高訂金數額，同時業者因購買土地興屋，擁有土地部位等於買進現貨過多，房屋是土地的替代變數商品(即原料與成品間)，也必須以賣出部份買權方式加以避險，所以多會設計好預售的機制。

一般習慣上，將選擇權的履約價格相對於目前股價的大小，區分為價內(in the money)、價外(out of the money)及價平(at the money)三種，而選擇權價值=內含價值(intrinsic value)+時間價值(time value)， $Call = \max(0, S - K) + \text{時間價值}$ ， $Put = \max(0, K - S) + \text{時間價值}$ ，

以買權為例其圖示如下：

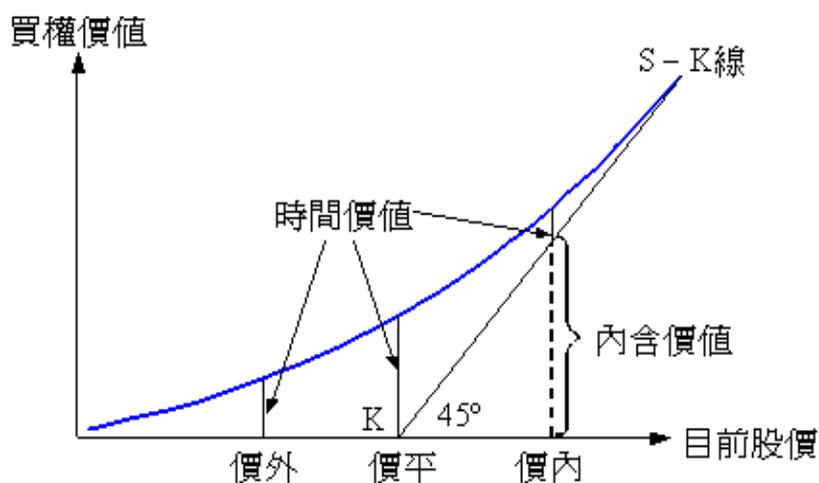


圖 2.1：選擇權買權的時間價值與內含價值

因為選擇權是消耗性資產(wasting asset)，時間價值對選擇權的買方至為重要，到期時若無履約實益，則權利金價值會完全等於0，無法像現貨般可以等待標的資產價格的翻揚，這是買方要特別注意的，也是賣方的優勢與當初會賣出的主要考量點，通常選擇權的時間價值在價平時是最大，且到期前流失的速度會比遠期時的選擇權增快許多，其圖示如下：

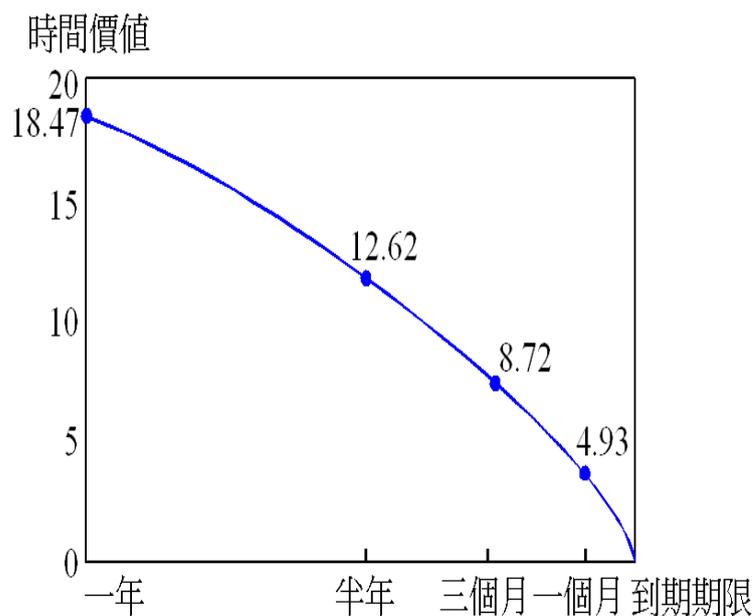


圖 2.2：選擇權的時間價值

影響選擇權價值的主要因素及影響方向有：

表 2.1：選擇權價值的影響因子與變動方向

影響因子	上升或下降	買權權利金	賣權權利金
標的資產價格 S	↑	↑	↓
履約價格 K	↑	↓	↑
標的資產的價格波動性 σ	↑	↑	↑
選擇權之有效期限 T	↑	↑	↑
市場無風險利率 r	↑	↑	↓
股利	↑	↓	↑

同一標的資產、履約價格、到期日的買權與賣權有平價定理關係(Put-Call Parity), $Call + Ke^{-rT} = Put + S$ 即買權與賣權的價格可以互相換算，也維繫住與現貨價格三者的均衡關係，而一單位的賣權之產生除市場購得外，亦可由放空約當現股，將現金部位購入固定利率無風險債券，及買入一單位的買權來複製，買權與賣權的平價若失恆，市場就有套利之機會。

自從 Black-Scholes 於 1973 年利用隨機微分方程式，成功推導出選擇權的評價模式，使得市場得知各式選擇權的合理價格，以及如何控制交易選擇權的風險，讓選擇權商品之推出與市場交易，呈現大量而快速的蓬勃發展。

2.2 選擇權的評價(Option Valuation)：

選擇權的評價方法有 Black-Scholes 選擇權評價公式、Cox, Ross and Rubinstein (1979)的二元樹模式(Binomial Tree Model)與 J.Hull and A.White 的有限差分法(Finite Difference Method)或稱三元樹模式等等。

Black-Scholes 選擇權公式：

Black and Sholes 於 1973 年導演出影響財金領域重大發展的選擇權評價公式，其假設標的股價(S)在連續時間下服從對數常態分配(Lognormal Distribution)，即其報酬率將呈常態分配(Normal Distribution)，瞬間期望報酬(μ)與波動性(σ)為固定，其股價變動為標準擴散過程(Diffusion process)，此種隨機過程稱之為幾何布朗運動(Geometric Brownian motion)，即：

$$\frac{dS(t)}{S(t)} = \mu dt + \sigma dZ(t)$$

其中 μ 為漂項 (Drift rate)， σ 為標的證券價格的波動性， Z_t 遵循一標準之韋那過程 (Wiener process)。依平賭(Martingale)之概念與市場投資人風險中立(Risk-Neutral)假設下，改變機率測度，則以固定的無風險利率(r)取代期望報酬(μ)，這是因為在風險中立的經濟社會中，所有風險性證券現在的均衡價格，都可由該證券未來產生的現金流量，以無風險利率加以折現而得，以 Itos

lemma 偏微分方程式：
$$rf = \frac{\partial f}{\partial t} + rS \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2}$$
 為基礎

由此推導出的買權與賣權的評價公式為：

$$C_t = S_t N(d_1) - K_t e^{-r(T-t)} N(d_2) \quad (\text{公式 2.1})$$

$$P_t = -S_t N(-d_1) + K_t e^{-r(T-t)} N(-d_2) \quad (\text{公式 2.2})$$

其中

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K_t}\right) + \left(r + \frac{\sigma_t^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma_t \sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_t \sqrt{T-t}$$

其中， S_t 為標的股價、 K_t 為選擇權的履約價格、 r 為無風險利率證的、 T 為到期日，而 t 則是目前評價的時點，即 $T-t$ 為存續期間。

Black-Scholes 的定價公式，所衍生的各種避險因子有：

(1). Delta：選擇權標的資產價格(S)變動對選擇權價格的影響。若 $\text{delta}=0.5$ 就表示當標的物價格變動 1，選擇權價格會跟著變動 0.5，因為選擇權是常用來做資產部位的避險工具，所以假如投資人擁有台積電的股票，雖預期它將在盈餘公佈後上漲，但又擔心可能受大盤技術性走弱跟著下跌，他就可以買進保護性賣權(Protected Put)，若其 $\text{delta}=-0.5$ 要完全避險，就應買進 2 單位的 put，使得全部資產部位在短區間價位內價值將不受影響，這種方式稱 delta neutral 或 delta hedging。

(2). Gamma：用來衡量 delta 的敏感度，也就是當標的物價格變動一單位，Delta 數值變動的大小。

(3). Theta：theta 可以用來衡量選擇權時間價值流失的速度。Theta 負值越大，選擇權的價格受到選擇權到期日逼近的影響越大。例如在台指選擇權中 theta 值為 -2.50 時，表示到期日每逼近一天，該選擇權價值就減少 2.50 點。

(4). Vega：當選擇權標的物價格波動一單位對選擇權價格的影響。例如 $\text{vega}=5.83$ 表示標的物波動率每增加 1%，該選擇權的價格就增加 5.83。

(5). Rho：用來衡量無風險利率變動 1%對選擇權價格的影響，較高的利率對買權與賣權均產生較高的權利金。

2.3 新奇選擇權(Exotic Option)：

新奇選擇權是以簡單型選擇權(Plain Vanilla Option)為原理架構，針對其組成因素或影響價值的因素，加以變化創新，擁有量身訂做或降低權利金的特性，針對特定避險人對風險移轉，風險排除與成本縮減之個別需求設計出新奇的產品結構，以迎合市場更多元的需求，新奇選擇權具有下列 1 項或多項特性：(1). 標的資產不只 1 個 (2). 履約價格並非固定不變 (3). 契約自訂約後一段期間始生效 (4). 沒有明確的買權或賣權 (5). 選擇權價值並非完全取決於「原標的物」「當時」的價格。

新奇選擇權的創新變化日新月異，這是拜財務工程的技術與各家積極投入研究許多的評價方法所賜，新奇選擇權的分類與項目如下圖示：

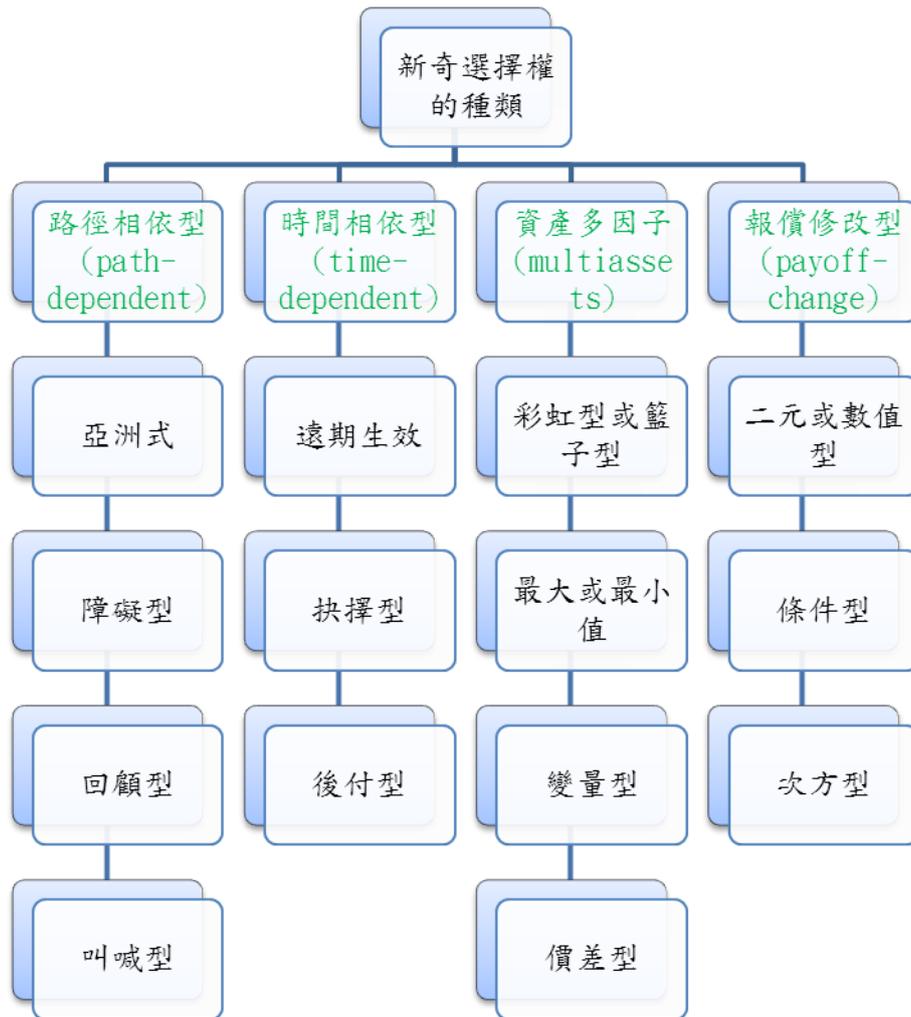


圖 2.3：新奇選擇權的種類

新奇選擇權的出現，加上第二代的創新與多種型式的組合，對商品的評價是一種挑戰，通常會用模擬電腦與不同的數值分析方法去求解。

2.4 數值選擇權(Digital Option)：

數值選擇權，又稱現金或無二元選擇權(Cash-or-Nothing Binary Option)，其到期時標的資產價格位於價內(in-the-money)的給予報酬，是事先約定的固定金額，與一般選擇權(Plain Vanilla Option)一樣有買權(Call)與賣權(Put)，對選擇權的買方而言，如同先付費的賭注，所以會有合約上訂定的贏賠比率(payoff ratio)，對賣方而言，由於到期的可能給付固定，風險也較確定，以數值買權買方為例，其報償損益與一般選擇權之比較圖示如下：

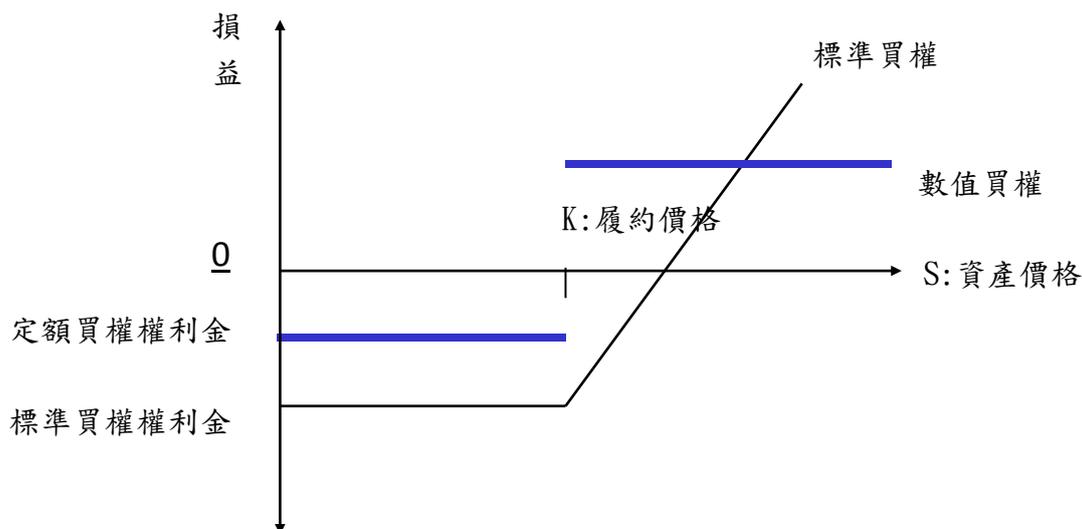


圖 2.4：數值買權與一般選擇權買方之報償損益比較圖

數值選擇權仍得以 Black-Scholes mode 來評估價值，

$$\text{Call} = e^{-rT}N(d2) \quad \text{Put} = e^{-rT}N(-d2) \quad (\text{公式 2.3})$$

$$d2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + (r - 0.5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

而 $N(d2)$ 即為數值買權到期時，位於價內的機率，另 $N(-d2)$ 即為數值賣權到期時，位於價內的機率。

相較於彩虹型或多資產最小值選擇權等，在計算到期報酬的繁瑣複雜，讓人畏步，數值選擇權在本質上較簡單明確，也因其有如前述賭注型式的贏賠比率，讓投資人容易接受且樂於參與，假如投資人對某一市場價格之未來走勢跨越某一門檻有把握，但對變動之幅度卻不確定，就可以利用數值選擇權的特性來獲取報酬，例如某投資人對未來一個半月的國會選舉結果，預期執政黨將獲得壓倒性勝利，股市將在政治社會穩定、開放政策持續與內外資資金的力挺下，比目前的價位上漲 20% 以上，至於會不會上漲至 30%，就無十足把握，而這時一般的買權因選舉因素波動率增加，價格已上揚，他就可以買入較便宜的以 120% 價外的二個月期數值選擇權，但若屆時股市只漲 15%，他雖預測上漲方向正確，仍無法得到任何報酬。

證券商如遇不同的投資人眾多亦可如莊家收租一般，例如某次的總統選舉，選況激烈，執政黨與反對黨輸贏難料，選後對股市之影響各家預測解讀不同，於是證券商可一起設計選舉後股市將分別上漲 10%或 20%以上(看多型)，及將下跌 10%或 20%以上(看空型)，之四類數值買權與賣權，假如四類投資人都很平均，則一些部位互抵，避險方式會較簡單、成本亦較低，容易坐收部份的權利金。

而上述到期的給付條件亦可讓投資人改變選擇為，股市到期將變動 -25%~-10%、-10%~10%及 10%~25%等區間價位的數值買權(其實是買入低履約價的數值買權，同時賣出高履約價且同一固定報酬的數值買權)，其圖示如下：

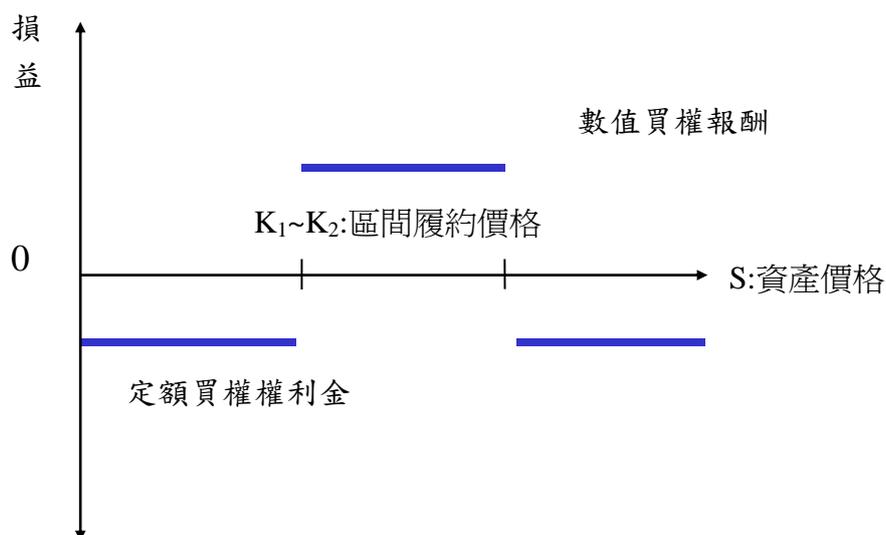


圖 2.5：區間數值買權之報價損益圖

在金融市場上，一般選擇權交易是在提供有關標的資產價格波動性(二級動差)的資訊，而數值選擇權則是在交易其偏度(三級動差)的預測，數值買權與賣權在型態上，分別類似一般選擇權的多頭買權垂直價差(Bull Vertical Call Spread)與空頭賣權垂直價差(Bear Vertical Put Spread)交易，且因均屬到期給付已固定，所以在權利金上，較不受波動率改變的影響，因為價差交易是一買一賣同類型的選擇權，波動率對權利金的影響已彼此抵銷，而數值選擇權只是選擇資產價格變動的正負方向，如果在市場隱含波動率高所產生一般選擇權的權利金價格高的情況，數值是相對便宜有誘因吸引投資人交易的，上述一般選擇權的多頭買權垂直價差圖示如下：

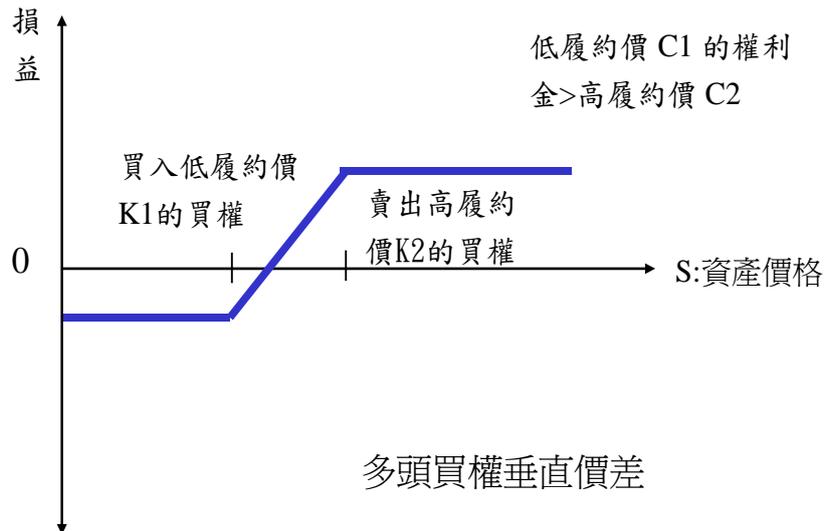


圖 2.6：多頭買權垂直價差圖

對某些標的資產價格資訊的提供並不連續，例如一家公司季公告 EPS 的預期股票報酬率，或政府機關定期才公佈的財經資訊，像每三個月才公佈一次的通貨膨脹率等，數值選擇權也適合去設計提供予市場來交易的。

此外，在社會與政治議題的預測市場上，數值選擇權也常被使用，例如大家雖普遍預測某位候選人將擊敗對手，贏得最近一次的選舉，但贏票數多少，是接下來關心或影響的事項，這時就可以以得票比率，例如 65% 做為履約價格，或當做設定的事件已發生 (an event occurring)，來交易權利金，並以此權利金金額去推估機率值，以此財金數據模型商品導入社會政治議題，來設計輸贏之金錢數額，也往往比傳統抽樣與統計推論等，準確率或可靠度更高。

數值選擇權在許多操作特性上，與一般選擇權有明顯差異，如

(1.) 在避險因子的 Delta 上，標的資產價格由價外進入價內的些微區間中，數值選擇權的評核價值迅速增加，而一般選擇權增加的曲線則較平滑一致，這是因為數值選擇權的 Delta，等於一般選擇權的 Gamma，以買權為例其 Delta 圖示如下：



圖 2.7：數值買權與一般買權的 Delta 比較差異圖

(2.) 在避險因子的 Theta 值(時間價值)上，在價外狀況，數值選擇權的時間價值與一般選擇權一樣，都會因逐漸接近到期日而流失，Theta 值會是負的，但貼近到期日時流失的速度，則會比一般選擇權快；在價內狀況，數值選擇權的時間價值會因逐漸接近到期日而增加，Theta 值會是正的，這是因為數值選擇權到期給付已確定，不管價內價外，均只有時間價值，這個時間價值在價內時，就會因依時間流逝使給付機率提高，而逐漸等於到期給付金額，與一般選擇權在價內同時擁有內含價值(intrinsic value)與時間價值是不同的，假如數值選擇權在到期日前，於價內與價外區間跳動，相對於一般選擇權將只貼近真實價值(intrinsic value)，在價平時真實價值將為 0，數值選擇權價值的變化就會很大。

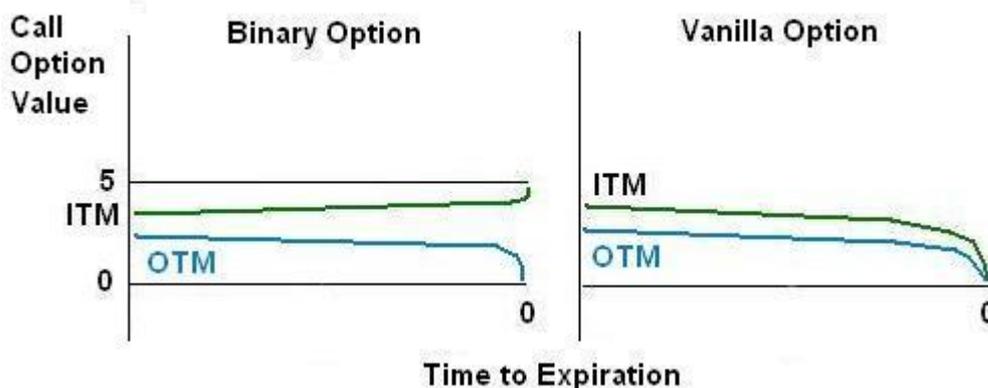


圖 2.8：數值買權與一般買權的 Theta 比較差異圖

(3). 在避險因子的 Gamma 值(選擇權價值對波動率的敏感度)上，其敏感度相對一般的選擇權較有指數效果，如下圖示，在深價外時數值選擇權與一般選擇權一樣，波動性只是影響價值的微小因子，在接近與跨越價平門檻後，其敏感度卻比一般選擇權異常的提高，先是快速上升再迅速下降，兩邊則不對稱，在價內時，也是因為數值選擇權有正的 Theta 值，波動性增加會使從價內變成價外的機率提高，反而會降低數值選擇權的價值，這與一般選擇權因時間價值是正的，波動性增加會使留在價內產生更高報償的機率提高了，因而提高選擇權的價值確有不同

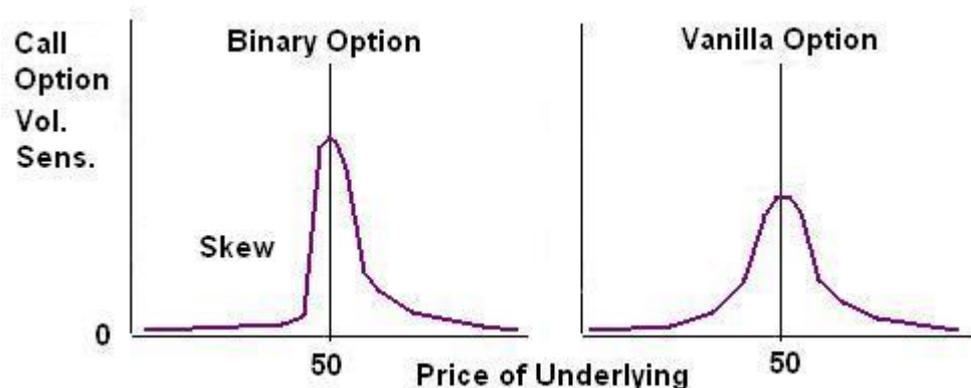


圖 2.9：數值買權與一般買權的 Gamma 比較差異圖

2.5 百慕達選擇權(Bermudan option)：

百慕達選擇權又稱為準美式選擇權(quasi-American option)，是時間相依型選擇權(Time-Dependent Option)的一種，相對於歐式選擇權只能在到期日執行履約，或美式選擇權的到期日前得隨時履約，百慕達選擇權則在契約期限內，設定幾個履約時點，供買賣雙方選擇或決定是否提早履約，其履約價格可能依履約時點不同而異。以 94 年 02 月 18 日由 Allegro 投資公司發行的一檔三年期港幣恆生指數連動債券為例，投資人除賣出恆生指數 75% 下入局的賣權與前 0.5 年的固定配息 5% 外，還買進了一個期間 3 年，分別可在 1 年、1.5 年、2 年、2.5 年及 3 年底執行的百慕達式數位買權，在各期的履約價格分別為期初指數的 110%、108%、106%、104% 及 120%，而固定報酬則為 3%、6%、9%、12% 及 18%。

美式選擇權因得在到期日前隨時履約，固通常比歐式選擇權有較高價值，歐式選擇權得以 Black-Scholes 模型求解，美式選擇權因有比較提前履約是否較為有利的許多選擇時點，無法以 Black-Scholes 模型求解，需以 Whaley 的二項式路徑法求解

百慕達選擇權如前述設有幾個履約時點，但通常也會設計為執行報酬固定依提早履約的時段比率乘以到期總報酬，並若任一時段跨越門檻，買方也必須強制執行，契約就提早到期，這種因有被迫提早履約到期的規範，評價上無法比較是

否比下一期或到期時有利或不利，也通常無法以封閉式公式求解，需要依賴電腦模型的數值運算。

百慕達選擇權於有效期間的幾個履約時點如下列圖示：

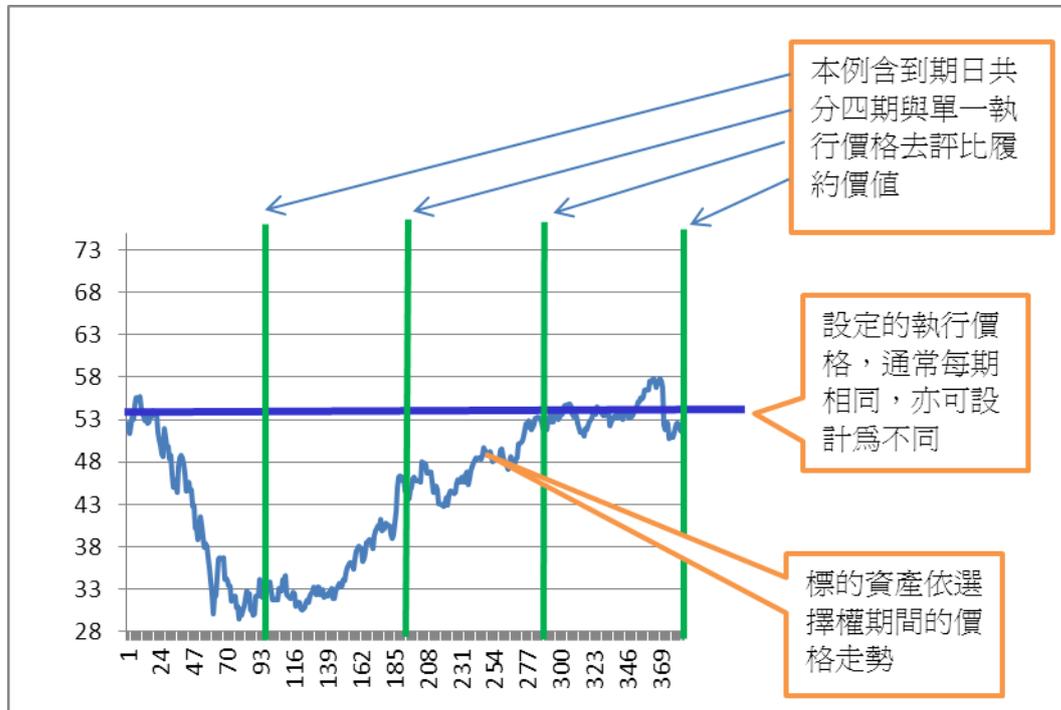


圖 2.10：百慕達選擇權的期中與期終履約時點與價位圖

2.6 關卡選擇權(Barrier Option)：

關卡選擇權，又稱障礙選擇權或界限選擇權，是路徑相依型選擇權(Path-Dependent Option)的一種，剛開始選擇權處於未完全確定狀態，之後觀察期間標的資產價格的路徑(一般設定為每日的收盤價)，分上升(Up)或下降(Down)兩種，是否遇到某一預設的關卡價位，如碰觸則該選擇權分為生效(入局 Knock-In)或失效(出局 Knock-Out)，如失效則選擇權提前到期喪失價值，買方損失權利金，如已生效，就進入與一般選擇權的狀態條件無異，等到到期日時去比較期末價格與履約價，以決定其履約價值，

關卡選擇權之圖示如下：

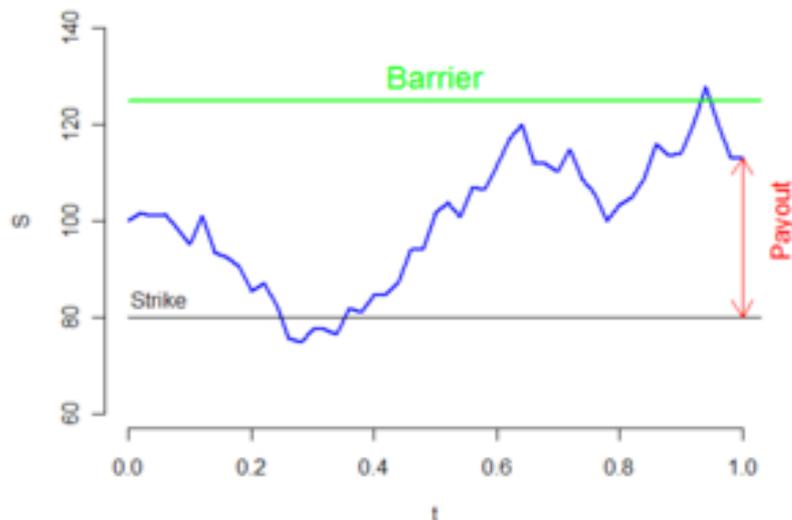


圖 2.11：關卡選擇權

關卡選擇權依上述共八種如下表：

表 2.2：關卡選擇權的分類

關卡選擇權的分類共有八項	買權		賣權	
	上升	下跌	上升	下跌
生效	up-and-in call	down-and-in call	up-and-in put	down-and-in put
出局	up-and-out call	down-and-out call	up-and-out put	down-and-out put
	以上兩者相加 = 一般買權	以上兩者相加 = 一般買權	以上兩者相加 = 一般賣權	以上兩者相加 = 一般賣權

關卡選擇權的數學式，以 down-and-in put 為例表示如下：

$$= \text{Max}(K - S_T, 0), \text{ if } \min_{0 \leq t \leq T} (S_t) \leq K_d$$

關卡選擇權的延伸有(1). 雙重障礙式選擇權，即同時有上升與下跌兩個關卡價格，如碰觸其中任一關卡價格，就會生效為一般的選擇權(double-in)或自始失效(double-out)，其圖示如下：



圖 2.12：雙重關卡選擇權

(2). 生效後失效關卡選擇權(Knock-In-Knock-Out Option, KIKO)，這種關卡選擇權仍有上下兩個關卡價格，必須要有先入局的情況，再對照後續有無碰觸到另一關卡價格，而使得它失效，比如 KIKO Put 可設計遇下檔 65%始入局生效、隨後如遇價位回到 105%就會失效，而到期以 100%價平為執行價格的賣權。

關卡選擇權因在執行價格外，還設定一個或兩個門檻價格，區分為入局與出局，比一般的選擇權，買方可避免購入太多的保險，權利金價格也較低，而賣方則也可規避不想要承擔的風險。例如一投資人手中有台積電股票，為確保未來三個月出售時，每股售價不低於 60 元，且經由基本面與技術面分析，50 元有強烈支撐不易跌破，他就可以買入以台積電為標的，50 元為門檻價格的 down-and-out put，假如台積電目前價位 60 元，年波動率 30%，無風險年利率 1.2%，一般賣權之價格為 3.4926 元，而 down-and-out put 只要 1.0973 元。並且假如他進一步認為台積電股票，未來三個月將不高於 70 元，則可直接買入 double-out barrier put，其價格 1.044 元。但是萬一三個月期間台積電股票，只要有一天不慎跌破 50 元，到期日當日即使回至 55 元(或任何價位)，介於履約價與關卡價之間，仍無法得到賣權之保護。

關卡選擇權有一般買權或賣權的特性，以本研究的這檔結構型商品所隱含的 down-and-in put 為例，假如它的(1)關卡價位或執行價格愈高(2)標的物的波動度愈高(3)選擇權到期的時間愈長，選擇權的價值就會愈高，代表賣出獲得權利金所反映的高收益配息方面將會提高，但相對的入局的機會與有被執行損失的風險也提高。

但關卡選擇權因需觀察選擇權期間的所有路徑，且有執行價格與關卡價格的兩個比較價格，除評價上較複雜外，仍具備許多與一般選擇權不同的特點，例如有時Vega值為負的，考慮一個down-and-out put或是up-and-out call，當資產價格很接近界限水準，此時波動性增加會使價格走勢去碰觸到的機率增加，而產生出局，因此增加波動性反而會使該類選擇權的價格下跌。另一方面，由於同一上升或下跌之入局與出局兩者相加，等於一般的買權或賣權，而波動性增加會使一般選擇權價格提高，但如前述，波動性增加反使down-and-out put或是up-and-out call的價格下跌，這會使down-and-in put或up-and-in call在波動性增加中，價格上漲幅度遠大於一般的選擇權，這是購買具有down-and-in put或up-and-in call組成成份的結構型商品中，用意原是要運用把一般的選擇權拆解的創新，以減少不必要的成本支出、提高收益，反而必須要去注意波動性誤差所產生的評價高估會較大，或說投資人對可能的潛藏風險會有低估的現象。

關卡選擇權得以封閉方式評價，以下跌即入局賣權(down-and-in put)為例，當下跌關卡小於執行價格時的公式如下：

$$\text{Put}_{\text{in}} = -S_0 N(-x1) + Ke^{-rT} N(-x1 + \sigma\sqrt{T}) + S_0 (k_2/S_0)^{\lambda^2} \left[N(y) - N(y1) \right] - Ke^{-rT} (k_2/S_0)^{\lambda^2-2} \left[N(y - \sigma\sqrt{T}) - N(y1 - \sigma\sqrt{T}) \right] \quad (\text{公式 2.4}) \quad \text{其中}$$

$$\lambda = \left(r + \frac{\sigma^2}{2} \right) / \sigma^2$$

$$y = \frac{\ln(k_2^2/K/S_0)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda \sigma\sqrt{T}$$

$$x1 = \frac{\ln(S_0/k_2)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda \sigma\sqrt{T}$$

$$y1 = \frac{\ln(k_2/S_0)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda \sigma\sqrt{T}$$

Black-Scholes 評價方法對障礙選擇權定價時其風險遠大於一般歐式選擇權，因為模型參數的估計誤差(特別是波動率)會使定價上出現很大的誤差與避險比例的誤判，再之，許多的障礙選擇權的到期日價格是不連續的，因此產生很大的Gamma與Vega值，這些值使得Black-Scholes模型與真實世界之差異加大而造成評價上的誤差。障礙選擇權也會對歷史價格的最大價格或最小價格產生評價風險，若歷史價格中有大幅跳躍，基於幾何布朗運動的Black-Scholes評價公式會大幅偏離，因此評價上風險也增大不小。

第三章. 研究方法

3.1 蒙地卡羅模擬法(Monte-Carlo Simulation)：

蒙地卡羅模擬法是一種，依所選定的機率分配(常態分配、波式分配、二項分配等)，以此下達電腦隨機產生亂數，依馬可夫隨機過程，來模擬標的資產價格的所有可能路徑，再由設定模型的各式限制或擇選條件取其數值，由此重複 5000 次以上，基於大數法則的實證，當實驗次數越多，它的平均值就會越趨近理論值，蒙地卡羅模擬法很適合用來評價路徑相依型選擇權、及多隨機變數與組合型的選擇權。1977 年 Boyle 首先將蒙地卡羅模擬法運用於選擇權的評價上，蒙地卡羅模擬法用於選擇權評價之概念是基於前面提過的風險中立假設。以買權為例

$$\begin{aligned} C &= e^{-rT} E(S_T - K) | S_T > K \\ &= e^{-rT} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N C_i \end{aligned} \quad (\text{公式 2.5})$$

本文研究的蒙地卡羅模擬法進程序為：

步驟 1：選定標的資產價格產生模型的機率分配種類與其平均數、標準差等參數，例如以 EXCEL 的統計函數 NORM. S. INV(累積機率值)，可傳回標準常態分配平均數為 0、標準差為 1 的反函數

步驟 2：抽取隨機亂數值(在 EXCEL 為鍵入 rand() 產生 0~1 之間的亂數)，依隨機微分方程式：

$$\frac{dS(t)}{S(t)} = rdt + \sigma dZ(t)$$

鍵入

$$S(t + dt) = S(t)(1 + rdt + \sigma \sqrt{dt} N(0,1))，其中 dt=1/250$$

產生下一期股價，如此一直循環產生一條股價路徑及到期日股價，本文研究方法假設一年的交易日共有 250 天。

步驟 3：依據新奇選擇權或組合式商品在期中與到期時比價給付的定義，設定條款求其期中與到期時的可能數值。

步驟 4：將上述步驟 2、3 重複 N 次，求 N 次選擇權或組合式商品的機率與平均值。

步驟 5：以無風險利率將平均值折現，即為目前的評定合理價值。

蒙地卡羅模擬法的優點

- (1)簡單易用，不需太深奧的學理。
- (2)具有彈性，可很容易作路徑相關選擇權的評價，但不利美式選擇權的評價。
- (3)可作多變數（多標的資產）選擇權的評價。
- (4)可應用到其他股價產生模式，不一定為對數常態分配，譬如跳躍(jump)模型的分配，CEV 模型等。
- (5)有標準誤差可檢測。

3.2 波動率估計與分析：

資產的報酬(return)，波動率(volatility)與共變性(covariance)都是財務金融領域裡最重要的測度，它們是風險管理或資產訂價模型的基本輸入/輸出參數，也是金融商品市場交易的核心。在波動率的估計方法有歷史波動率(historical volatility)、移動平均(moving average)、EWMA 模型、隨機波動度(Stochastic Volatility)、GARCH 或 ARCH 等相關模型。

隱含波動性模型(implied volatility)則是Latané and Rendlemom於1976年所提出。他們依據效率市場的假設，認為選擇權的市場價格能夠充分反應所有的已知資訊，因此由權利金的交易價位所逆算出來之隱含波動性會有較佳的準確性。

3.2.1 歷史波動性模型(history volatility models)：

歷史波動性模型是以標的股票的歷史資料來估算股價報酬的變異數，其基本假設為過去所實現的波動性會延續到未來且不會產生大幅變動，因此可利用過去資料所計算而得的波動性視為未來的股價波動性，在其他條件不變下，若觀察時間愈長、資料筆數愈多，所估得的波動率應愈正確，但資料時間不能距離太遠，以免失真。

在計算歷史波動性時，Black and Scholes(1973)利用當日收盤價來計算，但部分學者認為收盤價並不足以反映所有交易訊息，如Parkinson(1980)、Becker(1981)利用當日最高價及最低價資料；Garman and Klass(1980)則是採用當日最高、最低、開盤及收盤價來計算歷史波動性，至於在樣本週期上，Cox、Ross and Rubinstein(1979)建議使用最近一年以內的股價每日收盤價，作為預測股價波動性的樣本觀測值。Hull(1997)建議採用90到180天的資料來計算歷史波動性。有學者也主張依據各種金融商品的存續期間或特性，以最完整描述該商品週期變化的區間為準。

本文研究的歷史波動性是以本項結構型商品發行日(97年8月17日)前的，

97年1月1日至97年6月30日半年期間，依台灣證券交易所所公佈的每日收盤價為樣本，依下述統計方式計得

$$r_t = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}} = \frac{S_t}{S_{t-1}} - 1 \quad (\text{公式 3.1})$$

統計上標準差的不偏估算值(unbiased estimate)為：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2}{n-1}} \quad (\text{公式 3.2})$$

這是以日資料來計算波動率，所得到的是每日波動率的估算值，要延伸為N天期的波動率，一般都利用時間平方根法則來求取，我們假定一年有250天的交易日，所以

$$\sigma_{1\text{-year}} = \sigma_{1\text{-day}} \sqrt{250} \quad (\text{公式 3.3})$$

3.2.2 固定彈性變異數模型(CEV: constant elasticity of variance):

Black-Scholes 模型被廣泛應用於歐式選擇權的評價上，其最有爭議性的地方在於它主要假設股價是對數常態分配與波動率是固定的常數，但實際上資產價格報酬率實常會顯現出高峰度(Leptokurtic)、厚尾(Fat tail)、叢聚(Cluster)與尾部左偏/右偏(Skew)等現象，再加上波動率可能依時間而變動的，所以BS模型的假設並不能滿足需要能真實反映市場結構的專業選擇權交易員。因此在學術界與華爾街業界有許多專家以BS模型為基礎不斷的改良，例如: Pure jump、Heston jump diffusion model、Monte Carlo Stochastic Volatility、GARCH options pricing、CEV 與SABR 等。當然，不同的訂價模型往往只最適用於它特定的商品或市場，到目前為止，沒有一個訂價模型是萬能的。

以外幣選擇權為例，通常有所謂的波動率微笑(volatility smile)的現象，其隱含的波動率較常態分配，有中央(價平)較高峰，左右兩側(深價內與深價外)均較厚尾的現象，如下列圖示：

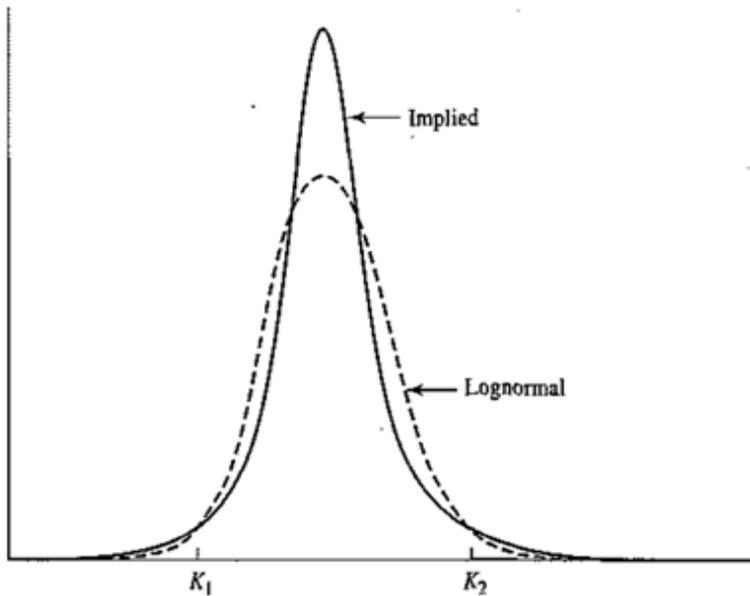


圖3.1：外幣選擇權的波動率：如圖中implied所示，比一般標準的lognormal 線圖，有高峰集中與兩側厚尾的現象。

CEV模型是由J. C. Cox & S. A. Ross 於 1976 發表的 “The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes” 中介紹，它也是以BS 模型為基礎，認為股價動態應以布朗運動(Brownian motion)來描述，主要把波動率與股價的負相關性考量進去，即波動性呈偏態，其隱含變異數隨執行價格增加而遞減，但隨執行價格下降而遞增，這可能因股價上升，權益價值增加，槓桿倍數便會減少，因而降低此時股價的波動率，相反的在執行價格下降，或股市劇跌中，波動率往往因恐慌停損、降低槓桿而遞增，其圖示如下：

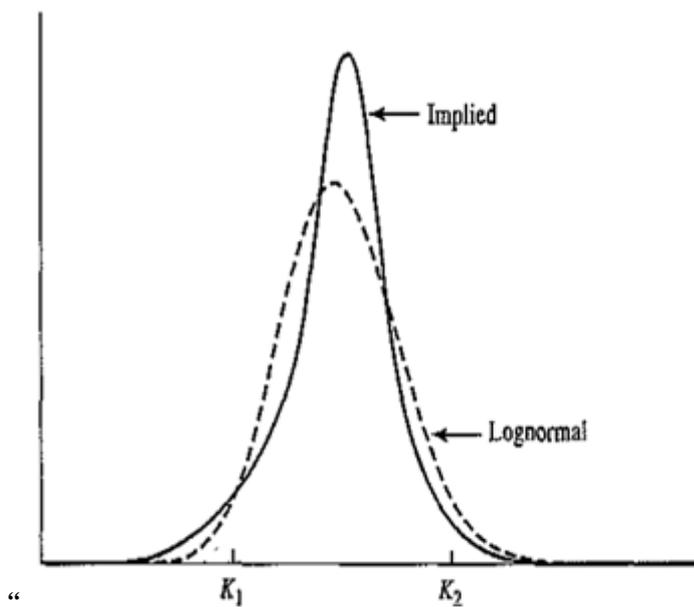


圖3.2：股價選擇權的波動率：如圖中implied所示，比一般標準的lognormal 線圖，有波動性偏態與左側厚尾右側較薄的現象。

CEV以數學式描述股價S在風險中立的隨機過程為：

$$dS = rSdt + \sigma S^\alpha dz$$

其中， r 為無風險利率、 dz 為布朗運動過程、 σ 為波動性參數，而 α 則是一個正的常數，如果 $\alpha=1$ ，就是一般的Black-Scholes 模型，在CEV 模型中我們假定 $\alpha < 1$ ，即隱含波動性將隨執行價格下降而遞增，其圖示如下：

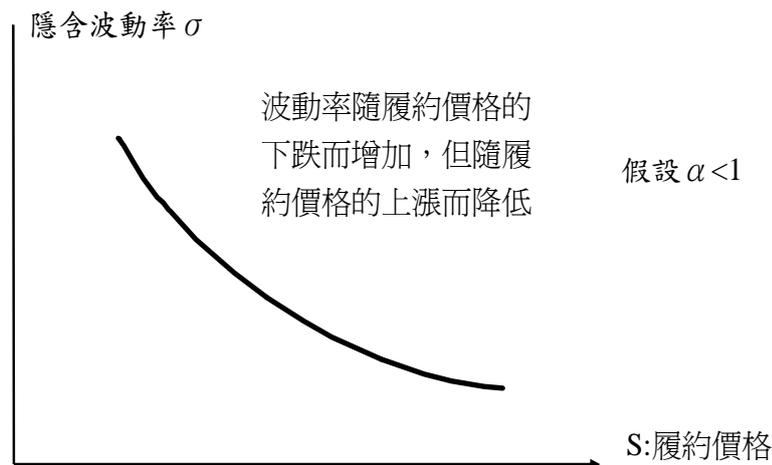


圖3.3：股價選擇權的波動率偏態圖

在台指選擇權的實證中，CEV 模型的理論價與實際的市場價格距離會比用BS 模型來的接近許多。此外，它也是後來的隨機波動模型(Stochastic Volatility) 的基礎，尤其是SABR(Stochastic Alpha Beta Rho)模型。

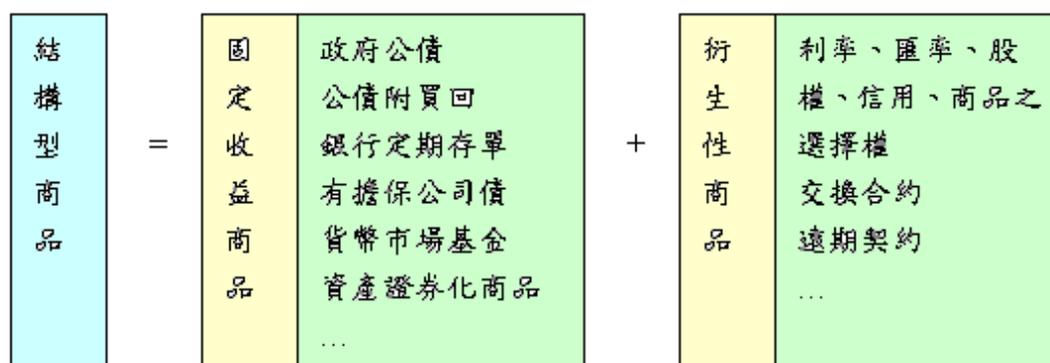
本研究的這檔結構型商品，隱含一個人深價外低下限價之下入局賣權，與三期價平之百慕達數值買權，期間長達1.5年，預估波動性的峰度、偏態與是否厚尾等形態等將交互影響其評定價值，但比價順序是買權評比優先於賣權，且有提前到期的因素，這應該對賣權價值波動性的影響有產生壓抑的效果。

第四章. 結構型商品之主要類型與設計

4.1 結構型商品的類型與設計

結構型商品係固定收益證券，與標的資產選擇權等衍生性產品組合而成之各種報酬型態之商品，其選擇權等衍生性產品所連結之標的資產範圍很廣，包括股價、指數、匯率、利率等，甚至天氣溫度與天然災害等亦能成為連結之標的，報

酬特性與風險差異，因衍生性產品的種類與組合型式(常常會含有二個或二個以上的新奇選擇權，甚至是多資產或多期別)而不同。雖然結構型商品的價值會隨著標的資產的價值而變動，但其投資在固定收益的部分可以降低整體投資組合之風險，而投資在衍生性產品的部分則利用高度槓桿來增加收益成長之潛力，結構型商品所隱含的選擇權，基本上會含有投資人對標的資產價格未來方向的預期，可區分為盤整、短多、長多、短空與長空等型態而設計。



結構型商品的分類有：

(一) 按是否保本區分，分為保本型及股權連結型：

1. 保本型 (Principal Guaranteed Note)

保本型 PGN 基本上是買入零息債券加上買入選擇權 (買權或賣權) 等衍生性金融產品的組合，買入買權 (buy call) 是預期標的資產價格會上漲，買入賣權 (buy put) 是預期標的資產價格會下跌，買入零息債券到期 100% 本金保本 (或設計例如 95% 保本等)，而把應計期間利息 (或與部份本金如 5%) 購買如 ETF 股票選擇權等 (付出權利金)，假如市場走勢符合投資人預期，該衍生性金融產品將有獲利，其報酬率則隨不同資產標的走勢報酬與參與程度 (如 50%) 而不同 (等於兩者相乘)，參與程度則與保本程度有關，但若市場走勢不符預期，則是因買入權利無負擔風險或義務，最大投資風險是損失全部的權利金，到期時仍可以本金保本，其能滿足投資人要保本，又想參與較銀行定存利率高之風險性商品報酬。

保本型的商品衍生許多的變化，如(1). 多資產取其最小報酬率型，乃求最穩健的保本率，這是買進最小值買權，權利金較低，股票種類通常以產業分散相關性較低的藍籌股，讓投資人有參與優質企業成長的機會。(2). 平均執行價格型：係根據標的資產的平均價格來計算報酬，由於平均價格的波動率較小，此選擇權的權利金較低，因此在高保本率的要求下也可有高的參與率。(3). 區間累計型 (Range Accrual)，此乃檢視各個觀察日、計算標的資產的價格落在設定區間內的次數比率，乘以某一報酬率，資產價格落在區間的次數越多，則商品的報酬也越高。

下圖為某證券商推出的「多空不明區間參與」型態的97%保本型商品，若有效期間均未觸及上限115%及下限90%的情形下，就有1.6倍的到期漲跌幅的報酬，如曾觸及上限價或下限價(double one touch)，就只能收到97%的本金。

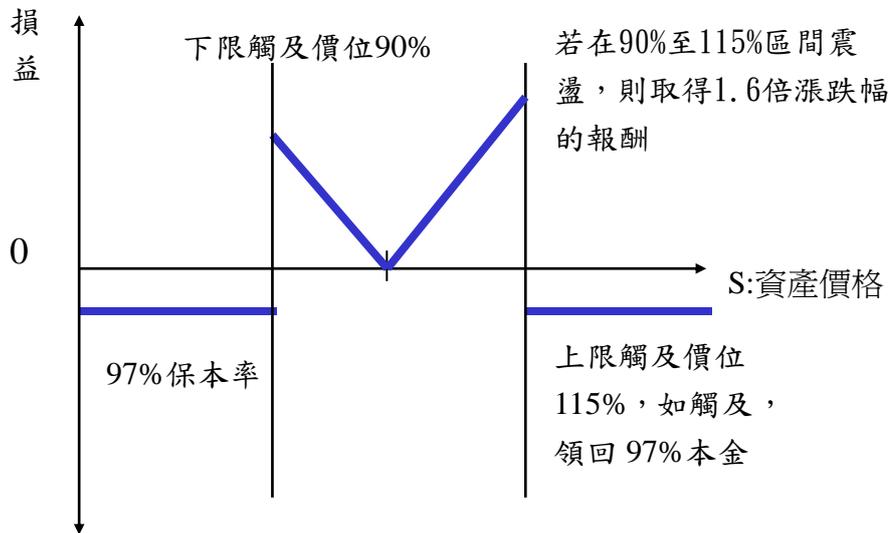


圖 4.1：多空不明區間參與、97%保本型商品的損益圖

2. 股權連結型 (Equity-Linked Note)

此乃商品之發行機構代替投資人賣出選擇權，投資人可收取約定的權利金，加上原債券利息，從而享有較高之收益率，所以也稱高收益商品 (High Yield Note, HYN)，但投資人 (選擇權之賣方) 需承擔標的資產價格漲跌之風險，若到期時選擇權之買方要求執行，投資人損失金額可能超過收取的權利金。所以，投資人相當於放棄參與部分未來標的股價大漲之報酬，來換取標的資產價格盤整或小跌時之收益，即使標的價格大跌，投資人之損失亦將比直接持有現貨小。而投資人亦可依自己對行情的預判，藉由此商品在風險與報酬間做有彈性之組合，如一買一賣、一買二賣選擇權等，來提升資金運用收益率。

股權連結型亦創新變化有(1). 上限型：若標的價格曾觸及上限價，則投資人即可提前取回 103% 契約名目本金；若標的價格均未曾觸及上限價，則投資人可依一般型 ELN 之報酬計算方式計算期末報酬。，下圖為某上限型例子的設計報價圖示：

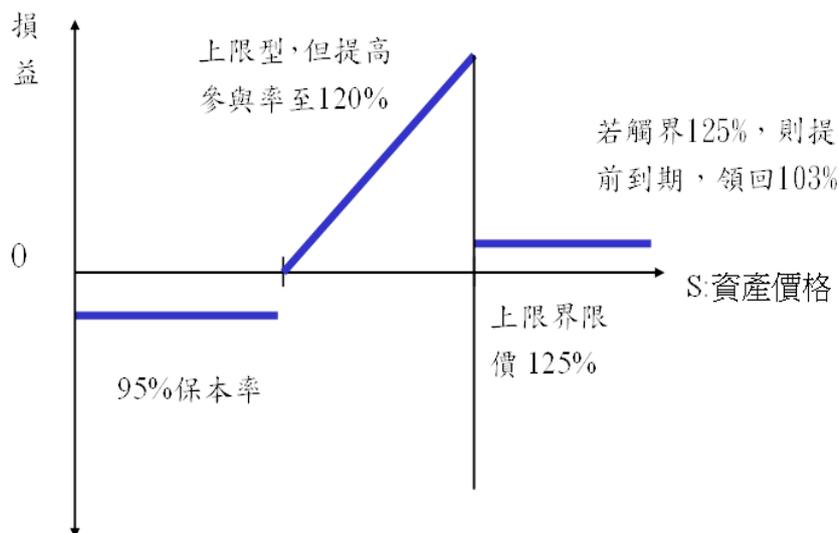


圖 4.2：上限股權連結型商品的損益圖

(2). 價差型：在於賣出賣權(Sell Put)中加入了一層下檔的保護，即使到期時標的結算價格跌破某一價位以下(第二履約價)，投資人依舊可以拿回某一比例之金額，如此不但可以獲得潛在的高收益，亦可以保護標的資產超跌的風險。(3). 多期觸及型股權連結商品：其最重要的特色，在於商品存續期間內會設定多個觀察時點，如果標的資產價格在任一個觀察時點高於或等於上限價格，則該商品就會提前到期，投資人將可取得高觸界票息，如果到最後一個觀察日標的資產價格仍未曾觸及商品之上限價格，則商品報酬則須視標的資產是否高於履約價格而定。(4). 累計型股權連結商品 (Accumulator) 之投資人，可以在投資期間內穩健持續買進標的股票，並可參與未來上漲之收益。於商品之存續期間內之每個交易日，若標的股票該日之收盤價未曾高於或等於上限價，則投資人可累計一定數量之標的股票，或相當於投資人以履約價為成本購入該標的。若於投資期間之某交易日標的股票之收盤價大於或等於上限價，則本商品提前到期，投資人除取回之前各個交易日累計之總股數外，剩餘未累計股數之部分將以履約價換算為現金一併撥付予投資人。累計型股權連結商品適合看好標的股票中長期走勢，又希望鎖定購入股票成本之投資人。若行情提前啟動，則可提前取得已累計股數並參與獲利，但須承擔股票下跌的風險。

(二) 按衍生性商品連結之標的資產區分

1. 股權連結型 (equity-linked)：連結之標的可為單一股票、一籃子股票或各類股價指數 ETF。
2. 利率連結型 (interest rate-linked)：最常見的以 LIBOR 或商業本票利率 CP 為連結標的，並常有反市場浮動利率或利率價差的產品。
3. 外匯連結型 (FX-linked)：主要以定期存款連結涉及匯率轉換衍生性商品，

例如以美元計價連結澳幣的高配息雙元貨幣，可自行選擇享有不同的高配息率，但遇美元匯率走強，升值逾各個臨界點，就會被強迫轉換為弱勢的澳幣存款。

4. 商品連結型 (commodity-linked)：黃金、能源、貴金屬、大宗物資價格及其指數，是最常見的連結標的，可做多、做空，亦可做不同的比率倍數。

5. 信用連結型 (credit-linked)：被連結標的公司若發生信用違約事件 (Credit Default Event)，則發行機構會將標的公司發行之債券依面額賣給結構型投資商品之買方，通常該等債券價格將會大幅滑落，投資人可能血本無歸，屬於風險較高之商品。

4.2 結構型商品的風險

1. 信用風險：因結構型商品本質上屬連動式債券，投資人需面臨發行機構無法履約之違約風險，像2008年美國雷曼兄弟公司的倒閉事件，其所發行的債券，將因資產無法完全抵付，投資人會有很大的本金風險。雖然主管機關規範結構式債券的投資標的如屬於外國有價證券，該有價證券的評等應為A級以上，投資人也應正視有風險貼水與評等失真的問題；也由於連動債投資期間較長，投資人需承擔較大的風險。

2. 市場風險：結構型商品自發行後，其存續期間之投資報酬率會受到選擇權所連結之標的資產價格變動的影響，有時候標的資產不只一項，或資產項目是在國外交易，更增加對市場風險評量的難度。

3. 流動性風險：結構型商品因不具備公開市場，造成流動性不足的問題。若投資人因行情誤判想要停損提前解約，多會產生贖回費用，且可能無法收回全部本金而造成損失，甚至有閉鎖期及只有幾天的開放贖回日。

4. 再投資風險：結構型商品發行時，發行機構經常設有提前買回的機制，當市場價格變動明顯不利於發行機構時，其可能執行提前買回，因而導致投資人再投資的商品無法提供相同的收益，產生再投資風險。

5. 利率風險：由於結構型商品一部份為固定收益的債券所組成，當利率上升時，債券之市場價格下降，商品將產生資本損失，但利率下降時，債券之市場價格將上漲，發行機構因而有可能行使提前到期的權利，而一些商品如含有數值買權的定額給付，或連結的資產標的為固定利率或逆市場利率之商品，將會直接受利率上升與下降所影響。

第五章. 本檔結構型商品介紹與分析

5.1 商品條件描述

步步高升不保本股權連結商品 03(ELNDI02368)	
1. 發行券商：群益證券(長期信用評等 tw A)	9. 期末價格(S3)：標的資產價格 990216 的收盤價
2. 商品類型：不保本股權連結商品 ELN	10. 比價日(i=1~3)：每半年比價一次，日期為 980216、980817、990216
3. 連結標的資產：臺灣 50 指數股票型基金(0050)	11. 提前到期報酬：在任一個比價日連結標的資產價格 \geq 履約價格，則本債券提前到期，投資人可收取本金 $F \times [1 + 5\% \times i]$ (i=1~3)
4. 交易日期：民國 97 年 8 月 15 日	12. 到期報酬：所有比價日連結標的資產價格皆 $<$ 履約價格，若交易日至到期日之間，連結標的資產價格從未觸及下限價格，投資人可收取 $F \times 100\%$ ，若曾經觸及下限價格 K_d ，且最後比價日之連結標的資產參考價格 $S_3 <$ 履約價格 K ，則結算方式為：A. 現金結算： $F / K \times S_3$ 之現金 B. 實券交割：約當連結標的資產 N 股(即 F/K)。
5. 有效期間：民國 99 年 2 月 16 日	
6. 連結標的資產期初價格(S0)：54.4	
7. 履約價格(K)：54.4(價平)	13. 到期最大可能損失金額：全部之交易價金
8. 下限價格(Kd)：35.36(期初價格的 65%)	

5.2 個案發行時的市場環境

1. 連結標的股票(0050)介紹：

0050 是台灣第一檔 ETF 指數型基金，2003 年 6 月 30 日在臺灣證券交易所正式掛牌交易，由寶來證券發行，以臺灣 50 指數為追蹤標的，也就是投資 50 檔大型龍頭績優股，每年有配息，並得為融資融券的標的，雖然它只有 50 檔成分股，但總市值卻約佔了台灣股市的七成，和加權指數的連動關係相當高，想避免個股特有風險的投資人，可以此做核心持股，市場上以此為連結標的發行的商品亦很多。

2. 個案發行時的市場環境分析：

2008年9月7日美國政府接管房利美與房地美，與9月15日雷曼兄弟(Lehman Brother)宣布破產後，接下來全球一連串的股市重挫與財金機構的風雨飄搖，市場恐慌氣焰高漲，強烈的骨牌連鎖效應與金額範圍之廣，稱為史上金融大海嘯。

其實，在此之前已有2007年初美國已發生次貸危機、美國第五大投資銀行貝爾斯登(Bear Stearns)面臨破產。2007.9.14英國北岩銀行(Northern Rock)爆發擠兌危機，2007.11.6受次貸風暴影響，美林投資銀行(Merrill Lynch)及花旗集團(Citigroup)受衝擊等，全世界金融市場受這些事件影響，皆有波動，但政府機構與多數投資人似乎忽視這些問題背後的嚴重性，國內股票市場與全球股票市場一樣，仍未受此事件影響，在總統改選就任後，預期政策將持續開放下信心穩定，於金融海嘯前半年，大盤呈現微幅下跌但仍蓄勢待發的氛圍，以0050基金2008年01月02日至2008年08月14日之價格走勢如下圖：

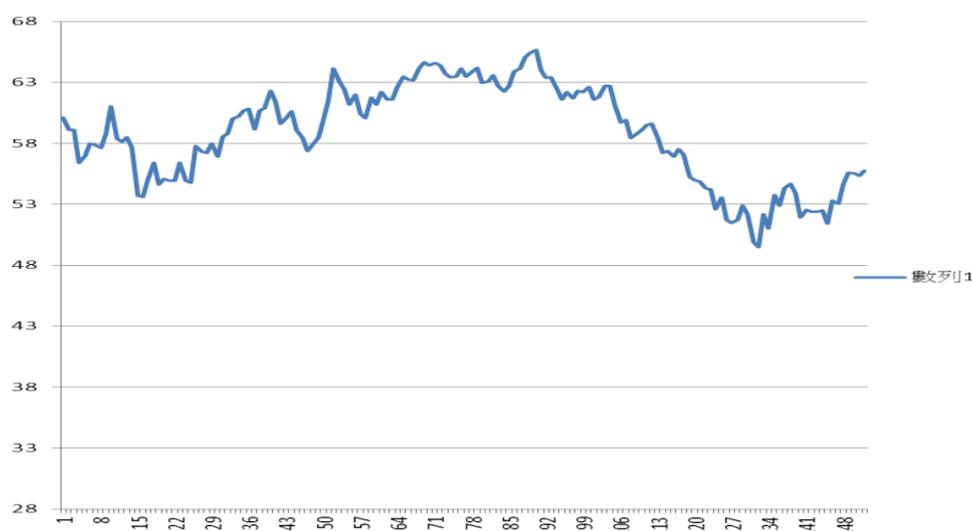


圖5.1：台灣五十基金於商品發行前價格走勢圖

於是市場仍推出許多預期短多或長多的產品問市，供投資人選擇。

5.3 商品拆解以及報酬形式

1. 本項商品是看多型股權連結產品，由投資人立場是『固定收益證券+買入百慕達式三期比價數據買權+賣出標的資產下入局賣權』組合而成，圖示本項商品的數據買權如下：

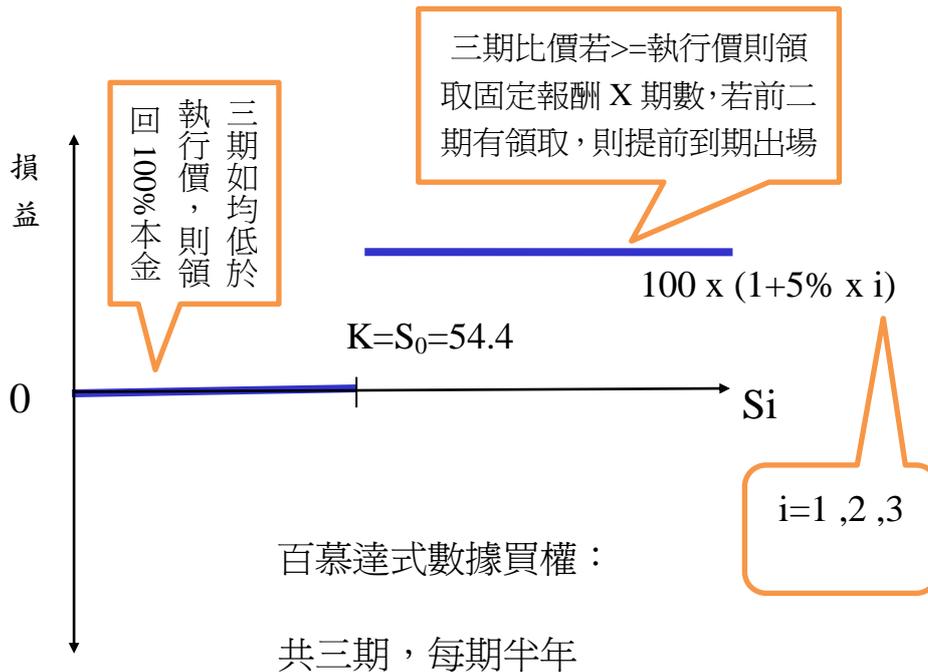


圖5.2：百慕達式三期數據買權損益圖

賣出標的資產下入局賣權的圖示如下：

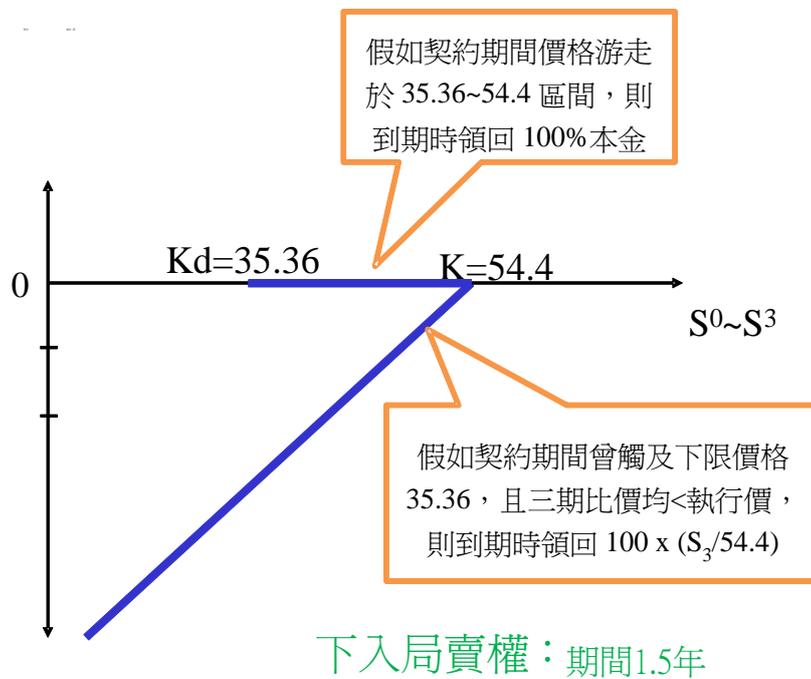


圖5.3：到期時100%保本或下入局生效履約損益圖

2. 本項商品為不保本，最大損失可能是全部本金，連結標的為臺灣 50 指數股票型基金，與大盤指數貼近，較無個股未預期之特有風險。

3. 百慕達式買權共有三期，在前二期之任一比價日，若股價大於等於履約價，投資人可拿到 100% 本金與半年 5% 的報酬提前到期出場，若未提前到期出場，第三期時，只要標的股價仍大於等於履約價，則投資人則仍可拿到 100% 本金與 5% X 3 期的報酬，其履約價訂為與期初價相同之價平設計，讓投資人自認只要在未來一年半期間，景氣與股市情況不轉差，臺灣 50 指數股票型基金於三個評價日中任一只要股價 \geq 期初價，就有機會賺取比銀行定存豐厚之報酬，讓投資人簡易明瞭。

4. 本項商品最大風險與損失是，連結標的資產價格於一年半期間曾觸及下限價格 K_D ，且三個比價日連結標的資產價格皆 $<$ 履約價格，則領回 $F/K \times S_3$ 之現金(或股票)，不僅一年半期間無任何報酬，更有 $(1-S_3/K)$ 之損失，而下限價格 K_D 設為期初價格 S_0 (54.4) 的 65%，讓投資人直覺除非景氣或市場巧遇極端不佳情況，否則在三個比價日連結標的資產價格皆 $<$ 履約價格情況下，只要一年半期間連結標的資產價格不跌破下限價格(即以期初價為基準下跌了 35%)，投資人仍可收取 100% 本金。

5. 本項商品從證券商發行的角度，由於是看多的產品，且在價平時對股價上漲的敏感度 delta 值較高，顯示假如漲勢確立只需付每期 5% 的報酬給投資人，並讓投資人出場，自己則可決定是否繼續持有股權避險部位，有機會享受長多的較大報酬(例如 30%)，但是卻擔心盤勢未如預期的反轉並大跌的風險，於是買進下入局賣權，保護期間達 1.5 年；但擁有的風險是，假如股價始終低迷，未跌破下限價格，則自己將承受最高 35% 的跌價損失，或假如股價只在平盤或微幅上漲，是要付出每半年 5% 報酬給予投資人，最高的最後一期將達 15%。

5.4 模擬評價報表輸出與結果說明：

表 5.1：以固定的歷史波動率模擬結果							
資料輸入區		工作設定區		評價結果輸出			
台灣 五十 指數 基金 初始 價 S0=	54.4	$S(t + dt) = S(t) (1 + rdt + \sigma \sqrt{dt} N(rand()))$ 時間 1.5 年，375 工作天，共 5000 次		報酬率常態分配模型			
		各期評比條件	領回金額	機率	期望值	產品折解與 greek	數值
年波動率 $\sigma =$	0.289	第一次比價 S1 >= 54.4 提前出場	105	0.4728	49.6440	數值買權價值 =	4.4631
無風險年 利率 r=	0.02747	第二次比價 S2 >= 54.4 提前出場	110	0.1300	14.3000	下入局賣權價值 =	-6.7564
履約 價格 k=	54.4	第三次到期比價 S3 >= 54.4	115	0.0602	6.9230	零息債券價值 =	97.3994
時間 間距 t=	0.004	第三次到期比價 S3 < 54.4，且 S0 ~ S3 >= 35.36	100	0.1370	13.7000	以上三項合計	95.1061
有效 期間 T=	1.5	第三次到期比價 S3 < 54.4，且 S0 ~ S3 碰 觸到 35.36	S3 / 54.4	0.2000	12.9594	Delta=	0.6439
下限 價格 kd=	35.36	機率合計		1		Vega=	-0.8301
		折現價值合計			95.1061	Rho=	-0.5028

說明：1. delta 值指 S 從 54.4 上漲 1 元，商品會變動的金額，當 S=55.4，商品評價=95.7350
 2. vega 值指 σ 增加 1%，商品會變動的金額，當 $\sigma=0.299$ ，商品評價=94.2760
 3. rho 值指 r 增加 1%，商品會變動的金額，當 r=3.747%，商品評價=94.6033

報表 5.1 結果說明：

1. 無風險利率採用發行時五大行庫公告的一年期固定存款利率之平均。
2. 本表波動率 0.289 是以 970101 至 970630 半年期間每日收盤股價，去計算其每日報酬率的統計標準差，乘以 $\sqrt{250}$ 做為年化波動率，且除表 5.2 以此波動率為固定彈性增減與表 5.3 以此波動率做變化模擬外，餘均以此歷史波動率為單一固定計算輸入值。
3. 本結構型商品模擬評定價格為 95.1061，證券商年收益率有 $(100-95.1061)/95.1061/1.5=3.43\%$ ，三期數值買權的價值共 4.4631，履約機率分別為 0.4728, 0.1300, 0.0602，下入局賣權的價值 6.7564(假如單獨存在的話，理論價值為 7.9083，本文的模擬價格為 7.9189)，履約機率為 0.2000，如買賣權均未生效，1.5 年後領回 100%本金的機率 0.1370，而這三期五種可能給付的設算零息債券價值總計為 97.3994。
4. 本結構型商品是把賣出賣權的權利金，部份拿來買入買權，非傳統的把權利金作固定的報酬給付，基本上不只認為大跌的機會很小、也持行情偏多的看法。因為三期買權執行機率以第一期接近一半，第二、三期則明顯下降，所以是期望短期的短多即可迅速獲利出場。因為買入的數值買權，如之前所述主要是預測方向的，在價平時對標的資產價格的敏感度較大，而賣出的賣權雖長達 1.5 年，單獨存在的話對標的資產價格的敏感度較小，但在此商品的架構下，是會受數值買權優先執行的影響，履約機率將受數值買權的提高而下降，所以賣權的價值亦會因標的資產價格的上漲而減少許多，在一增一減的情況下 delta 值達 0.6439。
5. rho 值為-0.5028，即利率上漲 1%，在數值買權給付已確定及零息債券折現率提高的雙重因素下，商品價值將減少 0.5028。

表 5.2：以 CEV 模型模擬結果

資料輸入區		工作設定區		評價結果輸出			
台灣五十指數基金初始價 $S_0 =$	54.4	$S(t+dt) = S(t)(1+rdt + \sigma S^\alpha \sqrt{dt} N(rand()))$		CEV 模型， $\alpha = 0.4$ ，即 $\alpha - 1 = -0.6$			
		各期評比條件	領回金額	機率	期望值	產品拆解與 greek	數值
年波動率 $\sigma =$	0.289	第一次比價 $S_1 > 54.4$ 提前出場	105	0.5002	52.5210	數值買權價值 =	4.5934
無風險年利率 $r =$	0.02747	第二次比價 $S_2 > 54.4$ 提前出場	110	0.1298	14.2780	下入局賣權價值 =	-7.9317
履約價格 $k =$	54.4	第三次到期比價 $S_3 > 54.4$	115	0.0600	6.9000	零息債券價值 =	97.4723
時間間距 $t =$	0.004	第三次到期比價 $S_3 < 54.4$ ，且 $S_0 - S_3 > 35.36$	100	0.0906	9.0600	以上三項合計 =	94.1340
有效期間 $T =$	1.5	第三次到期比價 $S_3 < 54.4$ ，且 $S_0 - S_3$ 碰到 35.36	$S_3 / 54.4$	0.2194	13.6746	Delta =	1.1621
下限價格 $kd =$	35.36	機率合計		1		Vega =	-0.2296
		折現價值合計			94.1340	Rho =	0.1739

說明：1. delta 值指 S 從 54.4 上漲 1 元，商品會變動的金額，當 $S = 55.4$ ，商品評價 = 95.2961

2. vega 值指 σ 增加 1%，商品會變動的金額，當 $\sigma = 0.299$ ，商品評價 = 93.9044

3. rho 值指 r 增加 1%，商品會變動的金額，當 $r = 3.747\%$ ，商品評價 = 94.3079

報表 5.2 結果說明：

1. 在 CEV 模型，其隱含變異數隨執行價格增加而遞減，但隨執行價格下降而遞增，如本表所設 $\alpha=0.4$ ，在 $S=54.4$, $\sigma=0.289$ ， $S=45$, $\sigma=0.3238$ ， $S=40$, $\sigma=0.3476$ ， $S=65$, $\sigma=0.2597$ 等等。
2. 數值買權在價平以上遇波動性呈遞減，會讓繼續留在價平以上附近的機會增加，將提高了第一期履約機率，但降低第二、三期的機率，總合將買權價值提升為 4.5934。下入局賣權因下跌時波動性遞增，會讓入局的機率與被履約的損失均提高，所以賣權的價值亦增加為 7.9317，而因為賣權價值增加比買權增加要大，商品的評定價格降為 94.1340，低於標準的常態分配模型，假如 α 值設定較低，商品評定價格也將更低，因為權益證券的波動性經實證多呈此類偏態現象，所以 CEV 模型評價往往較不會低估真實的價值與風險。
3. delta 值達 1.1621，說明 CEV 模型亦比標準的常態分配模型，對價格的敏感性要高。

表 5.3：以常態分配模型在不同的波動率之敏感度分析

領回金額	評價結果輸出						
	$\sigma =$						
	0.15	0.20	0.25	0.289	0.35	0.40	0.45
105	0.5314	0.5186	0.5106	0.4728	0.4586	0.4600	0.4514
110	0.1336	0.1170	0.1286	0.1300	0.1220	0.1196	0.1108
115	0.0612	0.0640	0.0604	0.0602	0.0678	0.0600	0.0590
100	0.2590	0.2340	0.1664	0.1370	0.0816	0.0498	0.0298
S3 / 54.4	0.0148	0.0664	0.1340	0.2000	0.2700	0.3106	0.3490
機率合計	1	1	1	1	1	1	1
折現價值 合計	101.8719	99.9022	97.6520	95.1061	91.9907	89.6813	86.9286
數值買權 價值=	4.8015	4.6172	4.6387	4.4631	4.4246	4.2959	4.1535
下入局賣 權價值	-0.4904	-2.2196	-4.4853	-6.7564	-9.7847	-11.9660	-14.5416
零息債券 價值=	97.5608	97.5046	97.4986	97.3994	97.3508	97.3514	97.3167

報表 5.3 結果說明：

1. 波動性增加(減少)分別對數值買權與下入局賣權的價值有減少(提升)與提升(減少)之影響，在一減一加(負加)下，商品價值會明顯降低。而賣權的幅度遠大於買權，這是因為如前述的，數值買權以判斷價格走勢方向為主，較不受波動性的影響，而下入局賣權因期間長與對波動性的敏感度高，所以價值變動很大，在此說明如果低估了波動性，本筆組合式商品評價的誤差將很大，例如如果 $\sigma=0.4$ ，評定價值將從原 95.1061 降為 89.6813，下入局賣權被履約的機率亦從 0.2000 提高為 0.3106，而被履約的最大可能損失亦變大。

5.5 改變商品部份條件之模擬評價報表輸出與結果說明：

表 5.4：改變數值買權的不同的履約價格與報酬之比較分析				
	評價結果輸出			
領回金額	K-49 R=0.03	K-51.68 R=0.04	K-54.4 R=0.05	K-57.12 R=0.06
$1 + R\% \times 1$	0.6904	0.5874	0.4728	0.4074
$1 + R\% \times 2$	0.0866	0.1104	0.1300	0.1320
$1 + R\% \times 3$	0.0362	0.0494	0.0602	0.0674
100	0.0462	0.0790	0.1370	0.1990
S3 / 54.4	0.1406	0.1738	0.2000	0.1942
機率合計	1	1	1	1
折現價值 合計	95.6909	95.2727	95.1061	95.5885
數值買權 價值=	2.88611	3.7457	4.4631	5.1164
下入局賣 權價值	-5.0936	-6.1526	-6.7564	-6.7551
零息債券 價值=	97.9234	97.6796	97.3994	97.2272

報表 5.4 結果說明：

1. 這是改變數值買權在不同的履約價格與報酬之間的抵換，可讓證券商設計價值相當的商品，供投資人選擇，例如投資人可選擇履約價 90%(49.0)、提高第一次履約機率至 0.6904、但報酬只有 3%(半年報酬 3%，仍大於一年定存 2.747%的二倍)的設計商品，或可選擇履約價 105%(57.12)、降低第一次履約機率至 0.4074、但略提高第二、三次履約機率且每期報酬有 6%的設計商品。

表 5.5：改變數值買權與下入局賣權的不同的期限之比較分析				
	評價結果輸出			
領回金額	T=0.5	T=1.0	T=1.5	T=2.0
105	0.4864	0.4964	0.4728	0.4780
110	---	0.1166	0.1300	0.1250
115	---	---	0.0602	0.0676
120	---	---	---	0.0348
100	0.4848	0.2602	0.1370	0.0682
S3 / 54.4	0.0288	0.1268	0.2000	0.2264
機率合計	1	1	1	1
折現價值 合計	100.0335	97.1792	95.1061	94.2371
數值買權 價值=	2.3988	3.5825	4.4631	5.2054
下入局賣 權價值	-1.0012	-4.3616	-6.7564	-7.9438
零息債券 價值=	98.6359	97.9583	97.3994	96.9755

報表 5.5 結果說明：

1. 這是在數值買權與下入局賣權的基本條件不變下，減少或增加期數與期限的模擬，例如 T=2.0 時，是把總期間延為 2 年，數值買權將增加第四期，模擬結果有 0.0348 的機率於 2 年後獲取 120% 的給付，而下入局賣權將延為 2 年期去履約，其被履約的機率與損失將提高。在這些改變下，買權與賣權的價值將因期數與期限的縮短(增長)，而同步減少(增加)，只是賣權的幅度略大於買權，所以以 0.5 年(只有一期)的 100.0335 商品評價為最高。

領回金額	評價結果輸出			
	UP=115%, DOWN=95%	UP=110%, DOWN=90%	T1=110%, T2=105%, T3=95%	K=AVERAGE(T1, T2, T3)
105	0.3636	0.3656	0.3176	0.4904
110	0.1248	0.1386	0.1790	0.1064
115	0.0708	0.0756	0.1318	0.0612
100	0.2608	0.2624	0.1696	0.1582
K / 54.4	0.1800	0.1578	0.2020	0.1838
機率合計	1	1	1	1
折現價值 合計	94.8444	95.7138	95.1079	95.5262
數值買權 價值=	4.0265	4.2397	5.2050	4.3346
下入局賣 權價值	-6.2827	-5.6502	-7.1467	-6.2235
零息債券 價值=	97.1006	97.1243	97.0496	97.4151

報表 5.6 結果說明：

1. 這是在下入局賣權的條件不變下，把數值買權的履約價格由原看多價平(100%)型的設計，變化為第一、二項的區間履約價格(range digital)型，例如落入 95%—115%為給付區間，和涵蓋小漲小跌的 90%—100%區間等，或變化為第三項的 1, 2, 3 期的履約價格分別為 110%, 105%, 95%，讓 1 期的履約機率降低、但提高了 2, 3 期的履約機率(因為 2, 3 期的給付金額較高)，以提高誘因。
2. 第四項則把每半年每天之平均價格設為履約價格，以降低在評比日前股票於價平上下走動，所產生的給付不確定狀況，但因平均標的資產價格將降低波動性，會略對數值買權有提高履約效果，同時減低賣權履約機率，所以商品評定的價值會略為提高。其各項數字如表所示，而商品所評定的價值差異不算太大，也可供投資人做不同的選擇。

表 5.7：改變下入局關卡選擇權的各個條件之比較分析				
	評價結果輸出			
領回金額	保本 96%, 下檔 60%保護	保本 94%, 下檔 65%保護	保本 94%, 賣權行使比率 0.9	下限觸及價 70%, 賣權行使比率 0.88
105	0.4912	0.4848	0.4918	0.4868
110	0.1194	0.1208	0.1154	0.1202
115	0.0608	0.0562	0.0604	0.0646
100	0.1396	0.1396	0.1368	0.0828
賣權行使	0.1890	0.1986	0.1956	0.2456
機率合計	1	1	1	1
折現價值合計	95.4804	95.2225	94.8555	95.1285
數值買權價值=	4.4593	4.3752	4.4176	4.5001
下入局賣權價值	-5.8776	-5.7681	-6.2053	-6.7954
零息債券價值=	96.8987	96.6154	96.6432	97.4238

報表 5.7 結果說明：

1. 這是在數值買權的條件不變下，改變下入局賣權的給付條款，最主要的用意是要降低賣權被履約時的最大本金損失風險，第一、二項為避免投資人承受下跌幅度可能過大的風險，另設一個下限保護價格 60%或 65%，如果下跌幅度逾越此下限價格，將以此為損失上限，同時將買賣權如未生效的保本率各降為 96%或 94%，第三項是把賣權執行比率打 9 折、保本率降為 94%的設計，第四項則保本率維持 100%、把下入局的關卡價格由原 65%改為 70%，讓賣權生效的機率提高為 0.2456，但同時把賣權執行比率打 88 折，這四項變化商品所評定的價值差異不大，也可供投資人做不同的選擇。

5.6 商品存續結果：

商品發行後 0500 自 970801 至 990226 之價格走勢圖示如下：



圖5.4：台灣五十基金於商品發行後有效期間價格走勢圖

本債券發行不久即發生金融海嘯，股市暴跌，971024 的收盤價從前一天的 35.51 跌為 32.34，已觸及下限價格 35.36，並使原賣出的下入局賣權生效，股價最低點來到 971120 的 29.50，經美國強烈救市，價格逐步回穩，第一次比價日(980216)，0050 收盤價為 33.21，小於 54.4，無提前到期報酬(1+5%)，本結構債券繼續有效，第二次比價日(980817)：0050 收盤價為 48.66，仍小於 54.4，無提前到期報酬(1+5%X2)，本結構債券繼續有效，第三次(最後)比價日(990216)，990222 當日 0050 收盤價為 52.6，仍小於 54.4，投資人無領取到期報酬(1+5%X3)，並因原賣出的下入局賣權早已生效，直至本比價日(990216)，投資人只領回 $F \times (52.6/54.4)$ ，等於 96.7% 的初始本金。

最後一期標的股票於到期前曾噴出翻揚最高到 990111 時的 57.9，讓發行商可能有需付出 1.15 倍本金的風險，若到期日當日股價低於 54.4，則只需交付標的股票，所以到期前股價在執行價格上下擺盪，會讓發行商的風險控管不易。而誠如前述的，本商品的下入局賣權可改為 KIKO PUT 的設計，當入局後如果走勢回到價平以上則賣權出局，投資人就可避免本案實例---雖價位曾回到起始價以上，到期日仍因價位又回落只領回 96.7% 的本金，而是能在路徑中讓賣權失效、得到 100% 的保本；另外證券商亦可把數值買權的到期履約價格改為亞洲式的平均價格，以降低到期前股價在執行價格上下擺盪、所呈現給付極不確定的狀況。

第六章. 結語

本項由群益證券所發行連結台灣五十股票基金的看多型不保本商品，設計上以賣出下入局的關卡選擇權來提高收益率，下檔關卡價格訂為期初價格的 65%，35%空間的保本保護讓短期看多的投資人直覺認為風險不大，應可提前獲利出場，另一方面，報酬率部份則運用市場熱門的數值買權分三期予以評比，價平的條件又讓看多的投資人認為容易跨越履約，在一賣一買這些新奇選擇權的組合配套下，產生比無風險利率要高出數倍報酬的可能機會，這是市場對股價偏多預期時的有力賣點，但市場股價行為基本上是依循馬可夫隨機過程去擴散的，上漲、下跌或其它走勢事先無法預期與控制，經由本文探討相關的學理論述與運用蒙地卡羅模擬方法，以固定的歷史波動率模型我們算出商品的合理價值為 95.1061，依 CEV 模型的價值為 94.1340，發行的證券商基本上是有利可圖的，投資人在表面報酬條款的迷失吸引下，可能不知實際已付出一些成本，而且，假如設算的波動率提高或 CEV 模型中波動性偏態愈明顯，商品的評定價值將會降低，而賣出的下入局的關卡選擇權如遇股市大幅下挫，損失的金額將會很大，且受限長達 1.5 年，投資人應要有此認識與清楚了解本項商品的實質內涵，而本文研究亦以蒙地卡羅模擬，來試算此一商品在有效的期間中，三期五種可能給付的機率與期望值，可讓投資人的投資分析與可能風險不再只是直覺式的判斷而已。

本項商品期間達 1.5 年，數值買權共 3 期，本文研究除拆解與評價商品的價值外，另試圖在以此相當的發行價值下，去做一些在關卡選擇權、數值買權、有效期限等條件上的多種變化組合，以供發行券商設計的參考與給予投資人不同的選擇，但基本上均是一賣一買這些新奇選擇權，對希臘字母的敏感性多有互相抵銷的效果，但因仍是行情看多型，所以對標的資產價格走向的反應則均較為敏感。

本項商品發行後巧遇美國次貸風暴與金融大海嘯、全球股市崩跌，讓看短多的三期價平數值買權均未能履約，而原感覺不易觸及到 65%下限價的下入局賣權很早就生效了，投資人最終可拿回期初本金的幾成不得而知，他們恐慌但因屬結構型商品被套牢而無法停損出場，這些風險真實的因結構型商品的起始設計與固有特性，配合財金股市的情勢而發生，讓市場得以認清其真正的面貌，也讓主管機關要規範銷售對象與專業素質。在發行證券商的風險控管方面，因本檔發行含有數值選擇權，其在到期前如標的資產價格在價平上下游走，時間價值有時為負有時卻為正，將會產生很大給付不確定的狀態，也使證券商在避險上的困難，本項商品在到期前亦歷經此一過程，亦可說與投資人呈現有強力拔河輸贏結果，這常受人指責證券商是否與投資人在做對賭，所以新一代新奇選擇權已導引往雙方公平或每日評比等方向發展。

對風險管理或交易資產價格走向的投資人，一般與新奇選擇權及其組合或第二代創新等工具，已常應用於上，其受歡迎主要是可依財務工程的技巧，百變成有不同的報酬與風險型態出現，遂被匿稱為“playing with LEGO---bricks”，然而結構型商品的設計與包裝，再如何創新變異，仍離不開這些新奇選擇權原本的特性，疊床架屋過於複雜反而成本過高達不到效果，也造成避險的困難，與模型誤判誤用的極大風險，而再如何投機的仔細設算，仍伴有市場隨機無情的風險，投資人與證券業者應有專業的素養與交易策略上的紀律，正面與中性去看待、謹慎使用才是。

參考文獻：

中文部分：

1. 陳松男 (2004)，結構型金融商品之設計及創新，新陸書局
2. 陳松男 (2005)，結構型金融商品之設計及創新(二)，新陸書局
3. 陳松男 (2005)，金融工程學(二版)－金融商品創新與選擇權理論，新陸書局
4. 葉芳柏、葉芝宇 (2007)，財務工程－基礎理論與 Excel 實務模擬(二版)，金華圖書
5. 陳威光 (2001)，選擇權－理論、實務與應用，智勝文化
6. 張傳章 (2008)，期貨與選擇權，雙葉書廊
7. 陳達新 (2010)，財務數學---隨機過程與衍生性金融商品評價，雙葉書廊
8. 黃達業編譯、John C. Hull 原著 (2004)，選擇權、期貨與其他衍生性商品，普林斯頓國際
9. 姜林泰祐 (2007)，金融資訊管理---分析與系統設計，新陸書局
10. 吳俊德、許強 (2009)，外匯、資金管理暨衍生性金融商品，華泰文化

11. 陳威光(2002)，新金融商品個案分析，智勝文化事業公司出版
12. 陳姝玲(2005)，結構型金融商品之實例分析，政大財管所碩士論文
13. 黃慧如(2008)，連動債投資風險探討--C 銀行一年期高收益型連動債個案研究，中央大學財金所碩士論文
14. 盧玄旻(2006)，障礙界限選擇權商品之研究：評價與避險分析，政大統計所碩士論文
15. 陳芊如(2004)，股價連動式債券之評價與投資風險分析，中原大學企管所碩士論文

英文部份：

1. Bookstaber, R. M. , Option Pricing and Strategies in Investing , Addison-Wesley, Reading(1981)
2. Cootner P.H. , The Random Character of Stock Market Prices , MIT Press, Cambridge(1964).
3. Fischer Black and Myron Scholes , The Pricing of Options and Corporate Liabilities , The Journal of Political Economy(1973)
4. John Hull and Alan White , The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities , Journal of Finance(1987)
5. John Hull and Alan White , Value at Risk when Daily Changes In Market Variables Are Not Normally Distributed , Journal of Derivatives(1998)
6. John C. Cox and Stephen A. Ross , The valuation of options for alternative stochastic processes , journal of financial economics(1976)
7. Rubinstein, M., and E. Reiner , Breaking Down the Barriers , RISK(1991).
8. J. C. Cox, S. A. Ross and M. Rubinstein , Option Pricing: a Simplified Approach , Journal of Financial Economics (1979).
9. Garman, M., and Klass, M. , On the estimation of security price volatilities from historical data , Journal of Business(1980).
10. Parkinson, M. , The extreme value method for estimating the variance of the rate of return , Journal of Business(1980).
11. Boyle, Phelim P. , Options: A Monte Carlo Approach. , Journal of Financial Economics
12. How Binary Options Work , Financial-edu.com