

金融商品波動性預測能力之評價

蘇榮斌* 姜淑美** 許能凱***

摘要

本文將 Salop (1974) 及 Purvis (1979) 同時兼顧總合需求面及總合供給面浮動匯率制度，則財政當局將財政政策用來追求充分就業的產出，貨幣當局將貨幣政策用來追求理想的金融匯率水準，最後也可以圓滿地達成兩個政策目標。

本研究以三種不同類別的金融市場（股價指數、匯率及個股股價）、六種金融商品為對象，應用六種時間序列的波動性估計模型（歷史標準差、指數加權移動平均、GARCH(1,1)-G、GARCH(1,1)-N、限制最小平方法 RLS 及一般化限制最小平方法 G-RLS）作預測能力的比較，以探討不同市場是否適用不同模型、過去報酬衝擊權重設定的適當性及參數估計值與估計程序的關聯性，並以 MAE、RMSE、HMAE 及 HRMSE 四種方法來評估模型的預測績效。實證結果發現：歷史標準差與指數加權移動平均的預測能力並沒有明顯的差別；而 GARCH(1,1)-G 普遍較 GARCH(1,1)-N 模型的預測能力好。整體而言，在此六個金融商品中，波動性預測能力較佳的三個模型分別為 G-RLS、RLS 以及 GARCH(1,1)-G。

關鍵詞：波動性預測、GARCH 模型、限制最小平方估計模型、一般化限制最小平方估計模型

* 淡江大學財務金融所博士候選人、中華技術學院財務金融系講師。E-mail：
jungbinsu@yahoo.com.tw。

** 龍華科技大學財務金融系副教授

***淡江大學財務金融所碩士生

1. 緒論

波動性的預測攸關資產配置、投資組合避險、風險控管以及衍生性金融商品定價的正確性。所以，精確的波動性預測對於投資者、風險管理者、交易者及想要瞭解市場動態的研究人員都是非常重要的。

根據波動特性的陸續發現使得波動性估計模型不斷發展，更符合報酬波動的特性。早期的波動性估計模型係假設其為已知且固定（即同質性），但是因為報酬率的波動是會隨著時間的變化而無法事先得知，因此這樣的模型無法正確描述波動的變化。直到 Box and Jenkin (1976) 提出 ARIMA 模型，才開啟了考慮資料的時間序列具有前後期相關的特性。而 Engle (1982) 提出 ARCH 模型時，首先將波動性的動態現象納入模型中，同時發現報酬率為高狹峰及厚尾分配的特性。Bollerslev (1986) 提出 GARCH 模型，更精簡了 ARCH 模型的參數設定。除了 Nelson(1991) 提出 EGARCH 模型改進 GARCH 模型的缺點，並加入波動性受過去報酬影響的不對稱性，使波動性估計模型更加完善，Glosten, Jagannatham 及 Runkle (1993) 的 GJR 模型、Engle (1990) 的 AGARCH 模型等都將不對稱效果納入考量的模型，至此 ARCH-family 模型成為探討異質變異之標準波動模型。

除了前述考量異質變異性的模型外，在時間序列的應用上已由簡單線性迴歸過程演變到非線性的模型，因其參數容易估計的優點，形成波動性估計之另外發展領域。一般而言，以報酬平方設定的模型（如：GARCH）對大的衝擊較敏感，以絕對報酬設定的模型（如：EGARCH）則較不敏感。Ederington and Guan (2005) 利用 GARCH(1,1) 過去殘差權重呈指數遞減特性，提出限制最小平方估計模型 (RLS) 和絕對限制最小平方估計模型

(A-RLS)，證明使用絕對報酬的模型比使用報酬平方的模型預測能力更佳。

先前已有許多研究探討相關時間序列模型的預測能力，Akgiray(1989)比較歷史波動、EWMA 及 ARCH-GARCH 模型，結果發現 ARCH-GARCH 模型的預測效果在不同研究期間會得到不同的結果。Heynen and Kat (1994) 比較隨機漫步模型、GARCH(1,1)、EGARCH(1,1)和隨機波動模型之預測能力，結果發現不同的模型對於不同金融市場的預測能力相異。Brailsford and Faff (1996) 發現無法明確指出 GARCH 和 TGARCH 那一種模型的預測能力較好，同時由於最佳模型的決定對不同評估方法的選取是敏感的，因此在評估預測績效時會有不同的結果。Walsh and Tsou (1998) 比較歷史波動、極值法、ARCH-GARCH 和 EWMA 的預測能力，發現 EWMA 法最佳。Gokcan (2000) 比較線性的 GARCH(1,1)模型及非線性的 EGARCH(1,1)模型之預測能力，結果顯示 GARCH(1,1)的預測能力比 EGARCH(1,1)來得好。Mcmillan, Speight and Apgwilm (2000) 應用多種傳統以及 GARCH 等十種波動估計模型，探討 FTA all share 和 FTSE100 stock index 兩種指數波動性的預測能力，發現不同的樣本頻率資料適用不同的估計模型。Ederington and Guan (2005) 採用 8 種時間序列模型來評估並比較其預測績效，結果發現 GARCH(1,1)模型預測結果較佳。

然而前述文獻多著重於探討傳統時間序列模型預測波動性的能力或雖有應用非限制線性迴歸模型來估計波動性，但是或僅限於美國本土金融市場的探討，比較無法獲得一致性的結果。因此本研究橫跨不同的市場，應用歷史標準差 (STD)、指數加權移動平均 (EWMA)、GARCH(1,1)-N、GARCH(1,1)-G 及 Ederington and Guan (2005) 所提之限制最小平方估計 (RLS)與一般化限制最小平方估計 (G-RLS) 等六種估計模型，並同時採

用四種評估預測績效的標準（MAE、RMSE、HMAE 和 HRMSE），探討幾個相關議題：（1）各模型對新舊觀察值權重設定的適當性、（2）參數估計值與估計程序的關聯性，與（3）是否有某些模型對於某些金融市場的預測績效特別好，以比較何者的預測績效最佳，並期望透過此實證分析以獲得預測能力較佳的廣泛性模型，進一步提供投資決策者掌握金融資產報酬波動性的可行管道。

實證結果發現：一般化限制最小平方估計、限制最小平方估計以及 GARCH(1,1)-G 等三個模型較佳。雖然四種評估預測績效方法的結果不盡相同，但是非線性限制模型均優於 GARCH(1,1)和傳統歷史波動模型。但就傳統歷史模型來說，歷史標準差和指數加權移動平均的預測能力沒有明顯的差別。對 GARCH 模型而言，GARCH(1,1)-G 普遍較 GARCH(1,1)-N 模型的預測能力好。就非線性限制模型而言，一般化限制最小平方估計的預測能力均比限制最小平方估計模型好。

本研究的其他章節分述如下：第 2 節資料來源與研究方法，說明本研究的研究期間與資料來源，並介紹本研究所使用的六種波動預測模型；第 3 節實證結果，針對本研究的實證結果進行分析與討論；第 4 節結論，說明本研究所得的結論。

2. 資料來源與研究方法

2.1 資料來源

為了要確保實證結果的一般性，本研究探討三種不同類別的金融市場（股票指數、匯率及個股股價），共六個金融商品自 1993 年 1 月 1 日至 2005 年 12 月 31 日的每日收盤價以比較其預測能力，包括：日經 225 指數(Nikkei

225 Stock Average Index) 和道瓊工業平均指數 (Dow Jones Industrial Average Index)，資料來自台灣經濟新報 (TEJ) 資料庫；取自中央銀行統計資料庫的澳幣兌美元匯率 (Australian Dollar / Dollar Exchange Rate) 與日圓兌美元匯率 (Japanese Yen / Dollar Exchange Rate)；美國 S&P 500 指數中的马拉松石油公司 (Marathon Oil Corp.) 和西方石油公司 (Occidental Petroleum Corp.) 的個股股價則由 YAHOO FINANCE 取得。

本研究的研究期雖為 1993 年 1 月 1 日至 2005 年 12 月 31 日，但實證結果可能因研究的樣本期間選取不同、或樣本期間內因各個市場的交易制度不同或改變可能會有不同的結果。一個好的預測模型應能迅速反映市場上的變化，所以就實務應用上而言，良好的波動性預測模型應該在任何期間都有較其他模型為佳的表現 (Heynen and Kat, 1994)，因此本研究的樣本期間不做特別的劃分。

2.2 研究方法

2.2.1 波動性之預測模型

假設資產在時間 t 時之報酬率 R_t 的模型為：

$$R_t = \mu + r_t = \mu + \sqrt{\nu_t} \varepsilon_t \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

$$\nu_{t+1} = \alpha_0 + \alpha_1 r_t^2 + \beta \nu_t \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

其中， $R_t = \ln(P_t/P_{t-1})$ 為報酬率，是以每日收盤價 P_t 與其前一日之收盤價 P_{t-1} 之比，取自然對數值後得之； μ 和 ν_t 分別為報酬率 R_t 的平均數和變異數； ε_t 為獨立且具有相同分配 (independent and identically distributed, iid) 之隨機變數，其機率密度函數為 $f(\varepsilon_t)$ 。而方程式中的 $\sqrt{\nu_t}$ 是一個隨著時

間改變（time-varying）的標準差，可用來描述資產報酬率的波動性。

為方便作比較，各個模型以報酬偏離項（return deviation）作為模型實證所用之資料。而報酬偏離項為每日報酬率扣除整個樣本期間的平均數：

$$r_{t-j} = R_{t-j} - \mu \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

其中， $\mu = (1/T) \sum_{t=1}^T R_t$ 為平均數，乃以整個樣本期間的平均報酬率計算。

1. 歷史標準差（STD）

$$STD(n)_t = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} r_{t-j}^2} \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

其中， $r_{t-j} = R_{t-j} - \mu$ 為報酬率之偏離項；

n 為計算歷史波動性期間長度等同於預測期間的長度 s 。

2. 指數加權移動平均（EWMA）模型

$$EWMA_t = \frac{1}{\Gamma} \sum_{j=0}^J \beta^j r_{t-j}^2 \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

其中， $r_{t-j} = R_{t-j} - \mu$ 為報酬率之偏離項；

$$\Gamma = \sum_{J=0}^J \beta^j ;$$

β 為權重，Riskmetrics 設定為 0.94 故呈指數下降。

3.GARCH(1,1)模型

$$GARCH_t = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s v_{t+k} = \alpha + \lambda \sum_{j=0}^J \beta^j r_{t-j}^2 \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

$$\text{其中, } \alpha = (1/s) \sum_{k=1}^s [\alpha_0 \sum_{j=0}^{k-2} (\alpha_1 + \beta)^j + \alpha'_0 (\alpha_1 + \beta)^{k-1}] ;$$

$$\lambda = (\alpha_1/s) \sum_{k=1}^s (\alpha_1 + \beta)^{k-1} ;$$

$$\alpha'_0 = \alpha_0 \sum_{j=0}^J \beta^j + \beta^{J+1} v_{t-J} .$$

GARCH(1,1)模型假設在任何時間點 t 之報酬率 R_t 為一平均數為 μ 變異數為 v_t 且 $\varepsilon_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1)$ 的常態分配，或 $\varepsilon_t \stackrel{iid}{\sim} GED(d)$ 的一般化誤差分配，則其機率密度函數為：

$$f(\varepsilon_t) = d \exp(-0.5 |\varepsilon_t/k|^d) / [k 2^{(1+1/d)} \Gamma(1/d)] \quad \dots \quad (7)$$

其中， $k = [2^{(-2/d)} \Gamma(1/d)/\Gamma(3/d)]^{1/2}$ ，在一般化誤差分配 GED (generalized error distribution) 中，由參數 d 的大小來決定分配的形式。一般而言， $1 \leq d \leq 2$ ， d 愈小表示愈有高狹峰 (leptokurtic) 或厚尾 (fat tail) 現象，當 $d = 2$ 時，一般化誤差分配即為標準常態分配；當 $d = 1$ 時，一般化誤差分配則為 Laplace 分配。

上述三個模型 STD、EWMA、GARCH(1,1)為同一類，只是 STD 模型為 EWMA 模型的特例（因當 $\beta = 1$ 時 EWMA 模型即變成 STD 模型），而 GARCH(1,1)模型為 EWMA 模型的通式（因當 EWMA 模型的項次為無窮多時就變成 GARCH(1,1)模型）。

4. 限制最小平方估計模型 (RLS)

$$AV(s)_t = \alpha + \lambda \sum_{j=0}^J \beta^j r_{t-j}^2 \quad \dots \quad (8)$$

$$RLS_t = \hat{\alpha} + \hat{\lambda} \sum_{j=0}^J \hat{\beta}^j r_{t-j}^2 \quad \dots \quad (9)$$

其中， $AV(s)_t$ 為自 $t+1$ 期到 $t+s$ 期的實際變異數；

參數 α 、 λ 及 β 由最小平方法估得。

本模型為 Ederington and Guan (2005) 根據 GARCH(1,1) 過去報酬誤差權重呈指數遞減特性，所提出限制最小平方估計模型 (The Restricted Least Squares Estimator, RLS)。式(8)稱為限制非線性最小平方估計式(The Restricted non-linear Least Squares, RLS)，此估計式所以為非線性乃因參數 β^j 以及變數不是線性關係，並限制報酬殘差平方 (r_{t-j}^2) 的係數會隨落後期數 j 的增加而遞減。Ederington and Guan (2005) 以反覆估計法 (Iterative Estimation Procedure) 來估計 α 、 λ 和 β 三個參數，假設參數值介於 0.5 到 1 之間，每次設定以 0.005 的增量代入方程式(8)中，逐一以最小平方法進行迴歸估計，找出誤差平方和 (error-sum-of-squares) 最小那一組的 α 、 λ 和 β 就是最適的參數，再將此組參數代入方程式(9)來預測未來波動性。

比較方程式(6)和(9)，在結構上兩個方程式是相同的，只是 GARCH(1,1) 與 RLS 模型在 α 、 λ 及 β 估計程序上所用的方法不同。GARCH(1,1)是以最大概似法來估計參數，而 RLS 所採用的是使 $AV(s)_t$ 誤差平方和最小來估計參數。

5.一般化限制最小平方估計模型 (G-RLS)

$$G - RLS_t = \alpha + \lambda_0 \sum_{j=0}^J \beta^j r_{t-j}^2 + \lambda_1 \sum_{j=0}^J \beta^j j r_{t-j}^2 + \lambda_2 \sum_{j=0}^J \beta^j j^2 r_{t-j}^2 \quad \dots \dots (10)$$

本模型結合 Schmidt (1974) 模型及 Koyck 和 Almon (1965) 的落後形式而成。由於其彈性一般化形式，所以稱為一般化限制最小平方估計模型 G-RLS (General Restricted Least Squares Estimator)。其與 RLS 模型一

樣都是利用反覆估計之非線性最小平方法，再透過 Z_{it} 定義的變異數迴歸來估計各個 β 值，只是當 G-RLS 中之 λ_1 與 λ_2 皆為 0 時，G-RLS 就變為 RLS。因此可以透過檢定對於所有 $i > 0$ 時， $\lambda_i = 0$ 是否成立來測試指數權重假設的適當性。

2.2.2 波動性之預測績效標準

Brailsford and Faff (1996) 採用不同的損失方程式 (loss functions) 來評估預測績效，發現使用不同的評估方法會影響最佳模型的決定，亦即不同的評估標準會有不同的結果。本研究選取下列四種預測績效的評估準則，希望能找到一個在任何標準下都為最佳的預測模型。

$$MAE = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M |FSTD(s)_m - AS(s)_m| \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

$$MASE = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M [FSTD(s)_m - AS(s)_m]^2} \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

$$HMAE = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left| 1 - \frac{AS(s)_m}{FSTD(s)_m} \right| \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

$$HRMSE = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left[1 - \frac{AS(s)_m}{FSTD(s)_m} \right]^2} \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

其中， M 表示於預測期內可計算之預測誤差個數；

$AS(s)$ 為 s 天內的實際標準差；

$FSTD(s)$ 為預測未來 s 天的標準差。

MAE (Mean Absolute Errors) 和 RMSE (Root-Mean Squared Errors) 是一般最常使用的評估績效方式，由於預測誤差可能會有異質變異的情形，故 Andersen, Bollerslev and Lange (1999) 提出 HMAE (Heteroskedastic adjusted Mean Absolute Error) 和 HRMSE (Heteroskedastic adjusted Root-Mean Squared Error) 法，以對 MAE 和 RMSE 作異質變異的調整。

2.2.3 實證步驟

1. 以全體樣本的報酬率估計各模型之參數。
2. 將步驟 1 所估得之參數帶入各模型，為了使各模型的比較基礎一致，所以本研究波動性均以標準差表示。
3. 計算各個金融商品報酬率 s 天的年化實際標準差 (the Annualized Actual Standard Deviation of Returns)，以 $AS(s)$ 表示如下：

$$AS(s)_t = \left(252 \sum_{j=1}^s \frac{r_{t+j}^2}{s} \right)^{1/2} \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

4. 利用預測標準差和年化實際標準差，計算出不同損失方程式下的 MAE、RMSE、HMAE 和 HRMSE 值，以比較各模型的預測績效。

3. 實證結果

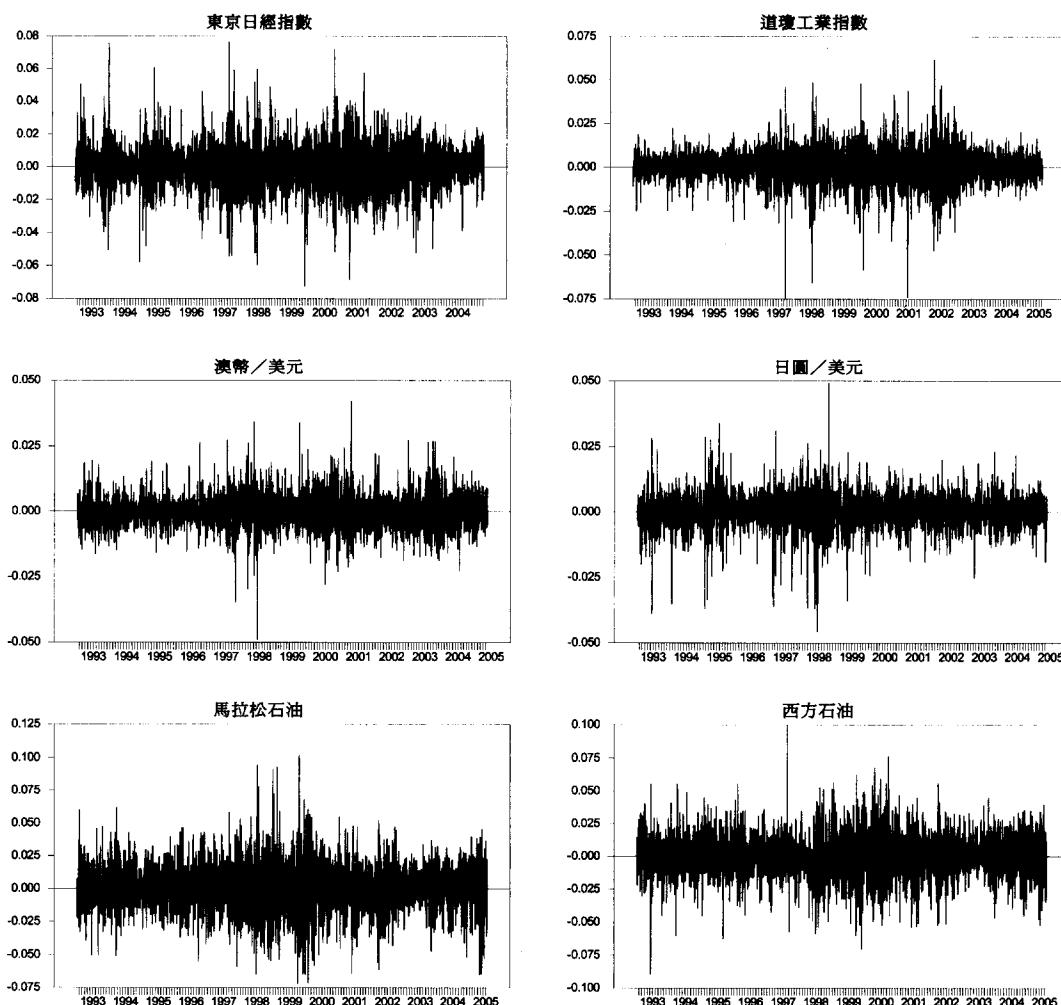
3.1 資料處理與初步分析

本研究採用六個金融商品（日經 225 指數、道瓊工業平均指數、澳幣兌美元匯率、日圓兌美元匯率、馬拉松石油公司及西方石油公司）日報酬

率的資料，即將每日收盤的股價指數、匯率及各股報價經由對數的一次差分轉換為日報酬率：

$$R_t = \ln(P_t/P_{t-1}) \times 100 \quad \dots \dots \dots \quad (16)$$

六個金融商品全體樣本期間每日報酬率的走勢如《圖 1》所示。由《圖 1》可看出此六個金融商品日報酬序列的波動趨勢大致呈現波動叢聚的現象，也就是大波動跟隨著大波動，小波動跟隨著小波動，符合變異數異質性的特性。



《圖 1》日經 225 指數、道瓊工業平均指數、澳幣兌美元匯率、日圓兌美元匯率、馬拉松石油公司及西方石油公司日報酬走勢圖

《表 1》為六個金融商品日報酬率的基本統計量。就報酬率而言，六個金融商品在全體樣本期間報酬平均都很小，非常接近零。在偏態係數、峰態係數及 JB (Jarque-Bera) 統計量的檢定上，我們發現其報酬率皆非常態、具高狹峰的分配型態，與一般金融資產報酬率呈現高狹峰的特性類似，此與 GARCH 模型本身即屬描述高狹峰的模型有關，更顯示出本研究運用 GARCH 模型之適切性。在 Ljung-Box Q 統計檢定方面，顯示出六個金融商品的波動不是固定不變的，而是會隨時間經過而改變。

《表 1》日經 225 指數、道瓊工業平均指數、澳幣兌美元匯率、日圓兌美元匯率、馬拉松石油公司及西方石油公司日報酬之基本統計量

	東京日經 指數	道瓊工業 指數	澳幣/ 美元匯率	日圓/ 美元匯率	馬拉松 石油	西方 石油
最大值	0.077	0.062	0.042	0.049	0.102	0.100
最小值	-0.072	-0.075	-0.049	-0.046	-0.072	-0.089
標準差	0.014	0.010	0.007	0.007	0.019	0.017
偏態係數	0.030	-0.254***	0.162**	-0.469***	0.045	-0.042
峰態係數	2.232***	4.771***	3.284***	4.742***	1.456***	1.629***
JB	664.586***	3152.788***	1465.249***	3143.981***	289.746***	362.926***
$Q^2(6)$	338.517***	717.150***	102.350***	391.083***	379.687***	135.777***
$Q^2(12)$	466.015***	954.164***	157.217***	422.803***	609.637***	206.122***
樣本數	3,200	3,287	3,229	3,229	3,269	3,274

註：1.*、**和***分別代表 10%、5% 和 1% 的顯著水準。

2. 在 1% 的顯著水準下，卡方分配自由度為 6 和 12 的臨界值分別為 $\chi^2(6)=16.812$ 和 $\chi^2(12)=26.217$ 。

本研究採用 Ljung-Box (1978) 之 Q 統計量對 GARCH(1,1) 模型之標準化殘差進行自我相關檢定，結果列於《表 2》。由《表 2》可知在 10% 的顯著水準下，GARCH(1,1)-N 和 GARCH(1,1)-G 兩個模型標準化殘差之 Q 統計量皆小於相同自由度的卡方分配臨界值，無法拒絕虛無假設，表示標準化殘差符合白噪音，無高階自我相關存在。

《表 2》GARCH(1,1) 模型之標準化殘差序列相關檢定

		金融商品					
預測模型	Q 統計量	東京日經 指數	道瓈工業 指數	澳幣/ 美元匯率	日圓/ 美元匯率	馬拉松 石油	西方 石油
GARCH-N	Q(6)	2.297	9.112	8.848	9.291	8.229	6.151
	Q(12)	8.552	17.020	14.934	15.356	9.878	13.156
GARCH-G	Q(6)	2.273	8.895	8.765	9.470	9.189	6.198
	Q(12)	8.770	15.321	15.321	15.501	9.828	13.223

註：10% 的顯著水準下，卡方分配自由度為 6 和 12 的臨界值分別為 $\chi^2(6)=10.645$ 和 $\chi^2(12)=18.549$ 。

3.2 模型參數之估計

3.2.1 GARCH(1,1) 模型

GARCH(1,1)-N 與 GARCH(1,1)-G 模型之參數估計值分別列於《表 3》。利用 GARCH 模型可以判斷報酬率是否具異質變異的現象，在《表 3》的結果中，我們發現 GARCH(1,1)-N 與 GARCH(1,1)-G 模型在 5% 的顯著水準下所有參數均顯著，而且都滿足各模型參數的限制條件，表示在這六個金融商品的報酬率都存在異質變異。再者，GARCH(1,1)-G 模型的參數 d

皆介於 1 到 2 之間，且都顯著，表示此六個金融商品的報酬率具有高狹峰或厚尾現象。而在 GARCH(1,1)-N 與 GARCH(1,1)-G 模型間， α 及 β 估計值大致呈現 $\alpha_{GARCH-N} > \alpha_{GARCH-G}$ (日圓兌美元匯率除外) 與 $\beta_{GARCH-G} > \beta_{GARCH-N}$ (西方石油除外)，而兩個模型 λ 的比較則沒有明顯的一致性。

《表 3》GARCH(1,1) 模型之參數估計值

金融商品		估計參數				
		d	α_0	α_1	β	α
東京日經	N		3.991e-6***	0.076***	0.096***	3.335e-5
	G	1.392***	2.843e-6***	0.069***	0.919***	3.001e-5
道瓊工業	N		9.385e-7***	0.082***	0.912***	1.020e-5
	G	1.363***	7.932e-7***	0.071***	0.923***	9.815e-6
澳幣/	N		3.395e-7***	0.033***	0.960***	7.451e-6
	G	1.611***	1.765e-7**	0.028***	0.968***	5.281e-6
日圓/	N		1.551e-6***	0.074***	0.895***	9.504e-6
	G	1.535***	1.170e-6***	0.058***	0.918***	9.845e-6
馬拉松石油	N		3.823e-6***	0.051***	0.939***	5.420e-5
	G	1.204***	3.586e-6**	0.050***	0.940***	5.260e-5
西方石油	N		5.551e-6***	0.039***	0.941***	6.932e-5
	G	1.410***	5.778e-6**	0.045***	0.9347***	6.499e-5

註：*、**和***分別代表 10%、5% 和 1% 的顯著水準。

3.2.2 限制最小平方估計模型 (RLS)

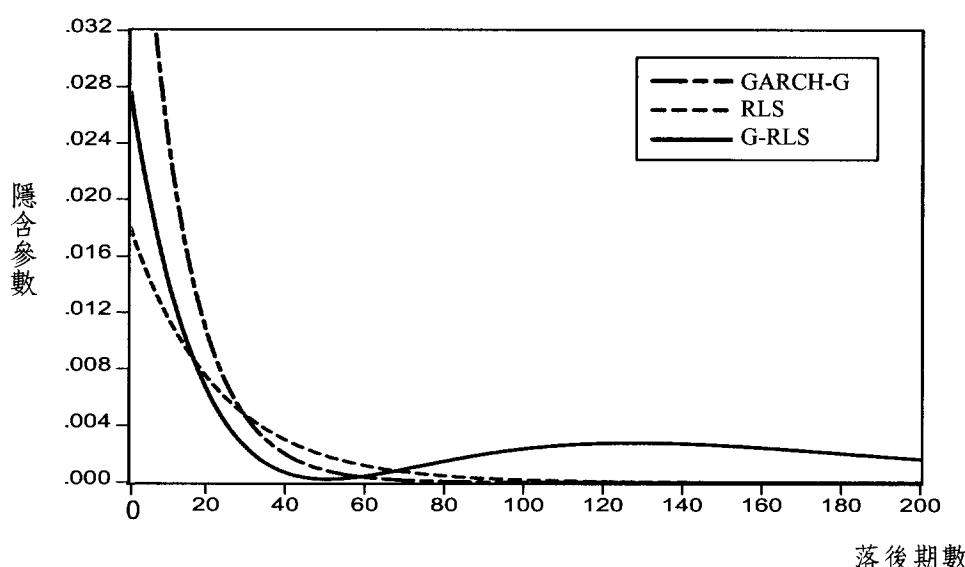
RLS 模型之參數估計值列於《表 4》，若與《表 3》兩個 GARCH(1,1) 模型之參數比較，可發現參數估計值有明顯的一致性差異。在參數 α 和 β 方面，皆呈現 $\alpha_{RLS} > \alpha_{GARCH}$ 及 $\beta_{RLS} > \beta_{GARCH}$ 的情況，而參數 λ 則呈現

$\lambda_{RLS} < \lambda_{GARCH}$ 的情形，此意謂著與 GARCH(1,1) 模型相較之下，RLS 模型給予離現在較近的觀察值較少的權重，而給予離現在較遠的觀察值較多的權重。我們觀察《圖 2》之東京日經 225 指數的隱含參數可以發現 RLS 模型給予 $t - 29$ 至 t 落後期間觀察值的權重均小於 GARCH(1,1) 模型，而給予落後期 $t - 30$ 及較早觀察的權重則比 GARCH(1,1) 模型更多。

《表 4》RLS 模型之參數估計值

金融商品	估計參數		
	β	α	λ
東京日經指數	0.955	1.217e-4***	0.018***
道瓊工業指數	0.960	4.951e-5***	0.022***
澳幣/美元匯率	0.970	1.609e-5***	0.019***
日圓/美元匯率	0.975	2.060e-5***	0.015***
馬拉松石油	0.955	1.227e-4***	0.030***
西方石油	0.985	1.048e-4***	0.010***

註：*、**和***分別代表 10%、5% 和 1% 的顯著水準。



《圖 2》東京日經指數之 GARCH-G、RLS 和 GEN 模型的隱含參數比較圖

此意指 GARCH(1,1) 模型估計參數程序所產生的參數估計值會高估新觀察值的權重而低估舊觀察值的權重，此在新觀察上相對於舊觀察值給予太多權重的發現與先前實證顯示金融市場波動性有長期記憶性是一致的，例如 Ding and Granger (1996)。而其他金融商品的隱含「交叉日 (cross-over day)」分別為紐約道瓊工業指數的 $t - 28$ 、日圓兌美元匯率的 $t - 17$ 、馬拉松石油的 $t - 22$ 及西方石油的 $t - 23$ 。

3.2.3 一般化限制最小平方估計模型(G-RLS)

《表 5》為 G-RLS 模型之參數估計結果，全部金融商品的參數估計值在 1% 的顯著水準下均顯著。在參數 α 方面，與 RLS 相較之下一致呈現 $\alpha_{RLS} > \alpha_{GEN}$ ，而參數 β 大至呈現 $\beta_{GEN} > \beta_{RLS}$ (日圓兌美元匯率除外)。而虛無假設 $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ (表示權重呈指數下降) 明顯被拒絕。而 $\lambda_1 < 0$ 及 $\lambda_2 > 0$ 的情況在所有金融商品中是一致的，表示在一個指數落後結構的迴歸模型中，模型給予離現在較近的觀察值和較遠的觀察權重太低，而介於中間的權重太高，《圖 2》可說明此種情況。在《圖 2》中，G-RLS 模型中 r_{t-j}^2 的隱含參數從落後期 t 至 $t - 16$ 及 $t - 68$ 至 $t - 200$ 兩段期間皆高於 RLS 模型，而落後期 $t - 17$ 至 $t - 58$ 均低於 RLS 模型。《圖 2》亦顯示 G-RLS 與 RLS 模型估計參數落後結構是不同的 (介於限制更多與更有彈性的迴歸形式之間)，傾向介於相同模型 GARCH(1,1) 與 RLS 的估計值之間。由此我們可以發現 GARCH(1,1) 模型的參數估計在新的觀察值上明顯較 RLS 與 G-RLS 給予更多的權重，而 G-RLS 模型給予較舊的觀察的權重則是明顯高於 RLS 與 GARCH(1,1) 模型。

《表 5》G-RLS 模型之參數估計值

金融商品	估計參數					$F(\lambda_1 = \lambda_2 = 0)$
	β	α	λ_0	λ_1	λ_2	
東京日經指數	0.975	9.320e-5***	0.028***	-1.190e-3***	1.127e-5***	111.231***
道瓊工業指數	0.990	3.521e-5***	0.020***	-4.684e-4***	2.637e-6***	128.459***
澳幣/美元匯率	0.985	1.449e-5***	0.020***	-3.370e-4***	1.790e-6***	43.036***
日圓/美元匯率	0.955	1.898e-5***	0.0236***	-9.608e-4***	2.754e-5***	45.347***
馬拉松石油	0.975	1.091e-4***	0.032***	-7.988e-4***	5.734e-6***	57.576***
西方石油	0.995	8.098e-5***	0.016***	-3.418e-4***	1.849e-6***	136.893***

註：*、**和***分別代表 10%、5% 和 1% 的顯著水準。

3.3 波動性之預測能力之比較

《表 6》至《表 9》分別列出 MAE、RMSE 以及經過異質性調整後的 HMAE 和 HRMSE 四種預測績效之評估結果，將六個波動性估計模型的預測績效分五方面來探討，包括傳統歷史波動模型之比較、GARCH 模型之比較、非線性限制模型之比較、GARCH 與 RLS 模型之比較及所有模型之比較。而事後 (ex-post) 標準差的年化標準差 $AS(s)$ 放置於《表 6》至《表 9》倒數第二列中。

3.3.1 MAE 預測績效的評估結果

- 傳統歷史波動模型之比較：EWMA 模型之預測能力優於 STD(n) 模型，而 STD(n) 模型又以 STD(40) 及 STD(120) 的預測能力最好。

2.GARCH 模型之比較：GARCH(1,1)-G 模型之預測能力優於 GARCH(1,1)-N 模型。

3.非線性限制模型之比較：G-RLS 模型之預測能力優於 RLS 模型。

4.GARCH 與 RLS 模型之比較：GARCH(1,1)-G 模型之預測能力優於 RLS 模型。

5.所有模型之比較：G-RLS 模型之預測能力大致為最佳，其他以下列順序排序 GARCH-G、RLS、GARCH-N、EWMA 及 STD 模型。

《表 6》MAE 預測績效的評估結果

預測模型	金融商品					
	東京日經指數	道瓊工業指數	澳幣/美元匯率	日圓/美元匯率	馬拉松石油	西方石油
STD(10)	0.0626	0.0444	0.0267	0.0324	0.0709	0.0698
STD(20)	0.0592	0.0411	0.0224	0.0288	0.0612	0.0597
STD(40)	0.0574	0.0401	0.0211	0.0275	0.0561	0.0525
STD(80)	0.0574	0.0425	0.0216	0.0271	0.0577	0.0512
STD(120)	0.0552	0.0417	0.0226	<u>0.0260</u>	0.0588	<u>0.0505</u>
EWMA	<u>0.0549</u>	<u>0.0393</u>	<u>0.0208</u>	0.0265	<u>0.0551</u>	0.0524
GARCH-N	0.0512	0.0371	<u>0.0192</u>	0.0277	0.0523	<u>0.0521</u>
GARCH-G	<u>0.0504</u>	<u>0.0369</u>	0.0194	<u>0.0260</u>	<u>0.0520</u>	0.0531
RLS	0.0516	0.0399	0.0205	0.0239	0.0523	0.0465
G-RLS	<u>0.0503</u>	<u>0.0384</u>	<u>0.0204</u>	<u>0.0234</u>	<u>0.0521</u>	<u>0.0439</u>
AS	Mean	0.2154	0.1541	0.1003	0.1052	0.2866
	STD	0.0703	0.0649	0.0317	0.0374	0.0889
OBS	2,962	3,049	2,991	2,991	3,031	3,036

- 註：1.斜體表示歷史標準差中最小之預測誤差；
 2.底線表示同種類模型中預測誤差較小者；
 3.粗體表示 GARCH 與 RLS 模型預測誤差較小者；
 4.網底表示全部六個模型中預測誤差最小者。

3.3.2 RMSE 預測績效的評估結果

1. 傳統歷史波動模型之比較：STD(n)模型之預測能力優於 EWMA 模型，而 STD(n)模型又以 STD(120)預測能力最好。
2. GARCH 模型之比較：GARCH(1,1)-G 模型之預測能力優於 GARCH(1,1)-N 模型。
3. 非線性限制模型之比較：G-RLS 模型之預測能力優於 RLS 模型。
4. GARCH 與 RLS 模型之比較：RLS 模型之預測能力優於 GARCH(1,1) 模型。
5. 所有模型之比較：G-RLS 模型之預測能力為最佳，其他以下列順序排序 RLS、GARCH-G、GARCH-N、STD 及 EWMA 模型。

《表 7》RMSE 預測績效的評估結果

預測模型	金融商品					
	東京日經 指數	道瓈工業 指數	澳幣/ 美元匯率	日圓/ 美元匯率	馬拉松 石油	西方 石油
STD(10)	0.0833	0.0650	0.0360	0.0460	0.0930	0.0901
STD(20)	0.0777	0.0600	0.0311	0.0408	0.0804	0.0772
STD(40)	0.0758	0.0570	0.0288	0.0385	0.0742	0.0684
STD(80)	0.0743	0.0580	<u>0.0280</u>	0.0358	0.0764	0.0662
STD(120)	<u>0.0719</u>	0.0567	0.0282	<u>0.0357</u>	0.0770	<u>0.0643</u>
EWMA	0.0721	<u>0.0556</u>	0.0284	0.0372	<u>0.0735</u>	0.0689
GARCH-N	0.0697	0.05420	0.0258	0.0396	0.0716	<u>0.0701</u>
GARCH-G	<u>0.0678</u>	<u>0.0537</u>	<u>0.0256</u>	<u>0.0376</u>	<u>0.0711</u>	0.0711
RLS	0.0638	0.0521	0.0255	0.0323	0.0675	0.0586
G-RLS	<u>0.0627</u>	<u>0.0506</u>	<u>0.0253</u>	<u>0.0321</u>	<u>0.0673</u>	<u>0.0563</u>
AS	Mean	0.2154	0.1541	0.1003	0.1052	0.2866
	STD	0.0703	0.0649	0.0317	0.0374	0.0889
OBS	2,962	3,049	2,991	2,991	3,031	3,036

註：同《表 6》。

3.3.3 HMAE 預測績效的評估結果

1. 傳統歷史波動模型之比較：STD(n)模型之預測能力與 EWMA 模型大致相同，而 STD(n)模型又以 STD(40)及 STD(120) 預測能力最好。
2. GARCH 模型之比較：GARCH(1,1)-G 模型之預測能力優於 GARCH(1,1)-N。
3. 非線性限制模型之比較：G-RLS 模型之預測能力優於 RLS 模型。
4. GARCH 與 RLS 模型之比較：RLS 模型之預測能力優於 GARCH(1,1)-G。
5. 所有模型之比較：G-RLS 模型之預測能力為最佳，其他以下列順序排序 RLS、GARCH-G、STD、EWMA 及 GARCH-N 模型。

《表 8》HMAE 預測績效的評估結果

預測模型	金融商品					
	東京日經 指數	道瓊工業 指數	澳幣/ 美元匯率	日圓/ 美元匯率	馬拉松 石油	西方 石油
STD(10)	0.3302	0.3136	0.3010	0.3558	0.2919	0.3191
STD(20)	0.2958	0.2673	0.2360	0.2869	0.2288	0.2495
STD(40)	0.2755	0.2523	0.2145	0.2661	0.2020	0.2106
STD(80)	0.2720	0.2650	0.2147	0.2571	0.2049	0.2045
STD(120)	<u>0.2624</u>	0.2552	0.2197	<u>0.2394</u>	0.2069	<u>0.20000</u>
EWMA	0.2652	<u>0.2482</u>	<u>0.2131</u>	0.2555	<u>0.1999</u>	0.2110
GARCH-N	0.2844	0.2429	0.2004	0.3401	0.2028	<u>0.2405</u>
GARCH-G	<u>0.2651</u>	<u>0.2417</u>	<u>0.1965</u>	<u>0.3047</u>	<u>0.2002</u>	0.2474
RLS	0.2337	0.2440	0.1974	0.2156	0.1783	0.1770
G-RLS	<u>0.2275</u>	<u>0.2314</u>	<u>0.1970</u>	<u>0.2126</u>	<u>0.1774</u>	<u>0.1661</u>
AS	Mean	0.2154	0.1541	0.1003	0.1052	0.2866
	STD	0.0703	0.0649	0.0317	0.0374	0.0889
OBS	2,962	3,049	2,991	2,991	3,031	3,036

註：同《表 6》。

3.3.4 HRMSE 預測績效的評估結果

1. 傳統歷史波動模型之比較：STD(n)模型之預測能力優於 EWMA 模型，而 STD(n)模型又以 STD(120) 預測能力最好，其次為 STD(40)。
2. GARCH 模型之比較：GARCH(1,1)-G 模型之預測能力優於 GARCH(1,1)-N 模型。
3. 非線性限制模型之比較：G-RLS 模型之預測能力優於 RLS 模型。
4. GARCH 與 RLS 模型之比較：RLS 模型之預測能力優於 GARCH(1,1)-G。
5. 所有模型之比較：G-RLS 模型之預測能力為最佳，其他以下列順序排序 RLS 、STD、EWMA 、GARCH-G 、及 GARCH-N 模型。

《表 9》HRMSE 預測績效的評估結果

預測模型	金融商品					
	東京日經 指數	道瓊工業 指數	澳幣/ 美元匯率	日圓/ 美元匯率	馬拉松 石油	西方 石油
STD(10)	0.4782	0.4484	0.4145	0.5398	0.4299	0.4469
STD(20)	0.4058	0.3637	0.3329	0.4051	0.3113	0.3356
STD(40)	0.3752	0.3289	0.2954	0.3772	<u>0.2670</u>	0.2802
STD(80)	0.3669	0.3429	0.2747	0.3514	0.2703	0.2728
STD(120)	<u>0.3577</u>	0.3375	<u>0.2707</u>	<u>0.3292</u>	0.2711	<u>0.2612</u>
EWMA	0.3642	<u>0.3265</u>	0.2910	0.3620	0.2690	0.2829
GARCH-N	0.3991	0.3366	0.2698	0.4867	0.2805	<u>0.3280</u>
GARCH-G	<u>0.3681</u>	<u>0.3336</u>	<u>0.2581</u>	<u>0.4423</u>	<u>0.2765</u>	0.3365
RLS	0.2907	0.3131	0.2429	0.2886	0.2291	0.2247
G-RLS	<u>0.2850</u>	<u>0.2940</u>	<u>0.2418</u>	<u>0.2869</u>	<u>0.2279</u>	<u>0.2130</u>
AS	Mean	0.2154	0.1541	0.1003	0.1052	0.2866
	STD	0.0703	0.0649	0.0317	0.0374	0.0889
OBS	2,962	3,049	2,991	2,991	3,031	3,036

註：同《表 6》。

由以上 MAE、RMSE、HMAE 和 HRMSE 四種預測績效之評估結果可知得就股價指數金融商品言，除道瓊工業指數在 MAE 績效評估下以 GARCH(1,1)-G 模型預測能力最好外，其他皆以 G-RLS 模型預測能力最好；就匯率金融商品言，除澳幣/美元匯率在 MAE 績效評估下以 GARCH(1,1)-N 模型預測能力最好及在 HMAE 績效評估下以 GARCH(1,1)-G 模型預測能力最好外，其他皆以 G-RLS 模型預測能力最好；就個股股價金融商品言，除馬拉松石油在 MAE 績效評估下以 GARCH(1,1)-G 模型預測能力最好外，其他皆以 G-RLS 模型預測能力最好。

4.結論

本研究應用傳統歷史波動中的 STD 和 EWMA 模型，GARCH 模型中的 GARCH(1,1)-N 和 GARCH(1,1)-G 以及非線性限制式模型中的 RLS 和 G-RLS 等六個模型及四種評估預測績效之方法，對三個不同類別金融市場中的六個商品，進行報酬率波動性之估計及各模型報酬波動性預測能力的比較。

分析實證結果我們可以發現：就傳統歷史波動模型來說，STD 和 EWMA 的預測能力並沒有明顯的差別。而就 GARCH 模型而言，GARCH(1,1)-G 普遍較 GARCH(1,1)-N 模型的預測能力好。以非線性限制模型來看，G-RLS 的預測能力均比 RLS 模型好。雖然四種績效評估方法的結果皆不盡相同，不過非線性限制模型均優於 GARCH(1,1)模型和兩個傳統歷史波動模型。因此整體而言，在此六個金融商品波動性預測能力較佳的三個模型為 G-RLS、RLS 以及 GARCH(1,1)-G，而 GARCH(1,1)-N、EWMA 及 STD 三個模型之間的預測能力並沒有明顯的差別。

參考文獻

- Akgiray, V. (1989). Conditional Heteroskedasticity on Time Series of Stock Returns: Evidence and Forecasts. *Journal of Business*, 62, 55-80.
- Almon, S. (1965). The Distributed Lag Between Capital Appropriations and Net Expenditures. *Econometrica*, 33, 178-196.
- Andersen, T. G., Bollerslev, T., and S. Lange (1999). Forecasting Financial Market Volatility: Sample Frequency vis-à-vis Forecast Horizon. *Journal of Empirical Finance*, 6, 457-477.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- Box and Jenkins. (1976). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Holden-Day Inc.
- Brailsford, T. J. and R. W. Faff (1996). An Evaluation of Volatility Forecasting Techniques. *Journal of Banking and Finance*, 20, 165-185.
- Ding, Z., Granger, C., and Engle, R. F. (1993). A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model. *Journal of Empirical Finance*, 1, 83-106.
- Ederington, L. H. and W. Guan (2005). Forecasting Volatility. *Journal of Futures Markets*, 25, 465-490.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of the United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50, 987-1008.
- Engle, R. F. (1990). Discussion: Stock Market Volatility and The Crash of 87.

Review of Financial Studies, 3, 109-106.

Glosten, L. R., Jagannathan, R., and D. E. Runkle (1993). On the Relation between the Expected Value and the Volatility on the nominal Excess Returns on Stocks. *Journal of Finance*, 48, 1779-1801.

Gokcan, S. (2000). Forecasting Volatility of Emerging Stock Markets: Linear versus Non-linear GARCH Models. *Journal of Forecasting*, 19, 199-504.

Heynen, R. C. and G. M. Kat (1994). Volatility Prediction: A Comparison of the Stochastic Volatility, GARCH(1,1) and EGARCH(1,1) Models. *Journal of Derivatives*, 50-65.

Koyck, L. M. (1954). *Distributed Lags and Investment Analysis*. Amsterdam: Publishing Co.

Mcmillan, D., Speight, A., and O. Apgwilym (2000). Forecasting UK Stock Market Volatility. *Applied Financial Economics*, 10, 435-448.

Nelson, D. B. (1991). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach. *Econometrica*, 59, 327-370.

Schmidt, P. (1974). A Modification of the Almon Distributed Lag. *Journal of the American Statistical Association*, 69, 679-681.

Walsh, D. M. and Tsou, G. Y. G. (1998). Forecasting Index Volatility: Sampling Integral and Non-Trading Effects. *Applied Financial Economics*, 8, 477-485.

Valuation of the Power to Predict for Volatility

Jung-Bin Su** *Shu-Mei Chiang *Neng-Kai Hsu******

Abstract

In this paper, there are six financial commercial products in the three kinds of financial markets such as stock index, exchange rate and individual stock markets. We estimate the volatility of the three financial products by using the six time-series models, STD, EWMA, GARCH(1,1)-N, GARCH(1,1)-G, RLS, G-RLS and evaluate the forecasting ability of these six time-series models by using the four performance -evaluating criteria, MAE, RMSE, HMAE, and HRMSE in order to explore three main issues: First, whether the different models are applied to the different financial commercial products or not. Second, whether the weighting of the past returns are assigned correctly or not. Third, we explore the relationship between the values of the estimated parameters and the estimating procedure. From the empirical results, we can find that in the forecasting ability of the volatility it is not different for the STD and EWMA model, the GARCH(1,1)-G model is better than the GARCH(1,1)-N model, and as a whole the three better models are G-RLS, RLS and GARCH(1,1)-G models for the six financial commercial products.

Key words: Volatility forecasting; GARCH model; Restricted least squares model; General restricted least squares model

* Ph.D. student, Department of Finance and Banking, Tamkang University, and Lecturer, Department of Finance and Banking, China Institute of Technology.
E-mail : jungbinsu@yahoo.com.tw

** Associate Professor, Department of Finance, Lunghwa University Science and Technology

***Graduate student, Department of Finance and Banking, Tamkang University

