

# 次核物質之基本粒子

陳 清 信

## I, 引 言

今暑到清華大學參加暑期科學研討會，有幸再遇到指導教授之好友，J. Schwinger，他是一九六五年諾貝爾物理獎得主之一，以前我的指導教授曾請他來 Case Western Reserv Univ. 講過 “The Theory of Sources” 過去常風聞人家說聽他的課或演講是一種享受，直到親身體驗才覺此一評語實非過甚其詞。他的演講，常能把握主題深入淺出，引起聽者的共鳴而激發其思路。

這個暑假他在清華大學講的是 “A Magnetic Model of Matter”。作者不揣愚拙，特將他所述及之物理概念，綜合作者個人所瞭解者，整理成此文，希望藉此拋磚引玉，引起對此文所提示之主題有興趣之同好，互相討論。

## II. 電磁場在磁、電荷空間之轉動對稱性：

當愛因斯坦提出其舉世聞名之狹義相對論時，他同時發覺牛頓力學祇在被觀測之系統，其運動速度與光速比較甚小時不須修正。在非相對論之範圍內，亦即在牛頓力學中，空間與時間可視為各自獨立而沒有聯帶關係，換句話說，時間與空間各為被觀測之物理量的自變數，且時間可為空間位置變化之間接變數。是故時、空在古典力學中有其絕對存在之物理意義；此即絕對空間在牛頓力學結構中之獨立存在為一不可或缺之條件，且此空間必須是慣性系統。至於時間則被獨自用來描述物理量在此三度空間中變化之前後順序。

在被觀測之系統，其速度趨近於光速時，牛頓力學必須根據相對論加以修正，因相對論中描述物理量之時間與空間並非各自獨立，而是將時間視為另一度可自由活動之空間，而成為比較抽象，比較數學化之整個的四度空間，這決不是我們感官可以驗證其存在之三度空間。愛因斯坦同時發現古典物理中之電磁理論，那極為有名的 Maxwell 方程式，不須在四度空間中重新加以修正，因其本身已具有時、空之對稱關係。

這些電磁理論之 Maxwell 方程式為

$$\left. \begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 4\pi\rho & ; & \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{1}{C} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} & ; & \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{1}{C} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{C} \vec{J} \end{aligned} \right\} (1)$$

上式中  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi\rho$  表示凡含電荷之任一封閉曲面，在其上之任一點均有電場存在，而且此一方程式亦蘊涵有電荷單獨存在於空間。如此， $\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0$  可解釋為沒有磁荷可以單獨存在

於空間，這是物理上很微妙的一種現象，此一現象破壞了磁、電間圓滿的對換對稱關係，那就是爲什麼祇有純電荷物質之存在，而沒有單獨之磁荷物質存在。Dirac 自從由相對論之能量公式及依據數學上之對稱關係導出其相對性量子方程式，而預言 Positron 經實驗證實其存在後，由於認爲宇宙萬象具有單一性而物理定律具有單純之對稱關係這一信念，更進而注

意到 Maxwell 方程式之電磁效應  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{I}{C} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$  及  $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{I}{C} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{C} \vec{J}$  間並未

具有對換對稱之特性，因而完全依據對稱關係，假定有磁荷單獨存在之可能。惟實驗上尙未亦尙無法驗證有無此種具有單獨磁荷之質點或物質。

最近 J. Schwinger 企圖解說次核內之物質結構及其交互作用，而尋求從古典理論之基礎出發，重新提出具有單獨磁荷之質點或物質之假設，因爲透過此一假定，很多強、弱交互作用之現象可以得到較爲合理之說明。

現在讓我們先從古典理論來討論，我們無妨設想具有磁荷之物質可以單獨存在，則依據磁，電間之對換對稱關係。Maxwell 方程式很明顯地可以修正爲

$$\left. \begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 4\pi \rho_e & ; & & \vec{\nabla} \cdot \vec{H} &= 4\pi \rho_m \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{I}{C} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} &= -4\pi \vec{j}_m & ; & & \vec{\nabla} \times \vec{H} - \frac{I}{C} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= 4\pi \vec{j}_e \end{aligned} \right\} (2)$$

式中  $\rho_e$  表電荷密度， $\rho_m$  表磁荷密度， $\vec{j}_e$  表電流密度，而  $\vec{j}_m$  則表示磁流密度。

下面我們要證明一下，由於電場與磁場經過轉動運作，在轉動後之座標系統中，其方程式不變之關係，使我們可以瞭解何以磁、電荷空間具有轉動對稱性：

$$\therefore (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) \cos \theta = (4\pi \rho_e) \cos \theta \quad (3)$$

$$(\vec{\nabla} \cdot \vec{H}) \sin \theta = (4\pi \rho_m) \sin \theta \quad (4)$$

(3)+(4)式得

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{E} \cos \theta + \vec{H} \sin \theta) = 4\pi (\rho_e \cos \theta + \rho_m \sin \theta) \quad (5)$$

$$\therefore (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) \sin \theta = (4\pi \rho_e) \sin \theta \quad (6)$$

$$(\vec{\nabla} \cdot \vec{H}) \cos \theta = (4\pi \rho_m) \cos \theta \quad (7)$$

(7)-(6)式得

$$\vec{\nabla} \cdot (-\vec{E} \sin \theta + \vec{H} \cos \theta) = 4\pi (-\rho_e \sin \theta + \rho_m \cos \theta) \quad (8)$$

如如果我們令

$$\left. \begin{aligned} \rho_e' &= \rho_e \cos \theta + \rho_m \sin \theta ; & \rho_m' &= -\rho_e \sin \theta + \rho_m \cos \theta \\ \vec{E}' &= \vec{E} \cos \theta + \vec{H} \sin \theta ; & \vec{H}' &= -\vec{E} \sin \theta + \vec{H} \cos \theta \end{aligned} \right\} (9)$$

則我們不難馬上發現

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}' = 4\pi \rho' e \quad (10)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H}' = 4\pi \rho' m \quad (11)$$

上二式中電場  $\vec{E}'$ ，磁場  $\vec{H}'$  與電荷密度  $\rho e$  及磁荷密度  $\rho' m$ ，這些物理量是在某種抽象數學化空間轉動  $\theta$  角後之值，蓋下兩式相似於平面座標之轉動。

$$\begin{pmatrix} \vec{E}' \\ \vec{H}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{pmatrix} \rho' e \\ \rho' m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho e \\ \rho m \end{pmatrix} \quad (13)$$

進一步，我們可以看出

$$\therefore \left\{ (\vec{\nabla} \times \vec{E}) + \frac{1}{C} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right\} \cos \theta = (-4\pi \vec{j}m) \cos \theta \quad (14)$$

$$\left\{ (\vec{\nabla} \times \vec{H}) - \frac{1}{C} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right\} \sin \theta = (4\pi \vec{j}e) \sin \theta \quad (15)$$

(14)+(15)式得

$$(\vec{\nabla} \times \vec{E}') + \frac{1}{C} \frac{\partial \vec{H}'}{\partial t} = -4\pi \vec{j}'m \quad (16)$$

同理，

$$\therefore \left\{ (\vec{\nabla} \times \vec{E}) + \frac{1}{C} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right\} \sin \theta = (-4\pi \vec{j}m) \sin \theta \quad (17)$$

$$\left\{ (\vec{\nabla} \times \vec{H}) - \frac{1}{C} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right\} \cos \theta = (4\pi \vec{j}e) \cos \theta \quad (18)$$

(18)-(17)式得

$$(\vec{\nabla} \times \vec{H}') - \frac{1}{C} \frac{\partial \vec{E}'}{\partial t} = 4\pi \vec{j}e' \quad (19)$$

從 (10), (11), (16) 及 (19) 式經轉動運作後，Maxwell 方程式不變性之關係，建議我們該抽象數學化之空間，即為磁、電荷空間。因之，在該空間中將磁、電荷座標旋轉  $\theta$  角後，新的磁、電荷  $g'$ ,  $e'$  應根據下式轉換

$$\begin{pmatrix} e' \\ g' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e \\ g \end{pmatrix} \quad (20)$$

如果我們設想具有磁荷之質點或物質確可存在，祇是非我們目前看到之磁中性物質，且非我們已找出之一般基本粒子，則爲了符合實驗及原來的 Maxwell 方程式所預告之沒有磁荷單獨存在於空間之事實，我們不妨想像凡出現在我們目前觀測範圍內之帶電質點或物質，可說是在磁、電荷空間已預先轉動一  $\theta$  角，因此從(20)式可得

$$g' = -e \sin \theta + g \cos \theta = 0$$

$$\therefore g/e = \tan \theta \quad (21)$$

### III 磁、電荷相互間之量子化條件

爲了便於說明起見，我們不擬涉及相對論之範圍，而祇討論比光速很小系統中之物理現象，譬如一靜止不動而具有電荷  $e_2$ ，磁荷  $g_2$  之物質，在其周遭之空間將產生電場  $\vec{E}$  及磁場  $\vec{H}$ ，另一具有電荷  $e_1$ ，磁荷  $g_1$  之質點，其質量爲  $m$ ，在該電場及磁場中以  $\vec{U}$  速度運動，則根據 Lorentz force 及磁、電間之對換對稱關係，其運動方程式應爲

$$m \frac{d\vec{u}}{dt} = e_2 \left( \vec{E} + \frac{\vec{U}}{c} \times \vec{H} \right) + g_1 \left( \vec{H} - \frac{\vec{U}}{c} \times \vec{E} \right) \quad (22)$$

式中  $\vec{E} = \frac{e_2}{r^3} \vec{r}$ ， $\vec{H} = \frac{g_2}{r^3} \vec{r} \times \vec{r}$ ； $\vec{r}$  爲運動質點以靜止物質爲座標原點之位移。今將  $\vec{E}$ ， $\vec{H}$  代入

(22)式中，整理之後可得

$$m \frac{d\vec{u}}{dt} = (e_1 e_2 + g_1 g_2) \frac{\vec{r}}{r^3} + (e_1 g_2 - e_2 g_1) \frac{\vec{u} \times \vec{r}}{c r^3} \quad (23)$$

因該質點在運動中受 Lorentz force 後之力矩爲

$$\begin{aligned} \vec{\tau} &= \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times \left( m \frac{d\vec{u}}{dt} \right) \\ \therefore \vec{\tau} &= (e_1 g_2 - e_2 g_1) \frac{\vec{r} \times (\vec{u} \times \vec{r})}{c r^3} \end{aligned} \quad (24)$$

我們都知道電磁作用中，若兩質點成一固定之結合體，則祇受 Coulomb force 之作用，因 Coulomb force 僅與  $r$  有關，是故運動之質點係受 Central force 之作用，在該力場中之轉矩  $\vec{\tau}$  應爲零，亦即表示角動量守恒，或僅僅因爲  $\vec{\tau} = 0$ ，則我們可得

$$e_1 g_2 - e_2 g_1 = 0 \quad (25)$$

(25)式表示任何兩個帶有磁、電荷之質點若結合成一 bound state 而存在，則必在任一經座標旋轉後之磁、電荷空間，具有下列之性質：

$$\begin{aligned} & \vec{e}_1' \times \vec{e}_2' = 0 \text{ 與 } \vec{g}_1' \times \vec{g}_2' = 0 \\ \therefore & (\vec{e}_1 \cos \theta_1 + \vec{g}_1 \sin \theta_1) \times (\vec{e}_2 \cos \theta_2 + \vec{g}_2 \sin \theta_2) \\ & = (e_1 g_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 - e_2 g_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2) (\hat{e} \times \hat{g}) \\ & = 0 \end{aligned}$$

與(25)式比較後得

$$\begin{aligned} & \cos \theta_1 \sin \theta_2 = 1, \sin \theta_1 \cos \theta_2 = 1 \\ \therefore & \sin \theta_2 \cos \theta_1 - \sin \theta_1 \cos \theta_2 = 0 \\ \therefore & \sin(\theta_2 - \theta_1) = 0 \\ \therefore & \theta_2 - \theta_1 = \pm n\pi; n=0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

由(21)式知

$$\left. \begin{aligned} g_2/e_2 = g_1/e_1; n=0 \\ \tan^{-1} \frac{g_2}{e_2} = \tan^{-1} \frac{g_1}{e_1} \pm n\pi; n \neq 0 \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

(26)式表示凡具有磁荷與電荷之質點或物質若成一結合之 bound state 而存在，則在磁、電荷空間必成一直線，這說明在我們觀測之空間，此種結合體亦能僅以純粹磁荷或電荷之形態出現。或許我們目前之基本粒子即係此種結合體，惟以純電荷之形態出現。

從(24)式中我們可得

$$\begin{aligned} \frac{\vec{r} \times (\vec{u} \times \vec{r})}{r^3} &= \frac{\vec{u}}{r} - \frac{(\vec{r} \cdot \vec{u})}{r^3} \vec{r} = \frac{\dot{\vec{r}}}{r} - \frac{(\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}})}{r^3} \vec{r} = \frac{d}{dt} \left( \frac{\vec{r}}{r} \right) = \frac{d}{dt} (\hat{r}) \\ \therefore \vec{\tau} &= \vec{r} \times \left( m \frac{d\vec{u}}{dt} \right) = (e_1 g_2 - e_2 g_1) / c \times \frac{d}{dt} (\hat{r}) \end{aligned}$$

一般來說  $\vec{\tau} \neq 0$ ，惟上式可寫成

$$\vec{r} \times \left( m \frac{d\vec{u}}{dt} \right) - \frac{(e_1 g_2 - e_2 g_1)}{c} \frac{d}{dt} (\hat{r}) = 0$$

故我們仍可得一守恆之角動量  $\vec{J}$  為

$$\vec{J} = \vec{r} \times m\vec{u} - \frac{(e_1 g_2 - e_2 g_1)}{c} \hat{r} \quad (27)$$

$\hat{r}$  為單位向量，則從量子論中角動量之量子化關係，可知(27)式中

$$\begin{aligned} \frac{e_1 g_2 - e_2 g_1}{ch} &= \nu = (2n) \\ n &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (28)$$

(28)式即為磁、電荷之量子化條件。

$\nu = 2n$  為一偶數，係由於電磁場  $F_{\mu\nu} = (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)$  具有奇對稱性而來，詳細之導法可參閱 J. Schwinger, Phys. Rev. 173 (1968), P. 1540-1543。

IV. Quark Model 中分數之荷電量

J. Schwinger 命名具有磁、電双重性之質點為 Dyon，其符號為  ${}^gD^e$ ， $g$  示其磁荷量， $e$  代表其帶電量。Dyon 這一字係把希臘及拉丁語之字首與字尾連結而成。假定此種質點存在之目的，在於把任一 hadron 看成由 Dyons 組成 bound state 之結合體，因我們已知之 hadrons 均為磁中性，所以必須使任一由 Dyons 組成 bound state 之結合體為磁中性。

Hadrons 間之結構及其強交互作用，係依據實驗事實與對稱律，由 G. Gell-Mann 及 Y. Neeman 等所提出之 Quark Model 加以解說，此理論於預言某些基本粒子存在相當成功，因為那些質點均經實驗一一證實。惟該理論未能從交互作用之動力觀着手，於古典理論基礎上毫無依據，好像憑空出現，使人但覺其抽象化、數學化，不能令人一想到 Hadrons 間之交互作用時，立刻在腦海中浮現出一幅鮮明活現之動力交互作用圖來。下面我們將逐步導出質點之分數荷電量：

(i) 設 bound state 之兩質點各為  ${}^0D^{ne}$  及  ${}^gD^{e0}$  則由 (28)式磁、電荷量子化條件可得

$$\frac{(ne)g_0 - e_0 \times 0}{hc} = 2n$$

$$\therefore g_0 = \frac{2hc}{e} \tag{29}$$

$g_0$  即為磁荷之最小單位量

那麼要是兩個帶有磁荷  $g_0$  之 Dyons 互相作用，其交互作用常數或強度應為

$$\frac{g_0^2}{hc} = \frac{\left(\frac{2hc}{e}\right)^2}{hc} = 4\left(\frac{hc}{e^2}\right) = 4 \times 137 \tag{30}$$

將此常數與強交互作用常數比較顯然大很多，因已知之強交互作用之強度僅在 1~14間。因此磁中性物質若由具有磁荷物質結合而成，則目前之加速器尚無法將之擊出，以實驗來證實是否有磁荷之物質存在。

(ii) 由於 Hadrons 包括 Mesons 及 Baryons 兩種質點，而 Mesons 為 Bose-Einstein particles；Baryons 則為 Fermi-Dirac Particles。是故，若 Hadrons 如由 Dyons 結合而成，那麼我們必須考慮到固有自轉角動量之值，因此 Mesons 可由二個 Fermi-Dirac Particles 組成，但是 Baryons 則需由奇數個 Fermi-Dirac Particles 組成，所以組成 Hadrons 之 Dyons 數至少須要三個，設此三 Dyons 之電荷，磁荷量各為

$$2/3g D^{e_1}, \quad -1/3g D^{e_2}, \quad -1/3g D^{e_3}$$

因 Hadrons 為磁中性之質點，故應使其總磁荷為零。

設想任一 Baryons，譬如 Neutron 係由此三種 Dyons 組成，則任兩個 Dyons 必須適

合(26)式之條件。即

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\frac{2}{3}g}{e_1} &= \frac{-1/3g}{e_2} \\ \frac{-1/3g}{e_2} &= \frac{-1/3g}{e_3} \\ \frac{\frac{2}{3}g}{e_1} &= \frac{-1/3g}{e_3} \\ \therefore \frac{e_1}{2/3} &= \frac{e_2}{-1/3} = \frac{e_3}{-1/3} = \lambda e \end{aligned}$$

令 $\lambda=1$ ，則得

$$e_1 = \frac{2}{3} e, e_2 = -\frac{1}{3} e, e_3 = -\frac{e}{3} \quad (31)$$

### V. Dyon 質量之估計

因為我們假設 Hadron 係由幾個 Dyons 結合而成，而 Dyons 本身之性質並未被實驗所揭示，因此我們將以  $\rho$  meson 之質量作為計算之準繩，大略的估計一下 Dyons 之質量。現在讓我們考慮兩個具有相同質量  $M_D$  之 Dyons  $-2/3 D^{-1}$  及  $+2/3 D^1$  結合成像氫原子一樣的結構。為了計算方便起見，我們再設想此系統運動之速度比光速小得很多，在這種情況下，它的能量便以下式表示：

$$H = \frac{1}{2m} \left[ p_r^2 + \frac{J^2 - (\nu h)^2}{r^2} \right] - \frac{4g_0^2 + e^2}{r} \quad (32)$$

$m = \frac{1}{2} M_D$ ，係此系統之 Reduced Mass。

此系統之能階正如同氫原子一樣，它祇隨主量子數  $N$  而變。此處  $n = n_r + \ell + 1$ ， $\ell (\ell + 1) = j(j + 1) - \nu^2$

因為 Fine Structure Constant  $\frac{eg_0}{hc} \sim 1$  Hyperfine Structure Constant  $\frac{e^2}{hc} \sim \frac{1}{137}$ ，均比  $\frac{g_0^2}{hc} = 4 \times 137$  小很多，故可忽略不計。要是我們取  $h = c = 1$  之單位來計算，那麼引用 Bohr 所求得氫原子能階之公式，我們可得到由兩個 Dyons 組成之 Hadron，其質量平方應為

$$M^2 = (2M_D)^2 \left[ 1 - \frac{g^4}{h^2} \right] \quad (33)$$

令  $n_0 = g_0^2 = 4 \times 137$   $n = n_0 + k$ ， $n_0 \gg k$   
 $k = 1, 2, 3, 4$  等等。則

$$M^2 = (2M_D)^2 \frac{2k}{n_0} \quad (34)$$

上式中以  $M = m \rho$  代入，並取  $k=1$ ，則得

$$M_D = \sqrt{\frac{n_0}{8}} m \rho \sim 6.4 \text{ BeV} \quad (35)$$

## VI. 結 論

因估計後之 Dyon 質量相當大，我們希望此種質量有一天能從宇宙射線的觀測中，或由於高能加速器的建造而由實驗證實其存在。

## 參 考 書 籍

1. P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc. London A 133, 60 (1931); Phys. Rev. 74, 817 (1948)
2. J. Schwinger, Phys. Rev. 173, 1536 (1968)
3. W. R. Frazer "Elementary Particles" P. 85-95.



# Summary of A Hadron Model of Dual-Charged Particles

By

C. H. Chen

A conceivable dynamical interpretation of the subnuclear world has been erected on the basis of the speculative but theoretically well-founded hypothesis that a dual-charged particle named dyon, is possible to exist. Such dual-charged particles with different fractional electric charges, supply a physical realization or the constituents used in the quark model.

By making use of the principle of reciprocal symmetry between electric and magnetic quantities, we are able to get a condition for charge quantization from Maxwell's equations and Lorentz equation. The model here assumes a picture in which hadronic matter is viewed as a magnetically neutral composite of dual-charged particles, such a picture also accounts for the two different kinds of hadrons: mesons, which are Bose-Einstein particles, and baryons, which are Fermi-Dirac particles. Because hadrons are to be built from dyons, therefore with regard to statistics, they are all alike, which must be Fermi-Dirac particles,

When two dyons form a bound state composite, we know that they both rotate in the charge space with the same angle, with this condition and statistics, the pattern of fractional electric charges,  $2/3$ ,  $-1/3$ ,  $-1/3$ , appear; which is just the one used in the empirical models. Finally, we estimate roughly the mass of the dyon based on the mass scale of the  $\rho$  meson.

陳 清 信

本文設想次核物質之結構係由一組帶有磁、電荷双重性之質點組成，並以古典電磁動力論為依據，從交互作用之觀點看手，企圖對次核質點強、弱交互作用之現象給予較合理的解說。

在本文中，討論範圍涉及：(1)電磁場在磁、電荷空間之轉動對稱性。(2)磁、電荷相互間之量子化條件。(3)分數電量之推導。(4)磁、電荷双性子質量之估計等。