

東海大學經濟學系研究所

碩士論文

內生成長模型之公共資本外溢效果 — 以台灣地區為例

Evidence of Public Capital Spillovers and Endogenous Growth in
Taiwan

指導教授：王宜甲 博士

研究生：王思蓓

中華民國一百年十月

內生成長模型之公共資本外溢效果 — 以台灣地區為例

摘要

本文以 Glomm and Ravikumar (1994) 的經濟成長模型為基礎，研究台灣地區 1966 年至 2009 年政府資本的外溢效果對經濟成長的影響。在實證分析上，本研究根據 Jorgenson and Stiroh (2000) 對各種不同資產設定之折舊率，將民間部門及公共部門的資本形成轉換為資本存量，再以此資本存量數據進行實證研究。本文的計量方法以向量自我迴歸 (VAR) 模型為基礎，結合 Johansen 共整合檢定來檢定變數之間的長期關係，並以理論模型判定台灣地區的經濟成長型態是否為內生成長。實證結果發現，民間資本存量對經濟成長的貢獻約為公共資本存量的 1.5 倍，且台灣這個小型開發經濟體系的成長動力並非來自外生技術進步率，而是來自民間部門與公共部門資本的累積。本文最後針對平均人均產出、人均私人資本、人均公共資本進行 Granger 因果關係檢定，並以實證結果進行衝擊反應實驗，均得到符合經濟直覺的結論。

關鍵詞：公共資本、外溢效果、內生成長

JEL 分類代號：E22、H54、O47

Evidence of Public Capital Spillovers and Endogenous Growth in Taiwan

Abstract

This paper extends the growth model of Kam and Wang (2008) to analyze economic growth which nests both exogenous and endogenous growth factors from 1966Q3 to 2011Q2 in Taiwan. We utilize the depreciation rates calculated by Jorgenson and Stiroh (2000) to generate the data series of private capital stock and public capital stock. This makes our empirical evidence more realistic to approach real stock of both private and public capital. Our evidence shows a co-integration relationship among per capita output, per capita private capital and public capital. A nested test of the strictly endogenous growth model is not rejected in Taiwan.

Keywords : Public Capital Stocks 、 Spillover Effect 、 Strictly Endogenous Growth.

J.E.L. Classification: E22 、 H54 、 O47.

目錄

摘要.....	i
Abstract.....	ii
目錄.....	iii
圖目錄.....	iv
表目錄.....	v
第一章 緒論及文獻回顧.....	- 1 -
第二章 背景理論模型.....	- 5 -
第一節 家計單位最適決策.....	- 5 -
第二節 政府部門最適決策.....	- 7 -
第三節 長期的經濟成長.....	- 9 -
第四節 實證的時間序列模型.....	- 9 -
第三章 資料來源.....	- 12 -
第一節 數據介紹.....	- 12 -
第二節 資本存量計算方式.....	- 13 -
第四章 計量方法.....	- 17 -
第一節 單根與單根檢定 (Unit Root Tests).....	- 17 -
第二節 虛假迴歸與共整合.....	- 21 -
第三節 共整合檢定 (Cointegration Test).....	- 23 -
第四節 Granger 因果關係檢定 (Granger Causality Test).....	- 28 -
第五節 外生衝擊反應分析 (Impulse Response Analysis).....	- 30 -
第五章 實證分析.....	- 32 -
第一節 單根檢定 (Unit Test).....	- 32 -
第二節 共整合檢定 (Cointegration Test).....	- 35 -
第三節 Granger 因果關係檢定 (Granger Causality Test).....	- 37 -
第四節 衝擊反應分析 (Impulse Response Analysis).....	- 38 -
第五節 實證結果比較.....	- 40 -
第六章 結論.....	- 42 -
參考文獻.....	- 44 -
附錄一.....	- 46 -

圖目錄

圖一：設定折舊率及計算資本存量方法之示意圖.....	- 15 -
圖二：民間資本存量折線圖.....	- 16 -
圖三：公共資本存量折線圖.....	- 16 -
圖四：主要變數的時間序列折線圖（自然對數 \ln 值）.....	- 32 -
圖五：主要變數差分後的折線圖（ $\Delta\ln$ 值）.....	- 34 -
圖六： $\ln y$ 對 $\ln y$ 之衝擊反應.....	- 38 -
圖七： $\ln y$ 對 $\ln k$ 以及 $\ln g$ 之衝擊反應函數.....	- 40 -
圖八： $\ln g$ 對 $\ln k$ 以及 $\ln k$ 對 $\ln g$ 之衝擊反應函數.....	- 40 -

表目錄

表一：資本份額及時間趨勢係數與經濟成長型態之關係.....	- 11 -
表二：四大資本財每季平均折舊率（公共部門與民間部門相同）.....	- 14 -
表三：ADF 單根檢定結果.....	- 34 -
表四：Johansen 共整合檢定結果.....	- 35 -
表五：內生、外生成長檢定.....	- 36 -
表六：Granger 因果關係檢定結果.....	- 37 -
表七：實證結果比較表.....	- 40 -

第一章 緒論及文獻回顧

在研究資本對經濟成長影響的內生成長模型中，有許多學者認為政府在經濟成長中扮演重要的角色，例如 Barro (1990) 建構一個包含公共支出的單部門內生成長模型，分別以分權經濟 (decentralized economy) 和社會規劃者 (social planner's optimization) 的角度討論成長率、儲蓄率以及政府課稅的影響。在分權經濟下，稅率愈高，經濟成長率和儲蓄率會呈現先升後降的趨勢，且使經濟成長率最高的最適稅率正好同等於公共資本對產出的貢獻。Futagami *et al.* (1993) 則認為產出不是決定於如 Barro (1990) 所建構之政府對於基礎建設的支出流量，而是決定於該基礎建設支出累積的存量，因為不僅新蓋的道路、橋樑及電訊網路，既存的公共基礎建設 (存量) 皆有利於民間部門的生產。而又如眾後繼學者之一，Glomm and Ravikumar (1994) 將公共資本存量加入 Cobb-Douglas 生產函數中，並根據政府對民間的公共建設具有排他性 (exclusivity) 以及不同程度的敵對性 (rivalry)，對公共資本存量設定做調整。在他們的模型中，資本存量的折舊率為百分之百，也就是當期的資本存量並不會累積至下一期。而支應公共支出的財源來自民間總產出的一部份，也就是所得稅率乘以總產出。在政府的決策下，每一期的最適所得稅率和公共建設不同程度的敵對性並無相關，而是折現一期的公共資本存量的份額 (share of public capital)，因此是一個常數。另外模型所推估出的每人所得成長率，在固定規模報酬 (CRTS) 的假設下，經濟體系將有著固定的成長率，若是在遞減的規模報酬 (DRTS) 的假設下，經濟體系則會收斂到一個成長率為零的恆定狀態。Barro (1990)、Futagami, *et al.* (1993) 與 Glomm and Ravikumar (1994) 所提出的理論模型，皆獲得公共資本對經濟成長有正面影響的結論。

實證分析上，Aschauer (1989b)、Aschauer (1989a)、Otto and Voss (1994)、Otto and Voss (1996)、Lau and Sin (1997) 及郭鳳純 (2004) 和 Kam and Wang (2008) 等文獻皆探討公共資本與經濟成長的長期關係。

Aschauer (1989b) 以美國 1949 至 1985 的年資料研究公共資本存量和民間生產力的關

係，作者認為公共資本存量對於民間生產力有顯著的影響，當政府增加民間基礎建設的支出，例如高速公路、下水道系統、機場、運輸道路等，對民間的生產力有顯著且正面的影響，生產力提高直接誘使人民積極投資、增加產出水準並刺激民間需求。作者的實證結果亦認為美國 1970 至 1985 年之間生產力降低的主要原因，就是公共支出下降。

Aschauer (1989a) 以美國 1953 至 1986 年的資料研究公共資本與私人資本的關係，作者的結果顯示，公共支出增加對於民間投資有同時的正負影響，原因在於政府的公共建設支出會提高民間部門的邊際生產力，使民間部門投資增加，造成 crowding-in 效果。另一方面，公共支出增加會讓一個國家的資本累積高於民間部門的預期，造成 crowding-out 效果使民間投資減少。一般來說，民間投資會因為公共支出增加而增加的幅度大於減少的幅度。所以在政府財政政策的選擇上，作者認為增加公共支出是可以提高整體國家資本累積以及促進民間經濟發展的決策。

Otto and Voss (1994) 以澳洲 1966/67 至 1989/90 年的資料研究公共資本對民間部門生產力的影響。作者利用 OLS 計量方法得出的實證結果顯示，公共支出會顯著地影響民間部門產出和總要素生產力 (total factor productivity)，且公共資本的產出彈性為 0.4。作者在文章中更延伸討論公共支出的最適水準。

Otto and Voss (1996) 和 Otto and Voss (1994) 不同在於 Otto and Voss (1996) 以 VAR 取代 OLS 的方法實證澳洲公共資本與產出的關係，並著重在分析變數間長短期的交互影響。在作者的共整合檢定結果中，估計出公共資本產出彈性為 0.17，約是私人資本產出彈性 (0.43) 的一半，此結果是相當合理的。另外透過短期分析，作者發現沒有足夠證據顯示產出對公共資本存量有因果關係，推翻了公共資本為內生變數的論點。實證結果亦顯示私人以及公共資本存量存在高度互補 (complementary)，雖實證結果也指出公共支出對民間投資具有高度敏感性，但根據 Aschauer (1989b)、Aschauer (1989a) 研究顯示民間投資對於公共支出的變動並無顯著反應。

Lau and Sin (1997) 以 1925 至 1989 的年資料研究美國的經濟成長是否由經濟體系的內

生變數，或者是由模型外的外生參數所決定。作者將經過調整的私人資本存量以及公共資本存量，作為 Cobb-Douglas 生產函數中的生產要素，與只有加入調整過私人資本的 Romer (1986) 及只加入調整過公共資本的 Glomm and Ravikumar (1994) 作比較。與上述兩篇論文相同的是，在 Lau and Sin (1997) 的模型中，資本存量的折舊率設定為百分之百，也就是當期的資本存量並不會累積至下一期。與理論模型一致的實證結果顯示，美國並非具有內生成長的特性，且公共支出對成長率的影響只佔 11%，另外若資本總合佔整體產出成長率的影響有三分之一，則私人資本對經濟成長將有正面的貢獻，但此貢獻也可能僅佔 10%。

郭鳳純 (2004) 以台灣五十五年至九十一年之季資料探討公共基礎建設與經濟產出之間的因果關係。在計算公共基礎建設存量時，由於所需的變數數量不足，作者利用各有形固定資產的平均耐用年數，求取公共基礎建設資本的平均折舊率（將折舊率設定為 $1/\text{平均耐用年數}$ ）之後，以平均折耗法向前及向後推估所需的資本存量時間序列。實證分析結果顯示公共基礎建設投資與 GDP、私人投資之間具有雙向因果關係，然而公共基礎建設資本存量與 GDP 之間，卻出現 GDP 單向影響公共基礎建設資本存量的結果，除非觀察變數具有結構性改變後，才發現 1985 年之後 GDP 和公共基礎建設資本存量間呈現雙向的因果關係。

Kam and Wang (2008) 將隨機項納入 Glomm and Ravikumar (1994) 的理論模型，建構包含內生及外生變數且具隨機性的經濟成長模型，並以與理論模型一致的實證方法分析澳洲 1960/61 至 2005/06 年的資料。研究結果顯示產出、私人資本以及公共資本三個變數之間具有共整合的長期關係，以及短期的交互影響。作者進一步發現澳洲具有外生成長的特性且公共資本對經濟成長的顯著影響為私人資本的兩倍以上。此篇論文也有討論當產出水準、私人投資與公共投資產生外生衝擊時，經濟體系內生變數的反應。

然而在 Glomm and Ravikumar (1994) 等文獻的理論模型推導中，為簡化模型以及利於數學推導，皆設定私人資本存量以及公共資本存量的折舊率為百分之百，即當期資本形成為下期的資本存量，這樣的折舊率設定，忽略了實際社會中的各種公共及民間建設、機器

設備、廠房等資本皆會折舊的情況；實證的文獻上，Otto and Voss (1994)、Lau and Sin (1997) 和 Kam and Wang (2008) 等，對於折舊率的處理，亦採百分之百的折舊上一期資本，或如莊奕琦、許碧峰 (1999) 設定一個固定數值 (5%)，作為資本存量的折舊率加以實證分析，如此之設定，將無法使理論及實證結果貼近實際經濟社會。本文以 Glomm and Ravikumar (1994) 為基礎，延伸 Kam and Wang (2008) 之內生成長模型架構，假定在一封閉經濟體系，¹為盡可能符合實際社會中隨機和資本折舊的情況，對產出模型、私人及公共資本存量計算加入隨機項，並以 Jorgenson and Stiroh (2000) 的處理手法為基礎，計算出盡可能符合實際資產的折舊率，利用台灣的資料，討論私人資本及公共資本對台灣經濟成長的影響，盼能更加符合實際經濟情況，這也是本篇論文對此領域文獻之主要貢獻之一。

不同於過往研究的大型已開發國家 (如美國、澳洲)，本論文所欲研究的經濟體系為一小型開放經濟體系 — 台灣。本論文選擇此一小型開放經濟體系的原因，主要是因為在考慮到公共資本對經濟成長的貢獻時，每一單位的公共資本存量，所能帶來的效益，在直覺上應該會較能使小型經濟體系受惠。例如一條長達 300 公里的高速公路，在台灣可以使整個島嶼得到更便捷的交通運輸，但在美國卻只能使一州受益。基於上述理由，本論文認為有必要針對小型開放經濟體系，從新檢視 Kam and Wang (2008) 理論模型的可應用性。

以下章節內容，在第二章將介紹本文所引用之 Kam and Wang (2008) 的理論模型架構以及實證模型，第三章則為實證分析所需要的台灣 1966 年至 2009 年數據的介紹及描述，而本研究使用的計量方法會在第四章作詳盡的介紹，另外第五章為實證結果的分析和探討，包含公共支出對經濟成長的影響、變數之間的因果關係以及外生衝擊下對個變數產生的效果，最後本文將在第六章總結研究結果與貢獻。

¹ 本文為假定在一封閉的經濟體系，未來希望能參考 Turnovsky and Sen (1991)、Turnovsky (1996)、Turnovsky (1999) 以及 Turnovsky and Schubert (2002) 等文獻，探討開放的經濟體系。

第二章 背景理論模型

Kam and Wang (2008) 的理論模型假設在一分權的經濟社會 (decentralized economy) 體系中，此體系將經濟社會分為民間部門和政府部門，而在民間部門裡以代表性家計單位為民間部門做最適選擇的代表，代表性家計單位在資源條件 (商品市場均衡式) 的限制下，為了極大化終身的預期效用選擇出最適的消費和民間資本累積路徑。而在代表性家計單位在做最適決策時，政府所設定的所得稅稅率是無法被決定的外生變數；分權經濟體系下的另一部門，政府部門的目標則是訂定最適的所得稅稅率，在政府預算限制的條件下極大化民間效用。

本章將依以上的背景設定，介紹 Kam and Wang (2008) 的理論模型，作為實證分析的立論依據。

第一節 家計單位最適決策

家計單位的產出需要傳統的勞動與資本投入，與傳統生產函數不同的是，Kam and Wang (2008) 的生產函數將資本分為私人資本與公共資本，在 Cobb–Douglas 生產函數下，要素投入與產出的關係可由下式呈現。

$$Y_t = AK_t^\alpha [(1+x)^t L_t]^{1-\alpha} \tilde{G}_t^\theta \epsilon_t^P; \alpha, \theta \in (0,1), \quad (1)$$

(1) 式中 Y 為總產出， K 為私人資本存量， L 為勞動人口數或總人口數， \tilde{G} 則代表調整過後的 (congestion-adjusted) 公共資本存量 (隨後說明調整方式)， \tilde{G} 的次方項 θ 可以衡量公共資本對產出的影響程度，以及政府的公共支出對產出的外溢效果 (spillover effect)，而 x 為 Harrod–neutral 技術型態下的外生技術進步率，另外 A 為總合要素生產力 (total factor productivity) 且 $A > 1$ ， ϵ^P 則為具有期望值 1、變異數為 σ_P^2 的產出隨機項，記為 $\epsilon_t^P \sim N(1, \sigma_P^2)$ ，用以考慮產出部門的不確定性。

\tilde{G} 為調整過後的公共資本存量，本模型的公共資本不同於一般的公共財，而是同時具有排他性 (excludable) 與敵對性 (rival) 的要素投入，因此其他生產要素的投入，會影響 \tilde{G} 對產出的貢獻，故需要考慮此因素而做調整。例如高速公路，當使用者變多時，可能就會

塞車或車速變慢，使用者和使用者之間就產生了敵對性，影響到公共建設為使用者帶來的效益，就像送貨的貨車會因為塞車而延遲到達，影響了生產的效率，所以政府支出的公共建設會受私人資本和使用人口數量不同，而產生不同的敵對性，則對產出 Y 的影響效果就會不同，故我們將政府公共支出的資本存量調整為以下的 \tilde{G} 。

$$\tilde{G}_t = \frac{G_t}{K_t^\emptyset [(1+x)^t L_t]^{1-\emptyset}}; \emptyset \in (0,1) \quad (2)$$

G_t 為第 t 期政府公共支出的資本存量， \emptyset 和 $1-\emptyset$ 分別為私人資本存量和人口數對於政府支出公共建設產生敵對性的程度。當 $\emptyset > 0.5$ 時，代表私人資本存量對政府支出公共建設，產生敵對性的程度較人口數多寡來得大；反之，當 $\emptyset < 0.5$ 時，則公共建設產生敵對性的原因有一半以上為人口數多寡之影響。

令 $y_t = Y_t/L_t$ 且 $k_t = K_t/L_t$ 則我們可以得到以下的每人產出模型：

$$y_t = A(1+x)^{(1-\alpha)t} k_t^\alpha \tilde{G}_t^\theta \epsilon_t^P; \alpha, \theta \in (0,1) \quad (3)$$

再令單位效率工人產出、單位效率工人的私人資本存量以及單位效率工人的公共資本存量分別為 $\hat{y}_t = \frac{y_t}{(1+x)^t}$ 、 $\hat{k}_t = \frac{k_t}{(1+x)^t}$ 與 $\hat{g}_t = \frac{G_t}{L_t(1+x)^t}$ ，且假定 \hat{k}_0 、 \hat{g}_0 為已知，則可將 (3) 式改寫為每單位效率工人產出模型：

$$\hat{y}_t = A \hat{k}_t^{\alpha-\theta\emptyset} \hat{g}_t^\theta \epsilon_t^P; \alpha, \theta, \emptyset, \alpha-\theta\emptyset \in (0,1) \quad (4)$$

在理論模型上，為了數學推導的可行性，我們將每期的私人資本折舊率，假設為百分之百，則單位效率工人的每期私人資本存量，為當期的人均私人資本形成，如下所示。

$$\hat{k}_{t+1} = i_t^K \epsilon_{t+1}^K; \epsilon_{t+1}^K \sim N(1, \sigma_K^2) \quad (5)$$

其中 i_t^K 為人均私人資本形成，而在此模型加上隨機項 ϵ^K ， ϵ^K 為具有期望值 1、變異數為 σ_K^2 的私人資本隨機項，記為 $\epsilon_t^K \sim N(1, \sigma_K^2)$ ，用以表示私人資本存量的不確定性。同樣地，我們假設模型中公共資本折舊率亦為百分之百，則政府當期公共資本存量為當期公共資本形成，再加上代表資本存量不確定性的隨機項，單位效率工人的每期公共資本存量模型如下所示， i_t^G 為人均公共資本形成， ϵ_t^G 則為公共資本存量的隨機項，期望值為 1、變異數為 σ_G^2 ，記成 $\epsilon_t^G \sim N(1, \sigma_G^2)$ 。

$$\hat{g}_{t+1} = i_t^G \epsilon_{t+1}^G; \epsilon_{t+1}^G \sim N(1, \sigma_G^2) \quad (6)$$

則利用 Bellman (1957) Principle 求出家計單位最適決策：

$$V(\hat{k}_0, \varepsilon_0^p) = \max_{\{\hat{c}_t, \hat{k}_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ln(\hat{c}_t); \beta \in (0,1) \quad (7)$$

Subject to:

$$a) \quad \hat{k}_{t+1} = (1 - \tau_t) A \hat{k}_t^{\alpha - \theta \phi} \hat{g}_t^{\theta} \varepsilon_t^p - \hat{c}_t$$

$$b) \quad \hat{k}_0, \hat{g}_0 \text{ 為給定的起始值。}$$

$$c) \quad \hat{c}_t, \hat{k}_{t+1} \geq 0 \quad \forall t \in \mathbb{N}$$

在求算家計單位最適決策時，我們將效用以對數形式表示後再計算，另外產出模型設定為 Cobb–Douglas 生產函數，且假設私人 and 公共資本存量的折舊率為百分之百，並假設所得稅率 τ 是給定的固定值，亦即將政府政策， $\{\tau_t, \hat{g}_t\}_{t=0}^{\infty}$ ，視為已知，再求出最適的消費和資本累積路徑。求出的最適決策如下。

$$\hat{c}_t = [1 - \beta(\alpha - \theta \phi)](1 - \tau_t) A \hat{k}_t^{\alpha - \theta \phi} \hat{g}_t^{\theta} \varepsilon_t^p \quad (8)$$

$$\hat{k}_{t+1} = [\beta(\alpha - \theta \phi)](1 - \tau_t) A \hat{k}_t^{\alpha - \theta \phi} \hat{g}_t^{\theta} \varepsilon_t^p \quad \forall t \in \mathbb{N} \quad (9)$$

第二節 政府部門最適決策

假定政府公共支出的預算來源為對人民課的所得稅收，即

$$I_t^G = \tau_t Y_t \quad , \quad (10)$$

其中政府每期的總投資 I^G 為稅率 τ 和所得（產出） Y 的乘積。根據 Ramsey optimal fiscal plan，政府目標為制定最適的所得稅率以極大化民間的效用，所以將家計單位最適的消費決策 ((8)式) 納入目標函數，以及最適的私人資本累積路徑 ((9)式) 納入預算限制式，極大化求解最適的所得稅率。所以利用 Bellman (1957) Principle 求出政府部門最適決策：

$$V(\hat{k}_0, \hat{g}_0, \varepsilon_0^p) = \max_{\{\tau_t, \hat{k}_{t+1}, \hat{g}_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ln\{[1 - \beta(\alpha - \theta \phi)](1 - \tau_t) A \hat{k}_t^{\alpha - \theta \phi} \hat{g}_t^{\theta} \varepsilon_t^p\} \quad (11)$$

Subject to:

- a) $\tau_t \in (0,1)$
- b) $\hat{g}_{t+1} = \tau_t A \hat{k}_t^{\alpha-\theta\phi} \hat{g}_t^\theta \epsilon_t^p$
- c) $\hat{k}_{t+1} = [\beta(\alpha - \theta\phi)](1 - \tau_t) A \hat{k}_t^{\alpha-\theta\phi} \hat{g}_t^\theta \epsilon_t^p$
- d) \hat{k}_0, \hat{g}_0 為給定的起始值。 $\forall t \in \mathbb{N}$

為使經濟體系能收斂至靜止均衡，在此加入一個傳遞動態安定條件（又稱終端條件）(stability condition or transversality condition)，它是指使經濟體系能收斂至靜止均衡的市場基要條件。此安定條件為將調整過的公共支出序列 $\{\tilde{G}_t\}_{t=0}^{\infty}$ 限制為 $\{\eta^t \tilde{G}_t\}_{t=0}^{\infty}$ ，其中的 $\eta \geq 1$ ，為確保家計單位的行為決策皆處於可行的消費路徑上。

所以求出的政府最適所得稅率為

$$\tau_t = \beta\theta \quad \forall t \in \mathbb{N} \quad (12)$$

求出之均衡所得稅率為一個固定的常數值，且此常數就是產出模型中，公共資本存量的份額 (share of public capital) 再乘以一期的折現因子。

若將求解出的 τ ，代回最適的私人資本累積路徑（即 (9) 式）和公共資本累積路徑 ($\hat{g}_{t+1} = \tau_t A \hat{k}_t^{\alpha-\theta\phi} \hat{g}_t^\theta \epsilon_t^p$) 可得以下二式。

$$\hat{k}_{t+1} = (1 - \beta\theta) (\alpha - \theta\phi) \beta A \hat{k}_t^{\alpha-\theta\phi} \hat{g}_t^\theta \epsilon_t^p \quad (13)$$

$$\hat{g}_{t+1} = \beta\theta A \hat{k}_t^{\alpha-\theta\phi} \hat{g}_t^\theta \epsilon_t^p \quad (14)$$

本文模型設定在分權經濟下求最適解，但求出的最適解亦符合 Barro 命題中的中央集權解，亦即求出的最適策略是 second-best policy (次佳政策) 也是 first-best policy (最佳政策，也稱為 Pareto 最適解)，因政府所課徵的所得稅稅率能夠達到經濟成長的極大，亦達成社會福利的極大。²

再計算 (13) 及 (14) 式的比值將會發現，隨著時間的經過，私人資本和政府資本的比值將永遠維持在一個固定的常數，此固定常數是由民間、公共的資本份額以及折舊因子 β 所決定的。

²參考 Barro (1990) 與 Futagami, *et al.* (1993)。

$$\frac{\hat{g}_{t+1}}{\hat{k}_{t+1}} = \frac{\theta}{(1-\beta\theta)(\alpha-\theta\phi)} \quad \forall t \in \mathbb{N} \quad (15)$$

第三節 長期的經濟成長

將 (15) 式轉換後代入 (13) 式，將 \hat{g}_t 代換掉後可得：

$$\hat{k}_{t+1} = [(1-\beta\theta)(\alpha-\theta\phi)]^{1-\theta} \theta^\theta \beta A \hat{k}_t^{\alpha+(1-\phi)\theta} \epsilon_t^p \quad (16)$$

若將 Cobb–Douglas 產出模型假設在固定規模報酬的情況下，即 $\alpha + (1-\phi)\theta = 1$ 或 $(\alpha - \theta\phi) + \theta = 1$ ，則達均衡狀態 (steady state) 時，產出、私人資本存量以及公共資本存量的成長率 (令 $\epsilon_t^p = 1; \forall t$) 皆相同，如 (17) 式所示。

$$\gamma_{\hat{y}} = \gamma_{\hat{k}} = \gamma_{\hat{g}} = [(1-\beta\theta)(\alpha-\theta\phi)]^{1-\theta} \theta^\theta \beta A - 1 \quad (17)$$

也就是說，在固定規模報酬的假設下，當經濟社會達均衡狀態時，產出、私人資本存量以及公共資本存量，將會永久維持在固定且相同的成長率。

第四節 實證的時間序列模型

(一) 均衡動態路徑

將最適的私人資本以及公共資本累積路徑 (13)、(14) 式取對數，並考慮 (5)、(6) 式對資本存量設定中包含的隨機項，可得到下列的線性化資本存量方程式。

$$\ln \hat{k}_{t+1} = \ln[(1-\beta\theta)(\alpha-\theta\phi)\beta A] + (\alpha-\theta\phi) \ln \hat{k}_t + \theta \ln \hat{g}_t + \ln \epsilon_t^p + \ln \epsilon_{t+1}^K \quad (18)$$

$$\ln \hat{g}_{t+1} = \ln(\theta\beta A) + (\alpha-\theta\phi) \ln \hat{k}_t + \theta \ln \hat{g}_t + \ln \epsilon_t^p + \ln \epsilon_{t+1}^G \quad (19)$$

將 (18) 式的等號兩邊同乘 $(1-\theta L)$ 並以 (19) 式作代換計算，其中 L 為延遲運算因子 (lag operator)，又 $\ln \hat{k}_t \cong \ln k_t - xt$ ³，其中 k_t 為人均私人資本，計算後可以得到人均私人資本的均衡動態方程式，如 (20) 式所示，式中由人均私人資本自身的延遲運算因子以及外生的隨機項 (external shocks) 等所組成。

³由每單位效率工人的私人資本存量 $\hat{k}_t = \frac{k_t}{(1+x)^t}$ 轉換為 $k_t = \hat{k}_t(1+x)^t$ ，再取對數可得 $\ln k_t = \ln \hat{k}_t + t \ln(1+x)$ ，其中 $\ln(1+x) \cong x$ ，所以 $\ln \hat{k}_t \cong \ln k_t - xt$ 。

$$\begin{aligned}
& \{1 - [\alpha + (1 - \phi)\theta]L\}(\ln k_t - xt) = \\
& \quad \{[(1 - \theta) \ln(1 - \theta\beta)(\alpha - \theta\phi)\beta A] + \theta \ln(\theta\beta A)\} \\
& \quad + \theta L \ln \epsilon_t^G + L \ln \epsilon_t^P + (1 - \theta L) \ln \epsilon_t^K \tag{20}
\end{aligned}$$

另外將 (19) 式等號兩邊同乘 $[1 - (\alpha - \theta\phi)L]$ 後將 (18) 式轉換為 $[1 - (\alpha - \theta\phi)L] \ln k_t$ 代入，同樣地， $\ln \hat{g}_t \cong \ln g_t - xt$ ， g_t 為人均公共資本，經過計算可得到人均公共資本的均衡動態方程式 (21) 式，此式亦為人均公共資本自身的延遲運算因子以及外生的隨機項等所組成。

$$\begin{aligned}
& \{1 - [\alpha + (1 - \phi)\theta]L\}(\ln g_t - xt) = \\
& \quad \{[1 - (\alpha - \theta\phi)] \ln(\theta\beta A) + (\alpha - \theta\phi) \ln[(1 - \theta\beta)(\alpha - \theta\phi)\beta A]\} \\
& \quad + [1 - (\alpha - \theta\phi)L] \ln \epsilon_t^G + L \ln \epsilon_t^P + (\alpha - \theta\phi)L \ln \epsilon_t^K \tag{21}
\end{aligned}$$

依照類似的計算方式，將每單位效率工人產出模型 ((4) 式) 取對數後在等號兩邊同乘 $\{1 - [\alpha + (1 - \phi)\theta]L\}$ ，再將 (20)、(21) 式代入，由於 $\ln \hat{y}_t \cong \ln y_t - xt$ ，所以可以計算出人均產出 (y_t) 的均衡動態路徑如下⁴。

$$\begin{aligned}
& \{1 - [\alpha + (1 - \phi)\theta]L\}(\ln y_t - xt) = \\
& \quad \{1 - [\alpha + (1 - \phi)\theta]\} \ln A + (\alpha - \theta\phi) \ln[(1 - \theta\beta)(\alpha - \theta\phi)\beta A] \\
& \quad + \theta \ln(\theta\beta A) + (\alpha - \theta\phi) \ln \epsilon_t^K + \theta \ln \epsilon_t^G + \ln \epsilon_t^P \tag{22}
\end{aligned}$$

(二) 均衡狀態下的成長型態

將每單位效率工人產出模型 ((4) 式) 取對數並經過運算後，可轉換成本文主要的實證模型，(23) 式。

$$\ln y_t = \ln A + (\alpha - \theta\phi) \ln k_t + \theta \ln g_t + \{1 - [\alpha + (1 - \phi)\theta]\}xt + \ln \epsilon_t^P \tag{23}$$

若人均產出、人均私人資本以及人均公共資本三個變數之間，具有長期穩定均衡的關係，則藉由上式中 $\alpha + (1 - \phi)\theta$ 或 $(\alpha - \theta\phi) + \theta$ (兩者相同，後者形式表示為私人資本份

⁴ 以上文章所提及的人均產出、人均私人資本以及人均公共資本之計算定義各為 $y_t = \frac{Y_t}{L_t}$ 、 $k_t = \frac{K_t}{L_t}$ 以及 $g_t = \frac{G_t}{L_t}$ 。

額與公共資本份額的加總) 的大小，可以判斷此經濟體系的成長型態，例如當 $(\alpha - \theta\phi) + \theta = 1$ 時，也就是私人資本與公共資本份額 (share) 加總為一，表示此經濟體系有內生成長的動能，成長的動力來源為經濟體系內資本的累積，若 Harrod-neutral 技術型態下的外生技術進步率 x 大於零，則同時存在外生成長的動能，若 $x = 0$ 則不具有外生成長的性質，此時經濟體系稱為嚴格的內生成長型態 (strict endogenous growth)；當 $(\alpha - \theta\phi) + \theta = 1$ 時產出函數為固定規模報酬 (constant return to scale)，倘若 $(\alpha - \theta\phi) + \theta < 1$ ，生產函數則為遞減的規模報酬 (decreasing return to scale)，亦即產出增加的幅度小於增加私人與公共資本存量累積的幅度，長期而言經濟體系會出現負成長，或是無恆定的成長型態 (no perpetual growth)，除非此時的 $x > 0$ ，使經濟成長的動能來自於外生的技術進步，則此經濟體系的成長型態稱為純外生成長 (pure exogenous growth)。我們將私人、公共資本份額及時間趨勢係數與經濟成長型態的關係大致整理如表一，後續在實證分析的章節，將會針對台灣這個小型開發國家的經濟成長型態作一檢定與分析。

表一：資本份額及時間趨勢係數與經濟成長型態之關係

實證模型 (23) 式	經濟成長型態
$(\alpha - \theta\phi) + \theta < 1$ 且 $x > 0$	純外生成長 (pure exogenous growth)
$(\alpha - \theta\phi) + \theta = 1$ 且 $x > 0$	內、外生成長兼具
$(\alpha - \theta\phi) + \theta < 1$ 且 $x = 0$	無恆定成長 (no perpetual growth)
$(\alpha - \theta\phi) + \theta = 1$ 且 $x = 0$	嚴格內生成長 (strict endogenous growth)

第三章 資料來源

第一節 數據介紹

本研究在實證分析上，所使用的變數為：台灣地區的國內產出水準、私人資本存量及公共資本存量。研究的資料範圍為 1966 年至 2011 年的季資料 (1966:Q1~2011:Q2)，使用季資料而非年資料的原因，在於能擁有較足夠的時間序列資料，齊全的資料筆數能使實證結果擁有較高的解釋能力以及可信度，且本文使用的時間序列變數數據不具有季節性，無須再作季節性的調整，所以經審慎考慮之下，本文決定採用季資料進行實證研究。上述三個變數的詳細說明如下：

(一)國內產出水準 (Gross Domestic Product (GDP))：

以 2006 年為基期的台灣歷年每季實質 GDP 原始值，資料來源為行政院主計處，單位為新台幣百萬元。而本研究的理論模型為建立在一封閉的經濟體系，並無進出口貿易，所以使用的產出資料為每季實質 GDP 原始值減去台灣每季出口值並加上台灣每季進口值後的產出資料。⁵每季出口值為以 2006 年為基期的台灣歷年每季商品及服務輸出 (export) 原始值，每季進口值為以 2006 年為基期的台灣歷年每季商品及服務輸入 (import) 原始值，資料來源皆為行政院主計處，單位亦皆為新台幣百萬元。

(二)私人資本存量 (Private Capital Stock)：

由於私人資本存量的季資料來源難以取得，故本文利用私人固定資本形成毛額加以計算而得，⁶計算方式將在下一節詳述。固定資本形成毛額依資本財型態分為四大類：營建工程、運輸工具、機器及設備、無形固定資產，分別計算資本存量後，再加總成私人資本存

⁵ 計算方式同 Kam and Wang (2008)。

⁶ 資本形成毛額為固定資本形成毛額和存貨變動量的加總，但因存貨變動量在概念上對經濟成長並無顯著影響，故採用固定資本形成毛額的資料來計算資本存量。

量。資料來源為行政院主計處國民所得統計資料庫內，以 2006 年為基期的實質資本形成毛額，單位為新台幣百萬元。

(三)公共資本存量 (Public Capital Stock)：

如同私人資本存量，因資料難以取得，故同樣利用政府固定資本形成毛額，加以計算成資本存量，在下一節詳述計算方式。公共部門的固定資本形成毛額，本文亦依資本財型態將其分為營建工程、運輸工具、機器及設備、無形固定資產四大類，分別計算資本存量後，再加總成公共資本存量。資料來源亦為行政院主計處國民所得統計資料庫內，以 2006 年為基期的實質資本形成毛額，單位為新台幣百萬元。

(四)人口數 (population)：

本文隨後會將產出與資本存量先分別轉換為平均每人產出和人均資本 (per-capita output and capital) 後進行實證再分析，所以需要人口總數。人口數的資料來源為行政院主計處，⁷取 1966 至 2011 年的每季期中人口的數量 (單位：人)。

第二節 資本存量計算方式

由於在實證研究上，資本存量的時間序列資料通常需要另外估算，故許多研究者利用資本形成加以計算推估出資本存量，在推估過程中需要有折舊率的設定，然而折舊率的設定卻沒有一個準則，如 Otto and Voss (1994)、Lau and Sin (1997) 和 Kam and Wang (2008) 等，將折舊率設定為百分之百折舊上一期資本；又如國內實證文獻，郭鳳純 (2004) 利用有形固定資產的平均耐用年數，求取公共資本的平均折舊率；⁸黃台心、陳盈秀與王美惠 (2009) 將台灣及東亞諸國的折舊率設為百分之十。以上無論何種設定方法，將所有資本財型態的折舊率設為相同，是違背實際社會中，各種資產各有不同折舊率的事實，例如住宅房屋和運輸工具的折舊率就不同，商業大樓和工廠的機器設備，折舊率更是不一樣。所以本研究

⁷ 依行政院主計處之定義，人口數係指臺閩地區具有戶籍登記之現住人口總數。

⁸ 平均折舊率 = 1 / 資產平均耐用年數。

希望對各種資產，各別設定較貼切的折舊率，來計算符合實際社會的資本存量，進而使分析結果可以更趨近事實，這也是本文有別於既有文獻之主要貢獻。

所以本文採用 Jorgenson and Stiroh (2000) 對各種不同資本所設定的幾何折舊率 (geometric depreciation rate)，⁹再依照資本財型態分為四大類 (附錄一)，分類後再計算算術平均數，得到平均一年營建工程、運輸工具、機器及設備、無形固定資產的折舊率，因本文實證上使用台灣的季資料，所以將求出的四類資本財折舊率再分別除以四，得到每季的資本折舊率，如表二所示。

表二：四大資本財每季平均折舊率 (公共部門與民間部門相同)

營建工程	運輸工具	機器及設備	無形固定資產*
0.58%	4.73%	1.96%	4.50%

*經建會定義軟體投資與礦藏探勘為無形資產，但台灣現幾乎已無礦藏探勘，故折舊率採用軟體投資的折舊率。

而資本存量計算方式採用永續盤存法 (perpetual inventory method, PIM)，令第 t 期資本存量為上期資本投入 (資本形成) 再加上折舊過後的上一期淨資本存量。其公式 (perpetual inventory equation) 如下：

$$S_t = I_{t-1} + (1 - d)S_{t-1} \quad (24)$$

上式中 S 為資本存量， I 為資本投入 (形成)， d 為資本財的折舊率。在計算資本存量之前，先假設第一期和第二期的資本成長率相等，即 $\frac{S_1 - S_0}{S_0} = \frac{S_2 - S_1}{S_1}$ ，則可計算出

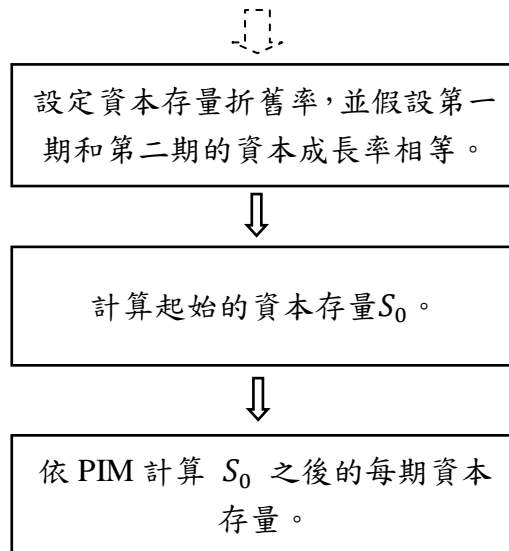
$$S_0 = \frac{I_0^2}{I_1 - (1-d)I_0}$$

， S_0 為資本存量的起始值。所以本研究設定折舊率以及計算資本存量的方法之示意圖如圖一所示。

⁹幾何折舊率的介紹和計算方式參見 Fraumeni (1997)，本文為直接引用 Jorgenson and Stiroh (2000) 整理出的折舊率列表，再依照資本財型態分類。

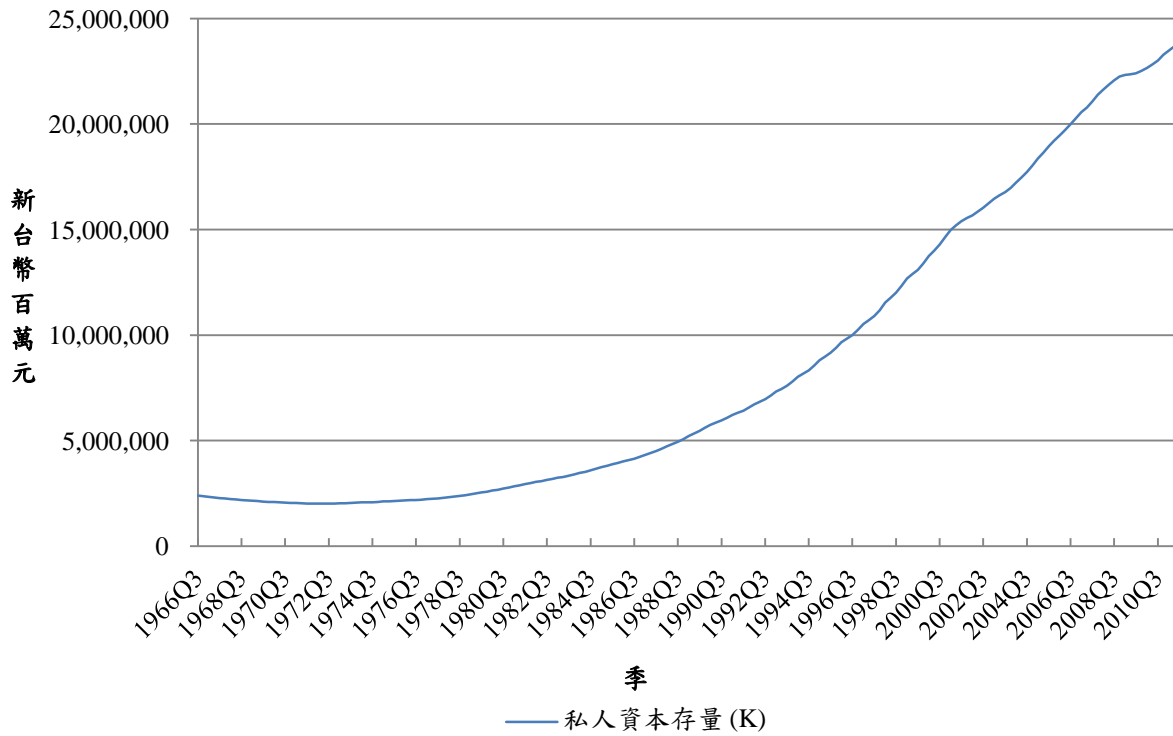
圖一：設定折舊率及計算資本存量方法之示意圖

根據 Jorgenson and Stiroh (2000) 對各資產設定的幾何折舊率，依資本型態分為四類，再個別計算算術平均數，最後將資本年折舊率除以四季，得到季折舊率。

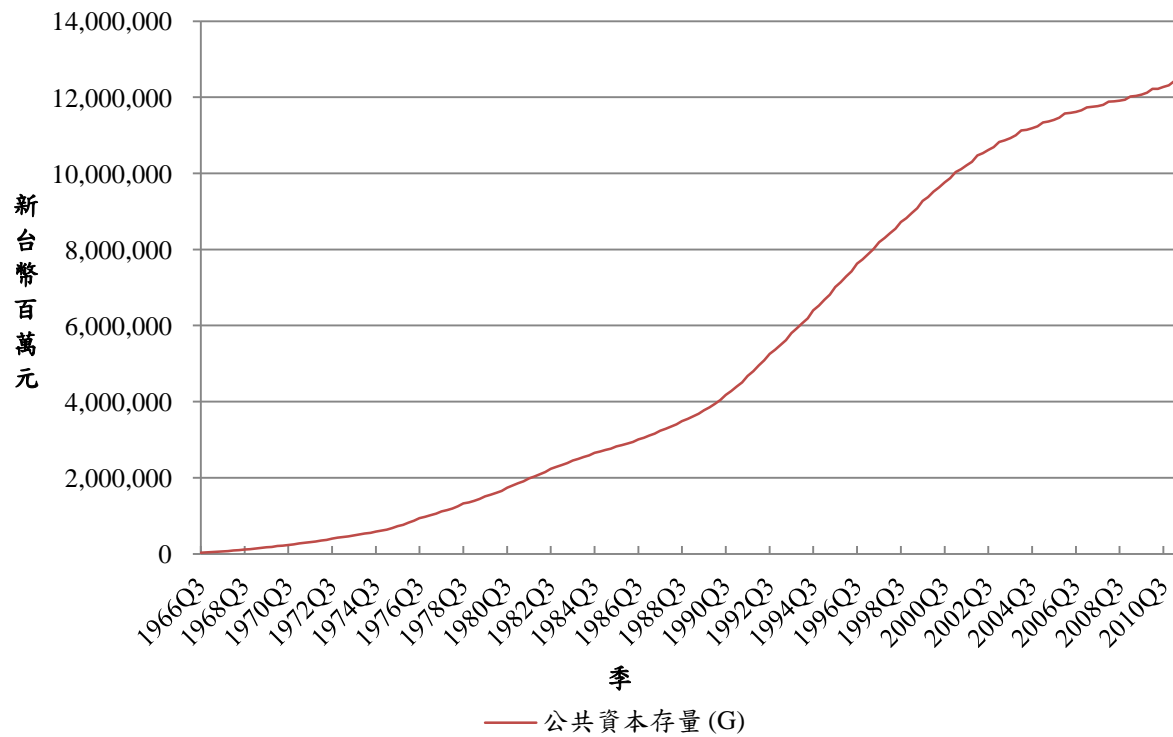


由於分別計算私人資本存量和公共資本存量後，民間營建工程類的資本存量在 1966Q1 和 Q2 推算結果為負值，故為求合理的資本存量，本文將 1966Q3 的資本存量設為資料起始值。所以實證分析上，私人及公共資本存量起始值為 1966Q3。圖二、圖三分別為私人和公共資本存量折線圖，在 1966 年至 1990 年期間，私人與公共資本存量的增幅緩慢，自 1990 年開始則有較明顯的成長，而私人資本存量在近幾年的成長幅度則又趨緩，本文後續將實證私人、公共資本存量與產出的關係。

圖二：私人資本存量折線圖



圖三：公共資本存量折線圖



第四章 計量方法

本篇論文的資料為時間序列數據，所以必須先討論資料的動態特性，先確定資料是否為穩定的時間序列再來決定不同的數據處理方式。以下介紹的單根檢定，可以檢定變數是否具有穩定的特性，如果有多個變數均不具備穩定的特性，則這些變數將可能具有本章第二部分所介紹的共整合關係，也就是變數之間的長期線性關係具有穩定的特性，這樣的特性將在本章第三部分透過共整合檢定方法介紹，特別著重在向量自我迴歸模型 (vector autoregressive (VAR) model) 的部分，在 VAR 模型中，我們可以更進一步瞭解變數之間的因果關係，以及當特定變數受到外生衝擊時，該變數本身以及其他變數的短期至長期的反應。

第一節 單根與單根檢定 (Unit Root Tests)

對於穩定變數的定義，大部分文獻上所指的是該變數的時間序列具有二階或弱定態性 (second-order or weak stationarity)，意指變數每期之平均數為相同的定值、變數每期具有同質變異數與相同的自我共變數 (autocovariance)，且都必須是有限的常數項而非時間 t 的函數。若迴歸式中的應變數與自變數非為穩定的時間序列，則會導致傳統的假設檢定、信賴區間估計、以及預測等統計推論不具可信度，所以必須先確定變數是否具有穩定的性質。在計量方法上處理不穩定的變數，要端視變數的性質再選擇解決方式，本研究主要的總體數據為可能具有單根性質的不穩定時間序列變數，所以本篇利用 Said and Dickey (1984) 所提出的 ADF 單根檢定法做單根檢定，檢定變數是否為穩定或者是否具有相同的單根性質，檢定後若是穩定或者具有相同的單根性質，才能繼續觀察變數之間的交互影響以及長期變化。以下舉例說明單根的特性、如何檢定以及解決方法。

(一) 單根 (unit root)

自我迴歸 (autoregressive, AR) 是較常見的單一變數時間序列模型，令一時間序列變數

y_t 的資料產生過程 (data generating process) 為一階自我迴歸模型，即 AR(1)，則其可表示為：

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (25)$$

在上式 AR(1) 模型中， β_1 是截距項 (drift) 且 $\varepsilon_t \sim iid N(0, \sigma^2)$ 。一般而言，大部分的總體經濟數據所估計出的 β_2 為正值，若 $0 \leq \beta_2 < 1$ 則 y_t 將隨著時間經過而收斂至 $\frac{\beta_1}{1-\beta_2}$ ，也因此，我們通常稱此情況的 y_t 具有穩定 (stationary) 的特性。若 $\beta_2 \geq 1$ 則 y_t 將會發散而成為一不穩定 (non-stationary) 的變數。然而大部分的總體經濟變數很難具有 $\beta_2 > 1$ 的特性，所以我們在檢驗特定總體經濟變數時，若估計出的 $\hat{\beta}_2 = 1$ 時，就可得到變數為不穩定時間序列的結論，也可以說，這個變數在不做任何轉換的情況下為非穩定變數 (non-stationary in levels)。而當 $\beta_2 = 1$ 時，上述模型就是含截距項的 random walk 模型 (random walk with drift)。以下對 (25) 式加入 Lag operator (L) 並移項，得到

$$(1 - \beta_2 L)y_t = \beta_1 + \varepsilon_t \quad (26)$$

則對此式而言其特性根方程式為令 $(1 - \beta_2 L) = 0$ ，求出的特性根指的就是 L 的根，這裡可以求出 $L = 1/\beta_2$ ，若 $\beta_2 = 1$ 則 $L = 1$ ，我們稱此時 y_t 具有一個單根，也就是說，一個時間序列變數具有單根，指的是這個變數的特性根方程式 (characteristic equation) 的根，或其中一個根等於一。¹⁰

至於為什麼具有單根特性 (或 $\beta_2 = 1$) 的 y_t 為不穩定的時間序列變數，我們仍利用 (25) 式說明。由於具有單根特性的 (25) 式會變成

$$y_t = \beta_1 + y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (27)$$

若利用遞迴的推算方法則可將 (27) 式轉換成

$$y_t = y_0 + \beta_1 t + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i \quad (28)$$

¹⁰ 當 AR(p) 且 $p > 1$ 的情況下特性根會有 p 個，只要其中一個根等於一就是具有單根的特性，也就是只要其中一個根等於一，就會使變數呈現不穩定的狀態。此處關於特性根方程式以及特性根的觀念參考自楊奕農 (2009) 一書。

(28) 式顯示 y_t 包含了隨機趨勢(stochastic trend)，¹¹ 殘差會隨著時間的增加不斷累積(accumulated shocks) 導致變數無法被分析，且 (28) 式期望值 $E(y_t) = y_0 + \beta_1 t$ 以及變異數 $Var(y_t) = t\sigma^2$ 皆會隨著時間變化而變動，不是一個穩定變數該具有的特性，穩定變數的期望值與變異數都應是穩定的值。所以證明了具有單根特性的時間序列變數是不穩定的。

(二) 單根變數之處理

要如何使具有單根性質的時間序列變數轉變成穩定以利後續迴歸分析，可以藉由對變數作差分，例如將具有單根的 (27) 式做一階差分得

$$\Delta y_t = \beta_1 + \varepsilon_t \quad (29)$$

其中 $E(\Delta y_t) = \beta_1$ 且 $V(\Delta y_t) = \sigma^2$ ，所以一階差分後 (first difference) 成為一個穩定的序列，我們將它記為 $\Delta y_t \sim I(0)$ 或者是 $y_t \sim I(1)$ ，符號 $I(d)$ 表示一個不穩定的序列須要透過差分 d 次才能穩定， d 稱為該序列的整合階次 (integration order)，而將 y_t 稱為「一階整合變數」(integrated of order one)。但是在總體經濟變數上，利用差分的方式處理具有單根性質的不穩定變數，可能會導致變數隱含的長期資訊消失。

(三) ADF 單根檢定 (Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test)

我們利用單根檢定來檢定一時間序列變數是否具有單根性質，以及檢定若具有單根性質時變數的整合階次。檢驗單根的方法，本篇利用 Said and Dickey (1984) 所提出的 ADF 檢定法，此檢定法比最早 Dickey and Fuller (1979) 提出的 DF 檢定法多了應變數的落遲項 (augmented term)，而加入落遲項的目的可使估計式的誤差項符合白噪音 (white noise) 的性質。因為運用 DF 檢定時，只能使用在 AR(1)，且忽略了其誤差項可能存在序列相關的現象 (serial correlation in regression errors)，這會導致檢定的 DF 值不正確，以至於無法拒絕錯誤的虛無假設，意即 DF 檢定的檢定力不足，所以增加應變數落遲項可以修改 DF 檢定

¹¹ 所謂隨機趨勢是指變數中的隨機成分 (stochastic component) 對該變數有永久性 (permanence) 的影響。

的缺失。所以本文將利用 ADF 檢定法做單根檢定。

a) 檢定模型：

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \gamma y_{t-1} + \alpha_2 t + \sum_{i=1}^p \delta_i \Delta y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (30)$$

$\varepsilon_t \sim^{iid} N(0, \sigma^2)$ ， α_0 為截距項， $\alpha_2 t$ 為時間趨勢項 (time trend or deterministic trend)，¹²在等式右邊加入應變數的落遲項目的為使誤差項去除序列相關， p 為使誤差項控制到具白噪音性質的最適落後期數，而當 p 等於零時就同等於 DF 檢定式。另外可以透過檢定 α_0 以及 α_2 是否等於零，得知變數是否具有截距項和時間趨勢。

b) 假設檢定：

$H_0 : \gamma = 0$ ，具有單根且變數的時間序列不穩定 (non-stationary)

$H_a : \gamma \neq 0$ ，不具有單根且變數的時間序列穩定 (stationary)

c) 檢定統計量：

$$ADF_{-t} = \frac{\hat{\gamma}}{\sqrt{\text{Var}(\hat{\gamma})}} \quad (31)$$

當左尾檢定的 ADF_{-t} 值小於 student- t 分配的臨界值則拒絕虛無假設。如果檢定結果具有單根性質，必須將變數差分後再進行上述的單根檢定，反覆檢定至拒絕虛無假設時，則可得知此變數的整合階次。例如一時間序列變數 x_t 進行單根檢定後具有單根性質，將 x_t 的差分 Δx_t 再進行一次單根檢定，若 Δx_t 不具單根性質則表示 $\Delta x_t \sim I(0)$ 或 $x_t \sim I(1)$ ，整合階次為一階。

d) 最適落後期數之選取

由於單根檢定假定其殘差項已符合白噪音的性質，所以必須先替模型選擇最適的落遲項期數，如果選擇落後期數過少表示殘差項仍會有序列相關，選擇過多又會有過度參數化 (over-parameterization) 的疑慮¹³，所以可以在假設檢定前先利用以下準則選取最適的落遲項期數。

¹² 變數具有時間趨勢表示會隨著時間而變動且可完全被預測。

¹³ 過度參數化會造成自由度、解釋能力下降以及估計不具一致性。

(1) SBC 準則

$$SBC(p) = \ln(\sigma_\varepsilon^2) + \frac{p}{T} \ln(T) \quad (32)$$

p 為落後期數， T 為有效樣本數， σ_ε^2 為以最大概似法估計的殘差變異數之值。依 Schwarz (1978) 利用貝氏方法 (Bayesian criterion) 建立之 SBC (Schwarz's Bayesian criterion) 模型選取準則，其最佳選取階次為使 $SBC(p)$ 最小的 p 。

(2) HQ 準則

$$HQ(p) = \ln(\sigma_\varepsilon^2) + \frac{2p}{T} \ln[\ln(T)] \quad (33)$$

參數意義同 SBC 準則，由 Hannan and Quinn (1979) 提出的選取準則亦使 $HQ(p)$ 最小之 p 為最適落後期數。

SBC 是此二準則中對於加入變數的額外落後期數之檢定較嚴格的，HQ 則是判斷準則較寬鬆的。

第二節 虛假迴歸與共整合

變數與變數之間可以利用變數的線性組合來觀察它們的長期關係，若不穩定的時間序列變數之間的線性組合具有長期穩定的趨勢，表示變數之間具有「共整合」的性質；反之，不穩定變數之間的線性組合不具有長期穩定的趨勢，則變數和變數之間可能會出現「虛假迴歸」(spurious regression) 的現象。

(一) 虛假迴歸 (spurious regression)

要介紹虛假迴歸，我們先假設 x_t 和 y_t 為兩個互為獨立 (independent) 但具 $I(1)$ 性質的變數如 (34) 與 (35) 式。

$$\Delta x_t = \alpha + u_t, \quad u_t \sim N(0, \sigma_u^2) \quad (34)$$

$$\Delta y_t = \beta + v_t, \quad v_t \sim N(0, \sigma_v^2) \quad (35)$$

兩個 $I(1)$ 的變數經過一階差分後為穩定的序列，且殘差項符合白噪音的性質。由於兩變數互為獨立，所以 u_t 和 v_t 獨立，兩變數無因果關係，表示若檢定其線性組合 $y_t = a + bx_t + \varepsilon_t$ ，應拒絕它的虛無假設 ($H_0: b = 0$)。但此時如果利用遞迴的推算方法將兩變數轉變成以下二式，

$$x_t = u_0 + \alpha t + \sum_{t=0}^T u_t \quad (36)$$

$$y_t = v_0 + \beta t + \sum_{t=0}^T v_t \quad (37)$$

再將 (36) 式解出小 t 後代入 (37) 式中，則

$$y_t = \left(v_0 - \frac{\beta}{\alpha} u_0 \right) + \frac{\beta}{\alpha} x_t + \left(\sum_{t=0}^T v_t - \frac{\beta}{\alpha} \sum_{t=0}^T u_t \right) \quad (38)$$

上式為一條 x_t 和 y_t 的線性組合。明顯地，即使兩變數互為獨立卻因皆存在截距項 (drift) 的關係而無法拒絕 x_t 項係數為零的虛無假設。(38) 式即為「虛假迴歸」，使可能原本毫無因果關係的變數之間出現顯著的關係，變數之估計的 student- t 統計量也會異常的顯著且具有高度一致性，同時也產生判定係數 R^2 很高以及 DW 值過低之現象。

(二) 共整合 (cointegration)

根據 Engle and Granger (1987) 定義，一組非穩定的時間序列變數之間的線性組合具穩定特性，則稱這些變數具有共整合的現象。假設兩時間序列變數 $x_t \sim I(1)$ 以及 $y_t \sim I(1)$ ，一般而言，非穩定變數將其線性組合後之變數仍為非穩定變數，如 $z_t = \varphi x_t + \omega y_t$ 通常還是 $I(1)$ ，但是當今天存在 x_t 和 y_t 之線性關係可使組合後的變數轉變成穩定的序列變數，則稱這兩非穩定變數之間存在所謂的「共整合現象」，例如當 $g_t = (-A)x_t + y_t \sim I(0)$ 表示 x_t 和 y_t 這兩個整合階次為一階的變數，經過線性組合後發生降一階的現象，就稱為這兩個非穩定變數存在一階一次共整合關係，記為 $g_t \sim CI(1,1)$ ，而此時 $(-A, 1)$ 即為 g_t 的共整合向量 (cointegrating vector, CV)。

而且具有經濟意義的共整合變數，其線性組合必須為 $I(0)$ ，因為在經濟模型中均衡的

意義隱含變數的線性組合是穩定的，且透過共整合，可以避免為了處理非穩定變數採取差分的做法，而消除了變數隱含的長期資訊。

第三節 共整合檢定 (Cointegration Test)

所以不穩定的時間序列變數必須先利用單根檢定確定其整合階次，若具有相同的整合階次再利用共整合檢定分析變數之間是否具有共整合的性質，具有共整合性質的時間序列變數我們才能分析其之間的因果關係及長短期交互影響。而共整合分析有傳統的 Engle and Granger (1987) 兩步驟共整合檢定法，以及 Johansen (1991) 共整合檢定法，本篇選用 Johansen 共整合檢定法，箇中的緣由乃是因為其可以修正 Engle and Granger 兩步驟共整合檢定法的缺陷。

(一) Engle and Granger 兩步驟共整合檢定

Engle and Granger 兩步驟共整合檢定，第一步為先利用 ADF 檢定法檢定變數的整合階次，若擁有相同的整合階次再以 OLS 估計變數之間的長期關係，並將殘差保留。第二步再以 ADF 檢定法檢定此殘差是否已降階為穩定的變數，如果已降至穩定狀態則表示變數之間具有共整合性質。

由於 Engle and Granger (1987) 提出的兩步驟共整合檢定法有下列缺失：

- a) 主觀性的設定變數之間的因果關係，若設定錯誤將導致檢定結果有誤。
- b) 無法在估計共整合時加入係數限制之檢定，¹⁴所以也無法判斷哪些變數是否應包含在共整合的關係式中。
- c) 只能觀察長期趨勢，無法得知動態傳遞過程。
- d) OLS 只估計出一種共整合向量，事實上可能存在多組共整合向量。

¹⁴ 因為 ADF 檢定在第二步驟時是檢定第一個步驟產生的殘差項，非一次估計得到的檢定量。

所以本文將利用可以改善上述的 Johansen 共整合檢定法進行變數之間的共整合分析。

(二) Johansen 共整合檢定法

Johansen (1988)、Johansen (1991) 以及 Johansen and Juselius (1990) 建構的 Johansen 共整合檢定法可檢定變數之間是否具有共整合關係以及具有多少個共整合向量，此檢定法以向量自我迴歸模型 (Vector Autoregression Model, VAR) 轉換成的向量誤差修正模型 (Vector Error Correction Model, VECM) 為基礎之檢定模型，所以下面我們會先介紹向量自我迴歸模型以及向量誤差修正模型之後，再介紹 Johansen 共整合檢定法的檢定步驟及其意義。

a) 向量自我迴歸模型 (Vector Autoregressive (VAR) Model)

由於總體變數在經濟體系錯縱複雜的運作當中，若以一般 OLS 模型來設定較難去劃分哪個變數應該擺在自變數或應變數的位置，有時很難認定變數之間的因果關係，以及不一定能事先判定變數為內生或外生的性質，而向量自我迴歸模型 (VAR) 將所有變數皆視為內生變數來處理，可以克服無法事先正確認定內生與外生變數的狀況，也可以檢定變數的因果關係。

VAR 是由多個變數、多條迴歸方程式所組成的矩陣模型，將每個變數皆視為內生變數，是動態時間序列模型的縮減式，可以表達變數之間的動態過程，模型中變數會受到自己以及其他變數之落後期的影響，我們以 n 變數、 p 階自我相關的 VAR(p) 為例，VAR(p) 包含以下 n 條方程式。

$$\begin{aligned}
 y_t^1 &= \alpha^1 + \alpha_{11}^1 y_{t-1}^1 + \cdots + \alpha_{1p}^1 y_{t-p}^1 + \alpha_{21}^1 y_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_{np}^1 y_{t-p}^n + u_t^1 \\
 y_t^2 &= \alpha^2 + \alpha_{11}^2 y_{t-1}^1 + \cdots + \alpha_{1p}^2 y_{t-p}^1 + \alpha_{21}^2 y_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_{np}^2 y_{t-p}^n + u_t^2 \\
 &\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \cdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \cdots \quad \vdots \quad \vdots \\
 y_t^n &= \alpha^n + \alpha_{11}^n y_{t-1}^1 + \cdots + \alpha_{1p}^n y_{t-p}^1 + \alpha_{21}^n y_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_{np}^n y_{t-p}^n + u_t^n
 \end{aligned} \tag{39}$$

(39) 式中如 y_{t-p}^1 代表第一個變數落後 p 期，而 α_{1p}^n 則代表第一個變數落後 p 期對第 n 個變數 y_t^n 的影響。將上式以向量和矩陣可表示為

$$\begin{bmatrix} y_t^1 \\ y_t^2 \\ \vdots \\ y_t^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha^1 \\ \alpha^2 \\ \vdots \\ \alpha^n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{11}^1 & \alpha_{21}^1 & \cdots & \alpha_{n1}^1 \\ \alpha_{11}^2 & \alpha_{21}^2 & \cdots & \alpha_{n1}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{11}^n & \alpha_{21}^n & \cdots & \alpha_{n1}^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1}^1 \\ y_{t-1}^2 \\ \vdots \\ y_{t-1}^n \end{bmatrix} + \cdots + \begin{bmatrix} \alpha_{1p}^1 & \alpha_{2p}^1 & \cdots & \alpha_{np}^1 \\ \alpha_{1p}^2 & \alpha_{2p}^2 & \cdots & \alpha_{np}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{1p}^n & \alpha_{2p}^n & \cdots & \alpha_{np}^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-p}^1 \\ y_{t-p}^2 \\ \vdots \\ y_{t-p}^n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_t^1 \\ u_t^2 \\ \vdots \\ u_t^n \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$\text{令 } \mathbf{Y}_t = \begin{bmatrix} y_t^1 \\ y_t^2 \\ \vdots \\ y_t^n \end{bmatrix}, \mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} \alpha^1 \\ \alpha^2 \\ \vdots \\ \alpha^n \end{bmatrix}, \mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} \alpha_{1p}^1 & \alpha_{2p}^1 & \cdots & \alpha_{np}^1 \\ \alpha_{1p}^2 & \alpha_{2p}^2 & \cdots & \alpha_{np}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{1p}^n & \alpha_{2p}^n & \cdots & \alpha_{np}^n \end{bmatrix} \text{ 以及 } \boldsymbol{\varepsilon}_t = \begin{bmatrix} u_t^1 \\ u_t^2 \\ \vdots \\ u_t^n \end{bmatrix}, \text{ 則}$$

$$\mathbf{Y}_t = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 \mathbf{Y}_{t-1} + \mathbf{A}_2 \mathbf{Y}_{t-2} + \cdots + \mathbf{A}_p \mathbf{Y}_{t-p} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (41)$$

所以 (41) 式即為一般化 n 變數 VAR(p) 的簡寫表示方式。而落後期數 p 的選擇目的在於使誤差項 ε_t 無自我相關，亦即要符合白噪音的性質，所以可以利用 AIC、SBC、HQ 等準則來決定最適的落後期數。而如同單變數的 AR 模型，模型要穩定必須不能具有單根性質，若具有單根性質，可利用差分的方式使之穩定，亦即將 VAR 模型轉換成後續介紹的 VECM 模型。

b) 向量誤差修正模型 (Vector Error-correction Model (VECM))

上述 VAR(p) 中若 y_t^n ($n = 1, 2, \dots, n$) 為具有共整合關係之 $I(1)$ 變數，則將 (41) 式進行一階差分後，一般化 n 個具有共整合關係的 $I(1)$ 變數之 VAR(p) 可表示成下列的 VECM($p - 1$)。

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{Y}_t &= \mathbf{A}_0 + (\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 + \cdots + \mathbf{A}_p - \mathbf{I}) \mathbf{Y}_{t-1} \\ &\quad - (\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_3 + \cdots + \mathbf{A}_p) \Delta \mathbf{Y}_{t-1} - \cdots - \mathbf{A}_{p-1} \Delta \mathbf{Y}_{t-(p-1)} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \end{aligned} \quad (42)$$

令 $\boldsymbol{\Pi} = \sum_{i=1}^p \mathbf{A}_i - \mathbf{I}$ ， $\boldsymbol{\Pi}_i = -\sum_{j=i+1}^p \mathbf{A}_j$ ，則上式可簡化成

$$\Delta \mathbf{Y}_t = \mathbf{A}_0 + \boldsymbol{\Pi} \mathbf{Y}_{t-1} + \boldsymbol{\Pi}_1 \Delta \mathbf{Y}_{t-1} + \cdots + \boldsymbol{\Pi}_{p-1} \Delta \mathbf{Y}_{t-(p-1)} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (43)$$

當前一期的 \mathbf{Y} 值低於長期均衡值時，下期 \mathbf{Y} 值就會向上調整，亦即 $\Delta\mathbf{Y}_t > 0$ ；反之，若前一期 \mathbf{Y} 值高於長期均衡值時，下期就會向下調整，此時 $\Delta\mathbf{Y}_t < 0$ 。此即誤差修正模型的基本概念，所謂的誤差修正就是一個經濟體系中動態的調整機制。

c) Johansen 共整合檢定法

以向量自我迴歸模型為基礎的 Johansen 共整合檢定法目的為檢定變數之間是否有共整合性質、是否具有共整合向量以及檢定共整合向量的數目。由於總體數據多為 $I(1)$ 的時間序列，根據 Johansen and Juselius (1992)，其檢定的模型可設為下列由 VAR(p) 一階差分後的向量誤差修正模型 VECM($p - 1$)。

$$\Delta\mathbf{Y}_t = \mathbf{\Pi}_0 + \rho t + \mathbf{\Pi}\mathbf{Y}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \mathbf{\Pi}_i \Delta\mathbf{Y}_{t-i} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (44)$$

(44) 式中，主要影響 $\Delta\mathbf{Y}_t$ 變動的兩大部分，第一部分為 $\sum_{i=1}^{p-1} \mathbf{\Pi}_i \Delta\mathbf{Y}_{t-i}$ ，其代表短期偏離均衡的動態調整過程，另一部分 $\mathbf{\Pi}\mathbf{Y}_{t-1}$ 為前期偏離長期均衡的誤差修正項，若前期低於長期均衡值，則會對 $\Delta\mathbf{Y}_t$ 產生向上修正的力量，兩者之間存在長期的關係。而因為 $\mathbf{Y}_t \sim I(1)$ ，代表 $\Delta\mathbf{Y}_t$ 和 $\sum_{i=1}^{p-1} \mathbf{\Pi}_i \Delta\mathbf{Y}_{t-i}$ 必為 $I(0)$ ，則模型要平衡 (balance) $\mathbf{\Pi}\mathbf{Y}_{t-1}$ 必須為 $I(0)$ ，亦即 \mathbf{Y}_{t-1} 矩陣中的 n 個變數之間必須存在共整合向量，也就是 n 個變數之間要存有長期的均衡關係，此時 $\mathbf{\Pi}$ 矩陣的 rank 就代表有多少條共整合向量，以下討論三種 $\mathbf{\Pi}$ 矩陣的情況：

- (1) $\text{rank}(\mathbf{\Pi}) = 0$ ，代表 n 個變數之間不存在共整合向量，即不存在長期均衡的關係，此時模型可以變數 $\Delta\mathbf{Y}_t$ 的 VAR($p - 1$) 模型代替並用於後續的估計與檢定。
- (2) $\text{rank}(\mathbf{\Pi}) = n$ ， $\mathbf{\Pi}$ 矩陣為 full rank 矩陣，變數 \mathbf{Y}_t 為穩定的時間序列。
- (3) $\text{rank}(\mathbf{\Pi}) = r$ ($1 \leq r < n$)，表示 n 個變數之間存在 r 個共整合向量，亦指存在 r 種使變數之間存在長期均衡的線性組合。根據 Granger Representation Theorem，可將 $\mathbf{\Pi}$ 矩陣分解成 $\mathbf{\Pi} = \boldsymbol{\alpha}_{n \times r} \boldsymbol{\beta}_{r \times n}$ ， $\boldsymbol{\beta}_{r \times n}$ 即為 r 個共整合向量矩陣，而 $\boldsymbol{\alpha}_{n \times r}$ 為調整修正速度的誤差修正係數向量矩陣。

由於 Π 矩陣的 rank 和其特性根的個數相同，所以 Johansen 共整合檢定法就是利用檢定 Π 矩陣的特性根個數，來確認 n 個變數之間是否存在共整合關係，以及透過檢定得知共整合向量的數目，而 Johansen 共整合檢定法利用以下兩種方式進行共整合檢定。

(1) 對角元素和檢定 (trace test)

i. 假設檢定

H_0 ：最多 r 個共整合向量

H_a ：至少有 $r + 1$ 個共整合向量

ii. 檢定統計量

$$\lambda_{trace}(r) = -T \sum_{k=r+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_k) \quad (45)$$

T 為樣本數， $\hat{\lambda}_k$ 為將特性根依大小順序（由大至小）排列後第 k 個特性根， $k = r + 1$ ，所以當有 r 個共整合向量時，第 k 個至第 n 個特性根將等於零，此時檢定統計量的值將會接近零。

(2) 最大特性根檢定 (maximum eigenvalue test)

i. 假設檢定

H_0 ：最多 r 個共整合向量

H_a ：至少有 $r + 1$ 個共整合向量

ii. 檢定統計量

$$\lambda_{max}(r, r + 1) = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1}) \quad (46)$$

T 為樣本數， $\hat{\lambda}_{r+1}$ 為將特性根依大小順序（由大至小）排列後第 $r + 1$ 個特性根，所以當有 r 個共整合向量時，第 $r + 1$ 個特性根將等於零，此時檢定統計量的值將會接近零。

第四節 Granger 因果關係檢定 (Granger Causality Test)

Granger 因果關係檢定的主要目的是確認某一變數的資訊是否可以預測 (predicting) 另一個變數，例如一地區的犯罪率與垃圾量，¹⁵若將犯罪率視為應變數而垃圾量為自變數，檢定結果垃圾量變數的係數顯著，代表垃圾量所具有的資訊可以預測這個地區的犯罪率，在 Granger 因果關係檢定上我們稱垃圾量「Granger causes」犯罪率，然而垃圾量與犯罪率這兩個變數存在相關性，不必然表示其存在因果關係，事實上，兩個變數具有相關性很可能是存在另一個潛在變數 (lurking variable) – 「城市發展程度」所導致，而犯罪率與垃圾量對城市發展程度變數有共同反應 (common response)，如果此時將城市發展程度的變數加入迴歸式中，垃圾量變數的係數可能就不會顯著。所以 Granger (1969) 對變數之間的因果關係定義為 x_t Granger causes y_t 時表示 x_t 所擁有的訊息可以預測 y_t ，若只有 x_t Granger causes y_t 或是 y_t Granger causes x_t 的情況則稱這兩個變數只有單向因果關係 (uni-direction causality)，如果 x_t Granger causes y_t 且 y_t Granger causes x_t 則此時兩變數之間具有雙向因果關係 (bi-direction causality)。

Granger 因果關係檢定的檢定模型，需視變數的性質以及變數之間是否存在共整合關係來決定適合的檢定模型，例如若變數不具穩定性但變數之間具有共整合性質，則應使用具有誤差修正機能的向量誤差修正模型，如此才能表達出變數的線性組合具有長期穩定的特性。由於本研究所使用的數據為不穩定的時間序列變數，且變數之間經共整合檢定後具有共整合性質，故以下僅介紹使用向量誤差修正模型檢定 Granger 因果關係的步驟。

(一) 檢定模型

假設 x_t 以及 y_t 為兩個具有共整合性質的時間序列變數，其 VECM(p) 模型如下所示。

$$\Delta x_t = \alpha_1 + \alpha_x z_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta x_{t-i} + \sum_{i=1}^p b_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_{xt}$$

¹⁵ 此例部分參考張翔 (2005) 一書。

$$\Delta y_t = \alpha_2 + \alpha_y z_{t-1} + \sum_{i=1}^p c_i \Delta x_{t-i} + \sum_{i=1}^p d_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_{yt} \quad (47)$$

z_{t-1} 為兩變數之共整合向量，最適的落後期數 p 可以利用 SBC、HQ 等準則來決定。

(二) 假設檢定

a) 檢定是否 y_t Granger causes x_t :

$H_0 : b_1 = b_2 = \dots = b_p = 0$, y_t 對 x_t 無預測效果 (y_t does not Granger cause x_t) 。

$H_a : b_1 \neq 0$ 、 $b_2 \neq 0$ 、 \dots 、 $b_p \neq 0$, y_t 對 x_t 有預測效果 (y_t Granger causes x_t) 。

b) 檢定是否 x_t Granger causes y_t :

$H_0 : c_1 = c_2 = \dots = c_p = 0$, x_t 對 y_t 無預測效果 (x_t does not Granger cause y_t) 。

$H_a : c_1 \neq 0$ 、 $c_2 \neq 0$ 、 \dots 、 $c_p \neq 0$, x_t 對 y_t 有預測效果 (x_t Granger causes y_t) 。

(三) 檢定統計量

檢定方法為利用在 VECM 之中的殘差共變數矩陣計算的 LR 檢定 (Log-likelihood ratio test)，檢定統計量為：

$$LR = dof c \times (\ln|\Omega_r| - \ln|\Omega_u|) \sim \chi^2(df) \quad (48)$$

其中 $dofc = T - c$, T 為樣本總數， c 是未受限制式中「任意其中一條方程式」的待估參數數目； Ω_r 和 Ω_u 分別是受限制式和未受限制式的殘差共變數矩陣；而 χ^2 的自由度 df 則是未受限制模型解釋變數個數減掉受限制模型解釋變數個數，亦同等於限制式的數目。右尾檢定的 χ^2 分配，當檢定統計量大於臨界值則拒絕虛無假設 H_0 。

Granger 因果關係檢定亦可檢定變數是否應包含在模型中，即檢定變數是否為外生變數，故又稱為外生性檢定 (block exogeneity tests) 。

第五節 外生衝擊反應分析 (Impulse Response Analysis)

研究上經常利用 VAR 模型為基礎，來研究當某一時點的外生衝擊 (shock) 發生在某個變數時，會對經濟體系中其他變數造成多少程度以及多久的影響，此即外生衝擊反應分析 (IRA)。透過前述因果關係檢定，我們可以確定變數之間的因果次序 (causal ordering)，確定變數訊息領先和落後的次序之後才能正確估計變數的衝擊反應。

以 x_t 、 y_t 兩變數的 VAR(1) 模型為例，¹⁶

$$\mathbf{Y}_t = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 \mathbf{Y}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (49)$$

將 (49) 式轉換成 MA(∞) 的型式以利於推導衝擊反應函數，如下所示。

$$\mathbf{Y}_t = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\varepsilon}_t + \boldsymbol{\varphi}_1 \boldsymbol{\varepsilon}_{t-1} + \boldsymbol{\varphi}_2 \boldsymbol{\varepsilon}_{t-2} + \boldsymbol{\varphi}_3 \boldsymbol{\varepsilon}_{t-3} + \dots \quad (50)$$

上式中， $\boldsymbol{\varepsilon}_{t-i} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt-i} \\ \varepsilon_{xt-i} \end{bmatrix}$ ，表示在下一期的 y_{t-i+1} 中沒有估計到之第 $t-i$ 期的誤差，而 $\boldsymbol{\varepsilon}_{t-i}$ 亦表示為在第 $t-i$ 期未預期到的外生衝擊，所以欲知前 i 期外生衝擊對當期產生的影響，可將上式對 $\boldsymbol{\varepsilon}_{t-i}$ 微分，例如

$$\frac{\partial \mathbf{Y}_t}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}} = \boldsymbol{\varphi}_1, \quad (51)$$

表示當期變數對前一期外生衝擊的反應，此時 $\boldsymbol{\varphi}_1$ 矩陣包含四個衝擊參數，

$$\boldsymbol{\varphi}_1 = \begin{bmatrix} \varphi_{11}^{(1)} & \varphi_{12}^{(1)} \\ \varphi_{21}^{(1)} & \varphi_{22}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_t}{\partial \varepsilon_{yt-1}} & \frac{\partial y_t}{\partial \varepsilon_{xt-1}} \\ \frac{\partial x_t}{\partial \varepsilon_{yt-1}} & \frac{\partial x_t}{\partial \varepsilon_{xt-1}} \end{bmatrix} \quad (52)$$

$\varphi_{11}^{(1)}$ 代表 y_t 變數落後一期的外生衝擊對當期 y_t 造成的影響，同理， $\varphi_{22}^{(1)}$ 為 x_t 變數落後一期的外生衝擊對當期 x_t 的影響，而 $\varphi_{12}^{(1)}$ 與 $\varphi_{21}^{(1)}$ 是兩變數前期對當期的交叉影響。

¹⁶ 此例部分參考楊奕農 (2009) 一書。

以相同的方式可以詮釋 \mathbf{Y}_t 的衝擊反應函數如下，

$$\varphi_{ij}^{(s)}, s = 1, 2, \dots, k, \quad \text{for } i, j = 1, 2 \quad (53)$$

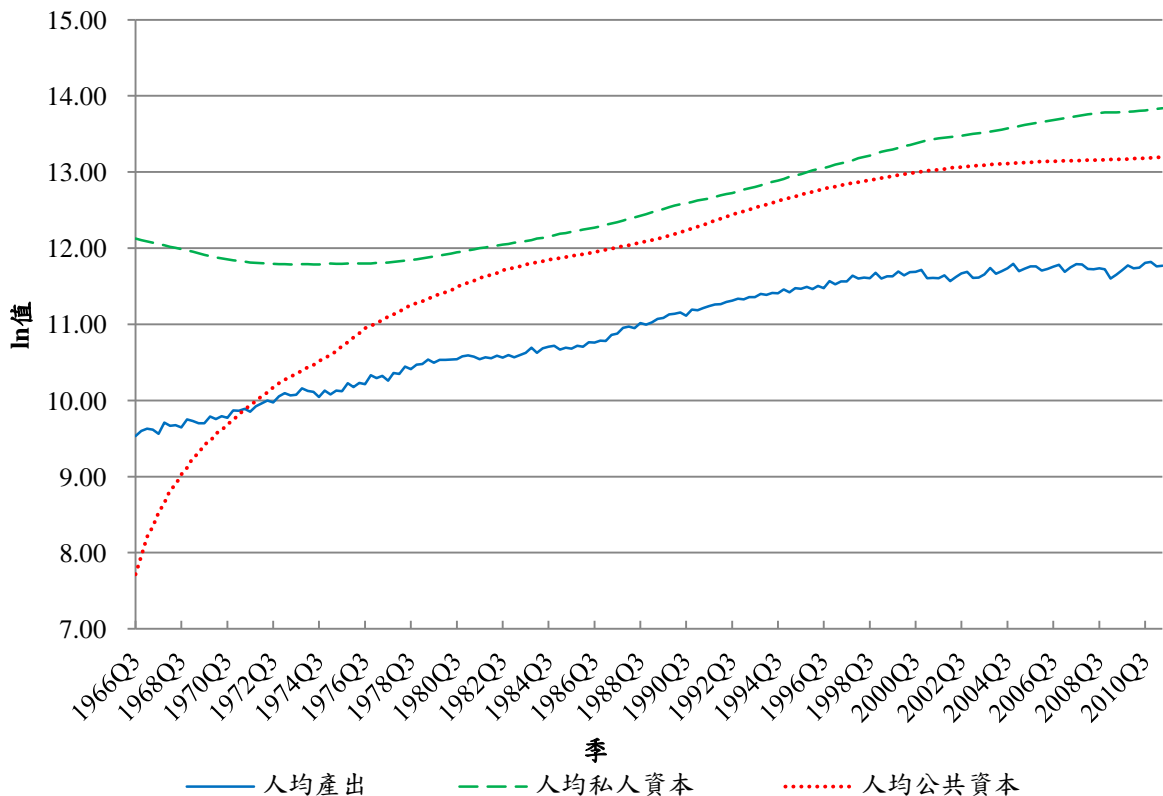
例如 $\varphi_{22}^{(s)}$ 即代表 x_t 對誤差 ε_{x_t-i} 的衝擊反應 (response of x_t to x_t innovations)，而 s 的期數需觀察衝擊反應函數的收斂狀況決定。

第五章 實證分析

第一節 單根檢定 (Unit Test)

一般而言，總體資料大多具有單根，我們利用 Said and Dickey (1984) 所提出的 ADF 檢定法，對各個變數的時間序列作單根檢定。本文依照 Kam and Wang (2008) 的理論模型架構取自然對數 \ln 線性化後作為實證分析模型，且採用人均產出 (y)、人均私人資本存量 (k) 與人均公共資本存量 (g) 取自然對數 \ln 值為實證數據，如下圖 (圖四) 中為台灣 1966 年第三季至 2011 年第二季，人均產出 (y)、人均私人資本存量 (k) 以及人均公共資本存量 (g) 取自然對數 \ln 值之後的折線圖。

圖四：主要變數的時間序列折線圖 (自然對數 \ln 值)



註：由於民間營建工程類的資本存量在 1966Q1 和 Q2 推算結果為負值，故為求合理的資本存量，本文將 1966Q3 的資本存量設為資料起始值。

由圖中可以觀察，三個變數都應具有截距與線性趨勢，所以我們將會在實證模型上加入時間趨勢項與截距項，而在單根檢定部分，也採用含截距與趨勢項的檢定模型，如下。

$$\Delta \ln y_t = \beta_{y1} + \gamma_y \ln y_{t-1} + \beta_{y3} t + \sum_{i=1}^{p_y} \delta_i \Delta \ln y_{t-i} + \varepsilon_t^y \quad (54)$$

$$\Delta \ln k_t = \beta_{k1} + \gamma_k \ln k_{t-1} + \beta_{k3} t + \sum_{i=1}^{p_k} \delta_i \Delta \ln k_{t-i} + \varepsilon_t^k \quad (55)$$

$$\Delta \ln g_t = \beta_{g1} + \gamma_g \ln g_{t-1} + \beta_{g3} t + \sum_{i=1}^{p_g} \delta_i \Delta \ln g_{t-i} + \varepsilon_t^g \quad (56)$$

其中 $\Delta \ln y_t$ 、 $\Delta \ln k_t$ 及 $\Delta \ln g_t$ 分別為三個主要變數在單根檢定時的 ADF 檢定式，各包含截距項 (β_{y1} 、 β_{k1} 、 β_{g1}) 和時間趨勢項 ($\beta_{y3}t$ 、 $\beta_{k3}t$ 、 $\beta_{g3}t$)，而 p_y 、 p_k 與 p_g 則分別表示三個主要變數之落遲項的最適落後期數。另外我們在此說明 DF 檢定和 ADF 檢定的差異，其差異在於 ADF 檢定的形式比 DF 檢定多加了應變數的落遲項，而加入落遲項的目的，在於當運用 DF 檢定時，其殘差可能存在自我相關的現象，殘差的自我相關會導致檢定的 DF 值不正確，以致於產生無法拒絕錯誤的虛無假設（虛無假設為變數具有單根性質），使 $\gamma = 0$ 的機會增加，亦指會導致 DF 檢定的檢定力不足。所以 ADF 加入了應變數的落遲項，可使單根檢定式的殘差符合白噪音 (white noise) 的性質，避免自我相關的可能性。

ADF 單根檢定的結果如表三所示，當三個變數為原始狀態 (in levels) 時，檢定結果的統計值大於臨界值，不拒絕具有單根的虛無假設，也就是變數具有單根的特性；而將變數作一階差分之後，三個變數的檢定統計值皆小於臨界值，代表一階差分後的變數具有穩定的特性，所以三個變數具有相同的單根的性質，為 $I(1)$ 變數。而在將變數一階差分時，由於變數本身每一期皆具有相同的時間趨勢，所以在差分之後的值就不會具有時間趨勢 (圖五)，故在檢定一階差分後的變數時，模型設定只包含常數項。另外因為變數為取自然對數 \ln 值的時間序列數據，當檢定一階差分變數所得到的值，亦可視為該變數的成長率，例如 $\Delta \ln y_t = \ln y_t - \ln y_{t-1}$ ，即為計算平均每人所得在第 t 期成長率的公式，同理 $\Delta \ln k_t$ 、 $\Delta \ln g_t$ 分別為平均每人民間資本與公共資本的成長率，若再將這三個變數的成長率個別加總平均，則更可得到變數的平均成長率，經過計算， y 、 k 、 g 在 1966Q4 至 2011Q2 期間

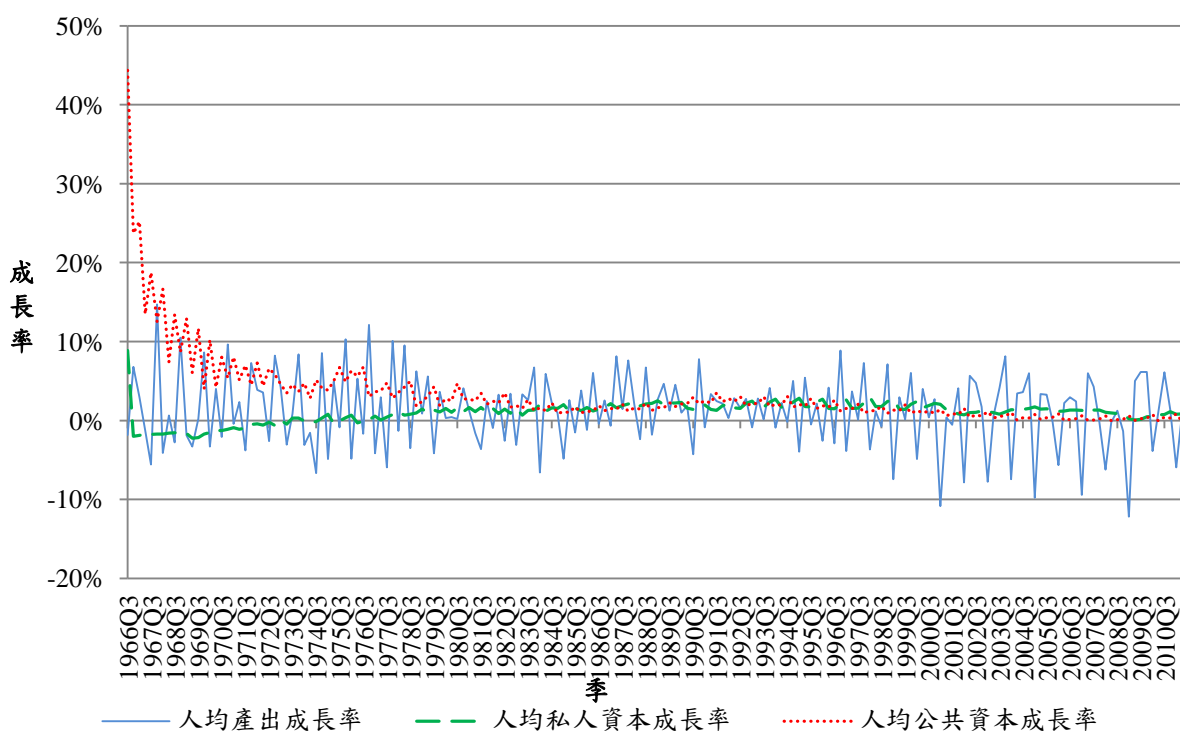
的平均成長率分別為 1.27%、0.99%、3.59%。

表三：ADF 單根檢定結果

檢定變數	原始狀態 (in levels) 的內生變數		
	$\ln y_t$	$\ln k_t$	$\ln g_t$
樣本期間	1967Q4–2011Q2	1968Q1–2011Q2	1969Q1–2011Q2
最適落後期數	8	9	9
外生變數	常數項與時間趨勢	常數項與時間趨勢	常數項與時間趨勢
ADF 統計值	-0.2818	-2.5604	-1.4362
臨界值	-3.1423	-3.1424	-3.1424
檢定變數	一階差分後 (in first differences) 的內生變數		
	$\Delta \ln y_t$	$\Delta \ln k_t$	$\Delta \ln g_t$
樣本期間	1967Q4–2011Q2	1969Q3–2011Q2	1969Q1–2011Q2
最適落後期數	7	8	8
外生變數	常數項	常數項	常數項
ADF 統計值	-3.7732	-2.6132	-3.3213
臨界值	-2.5758	-2.5758	-2.5758

註：(1) 變數的落後期數選擇參考 Schwarz selection criterion (SBC)，最大落後期數為 13 期。(2) 臨界值建立在 10% 顯著水準之下。(3) 檢定結果顯示三個變數皆具有單根的性质且皆可判斷為 $I(1)$ 變數。

圖五：主要變數差分後的折線圖 ($\Delta \ln$ 值)



第二節 共整合檢定 (Cointegration Test)

由於三個變數具有相同的單根性質且皆為 $I(1)$ ，所以我們可以進行共整合檢定，以觀察變數長期之間是否具有穩定的均衡關係。根據 SBC 及 HQ 準則為最適落後期數之判斷結果，決定 VAR(6) 為基礎的 VECM(5) 模型來進行檢定。本文採用 Johansen (1991) 共整合檢定分析，以檢定中的對角元素和檢定 (trace test) 及最大特性根檢定 (maximum eigenvalue test) 為判斷共整合關係的準則，兩種判斷準則檢定結果 (表四) 皆顯示 $\ln y$ 、 $\ln k$ 、 $\ln g$ 三個取對數後的平均每人產出、人均民間資本存量、人均公共資本存量三個變數之間存在一條共整合關係式，其標準化之共整合向量 $[1, -0.6101, -0.4105]$ 代表三個變數之間的長期關係，以實證模型 (23) 式，其長期關係可用下列線性組合式來表示¹⁷

$$\ln y_t = 1.3352 + \frac{0.6101}{(0.0947)} \ln k_t + \frac{0.4105}{(0.0700)} \ln g_t - \frac{0.0032}{(0.0023)} t \quad (57)$$

由數字可以解釋，當人均私人資本存量成長 1% 時，約使平均人均產出成長 0.6%，而當人均公共資本存量成長 1% 時，則約貢獻平均人均產出 0.4%。此時若人均私人資本存量以及人均公共資本存量同時成長 1%，將使得平均人均產出也會約略有 1% 的成長幅度。

表四：Johansen 共整合檢定結果

虛無假設 H_0	無共整合向量	至多一條共整合向量
對角元素和檢定 (trace test)		
統計值	60.0269	23.3384
臨界值	42.9153	25.8721
檢定結果	拒絕 H_0	不拒絕 H_0
最大特性根檢定 (maximum eigenvalue test)		
統計值	36.6885	19.2674
臨界值	25.8232	19.3870
檢定結果	拒絕 H_0	不拒絕 H_0

註：(1) 臨界值為建立在 5% 顯著水準之下拒絕左方的虛無假設。(2) 檢定結果皆顯示變數之間具有一條共整合向量。

¹⁷小括弧中的數值為標準差。

觀察共整合向量之中，民間資本存量與公共資本存量之係數 0.6101 和 0.4105 的相加總和近似於一，如果民間資本存量與公共資本存量係數相加等於一，則表示經濟體具有內生成長的性質，若此時時間趨勢項的係數是顯著的，表示經濟成長亦具有外生成長的性質，但如果同時係數相加等於一且時間趨勢項的係數不顯著，則可將此經濟體系的成長認定為嚴格的內生成長。所以本文接下來檢定以台灣資料為基礎的經濟體系是否具有內生或外生成長的特性，其詳細檢定結果列出如表五，表五的檢定模型為實證模型 (23) 式中，令常數項 $\ln A = \beta_0$ 、人均民間資本彈性 $(\alpha - \theta\phi) = \beta_1$ 、人均公共資本彈性 $\theta = \beta_2$ ，以及時間趨勢係數 $\{1 - [\alpha + (1 - \phi)\theta]\}x = \beta_3$ 而得。

表五檢定結果皆不拒絕虛無假設，意即民間資本存量與公共資本存量係數相加等於一，且時間趨勢項的係數為不顯著，顯示出台灣經濟成長的動力來源，主要來自於民間資本存量以及公共資本存量這兩個內生性變數的累積，而非外生性質的技術進步率，所以檢定結果表示，可以將台灣經濟成長模型認定為一嚴格的內生成長模型。

表五：內生、外生成長檢定

檢定模型	$\ln y_t = \beta_0 + \beta_1 \ln k_t + \beta_2 \ln g_t + \beta_3 t + \ln \epsilon_t^P$		
虛無假設 H_0	檢定統計值	臨界值 ⁽¹⁾	檢定結果
$\beta_1 + \beta_2 = 1$ ⁽²⁾	LR = 0.0138	$\chi_{0.05}^2(1) = 3.84$	不拒絕 H_0
$\beta_3 = 0$	LR = 1.4399	$\chi_{0.05}^2(1) = 3.84$	不拒絕 H_0

註：⁽¹⁾ 臨界值來自 5 % 的顯著水準。⁽²⁾ 檢定方法為利用在 VECM 之中的殘差共變數矩陣計算的 LR 檢定 (Log-likelihood ratio test)，公式為： $LR = dof c \times (\ln|\Omega_r| - \ln|\Omega_u|) \sim \chi^2(df)$ 。其中 $dof c = T - c$ ， T 為樣本總數， c 是未受限制式中「任意其中一條方程式」的待估參數數目； Ω_r 和 Ω_u 分別是受限制式和未受限制式的殘差共變數矩陣；而 χ^2 的自由度 df 則是限制式的數目。

第三節 Granger 因果關係檢定 (Granger Causality Test)

在已建構的 VECM 模型之下，我們可以針對取 \ln 值後差分的人均產出成長率、人均民間資本成長率以及人均公共資本成長率這三個主要變數作因果關係檢定，差分後的變數亦具有該變數成長率的意義，所以本研究進行因果關係檢定的主要目的在於確認這三個主要變數成長率彼此預測 (predicting) 的「領先-落後」順序 (causal ordering)，以利於後續小節所要研究的衝擊反應分析。如表六所示，Granger 因果關係檢定結果，很明顯地，人均產出成長率時間序列資料可以預測 (predicting) 人均民間資本成長率以及人均公共資本成長率，表示人均產出成長率是三個內生變數之中的「外生性」最強烈，而比較這三個內生變數成長率的外生性質並排序，分別為 $\Delta \ln y_t$ 、 $\Delta \ln k_t$ 及 $\Delta \ln g_t$ ，這個排序即為下一小節研究衝擊反應分析中變數的先後順序。

表六：Granger 因果關係檢定結果¹⁸

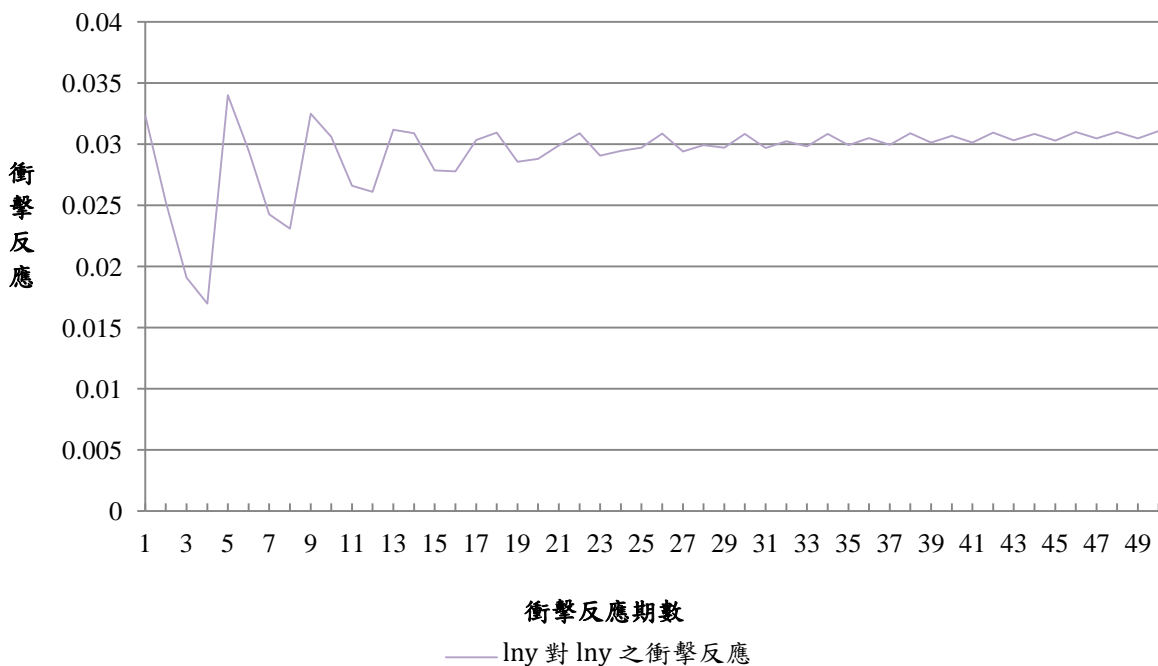
Null Hypothesis	χ^2 Statistic	Critical Value	Conclusion
$\Delta \ln k_t$ does not Granger cause $\Delta \ln y_t$	6.1946	$\chi_{0.05}^2(5) = 11.0705$	Do not reject the null
$\Delta \ln g_t$ does not Granger cause $\Delta \ln y_t$	9.6286	$\chi_{0.05}^2(5) = 11.0705$	Do not reject the null
$\Delta \ln k_t$ and $\Delta \ln g_t$ do not Granger cause $\Delta \ln y_t$	14.6677	$\chi_{0.05}^2(10) = 18.3070$	Do not reject the null
$\Delta \ln y_t$ does not Granger cause $\Delta \ln k_t$	21.9138	$\chi_{0.05}^2(5) = 11.0705$	Reject the null
$\Delta \ln g_t$ does not Granger cause $\Delta \ln k_t$	17.1059	$\chi_{0.05}^2(5) = 11.0705$	Reject the null
$\Delta \ln y_t$ and $\Delta \ln g_t$ do not Granger cause $\Delta \ln k_t$	49.5067	$\chi_{0.05}^2(10) = 18.3070$	Reject the null
$\Delta \ln y_t$ does not Granger cause $\Delta \ln g_t$	20.2615	$\chi_{0.05}^2(5) = 11.0705$	Reject the null
$\Delta \ln k_t$ does not Granger cause $\Delta \ln g_t$	33.4079	$\chi_{0.05}^2(5) = 11.0705$	Reject the null
$\Delta \ln y_t$ and $\Delta \ln k_t$ do not Granger cause $\Delta \ln g_t$	39.5379	$\chi_{0.05}^2(10) = 18.3070$	Reject the null

¹⁸ 在此的因果關係檢定，以及隨後的衝擊反應分析，所分析的變數均為一階差分後的變數，也就是以「成長率」的角度來解釋。

第四節 衝擊反應分析 (Impulse Response Analysis)

根據上一小節因果關係檢定的結果，我們可以判定三個主要變數的順序 (causal ordering) 分別為平均人均產出 $\ln y$ 、人均私人資本 $\ln k$ 及人均公共資本 $\ln g$ 。所以進行衝擊反應分析後，根據圖六所示，當供給面以 VECM(5) 為基礎的一個迴歸標準差之外生衝擊發生在平均人均產出 $\ln y$ 時， $\ln y$ 在當期即有約外生衝擊 0.032 倍的正向衝擊反應，而從第一至第四期反應逐漸減弱，第四期至第五期反應則又增強，分析其長期的衝擊反應可以發現，從第一期開始約四期間為一個循環，前三個期間衝擊反應逐漸減弱，循環的最後一個期間則有增強回補至接近於第一期的衝擊反應力道，更長期而言則有震盪收斂的現象，意即發生在供給面的外生衝擊會造成產出長期維持在每期約 0.031 倍左右的增加幅度。

圖六： $\ln y$ 對 $\ln y$ 之衝擊反應



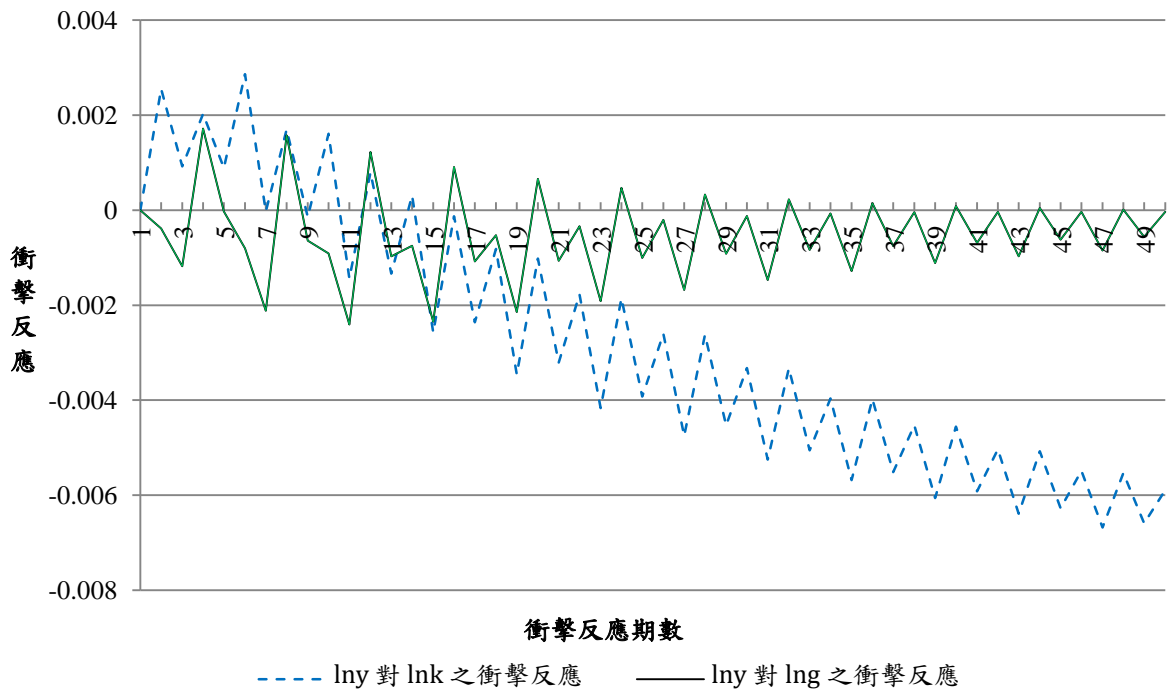
另外可以發現，當供給面以 VECM(5) 為基礎的一個迴歸標準差之外生衝擊發生在平均人均產出 $\ln y$ 時，對 $\ln y$ 在當期就造成衝擊反應，而當期平均人均產出 $\ln y$ 發生的變動會對下一期人均私人資本 $\ln k$ 以及人均公共資本 $\ln g$ 產生衝擊，圖七為當人均私人資

本與公共資本因外生衝擊產生改變之後對平均人均產出 lny 造成的衝擊反應。圖中可以觀察到，由於當期平均人均產出 lny 發生的變動是對下一期人均私人資本 lnk 以及公共資本 lng 才開始產生衝擊，所以在外生衝擊發生當期，人均私人資本 lnk 以及人均公共資本 lng 並未對平均人均產出 lny 發生任何影響。而自下一期開始，人均私人資本 lnk 對平均人均產出 lny 造成的衝擊反應約在第十期之前皆為正向成長，意即當供給面的外生衝擊發生在平均人均產出 lny 之後，會使人均私人資本 lnk 跟著成長，而人均私人資本 lnk 的增加將繼續使平均人均產出 lny 更加成長。

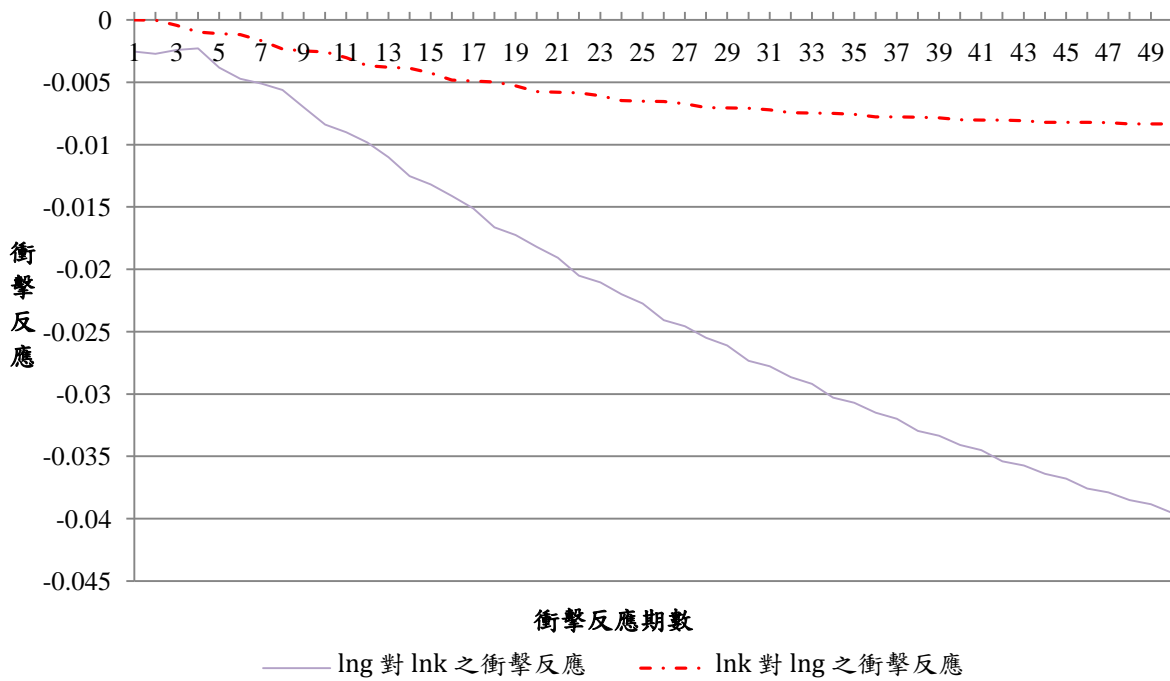
同樣地，人均公共資本 lng 對平均人均產出 lny 造成的衝擊反應，在理論上也應造成正向的成長幅度，然而本文實證結果顯示，長期而言，人均公共資本 lng 對於平均人均產出 lny 波動所造成的衝擊反應，會震盪收斂至大約外生衝擊 0.0005 倍之負向幅度，人均私人資本 lnk 對於平均人均產出 lny 波動所造成的衝擊反應，也約在第十期之後為負向的衝擊反應，造成此與理論相反的結果，主要是因為人均私人資本 lnk 以及人均公共資本 lng 彼此之間為負向影響所致。

額外觀察人均私人資本 lnk 以及人均公共資本 lng 兩者之間的衝擊反應函數，如圖八所示的人均公共資本 lng 對人均私人資本 lnk 以及人均私人資本 lnk 對人均公共資本 lng 之衝擊反應函數，當一個迴歸標準差之外生衝擊發生時，人均公共資本 lng 對人均私人資本 lnk 、以及人均私人資本 lnk 對人均公共資本 lng 之衝擊反應函數，皆為負向倍數成長，差別僅在於人均私人資本 lnk 對人均公共資本 lng 之衝擊反應較為平緩，由於此互為負向反應的關係，間接造成人均私人資本與公共資本因外生衝擊產生改變之後使平均人均產出 lny 波動所造成的衝擊反應，為負向倍數的成長趨勢。但整體與長期角度而言，發生在供給面的外生衝擊會造成平均人均產出長期維持在每期約 0.031 倍左右的增加幅度。

圖七：lny 對 lnk 以及 lng 之衝擊反應函數



圖八：lng 對 lnk 以及 lnk 對 lng 之衝擊反應函數



第五節 實證結果比較

本文的理論模型架構與實證方向主要參考自 Otto and Voss (1994)、Lau and Sin (1997) 與 Kam and Wang (2008)，表七為本文與這三篇文獻的實證結果比較表。 $\beta_1 = (\alpha - \theta\phi)$ 為私人資本份額， $\beta_2 = \theta$ 為公共資本份額（或外溢效果），本文在排擠效果限制之下（亦即 $\phi \in (0,1)$ ），計算出參數 α 的合理範圍。參數 α 若在沒有排擠效果的限制下（或視為 $\phi = 0$ ），其意義視為私人資本份額，所以比較參數 α 的合理範圍可得知文獻研究的資料來源地區，私人資本支出對產出的影響幅度範圍。本文的實證結果，參數 α 之合理範圍相異於 Otto and Voss (1994) 不合理論的負值結果，相較 Lau and Sin (1997) 與 Kam and Wang (2008) 兩篇文獻，本文也更貼近私人資本存量對經濟成長的貢獻約為公共資本存量的 1.5 倍的經濟理論。

表七：實證結果比較表

	Otto and Voss (1994)	Lau and Sin (1997)
研究資料來源	澳洲 1966/67 至 1989/90 年資料	美國 1925 至 1989 年資料
$\beta_1 = (\alpha - \theta\phi)$	-0.0870	0.43
$\beta_2 = \theta$	0.4303	0.11
排擠參數 ($\phi \in (0,1)$) 下 α 的合理範圍	$-0.0870 < \alpha < 0.3433$	$0.43 < \alpha < 0.54$
	Kam and Wang (2008)	本篇論文 (2011)
研究資料來源	澳洲 1960/61 至 2005/06 年資料	1966 至 2009 季資料
$\beta_1 = (\alpha - \theta\phi)$	0.1485	0.6101
$\beta_2 = \theta$	0.3509	0.4105
排擠參數 ($\phi \in (0,1)$) 下 α 的合理範圍	$0.1485 < \alpha < 0.4994$	$0.6101 < \alpha < 1.0206$

第六章 結論

本文研究台灣 1966 年第一季至 2011 年第二季公共資本對經濟體系的外溢效果，並實證分析公共資本存量與私人資本存量對台灣經濟成長的貢獻。以 Kam and Wang (2008) 的經濟成長理論模型為基礎，產出模型為包含隨機項與 Harrod-neutral 技術進步率的 Cobb-Douglas 生產函數，而在生產函數中的公共資本亦將實際經濟體系中公共資本具有的排他性與敵對性納入考慮並做調整 (congestion-adjusted)。

由於在台灣的實證研究上，資本存量的季資料難以取得，故文獻上多為利用資本形成的數據並設定資本折舊率加以計算成資本存量，然而折舊率的設定上未能有合理的設定準則，且實際經濟體中所有資本的折舊率亦不相同，故本篇論文主要研究的方向為折舊率的設定方式，我們根據 Jorgenson and Stiroh (2000) 對各種不同資產設定的折舊率，依照資本財型態分為四大類-營建工程、運輸工具、機器及設備以及無形固定資產，再個別計算算術平均數求得平均一年的折舊率，根據求得的折舊率採用永續盤存法 (perpetual inventory method, PIM) 來計算四大類的資本存量，而台灣的私人資本存量與公共資本存量即透過將四大類資本財之資本存量加總而得，所以本文針對折舊率設定的研究將可以增加經濟體系中實證資料與實證分析的真切性。

實證分析結果顯示平均人均產出、人均私人資本以及人均公共資本三個時間序列變數皆具有相同的單根性質，為一階整合變數 $I(1)$ 。以向量自我迴歸模型 (VAR) 為基礎進行共整合檢定之結果說明，三個變數之間具有一條共整合向量，意指三個變數之間的線型組合具有長期穩定的關係。在產出部門具有政府資本的外溢效果下，實證模型估計出人均私人資本以及人均公共資本變數的係數值，可知私人資本存量對台灣經濟成長的貢獻約為公共資本存量的 1.5 倍，當人均私人資本存量成長 1 % 時，約使平均人均產出成長 0.6 %，而當人均公共資本存量成長 1 % 時，則約貢獻平均人均產出 0.4 %，此時若人均私人資本存量以及人均公共資本存量同時成長 1 %，將使得平均人均產出也會約略有 1% 的成長幅

度。另外本研究針對台灣經濟成長的內生及（或）外生性加以檢定，檢定結果顯示具有嚴格的內生性，意指台灣的經濟成長模型為一內生成長模型，也就是說，台灣這個小型開發中國家，經濟成長的主要動力來自於內生性的私人資本與公共資本的累積，此結論不同於以往研究相同領域的相關文獻，為本篇論文對研究經濟成長範疇的重要貢獻。最後本文針對平均人均產出、人均私人資本、人均公共資本進行 Granger 因果關係檢定，並以實證結果進行衝擊反應實驗，結果顯示當供給面以 VECM(5) 為基礎的一個迴歸標準差之外生衝擊，發生在平均人均產出 $\ln y$ 時，長期而言衝擊之反應有震盪收斂的現象，意即發生在供給面的外生衝擊會造成產出長期維持在每期約 0.031 倍左右的增加幅度。本文實證結果符合均經濟直覺的結論。

參考文獻

- Aschauer, D. A.** 1989a. "Does Public Capital Crowd Out Private Capital?" *Monetary Economics*, 24, 171-188.
- Aschauer, D. A.** 1989b. "Is Public Expenditure Productive?" *Monetary Economics*, 23, 177-200.
- Barro, R. J.** 1990. "Government Spending in a Simple Model of Endogeneous Growth." *Political Economy*, 98(5), 103-125.
- Bellman, R. E.** 1957. *Dynamic Programming*. Princeton University Press, Princeton NJ.
- Dickey, D. A. and W. A. Fuller.** 1979. "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root." *Journal of the American Statistical Association*, 74(366), 427-431.
- Engle, R. F. and C. W. J. Granger.** 1987. "Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing." *Econometrica*, 55(2), 251-276.
- Fraumeni, B. M.** 1997. "The Measurement of Depreciation in the U.S. National Income and Product Accounts." *OECD*.
- Futagami, F., Y. Morita and A. Shibata.** 1993. "Dynamic Analysis of an Endogenous Growth Model with Public Capital." *Scandinavian Journal of Economics*, 95, 217-235.
- Glomm, G. and B. Ravikumar.** 1994. "Public Investment in Infrastructure in a Simple Growth Model." *Journal Economic Dynamics and Control*, 18, 1173-1187.
- Granger, C. W. J.** 1969. "Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-spectral Methods." *Econometrica*, 37(3), 424-438.
- Hannan, E. J. and B. G. Quinn.** 1979. "The Determination of the Order of an Autoregression." *The Royal Statistical Society*, 41(2), 190-195.
- Johansen, S.** 1991. "Estimation and Hypothesis Testing of Cointegration Vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models." *Econometrica*, 59(6), 1551-1580.
- Johansen, S.** 1988. "Statistical Analysis of Cointegration Vectors." *Economic Dynamics and Control*, 12, 213-254.
- Johansen, S. and K. Juselius.** 1990. "Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration - with Applications to the Demand for Money." *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52(2).
- Johansen, S. and K. Juselius.** 1992. "Testing Structural Hypotheses in a Multivariate Cointegration Analysis of the PPP and the UIP for UK." *Econometrics*, 53, 211-244.
- Jorgenson, D. W. and K. J. Stiroh.** 2000. "Raising the Speed Limit: U.S. Economic Growth in the Information Age." *Brookings Papers on Economic Activity*, 2000(1), 125-235.
- Kam, T. and Y.-C. Wang.** 2008. "Public Capital Spillovers and Growth Revisited: A long-run

and Dynamic Structural Analysis.” *The economic record*, 84(266), 378-392.

Lau, S.-H. P. and C.-Y. Sin. 1997. “Public Infrastructure and Economic Growth: Time-series Properties and Evidence.” *The economic record*, 73(221), 125-135.

Otto, G. and G. M. Voss. 1994. “Public Capital and Private Sector Productivity.” *The economic record*, 70(209), 121-132.

Otto, G. D. and G. M. Voss. 1996. “Public Capital and Private Production in Australia.” *Southern Economic Journal*, 62(3), 723.

Romer, P. M. 1986. “Increasing Returns and Long-run Growth.” *Journal of Political Economy*, 94(5), 1002-1037.

Said, S. E. and D. A. Dickey. 1984. “Testing for Unit Roots in Autoregressive-Moving Average Models of Unknown Order.” *Biometrika*, 71(3), 599-607.

Schwarz, G. 1978. “Estimating the Dimension of a Model.” *The Annals of Statistics*, 6(2), 461-464.

Turnovsky, S. J. 1999. “On the Role of Government in a Stochastically Growing Open Economy.” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 23(5), 873-908.

Turnovsky, S. J. 1996. “Optimal Tax, Debt, and Expenditure Policies in a Growing Economy.” *Journal of Public Economics*, 60(1), 21-44.

Turnovsky, S. J. and S. F. Schubert. 2002. “The Dynamics of Temporary Policies in a Small Open Economy.” *Review of International Economics*, 10(4), 604-622.

Turnovsky, S. J. and P. Sen. 1991. “Fiscal Policy, Capital Accumulation, and Debt in an Open Economy.” *NBER Working Paper*, 3489.

張翔. 2005. *提綱挈領學統計*. 臺北市: 鼎茂圖書.

莊奕琦、許碧峰. 1999. “研究發展對生產力的貢獻及產業間的外溢效果 — 台灣製造業實證.” *經濟論文叢刊*, 27(3), 407-432.

郭鳳純. 2004. “公共基礎建設與經濟成長 — 台灣之實證研究.” 臺北大學碩士論文.

黃台心、陳盈秀與王美惠. 2009. “我國與東亞諸國總體生產效率與生產力之研究.” *經濟論文叢刊*, 37(4), 379-414.

楊奕農. 2009. *時間序列分析二版 — 經濟與財務上之應用*. 臺北市: 雙葉書廊有限公司.

附錄一

資本財型態	種類	幾何折舊率
住宅房屋	一到四人家庭 (One- to four-unit homes)	1.14%
	五人 (含) 以上家庭 (Five-or-more-unit homes)	1.40%
非住宅房屋	工業建築 (Industrial buildings)	3.14%
	辦公建築 (Office buildings)	2.47%
	商業倉庫 (Commercial warehouses)	2.22%
	未分類於上述的其他商業倉庫 (Other commercial buildings, not elsewhere classified)	2.62%
	宗教建築 (Religious buildings)	1.88%
	教育建築 (Educational buildings)	1.88%
	醫院和公共機構建築 (Hospital and institutional buildings)	1.88%
	飯店與汽車旅館 (Hotels and motels)	2.81%
	娛樂與休閒建築 (Amusement and recreational buildings)	3.00%
	當地運輸建築 (Local transit buildings)	2.37%
	其他未分類於上述的非農業建築 (Other nonfarm buildings, not elsewhere classified)	2.49%
營建工程	辦公室移動工程 (Mobile structures (office))	5.56%
	鐵路工程 (Railroad structures)	1.66%
	通訊工程 (Telecommunications)	2.37%
	電力工程 (Electric light and power (structures))	2.11%
	瓦斯工程 (Gas (structures))	2.37%
	其他營建工程	2.37%
	石油管線工程 (Petroleum pipelines)	2.37%
	石油和天然氣工程 (Petroleum and natural gas)	7.51%
	其他非農工程 (Other nonfarm structures)	4.50%
	鐵道替換維修工程 (Railroad track replacement)	2.75%
	核燃料棒工程 (Nuclear fuel rods)	2.25%
修繕工程 (Improvements)	2.55%	
其他建築 (Other residential)	2.27%	
土地改良、耕地及果園之開發	農業相關建築與工程 (Farm-related buildings and structures)	2.39%
運輸工具	卡車、公車、聯結車 (Trucks, buses, and truck trailers)	19.17%
	汽車 (設備) (Automobiles (equipment))	27.19%
	飛機 (Aircraft)	8.25%

附錄一 (續前頁)

資本財型態	種類	幾何折舊率
運輸工具	船舶與漁船 (Ships and boats)	6.11%
	汽車 (消費耐久財) (Automobiles (consumer durables))	25.50%
	卡車 (Trucks)	23.16%
	其他 (休旅車) (Other (recreational vehicles))	23.16%
機器設備	傢俱 (Household furniture)	13.75%
	其他設備 (Other furniture)	11.79%
	其他金屬產品 (Other fabricated metal products)	9.17%
	蒸汽機 (Steam engines)	5.16%
	內燃機 (Internal combustion engines)	20.63%
	農用拖拉機 (Farm tractors)	14.52%
	建設用拖拉機 (Construction tractors)	16.33%
	拖拉機外的農用機械 (Agricultural machinery, except tractors)	11.79%
	拖拉機外的建設機械 (Construction machinery, except tractors)	15.50%
	採礦與油田機械 (Mining and oilfield machinery)	15.00%
	金屬加工機械 (Metalworking machinery)	12.25%
	其他未分類於上述的特殊工業機械 (Special industry machinery, not elsewhere classified)	10.31%
	一般工業 (包含材料處理) 設備 (General industrial, including materials handling, equipment)	10.72%
	電腦及周邊設備 (Computers and peripheral equipment)	31.50%
	電腦與軟體 (消費耐久財) (Computers and software (consumer durables))	31.50%
	服務相關工業機械 (Service industry machinery)	16.50%
	通訊設備 (Communications equipment)	11.00%
	電力傳輸、配電等工業裝置配備 (Electrical transmission, distribution, and industrial apparatus)	5.00%
	家用電器 (Household appliances)	16.50%
	其他未分類於上述的電力設備 (Other electrical equipment, not elsewhere classified)	18.34%
	鐵路設備 (Railroad equipment)	5.89%
	科學及工程儀器 (Instruments (scientific and engineering))	13.50%
複印件及相關設備 (Photocopy and related equipment)	18.00%	
其他非住宅設備 (Other non residential equipment)	14.73%	
其他辦公室設備 (Other office equipment)	31.19%	

附錄一 (續前頁)

資本財型態	種類	幾何折舊率
機器設備	傢俱 (耐久財) (Furniture (consumer durables))	11.79%
	廚房用具 (Kitchen appliances)	15.00%
	陶瓷、玻璃器皿 (China, glassware)	16.50%
	其他耐久財 (Other durable goods)	16.50%
	視頻、音頻設備 (Video, audio)	18.33%
	珠寶 (Jewelry)	15.00%
	眼鏡 (Ophthalmic)	27.50%
	書籍與地圖 (Book and maps)	16.50%
	有附輪的商品 (Wheel goods)	16.50%
種畜、役畜 及乳牛等		0%
無形固定資 產	軟體 (Software)	31.50%
	其他礦產探勘 (Other mining exploration*)	4.50%

*經建會定義軟體投資與礦藏探勘為無形資產。