

東 海 大 學 經 濟 學 系
碩 士 論 文

人力資本對經濟成長的影響---小波理論之應用
The Impact of Human Capital on the Economic Growth :
the Application of Wavelet Theorem

指導教授：陳文典 博士

研究生：楊惠文 撰

中 華 民 國 一 百 零 一 年 六 月

謝詞

在研究所兩年中，十分感謝東海經濟系的師長們、助教以及學長姐的協助，讓我在求學的過程中學習到許多經濟學專業領域的知識，其中深深的感謝指導教授陳文典老師細心的指導以及鼓勵，並提供我許多未來人生規劃和研究方向等等諸多建議；此外，真摯的感謝廖培賢主任給予我論文許多建議和協助，並擔任口試委員提供許多寶貴意見，使我能夠順利的完成論文。特別感謝姚名鴻老師百忙之中仍撥空擔任口試委員，並且點出許多文章須要加強的部分和建議。

感謝在研究所求學中一同唸書和分享喜怒哀樂的同門師兄嘉樺、亞璇、弘毅、詠丞、佩璇、裕文、雨真、涵汝以及馨云，雖然求學過程中我們總是遇到許多困難和瓶頸，但回想過往的一切仍覺得十分值得，希望未來我們能夠在各自所選擇的領域中有所成就，並且能將我們的所學貢獻給社會。最後，感謝我的家人給予我的支持與鼓勵，使我能夠安心的求學與追求夢想，令我十分感激。

楊惠文 謹誌於

東海大學經濟學系研究所

中華民國一百零一年六月

人力資本對經濟成長率的影響---小波理論之應用

陳文典*、楊惠文

摘要

既存總體經濟有關儲蓄率對經濟成長率的實證研究，大多顯示一個國家儲蓄率的高低可反映出該國經濟發展的實力，而儲蓄不但是一國投資資金的主要來源，更是一國資本得以累積與經濟得以持續成長的主要驅動力量，西元1993年的諾貝爾經濟獎得主Lucas(1988)、Romer(1986)與Mankiw et al.(1992)提出教育、研究與發展(R&D)、在職訓練(on the job training)與邊作邊學(learning by doing)等皆有利於人力資本(Human Capital)的累積，也有助於知識經濟擴展與經濟成長；本文擬以Mankiw et al.(1992)的內生成長模型(Endogenous Growth Model)為基礎，同時引進人力資本進行實證分析，藉以探索人力資本、儲蓄率以及經濟成長率是否有雙向之影響效果。

本研究採用小波轉換分析(Wavelet Transform Analysis)進行實證分析，小波轉換分析是透過伸縮與平移對序列進行多重解析分析(Multi-resolution Analysis)，並且利用時間與頻率局部的變換找尋數列的頻譜關係，故本文透過 Donoho and Johnstone (1994)所發展出的小波收縮(wavelet shrinkage)找尋數列之分解，將季資料利用離散小波轉換(Discrete Wavelet Transform, DWT)以拆解後，重組回(reconstruction)原始長度之數值，並將拆解後的資料進行單根檢定(Unit Root Test)，檢測其資料是否具有穩定性，將具有穩定性的資料進行 Granger 因果關係檢定(Granger Causality Test)；將不具有穩定之資料利用共整合(Cointegrated)檢定其相關性。

關鍵字：內生成長模型、經濟成長、人力資本、小波理論、單根檢定、向量自我迴歸、共整合、Granger因果關係

Abstract

In the literature, the level of the saving rate usually reflects the strength of the country's development. In the empirical studies, the saving rate could be used as a component to influence the economical growth. Moreover the saving rate is not only the main source of a country's investment funds but also a kind of accumulated assets and the main driving power of the economy continuous growing. Lucas (1988) who is a economical Nobelist in 1993, Romer (1986) and Mankiw et al. (1992) addressed the education, R&D, on the job training, and learning by doing and so on, these are conducive to the accumulation of human capital, and also contribute to the expansion of knowledge-based economy and economic growth. In this thesis, we used Mankiw et al. (1992) endogenous growth model as a foundation, and introduced to human capital for the empirical analysis, and to explore whether the human capital, savings rate and economic growth have the two-way influence effects.

In this research, we used wavelet transform analysis to analyze Taiwan macroeconomic data. Wavelet transform analysis has the flexibility and multi-resolution properties, and it can change the located time and scaling to find out the series spectrum. We used wavelet shrinkage which Donoho and Johnstone (1994) developed to clip our series, and used discrete wavelet transform to decompose the seasonal data. Finally, we construct this decomposed data and utilize the unit root to check the data whether it is stationary or not, and then take the stationary data to check the relation with Granger causality test, and take the non-stationary data to check the relation with co-integrated.

Key word : Endogenous growth model, Economic growth, Human capital, Wavelet theorem, Unit root, Vector autoregression, Cointegrated, Granger causality

目錄

第一章 緒論.....	1
1.1 研究動機與目的.....	1
1.2 本文架構.....	2
第二章 文獻回顧.....	4
2.1 內生成長理論文獻回顧.....	4
2.2 實證理論文獻回顧.....	5
2.3 小波轉換分析文獻回顧.....	6
第三章 理論模型與研究方法.....	10
3.1 理論模型.....	10
3.2 小波轉換分析.....	12
3.3 單根檢定.....	21
3.4 向量自我迴歸.....	22
3.5 共整合檢定與向量誤差修正模型.....	23
3.6 Granger 因果關係檢定	24
3.7 衝擊反應函數分析.....	25
第四章 實證結果與分析.....	27
4.1 資料來源與處理.....	27
4.2 小波轉換分析.....	28
4.3 單根檢定.....	32
4.4 向量自我迴歸檢定.....	34
4.5 共整合檢定與向量誤差修正模型.....	35
4.6 Granger 因果關係檢定	38
4.7 衝擊反應函數分析.....	42
第五章 結論與建議.....	47
5.1 結論.....	47
5.2 建議.....	48
參考文獻	

表目錄

表 4-1	s_4 之係數單根檢定	33
表 4-2	d_4 之係數單根檢定	33
表 4-3	d_3 之係數單根檢定	33
表 4-4	d_2 之係數單根檢定	33
表 4-5	d_1 之係數單根檢定	34
表 4-6	s_4 、 d_4 與 d_3 最適落後期	34
表 4-7	d_2 與 d_1 最適落後期	35
表 4-8	軌跡檢定以及最大特性根檢定的結果.....	36
表 4-9	d_4 之 Granger 因果關係檢定	39
表 4-10	d_3 之 Granger 因果關係檢定	40
表 4-11	d_2 之 Granger 因果關係檢定	41
表 4-12	d_1 之 Granger 因果關係檢定	42

圖目錄

圖 1-1	研究流程.....	3
圖 3-1	小波轉換分解示意圖.....	13
圖 3-2	離散小波轉換.....	15
圖 3-3	反轉離散小波轉換.....	16
圖 3-4	小波轉換解析圖.....	16
圖 3-5	Haar 小波.....	17
圖 3-6	Daublet 家族中 “d6”	18
圖 3-7	Symmlets 家族中 “s6”	18
圖 3-8	Coiflets 家族中 “c6”	19
圖 3-9	原始資料.....	19
圖 3-10	小波收縮估計.....	19
圖 3-11	小波收縮分析.....	20
圖 4-1	離散小波資料分解示意圖.....	29
圖 4-2	經濟成長率之小波分解.....	29
圖 4-3	儲蓄率之小波分解.....	30
圖 4-4	教育經費之小波分解.....	30
圖 4-5	大學生人數之小波分解.....	30
圖 4-6	勞動人口數之小波分解.....	30
圖 4-7	經濟成長率小波分解之重組.....	31
圖 4-8	儲蓄率小波分解之重組	31
圖 4-9	教育經費小波分解之重組.....	31
圖 4-10	大學生人數小波分解之重組.....	32
圖 4-11	勞動力人數小波分解之重組.....	32
圖 4-12	d_4 之經濟成長率受到衝擊	45
圖 4-13	d_4 之儲蓄率受到衝擊	45

圖 4-14	d_4 之大學生人數受到衝擊	45
圖 4-15	d_3 之經濟成長率受到衝擊	45
圖 4-16	d_3 之儲蓄率受到衝擊	45
圖 4-17	d_3 之大學生人數受到衝擊	45
圖 4-18	d_2 之經濟成長率受到衝擊	46
圖 4-19	d_2 之儲蓄率受到衝擊	46
圖 4-20	d_2 之大學生人數受到衝擊	46
圖 4-21	d_1 之經濟成長率受到衝擊	46
圖 4-22	d_1 之儲蓄率受到衝擊	46
圖 4-23	d_1 之大學生人數受到衝擊	46

附錄

附錄一	s_4 係數之向量誤差修正模型(VECM).....	49
附錄二	經濟成長率詳細圖形以及分解圖形.....	50
附錄三	儲蓄率詳細圖形以及分解圖形.....	51
附錄四	大學生人數詳細圖形以及分解圖形.....	52
附錄五	教育經費詳細圖形以及分解圖形.....	53
附錄六	s_4 係數之向量誤差修正模型(VECM).....	54
附錄七	Mankiw et al.(1992)模型折舊與收斂分析	55

第一章 緒論

1.1 研究動機與目的

在一個知識經濟(knowledge economy)崛起的時代裡，教育、研究與發展(R&D)、在職訓練(on the job training)、邊做邊學(learning by doing)、第二或第三專長(the second or third speciality)等等這些人力資本(human capital)的累積與經濟成長是否呈現替代或互補之關係？此議題一直為內生成長理論(endogenous growth theory)學者相當關注的重要問題。在追求經濟成長與提升國家競爭力的過程中，人力資本的累積勢必會耗費部分國家或國民的儲蓄，排擠政府對機場、水庫、高速公路、捷運、堤防、橋樑、電廠等這些公共資本(public capital)與民營事業對機器廠房、建築物、運輸工具等私有資本(private capital)的投資，對經濟成長產生不利的間接影響；然而，人力資本的累積可提高實質資本的邊際生產力與個人所得，對國民儲蓄與經濟成長都會產生正面有利的直接影響。基於上述說明，經濟成長與人力資本的累積是為替代或互補之關係，的確為值得研究探討之議題。

在既有的內生成長理論文獻中，當推1995年諾貝爾獎得主Lucas(1988)所提出的人力資本內生成長模型。Lucas(1988)將人力資本引入Ramsey(1928)的動態最適跨時模型，藉以強調人力資本對經濟成長的貢獻，並建構商品生產與人力資本的兩部門模型，成功避免讓經濟體系無法呈現持續成長的資本邊際生產力遞減的特性，同時也解釋了跨國間經濟成長率的不同全然來自各國對人力資本投入的比例不相同。Rebelo(1991)則將Lucas(1988)的生產函數稍做修改，民眾在生產新的知識與新的商品時，不僅需要既有的知識(人力資本)，同時也需要機器設備(實質資本)，使得商品生產與人力資本的兩部門內生成長模型更加合理化。

在人力資本累積對經濟成長率動態影響的文獻作品中，Mankiw et al. (1992)將人力資本引入了Solow(1956)的新古典生產函數中，同時以15歲至19歲的工作年齡人口(working-age population)以作為人力資本的取代變數來進行迴歸分析，

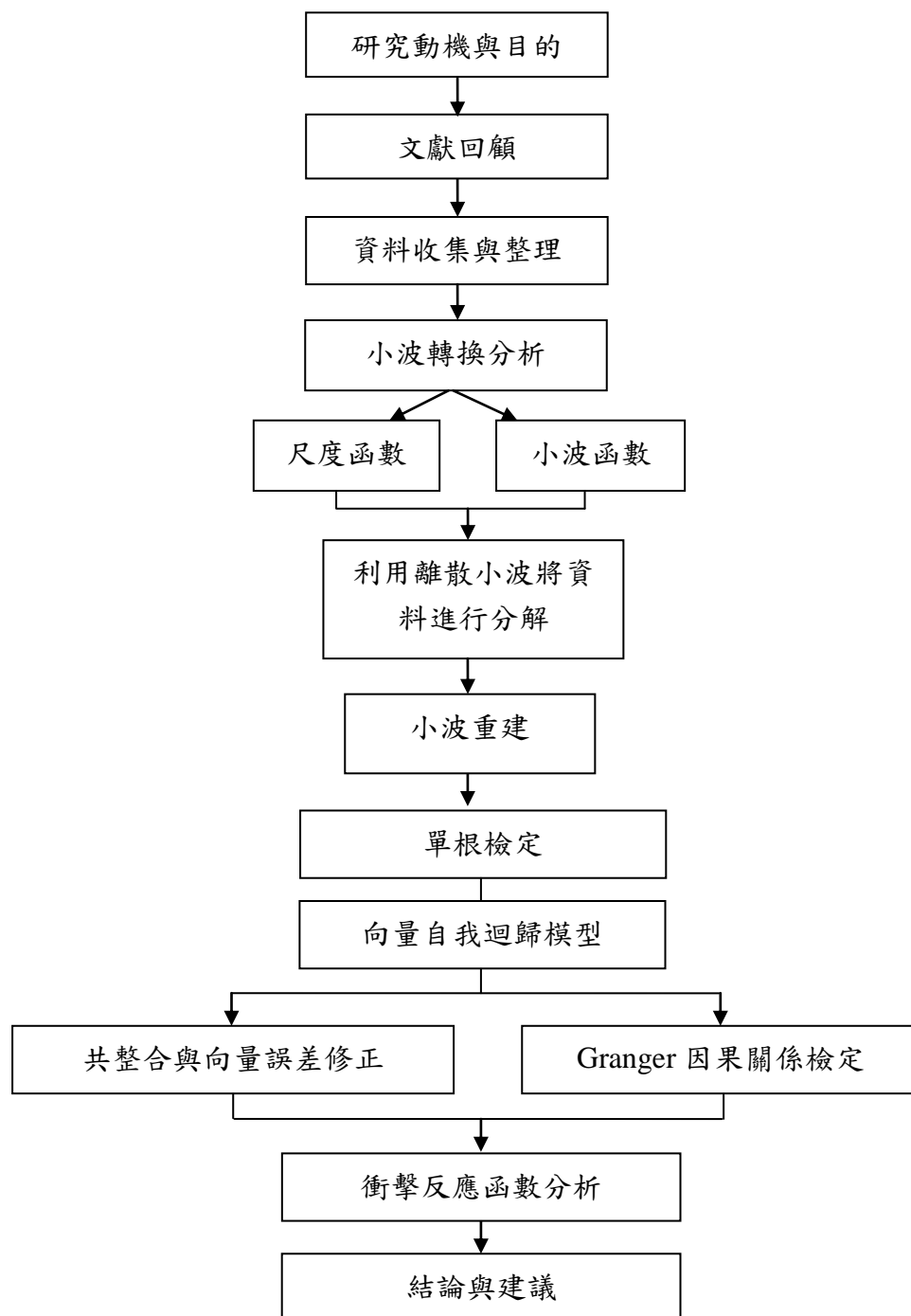
從而得到：(1) 人力資本的累積與儲蓄比例的提高可拉昇經濟成長率，(2) 教育水準、儲蓄比例與人口成長率的不同，可解釋跨國間經濟成長率的高低差異。

本文擬以Mankiw et al. (1992)的內生成長模型為基礎，並取自教育部經濟統計資料庫(AREMOS)提供之台灣儲蓄率(savings rate)、國民生產毛額(Gross Domestic Product, GDP)、歷年教育經費、大專院校人數以及勞動人口，資料期間為西元1979年至2010年共128筆季資料進行實證研究，並利用小波轉換分析(wavelet transform analysis)在時間序列上，找尋序列長短期之變動，以及變數與變數間的穩定關係，此分析對於變數波動的規律性具有更好的掌握。小波轉換分析是透過伸縮與平移對序列進行多重解析分析(multi-resolution analysis)並且利用時間與頻率局部的變換，來找尋數列的頻譜關係，由於小波轉換分析在信號去除雜訊與數據壓縮等方面應用，越來越受到重視，本文利用Donoho and Johnstone (1994)所發展出的小波收縮(wavelet shrinkage)來找尋數列之分解，將數列分解成具平滑性與隨機性的數列，並針對具有隨機性之變異項進行內生成長模型的檢定。因此將資料進行小波轉換分析後，將分解出之係數利用單根檢定(unit root test)來檢測其穩定性，將不穩定之數列則利用共整合(cointegrated)探討其相關程度，再使用向量自我迴歸(Vector Autoregression, VAR)找尋最適落後期，並將最適落後期帶入Granger因果關係檢定(granger causality test)中來檢視穩定之係數相關性，藉此探索人力資本的累積是否能主宰經濟成長率以及儲蓄率的升降？

1.2 本研究架構

本研究架構分別如下，第一章為緒論，說明本文的研究動機與目的、實證步驟以及論文基本架構。第二章為文獻回顧與理論模型介紹，先介紹 Solow 之新古典經濟成長理論(neoclassical growth theory)模型與晚近之內生成長理論相關文獻以及相關實證研究，再介紹小波轉換分析之文獻探討以及估計方法。第三章為理論模型與研究方法，說明本文理論模型以及實證研究方法。第四章為實證結果

與分析，將實證的結果進行分析與說明，第五章為結論與建議，將前節分析的結果加以探討並提供相關建議。



《圖1-1》研究流程

第二章 文獻回顧

2.1 成長理論文獻回顧

自 Ramsey(1928)開啟了現代的經濟成長理論發展後，西元1940年代，Harrod(1939)以及Domar(1947)結合了凱因斯學派經濟模型中的加速以及乘數原理，建構出早期的經濟成長模型，但因模型的結果長期均衡是由外生參數所決定，若外生參數改變，則經濟體系一旦離開原本的均衡後將難以再達到新的均衡，故此模型又被稱為剃刀邊緣(knife-edge)理論。

西元1956年Solow和Swan成功的修改了Harrod-Domar模型的缺失，並利用生產函數具有替代性的新古典生產函數建構模型，模型中著重於人口成長，忽略政府以及貨幣角色，並對經濟個體的行為決策採取任意設定(ad hoc)，且設定模型為固定規模報酬(Constant Return To Scale, CRTS)、生產要素之邊際報酬為正且遞減、Inada條件成立，此結果雖然能使經濟體系均衡時滿足動態安定，但如同 Ramsey(1928)在穩定狀態(steady state)時，無法擺脫產出成長率等於外生的人口成長率，此結論表示長期經濟成長率完全由外生決定，政府不具有任何影響，西元1965年，Cass 和Koopmans引用了 Ramsey最適消費與儲蓄的概念於新古典成長理論中，提出了具有跨時最適決策行為的 Keynes-Ramsey法則(Keynes-Ramsey rule)，但此模型雖將儲蓄率內生化，仍無法說明政策無效的結果以及擺脫長期每人所得成長率為零的缺失。

到了1980年代，Romer(1986)和Lucas(1988)開啟內生成長理論領域，Romer(1986)修改了新古典模型中無外部性和規模報酬遞減之假設，提出生產函數具有邊做邊學之特性，建構出實質資本累積模型，此模型可使成長率能由內生決定且能夠持續成長，而政府可透過適當干涉來促進經濟成長，而Lucas(1988)修改 Ramsey(1928)模型，將實質資本與人力資本區分出來，將過去僅有單部門的內生成長模型，擴充為具有雙部門的模型，藉此說明人力資本以及知識對於經濟成長率之貢獻，透過實質資本以及人力資本的累積進而使得每人所得上升，此時

成長不再是由外生參數所決定，而是由內生參數來影響，故Romar以及Lucas模型被經濟學家稱為「內生成長模型」。

內生成長理論的共通點認為經濟成長的主要動力來自於技術的變動，而且技術是生產過程中的一種內生投入，並認為知識為一種人力資本的特殊性質。內生成長模型依成長引擎不同又可分為兩大類。一是要素累積模型，強調可儲存要素投入(人力資本和實質資本)的外部性和要素累積來刺激經濟成長。二則是研究發展模型，強調經濟成長的動力來自於R&D。

2.2 實證文獻回顧

Barro(1990)進行了內生成長模型相關之實證研究，利用98個國家1960年入學率作為人力資本變數，並探討人力資本對於經濟成長率之影響，結果支持了Lucas的論點且符合收斂假說；Mankiw et al. (1992)修改了Solow模型，以15歲至19歲的工作年齡人口當人力資本的取代變數來進行迴歸分析，解釋為何各國長期存在貧富差距，並且認為儲蓄、教育水準以及人口成長差異等為導致各國所得水準不同的關鍵；Barro(2001)針對教育對經濟成長率的影響以100個國家1965至1995年的資料進行分析，結果顯示每年平均中等學校和高等教育水準的學校入學率對於經濟成長率有正面的影響，勞動者若具有此教育背景將有助於新科技發展；Zhang and Zhuang(2010)說明在大陸高等教育對於經濟成長率之影響勝過小學以及中學教育，而其中已開發的省份發展高等教育會對地方發展帶來利益，又未開發的省份若發展中學以及小學教育會對地方經濟利益帶來優勢。

國內也有許多文獻探討人力資本與經濟成長關係之實證研究，如黃仁德、趙振瑛(1997)以台灣地區1964至1995年的年資料，進行人力資本與經濟成長之間關係的實證研究，並顯示若忽略人力資本的外溢效果，將會嚴重低估對人力資本的投資及它對產出的影響，且人力資本對產出有顯著的正面影響，個人累積的人力資本將對其他勞工產生顯著的正面外部效果；莊希豐(1999)以Rebelo(1991)之

Cobb-Douglas 生產函數為基本模型，探討國內人力資本與國際學習之外溢效果對經濟成長的影響，結果顯示經濟成長不但受到國內人力資本投入正向的影響，亦受國外人力資本投入多寡的影響；何家琪(2010)以教育程度與工作年資衡量人力資本來探討在人口老化下、人力資本與經濟成長之間的關係，模擬結果顯示人口老化對經濟成長有負面影響，但若增加未來政府教育支出或增加未來主力勞動人口將可減緩經濟成長降低的幅度。

上述既有的經濟成長的實證文獻全部指出人力資本影響經濟成長深遠，政府對於教育的投入能使得人力資本產生外溢效果，進而提高經濟成長率，本文利用我國 1979 年至 2010 年的季資料，並以小波分析切割成不同長短期之係數，來進行人力資本與經濟成長之檢測，並探討不同長短期係數間之相互對應關係，以說明不同時間長度之人力資本是否皆能對經濟成長有所影響。

2.3 小波轉換分析文獻回顧

小波轉換分析為應用數學的工具之一，自 Haar (1910)提出小波規範之正交基底分析(orthogonal basis analysis)後，開始有一些領域使用小波轉換分析，例如，數學、物理與地球科學等學科，1930年代以後越來越多人提出有關小波理論，使得小波轉換分析之應用越來越廣泛，而到了1980年代，為研究小波轉換的全盛時期，許多的理論研究都在此時期有了較完整的小波理論出現，例如，時間序列、資料壓縮、信號分析、地震波…等眾多領域。

Fourier(1807)發表了頻域分析理論(Fouier synthesis)後，Haar(1910)提出 Haar 函數(Haar function)，而法國物理學家 Morlet et al.(1984)將地震波分析加入小波轉換分析的概念，此研究結果解決了傳統傅利葉轉換(Fourier Transform)不能進行局部化之問題，之後 Grossman and Morlet(1984)提出小波轉換方法，確立小波函數的伸縮與平移，此時提出“小波分析”一詞。到了1986年 Meyer發表完整的小波分析理論，建構其二進制的伸縮與平移，構成 $L^2(R)$ 規範之正交基底函數，開始

了小波理論分析的風潮。Mallat (1989)將小波理論與工程上所與用的濾波器概念做結合，提出了將資料(signal)以多重解析度(multi-resolution analysis)的概念引入分析中，使其能把資料做分解並觀察不同程度的離散化情形，並整併之前有關小波函數之建構方式，且提出一套完整算法，此算法稱為Mallat金字塔式算法(Mallat's pyramid algorithms)。

Daubechies (1988)提出Daubechies小波(Daubechies wavelets)證明有限支撐之正交小波基底的存在，並在1992年提出小波轉換具有良好的分析時頻局部化的功能，此時小波轉換之系統理論已有概略的建立，爾後Cohen et al. (1992)共同提出了具有雙正交性(biorthogonal)之小波函數，此函數的特性為任一小波函數及任一尺度函數不正交，但尺度函數的對偶(dual)函數與小波函數正交，且小波函數的對偶函數與尺度函數正交。Donoho and Johnstone (1994a)發現小波收縮可做為找尋數列之分解，並透過小波收縮將離散小波轉換後之係數做修剪(clipping)用以去除雜訊，再將數列進行重建(reconstruction)，並把重建過後的數列之雜訊去除，留下具有平滑性之數列。

小波理論於數學、電腦科學、物理或工程學以發展相當成熟，而近年來國內外有許多學者將小波理論用於經濟與財務相關，利用小波轉換分析進行實證分析研究，將小波轉換分析用於時頻局部化的功能之外，也將小波轉換分析用於雜訊的去除，其中Ramsey et al.(1995)、Ramsey and Zhang(1997)、Ramsey and Lampart(1998a、1998b)、以及Ramsey(2002)等文章說明了在不同尺度下的分析結果；H. Wong et al. (2003)運用小波轉換分析非穩定時間序列的模型以及預測匯率，並用以比較平均預測誤差率(Average Percentage of Forecasting Error, APE)與小波轉換分析方法，實證結果顯示兩個分析方法中，小波轉換分析更優於APE；Gencay et al.(2002)則認為小波對經濟與財務分析十分具有潛力，並提出了一些實際應用於財務時間序列資料的資料，而Ozun and Cifter(2007)則利用小波轉換研究短期的國民生產毛額(Gross National Product, GNP)與能源消費的關係，以及長期的國民生產毛額所帶動的能源消費。

國內利用小波轉換分析進行財務金融方面之研究，如范正忠(2001)發現離散小波轉換於搜尋與應用上較優於傅立葉轉換；黃俊豪(2005)利用小波轉換對台灣加權指數與台灣總體經濟的數據建立迴歸預測模型，因小波轉換具有處理混沌訊號的能力，該文先對台灣股市進行小波轉換，再利用小波轉換的多重尺度解析分析分解成不同之尺度(scale)的序列，並重新構成新的序列以作為新迴歸預測模型，實證結果顯示總體因子經由小波分析重新建構後再進行迴歸預測模型的解釋優於傳統的迴歸模型。

周靖泰(2010)透過小波轉換將股價與總體訊息指標序列分成趨勢項與波動項，利用多重尺度解析分析(MRA)分析各頻帶(subband)，以探討股價與各項總體訊息指標在不同觀察尺度下趨勢項與波動項的相關性；范正忠(2001)利用 Haar 小波轉換後對時間序列做資料查詢，將轉換後的資料序列做相似性查詢，並分成區間查詢跟最接近查詢；同時比較傅利葉轉換與小波轉換之間的優劣。

王建嘉(2008)透過小波轉換分析探討摩根史丹利資本國際公司所編制的證券指數(Morgan Stanley Capital International, MSCI)之股價以及三大法人持有其成份股之比率為樣本，研究經由小波轉換後之三大法人持有個股比率與個股股價間在不同頻率下的互動關係，並且利用 Granger 因果關係，探討彼此之間的領先與落後關係，研究結果顯示：在極長天期下，有較多個股其外資的買賣變動會領先自營商及投信的買賣變動。

蔡宗穎(2007)指出因小波轉換分析對於信號的解析有良好的效果，而小波轉換之去除雜訊是透過門檻值的選擇來進行相關分析。而門檻值的選擇從基本 Donoho and Johnstone(1994b)所提出之普遍使用法到 Jiang et al. (2005)所提出的粒子群最佳化選擇門檻值。該文是以測量獨立性的目標函數引導粒子尋找最佳的門檻值，再由四個信號進行模擬實驗。

周靖泰、陳秀淋(2011)利用小波轉換分析方法，將股價與總體指標拆解，並

以多重解析度計算資料在各次頻帶的相關係數，且探討股價與各項總體指標在趨勢項與波動項的相關性。結果顯示在所有觀察尺度下，股價趨勢項與出口年增率、消費者物價指數、耐久財訂單、M1B 年增率、非農就業人數和個人消費支出等六個總體指標的趨勢項有顯著且持續的相關性。

由上述文獻可得知，小波轉換分析有以下幾個特性：

- (1) 去除雜訊：時間序列資料大部分含有雜訊，利用小波收縮，將資料去除雜訊後得到的時間序列資料更能反映出資料的主要特徵。
- (2) 多重解析分析：可以將時間序列資料局部化分為趨勢項與變異項，再探討各階層裡所顯示的不同訊息。
- (3) 分析非定態序列：透過小波轉換分析對非定態的序列進行相關研究分析。

綜觀上述說明，本文更進一步利用小波轉換之三項特點，如具有分析非定態序列、多重解析分析與去除雜訊，將小波理論分析應用於總體資料。

第三章 理論模型與研究方法

3.1 理論模型

根據 Mankiw et al. (1992) 內生成長模型，將儲蓄率以及人口成長率視為內生，並令 A 為勞動者的技術，且將生產函數設定成有效勞動力 (effective labor force) $N = AL$ 、實質資本 K 、人力資本 H 的一階齊次函數，而實質資本與人力資本兩者並非完全替代，換言之實質資本不等於人力資本，其生產函數設定成：

$$Y_t = K_t^\alpha H_t^\beta (A_t L_t)^{1-\alpha-\beta} \quad (3.1.1)$$

假定勞動與技術的成長率分別為固定的 l 與 g ，則可分別將第 t 期勞動與技術表示成：

$$L_t = L_0 e^{lt} \quad (3.1.2)$$

$$A_t = A_0 e^{gt} \quad (3.1.3)$$

底下為分析方便，刪除時間下標，且設實質資本與人力資本 H 之折舊率皆為 δ ， $0 < \delta < 1$ 。在經濟社會中的實質資本 K 與人力資本 H 各自有下述之關係：

$$\dot{K} = I_K - \delta K \quad (3.1.4)$$

$$\dot{H} = I_H - \delta H \quad (3.1.5)$$

由上式分別可推得：

$$\frac{\dot{K}}{N} = s_k y - \delta k \quad (3.1.6)$$

$$\frac{\dot{H}}{N} = s_h y - \delta h \quad (3.1.7)$$

由每人有效勞動力的實質資本 $k = K/AL = K/N$ 與每人有效勞動力的人力資本 $h = H/AL = H/N$ ，可分別推得 k 與 h 各自的基本累積方程式 (basic accumulation equation)：

$$\dot{k} = \frac{\dot{K}}{N} - (g + l)k \quad (3.1.8)$$

$$\dot{h} = \frac{\dot{H}}{N} - (g + l)h \quad (3.1.9)$$

又因 $y = Y/AL = k^\alpha h^\beta$ ，將 y 以及式(3.1.6)和(3.1.7)分別代入式(3.1.8)和(3.1.9)，則可分別改寫成：

$$\dot{k} = s_k k^\alpha h^\beta - (g + l + \delta)k \quad (3.1.10)$$

$$\dot{h} = s_h k^\alpha h^\beta - (g + l + \delta)h \quad (3.1.11)$$

式中 s_k 及 s_h 分別為所得投資於購買機器設備(實質資本)與投資於在職訓練或教育(人力資本)的比率。

一旦令經濟體系靜止狀態均衡(steady state)時，每有效勞動力的實質資本 k^* 與每有效勞動力的人力資本 h^* 須滿足 $\dot{k}^* = 0$ 與 $\dot{h}^* = 0$ ，並且可分別推知其模型動態成長經濟體系下靜止狀態均衡之 k^* 以及 h^* ，如下：

$$k^* = \left(\frac{s_k^{1-\beta} s_h^\beta}{g + l + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \quad (3.1.12)$$

$$h^* = \left(\frac{s_k^\alpha s_h^{1-\alpha}}{g + l + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \quad (3.1.13)$$

將式(3.1.1)之生產函數分別除以勞動數量 L_t ，可求得：

$$\frac{Y_t}{L_t} = A_t (k^*)^\alpha (h^*)^\beta \quad (3.1.14)$$

再將式(3.1.12)及(3.1.13)分別代入上式，並左右取對數且加入誤差項(ϵ)，則可將式(3.1.14)改寫成：

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{Y_t}{L_t}\right) &= \ln(A_0) + gt - \left(\frac{\alpha + \beta}{1 - \alpha - \beta}\right) \ln(g + l + \delta) + \left(\frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta}\right) (\ln s_{k,t}) \\ &\quad + \left(\frac{\beta}{1 - \alpha - \beta}\right) (\ln s_{h,t}) + \epsilon \end{aligned} \quad (3.1.15)$$

本文根據 Mankiw et al. (1992) 所導出之式(3.1.15)進行實證分析，並將實質資本設定為 1，且以經濟成長率、儲蓄率以及人力資本(大學生人數)作為內生變數，

而其中儲蓄率因分項之儲蓄率無法取得季資料，故本文將人力資本占儲蓄率(s_h)之比率與實質資本占儲蓄率之比率(s_k)外之其餘部份皆視為隨機變數，並以誤差項(ϵ)表示，又以教育經費和勞動總人數做為外生變數進行檢測，藉由此理論模型來說明是否人力資本與經濟成長率有雙向之因果關係。

3.2 小波轉換分析

3.2.1 小波轉換分析(Wavelet Transform Analysis)

傳統傅立葉轉換為了解穩定信號頻率結構的基本工具，而小波轉換不同於傳統傅立葉轉換之處，在於小波轉換著重於區域(local)資訊，而傅立葉轉換著重整體(global)資訊，且無法在訊號轉換時保留時域(Time Domain)資料，因大多總體經濟為非定態的資料，此問題會造成無法觀察頻率是在哪個時域發生。

小波轉換分析可分析時間序列中時間與頻率之關係，藉以做為分析時間序列瞬間變動以及非線性現象的工具，對於處理高頻率以及非線性上面擁有非常良好的分析能力，並且可以取得時域及尺度的特性。

小波可分成父波(father wavelets, ϕ)以及母波(mother wavelets, ψ)，而父波和母波可創造出小波函數，兩者皆必須屬於 $L^2(R)$ 空間且平方可積之函數，分別對父波及母波積分後，可得到父波積分值為一，而母波積分值為零，亦即：

$$\int \phi(t)dt = 1, \phi(t) \in L^2(R) \quad (3.2.1)$$

$$\int \psi(t)dt = 0, \psi(t) \in L^2(R) \quad (3.2.2)$$

$$L^2(R) = \left\{ f(t) \left| \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)dt < \infty \right. \right\} \quad (3.2.3)$$

依照不同平移(shift)和尺度表現出來的母波會滿足下列條件式：

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(t)|^2}{|t|} dt < \infty \quad (3.2.4)$$

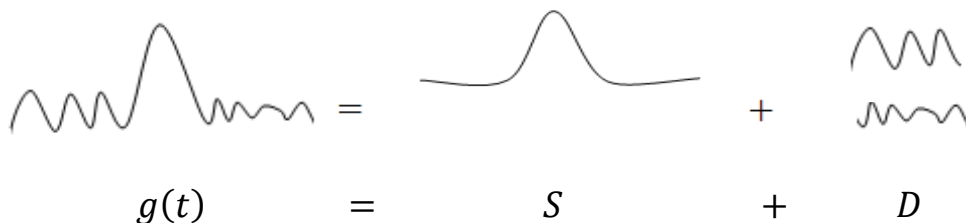
$$\psi(t) = \begin{cases} 1 : 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ -1 : \frac{1}{2} \leq x < 1 \\ 0 : o.w. \end{cases}, \psi \in L^2(\mathbb{R}) \quad (3.2.5)$$

C_ψ ：滿足此條件稱為認可函數， $\hat{\psi}(t)$ ：為母波之傅立葉轉換。

上述之母波具有雙重意義，其一在 $L^2(\mathbb{R})$ 中從正負無限大方向衰退到零，其二為母函數的頻率是具有震盪性，且是在零值上下震盪。

3.2.2 離散小波轉換(DWT)和反轉離散小波轉換(IDWT)

離散小波轉換(Discrete Wavelet Transform, DWT)應用線性代數中的向量概念，本文利用 Daubechies(1992)長度為 2 的濾波器進行小波轉換，濾波器(filter)分為高通濾波器(High-pass Filter)與低通濾波器(Low-pass Filter)。高通濾波器可過濾出低規模和高頻率之訊號，且可分析數列局部的細節(detail)變化，而低通濾波器則是過濾出高規模和低頻率的訊號，並且能分析數列大致變化趨勢(trend)部分，如圖 3-1。離散小波轉換分析時，並不需要實際求出母波或父波，只要利用高通濾波器與低通濾波器就可以進行分析。以下分別說明高通濾波器以及低通濾波器：



《圖 3-1》小波轉換分解示意圖

(1) 高通濾波器：

由母函數 $\psi(t)$ 不同的伸縮跟平移所產生的函數，通過此濾波器會濾出高頻率的訊號，可以取出數列中上下變動較劇烈的部分，又被稱小波函數(wavelet function)，其數學式如下：

$$\psi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{|j|}} \psi\left(\frac{t-k}{j}\right) \quad (3.2.6)$$

ψ : 高通濾波器

j : 伸縮參數

k : 平移參數

(2) 低通濾波器：

對父函數 $\phi(t)$ 作不同伸縮跟平移參數所產生的函數，通過此濾波器匯出低頻率的訊號，可以取出數列中上下變動較小之部分，又被稱為尺度函數(scaling function)，其數學式如下：

$$\phi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{|j|}} \phi\left(\frac{t-k}{j}\right) \quad (3.2.7)$$

ϕ : 低通濾波器

j : 伸縮參數

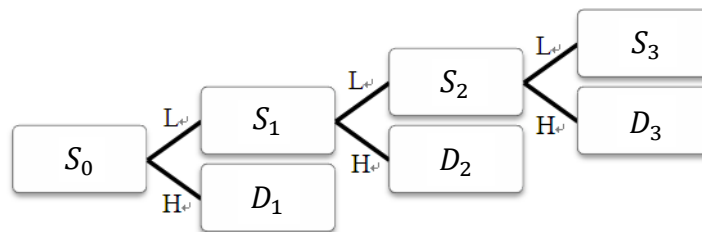
k : 平移參數

由(3.2.6)與(3.2.7)兩式可知高通濾波器與低通濾波器是藉由伸縮參數與平移參數所產生的函數，伸縮和平移參數皆是以 2^j 冪級數進行伸縮與平移，根據Nyquist(1928)的取樣定理指出，此採樣方法之離散化是一個高效率的方法，因冪指數 j 的小變化，可以使採樣有大變化，並且防止數列資訊的遺失，伸縮參數的

變動大小可以改變函數數列訊息的壓縮或是放大，伸縮參數值較大表示可以分析的資料期間是較長的，但相對而言也是頻率較低的訊息。平移參數是沿著時間軸的移動，依照移動區間不同，可以分析不同數列區間的訊息。

由上述可知離散小波轉換分析是透過小波函數與尺度函數進行分解，透過高通濾波器分解得到之係數稱為小波係數(wavelet coefficient)，即 $D_{a,b}$ ；透過低通濾波器分解得到之係數稱為尺度係數(scaling coefficient)，即 $S_{a,b}$ 。小波轉換可以將數列進行多重解析分析，以分解第一層為例，將原始資料經過第一層分析，可以分解為 D_1 和 S_1 。將所有小波係數利用高通濾波器重組後可以得到原始資料的變異部分，定義為 D_1 ，又將所有尺度係數利用低通過濾器重組之後可以得到原始資料的趨勢部分，定義為 S_1 。

透過上述說明可以將第 j 層的所有尺度(低頻)係數以 S^j 表示，而第 j 層的所有小波(高頻)係數以 D^j ，小波解析可以表示為 $S_0 = S_3 + (D_1 + D_2 + D_3)$ ，其中 S_0 為原始值，示意圖如下：

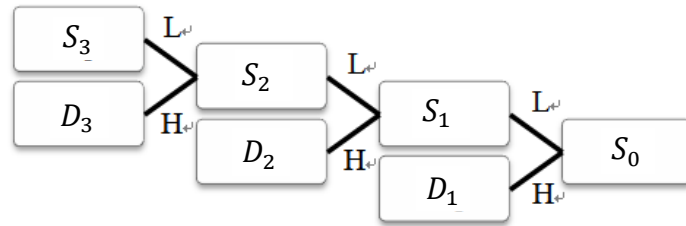


《圖 3-2》離散小波轉換

從圖可以得知，小波轉換分析可以將資料進行多重解析概念，將時間序列資料透過離散小波轉換後分解成 j 層後，會得到各階層相關係數，而差解後的係數彼此間皆為正交關係(orthogonal)，數列透過離散小波轉換後，再將各階層的係數重建成原始訊號的過程，重建離散小波轉換即稱為反轉離散小波(Inverse Discrete Wavelet Transform，IDWT)。

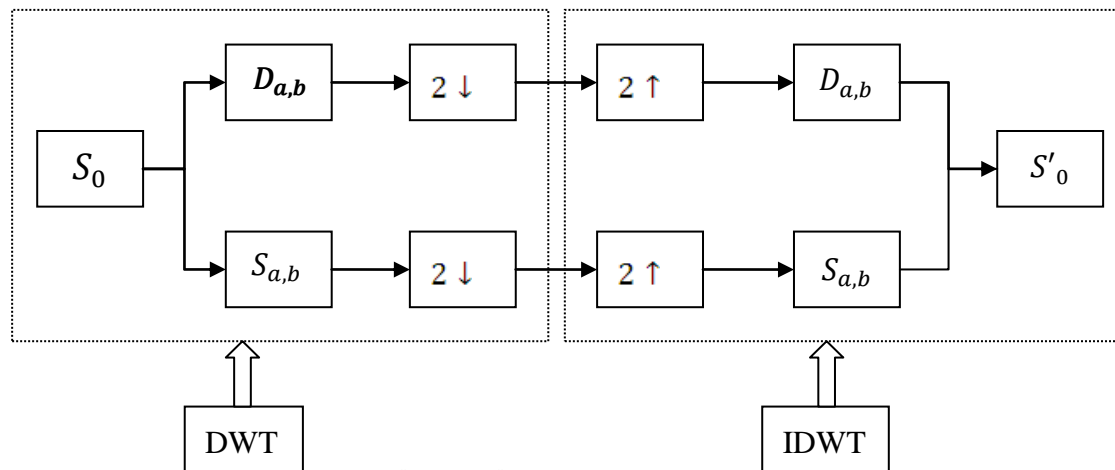
IDWT 與 DWT 不同之處在於，IDWT 為 DWT 以小波函數與尺度函數二分

之一的抽樣(downsampling)後進行分解，故兩者為對偶之關係，IDWT 之示意圖：



《圖 3-3》反轉離散小波轉換

DWT 與 IDWT 兩者結合後的示意圖，如下：



《圖 3-4》小波轉換解析圖

3.2.3 小波基底函數家族

小波基底函數有許多特性，如平滑、對稱性、正交、雙正交、支援長度…等。使用正交的小波基底函數具有運算較容易並且有效率；雙正交小波基底函數則是具有對稱性質；支援長度是指小波基底函數中具有非零的數目，支援長度較長的小波基底函數，也具有較佳的平滑性。依照目前的小波函數家族可以分成以下兩個特性：

(1) 支援長度

分成有限承載與無限承載的小波基底函數，前者為係數非零數值且在於一個有限大小區間裡，例如 Haar 小波、Daubechies 小波、Symlets 小波、Coiflet 小波...等；後者為係數非零數值且在於一個無限大小的區間裡，例如 Morlet 小波、Mexican 小波...等。

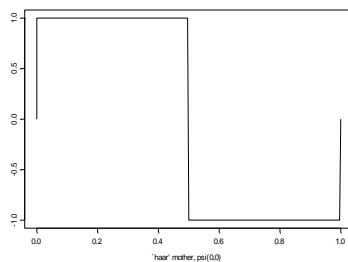
(2) 正交性

正交小波基底函數，為任兩個小波函數正交以及任兩個尺度函數正交，任一個小波函數跟尺度函數也正交，而雙正交小波基底函數，則是任一個小波函數及任一個尺度函數不正交，但是尺度函數的對偶函數跟小波函數正交，並且小波函數的對偶函數與尺度函數正交。

時間序列常用到的是有限承載的小波基底函數，支援長度較長對於複雜的訊息會有較優的結果，其中以 Haar 家族、Daubechies 家族、Symlets 家族以及 Coiflets 家族等四種最多文獻探討，其特點分別為：

(1) Haar 家族：

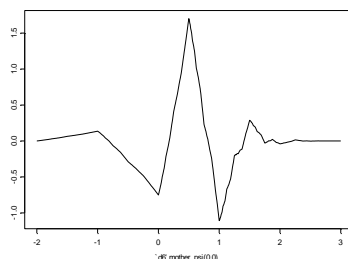
Haar 小波為方形的波形，由數學家 Haar 於 1910 年所提出，此為第一位提出正交小波之學者，其特性為係數為非零數值，並於有限大小區間中且具有對稱性，但 Haar 小波無連續性。



《圖 3-5》 Haar 小波

(2) Daubechies 家族：

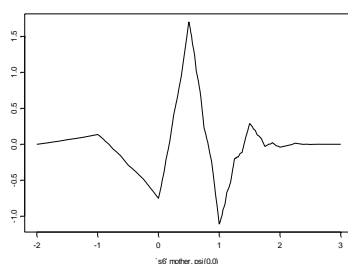
此家族以小波研究學者 Daubechies 之名來命名，並為第一個提出連續正交小波之家族，其特性不具有對稱性。



《圖 3-6》Daubechies 家族中 “d6”

(3) Symmlets 家族：

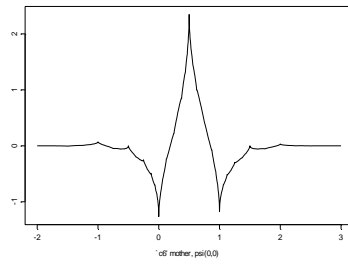
其架構由 Daubechies 提出，將 Daubechies 家族加以修改，故性質十分相似，其波形大多具有對稱性。



《圖 3-7》Symmlets 家族中 “s6”

(4) Coiflets 家族：

Coiflets 也是由 Daubechies 所提出，其特性近似於 Symmlets，並在加入更合適的高階的消失矩(vanishing moment)，其命名是由 Daubechies 為感謝另一位小波研究學者 Ronald Coifman 之貢獻。



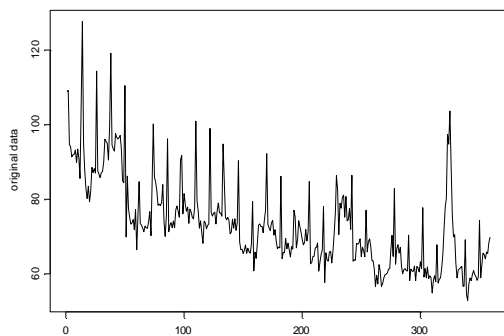
《圖 3-8》Coiflets 家族中 “c6”

本文須使用具有正交性、對稱性、以及正規性隨 N 增加而增加之小波，故選用 Symmlets 小波作為小波基底函數，Symmlets 系中表示為 Symmlets N ， N 為其序號， $N = 1, 2, \dots$ 。

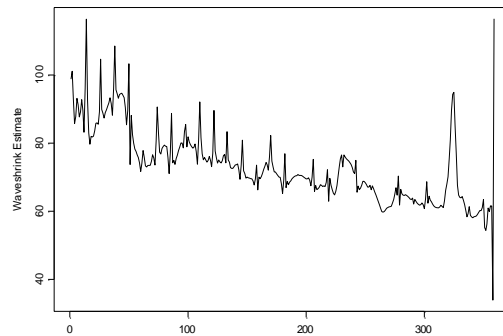
3.4.4 小波轉換之去除雜訊

小波轉換分析常用在去除影像或是語音的雜訊上，由 Donoho and Johnstone (1994a)發展出的小波收縮可找尋出數列之分解且具有良好去除噪音之特性，小波收縮可藉由以下三種方法得到估計值：

- (1) 使用離散小波轉換。
- (2) 將小波係數收縮到零。
- (3) 使用反轉離散小波轉換。



《圖 3-9》原始資料



《圖 3-10》小波收縮估計

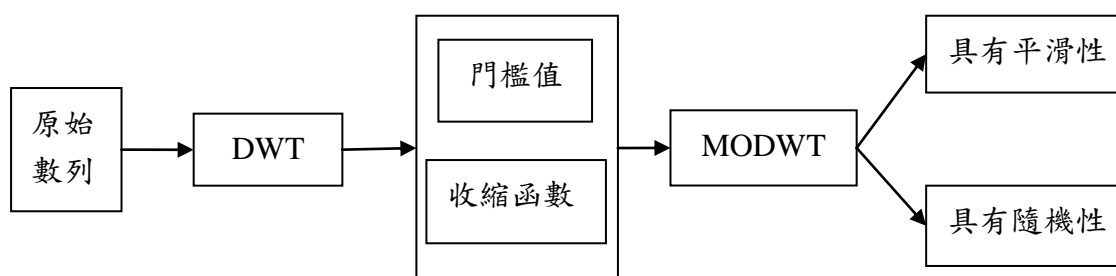
小波係數門檻值(wavelet coefficients thresholding)，可依據不同設定之門檻值，把經由小波轉換過後的係數給予濾除並且收縮處理，其作用是將小波轉換後的係數做修剪，將不顯著的雜訊移除，顯著的雜訊留下。假設一序列如下：

$$y(t) = x(t) + s(t), t = 1, 2, 3 \dots, N \quad (3.2.8)$$

$y(t)$ 是一個含有雜訊之數列， $x(t)$ 是乾淨的原始數列，具有平滑性， $s(t)$ 為雜訊表示其平均值為零並且為一個高斯分佈的隨機變數，而 $x(t)$ 與 $s(t)$ 是互相獨立的。

利用小波轉換濾除雜訊有以下三個步驟：

1. 將數列做小波轉換分析，使得數列從時間域轉換到小波域，並且得到小波域上的係數 D_y 。
2. 對小波域上的係數估測出一個門檻值(threshold)，利用門檻值對小波域上的係數進行小波收縮。
3. 數列進行收縮處理之後，將所得到新的係數做離散小波的重建，則得到還原的數列。



《圖 3-11》小波收縮分析

3.3 單根檢定

普通最小平方法(Ordinary Least Square, OLS)和一般最小平方法(General

Least Square, GLS)皆假設數列為定態之時間序列，殘差為白噪音(white noise)，若進行迴歸分析時，會出現假性迴歸(spurious regression)的問題，即判定係數(R^2)非常大，而 t 統計量有相當大的顯著性，此結果將不具有任何意義。

大部分的總體時間序列資料為非定態(nonstationary)，而單根檢定可檢測時間序列是否為定態(stationary)，定態是指當總體時間序列資料受到外生衝擊(exogenous shock)時，隨時間經過恢復到原來的平均水準值；而非定態則是若時間序列資料受到外生衝擊，並不隨時間經過而消失，此影響依然存在，無法回復到原本的平均水準值。

為避免產生假性迴歸，故對時間序列資料檢定單根，實證結果會有較高的可信度，一般常見的單根檢定有三種，其一為 DF 檢定(Dickey-Fuller test)，其二為 ADF 檢定(Augmented Dickey-Fuller test)，以及其三為 PP 檢定(Phillips-Perron test)，以下介紹本文所使用的 ADF 檢定：

Said and Dickey(1984)修正了 DF 檢定提出 ADF 檢定，因 DF 檢定假設殘差項具有白噪音，並侷限時間序列資料為落後一期之自我相關過程 AR(1)，故 ADF 檢定在 DF 檢定中加入了差分落後項，使得殘差項為白噪音，ADF 檢定模型如下：

(1) 有截距項(intercept)以及趨勢項：

$$\Delta y_t = c + \gamma T + \lambda y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta y_{t-i} + \epsilon_t \quad (3.3.1)$$

(2) 有截距項以及去除趨勢項：

$$\Delta y_t = c + \lambda y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta y_{t-i} + \epsilon_t \quad (3.3.2)$$

(3) 去除截距項以及趨勢項：

$$\Delta y_t = \lambda y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta y_{t-i} + \epsilon_t \quad (3.3.3)$$

c ：常數項， T ：時間趨勢項， P ：使殘差項趨於白噪音之最適落後期數。

上述模型之假設檢定為，若 H_0 (虛無假設)為 $\lambda=0$ 表示具有單根，又 H_1 (對立假設)為 $\lambda \neq 0$ 則不具有單根，變數若不具有單根則 y_t 為恆定時間序列；反之，則接受虛無假設，亦即 y_t 為不恆定之數列。

3.4 向量自我迴歸

Sims 於 1980 年提出向量自我迴歸(VAR)，本文為觀察變數間的影響，藉由向量自我迴歸可在單一變數自我迴歸延伸成時間序列之變數向量，本文利用向量自我迴歸來選擇最適落後長度，進而透過 Granger 因果關係來探討變數間之相關性，而 VAR 可使用 F 檢定或訊息準則來決定。¹在使用 VAR 前須先檢定資料是否具備單根，若資料拒絕單根，則可直接使用 VAR 來進行估計；若資料具備有單根則須檢定是否有共整合關係，若不具備有共整合關係則可經由差分後進行 VAR 檢定。

在向量自我迴歸中，將所有變數皆視為內生變數，並且於每條方程式中，依照被解釋變數之落後期與其他被解釋變數之落後期來表示，可建構出下述模型：

$$X_t = A_0 + \sum_{i=1}^n A_i X_{t-i} + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim iid N(0, \sigma) \quad (3.4.1)$$

其中 X_t 為內生變數向量、 A_0 為常數向量、 A_i 為係數向量、 X_{t-i} 為落後期之內生變數向量、 n 為模型中之內生變數、 i 為時間落後項和 ϵ_t 為預測誤差向量(隨機衝擊項)，除了 ϵ_t 為 $n \times n$ 矩陣外，其餘向量皆為 $n \times 1$ 維度。最適落後期於 VAR

¹可參考胥愛琦、呂瓊瑜譯(2010)。

常用之判斷準則有兩種，一為 AIC(Akaike's Information Criterion)，二為 SC(Schwartz Criterion)，其數學表示法如下：

$$AIC = -\frac{2L}{N} + \frac{2k}{N} \quad (3.4.2)$$

$$SC = -\frac{2L}{N} + \frac{k \ln T}{N} \quad (3.4.3)$$

其中， N ：模型中經由估計所得到的對數概似值(log likelihood value)

k ：待估參數

T ：樣本總數

依據樣本數不同之大小，AIC 於較小樣本數中，較能選出適合的模型，而 SC 在大樣本數中為較佳之選擇。若選擇落後期時選擇過短，則會在估計上易產生偏誤；反之，若選擇之落後期過長，則會產生過度參數化之現象，因此須選擇合適之落後期。²

3.5 共整合檢定與向量誤差修正模型

當兩變數或多個變數具有相同或隨機趨勢之序列時，則表序列間長期有穩定之均衡關係，即被稱為“共整合”，簡單來說，共整合是用來說明變數與變數間是否具備有長期共同的趨勢，共整合檢定是由 2003 年榮獲諾貝爾經濟學獎之計量經濟學家 Engle and Granger(1987)所提出，本文再藉由 Johansen(1988)所提出之最大概似法(Maximum Likelihood Test)來進行共整合檢定，而 Johansen(1988)的共整合檢定是以 VAR 模型為基礎，故必須使用 VAR 來選取最適之落後期，而落後 k 期之 VAR 表示法如下：

$$X_t = \sum_{s=1}^k \pi_s X_{t-s} + \mu + \Phi D_t + \epsilon_t, \epsilon_t \sim iid N(0, \sigma) \quad (3.5.1)$$

其中 X 為 $n \times 1$ 之向量，而 π 之係數為 $n \times n$ 之矩陣， ϵ_t 為殘差項之向量， μ 則稱作常數項， D_t 為中心化後之總和為零的季節虛擬變數，並依據所求出之 AIC 以及

²可參考楊奕農(2005)。

BC 來決定最適落後期數。

再將具有共整合關係之 I(1) 數列轉換成向量誤差修正模型 (Vector Error correction model, VECM)，此模型不同 VAR 之處在於多增加了誤差修正項，可呈現出變數間長期均衡以及短期訊息的調整情況，VECM 數學表示法如下：

$$\Delta X_t = \Pi_1 \Delta X_{t-1} + \Pi_2 \Delta X_{t-2} + \cdots + \Pi_{k-1} \Delta X_{t-k+1} + \Gamma X_{t-k} + \mu + \Phi D_t + \epsilon_t \quad (3.5.2)$$

檢定 Γ 矩陣中的秩(rank) 可用來決定變數間共整合向量的個數。檢測之方式可分成三種：

- (1) $0 < \text{rank}(\Gamma) = r < n$ ，此表示 X_t 向量存在 r 個共整合向量。
- (2) $\text{rank}(\Gamma) = 0$ ，表示變數間無長期關係存在。
- (3) $\text{rank}(\Gamma) = n$ ，說明 Γ 為滿秩(full rank) 矩陣，又表示 X_t 向量中之變數皆為恆定。

本文之資料具有時間趨勢以及截距項，利用共整合檢定可利用軌跡檢定(trace test) 和最大特性根檢定來檢定 Γ 矩陣之秩，兩檢定之虛無假設為最多有 r 個共整合向量，對立假設為至少有 $r + 1$ 個共整合向量，其數學式皆符合卡方分配，分別如下：

$$\lambda_{\text{trace}}(r) = -T \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_i) \quad (3.5.3)$$

$$\lambda_{\text{max}}(r, r + 1) = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1}) \quad (3.5.4)$$

T ：樣本個數。

$\hat{\lambda}_i$ ： π 矩陣中之特性根，特性根絕對值越大，統計值也就越大。

3.6 Granger 因果關係檢定

在估計完 VAR 後，本文再利用 Granger 因果關係來檢視內生變數與外生變數間之因果關係，Granger 因果關係具有變數之預測能力，可藉此探討變數間是否具有相關性。Granger 因果關係由 Granger(1969) 所提出，利用此檢定可了解變

數間回饋關係、因果關係之方向以及領先及落後之關係，其模型如下：

$$X_t = \alpha_0 + \sum_{s=1}^p \alpha_s X_{t-s} + \sum_{j=1}^p b_j Y_{t-j} + \epsilon \quad (3.6.1)$$

$$Y_t = \beta_0 + \sum_{s=1}^p \beta_s X_{t-s} + \sum_{j=1}^p d_j Y_{t-j} + \epsilon \quad (3.6.2)$$

其中，式(3.6.1)中 X_t 為被解數變數，而 Y_t 為解釋變數，而式(3.6.2)中則相反 Y_t 為被解數變數，又 X_t 為解數變數，而 s 和 j 為落後期數，根據上兩式可看出變數間是否具有雙向因果關係或單向因果關係，或甚至完全沒有關係。式(3.6.1)以及式(3.6.2)之虛無假設以及對立假設表示法如下：

$$\text{式一： } H_0 : b_1 = b_2 = \dots = b_p = 0, H_1 : b_1 \neq b_2 \neq \dots \neq b_p \neq 0$$

$$\text{式二： } H'_0 : d_1 = d_2 = \dots = d_p = 0, H'_1 : d_1 \neq d_2 \neq \dots \neq d_p \neq 0$$

若同時拒絕虛無假設 H_0 及 H'_0 ，則表示兩變數間具有相互影響之性質，又稱回饋關係，而若是拒絕 H_0 且不拒絕 H'_0 ，則表示 Y 變數對 X 變數具有單向因果關係；反之，若不拒絕 H_0 且拒絕 H'_0 ，則說明 X 變數對 Y 變數具有單向之因果影響，又若同時不拒絕 H_0 以及 H'_0 ，則表示兩者間是互相獨立，彼此間無相關亦不相互影響。

3.7 衝擊反應函數分析

衝擊反應函數(Impulse Response Function, IRF)為觀測變數受到隨機項衝擊時，對自身變數和其他變數間是否具有永久性影響或暫時性影響，藉由觀察變數反應所呈現之正負值以及波動程度，可展現出長期是否能達到收斂，而衝擊反應函數是以向量自我回歸作為延伸所建構出來的統計分析，故其數理概念以VAR(k)模型出發，其數學式如下：

$$X_t = a + \sum_{i=1}^k A_i X_{t-i} + \epsilon_t \quad (3.7.1)$$

其中， $t = 1, 2, \dots, T$

根據 Sims(1980)所提出的動態衝擊反應函數，利用 Wold 分解定理(Wold decomposition theorem)將 VAR(k)模型轉換成以移動平均(Moving Average, MA)方式表現，其演算過程如下所示：

$$X_t - \sum_{i=1}^k A_i X_{t-i} = a + \epsilon_t$$

$$(I - A_1 L^1 - A_2 L^2 - \dots - A_k L^k) X_t = a + \epsilon_t$$

$$X_t = (I - A_1 L^1 - A_2 L^2 - \dots - A_k L^k)^{-1} (a + \epsilon_t)$$

令 $a' = (I - A_1 L^1 - A_2 L^2 - \dots - A_k L^k)^{-1} a$ 且為 $(n \times 1)$ 之常數係數，又

$$\sum_{i=0}^{\infty} \Pi_i \epsilon_{t-i} = (I - A_1 L^1 - A_2 L^2 - \dots - A_k L^k)^{-1} \epsilon_t, \text{ 其中 } \Pi_i \text{ 為 } (n \times n) \text{ 之係數矩陣}$$

則可得到下式：

$$X_t = a' + \sum_{i=0}^{\infty} \Pi_i \epsilon_{t-i} \quad (3.7.2)$$

若將上式對 ϵ_{t-i} 偏微分，即可獲得當受到落後 $t-i$ 期之衝擊時，對當期變數所造成的影響，如下所示：

$$\frac{\partial X_t}{\partial \epsilon_{t-i}} = \Pi_i \quad (3.7.3)$$

藉由上式即可探究若某一變數受到非預期之外生衝擊時，模型中的內生變數是否會產生變化，利用此結果可說明內生變數當期或未來的動態影響過程。

第四章 實證結果與分析

4.1 資料來源與處理

本文資料來源皆採用教育部經濟統計資料庫，並於資料庫中選取所使用之總體變數：台灣當期價格國內生產毛額之季資料、儲蓄毛額對國民生產毛額比率之季資料、各級學校學生人數大學人數之年資料、教育經費占國民生產毛額比率之年資料以及勞動總人口數之季資料，³為避免資料過長造成結構性改變，又因小波理論是以 2 的次方做資料之分解，故資料選取期間為 1979 年至 2010 年共 32 年(128 季)，變數之處理方式分別如下：

一、經濟成長率(economic growth rate)：

將台灣當期價格之 GDP 以消費者物價指數(Consumer Price Index, CPI)平減後，求得不受物價影響的實質國內生毛額，再將實質 GDP 取對數差分後，即得到實質之經濟成長率。

二、儲蓄成長率：

以當期之國民生產毛額(單位為新台幣百萬元)乘上儲蓄毛額對國民生產毛額比率後，再將其值除上 CPI，即可得到不受物價影響之當期儲蓄值，又將當期儲蓄值取對數差分後即可得到儲蓄成長率。

三、大學生人數成長率：

因各級學校學生人數大學人數是以學年來招收學生，所以無法取得相關之季資料，故本文將相同學年之四季皆假設具有相同之學生數，如一百學年若招收 10 萬名大學生，則一百學年之四季皆為 10 萬名大學生。將各級學校學生人數大學人數取對數差分後，則可取得大學生人數成長率。

³ 各變數單位依序為新台幣百萬元、百分比、人、新台幣及千人。

四、教育經費成長率：

教育經費占國民生產毛額比率如同各級學校學生人數大學人數無法取得季資料的數值，故將相同學年度之四季假設具有相同之教育經費，以當期 GNP 乘上教育經費占國民生產毛額比率後，並以 CPI 平減可將物價之影響去除，再進行對數差分，即可求得教育經費成長率。

五、勞動人口數成長率：

因勞動總人口數以千人做為單位，故將所有數值乘上一千後，再進行對數差分，即可獲得勞動人口數成長率。

本文實證分析採用 S-plus 軟體進行小波分析轉換，將資料分解成不同長短期後，再利用 Eviews 軟體檢定係數間是否具有單根以及使用向量自我迴歸找尋最適落後期，將具有單根之係數進行向量誤差檢定和共整合，又將不具有單根之係數進行 Granger 因果關係檢定。

4.2 小波轉換分析

傳統計量經濟學僅只能判斷時間序列資料之長短期之關係，但透過離散小波之分解後，還可取得中期之資訊，可使研究結果展現出不同時期之波形和趨勢，進而加強分析結果之嚴謹性。本文將 128 筆資料經由離散小波分析後，可顯示出最長期和最平滑之 s_4 圖形，以及長期到短期不同長度之 d_4 到 d_1 之圖形，分解概略圖形，如下圖所示：

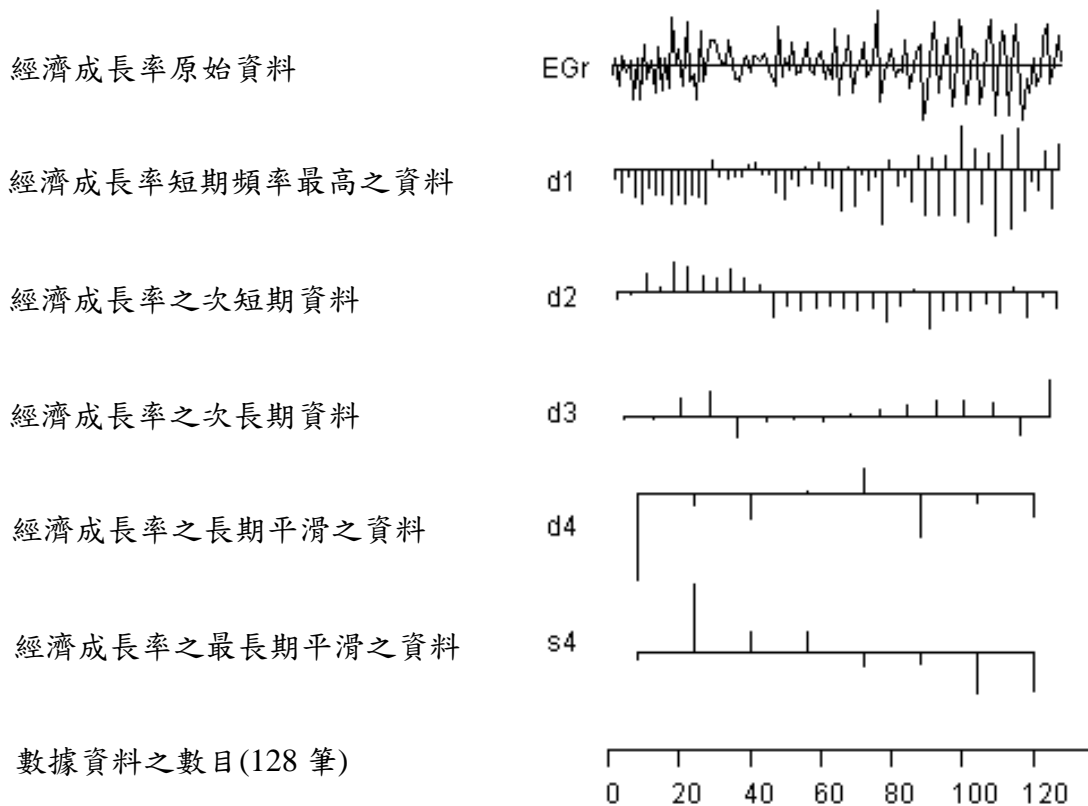
短期

長期



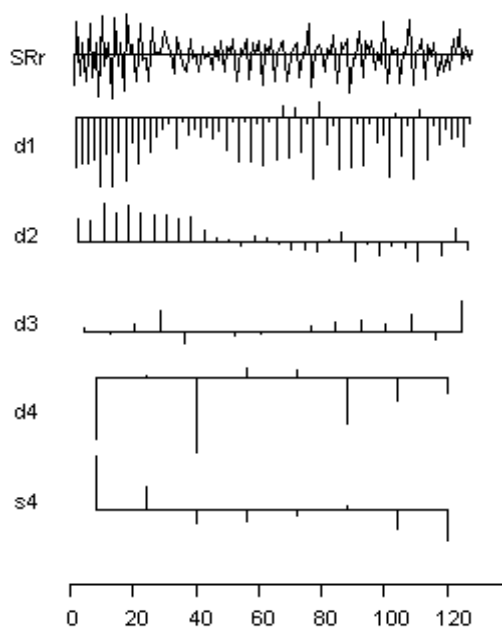
《圖4-1》離散小波資料分解示意圖

原始之成長率數值會因趨勢項而影響資料分解後的結果，故本文首先將所有資料皆去除趨勢項，並利用離散小波分析將所有資料進行不同長短期之分解，所有資料皆分解成 4 個階層，依據伸縮與平移參數 2^j ，將 j 設為 4 以做為最大分解的階層數，其中 s_4 為最高頻之係數，其所代表之意義為最為長期之資料，而 d_4 至 d_1 則由次高頻到最低頻之係數部分。離散小波分解後的結果圖分別如下：

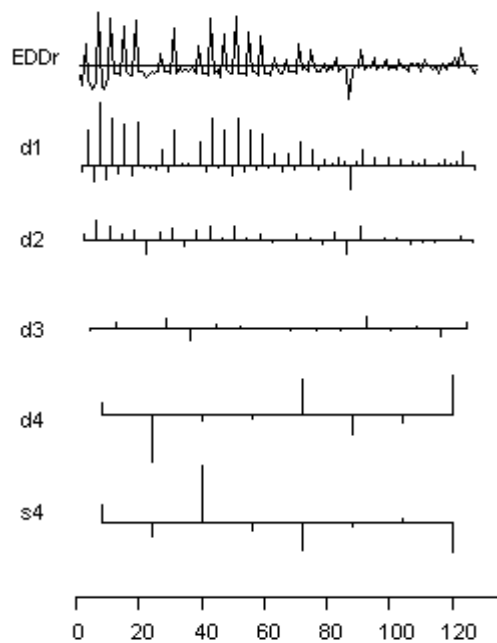


《圖4-2》經濟成長率之小波分解

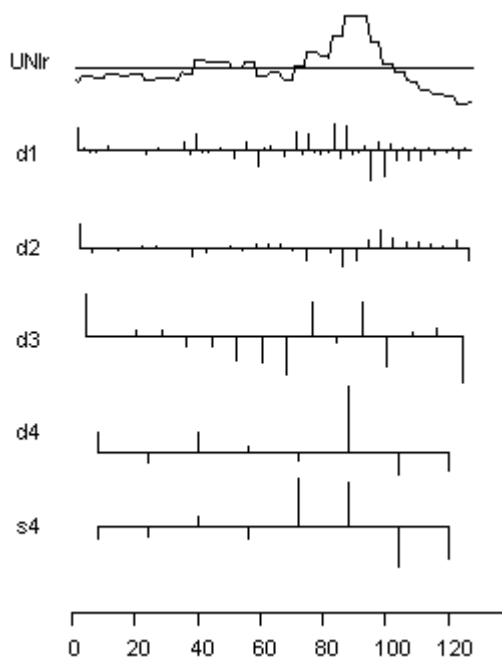
根據上圖之說明，可了解小波分析可將資料分解成不同頻率以及時間長度之係數，若將不同長短期之係數加總後($d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + s_4$)，即可取得原始資料之值，而下圖將其他變數也進行小波分析結果如下：



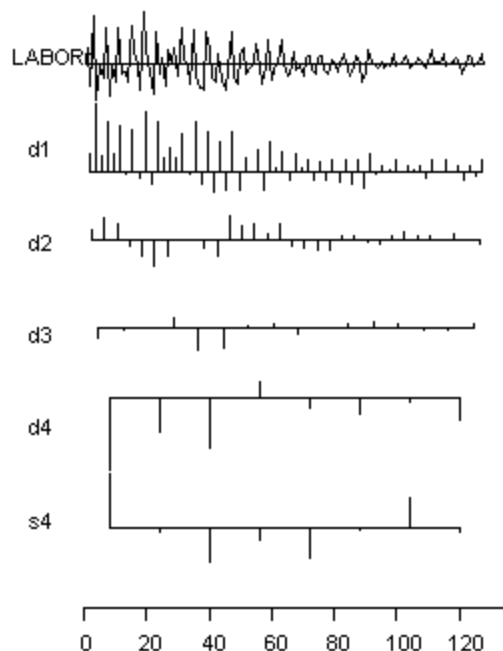
《圖 4-3》儲蓄率成長率之小波分解



《圖 4-4》教育經費成長率之小波分解



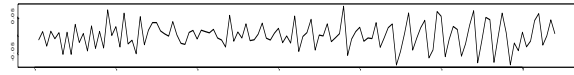
《圖 4-5》大學生人數成長率之小波分解



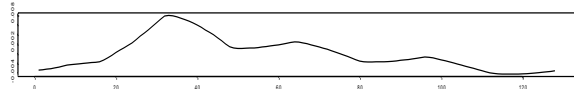
《圖 4-6》勞動人口數成長率之小波分解

當資料經小波分析拆解後，不同長短期之各個係數值會因拆解而造成資料減少，故需將資料重組回原始資料之筆數，才可進行不同長短期係數之分析，下圖為將拆解之係數重組成原筆數之線性圖形，分別如下：

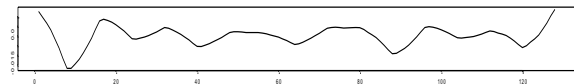
經濟成長率之原始圖形



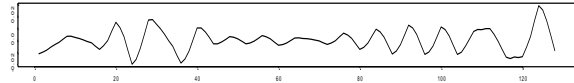
經濟成長率之 s_4 圖形



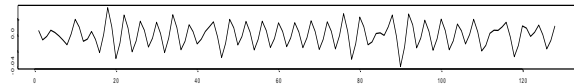
經濟成長率之 d_4 圖形



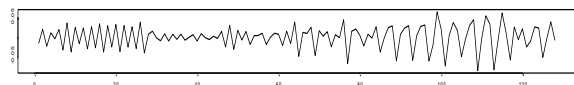
經濟成長率之 d_3 圖形



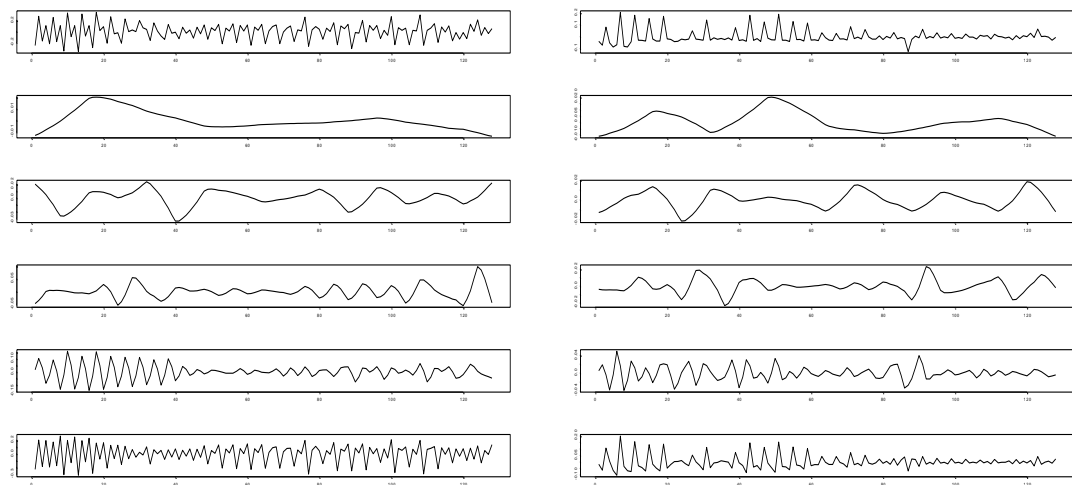
經濟成長率之 d_2 圖形



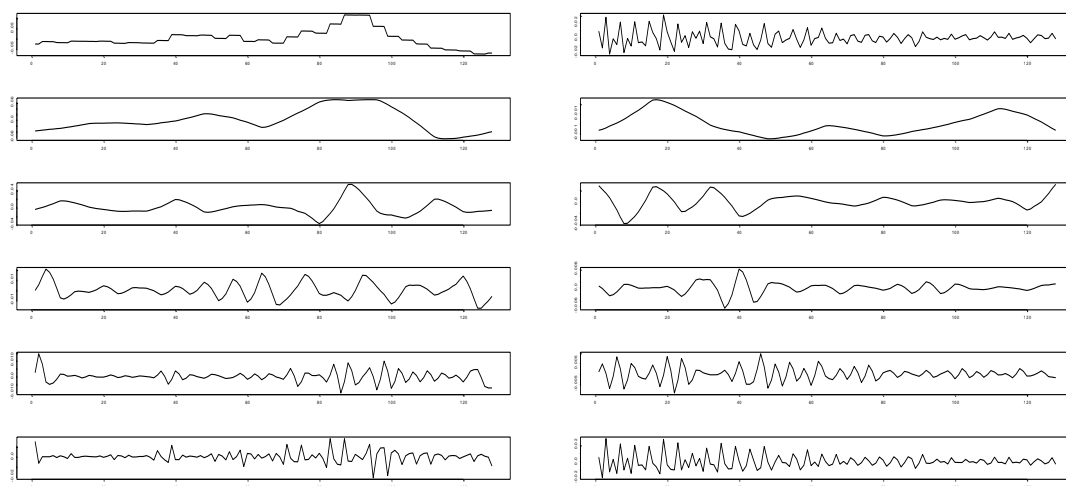
經濟成長率之 d_1 圖形



《圖 4-7》經濟成長率之小波分解重組



《圖 4-8》儲蓄率成長率之小波分解重組 《圖 4-9》教育經費成長率之小波分解重組



《圖 4-10》大學生人數成長率之小波分解重組 《圖 4-11》勞動人口數成長率小波分解重組

4.3 單根檢定

將小波轉換分析中重組回的係數取出後，每筆資料可取得 5 筆不同長短期之係數，將每筆資料做單根檢定檢測資料是否符合定態。本文利用 ADF 單根檢定，檢定是針對有截距項和時間趨勢項之模型進行檢測，模型如下：

$$\Delta X_t = c + \gamma T + \lambda X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta X_{t-i} + \epsilon_t \quad (4.3.1)$$

c ：截距項

T ：時間趨勢項

$$\begin{cases} H_0 : \text{具有單根} \\ H_1 : \text{不具有單根} \end{cases}$$

下表分別為 s_4 至 d_1 係數之單根檢定，其中表 4-1 顯示 s_4 為 $I(1)$ 之係數值，無法拒絕虛無假設，故表示 s_4 有單根存在，而 d_4 以及 d_1 之檢定結果顯示，皆以 1% 之顯示水準拒絕虛無假設，故 d_4 至 d_1 之係數皆無單根存在，屬於 $I(0)$ 之係數值，其單根檢定結果分別如下表所示：

<表 4-1> s_4 之係數單根檢定

變數名稱	t 值	p 值
經濟成長率	-0.8728	0.7937
儲蓄率成長率	-2.2064	0.2052
教育經費成長率	-1.0459	0.7349
大學生人數成長率	-1.2627	0.6450
勞動人口數成長率	-2.5628	0.1037

註： 1.*、**、***表示 10%、5%、1%顯示水準下拒絕虛無假設

2.本研究整理

<表 4-2> d_4 之係數單根檢定

變數名稱	t 值	p 值
經濟成長率	-3.7879	0.0040***
儲蓄率成長率	-4.2770	0.0008***
教育經費成長率	-4.0194	0.0019***
大學生人數成長率	-3.8114	0.0037***
勞動人口數成長率	-3.8398	0.0034***

註： 1.*、**、***表示 10%、5%、1%顯示水準下拒絕虛無假設

2.本研究整理

<表 4-3> d_3 之係數單根檢定

變數名稱	t 值	p 值
經濟成長率	-8.2138	0.0000***
儲蓄率成長率	-8.9450	0.0000***
教育經費成長率	-9.5064	0.0000***
大學生人數成長率	-7.8290	0.0000***
勞動人口數成長率	-4.8449	0.0001***

註： 1.*、**、***表示 10%、5%、1%顯示水準下拒絕虛無假設

2.本研究整理

<表 4-4> d_2 之係數單根檢定

變數名稱	t 值	p 值
經濟成長率	-8.5162	0.0000***
儲蓄率成長率	-9.5672	0.0000***
教育經費成長率	-9.0511	0.0000***
大學生人數成長率	-7.3239	0.0000***
勞動人口數成長率	-4.3919	0.0005***

註： 1.*、**、***表示 10%、5%、1%顯示水準下拒絕虛無假設

2.本研究整理

<表 4-5> d_1 之係數單根檢定

變數名稱	t 值	p 值
經濟成長率	-9.1712	0.0000***
儲蓄率成長率	-10.30778	0.0000***
教育經費成長率	-9.1421	0.0000***
大學生人數成長率	-8.5839	0.0000***
勞動人口數成長率	-11.2708	0.0000***

註： 1.*、**、***表示 10%、5%、1%顯示水準下拒絕虛無假設

2.本研究整理

4.4 向量自我迴歸

在進行共整合、向量誤差檢定以及 Granger 因果關係檢定時，需藉由向量自我迴歸(VAR)來找尋最適落後期，最適落後期選用 AIC 以及 SC 相對最小值所對應的落後期，本文所使用之樣本數量為 128 筆，為避免落後期選擇過少或過多，造成估計無效率或偏誤，故本文選用 AIC 之最小值來作為最適落後期選擇之標的。根據 VAR 之檢定結果於表 4-6 及表 4-7，其中 s_4 之係數最適落後期為第 3 期；在 d_4 和 d_3 之係數皆需選擇落後 2 期作為最適落後期； d_2 則需選擇第 8 期作為最適落後期；最後 d_1 則以第 14 期作為最適落後期，檢定結果分別如下所示：

<表 4-6> s_4 、 d_4 與 d_3 最適落後期

LAGs	s_4		d_4		d_3	
	AIC	SC	AIC	SC	AIC	SC
1	-34.58265	-34.17111	-28.64757	-28.20054	-23.81519	-23.34040
2	-41.69005	-41.07274	-33.89720*	-33.22067*	-27.66031*	-26.94813*
3	-42.06873*	-41.24565*	-33.87941	-32.98537	-27.61426	-26.66468

註： 1.*表示最適落後期

2.本研究整理

<表 4-7> d_2 與 d_1 最適落後期

LAGs	d_2		d_1	
	AIC	SC	AIC	SC
1	-18.94650	-18.47171	-14.92571	-14.45092
2	-22.48290	-21.77072	-15.85417	-15.14198
3	-23.00336	-22.05378	-18.63609	-17.68651
4	-24.97086	-23.78389	-19.22304	-18.03607
5	-25.17615	-23.75178	-19.84381	-18.41944
6	-26.34597	-24.68421	-20.09837	-18.43661
7	-26.38934	-24.49018	-20.54618	-18.64702
8	-27.18926*	-25.05271*	-21.30592	-19.16937
9	-27.13214	-24.75819	-21.49828	-19.12433
10	/	/	-21.66978	-19.05843
11			-21.70796	-18.85922
12			-22.18943	-19.10330
13			-22.36535	-19.04182
14			-22.40066*	-18.83973*
15			-22.33052	-18.53220

註： 1.*表示最適落後期

2.本研究整理

4.5 共整合檢定與向量誤差修正模型⁴

4.5.1 共整合檢定

根據表 4-1 結果顯示 s_4 具有單根，其係數值為 $I(1)$ 之數列，本節利用 Engle and Granger(1987)所提出之共整合檢定來檢視 s_4 之係數是否具有共整合關係，經檢定結果顯示 s_4 之係數，皆具有共整合關係，則必定存在向量誤差修正模型，故本節擬利用共整合以及向量誤差修正模型來檢視 s_4 係數間之相互影響關係。在上述章節中已選定 s_4 係數之最適落後期為第 3 期後，透過共整合檢定來找出共整合之向量個數(r)如下表 4-8 所示：

⁴ 詳述之表格於附錄一。

<表 4-8>軌跡檢定以及最大特性根檢定的結果

虛無假設	特性根	Trace 統計量	5% 臨界值	1% 臨界值
$r \leq 0^*$	0.185382	61.16863	42.91525	0.0003
$r \leq 1^*$	0.149189	35.74424	25.87211	0.0021
$r \leq 2^*$	0.118997	15.71012	12.51798	0.0141
$r \leq 0^*$	0.185382	25.42439	25.82321	0.0564
$r \leq 1^*$	0.149189	20.03412	19.38704	0.0403
$r \leq 2^*$	0.118997	15.71012	12.51798	0.0141

註： 1.*代表在 5%顯著水準下拒絕虛無假設

2.本研究整理

由上表軌跡檢定結果顯示，在 5%的顯示水準下，皆拒絕虛無假設，表變數間具有至少一組之共整合向量，而最大特性根檢定結果則顯示拒絕 $H_0 : r \leq 1$ 和 $H_0 : r \leq 2$ ，故表示變數間具有長期穩定之均衡關係如下所示：

$$EG = 2.541958SR - 0.28979UNI + 0.000285T \quad (4.5.1)$$

$$[-6.53900]^{***} \quad [5.60794]^{***} \quad [-4.79600]^{***}$$

$$EG = 0.015897UNI + 6.07E^{-05}T \quad (4.5.2)$$

$$SR = 0.120256UNI + 0.000136T \quad (4.5.3)$$

註： 1. []為t值

2. *, **, ***表示係數在顯示水準 10%、5%與 1%下為顯著

上式中顯示出內生變數間相互之關係，式(4.5.1)可看出大學生人數成長率與經濟成長率之直接效果為負相關，及當大學生人數增加時會排擠到其他私有或公共資本，造成經濟成長率期初會有下降的趨勢，而式(4.5.2)以及式(4.5.3)皆可看出大學生人數成長率與經濟成長率具有間接效果之正相關，則可說明大學生人數的增長長期和人力資本的累積是有助於經濟發展。

4.5.2 向量誤差修正模型

透過共整合檢定可以了解到總體變數長期均衡時變數間之影響，而向量誤差修正模型可藉由長期狀態來了解不同變數間短期動態調整之關係，在 VAR 時我們選定了最適落後期為第 3 期，故 VECM 會展現出落後三期之變數間的相互關聯，經濟成長率之向量修正模型估計結果如下：

$$\begin{aligned}\Delta EG_t = & -4.10E^{-06***}(EG - 2.54SR + 0.29UNI - 0.000285T) \\ & + 1.45***\Delta EG_{t-1} - 0.59***\Delta EG_{t-2} + 0.0018*ED_t\end{aligned}\quad (4.5.4)$$

其中 ΔEG_{t-1} 、 ΔEG_{t-2} 與 ED_t 之係數值分別於 10% 以及 1% 的顯示水準下顯著異於零，式(4.5.4)可看出總體變數長期均衡與短期經濟成長率具有負向之關係，當總體變數長期均衡增加時，短期經濟成長率會負向來修正，而外生變數教育經費成長率短期與經濟成長率呈現正向之關聯，當教育經費成長率增加(減少)時，會使得經濟成長率也會上升(下降)。

儲蓄率成長率之向量修正模型估計結果呈現於下式(4.5.5)，該式顯示總體變數長期均衡、 ΔSR_{t-1} 、 ΔSR_{t-2} 、 ΔUNI_{t-1} 、 $Labor_t$ 分別於 10% 與 1% 之顯示水準下顯著異於零，總體變數長期均衡與短期儲蓄率成長率間具有正向的調整，而勞動人口數成長率則與經濟成長率呈現正相關，當短期勞動人口數成長率增加(減少)時，能使得儲蓄率成長率增加(減少)，其關係式如下所示：

$$\begin{aligned}\Delta SR = & 0.022***(EG - 2.54SR + 0.29UNI - 0.000285T) + 1.2***\Delta SR_{t-1} \\ & - 0.48***\Delta SR_{t-2} + 0.03*\Delta UNI_{t-1} + 0.34***Labor_t\end{aligned}\quad (4.5.5)$$

式(4.5.6)中 ΔUNI_{t-1} 與 ΔUNI_{t-2} 則於 10% 顯示水準下顯著的異於零，大學生人數成長率與經濟成長率相同，在對應長期均衡時會顯示出正向調整，長期均衡增加時會使得大學生人數成長率增加，其相互影響之關係式如下所示：

$$\Delta UNI_t = -0.039***(EG - 2.54SR + 0.29UNI - 0.000285T)\quad (4.5.6)$$

根據上述說明可了解短期經濟成長變動以負向調整長期經濟體系均衡之影響，短期儲蓄率成長率之變動以正向調整經濟體系長期均衡之變動，又大學生人數成長率同樣以負向調整經濟體系長期均衡之變動，當經濟體系長期均衡上升時會導致短期經濟成長反向變動，而短期儲蓄率成長率以及大學生人數成長率則會增加。

4.6 Granger 因果關係

原始資料經由小波轉換拆解後，將所有係數檢定其值是否有單根，檢測出的結果僅最長期平滑之 s_4 無法拒絕單根， d_4 至 d_1 皆拒絕單根，故其係數符合定態，本章節將拆解後又拒絕單根檢定之 d_4 至 d_1 係數，利用 Granger(1969)所研究出的因果關係來捕捉係數間的先後關係以及雙向變動關係，藉此了解經濟成長率、儲蓄率成長率、教育經費成長率、大學生人數成長率以及勞動人口數成長率之間在長短期中是否會有相互影響，而 Granger 因果關係會受到不同落後期因素所影響，故需利用上述 VAR 判定最適落後期大小，並利用不同最適落後期大小檢測 Granger 因果關係，首先檢測長期(d_4)的因果關係檢定，使用最適落後期為 2 期，表 4-9 檢定結果顯示為長期教育經費成長率的多寡顯著地影響經濟成長率，此結果符合大多文獻中提出教育經費成長率需長期投入才會使經濟成長率提高，檢定結果如下表：

<表 4-9> d_4 之 Granger 因果關係檢定

虛無假設	F 值	P 值
經濟成長率沒有影響儲蓄率成長率	0.06871	0.9336
儲蓄率成長率沒有影響經濟成長率	0.04743	0.9537
虛無假設	F 值	P 值
經濟成長率沒有影響教育經費成長率	1.73949	0.1800
教育經費成長率沒有影響經濟成長率	2.45041	0.0905*
虛無假設	F 值	P 值
經濟成長率沒有影響大學生人數成長率	0.40447	0.6682
大學生人數成長率沒有影響經濟成長率	1.84051	0.1632
虛無假設	F 值	P 值
經濟成長率沒有影響勞動人口數成長率	0.06570	0.9364
勞動人口數成長率沒有影響經濟成長率	2.03579	0.1350
虛無假設	F 值	P 值
儲蓄率成長率沒有影響教育經費成長率	1.97756	0.1429
教育經費成長率沒有影響儲蓄率成長率	1.41776	0.2463
虛無假設	F 值	P 值
儲蓄率成長率沒有影響大學生人數成長率	0.01523	0.9849
大學生人數成長率沒有影響儲蓄率成長率	0.53683	0.5860
虛無假設	F 值	P 值
儲蓄率成長率沒有影響勞動人口數成長率	1.13700	0.3242
勞動人口數成長率沒有影響儲蓄率成長率	1.80769	0.1684
虛無假設	F 值	P 值
大學生人數成長率沒有影響教育經費成長率	1.36472	0.2594
教育經費成長率沒有影響大學生人數成長率	0.71378	0.4918
虛無假設	F 值	P 值
大學生人數成長率沒有影響勞動人口數成長率	1.09198	0.3388
勞動人口數成長率沒有影響大學生人數成長率	0.32159	0.7256

註： 1. *、**、***表示 10%、5%、1%顯示水準下拒絕虛無假設

2.本研究整理

次長期(d_3)根據向量自我迴歸檢測結果為表 4-10,可得到最適落後期為 2 期,將其應用於 Granger 因果關係檢定後,可得到經濟成長率以及儲蓄率成長率之高低會影響大學生之人數成長率,此可說明當景氣較佳時,會刺激就學和進修之意願,而教育經費成長率則會影響到儲蓄率成長率之高低,其檢定結果表如下:

<表 4-10> d_3 之 Granger 因果關係檢定

虛無假設	F 值	P 值
經濟成長率沒有影響儲蓄率成長率	0.44179	0.6439
儲蓄率成長率沒有影響經濟成長率	0.72927	0.4844
虛無假設	F 值	P 值
經濟成長率沒有影響教育經費成長率	0.88909	0.4137
教育經費成長率沒有影響經濟成長率	2.06636	0.1311
虛無假設	F 值	P 值
經濟成長率沒有影響大學生人數成長率	3.50838	0.0330**
大學生人數成長率沒有影響經濟成長率	2.23747	0.1111
虛無假設	F 值	P 值
經濟成長率沒有影響勞動人口數成長率	0.30677	0.7364
勞動人口數成長率沒有影響經濟成長率	0.60209	0.5493
虛無假設	F 值	P 值
儲蓄率成長率沒有影響教育經費成長率	0.03894	0.9618
教育經費成長率沒有影響儲蓄率成長率	4.08151	0.0193**
虛無假設	F 值	P 值
儲蓄率成長率沒有影響大學生人數成長率	2.62694	0.0764*
大學生人數成長率沒有影響儲蓄率成長率	1.86008	0.1601
虛無假設	F 值	P 值
儲蓄率成長率沒有影響勞動人口數成長率	0.92251	0.4003
勞動人口數成長率沒有影響儲蓄率成長率	0.10491	0.9003
虛無假設	F 值	P 值
大學生人數成長率沒有影響教育經費成長率	0.32724	0.7215
教育經費成長率沒有影響大學生人數成長率	0.26207	0.7699
虛無假設	F 值	P 值
大學生人數成長率沒有影響勞動人口數成長率	1.20175	0.3042
勞動人口數成長率沒有影響大學生人數成長率	0.55436	0.5759

註： 1. *、**、***表示 10%、5%、1%顯示水準下拒絕虛無假設

2.本研究整理

在次短期(d_2)之向量自我相關檢定中顯示最適落後期為 8 期，將此期數放入 Granger 因果關係檢定中後，可得到如同 d_3 所顯示的經濟成長率以及儲蓄率成長率高低能有效的影響大學生人數成長率之多寡，而經濟成長率之增減還能影響教育經費成長率之高低，其檢驗結果如下表所示：

<表 4-11> d_2 之 Granger 因果關係檢定

虛無假設	F 值	P 值
經濟成長率沒有影響儲蓄率成長率	1.05418	0.4011
儲蓄率成長率沒有影響經濟成長率	0.50041	0.8534
虛無假設	F 值	P 值
經濟成長率沒有影響教育經費成長率	2.73870	0.0088***
教育經費成長率沒有影響經濟成長率	0.87935	0.5366
虛無假設	F 值	P 值
經濟成長率沒有影響大學生人數成長率	2.22915	0.0310**
大學生人數成長率沒有影響經濟成長率	1.13047	0.3493
虛無假設	F 值	P 值
經濟成長率沒有影響勞動人口數成長率	0.84006	0.5696
勞動人口數成長率沒有影響經濟成長率	0.79386	0.6092
虛無假設	F 值	P 值
儲蓄率成長率沒有影響教育經費成長率	1.02457	0.4225
教育經費成長率沒有影響儲蓄率成長率	0.64306	0.7399
虛無假設	F 值	P 值
儲蓄率成長率沒有影響大學生人數成長率	2.50720	0.0157**
大學生人數成長率沒有影響儲蓄率成長率	0.37477	0.9318
虛無假設	F 值	P 值
儲蓄率成長率沒有影響勞動人口數成長率	1.05790	0.3985
勞動人口數成長率沒有影響儲蓄率成長率	1.07734	0.3849
虛無假設	F 值	P 值
大學生人數成長率沒有影響教育經費成長率	1.36412	0.2217
教育經費成長率沒有影響大學生人數成長率	0.37115	0.9336
虛無假設	F 值	P 值
大學生人數成長率沒有影響勞動人口數成長率	0.35772	0.9402
勞動人口數成長率沒有影響大學生人數成長率	0.74229	0.6540

註： 1. *、**、***表示 10%、5%、1%顯示水準下拒絕虛無假設

2.本研究整理

在最短期的小波分解係數(d_1)經由 VAR 找尋到最適合的落後期為 5 期，故將落後期 14 期帶入 Granger 因果關係檢定中，表 4-12 顯示出經濟成長率與儲蓄率成長率間具有雙向之因果關係，而大學生人數成長率短期投入於勞動力市場，將顯著影響勞動人口數成長率，故大學生數量之增減對於勞動人口數成長率之影響較大。其分析之結果表如下：

<表 4-12> d_1 之 Granger 因果關係檢定

虛無假設	F 值	P 值
經濟成長率沒有影響儲蓄率成長率	1.93533	0.0334**
儲蓄率成長率沒有影響經濟成長率	2.55887	0.0041***
虛無假設	F 值	P 值
經濟成長率沒有影響教育經費成長率	0.50334	0.9252
教育經費成長率沒有影響經濟成長率	0.67330	0.7939
虛無假設	F 值	P 值
經濟成長率沒有影響大學生人數成長率	0.63419	0.8293
大學生人數成長率沒有影響經濟成長率	0.37469	0.9787
虛無假設	F 值	P 值
經濟成長率沒有影響勞動人口數成長率	0.52568	0.9116
勞動人口數成長率沒有影響經濟成長率	0.54688	0.8976
虛無假設	F 值	P 值
儲蓄率成長率沒有影響教育經費成長率	0.65759	0.8084
教育經費成長率沒有影響儲蓄率成長率	1.10159	0.3684
虛無假設	F 值	P 值
儲蓄率成長率沒有影響大學生人數成長率	0.29716	0.9930
大學生人數成長率沒有影響儲蓄率成長率	1.22247	0.2747
虛無假設	F 值	P 值
儲蓄率成長率沒有影響勞動人口數成長率	0.50320	0.9252
勞動人口數成長率沒有影響儲蓄率成長率	1.43312	0.1559
虛無假設	F 值	P 值
大學生人數成長率沒有影響教育經費成長率	0.34085	0.9863
教育經費成長率沒有影響大學生人數成長率	0.17782	0.9996
虛無假設	F 值	P 值
大學生人數成長率沒有影響勞動人口數成長率	2.24217	0.0121**
勞動人口數成長率沒有影響大學生人數成長率	0.58582	0.8692

註： 1. *、**、***表示 10%、5%、1%顯示水準下拒絕虛無假設

2.本研究整理

4.7 衝擊反應函數分析

衝擊反應可看出當某一內生變數發生一個標準差大小之自發性變動的動態影響過程，而 Granger 因果關係僅能看出因果關係，無法觀察自發性衝擊之變動，藉由衝擊反應函數即可看出內生變數當期以及未來數期的動態影響過程，在 d_4 以

及 d_1 係數受到突發性衝擊時皆呈現上下波動，但皆條件收斂至零。

圖4-12到圖4-14顯示在 d_4 之內生變數受到衝擊時的反應，其值為長期之係數，故波動幅度最小且最為平滑，由經濟成長受到衝擊之圖4-12中可看出，經濟成長率呈現較大波動反應，其次為大學生人數成長率之波動和儲蓄率成長率之波動，經濟成長率在受到衝擊後自0.00637單位向上攀升至最高點第4期之0.001428單位後，又向下降至最低點第12期-0.000628單位，爾後經濟成長率不斷於零值上下波動，直到第68期後趨近於零；而儲蓄率成長率以及大學生人數成長率皆自零值往下降低，至第十期和第八期分別達到最低點，最後又分別於第75期和第67期以後趨近於零。

當 d_4 之儲蓄率成長率受到非預期之衝擊時於圖 4-13，可看出經濟成長率仍受到最大影響，而儲蓄率成長率為其次，最後為大學生人數成長率，經濟成長率仍於第4期達到最大值0.002708單位後，向下墜落到第11期的-0.001348單位後，不斷以零為目標上下波動，直到第70期後收斂至趨近於零；而儲蓄率成長率顯示期初為0.000775單位向上攀升至最大值第4期0.002038單位，而到了第14期達到最小值-0.001399單位後，儲蓄率成長率於零值上下波動，直到第97期後才漸漸趨近於零值；大學生人數成長率則從零值出發於第7期時產生最小值-0.00984單位，而到了第15期後有最大值0.001115單位，最後第77期後逐漸收斂到零值。

當大學生人數成長率受到非預期之外生衝擊後，於圖 4-14 顯示出大學生人數成長率顯著的受到較大影響，其次為經濟成長率之波動，最後為儲蓄率成長率之波動，故大學生人數成長率若受到自發性衝擊其反應會影響最大。經濟成長率期初於負值出發於第6期達-0.002803單位最小值，而於第17期時達到最大值，爾後不斷於零值上下波動後於第70期後收斂至趨近於零；儲蓄率則於第4期達-0.001649最小單位，而到了第13期達最大值0.001514單位後，於零值上下波動，直到第98期後才趨近於零；又大學生人數成長率則期初以正值出發，於第5期

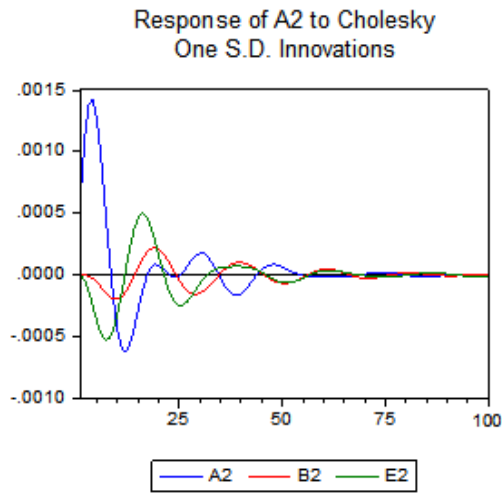
達最大值 0.003977 單位，到了第 16 期後則顯示出最小值-0.002194 單位，之後變數於零值上下波動，直到第 70 期後才趨近於零。

下述圖 4-15 至圖 4-23 因圖形震盪過大，故以概述說明之，圖 4-15 至圖 4-17 顯示若 d_3 之內生變數受到非預期之自發性衝擊時，相較於 d_4 圖形更加緊密，因其值相對較短期頻率較高，當經濟成長率受到衝擊時，其結果大致與 d_4 之結果相同，皆為經濟成長率波動最大；而若儲蓄率成長率受到非預期之衝擊後，經濟成長率之波動仍為最大，但儲蓄率成長率與大學生人數成長率之波動幅度大致相同；當大學生人數成長率若受到自發性衝擊之影響，則大學生人數成長率仍然呈現最大幅度之變動，其次為經濟成長率，最後為儲蓄率成長率。

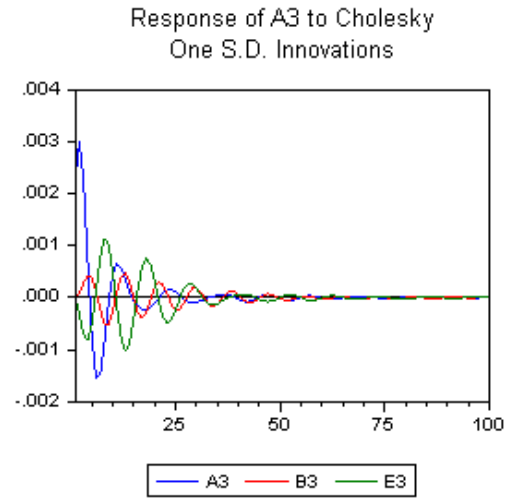
圖 4-18 至圖 4-20 顯示出 d_2 之內生變數若受到衝擊時，相對前兩者更加之緊密，一旦經濟成長率受到衝擊後，可明顯看出經濟成長率仍受到最大之影響，而儲蓄率成長率以及大學生人數成長率之影響相對前面之 d_3 以及 d_4 影響更小；而若儲蓄率成長率受到衝擊後，由數值可看出經濟成長率與儲蓄率成長率幾乎已同方向變動，而儲蓄率成長率所受到之衝擊與 d_3 以及 d_4 相比更大，兩者間以無法判定何者較大或小；又大學生人數成長率受到衝擊時，大學生人數成長率仍顯示出較大之波動。

d_1 之內生變數受到衝擊後，因其值為最短期之係數，故可看出圖 4-21 至圖 4-23 中之頻率較大且最為緊密，經濟成長率若受到衝擊後，經濟成長率與儲蓄率成長率皆呈現較大之波動，最終經濟成長率會向零值趨近，而儲蓄率成長率僅能在零值上下震盪，而大學生人數成長率也同時受到影響，但影響程度相對經濟成長率與儲蓄率成長率小，而最終大學生人數成長率為三者中最趨近於零；若儲蓄率成長率受到衝擊時，經濟成長率之波動相對平緩且上下震盪接近零值，而儲蓄率成長率為三者中影響最劇烈，最終仍緩慢趨近於零值；又若大學生人數成長率受到衝擊後，仍為大學生人數成長率產生最大幅度之波動且影響最大，而經濟成長率以及儲蓄率成長率則相對較小。

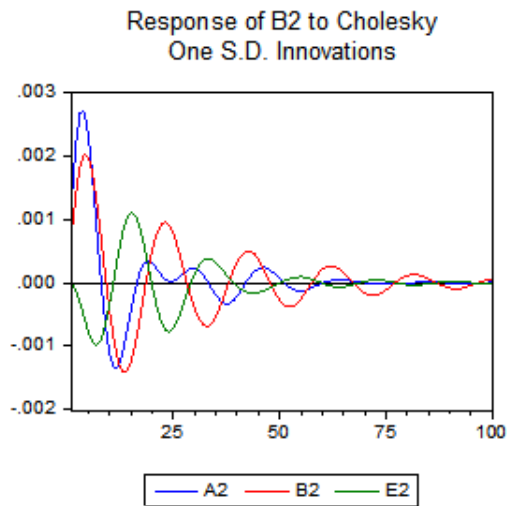
《圖 4-12》 d_4 之經濟成長率受到衝擊



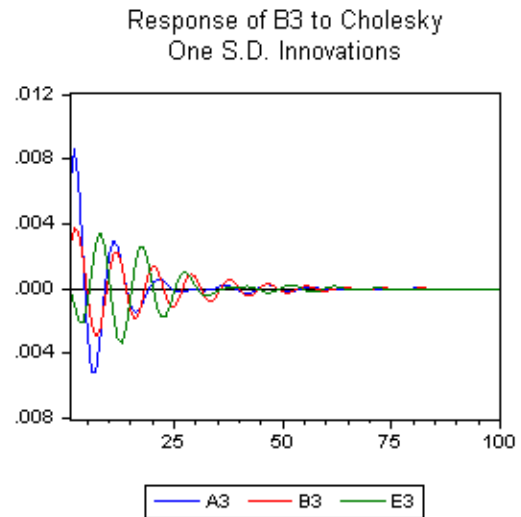
《圖 4-15》 d_3 之經濟成長率受到衝擊



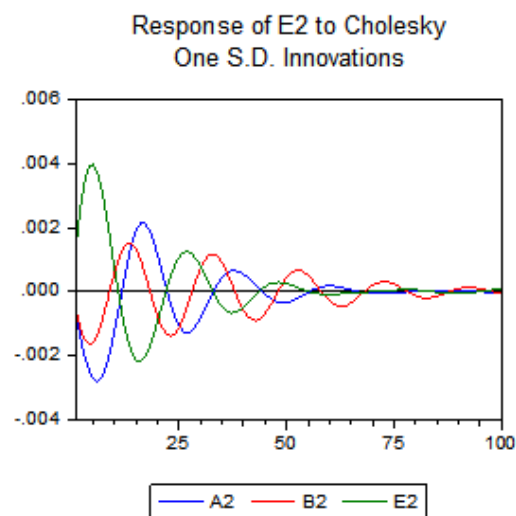
《圖 4-13》 d_4 之儲蓄率成長率受到衝擊



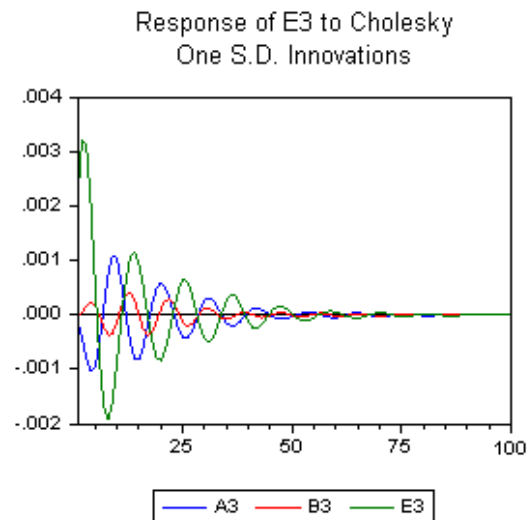
《圖 4-16》 d_3 之儲蓄率成長率受到衝擊



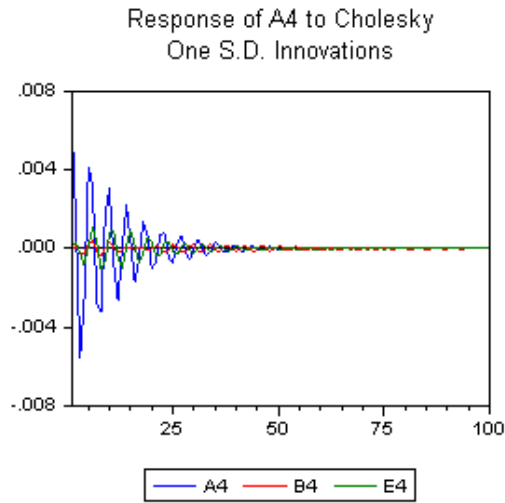
《圖 4-14》 d_4 之大學生人數成長率受到衝擊



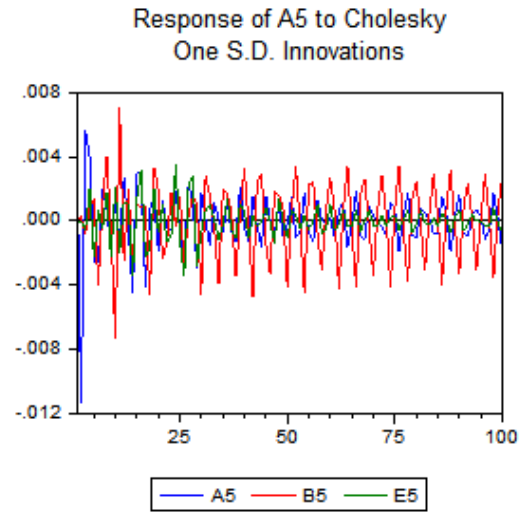
《圖 4-17》 d_3 之大學生人數成長率受到衝擊



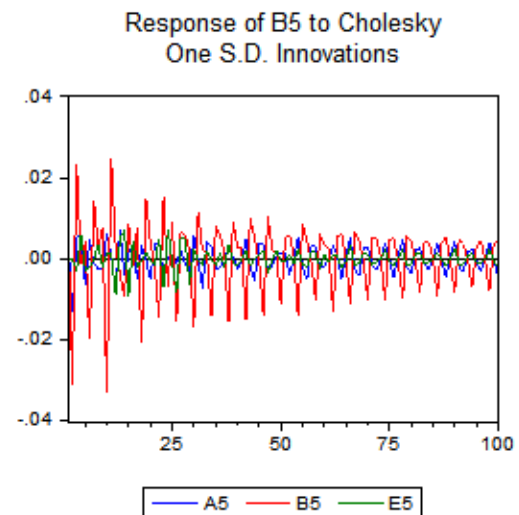
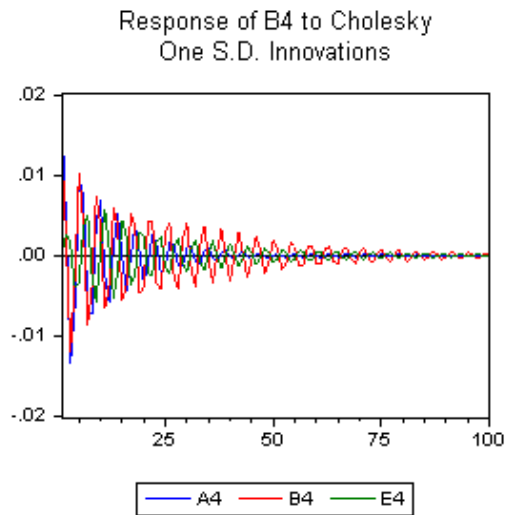
《圖 4-18》 d_2 之經濟成長率受到衝擊



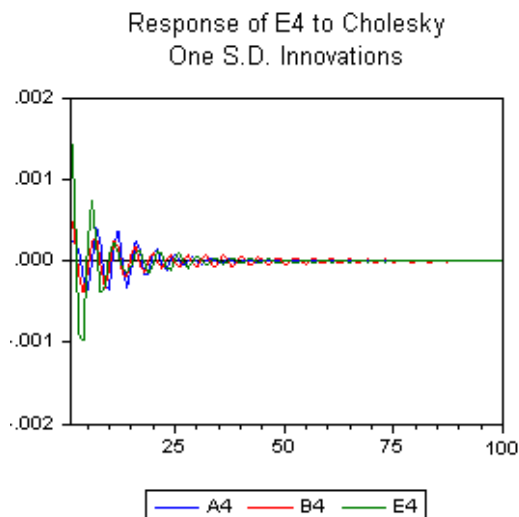
《圖 4-21》 d_1 之經濟成長率受到衝擊



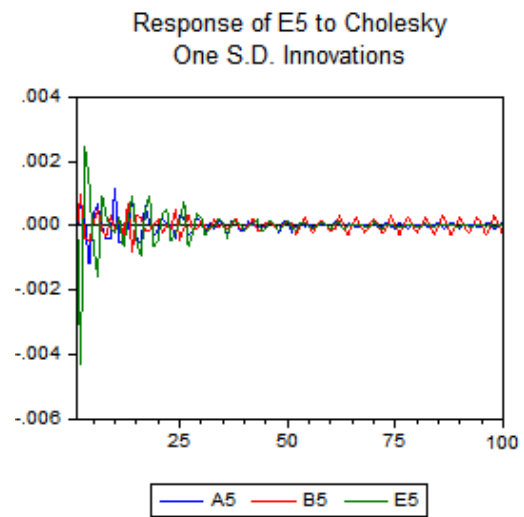
《圖 4-19》 d_2 之儲蓄率成長率受到衝擊 《圖 4-22》 d_1 之儲蓄率成長率受到衝擊



《圖 4-20》 d_2 之大學生人數成長率受到衝擊



《圖 4-23》 d_1 之大學生人數成長率受到衝擊



第五章 結論與建議

5.1 結論

本文以 Mankiw et al. (1992) 的內生成長模型為基礎，此模型將 Solow-Swan 模型加入人力資本，使得人力資本內生化，藉此了解人力資本與經濟成長率之動態關係，本文實證結果資料使用大學生人數成長率做為人力資本參數、儲蓄率成長率以及經濟成長率做為內生變數，再利用教育經費成長率和勞動人口數成長率做為外生變數，資料期間為 1979 年至 2010 年之季資料，並利用小波轉換將總體資料之不同長短期進行分解，再分別說明不同長短期資料彼此間的影響關係，藉此了解外生變數投入是否能有效提升內生變數。

本文透過共整合與向量誤差模型來檢測最為長期且平滑的不穩定係數，其檢定結果顯示：大學生人數成長率的增加期初會排擠私有資本和公共資本導致經濟成長率下降，故產生負的直接效果；而長期而言，大學生人數成長率的增加能與經濟成長率產生正向的間接效果，及大學生人數成長率的增加或人力資本累積的增加能對經濟成長率產生正面的效果。向量誤差修正模型結果說明了若長期內生變數均衡失調時，短期經濟成長率會以負向進行修正，而儲蓄率成長率以及大學生人數成長率則會以正向做修正，來使得長期內生變數回到原均衡水準；另外，教育經費成長率以及勞動人口數成長率與短期經濟成長率呈現正向關係，短期大學生人數成長率則與外生變數有反向關係，而短期儲蓄率成長率則與教育經費成長率呈現反向關係，與勞動人口數成長率呈現正向關連。

再利用 Granger 因果關係研究長期至最短期的穩定係數彼此間相互關係，長期的穩定係數結果顯示出長期教育經費成長率投入有助於經濟成長率上升，與過去實證文獻結果相符合；次長期之穩定係數則說明當教育經費成長率提高有助於儲蓄率成長率增加，為了未來的教育支出增加會傾向增加目前的儲蓄，又儲蓄率成長率增加可使得大學生人數成長率增加，故產生間接的影響關連；次短期之穩定係數顯示出經濟成長率會影響教育經費成長率以及大學生人數成長率，故當次

短期時期經濟環境較佳時，將會有助於教育發展，而儲蓄率成長率會單向影響大學生人數成長率；最短期之係數展現出經濟成長率以及儲蓄率成長率呈現雙向影響關係，短期時彼此間相互牽引，而大學生人數成長率多寡影響勞動人口數成長率，短期時大學生人數成長率增加將有效提升勞動人口數成長率。

再利用衝擊反應函數分析來了解變數一旦受到非預期之外生衝擊時，內生變數是否產生跳動或持續受影響，又最終是否可達到收斂效果，不論任何內生變數受到衝擊皆會以零為中心上下跳動，最終收斂至趨近於零，長期時當經濟成長率或儲蓄率成長率受到衝擊時，皆顯示經濟成長率會有最顯著的跳動反應，而儲蓄率成長率以及大學生人數成長率則相對較小，而長期大學生人數成長率受到衝擊時，可明顯看出大學生人數成長率會產生較大反應，又次短期時，經濟成長率受到衝擊後仍會展現最大反應，而最短期時，經濟成長率或儲蓄率成長率受到衝擊後，可看出儲蓄率成長率皆會展現最大的反應。

既往之實證研究，僅能說明長期以及短期之影響，本文藉由小波分析可切割出不同時期之係數，並藉由不同係數間之相互關係，了解不同時期較細緻之變數改變，藉此可更加清楚變數的動態影響，故小波分析可展現出更佳的研究成果。

5.2 建議

本文主要探討人力資本對經濟成長率的動態影響，若加入自然資本、社會資本且放寬實質資本之假設，能更加符合目前之世界各國皆關心的人、環境以及社會間相互依存之關係，並將離散小波理論(DWT)改用於最大部分重疊離散小波理論(Maximum Overlap Discrete Wavelet Theory, MODWT)，如此可改善資料切割點間無法探討之問題，進而使研究結果更具有研究價值。

附錄

附錄一：s₄係數之向量誤差修正模型(VECM)

Error Correction	ΔEG	ΔSR	ΔUNI
CoinEq1	$-4.10E^{-06}$ [-0.00196]	0.022063 [4.63426]***	-0.038512 [-1.44098]
$\Delta EG(-1)$	1.453746 [14.3810]***	0.073668 [0.31963]	0.476703 [0.36844]
$\Delta EG(-2)$	-0.585335 [-3.44573]***	0.005895 [0.01522]	-0.319591 [-0.14699]
$\Delta EG(-3)$	0.067397 [0.66826]	0.037453 [0.16288]	-0.356775 [-0.27639]
$\Delta SR(-1)$	0.025995 [0.61065]	1.202375 [12.3884]***	0.321115 [0.58937]
$\Delta SR(-2)$	-0.047056 [-0.74259]	-0.476001 [-3.29464]***	0.258404 [0.31860]
$\Delta SR(-3)$	0.026244 [0.67658]	0.082806 [0.93631]	-0.341845 [-0.68856]
$\Delta UNI(-1)$	0.001115 [0.14056]	0.030267 [1.67281]*	1.482560 [14.5965]***
$\Delta UNI(-2)$	-0.000668 [-0.05017]	-0.033087 [-1.09037]	-0.616259 [-3.61763]***
$\Delta UNI(-3)$	0.002206 [0.27450]	0.019164 [1.04614]	0.051868 [0.50437]
C	$-6.57E^{-07}$ ([-0.10252]	$-2.20E^{-05}$ [-1.50886]	$3.00E^{-05}$ [0.36550]
ED	0.001768 [1.82925]*	-0.000819 [-0.37160]	-0.020094 [-1.62445]
Labor	0.013528 [0.35139]	0.344538 [3.92510]***	-0.612146 [-1.24228]

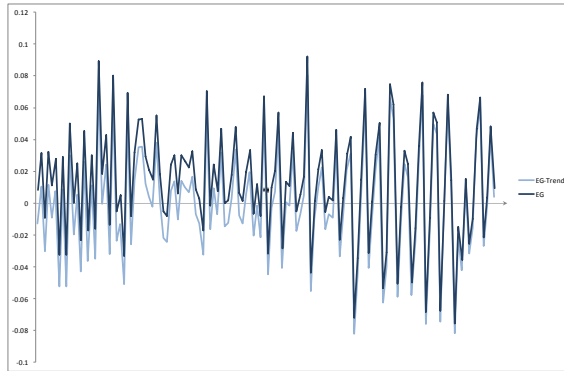
註： 1. *、**、***表示 10%、5%、1%顯示水準下拒絕虛無假設

2. []為t值

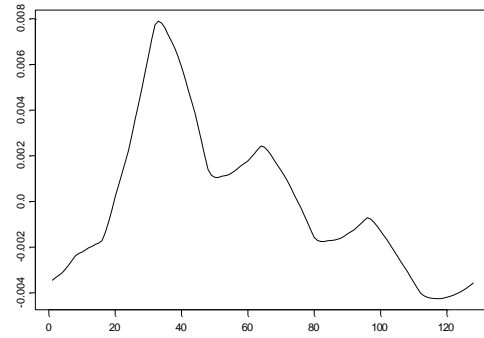
3. 10%、5%、1%之顯示水準臨界值分別為±1.64、±1.96和±2.58

附錄二：經濟成長率詳細圖形以及分解圖形

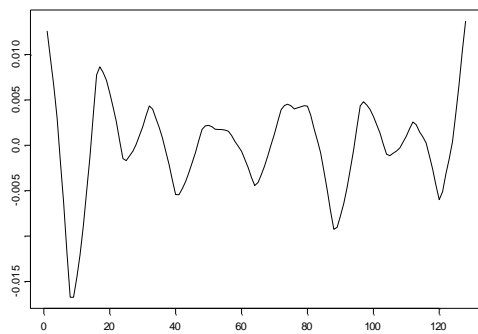
經濟成長率原始與去除趨勢項之圖形



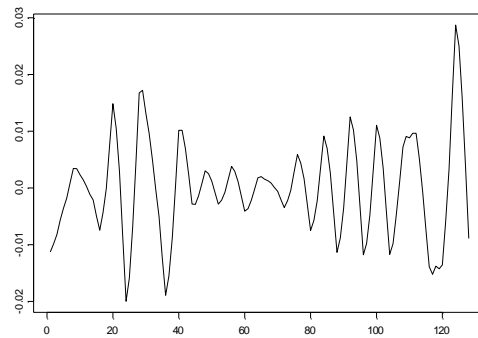
經濟成長率 S_4 之圖形



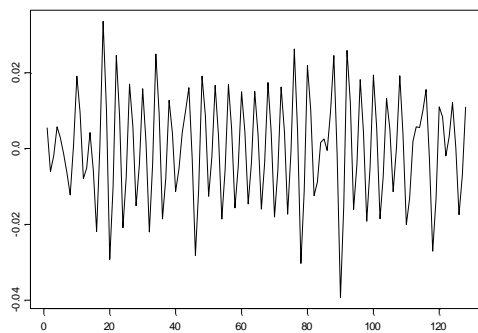
經濟成長率 d_4 之圖形



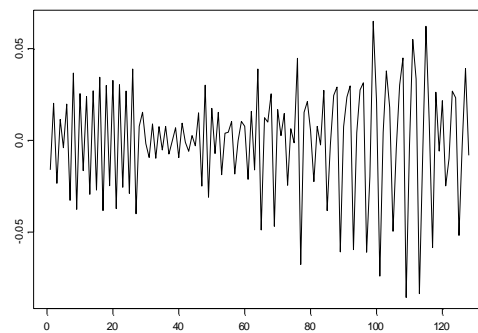
經濟成長率 d_3 之圖形



經濟成長率 d_2 之圖形

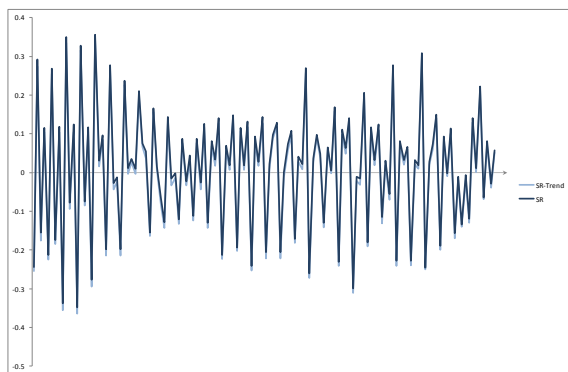


經濟成長率 d_1 之圖形

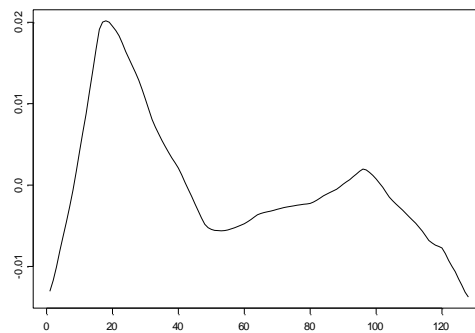


附錄三：儲蓄率成長率詳細圖形以及分解圖形

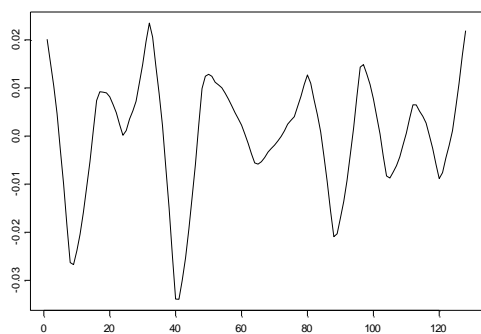
儲蓄率成長率原始與去除趨勢項之圖形



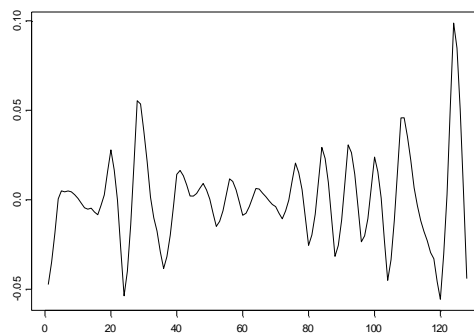
儲蓄率成長率 s_4 之圖形



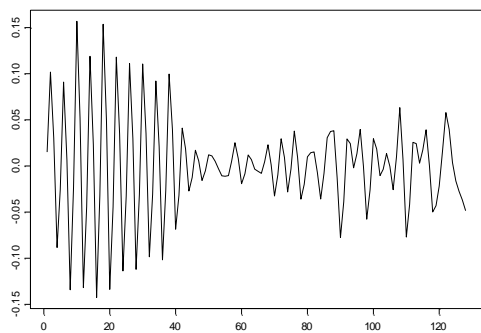
儲蓄率成長率 d_4 之圖形



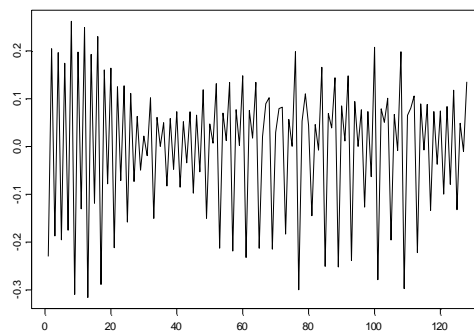
儲蓄率成長率 d_3 之圖形



儲蓄率成長率 d_2 之圖形

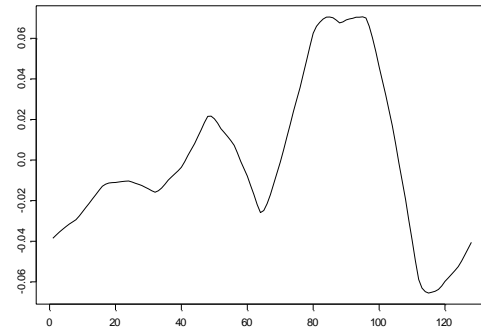
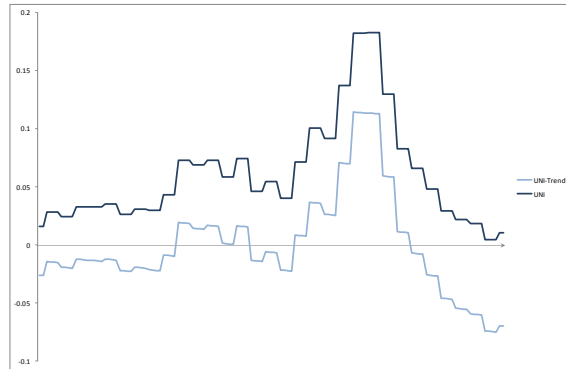


儲蓄率成長率 d_1 之圖形



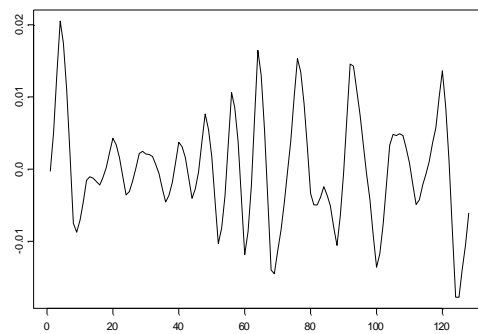
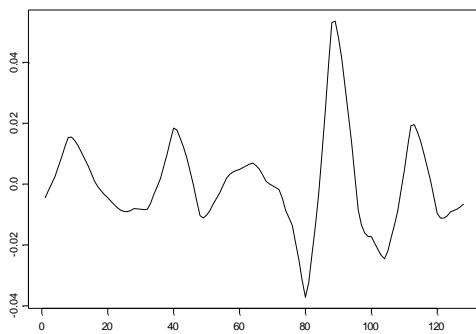
附錄四：大學生人數成長率詳細圖形以及分解圖形

大學生人數成長率原始與去除趨勢項之圖形 大學生人數成長率 s_4 之圖形



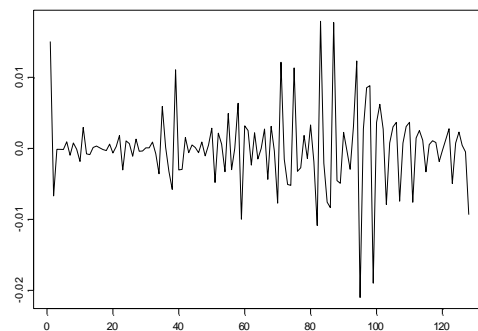
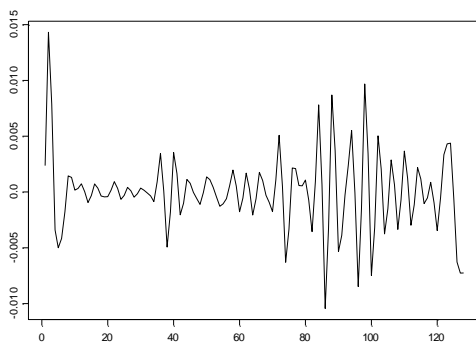
大學生人數成長率 d_4 之圖形

大學生人數成長率 d_3 之圖形



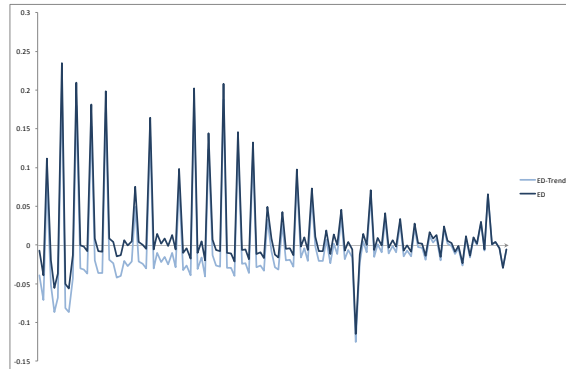
大學生人數成長率 d_2 之圖形

大學生人數成長率 d_1 之圖形

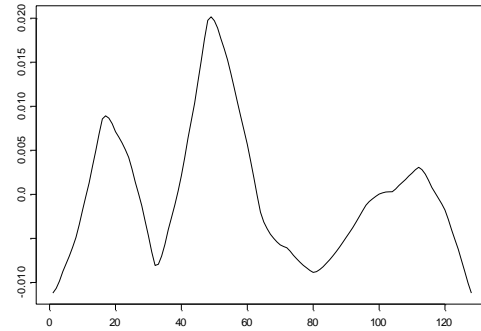


附錄五：教育經費成長率詳細圖形以及分解圖形

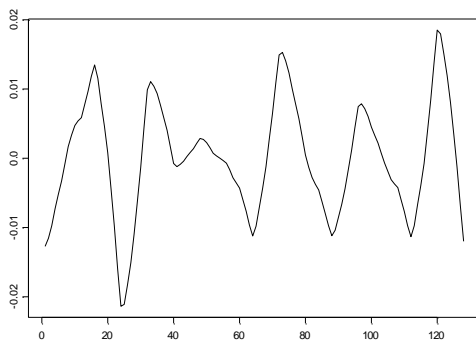
教育經費成長率原始與去除趨勢項之圖形



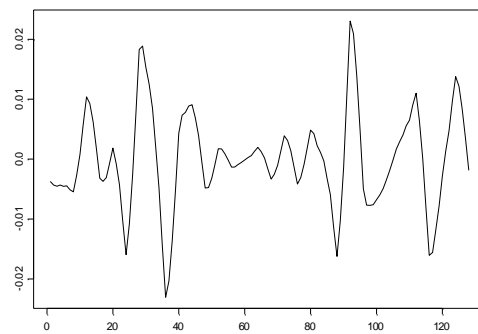
教育經費成長率 s_4 之圖形



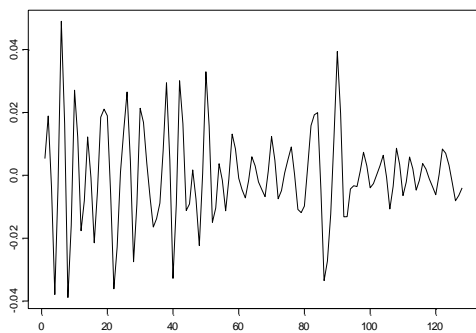
教育經費成長率 d_4 之圖形



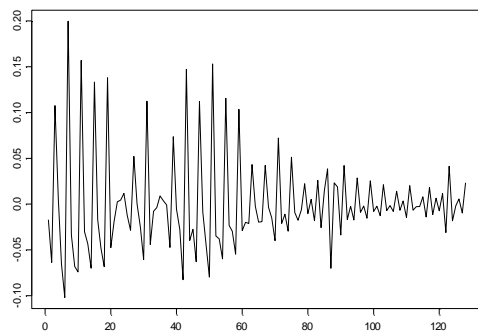
教育經費成長率 d_3 之圖形



教育經費成長率 d_2 之圖形

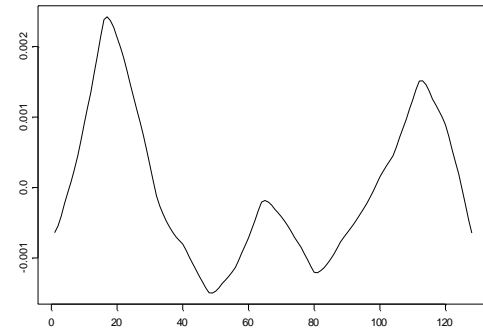
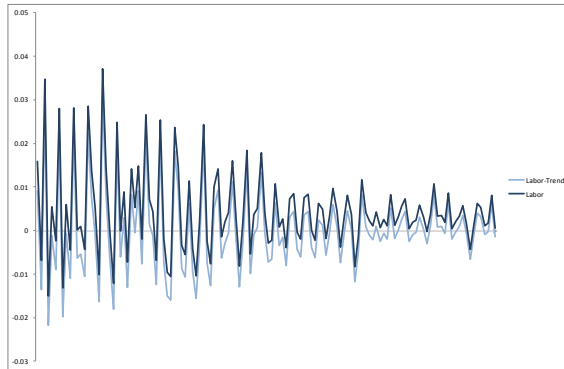


教育經費成長率 d_1 之圖形



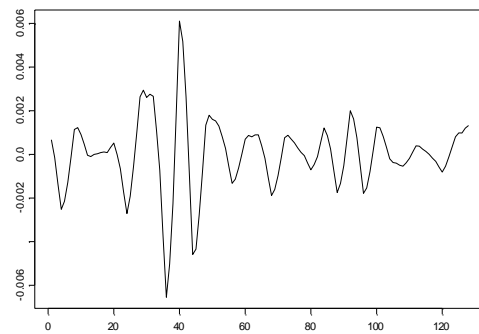
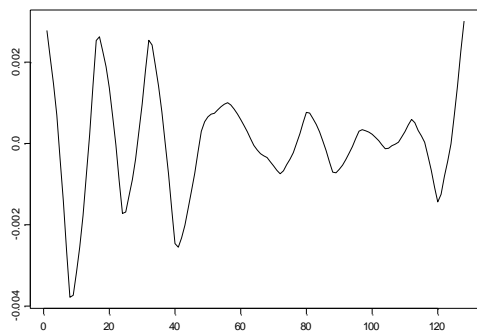
附錄六：勞動人口數成長率詳細圖形以及分解圖形

勞動人口數成長率原始與去除趨勢項之圖形 勞動人口數成長率 s_4 之圖形



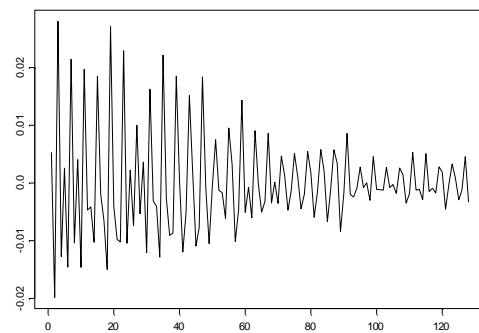
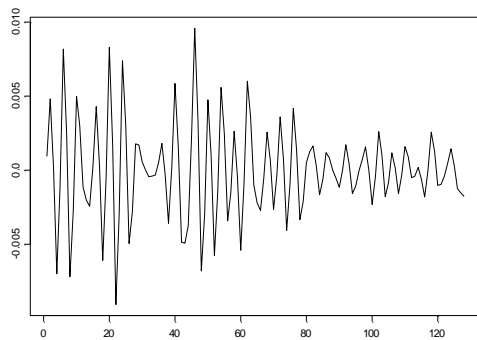
勞動人口數成長率 d_4 之圖形

勞動人口數成長率 d_3 之圖形



勞動人口數成長率 d_2 之圖形

勞動人口數成長率 d_1 之圖形



附錄七：Mankiw et al.(1992)模型折舊與收斂分析

根據(3.1.1)至(3.1.15)推導式後，可了解本文之實證計量所需之方程式，另外在仿照 Barro and Sala-I-Martin(1995，頁 36-37)的說明，則可說明變數折舊後之均衡式，一旦令 y^* 代表每有效勞動力的產出 $y = Y/NL = Y/N$ 的靜止狀態均衡值，則每有效勞動力產出 y 的收斂速度 $\lambda = (1 - \alpha - \beta)(g + l + \delta) > 0$ 須滿足下式：

$$\frac{d\ln y_t}{dt} = \lambda \left[\ln \left(\frac{y^*}{y_t} \right) \right] \quad (6.1.16)$$

再進一步仿照仿照 Barro and Sala-I-Martin(1995，頁 87-88)的說明，對動態體系的靜止狀態均衡值做對數線性化(log-linearized)可將式(6.1.16)改寫成：

$$\ln y_t = (1 - e^{-\lambda t}) \ln y^* + e^{-\lambda t} \ln y_0 \quad (6.1.17)$$

將上式左右分別減去 $\ln y_0$ ，可更進一步改寫成：

$$\ln y_t - \ln y_0 = (1 - e^{-\lambda t}) \ln y^* - (1 - e^{-\lambda t}) \ln y_0 \quad (6.1.18)$$

再將每有效勞動力的產出之靜止狀態均衡值 y^* 代入上式，可進一步將式(6.1.18)改寫成：

$$\begin{aligned} \ln y_t - \ln y_0 = & (1 - e^{-\lambda t}) \left(\frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \right) \ln(s_{k,t}) + (1 - e^{-\lambda t}) \left(\frac{\beta}{1 - \alpha - \beta} \right) \ln(s_{h,t}) \\ & - (1 - e^{-\lambda t}) \left(\frac{\alpha + \beta}{1 - \alpha - \beta} \right) \ln(g + l + \delta) - (1 - e^{-\lambda t}) \ln y_0 \end{aligned} \quad (6.1.19)$$

根據(6.1.19)式則可說明整體經濟狀態之均衡和收斂情況，若根據(6.1.19)式來進行實證研究，可取得較完整的總體變數彼此間之影響效果，但因部份取得不易，故本文未採用(6.1.19)進行實證分析。

參考文獻

中文部分：

- 王建嘉 (2008)，以 MSCI 成份股探討法人持股比率與股價之多重解析相互關係，銘傳大學財務金融學系碩士論文。
- 何家琪(2010)，高齡化社會，人力資本累積對經濟成長的影響：以台灣為例，國立成功大學經濟學系碩士論文。
- 周靖秦 (2010)，利用小波轉換以探討分析美國總體訊息指標與道瓊工業指數之關係，第十一屆全國實證經濟學研討會。
- 周靖秦,陳秀淋(2011)，利用小波轉換以探討分析美國總體訊息指標與道瓊工業指數之關係，第三期中央經濟研究院所經濟論文，339-367。
- 范正忠 (2001)，利用 Haar 小波轉換對時間序列做資料查詢-以台灣股市為例，國立台灣大學資訊管理研究所碩士論文。
- 胥愛琦、呂瓊瑜譯(2010)，「計量經濟學(Introduction to Economics : James H. Stock and Mark W. Watson) 」，東華書局。
- 莊希豐 (1999)，國內外人力資本與經濟成長-臺灣實證研究，第四期淡江人文社會學刊，65-90。
- 黃仁德、趙振瑛(1997)，人力資本對台灣經濟成長貢獻的評估，勞資關係論叢，119-140。
- 黃俊豪 (2005)，小波理論應用於多因子模型—以台灣股市為例，國立中央大學經濟管理研究所碩士論文。
- 楊奕農 (2005)，「時間序列分析-經濟與財務上之應用」，雙葉書廊。
- 蔡宗穎 (2007)，以小波為基礎之智慧型雜訊消除，國立東華大學電機工程學系碩士論文。

英文部分：

- Barro, R. J. (1990), "Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth," *Journal of Political Economy*, 98(5), S103-S125.
- Barro, R. J. and X. Sala-i-Martin, (1995), *Economic Growth*, New York : Mc-Graw Hill.

- Barro, R. J. (2001), "Human Capital and Growth," *American Economic Review*, 91(2), 12-17.
- Cass, D., (1965), "Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation," *Review of Economic Studies*, 37(3), 233–240.
- Cifter, A. and A. Ozun, (2007), "Estimating the Effects of Interest Rates on Share Prices Using Multi-Scale Causality Test in Emerging Markets: Evidence from Turkey," *MPRA Paper*, No: 2485.
- Cohen, A., I. Daubechies, and J. C. Feauveau, (1992), "Biorthogonal Bases of Compactly Supported Wavelets," *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 45(5), 485-560.
- Daubechies, I., (1988), "Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelets," *Comm. Pure Appl. Math.*, 41(7), 909–996.
- Daubechies, I., (1992), *Ten Lectures on Wavelets*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA.
- Domar, E., (1947), "Expansion and Employment," *American Economic Review*, 37(1), 343-355.
- Donoho, D. L. and I. M. Johnstone, (1994a), "Ideal Spatial Adaptation by Wavelet Shrinkage," *Biometrika Trust*, 81(3), 425-455.
- Donoho, D. L. and I. M. Johnstone, (1994b), "Threshold Selection for Wavelet Shrinkage of Noisy Data," *IEEE*, 1, a24-a25.
- Donoho, D. L. and I. M. Johnstone, (1995), "Adapting to Unknown Smoothness via Wavelet Shrinkage," *Journal of the American Statistical Association*, 90(432), 1200-1224.
- Engle, R. F. and C. E. J. Granger, (1987), "Co-integration and Error Correction : Representation, Estimation, and Testing," *Econometrica*, 55(2), 251-276.
- Gencay, R., F. Selcuk and B. Whitcher, (2002), *An Introduction to Wavelets and Other Filtering Methods in Finance and Economics*, Academic Press.
- Ganger, C. W. J., (1969), "Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-spectral Methods," *Econometrica*, 37(3), 424-438.
- Grossman, A., and J. Morlet, (1984), "Decomposition of Hardy Function into Square Integrable Wavelets of Constant Shape," *SIAM J. Math. Anal.*, 15(4), 723-736.

- Haar, A., (1910), "Zur Theorie der Orthogonalen Funktionen Systeme," *Mathematische Annalen*, 69(3), 331-371.
- Harrod, R. F., (1939), "An Essay in Dynamic Theory" *Economic Journal*, 49(193), 14-33
- Jiang M., D. Yuan, Z. Jiang and M. Wei, (2005), "Determination of Wavelet De-noising Threshold by PSO and GA," *IEEE*, 2, 1426-1429.
- Johansen, S., (1988), "Statistical Analysis of Co-integration Vectors," *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12(2-3), 231-254.
- Koopmans, T. C., (1965), "On the Concept of Optimal Economic Growth," *Econometric Approach to Development Planning*, 28(1), 225-300.
- Lucas, R. E., Jr., (1988) "On the Mechanics of Economic Development," *Journal of Monetary Economics*, 22(1), 3-42.
- Mallat, S. G., (1989), "Multiresolution Approximations and Wavelet Orthonormal Base of $L^2(R)$," *American Mathematical Society*, 315(1), 69-87.
- Mankiw, N. G., D. Romer, and D. N. Weil, (1992), "A Contribution to the Empirics of Economic Growth," *Quarterly Journal of Economics*, 107(2), 407-437.
- Meyer B., (1986), "Multicenter Randomized Double-blind Drug vs. Placebo Study of the Treatment of Tinnitus with Ginkgo Biloba Extract," *Presse Med* , 15(31), 1562-4.
- Morlet, J., P. Goupillaud, and A. Grossman, (1984), "Cycle-Octave and Related Transforms in Seismic Signal Analysis," *Geoexploration*, 23(1), 85-102.
- Nyquist H., (1928), "Certain Topics in Telegraph Transmission Theory," *Trans. AIEE*, 47, 617-644.
- Ozun, A. and A. Cifter, (2007), "Multi-scale Causality between Energy Consumption and GDP in Emerging Markets: Evidence from Turkey", *Investment Management and Financial Innovations*, 4(2), 60-70.
- Pesaran, M. H. and R. P. Smith (1998), "Structural Analysis of Co-integrating VARs," *Journal of Economic Surveys*, 12(5), 471-505.
- Ramsey, F. P., (1928), "A Mathematical Theory of Saving," *Economic Journal*, 38(152), 543-559.

- Ramsey, J. B., D. Usikov and G. Zaslavsky, (1995), "An Analysis of U.S. Stock Price Behavior Using Wavelets," *Fractals*, 3, 377-389.
- Ramsey, J. B. and Z. Zhang, (1997), "The Analysis of Foreign Exchange Data Using Waveform Dictionaries," *Journal of Empirical Finance*, 4(4), 314-372.
- Ramsey, J. B. and C. Lampart, (1998a), "Decomposition of Economic Relationships by Time Scale Using Wavelets : Money and Income," *Macroeconomic Dynamics*, 2(1), 49-71.
- Ramsey, J. B. and C. Lampart, (1988b), "The Decomposition of Economic Relationships by Time Scale Using Wavelets : Expenditure and Income," *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 3(1), 23-42.
- Ramsey, J. B., (2002), "Wavelets in Economic and Finance : Past and Future," *Studies in Nonlinear Dynamics & Economics*, 6(3), 1-27.
- Rebelo, S. T., (1991), "Long-Run Policy Analysis and Long-Run Growth," *Journal of Political Economy*, 99(3), 500-521
- Romer, P. M., (1986), "Increasing Returns and Long-Run Growth," *Journal of Political Economy*, 94(5), 1002-1037.
- Said, E. and D. A. Dickey, (1984), "Testing for Unit Roots in Autoregressive Moving Average Models of Unknown Order," *Biometrika*, 71(3), 599-607.
- Sims, C. A., (1980), "Macroeconomics and Reality," *Econometrica*, 48(1), 1-48.
- Solow, R. M., (1956), "A Contribution to the Theory of Economic Growth," *The Quarterly Journal of Economics*, 70(1), 65-94.
- Swan, T. W., (1956), "Economic Growth and Capital Accumulation," *Economic Record*, 32(2), 334-361.
- Wong, H., W. C. Ip and Z. Xie, (2003), "Modelling and Forecasting by Wavelets, and the Application to Exchange Rates," *Journal of Applied Statistics*, 30(5), 537-553.
- Zhang, C. and L. Zhuang, (2010), "The Composition of Human Capital and Economic Growth : Evidence from China Using Dynamic Panel Data Analysis," *China Economic Review*, 22(1), 165-171.