

東 海 大 學 經 濟 學 系

碩 士 論 文

利用狀態轉換模型提升結構性改變時外匯選擇
權訂價模型的估計效率

Enhancing the performance of option pricing model when structural
change the in currency options by regime switching model

指導教授：陳文典 博士

研究生：賴嘉樺

中 華 民 國 一 百 零 一 年 六 月

謝 辭

研究所兩年的時光中，令我感到相當的忙碌與充實，在這裡我不僅學習到專業的知識，也在這裡認識到許多我生命中的貴人。本論文能夠順利完成，首先我要感謝我的恩師陳文典老師，老師不僅在學術專業的領域上給我很大的幫助，以及對學生親切的鼓勵且耐心指導的方式，使我能夠以正面的態度在學術上得到許多收獲。這兩年研究所的生涯，承蒙老師的悉心指導與教誨，使本文能夠順利完成，再次對老師致上由衷的感謝。也要感謝東海大學經濟系的廖國宏老師，以及國立台北護理健康大學的陳依兒老師撥冗給予指教，有您寶貴的意見才能使本論文更佳的完美。在論文剛起步的階段，許多資料處理的方法和工具的使用上遇到困難，感謝游懿綉學姐的幫忙，令我在之後資料處理與使用工具上能游刃有餘。

特別獻上最誠摯的感謝，給廖培賢老師、賀惠玲老師、王宜甲老師、廖恩愛老師、廖國宏老師、劉仲成老師、馬德平老師、戴中擎老師以及陳文典老師，在修課期間，您們的悉心的教導與解惑，為本論文紮下堅實的基礎。也感謝兩年來一起陪伴成長的同學，弘毅、詠丞、裕文、治宇、惠文、亞璇、佩璇、雨真、涵如和馨云，撰寫論文的過程中經常會遇到許多的挫折，因為有大家的陪伴與相互勉勵，讓我可以樂觀積極的面對挑戰，並且在充滿歡笑聲的研究室度過，謝謝各位同學。

最後我要以最深切的感謝，感謝我的父母，今日能夠順利的完成學業，必須感謝父母辛苦的將我養育成人，且在學業上給予我最大的鼓勵和協助，使我在求學階段能毫無後顧之憂的努力完成論文以及碩士學位，在此感謝父母能夠與我一起分享這份喜悅。

賴嘉樺 謹誌於

東海大學經濟學研究所
中華民國 101 年 7 月

摘要

本研究在探討外匯選擇權模型時，以Black-Scholes模型為基礎，搭配介入模式的GARCH模型，確實能捕捉波動率的異質性與叢聚性，但GARCH只能描述單一狀態下的行為，無法解釋結構性的改變。利用Gray(1996)提出的一般化狀態轉換模型(Generalized Regime-Switching model, GRS-GARCH model)以加權平均的方式，將各個狀態下每一期的條件期望值與條件變異數加以合併，此模型所估計的波動持續性會降低，對未來波動的預測也更為精確，且能幫助尋找波動率結構性改變時間點，有效的解釋因外在衝擊所造成的結構性改變。研究採用平均絕對值百分比誤差與均方根百分比誤差，衡量GRS-GARCH模型的實證結果，比起只以考慮GARCH模型修改Black and Scholes模型的波動率，更加提高模型的評價績效。

關鍵字：Black - Scholes 模型、GARCH 模型、GRS-GARCH 模型、結構性改變

Abstract

The Black-Scholes model is used as a basis to investigate the Currency Options with GARCH model. In conventional approaches when we apply the GARCH model we can capture the volatility of the heteroskedasticity and the clustering. But it describes the behavior of a single regime that unable to explain the structural change. Gray (1996) proposed the Generalized Regime-Switching model using the weighted average in each regime for each of the conditional expectation and the conditional variance to be combined. This model will lower the estimated volatility persistence, and the more accurate forecast of future volatility. It can find the volatility of structural change points in time, and to explain the structural changes caused by external shocks. This study uses the mean absolute percentage error and root mean squared percentage error to measure the empirical results of the GRS-GARCH model and compared to the GARCH model whose modified volatility is estimated by the Black and Scholes model, in which the performance is enhanced.

Key word : Black-Scholes model, GARCH model, GRS-GARCH model,

Structural change

目錄

第一章 緒論	1
1.1 研究動機.....	1
1.2 研究目的.....	2
1.3 研究架構.....	2
1.4 研究流程圖.....	3
第二章 文獻回顧	4
2.1 選擇權文獻.....	4
2.2 狀態轉換模型文獻.....	7
第三章 研究方法	9
3.1 選擇權評價模型.....	9
3.1.1 Black-Scholes 選擇權評價模型.....	9
3.2 波動性估計模型.....	12
3.3 歷史波動模型(HISTORICAL VOLATILITY MODEL).....	12
3.4 狀態轉換模型.....	13
3.5 評價模型績效之檢定.....	16
第四章 實證資料與分析	17
4.1 實證資料.....	17
4.1.1 費城證券交易所外幣選擇權(PHLX World Currency Options).....	17
4.1.2 無風險利率.....	17
4.2 基本統計量分析.....	18
4.3 單一狀態模型的評價估計.....	19
4.3.1 歷史波動率的估計.....	19
4.3.2 GARCH 波動性模型估計.....	19
4.3.3 GARCH(p,q)模型估計的波動度.....	20
4.3.4 評價模型績效評估.....	21
4.4 考慮狀態轉換模型下的評價誤差.....	22
4.4.1 歷史波動率的估計.....	23
4.4.2 狀態轉換模型的參數估計.....	24
4.4.3 評價模型績效評估.....	25
第五章 結論	27

圖目錄

圖一	條件變異數的演變.....	15
圖二	美元兌歐元與澳幣匯率走勢圖.....	17
圖三	美國中央銀行隔夜拆放款利率.....	17
圖四	美元兌歐元與澳幣匯率的報酬率走勢圖.....	18
圖五	未考慮狀態轉換模型下 GARCH(P,Q)模型估計的波動度.....	20
圖六	歐元與澳幣匯率報酬率的遞移機率.....	23
圖七	考慮狀態轉換下的歷史波動模型估計下的波動率.....	23
圖八	狀態轉換模型下估計的波動度.....	25

表目錄

表一	美元兌歐元與澳幣匯率與其報酬率(一般統計敘述).....	18
表二	GARCH(P,Q)的參數估計.....	20
表三	未狀態轉換下 MAPE 法的訂價誤差.....	21
表四	未狀態轉換下 RMSPE 法的訂價誤差.....	21
表五	考慮狀態轉換下的歷史波動率的參數.....	23
表六	GRS-GARCH 模型的參數估計.....	24
表七	狀態轉換下 MAPE 法下的訂價誤差.....	26
表八	狀態轉換下 RMSPE 法下的訂價誤差.....	26

第一章 緒論

1.1 研究動機

台灣由於缺乏資源與市場屬於進出口導向之海島型國家，所以在台灣外匯市場每個月都有超過四百億美元進出口交易額，而廠商為了避免匯兌的損失，通常會採取外匯避險，而避險的工具具有遠期外匯以及外匯選擇權，洪國興(2010)實證的結果顯示，外匯選擇權的避險績效大多優於遠期外匯且成本較低，因此本文希望藉由研究外匯選擇權評價的估計，使其獲得更佳的避險績效，以外匯選擇權做為避險的工具，其優點主要是若避險方向正確，可以規避風險甚至套利；若方向錯了，只是損失權利金，因此有效的預估權利金，便能在操作選擇權時獲得較高的績效，達到避險的目的。

對於選擇權的評價而言，波動率的預測是否準確對於選擇權評價的衡量是相當重要的，Black and Scholes(1973)提出的 Black-Scholes 選擇權評價模型(簡稱 B-S 模型)，描述一個完美的金融市場，透過不斷的套利行為最終不再存在套利機會，此時選擇權的價格為其合理價格。但是，由於 B-S 模型假設波動率為常數以及無風險利率固定，與實際並不相符，所以後續有許多的學者修改其條件，推導更符合實際情況的選擇權評價模型。

在金融市場的資料中，一般化自我迴歸異質條件變異數模型(Generalized AutoRegressive Conditional Heterokedasticity, GARCH)確實能捕捉波動率的異質性(Heteroskedasticity)與叢聚性(Clustering)，用 GARCH 計算波動率，帶入 B-S 評價模型，實證結果可能會優於常數的波動率。雖然 GARCH 可以說明時間序列的波動叢聚現象但只能描述單一狀態下的行為，在研究期間有結構性的改變，所以我們不能只考慮單一狀態下的行為進行選擇權的評價，需透過狀態轉換模型，解釋及修正其資料結構性改變的問題。

1.2 研究目的

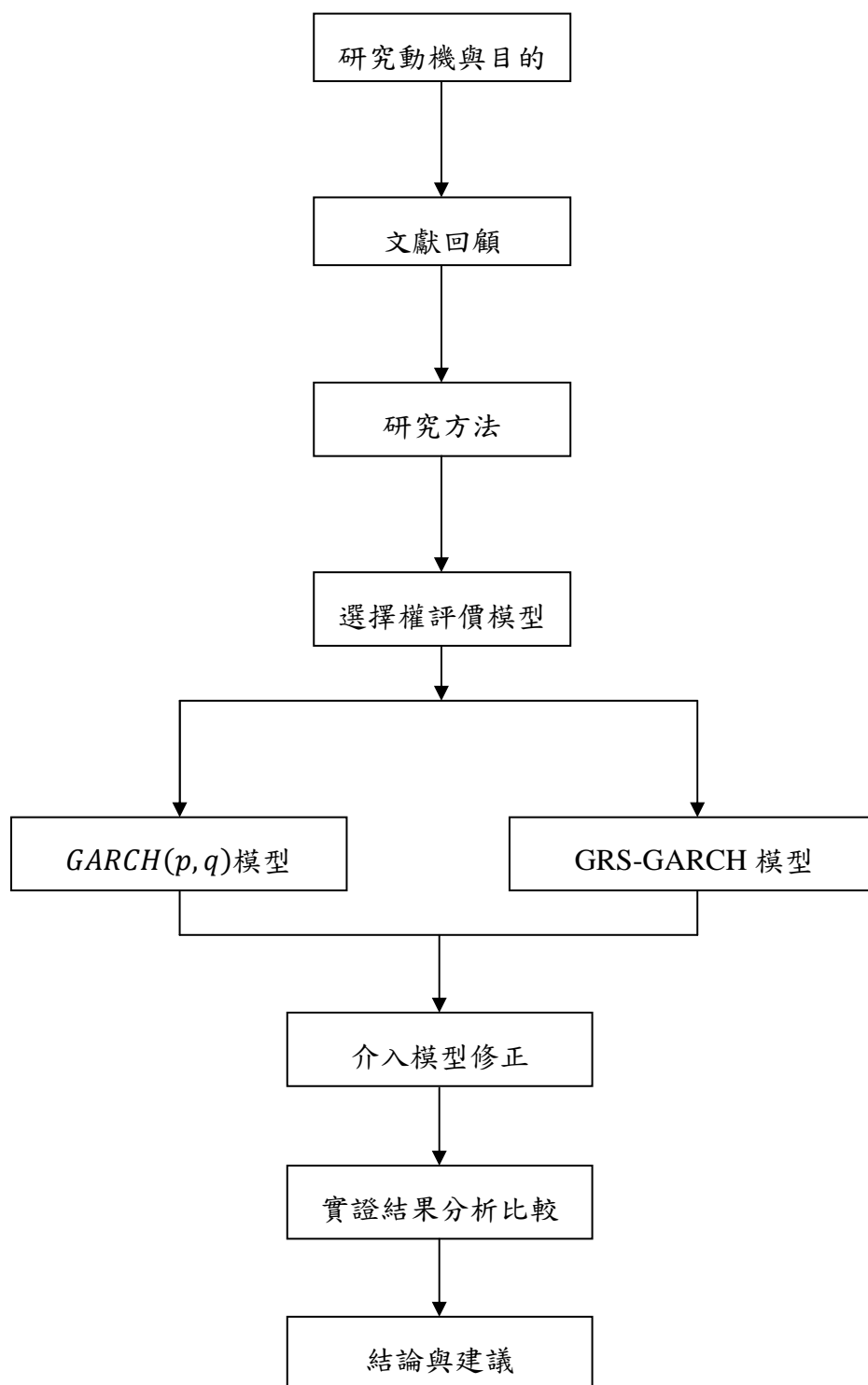
本研究主要目的是以 B-S 模型為基礎對選擇權定價做估計分析，並且搭配 GARCH 模型捕捉到的波動率對模型做進一步的修正，使其更貼近實際的定價增加評價績效，接著針對 GARCH 模型的捕捉不到波動性可能存在之不對稱效果，與觀察到的資產報酬動態的變動過程並不一致，且只能描述單一狀態下的行為，無法解決結構性的改變的缺點，採用 Gray(1996)提出的一般化狀態轉換模型 (Generalized Regime-Switching model, GRS-GARCH model) 做修正，同時考慮結構性改變、資產報酬之波動叢聚性與厚尾等特性，透過狀態轉換模型可以有效的幫助了解，事件的衝擊對於波動度的持續性和敏感度的影響，觀察市場在不同狀態下的風險，以及投資人對於市場的反應。

本研究欲透過不同模型的修正估計做比較，找出與實際權利金報價相比差距較小者，為其較適合之模型。

1.3 研究架構

本研究共分為五章，關於研究架構流程圖於圖一，各章節內容概要說明如下：第一章緒論，介紹研究背景與動機、研究目的，並以圖示說明本研究架構。第二章文獻回顧，針對選擇權模型和狀態轉換模型相關文獻的理論與實證研究做簡單的介紹與陳述。第三章研究方法，定義選擇權評價模型，並將波動估計模型以及狀態轉換模型，介入選擇權評價模型做修正。第四章為實證資料與分析，描述實證資料，分析未考慮狀態轉換下及考慮狀態轉換下的模型評價誤差。第五章為本論文之結論，根據本研究的實證結果進行彙總說明。

1.4 研究流程圖



第二章 文獻回顧

2.1 選擇權文獻

早期選擇權的評價主要以傳統的 B-S 模型作為研究的參考，但必須服從幾何布朗運動(geometric Brownian motion)、固定的利率和波動率、選擇權只能在到期履約等，假設這些與實際的情況並不相符，為了解決這些問題，後續的學者放寬條件針對波動率的探討以及模型的建立做修改。

最早由Cox and Ross (1976)利用固定彈性變異過程，將波動率與標的物資產價格連結，產生非固定波動率的定價模型，提出固定變異彈性模型(constant elasticity of variance option model)，而Hull and White(1987)搭配隱含波動度和GJR GARCH波動度提出隨機波動下的選擇權評價模型(stochastic volatility option model)，而Heston (1993)修改Hull and White的模型，由匯率為Omstein-Uhlenbeck過程及外匯選擇權市場的波動度符合均值迴歸模型(mean-reversion model)下，以特徵多項式的方法得到隨機波動下匯率選擇權模型的封閉解，Gesser & Poncet (1997)比較Heston(1993)的隨機波動模型與修正式B-S模型之風險參數效果，其結果為Heston(1993)的隨機波動顯著模型優於修正式B-S模型。另外Sarwar and Krehbiel (2000)也將該模型與代入逐日調整隱函波動之修正式B-S模型互相比較，也獲得隨機模型偏誤較少的驗證，故認為應用於避險及投機套利可提供較佳的評價效果。

Merton(1973)、Amin and Jarrow(1992)將利率常數固定的限制，改為服從隨機過程推導出隨機利率模型(stochastic interest rate option model)，Scott(1997)認為股價具有跳躍過程且報酬率會服從隨機波動過程，提出隨機波動性與跳躍擴散模型(stochastic volatility and poisson jump diffusion option model)。

外匯選擇權的發展是由Garman and Kohlhagen (1983)認為國內外利率對外匯選擇權評價過程非常重要，因此從持有現貨外匯和外匯選擇權應獲得相同之期望報

酬的觀點出發，利用外部的利差部分推導出與 B-S 模型類似的解。Biger and Hull (1983) 認為持有外幣可獲得國外無風險利率的報酬，因此將外幣選擇權的國外利率認定如同股票選擇權的股利發放，進而推導與 Garman and Kohlhagen(1983) 相同的解，但這些模型與 Black and Scholes(1973) 一樣都有實證上的偏誤，Wasserfallen and Zimmerman (1986) 實證認為偏誤主要來自於匯率非對數常態分配，而 Jarrow and Rudd (1983)、Bodurtha and Courtadon (1987) 亦提出匯率風險來自於跳躍成份的論點，其建議混合跳躍擴散過程 (mixed-jump diffusion process) 應是較佳的匯率分配，則 Bate (1995、1996) 在其假設平方根過程之匯率隨機變異模型，納入匯率呈現跳躍混和擴散過程的假設，利用風險中立的概念，以蒙地卡羅模擬計算其理論價格。Derming Leiu(1994)捨棄幾何布朗運動的假設，改採混和普瓦松擴散過程(mixed Diffusion-Poisson process)，推導出跳躍外匯選擇權模型，實證發現匯率越偏離隊數常態的假設，評價績效越好。

Amin and Jarrow (1991) 採用 Heath, Jarrow and Morton (1987) 的利率期限結構模型，假設利率期限結構的波動函數是確定的情況下，經由平賭 (martingale) 轉換將原始的機率測度轉換為風險中立的新機率測度，推導出隨機利率下歐式外匯選擇權評價模型。Xu and Taylor (1994) 的實證指出外匯選擇權的隨機波動度是造成笑狀波幅(implied volatility smile)最主要的原因，並且具有顯著的期間結構效果(term structure effect)。Grabbe (1983) 認為匯率及兩國的利率都是隨機的，推導出與遠期外匯連動的外匯選擇權模型，其原始模型與 Garman and Kohlhagen 模型相同，然因為債券報酬服從幾何布朗運動會產生負的利率，Chiang and Okunev (1993) 修改假設為布朗橋過程(Brownian bridge process)，推導出相似的模型。Bakshi and Chen (1997) 採用 Lucas (1982) 連續時間的兩國貨幣結構化模型，使得匯率、本國、外國利率及風險因子價格都內生於隨機的架構中，並呈現隨機的變動情形。在兩國各自的貨幣政策下，以代理商完全聯營(perfect-pooling)的均衡概念，導出隨機利率、匯率波動環境下的外匯買權封閉解；

在設定某些不同的參數值後，Garman and Kohlhagen (1983) 的利率及波動性皆為固定，Chesney and Scott (1987)、Melino and Turnbull (1990) 為固定利率和隨機波動性，Amin and Jarrow (1991) 為隨機利率和固定波動性，及 Heston(1993) 的利率及波動性均為隨機等模型皆為其特例。由於上述特點，Bakshi and Chen (1997) 認為 Lucas (1982) 的連續時間的兩國貨幣結構化模型，可更正確評價外匯選擇權價格，並改善長天期選擇權的訂價及避險能力。

國內文獻部分，吳庭斌(2003)認為利率與匯率間有顯著的相關性，修改Reiner (1992) 匯率連動選擇權評價模型的利率為常數條件，求得隨機利率下匯率連動選擇權評價模型。盧彥顯(2002)應用Kunitomo and Kim (2001) 的漸進擴展法，在風險中立的架構下推導出在隨機利率、匯率波動環境下之外匯選擇權一次近似封閉解，並以此近似解為架構，納入CIR (Cox, Ingersoll, Ross, 1985) 類型之隨機利率及隨機匯率波動過程，導出外匯選擇權近似模型。蘇鼎宇(2004)分析 Philadelphia Stock Exchange (PHLX) 資料，建構隨機利率與隨機波動率下外匯選擇權評價模型，發現權利金價格偏向B-S估計價格，認為應該是市場規模較小，所以偏向B-S的估計結果。杜化宇、任紀為(2005)利用馬可夫轉換模型將外匯波動分為高波動與低波動兩部分，其本質上仍是兩個幾何布朗運動的混合，透過馬可夫蒙地卡羅(Markov Chain Monte Carlo, MCMC)計算最後的權利金價格，文章發現外匯選擇權中波動微笑與期限結構仍然存在。王鈺凌(2007)修正市場運動模式為變異伽瑪(Variance Gamma)搭配快速傅立葉轉換(Fast Fourier Transform)定價，快速傅立葉轉換訂價方法在修正運動過程後經常運用，透過特徵函數(Characteristic Function)進行選擇權定價。許煥章(2008)透過以Black-Scholes為基礎的卡曼率波器模型(Kalman Filter)，估計外匯選擇權的定價，其結果皆優於GARCH模型與GARCH搭配介入模型的評價績效。

綜觀文獻而言，大部分為考慮利率的過程以及波動率的修正，因此本文希望藉由狀態轉換模型修正其波動率，分析外匯選擇權的訂價結果。

2.2 狀態轉換模型文獻

Hamilton(1989)提出的狀態轉換模型(regime switching model)，主要是利用某一無法觀察到的狀態變數 S_t 來區分時間數列在不同狀態下的轉換行為，以反映結構性的改變，而此一狀態變數 S_t 的行為依循間斷的一階馬可夫過程變動，所以又稱馬可夫轉態換模型(Markov switching model)。由於狀態轉換模型可以藉由狀態變數區分資料中不同的行為，所相較於傳統的時間序列或計量模型具更佳的包容性，且能夠捕捉到更複雜的動態行為，使得其模型具有較廣泛的適用性，故早已成為分析總體經濟變數和財務變數的重要工具。然而，早期的文獻應用主要侷限在條件期望值的狀態轉換，並無法說明條件變異數的行為；例如：Hamilton(1989)探討美國國民生產毛額(Gross National Product, GNP)成長率與景氣波動的長期趨勢，Turner, Startz and Nelson(1989)研究股票市場超額報酬及其波動，Engel and Hamilton(1990)對匯率波動模型的研究，以及林向愷，黃裕烈，與管中閔(1998)探討台灣實質 GNP 成長率的動態行為與台灣景氣循環的趨勢。Hamilton(1994)也針對此模型與相關議題做了更加詳盡的分析。

Cai(1994)與Hamilton and Susmel(1994)將Hamilton(1989)提出的狀態轉換模型延伸，使其能刻劃條件變異數在不同狀態下的行為。在ARCH的架構下，Cai(1994)提出的Markov-ARCH模型與Hamilton and Susmel(1994)提出的Switching ARCH模型(簡稱SWARCH模型)，允許條件變異數的參數隨狀態不同而改變，並且所估計的波動持續性會降低，使未來的波動預測較以往計量模型準確。但是Markov-ARCH模型和SWARCH模型只允許不同狀態下的條件變異數呈現某種比例關係，無法完全解釋不同狀態下的條件變異數行為，只能表示截距項所發生的變動。此外，若允許條件期望值也隨狀態改變，或者將模型延伸到GARCH模型的架構下，都將模型變得極為繁複，估計會變得極為困難。

Gray(1996)提出的一般化狀態轉換模型(Generalized Regime-Switching model, GRS-GARCH model)利用加權平均的方式，將各個狀態下每一期的條件期望值與

條件變異數加以合併，使其避免上述模型的困難。此模型以雙狀態和 GARCH(1,1) 為架構所推導而成，一方面允許條件期望值與條件變異中的參數隨著狀態變數而變動，另一方面也允許模型中出現 GARCH 效果，因此可以充分捕捉不同狀態下時間數列的動態行為。

在過去實證研究中，Hamilton (1989)，林向愷、黃裕烈與管中閔(1998)，徐士勳與管中閔(2001)，林常青、洪茂蔚與管中閔(2002)，皆使用狀態轉換模型，將研究資料分成高波動與低波動兩種狀態進行探討。Hamilton (1989)利用狀態轉換模型分析美國 GNP 成長率。研究顯示，此模型可以區分出美國 GNP 的高成長率和低成長率兩種狀態，且觀察出 GNP 成長率的狀態轉換行為，和美國國家經濟研究局公布的景氣循環的收縮期與擴張期具有相當程度的一致性。

徐士勳與管中閔(2001)利用雙變量狀態馬可夫模型，研究 90 年代台灣景氣循環，發現雙變量馬可夫轉換模型比單變量模型更能捕捉景氣循環的特性，並且嘗試以三狀態的馬可夫狀態轉換模型估計，但狀態之間的變動過於頻繁，且同一狀態缺乏持續性等實證不易解釋的情況，說明了馬可夫狀態值轉換模型中有超過兩種以上的種狀態時，模型反而因太過複雜而無法適當區分資料的特性；游懿綉(2011)參考此建議，將研究期間分為高波動低波動兩種狀態，比較狀態轉換後 Black-Scholes 和 H-N GARCH 選擇權價格的估計是否獲得改善。

林常青、洪茂蔚與管中閔(2002)使用 Gray(1996)提出的一般化狀態轉換模型做為基礎，建立一個條件變異數含有 GARCH(p,q)效果的狀態轉換模型，並且指出，所採用的分析方法與模型具有廣泛的適用性，在未來也可以應用於分析其他金融市場的動態行為上。以 1994 年到 1998 年的台灣短期利率做為分析對象，結果顯示，短期利率在不同狀態下有不同程度的波動性，但波動的持續性低，也沒有水準效果，且只有在低波動期才會出現波動叢聚的 GARCH 效果，認為此動態行為應該是中央銀行於政經事件頻傳的高波動期與相對穩定的低波動期，在不同時期對利率進行不同干預行為的結果。

第三章 研究方法

3.1 選擇權評價模型

本研究在選擇權評價模型主要選擇以未考慮隨機波動 B-S 模型以及 GARCH 模型，分別進行實證分析比較。並進一步的修改及搭配狀態轉換模型，檢驗是否增加選擇權評價模型之績效。

3.1.1 Black-Scholes 選擇權評價模型

B-S 模型為選擇權定價的理論基礎，對股票市場及選擇權市場做出以下之理想假設：

1. 股價的變動呈連續的隨機漫步過程，並且符合幾何布朗運動。
2. 股票報酬率的機率分配服從對數常態分配(lognormal distribution)。
3. 選擇權交易為一連續過程。
4. 市場無交易成本、保證金及稅賦，且市場無買空、賣空的限制。
5. 無法在到期日前履約，只能在到期日當天履約，為歐式選擇權。
6. 標的資產在衍生性商品到期期間內，不發放現金股利或股票股利。
7. 短期無風險利率為一個固定常數。
8. 證券可以分割，並不存在無風險套利機會。

B-S 模型假設匯率價格的機率分配服從對數常態分配，且其報酬率的變動符和幾何布朗運動(Geometric Browning Motion)，所以標的價格的隨機過程為：

$$de_t = \mu_t e_t dt + \sigma e_t dw \quad (1)$$

e_t ：第 t 期的匯率

μ ：匯率報酬率之期望值，為一常數

σ^2 ：匯率報酬率的波動率，為一常數

dt ：表示極短時間

dw ：期望值為零，變異數為 dt 之 Standard Wiener Process

令選擇權價格函數為 $f(e_t, t) = \ln(e_t)$ ，對 e_t 偏微分得 $\frac{\partial f}{\partial e_t} = e_t^{-1}$ ， $\frac{\partial^2 f}{\partial e_t^2} = -e_t^{-2}$ ；對 t 偏

微分得 $\frac{\partial f}{\partial t}$ 。對 $f(e_t, t)$ 全微分，運用Itô's Lemma，將(1)式代入，可得：

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial e_t} \mu e_t + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial e_t^2} \sigma^2 e_t^2 \right) dt + \frac{\partial f}{\partial e_t} \sigma e_t dw \quad (2)$$

定義無風險投資組合為 V ，即買入匯率 e_t 之貨幣 $\frac{\partial f}{\partial e_t}$ 單位，賣出匯率 $f(e_t, t)$ 之貨幣一單位，則此投資組合 V 之價值為：

$$V = \frac{\partial f}{\partial e_t} e_t - 1 \cdot f(e_t, t) \quad (3)$$

在 dt 短期間內，此無風險投資組合 V 之變化量為

$$dV = \frac{\partial f}{\partial e_t} de_t - 1 \cdot df \quad (4)$$

將(1)、(2)是用Itô's Lemma轉換可得

$$\begin{cases} de_t = \mu e_t dt + \sigma e_t dw \\ df = \left(\frac{\partial f}{\partial e_t} \mu e_t + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial e_t^2} \sigma^2 e_t^2 \right) dt + \frac{\partial f}{\partial e_t} \sigma e_t dw \end{cases} \quad (5)$$

將(5)式代入(4)式，整理後可得

$$dV = \frac{\partial f}{\partial e_t} de_t - df = \left(-\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial e_t^2} \sigma^2 e_t^2 \right) dt \quad (6)$$

若市場無風險利率為 r ，且在無風險套利下，則

$$dV = r \cdot V \cdot dt \quad (7)$$

由(6)式代入(7)可得

$$dV = \left(-\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial e_t^2} \sigma^2 e_t^2 \right) dt = r \left(\frac{\partial f}{\partial e_t} e_t - 1 \cdot f(e_t, t) \right) dt \quad (8)$$

將(8)式整理後可得 Black-Scholes 偏微分方程式

$$rf(e_t, t) = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial e_t^2} \sigma^2 e_t^2 + r \frac{\partial f}{\partial e_t} e_t \quad (9)$$

此時選擇權在到期日的買權賣權邊界條件為

$$f(e_T, T) \begin{cases} e_T - X & \text{if } e_T \geq X \\ 0 & \text{if } e_T < X \end{cases}$$

$$f(e_T, T) \begin{cases} X - e_T & \text{if } X \geq e_T \\ 0 & \text{if } X < e_T \end{cases} \quad (10)$$

其中 X 為履約價，並經由變數轉換將 Black-Scholes 偏微分方程式轉換成一熱傳導方程式，並運用 Fourier 積分原理，再加上其邊界條件可推得 Black-Scholes 偏微分方程式之封閉解，即買賣權定價公式

$$C = e_t \Phi(d_1) - X e^{-r(T-t)} \Phi(d_2) \quad (11)$$

$$P = X e^{-r(T-t)} \Phi(-d_2) - e_t \Phi(-d_1) \quad (12)$$

其中 C ：買權的價格

P ：賣權的價格

e_t ：標的物價格

X ：履約價格

$T - t$ ：選擇權到期日時間

r ：無風險利率

$\Phi(\cdot)$ ：標準常態分配的累積機率密度函數

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{e_t}{X}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{e_t}{X}\right) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

3.2 波動性估計模型

直接利用一般的波動性估計模型估算波動率，在不考慮利率的影響下，代入 B-S 定價模型中可以求得理論的權利金價格。常見的波動率估計模型有 GARCH 系列和 Stochastic Volatility 系列，其中 GARCH 模型最為簡單計算，也是實務中最常見的方法，利用報酬率計算每期的異質變異數，並假設無風險利率為已知，直接代入 B-S 定價模型公式。

GARCH(p, q)模型如下:

$$r_t = cr_{t-1} + \varepsilon_t \quad (13)$$

$$\varepsilon_t | \Phi_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (14)$$

其中 r_t ：資產報酬率

Φ_t ：時間 t 下的訊息集合

σ_t^2 ：條件變異數

3.3 歷史波動模型(Historical Volatility Model)

在歷史波動型中，觀察的資料筆數越多，所估得的波動性應該越正確，但會包含太多過去的資料，對於預測未來的值沒有太大的幫助。另外歷史波動性模型假設報酬率之波動率為一個固定常數，也就是報酬率的風險程度不會隨著時間而改變。其模型表示如下：

$$\mu_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) \quad (15)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum(\mu_t - \bar{\mu})^2}{n-1} \quad (16)$$

其中 μ_t ：標的物第 t 期的對數報酬率

$\bar{\mu}$ ：平均日報酬率

S_t ：標的物第 t 期的價格

n ：觀察值個數

3.4 狀態轉換模型

Hamilton (1989) 所提出的馬可夫轉換模型，主要是利用某一無法觀察到的狀態變數 S_t 來區分時間數列在不同狀態下的轉換行為，以反映結構性的改變，而此一狀態變數 S_t 的行為依循間斷的一階馬可夫過程變動。這類模型在參數的變動上增加了馬可夫式的機率結構，一方面仍然允許參數隨時間而改變，另一方面則使模型不致太過複雜，而使模型具有較廣泛的適用性。

Cai(1994)和Hamilton and Suamel(1994)將狀態轉換模型延伸，使其能刻劃條件變異數在不同狀態下的行為。但Cai(1994)的Markov-ARCH模型和Hamilton and Suamel(1994)的SWARCH模型都有很大的侷限性。因為其模型只允許不同狀態下的條件變異數呈現某種比例關係，故無法全面地刻劃不同狀態下的條件變異數行為。並且GARCH模型中的數據依賴過去的歷史條件變異數，若模型延伸描述更複雜的條件變異數，將使模型估計變得極為繁複。

Gray(1996)的一般化狀態轉換模型使用加權平均的方式，將各個狀態下每一期的條件期望值與條件變異數加以合併，避免上述模型計算繁複的困難。因此本研究使用此模型來捕捉在不同狀態下的條件變異數。該模型的一般的形式如下

$$\Delta r_t = \mu_{it} + \sqrt{h_{it}} z_t, \quad z_t \sim iid N(0, \sigma^2) \quad (17)$$

其中

Δr_t ：資產報酬率

$i = S_t$ ，某一無法觀察到的狀態變數，其實現值為 $S_t = 1$ 或 2

μ_t ：條件平均值

h_t ：條件變異數

z_t ：標準常態之隨機變數

GRS-GARCH模型允許條件平均值和條件變異數過程的參數採取兩個不同的值，取決於狀態變數 S_t 的值。

Δr_t 的條件分配是一個混和的分配，在狀態變數 $S_t = 1$ 時，其分配 $N(\mu_{1t}, h_{1t})$ ，
狀態變數 $S_t = 2$ 時，其分配 $N(\mu_{2t}, h_{2t})$ ，可表示為

$$\Delta r_t | \Phi_{t-1} \sim \begin{cases} N(\mu_{1t}, h_{1t}) & \text{w.p. } p_{1t} \\ N(\mu_{2t}, h_{2t}) & \text{w.p. } (1 - p_{1t}) \end{cases}$$

條件變異數不再是獨立的路徑，可以利用滯後的條件變異數，建立不同狀態
條下的件變異數 h_{1t} 和 h_{2t} ，隨著GARCH的過程

$$h_{it} = \omega_i + a_i \varepsilon_{t-1}^2 + b_i h_{t-1} + \sigma_i^2 \sqrt{r_{t-1}} \quad (18)$$

$$h_{t-1} = p_{1t-1}[\mu_{1t-1}^2 + h_{1t-1}] + (1 - p_{1t-1})[\mu_{2t-1}^2 + h_{2t-1}]$$

$$- [p_{1t-1}\mu_{1t-1} + (1 - p_{1t-1})\mu_{2t-1}]^2$$

$$\varepsilon_{t-1} = \Delta r_{t-1} - [p_{1t-1}\mu_{1t-1} + (1 - p_{1t-1})\mu_{2t-1}]$$

其中

h_{it} ：狀態變數為 i 在第 t 期之條件變異數

h_{t-1} ：滯後之條件變異數

ε_{t-1} ：匯率於 $t-1$ 期時，意想不到的變化

狀態轉換模型的特色，是指狀態變數 S_t 依循一階馬可夫鏈而變動。換言之，
只有前一期狀態變數 S_{t-1} 會影響當期狀態變數 S_t 的行為。因此狀態變數 S_t 的遞移
機率(transition probability)可以表示為

$$P_{ij} = P_r[S_t = j | S_{t-1} = i] \quad 0 \leq P_{ij} \leq 1 \quad i, j = 1, 2 \quad (29)$$

P_{ij} 為給定第 $t-1$ 期在 i 狀態，而第 t 期在狀態 j 的機率。

換言之

$$P_{11} = P_r[S_t = 1 | S_{t-1} = 1] = p$$

$$P_{12} = P_r[S_t = 2 | S_{t-1} = 1] = (1 - p)$$

$$P_{22} = P_r[S_t = 2 | S_{t-1} = 2] = q$$

$$P_{21} = P_r[S_t = 1 | S_{t-1} = 2] = (1 - q)$$

其中

P_{11} ：給定 $t-1$ 其在狀態一，而第 t 期仍維持在狀態一的機率為 p

P_{12} ：給定 $t-1$ 其在狀態一，而第 t 期轉換成狀態二的機率為 $(1-p)$

P_{22} ：給定 $t-1$ 其在狀態二，而第 t 期仍維持在狀態二的機率為 q

P_{21} ：給定 $t-1$ 其在狀態二，而第 t 期轉換成狀態一的機率為 $(1-q)$

兩狀態間的遞移機率矩陣可表示為

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{21} \\ P_{12} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p & (1-q) \\ (1-p) & q \end{bmatrix} \quad \begin{cases} P_{11} + P_{12} = 1 \\ P_{21} + P_{22} = 1 \end{cases} \quad (20)$$

狀態轉換文獻大多使用最大概似估計方法，Gray(1996)證明一致性和漸進常態的最大概似估計，相較於一些狀態轉換模型，條件較為溫和且規律，GRS 模型的概述函數推導可參考 Gray(1996)之附錄，本文使用一般的模型研究

$$p_{1t} = (1 - q_t) \left[\frac{g_{2t-1}(1-p_{1t-1})}{g_{1t-1}p_{1t-1} + g_{2t-1}(1-p_{1t-1})} \right] + p_t \left[\frac{g_{1t-1}p_{1t-1}}{g_{1t-1}p_{1t-1} + g_{2t-1}(1-p_{1t-1})} \right] \quad (21)$$

其中

$$p_{1t} = \Pr(S_t = 1 | \tilde{r}_{t-1})$$

$$g_{1t} = f(\Delta r_t | S_t = 1)$$

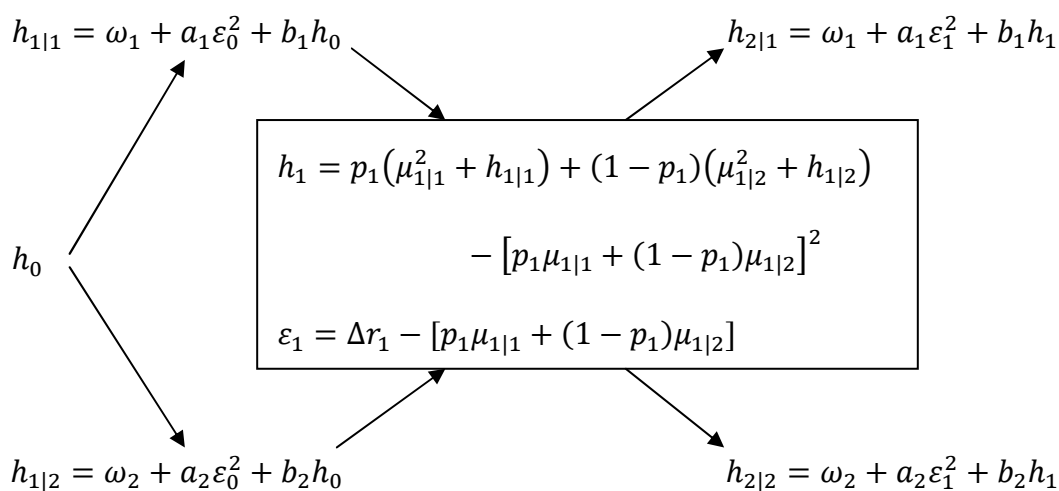
$$g_{2t} = f(\Delta r_t | S_t = 2)$$

$$p_t = \Phi(c_1 + d_1 r_{t-1})$$

$$q_t = \Phi(c_2 + d_2 r_{t-1})$$

在(22)式括弧內的條件代表 $\Pr(S_{t-1} = 2 | \Phi_{t-1})$ 和 $\Pr(S_{t-1} = 1 | \Phi_{t-1})$

圖一說明在獨立路徑的 GARCH 模型當中條件變異數的演變，每個條件變異數僅取決於當前的狀態，而不是過去全部的歷史資訊。



圖一 條件變異數的演變

3.5 評價模型績效之檢定

本研究採用平均絕對值百分比誤差(Mean Absolute Percentage Error, MAPE)與均方根百分比誤差(Root Mean Squared Percentage Error, RMSPE)的方法衡量不同模型的績效，比較估計價格與實際市場價格之間的差異。

1. 平均絕對值百分比誤差 (MAPE)

平均絕對值百分比誤差衡量估計價格與實際價格之絕對差距百分比，能對誤差的程度給予加總，其不會因估計價格高估或低估而相互抵消。

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum \left(\frac{|\text{實際價格} - \text{估計價格}|}{\text{實際價格}} \right)$$

2. 均方根百分比誤差 (RMSPE)

均方根百分比誤差的特色是對誤差程度較大的資料，給予懲罰。

$$RSMPE = \left(\frac{1}{n} \sum \left(\frac{\text{實際價格} - \text{估計價格}}{\text{實際價格}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

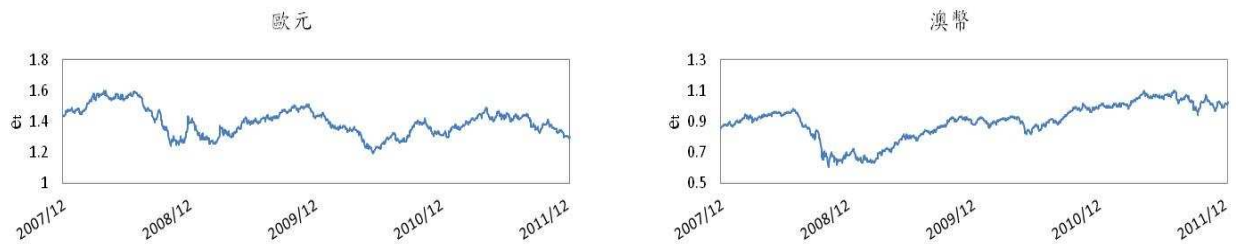
第四章 實證資料與分析

4.1 實證資料

4.1.1 費城證券交易所外幣選擇權(PHLX World Currency Options)

本研究利用 Datastream 資料庫中的 PHLX 外幣選擇權資料做為分析的標的物，選取其中的澳幣外匯選擇權由 2008 年 12 月 18 日至 2011 年 12 月 30 日為研究資料，共計有 1054 筆的交易日。資料包括：買、賣權利金報價、到期日資訊、履約價。為了確保資料操作的合理性與客觀性，我們將成交量為 0 即到期日未滿 5 日者捨去。

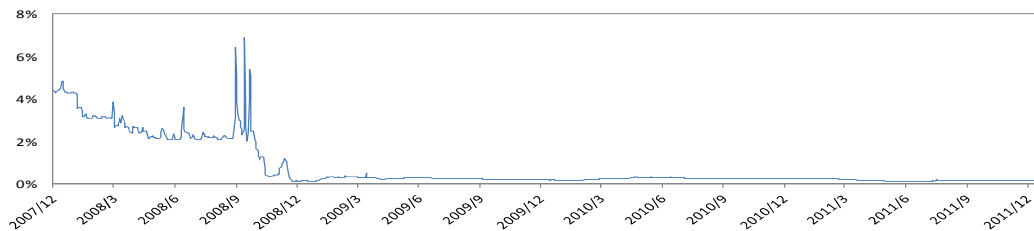
依據距離到期日的長短，定義距離到期日最近的兩個月為遠月，而距離到期日最近的一個月為近月，將選擇權在區分為近月與遠月。



圖二 美元兌歐元與澳幣匯率走勢圖

4.1.2 無風險利率

無風險利率是指沒有任何違約風險資產的收益率，本研究採用金融業隔夜拆款利率最為無風險利率，資料來源為美國中央銀行。



圖三 美國中央銀行隔夜拆放款利率

4.2 基本統計量分析

本文將取得的樣本資料做基本統計量分析並繪圖。表一為美元兌歐元及澳幣匯率(e_t)與其報酬率(r_t)的樣本平均值、標準差，及其他的敘述統計量。表中的峰態係數顯示，報酬率(r_t)的分配可能有厚尾的現象。美元兌歐元及澳幣的日報酬率表示為

$$r_t = \ln\left(\frac{e_t}{e_{t-1}}\right) \times 100 \quad (22)$$

其中

e_t ：匯率

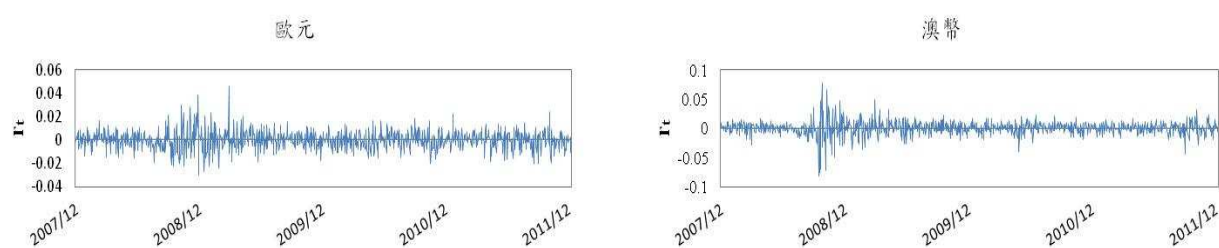
r_t ：匯率的報酬率

表一 美元兌歐元與澳幣匯率與其報酬率(一般統計敘述)

歐元	平均值	標準差	偏態係數	峰態係數	極大值	極小值
e_t	1.396665	0.088964	0.225664	-0.52002	1.601	1.1959
r_t	-9.9E-05	0.007737	0.237392	2.540538	0.046208	-0.03003

澳幣	平均值	標準差	偏態係數	峰態係數	極大值	極小值
e_t	0.89923	0.11846	-0.63981	-0.31504	1.1026	0.6073
r_t	0.000172	0.011913	-0.59545	9.455046*	0.077035	-0.08212

註：*表示峰態係數大於三，代表資料有高峽峰趨勢和厚尾現象



圖四 美元兌歐元與澳幣匯率的報酬率走勢圖

由表一的峰態係數值以及匯率報酬率的走勢圖做比較，可以看出澳幣之匯率具有厚尾之現象，代表資料的波動幅度較大，容易出現極端值，分佈比常態分配高聳且狹窄屬於高峽峰分配。

4.3 單一狀態模型的評價估計

4.3.1 歷史波動率的估計

由於 B-S 評價模型中，假設報酬率的變異數為一固定常數，我們利用歷史波動模型的估計結果，分別歐元為 0.00774 和澳幣為 0.01191，代入 B-S 模型作為固定常數之變異數。

4.3.2 GARCH 波動性模型估計

一般線性迴歸模型假定誤差的變異數為常數，稱為同質變異 (Homoscedasticity)，但若存在異質變異 (Heteroscedasticity)，將會使得最小平方估計與假設檢定產生錯誤。在財金的時間數列當中，誤差的變異數經常隨時間而改變，因此在運用波動模型分析市場波動相當的重要，一般最普遍的波動模型為 ARCH 模型 (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity)。ARCH 模型最早由 Engel(1982) 所提出，隨後 Bollerslev(1986) 將其一般化稱 Generalized ARCH (GARCH)，因其能確切的描述金融商品報酬現象，故廣泛的被運用在財金時間序列中。此模型最大的優點式解決了計量上變異數隨時間改變的問題，並且可描述金融市場波動常有的叢聚現象以及報酬率大多具有厚尾之現象，若以此波動的替代變數，代入選擇權訂價模型，可以得到不錯的估計效果。

本文利用 EViews 軟體估計美元兌歐元及澳幣的日報酬率，表二為模型的估計結果，以最大概似法 (MLE) 估計模型中的參數。以 AIC (Akaike Information Criterion) 和 SBC (Schwarz Bayesian Criterion) 檢定，當模型估計參數較少以及樣本數較大時，採用 SBC 較佳，當 SBC 愈小代表模型配適度愈佳，故結果可知歐元選擇權於 GARCH(1,1) 的配適度較好，而澳幣選擇權則以 GARCH(2,2) 較佳。

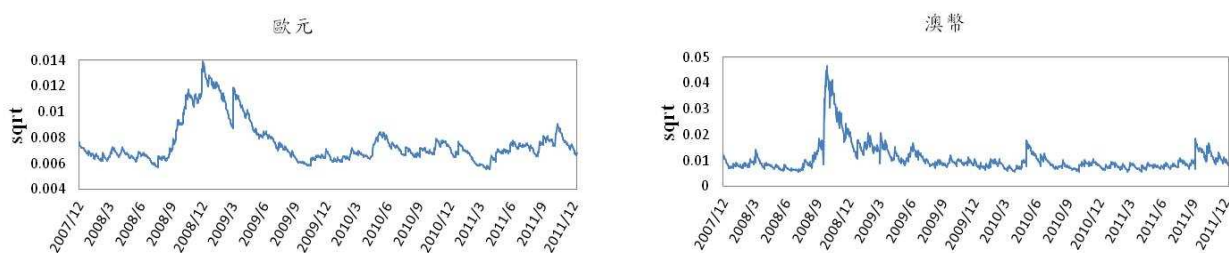
表二 GARCH(p,q)的參數估計

歐元	GARCH(1,1)				GARCH(2,2)			
參數	係數值	標準誤	t 值	P value	係數值	標準誤	t 值	P value
c	0.03064	0.03647	0.84006	0.4009	0.022436	0.03068	0.73139	0.4645
ω	7.98E-07	2.10E-07	3.79708	0.0001	1.33E-06	3.45E-07	3.84769	0.0001
α_1	0.03144	0.00652	4.81916	0.0000	-0.01654	0.01393	-1.18695	0.2352
α_2	---	---	---	---	0.067319	0.01448	4.64902	0.0000
β_1	0.95526	0.00664	143.966	0.0000	0.147716	0.08224	1.79607	0.0725
β_2	---	---	---	---	0.09602	0.07768	10.0311	0.0000
概似函數值	3670.120				3674.918			
AIC	-6.970				-6.975			
SBC	-6.951*				-6.947			

澳幣	GARCH(1,1)				GARCH(2,2)			
參數	係數值	標準誤	t 值	P value	係數值	標準誤	t 值	P value
c	-0.02014	0.03540	-0.5689	0.5694	-0.02283	0.02743	-0.83215	0.4053
ω	1.62E-06	5.81E-07	2.79367	0.0052	2.22E-06	9.04E-07	2.45934	0.0139
α_1	0.08125	0.01137	7.14795	0.0000	-0.02908	0.01416	-2.05383	0.0400
α_2	---	---	---	---	0.14919	0.02673	5.582027	0.0000
β_1	0.9073	0.01307	69.4318	0.0000	0.76875	0.26138	2.94114	0.0033
β_2	---	---	---	---	0.09602	0.23686	0.405394	0.6852
概似函數值	3368.274				3380.810			
AIC	-6.396				-6.416			
SBC	-6.377				-6.388*			

4.3.3 GARCH(p,q)模型估計的波動度

利用 GARCH 模型估計隨時間變動的條件變異數，從圖六的歐元和澳幣匯率的波動度，於 2008 年 9 月開始大幅的上升，表示可能受到重大的事件衝擊影響。



圖五 未考慮狀態轉換模型下 GARCH(p,q)模型估計的波動度

4.3.4 評價模型績效評估

比較 B-S 模型搭配歷史波動模型，與搭配 GARCH(p,q)估計之波動度模型所得到的理論價格與實際市場價格之誤差，採用平均絕對百分比誤差和均方根百分比誤差進行評價誤差的衡量。由表三和表四可看出，GARCH 的值皆小於 B-S，代表在未考慮狀態轉換模型下，搭配 GARCH(p,q)估計之波動度誤差明顯小於波動率為常數之 B-S 模型。未考慮狀態轉換模型之理論價格與實際收盤價之走勢圖，可參閱附圖一和附圖三。

表三 未狀態轉換下 MAPE 法的訂價誤差

MAPE 評價模型		近月買權		遠月買權		近月賣權		遠月賣權	
		B-S	GARCH	B-S	GARCH	B-S	GARCH	B-S	GARCH
未考慮 狀態轉 換模型	歐元	0.2974	0.2533	0.3434	0.2479	0.2958	0.2605	0.3434	0.2617
	澳幣	0.4269	0.2609	0.4453	0.3701	0.2988	0.2322	0.3927	0.2956

表四 未狀態轉換下 RMSPE 法的訂價誤差

RMSPE 評價模型		近月買權		遠月買權		近月賣權		遠月賣權	
		B-S	GARCH	B-S	GARCH	B-S	GARCH	B-S	GARCH
未考慮 狀態轉 換模型	歐元	0.4262	0.3428	0.4679	0.3391	0.4181	0.3440	0.4732	0.3567
	澳幣	0.6250	0.3566	0.5886	0.4718	0.4203	0.3144	0.5592	0.3813

4.4 考慮狀態轉換模型下的評價誤差

本文利用 Gary(1996)所使用的 regime-switching GARCH 模型，解除每一狀態下固定變異數的假設，允許條件變異數循 GARCH 過程的形式：

$$\begin{aligned}\Delta r_t &= \alpha_i + \beta_i r_{t-1} + \varepsilon_t, \varepsilon_t | \Phi_t \sim N(0, h_{it}) \\ h_{it} &= \omega_i + a_i \varepsilon_{t-1}^2 + b_i h_{t-1}\end{aligned}\quad (23)$$

表五 regime-switching GARCH 參數估計

參數	歐元		澳幣	
	係數值	標準誤	係數值	標準誤
α_1	0.00394***	0.00017	0.02161***	0.00002
α_2	0.00758***	0.00054	0.02717***	0.00005
β_1	-0.00707***	0.00092	-0.00449***	0.00000
β_2	-0.02315***	0.00022	-0.00642***	0.00001
ω_1	0.00003***	0.00000	0.000019***	0.00099
a_1	-0.01590	0.00037	-0.02674	0.01798
b_1	-0.08169	0.00007	0.49168***	0.00092
ω_2	0.00001***	0.00000	0.00002***	0.00001
a_2	-0.06555***	0.00053	0.04376***	0.01122
b_2	1.13773***	0.00043	1.03274***	0.00338
P_{11}	0.95057***	0.00022	0.95133***	0.00002
P_{22}	0.95077***	0.00016	0.98464***	0.00002
概似函數值	3674.1203		3383.2464	

一般在單一的狀態下不能捕捉不同狀態下的持久性，因此使得個別事件衝擊的影響時間過長，而在狀態轉換模型下，波動的持續性實際上有兩來源，一個是低的平均變異數，另一個則是高平均變異數，所以在探討狀態的持續性，其波動持續的來源是相當重要的。

由估計得知 a_2 之絕對值大於 a_1 ，代表對於近期的事件的衝擊會有較高的敏感度，所以在狀態二時為高波動的狀態，且由 b_2 之絕對值大於 b_1 ，代表持續性也比低波動狀態下還要來的高，此結果與 Gary(1996)估計的不同，可能因研究期間發

生了大規模的金融危機，形成市場的恐慌，因此經過事件的衝擊後，市場依然持續的反應，造成期間市場一直處在高波動風險的情況下。

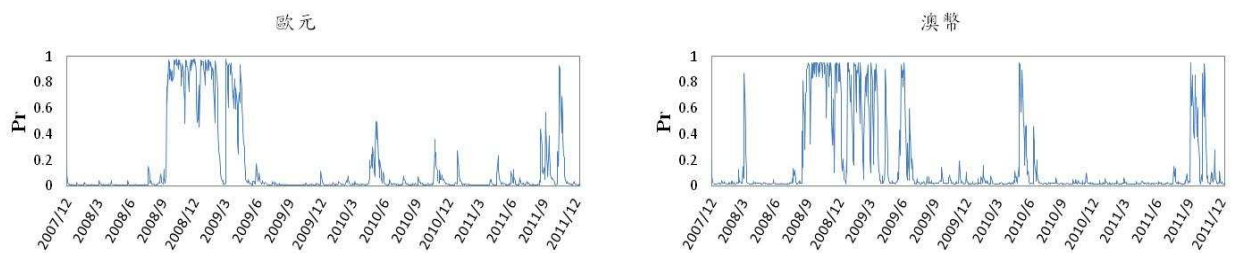
4.4.1 歷史波動率的估計

本研究將研究期間，由報酬率的遞移機率趨勢圖，以其機率轉變較大的時間點，重新分割成五和六個子區間，圖六為狀態轉換模型求出的報酬率遞移機率，可以看出其結構性改變確切的時間點。分別求得各區間的歷史波動率，並且分析分割後的 B-S 模型波動率，經分割過後的波動率是否能降低評價的誤差。表五與圖七為考慮狀態轉換下，分割後歷史波動率的參數與波動率走勢圖。

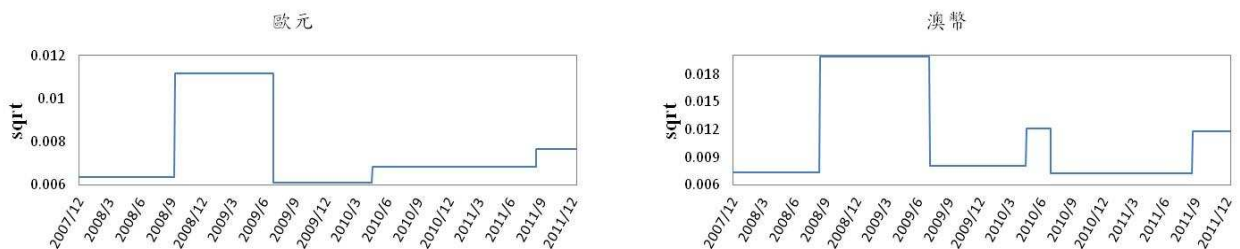
表五 考慮狀態轉換下的歷史波動率的參數

歐元	區間一	區間二	區間三	區間四	區間五
歷史波動率	0.00635	0.01117	0.00609	0.00684	0.00768

澳幣	區間一	區間二	區間三	區間四	區間五	區間六
歷史波動率	0.00732	0.01993	0.00806	0.01210	0.00724	0.01185



圖六 歐元與澳幣匯率報酬率的遞移機率



圖七 考慮狀態轉換下的歷史波動模型估計下的波動率

4.4.2 狀態轉換模型的參數估計

本論文研究期間有結構性的改變，故不能只考慮單一狀態下的行為，假設研究其間的報酬率存在低波動與高波動的兩種狀態，利用 Gray(1996)提出的 GRS-GARCH 模型進行估計，其數學模型如下：

Δr_t 的條件分配為

$$\Delta r_t | \Phi_{t-1} \sim \begin{cases} N(a_{01} + a_{11}r_{t-1}, v_{1t}) & \text{w. p. } p_{1t} \\ N(a_{02} + a_{12}r_{t-1}, v_{2t}) & \text{w. p. } (1 - p_{1t}) \end{cases}$$

其條件變異數隨時間 t 而改變

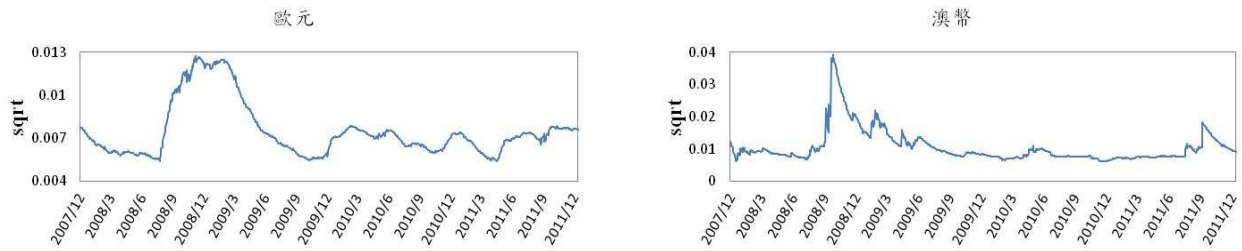
$$h_{it} = b_{1i}\varepsilon_{t-1}^2 + b_{2i}h_{t-1} \quad (24)$$

其中 h_{t-1} 為滯後之條件變異數，因此估計的參數 b_{2i} 代表受到前一期波動影響的持續性，而 ε_{t-1} 為匯率於 $t-1$ 期時意想不到的變化，所以參數 b_{1i} 代表受到前一期某事件衝擊影響的敏感度。

表六 GRS-GARCH 模型的參數估計

參數	歐元		澳幣	
	係數值	標準誤	係數值	標準誤
a_{01}	0.00143 ^{***}	0.00009	0.02637 ^{***}	0.00002
a_{02}	0.00310 ^{***}	0.00025	0.02675 ^{***}	0.00005
a_{11}	-0.00352 ^{***}	0.00026	-0.00566 ^{***}	0.00000
a_{12}	-0.01531 ^{***}	0.00083	-0.00600 ^{***}	0.00001
b_{11}	0.01175 ^{***}	0.00185	-0.03831 ^{***}	0.00099
b_{21}	0.95903 ^{***}	0.00171	0.98667 ^{***}	0.00092
b_{12}	-0.02906 ^{***}	0.00431	0.44210 ^{***}	0.01122
b_{22}	1.07318 ^{***}	0.00604	0.72696 ^{***}	0.00338
概似函數值	3686.3701		3395.3917	

註：***表示 1% 的顯著水準，**表示 5% 的顯著水準，*表示 10% 的顯著水準



圖八 狀態轉換模型下估計的波動度

在狀態轉換模型中，波動的叢聚性主要透過 GARCH 過程來捕捉，而高波動會伴隨著高波動的聚集，因為波動率取自於指數的報酬率，所以波動的叢聚會發生於高報酬率的期間。我們可以注意到，在非常高的波動期間，條件變異數對近期的衝擊更為敏感，但對衝擊的影響相對迅速地消失，反之在低波動時，對於衝擊的影響較小，但更加持久。

由估計結果可知，允許條件變異數隨狀態轉換，那麼在個別衝擊影響下的持續性將小於單一狀態模型，由估計的參數可看出，例如在澳幣選擇權下，狀態一時的平均報酬率較低，且受到前一期價格的影響較小，但觀察其變異數時也可以發現在狀態二下受到事件的衝擊時，當下影響較高不過持續性很短可能僅有短暫幾期就反映完畢，其波動度較小風險較低，反之由 b_{21} 值為 0.9867 可以看出，狀態一下對於事件的衝擊，有相當高的持續性，此時市場處於相當不穩定的情況。

藉由狀態轉換的時間點，以及歷史資訊的對照，我們可以推測在 2008 年 9 月時，由於雷曼兄弟宣布破慘，影發全球性的金融危機，因此市場處於恐慌的狀態，所以不斷的處於高風險的狀態下。

4.4.3 評價模型績效評估

本節將考慮狀態轉換模型所得到的結構性變動的確切時間點，重新區分 B-S 模型個子區間，以適合個子區間的波動對價格進行估計，另外利用 GRS-GARCH 模型對原本 GARCH 估計的波動度進行修正，求其理論價格；採用平均絕對百分比誤差(MAPE)和均方根百分比誤差(RMSPE)評估模型進行評價誤差，接著再與

未考慮狀態轉換模型的評價誤差作比較，由下表可以發現：

- (1) 在 B-S 模型下，歐元或是澳幣的選擇權，在考慮狀態轉換模型下的評價誤差皆明顯小了許多。
- (2) 透過考慮狀態轉換的 GRS-GARCH 模型，估計的評價誤差，經過狀態轉換後能夠降低評價的誤差，雖然在近月買權與遠月賣權時有些許的上升，但屋差仍然顯著小於狀態轉換後的 B-S 模型。
- (3) 考慮狀態轉換模型下，B-S 模型的評價誤差，仍舊明顯大於透過 GARCH(p,q) 所估計的。

考慮狀態轉換模型之理論價格與實際收盤價之走勢圖，可參閱附圖二和附圖四。

表七 狀態轉換下 MAPE 法下的訂價誤差

MAPE 評價模型		近月買權		遠月買權		近月賣權		遠月賣權	
		B-S	GRS	B-S	GRS	B-S	GRS	B-S	GRS
考慮狀 態轉換 模型	歐元	0.2504	0.2498	0.2629	0.2547	0.2545	0.2596	0.2762	0.2768
	澳幣	0.2726	0.2668	0.4349	0.2992	0.2477	0.2314	0.3439	0.2989

表八 狀態轉換下 RMSPE 法下的訂價誤差

RMSPE 評價模型		近月買權		遠月買權		近月賣權		遠月賣權	
		B-S	GRS	B-S	GRS	B-S	GRS	B-S	GRS
考慮狀 態轉換 模型	歐元	0.3438	0.3371	0.3601	0.3373	0.3432	0.3429	0.3779	0.3612
	澳幣	0.3861	0.3670	0.5319	0.4437	0.3577	0.3121	0.4651	0.4286

第五章 結論

本文利用選擇權評價模型 Black and Scholes 做為評價基礎，對費城證券交易所發行的外幣選擇權資料進行評價分析，以 GARCH(p,q)模型估計外匯報酬率的波動度，取代 B-S 模型中的固定的變異數，接著透過狀態轉換模型找出，結構性變動的確切時間點，並且探討不同狀態下的報酬率及變異數，在受到事件影響後的反應及變化，再以狀態轉換的 GRS-GARCH 模型代入，評估是否能有效的降低評價的誤差。

由研究結果可以發現，以一般 GARCH 模型確實能有效的捕捉波動率的異質性與叢聚性，因此取代為固定常數的變異數後，可以大幅提升模型的評價績效。由狀態轉換模型找出結構性改變的時間點，在不同狀態下市場對風險的反應不一樣，切割成不同的區間以歷史波動模型重新估計各區間的波動度，有效降低單一狀態下固定變異數的評價誤差，而利用狀態轉換模型修改後的 GRS-GARCH 波動模型，由評價績效檢定可以看出，能有效降低模型的評價誤差。

並且透過狀態轉換模型估計的值可以了解，在研究期間市場受到金融風暴的衝擊後，對事件影響的敏感度以及持續性，我們可以推測當事件衝擊影響相當大時，由於市場處於相對恐慌的狀態，因此會造成市場對於事件衝擊的影響有高敏感度與高持續性同時存在的情況發生。

參考文獻

中文部分

- 王鈺凌，(2007)，「外匯期貨選擇權定價-VG 與 FFT 方法」，國立中正大學財務金融所碩士論文。
- 任紀為，(2005)，「外匯選擇權的定價—馬可夫鏈蒙地卡羅法(MCMC)之績效探討」，國立政治大學企業管理研究所碩士論文。
- 林向愷、黃裕烈與管中閔，(1998)，「景氣循環轉折點認定與經濟成長率預測」，*經濟論文叢刊*，26(4), 431-457。
- 林常青、洪茂蔚與管中閔，(2002)，「台灣短期利率的動態行為:狀態轉換模型的應用」，*經濟論文叢刊*，30(1), 29-55。
- 吳庭斌，(2003)，「隨機利率下選擇權定價與避險」，國立政治大學統計學系研究所碩士論文。
- 徐士勛與管中閔，(2001)，「九零年代台灣的景氣循環:馬可夫轉換模型與紀卜斯抽樣法的應用」，*人文及社會科學集刊*, 13, 515-540。
- 許煥章，(2008)，「基於買賣平權下外匯選擇權即時績效評估:以卡曼濾波器與波動性模型為例」，東海大學經濟系研究所碩士論文。
- 游懿綉，(2011)，「全球金融風暴前後之 Black-Scholes 與 H-N GARCH 評價模型之應用-以台指選擇權為例」，東海大學經濟系研究所碩士論文。
- 楊奕農，(2009)，第二版時間序列分析-經濟與財務上之應用，雙葉書局。
- 養谷千風彥，(2005)，*細說 Black-Scholes 模型*，鼎茂書局。
- 盧彥顯，(2002)，「隨機利率與隨機匯率波動下外匯選擇權評價之研究」，國立高雄第一科技大學財務管理研究所碩士論文。
- 蘇鼎宇，(2004)，「隨機利率下外匯選擇權評價模型之實證研究」，世新大學財務金融學研究所碩士論文。

英文部分

Amin, K., and R. Jarrow, (1991), “Pricing Foreign Currency Options under Stochastic Interest Rates”, *Journal of International Money and Finance*, 10, 310-329.

Amin, K., and R. Jarrow, (1992), “Pricing Option on Risky Assets in a Stochastic Interest Rate Economy,” *Mathematical Finance*, 2, 217-237.

Bakshi, G. S., and Z. Chen, (1997), “Equilibrium Valuation of Foreign Exchange Claims,” *Journal of Finance*, 52(2), 799-826.

Bates, D. S., (1996), “Jumps and Stochastic Volatility: Exchange Rate Processes Implicit in Deutsche Mark Options,” *The Review of Financial Studies*, 9,1,69-107.

Biger, N., and J. Hull, (1983), “The Valuation of Currency Options,” *Financial Management*, 12, 24-28.

Black, F., and M. Scholes, (1973), “The Pricing of Options and Corporate Liabilities,” *Journal of Political Economy*, 81,637-654.

Bodurtha, J. N., and G. R. Courtadon, (1987), “Tests of an American Option Pricing Model on the Foreign currency Options Market,” *Journal of Financial and Quantitative Analysts* , 22, 153-167.

Bollerslev, T. (1986), “Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity,” *Journal of Econometrics*, 31(3),307-27.

Cai, J., (1994), “A Markov model of switching-regime ARCH,” *Journal of Business & Economic Statistics*, 12(3), 309-316.

Chiang, R., and J. Okunev, (1993), “An Alternative Formulation on the Pricing of Foreign Currency Options,” *Journal of Futures Markets*, 13(8), 903-907.

Cox, J. C., and Ross, S., (1976). “A survey of some new results in financial option pricing theory,” *Journal of Finance* , 31 (3), 383-402.

- Derming, L.**, (1994), "Pricing Foreign Currency Options: A Comparison of the Modified Black-Scholes Model and a Modified Merton Model," *Journal of Financial Studies*, 2, 75-104
- Engel, C., and Hamilton, J. D.**, (1990), "Long Swings in the Dollar : Are They in the Data and do Markets Know it?" *American Economic Review*, 80(4),689-713.
- Garman, M. B., and S. T. Kohlhagen**, (1983), "Foreign Currency Option Values," *Journal of International Money and Finance*,2,231-237.
- Gesser, V., and Poncet, P.**, (1997). "Volatility Patterns Theory and Some Evidence From the Dollar-Mark Option Market," *The Journal of Derivatives*, 5, 46-65.
- Grabbe, J. O.**, (1983), "The Pricing of Call and Put Options on Foreign Exchange," *Journal of International Money and Finance*, 2, 239-253.
- Gray, S. F.**, (1996), "Modeling the conditional distribution of interest rate as a regime-switching process," *Journal of Financial Economics*, 42(1), 27-62.
- Hamilton, J. D.**, (1989), "A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle," *Econometrica : Journal of the Econometric Society*, 57(2), 357-384.
- Hamilton, J. D.**, (1994),*Time Series Analysis*, Princeton : Princeton University Press.
- Hamilton, J. D., and R. Susmel**, (1994), "Autoregressive conditional heteroskedasticity and changes in regime," *Journal of Econometrics*, 64(1-2), 307-333.
- Heath, D., R. Jarrow, and A. Morton**, (1987), "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology for Contingent Claims Valuation," unpublished manuscript, Cornell University.
- Heston, S. L.**, (1993),"A Closed-Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Application to Bond and Currency Options," *Review of Financial Studies*, 6,327-334.

- Hull, J., and A. White,** (1990), “The Pricing of Option on Assets with Stochastic Volatilities,” *Journal of Finance*, 42, 281-300.
- Lucas, R. E.,**(1982), “Interest rates and currency prices in a two-country world,” *Journal of Monetary Economics*, 10(3), 335–359.
- Melino, A., and S. M. Turnbull,** (1990), “Pricing Foreign Currency Options with Stochastic Volatility,” *Journal of Econometrics*, 45, 239-265.
- Merton, R. C.,** (1973), “Theory of Rational Option Pricing,” *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4, 141-83.
- Sarwar, G., and T. Krehbiel,** (2000). “Empirical Performance of Alternative Pricing Models of Currency,” *Journal of Future Markets*, 20, 265-291.
- Scott, L. O.,**(1997), “Pricing Stock Options in a Jump-diffusion Model with Stochastic Volatility and Interest Rate : Applications of Fourier Inversion Methods,” *Mathematical Finance*, 7, 345-35.
- Turner, C. M., R. Startz and C. R. Nelson,** (1989), “A Markov model of heteroskedasticity, risk, and learning in the stock market,” *Journal of Finance Economics*, 25, 3-22.
- Wasserfallen, W., and H. Zimmerman.,** (1986), “The Wiener Process, Variance Measurement and Option Pricing—Evidence from Intra-Daily Data on Foreign Exchange,” working paper, University of Bern and Hochschule St. Gallen.
- Xu, X., and S. J. Taylor,** (1994a), “The Magnitude of Implied Volatility Smiles: Theory and Emprical Evidence for Exchange Rates,” *Review of Future Market*, 13,355-380.
- Xu, X., and S. J. Taylor,** (1994b), “The Term Structure of Volatility Implied by Foreign Exchange Options,” *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 29,57-34.

附錄一

以下為研究期間所發生的重大經濟事件訊息：

2008

- 1 月 美國聯邦準備理事會(Fed)為了對抗愈演愈烈的次貸風暴，挽救步向衰退的美國經濟，採取連續降息的方式刺激經濟，同時布希政府提出總金額高達 1500 億美元的振興景氣方案。
- 3 月 摩根大通公司(JP Morgan Chase& Co)收購瀕臨破產的美國貝爾斯登公司(全美第五第五大的投資銀行)。
- 7 月 美國財政部宣布將擴大政府贊助房貸機構 (Government Sponsor Enterprises, GSE) 向財政部借款的信用額度，並要求國會授予 Fed 在 GSE 管理機構，設立資本適足率標準與業務規範時，擔任顧問一職。
- 9 月 雷曼兄弟正式依美國破產法第 11 章所規定之程序申請破產保護。雷曼兄弟因 6130 億美元的債務規模，創下美國史上最大金額的破產案。美國聯邦準備理事會提供美國國際集團(AIG)八百五十億美元融資。
- 10 月 國際金融情勢危殆，信用市場急凍，Fed、歐洲央行、英格蘭銀行以及加拿大、瑞士和瑞典的央行 8 日聯手降息 2 碼。
經濟穩定緊急法案(EESA)通過，設定七千億美元問題資產紓困資金。
澳洲政府擔保銀行存款意外引爆基金贖回潮，投資人紛紛將資金轉存銀行。澳洲 13 家大型投資公司為阻止資金繼續失血，凍結約 120 億澳元的基金，不讓投資人贖回。
- 11 月 Fed 在金融危機以來首次動用量化寬鬆貨幣政策(Quantitative Easing Monetary Policy)，宣佈將購買了 1.25 萬億美元的抵押貸款支援證券、3000 億美元的美國國債和 1750 億美元的機構證券，累計 1.725 萬億美元元左右。

12 月 為了透過降低借貸成本以增加信貸的方式來刺激經濟，防止出現通膨，Fed 決定，將聯邦基金利率降到歷史最低點百分之零點二五至零區間，意味著美國正式進入「零利率」時代。

2009

2 月 美國總統歐巴馬簽署通過 7870 億美元振興經濟方案，藉由減稅、擴大公共建設與社會福利，補助地方政府等措施，來振興經濟。

11 月 國際貨幣基金組織(International Monetary Fund ，IMF)表示，在各國同意將承諾投入的資金予以合併運用後，該基金獲得 6000 億美元的信用額度，將在嚴重金融危機發生時進行放貸。

12 月 標準普爾（Standard & Poor's）分級將希臘國家信用等級從 A-下降一級為 BBB+，引發歐元拋售，並帶動一連串歐洲國家評級下降，觸發了歐洲主權債務危機。

美國財政部公布將在三年內無上限提供，美國 GSE 政府紓困基金。

2010

4 月 國際貨幣基金組織將其對成員國的常設信貸基金規模提高 10 倍，達到 5500 億美元，並擴大出資的國家數目，納入主要新興市場經濟體，讓這些國家對於如何運用資金能夠參與意見。

國際信用評級機構標準普爾公司將希臘的長期主權信用評級降至垃圾級，而對葡萄牙的評等降兩級至 A-，歐美金融市場受此影響均下挫。

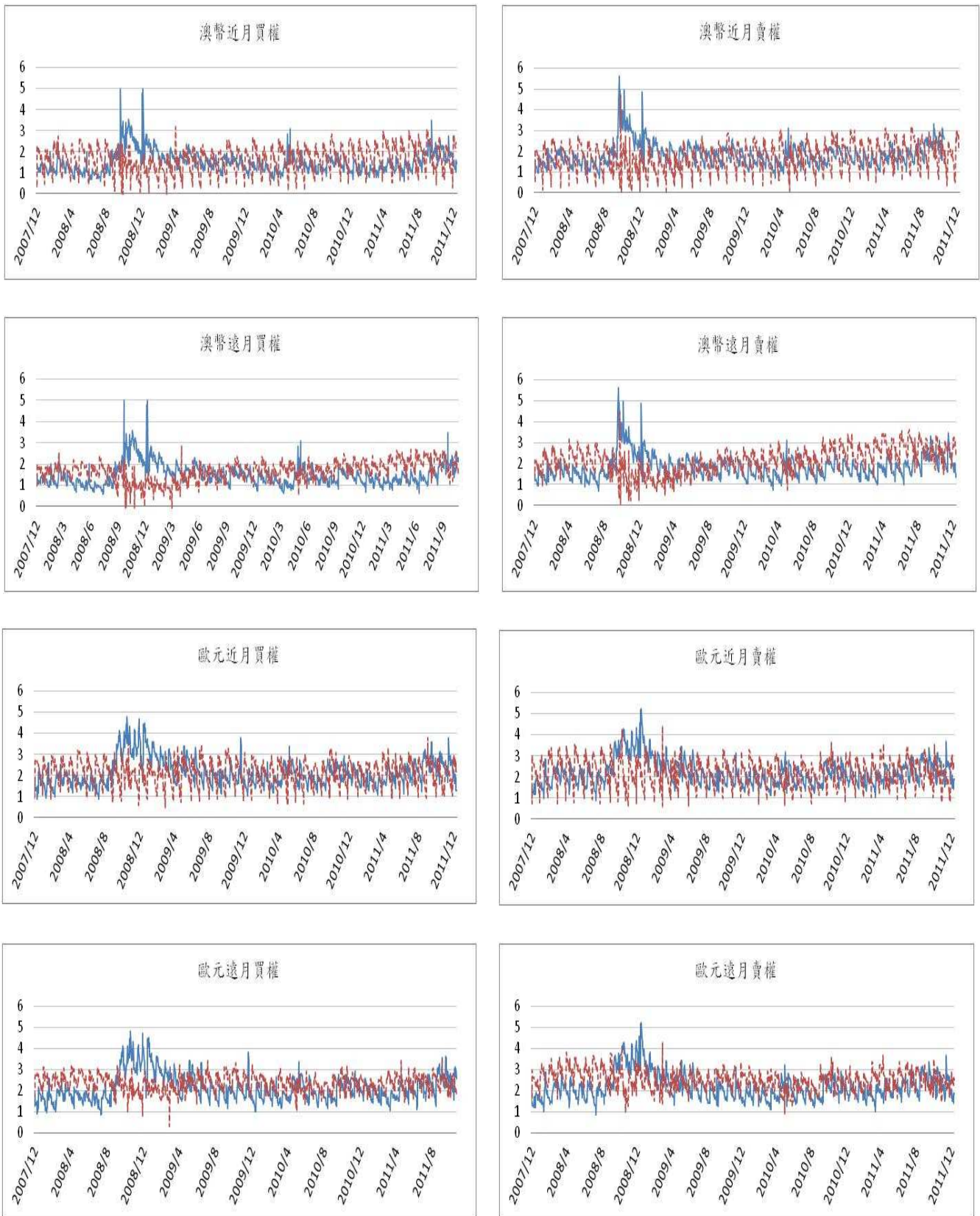
5 月 歐元區成員國和國際貨幣基金組織決定在未來三年內共同向希臘提供 1100 億歐元的貸款，並公布總額七千五百億歐元的歐洲金融穩定機制。

11 月 Fed 宣佈將再次實施 6000 億美元量化寬鬆。

2011

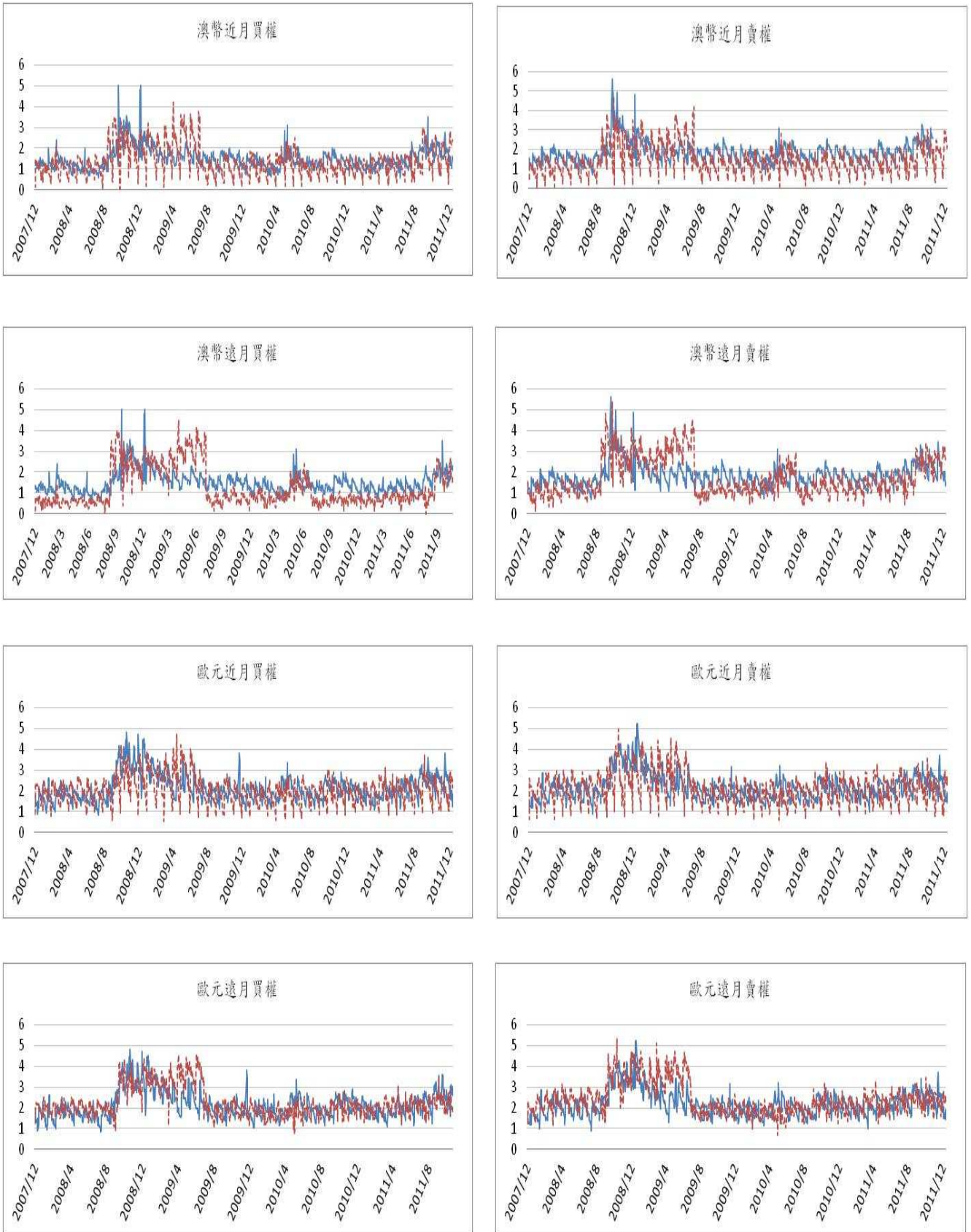
- 6 月 希臘議會經表決通過了政府的中期緊縮方案。由於一再實施緊縮政策，希臘經濟已經連續三年衰退，失業率已達到 16%。
- 希臘民眾與工會則認為政府的緊縮政策是壓迫低收入者及其他經濟拮据的民眾，發起大罷工來回應。
- 8 月 標準普爾宣布調降將美國債信評等由 AAA 調降至 AA+，為該公司自 1941 年來首次調降美國債信評等。
- 9 月 佔領華爾街運動，金融危機的受害者們紛紛走上街頭表示不滿。

附圖一 未考慮狀態轉換下的 Black and Scholes 評價模型¹

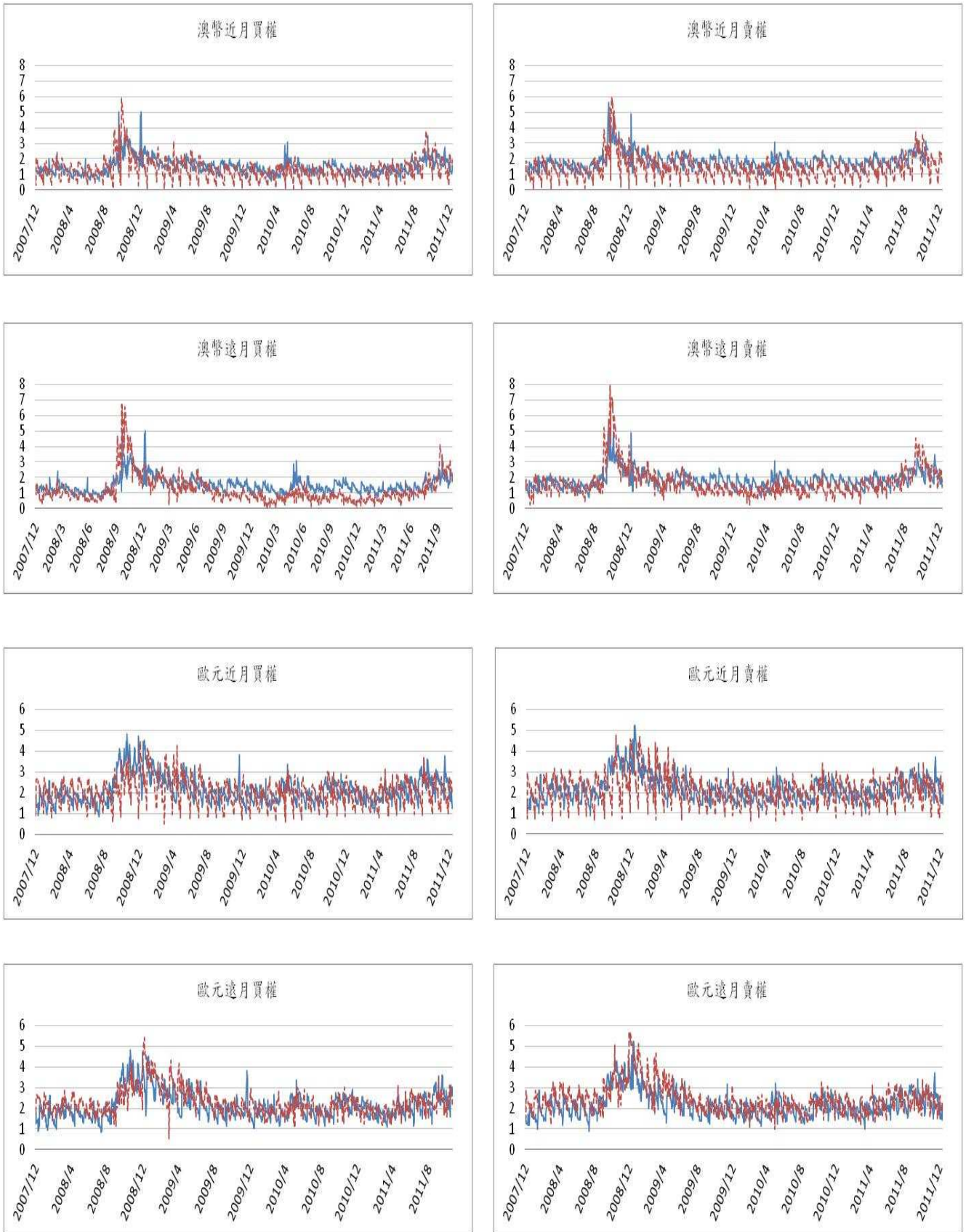


說明：實線(實際收盤價)；虛線(理論價格)

附圖二 考慮狀態轉換下的 Black and Scholes 評價模型



附圖三 未考慮狀態轉換下的 GARCH 介入評價模型



附圖四 考慮狀態轉換下的 GARCH 介入評價模型

