東海大學

資訊管理研究所

碩士學位論文

經濟批量排程問題之倉儲空間與成本的探討

The Study of the Warehouse Space and Costs for the Economic

Lot Scheduling Problem

指導教授：張育仁 博士

研 究 生：許柏彥

中華民國 101 年 7 月

東海大學資訊管理學系碩士學位

考試委員審定書

資訊管理學系研究所　許柏彥　君所提之論文

經濟批量排程問題之倉儲空間與成本的探討

經本考試委員會審查，符合碩士資格標準。

學位考試委員會 召集人：[illegible]懷思　（簽章）

委　員：張育仁

吳信宏

中 華 民 國　101　年　07　月　20　日

致謝

研究所的兩年其實過的飛快，期間承蒙張育仁博士的建議與指導，讓學生在這兩年獲益良多。不僅學業，張育仁博士在人生上的許多指引，更讓學生獲益匪淺，由衷的感謝老師這兩年的教導。

論文口試期間，感謝曾懷恩博士與吳信宏博士於百忙之中撥冗審閱，對論文的種種指正與建議都讓學生的論文更加的完善。

研究所的這兩年認識了許多人，也由於許多同伴的陪伴才得以堅持走完全程。感謝所有的學長姐們在我剛進研究所時的種種照顧，特別感謝智欽與賀元兩位直屬學長在剛進研究室時的各種關心與教導；感謝我的同學姿菁、祐平、韋辰、凱琳、淑齡、莎百、裕欽、秉昕、華煌和筱婷在這兩年的相互支持與勉勵，如果沒有你們陪伴，這兩年一定很難撐下去；然後是謝謝所有的學弟妹的關心。

最後，由衷的感謝我的父母與妹妹，沒有他們的關懷與支持，我想我無法那麼無後顧之憂的求學並順利畢業。想感謝的人還有很多，在此向所有關心我的每個人致上我最大的感謝，謝謝你們

許柏彥 謹誌於

東海大學資訊管理研究所

中華民國 101 年 7 月

論文名稱：經濟批量排程問題之倉儲空間與成本的探討

校所名稱：東海大學資訊管理學系研究所

畢業時間：101 年 7 月

研究生：許柏彥　　　　　　　　　　　　**指導教授**：張育仁

論文摘要：

本研究主要是建構在經濟批量排程問題(Economic Lot Scheduling Problem, ELSP)中，對於倉儲空間與平均總成本的求解方式。過去求解經濟批量排程問題的過程中，由於倉儲空間的求解較於困難，因此並不考量倉儲空間和成本的問題，然而在實際情形下總成本不可能只去計算整備與持有成本，產品生產之後必然會進入儲藏的過程，倉庫的租賃成本也該納入考量，方符合現實狀況。

本研究使用共同週期法與基本週期法對多產品經濟批量排程問題來進行倉儲空間成本的求解，並使用一個含有五個產品的例子來展示本研究解決方法的有效性。本研究的目標是求解多產品經濟批量排程問題中，最佳的倉儲空間大小，進而使決策者能在租賃倉庫、計算 ELSP 的總成本或是進行排程決策上有所幫助。

關鍵詞：經濟批量排程問題、倉儲、共同週期法、基本週期法、存貨。

Title of Thesis： The Study of the Warehouse Space and Costs for the Economic Lot Scheduling Problem

Name of Institute: Tunghai University, Institute of Information Management

Graduation Time： 07/2012

Student Name： Po-Yen Hsu **Advisor Name：** Yu-Jen Chang

Abstract：

In the past, only a few researchers pay much attention to the warehouse cost and capacity of the economic lot scheduling problem. However, the warehouse cost is an important part of the total cost. This study discussed the warehouse cost and capacity of the multi-products economic lot scheduling problem under the common cycle and basic period approaches. The study uses an example that has 5 products to show the effectiveness of our solving approaches. Our approaches can help production decision makers calculate the optimal warehouse cost and capacity of the multi-products economic lot scheduling problem.

Keywords: economic lot scheduling problem, warehouse, common cycle, basic period, inventory.

目錄

目錄 V

表目錄 VII

圖目錄 IX

第一章 緒論 1

第一節 研究背景與動機 1
第二節 研究目的 1
第三節 研究方法與步驟 2
第四節 研究範圍與限制 2
第五節 研究工具 3
第六節 論文架構 3

第二章 文獻探討 5

第一節 經濟批量排程問題 5
第二節 經濟批量排程問題常見的求解方法 5
壹、 獨立解法 6
貳、 共同週期法 6
參、 基本週期法 7
肆、 延伸基本週期法 8
伍、 二冪策略與一般整數策略 8
陸、 啟發式方法 12
柒、 以搜尋為基礎的求解方法 13
玖、 倉儲相關文獻 16
第三節 文獻探討小結 17

第三章 模式建立與求解 18

第一節 基本假設與數學符號 18
第二節 在共同週期法下的求解 19
第三節 在基本週期法下的求解 25

壹、 基本週期法的倉儲空間推導 26

貳、 基本週期法完整求解流程 30

一、 週期乘數 k_i 的搜尋方法 30
二、 已知一組的$\{k_i\}$下求解生產順序 32
三、 已知$\{k_i\}$和生產順序求解 ELSP 的倉儲空間與平均總成本 33

四、 $k_i^{\max}$ 的搜尋方法 33

第四章 數值範例與數據實驗 36

第一節 數值範例 36

第二節 隨機實驗 42

第三節 數值範例與隨機實驗小結 46

第五章 結論與建議 47

第一節 結論 47

第二節 未來研究方向 47

第六章 參考文獻 49

表目錄

表 2-1 二冪策略下產品 *I* 的可能生產排程情形 9
表 2-2 產品 *I* 可能的生產排程情形 10
表 2-3 一般整數策略下產品 *I* 的可能生產排程情形 12
表 3-1 本研究之數學符號 18
表 3-1 本研究之數學符號(續) 19
表 3-1 共同週期法求解結果 24
表 3-2 範例產品生產週期 27
表 3-3 基本週期法求解結果 32
表 4-1 5 項產品的原始參數資料 36
表 4-2 表 4-1 參數資料的求解結果 37
表 4-3 5 項產品的參數資料(修改表 4-1 其中三項整備時間為原 1/10) 37
表 4-4 表 4-3 參數資料的求解結果 37
表 4-5 5 項產品的參數資料(修改表 4-1 所有整備時間為原 1/10) 38
表 4-6 表 4-5 參數資料的求解結果 38
表 4-7 5 項產品的參數資料(修改表 4-2 的倉儲租金為原 1/10) 38
表 4-8 表 4-7 參數資料的求解結果 39
表 4-9 5 項產品的參數資料(修改表 4-7 產品順序交換) 39
表 4-10 表 4-9 參數資料的求解結果 39
表 4-11 共同週期法下產品倉儲空間不可互換的求解結果 41
表 4-12 共同週期法下產品倉儲空間可互換的求解結果 41
表 4-13 基本週期法下產品倉儲空間可互換的求解結果 41
表 4-14 各求解方法比較表 41
表 4-15 產品參數範圍 42
表 4-16 不同方法求解考量倉儲空間與成本之 ELSP 的表現 44
表 4-14 不同方法求解考量倉儲空間與成本之 ELSP 的表現(續) 45
表 4-17 不同求解 ELSP 方法耗費的時間 45
表 4-15 不同求解 ELSP 方法耗費的時間(續) 46

圖目錄

圖 1-1 論文架構 4

圖 3-1 多產品倉儲空間不可互換模型 20

圖 3-2 多產品倉儲空間可彼此佔用模型 23

第一章　緒論

第一節 研究背景與動機

經濟批量排程問題(Economic Lot Scheduling Problem, ELSP)已被確認是一個具有價值，而且可以支援決策者做出適當決策依據的數學模式；過去幾十年來，經濟批量排程問題已有相當的研究文獻，學者們著手於研究在不同的決策方案下求解最佳批量的問題，關鍵在於生產和存貨系統的效率。此模式可以應用於金屬沖件、電子裝置、汽車、油漆、飲料、動物食品、紡織品及地毯等產業(Boctor, 1987；Moon *et al.*, 2002)。

過去求解經濟批量排程問題的過程中，幾乎只對整置與存貨成本進行鑽研，對於倉儲空間的部份大多未加以重視，常以無限倉儲或是有限倉儲為其定義，然後計算出經濟批量排程問題的總成本。然而於實際情形下，總成本不可能只包含整備成本和存貨持有成本，產品生產之後必然會進入儲藏的過程，期間的倉庫租賃成本也該納入考量，方符合現實狀況。

有鑑於以往的研究並未討論經濟批量排程問題的倉儲大小問題，本研究將考慮多產品的經濟批量排程問題，假設每個產品佔用的儲位空間是可互換的，並使用各種解法來求解最佳的倉儲空間大小，希望藉此研究成果能使經濟批量排程問題的解能夠更趨完善。

第二節 研究目的

本研究主要在經濟批量排程問題(Economic Lot Scheduling Problem, ELSP)模式下，探討單一生產設備中生產多種產品的經濟批量排程問題，亦即在一製造設備中生產 n 種產品，所有的產品皆以既定的生產週期依序生產，並考量生產完之後的產品會進入儲藏的過程，在經濟批量排程問題的成本式上增加了儲藏期間倉庫的租賃成本式；假設每個產品佔用的儲位空間是可互換的，並使用經濟批量排

程問題常見的幾種求解模式來求取最佳的倉儲空間大小，進而得到經濟批量排程問題的最佳解。

第三節 研究方法與步驟

經濟批量排程問題的主要求解模式有四種，分別為：(1)獨立解法；(2)共同週期法；(3)基本週期法；(4)延伸基本週期法(Elmaghraby, 1978)。由於 ELSP 考量生產過程的整備成本和持有成本，本研究額外將倉庫的租賃成本加入經濟批量排程問題的目標函數上，並使用不同的求解模式進行求解。

本研究主要可分為以下幾個步驟：

1. 搜集、整理及探討 ELSP 的相關文獻及求解 ELSP 的方法。
2. 搜集運用倉儲的相關文獻。
3. 針對使用的求解模式進行修改，使其模式符合本研究需求。
4. 利用本研究提供的一組範例，來說明本研究所建構的方法。
5. 本研究提供各參數的值域範圍以建立隨機實驗所需的案例，來執行本研究所提出的求解方法。
6. 針對數據實驗的結果，提出結論與建議。

第四節 研究範圍與限制

本研究僅探討單一生產設備的 ELSP 問題，並未探討多部相同平行機台的 ELSP 問題，而在基本週期法下，本研究進行產品的週期乘數求解時使策略使用二冪(Power of Two, PoT)策略。對於倉儲的限制，本研究提供的一組範例為 1 個機台與 5 項產品；隨機數據實驗考慮產能利用率為 0.5 到 0.9 之間的案例，並每隔 0.1 劃分為一個水準。產品數有六種，分別為 5、10、15、20、25 和 30。每一種產品數在不同的產能利用率水準均會隨機產生 20 個實例。

第五節 研究工具

本研究使用 Boland C++ Builder 6.0 來進行程式撰寫，由於 C++是一個物件導向的程式語言，具有高度的資料整合能力，並以類別模擬現實生活物件，並具備運算快速的優點，因此本研究選擇 Boland C++ Builder 6.0 來做為研究的工具。

第六節 論文架構

本研究的論文內容共分為五章，如圖 1-1 所示，分別略述如下：

第一章敘述本論文之研究背景與動機、研究目的、研究方法與步驟、研究範圍與限制及研究工具；第二章整理及探討與本研究相關的文獻，包含各種方法求解 ELSP 及倉儲等相關文獻；第三章說明本研究用以求解 ELSP 問題的數學模式，；第四章利用本研究所提供的一組範例，來說明本研究所建構的方法，並且根據不同產能利用率和不同產品數目之組合的隨機實驗數據來執行本研究所建立的求解方法，以探討解的品質及所耗費的時間；第五章說明本研究的實驗數據結果、建議事項及未來研究方向。

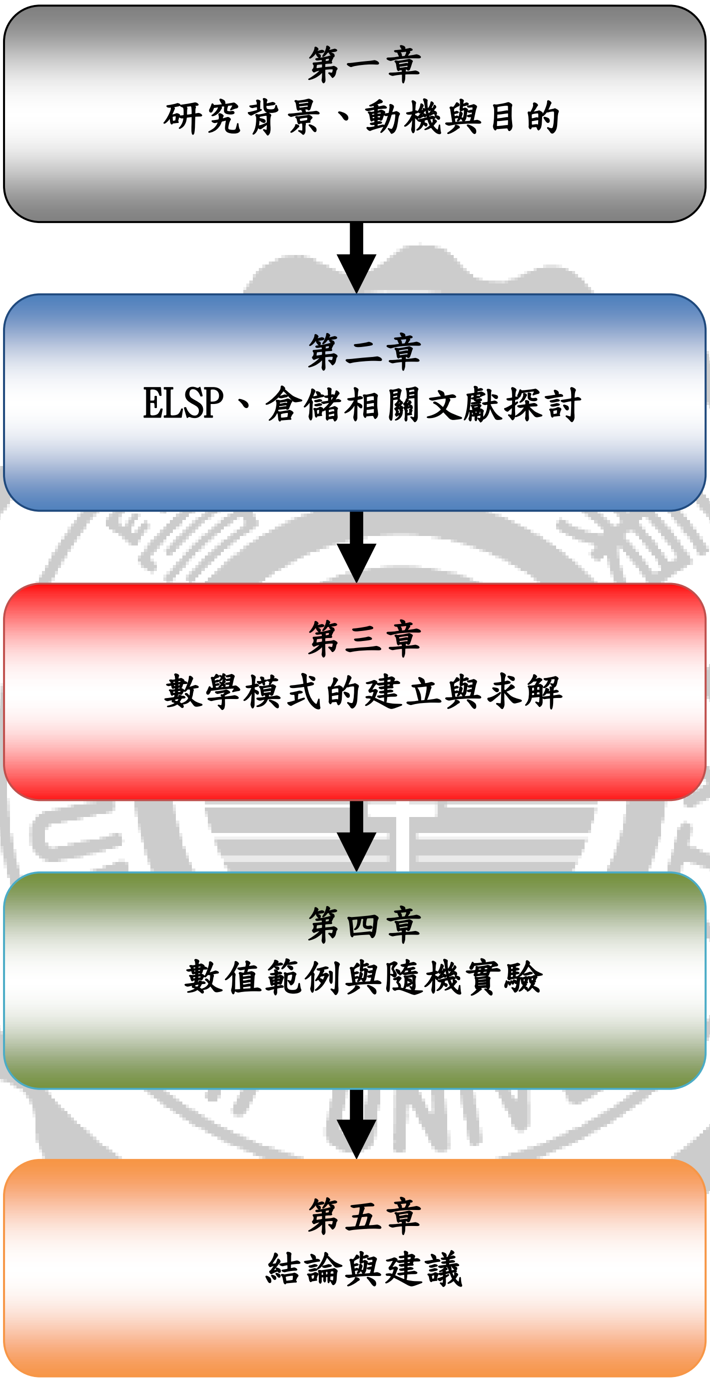
第一章
研究背景、動機與目的
第二章
ELSP、倉儲相關文獻探討
第三章
數學模式的建立與求解
第四章
數值範例與隨機實驗
第五章
結論與建議

圖 1-1 論文架構

第二章　文獻探討

第一節　經濟批量排程問題

經濟批量排程問題即是探討產品的批量大小、生產次數及週期時間，並調整產品週期性的生產排程，減少所需的整備時間及成本，在符合顧客長期的需求之下，使平均總成本最小，且排程為合理可行(張育仁及姚銘忠，2004)。在 ELSP 模式中常被考慮的成本項目包括：整備成本(setup costs) 和存貨持有成本(inventory holding costs)。而生產成本(production costs)是固定的常數，和求整體成本的最佳化無關；因此在 ELSP 模式中通常只考慮整備成本及存貨持有成本。

Davis (1990)與 Khouja *et al.* (1998)提出 ELSP 模式有以下幾項假設：

1. 在任何一時間點上，此機台只能生產單一產品。
2. 整備時間與整備成本只與被生產出來的產品有關，與生產的順序及批量大小無關。
3. 所有的產品皆由此機台完成生產。
4. 此機台的產能可以滿足所有產品的需求量。
5. 在週期生產排程中，每種生產出來的產品批量與循環時間(cycle time)的長度都是相同的。
6. 產品的需求是持續不斷的。
7. 在任何時間點內，所有產品的需求率、生產率、整備時間、整備成本和存貨持有成本都是已知而且不隨時間改變。

第二節　經濟批量排程問題常見的求解方法

求解 ELSP 問題的模式大略可分為分析式方法及啟發式方法(Elmaghraby, 1978)。分析式方法通常可得到最佳解或近似最佳解，而啟發式方法所得到的解，

無法保證其解為最佳解。較常見的分析式方法有獨立解法(Independent Solution, IS)、共同週期(Common Cycle, CC)法、基本週期(Basic Period, BP)法及延伸基本週期(Extend Basic Period, EBP)法等四種(Elmaghraby, 1978)。以下為四種解法的說明，有關變數符號之定義請參考表 3-1。

壹、 獨立解法

獨立解法是每個產品只考慮本身的最佳解，再加總各產品的平均成本。獨立解法無法保證其解的排程是合理可行的，但它的解可作為 ELSP 模式中可行解的下限。

獨立解法的數學模式如下：

產品 i 的平均單位總成本：$TC_i = \dfrac{A_i}{T_i} + \dfrac{h_i d_i (1-\rho_i) T_i}{2}$ (1)

產品 i 的最佳獨立循環時間：$T_i^* = \sqrt{\dfrac{2A_i}{h_i d_i (1-\rho_i)}}$ (2)

產品 i 的最小平均單位總成本：$TC_i^* = \sqrt{2A_i h_i d_i (1-\rho_i)}$ (3)

貳、 共同週期法

共同週期法是 Hanssmann (1962)所提出的方法，是個簡單且保證其解為可行的排程法則；主要假設為每個產品在每個週期都要生產，即將所有產品的排程都包含在一個共同的循環時間 T_{cc} 內，T_{cc} 的大小必須足以容納所有產品的生產，而每個產品都以 T_{cc} 的週期時間重覆循環。另外，共同週期法的解答可作為 ELSP 模式中可行解的上限。Ben-Daya & Hariga (2000)即同時利用獨立解法與共同週期法求解不完美生產系統下之經濟批量排程問題，並比較兩者所得到最佳解之差異。

共同週期法的數學模式如下：

$$\mathrm{Min} \sum_{i=1}^{n} \left\{ \frac{A_i}{T_{CC}} + \frac{h_i d_i (1-\rho_i) T_{CC}}{2} \right\} \quad (4)$$

$$\text{Subject to} \sum_{i=1}^{n}(s_i + \rho_i T_{CC}) \le T_{CC} \tag{5}$$

$$T_{CC} = \max\left\{ \sqrt{\frac{2\sum_{i=1}^{n} A_i}{\sum_{i=1}^{n} h_i d_i (1-\rho_i)}}, \frac{\sum_{i=1}^{n} s_i}{1-\sum_{i=1}^{n}\rho_i} \right\} \tag{6}$$

參、 基本週期法

基本週期法為 Bomberger (1966)所提出的方法，主要是使用動態規劃法來求解 ELSP。其數學模式如下：

$$\text{Min}\sum_{i=1}^{n}\left\{ \frac{A_i}{T_i} + \frac{h_i d_i (1-\rho_i) T_i}{2} \right\} \tag{7}$$

$$\text{Subject to} \sum_{i=1}^{n}(s_i + \rho_i B k_i) \le B \tag{8}$$

$$T_i = k_i B \tag{9}$$

$$k_i = 2^{v_i}, v_i \in \{0,1,2,\ldots\} \tag{10}$$

基本週期法將每個產品的循環時間假設為 B 的整數倍(k_i)，即每 k_i 週期生產一次，k_i 可以視為一產品的週期乘數，B 則是一機台的每次生產週期之時間長度。基本週期法假設所有的產品於第一週期都要生產，以後之週期是否要生產，就要視每個產品的 k_i 而定。若每個產品的 k_i 皆為 1，則表示其解就是共同週期法的解。基本週期法改善了共同週期法限定每週期每個產品都要生產的缺點，因此基本週期法所得到的平均總成本會較共同週期法小。但由於基本週期法產生的排程除了週期一的機器負荷較重之外，其餘週期機器的空閒時間較多，因此很容易造成生產設備產能的浪費及喪失找尋最佳解的機會，上述模式是假設 k_i 使用 PoT 策略求解。

Grznar and Riggle (1997)提出一解決單機 ELSP 的演算法，並宣稱此演算法可以找到基本週期法的最佳解。

肆、 延伸基本週期法

Haessler and Hogue (1976)首先提出以延伸基本週期法的架構，運用一整數規劃模式進行求解。之後 Elmaghraby (1978)及 Davis (1990)相繼提出較佳的整數規劃模式。

延伸基本週期法可以讓每一個產品依其 k_i 自由調整其生產排程，並沒有限制所有產品於第一週期都要生產，只要被安排到每個週期內的產品集合的整備時間和生產時間的總和小於 B，即表示此生產排程是可行的；EBP 法建立的生產排程是可以調整的，因此有機會找到較小的 B 值及較小的總成本，而 EBP 由於要額外進行可行解的確認，因此較為困難。

伍、 二冪策略與一般整數策略

在基本週期法與延伸基本週期法下進行求解的策略主要有兩種，分別是二冪(Power of Two, PoT)策略和一般整數(General-Integer, GI)策略，在此針對延伸基本週期法來說明這二種策略。

◆ 二冪策略：

在二冪策略下每項產品的週期循環時間均為基本週期之二的冪次方倍。

$$\mathrm{Min}\, TC(\{k_i\}, B) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=0}^{v_i}\sum_{l=1}^{2^j}\left\{\frac{A_i}{2^j B} + \frac{h_i d_i (1-\rho_i) 2^j B}{2}\right\} w_{ijl} \tag{11}$$

$$\text{Subject to } \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=0}^{v_i}\left[\left(s_i + \rho_i 2^j B\right)\right] w_{ij\varphi(j,t)} \le B, \text{ for } t = 1,\ldots, 2^{\mathrm{Max}\{o_i\}} \tag{12}$$

$$\sum_{j=0}^{v_i}\sum_{l=1}^{2^j} w_{ijl} = 1, \text{ for all } i = 1,\dots,n \tag{13}$$

$$\text{where } \varphi(j,t)\begin{Bmatrix} t \bmod 2^j, \text{if } t \neq \gamma 2^j, \gamma \in N \\ 2^j, \quad\quad \text{if } t = \gamma 2^j, \gamma \in N \end{Bmatrix} \tag{14}$$

and

$$\begin{Bmatrix} w_{ijl} = 1, \text{ if product } i \text{ is produced in the } t^{th} \text{ basic period.} \\ w_{ijl} = 0, \text{ otherwise.} \end{Bmatrix}$$

$$w_{ijl} \in \{0,1\} \text{ for all } i, j, l \tag{15}$$

公式(12)表示在每個週期中進行生產的產品其總生產時間不能超過 B。公式(13)表示對產品 i 來說就是於 2^j 個週期中選擇其中一個週期來開始進行生產排程。w_{ijl} 表示產品 i 的週期循環時間為 2^j 倍的基本週期($T_i = 2^j B$)，其從第 l 個基本週期開始生產。以一例子來說明這些限制式所要表達的意思；假設 2^j 的範圍在 $\{2^0, 2^1, 2^2, 2^3\}$之間，則產品 i 的生產排程則有以下幾種可能的情形，如下表 2-1 所示(黃士芬，2001)。以 2^2 來說明，表示產品 i 開始生產的週期 $kstart_i$ 有四個位置可選擇，並從中擇一以進行生產排程。

表 2-1 二冪策略下產品 i 的可能生產排程情形

2^0	$w_{i,0,1}$	$w_{i,0,1}$	$w_{i,0,1}$	$w_{i,0,1}$	$w_{i,0,1}$	$w_{i,0,1}$	$w_{i,0,1}$	$w_{i,0,1}$
2^1	$w_{i,1,1}$	$w_{i,1,2}$	$w_{i,1,1}$	$w_{i,1,2}$	$w_{i,1,1}$	$w_{i,1,2}$	$w_{i,1,1}$	$w_{i,1,2}$
2^2	$w_{i,2,1}$	$w_{i,2,2}$	$w_{i,2,3}$	$w_{i,2,4}$	$w_{i,2,1}$	$w_{i,2,2}$	$w_{i,2,3}$	$w_{i,2,4}$
2^3	$w_{i,3,1}$	$w_{i,3,2}$	$w_{i,3,3}$	$w_{i,3,4}$	$w_{i,3,5}$	$w_{i,3,6}$	$w_{i,3,7}$	$w_{i,3,8}$

表 2-2 產品 i 可能的生產排程情形

產品 i				
Period(B)	**2^0**	**2^1**	**2^2**	**2^3**
1	$(s_i+\rho_i 2^0 B)w_{i01}$	$(s_i+\rho_i 2^1 B)w_{i11}$	$(s_i+\rho_i 2^2 B)w_{i21}$	$(s_i+\rho_i 2^3 B)w_{i31}$
2	$(s_i+\rho_i 2^0 B)w_{i01}$	$(s_i+\rho_i 2^1 B)w_{i12}$	$(s_i+\rho_i 2^2 B)w_{i22}$	$(s_i+\rho_i 2^3 B)w_{i32}$
3	$(s_i+\rho_i 2^0 B)w_{i01}$	$(s_i+\rho_i 2^1 B)w_{i11}$	$(s_i+\rho_i 2^2 B)w_{i23}$	$(s_i+\rho_i 2^3 B)w_{i33}$
4	$(s_i+\rho_i 2^0 B)w_{i01}$	$(s_i+\rho_i 2^1 B)w_{i12}$	$(s_i+\rho_i 2^2 B)w_{i24}$	$(s_i+\rho_i 2^3 B)w_{i34}$
5	$(s_i+\rho_i 2^0 B)w_{i01}$	$(s_i+\rho_i 2^1 B)w_{i11}$	$(s_i+\rho_i 2^2 B)w_{i21}$	$(s_i+\rho_i 2^3 B)w_{i35}$
6	$(s_i+\rho_i 2^0 B)w_{i01}$	$(s_i+\rho_i 2^1 B)w_{i12}$	$(s_i+\rho_i 2^2 B)w_{i22}$	$(s_i+\rho_i 2^3 B)w_{i36}$
7	$(s_i+\rho_i 2^0 B)w_{i01}$	$(s_i+\rho_i 2^1 B)w_{i11}$	$(s_i+\rho_i 2^2 B)w_{i23}$	$(s_i+\rho_i 2^3 B)w_{i37}$
8	$(s_i+\rho_i 2^0 B)w_{i01}$	$(s_i+\rho_i 2^1 B)w_{i12}$	$(s_i+\rho_i 2^2 B)w_{i24}$	$(s_i+\rho_i 2^3 B)w_{i38}$

公式(12)可以由表 2-2 來說明各種可能的情況(黃士芬，2001)。Sun *et al*. (2010)研究以延伸基本週期法求解在二冪策略下之經濟批量排程問題，運用一非線性整數規劃模式進行求解。他們提出一個小步(small-step)搜尋演算法，當步數趨近於零時，便獲得了一個最佳解，這其中利用分治(divide-and-conquer)法來加快搜尋。他們進一步提出更快的啟發式演算法，幾乎在所有隨機產生的範本案例裡找到最佳解。

Jackson *et al*. (1985)提出在生產與配銷系統中考慮實際的及一致的補貨週期時間之聯合補貨問題(Joint Replenishment Problem)，並發展一演算法進行求解，其限制補貨週期時間為基本規劃週期之二的冪次方倍。實驗數據顯示其研究所提出以

二冪策略為基礎之演算法求解的成本，僅高於在一般整數策略下所求解的最小平均單位總成本的 6%以內。

◆ 一般整數策略：

在一般整數策略下每項產品的週期循環時間是基本週期的任意整數倍。

$$\mathrm{Min}\, TC(\{k_i\}, B) = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \frac{A_i}{k_i B} + \frac{h_i d_i (1-\rho_i) k_i B}{2} \right\} \tag{16}$$

$$\text{Subject to} \sum_{i=1}^{n} [(s_i + \rho_i k_i B)] w_{i\varphi(i,t)} \le B, \text{ for } t = 1,\ldots, K \tag{17}$$

$$\text{where } K = lcm\{k_i\}, k \in \{1,2,3\ldots\} \tag{18}$$

$$\sum_{t=1}^{k_i} w_{it} = 1, \text{ for } i = 1,\ldots, n \tag{19}$$

$$\begin{Bmatrix} w_{it} = 1, \text{ if product } i \text{ is produced in the } t^{th} \text{ basic period.} \\ w_{it} = 0, \text{ otherwise.} \end{Bmatrix}$$

and

$$\varphi(i,t) \begin{Bmatrix} t \bmod k_i, \text{ if } t \ne \gamma k_i, \gamma \in N \\ k_i, \quad\quad \text{if } t = \gamma k_i, \gamma \in N \end{Bmatrix} \tag{20}$$

公式(17)表示在每個週期中進行生產的產品其總生產時間不能超過 B。公式(19)表示對產品 i 來說就是於 k_i 個週期中選擇其中一個週期來開始進行生產排程。K 表示為所有產品 k_i 的最小公倍數，w_{it}=1 表示產品 i 在第 t 週期生產，每隔 k_iB 時間循環生產。若 w_{it}=0 表示產品 i 在第 t 週期沒有生產。以一例子來說明產品產品 i 使用 GI 策略下的生產排程可能的情形。假設 k_i 的上限為 10，則產品 i 的生產排程則有以下幾種可能的情形，如下表 2-3 所示(陳志宏，2003)。

表 2-3 一般整數策略下產品 i 的可能生產排程情形

$k_i = 1$	$w_{i,1}$	$w_{i,1}$	$w_{i,1}$	$w_{i,1}$	$w_{i,1}$	$w_{i,1}$	$w_{i,1}$	$w_{i,1}$	$w_{i,1}$	$w_{i,1}$
$k_i = 2$	$w_{i,1}$	$w_{i,2}$	$w_{i,1}$	$w_{i,2}$	$w_{i,1}$	$w_{i,2}$	$w_{i,1}$	$w_{i,2}$	$w_{i,1}$	$w_{i,2}$
$k_i = 3$	$w_{i,1}$	$w_{i,2}$	$w_{i,3}$	$w_{i,1}$	$w_{i,2}$	$w_{i,3}$	$w_{i,1}$	$w_{i,2}$	$w_{i,3}$	$w_{i,1}$
$k_i = 4$	$w_{i,1}$	$w_{i,2}$	$w_{i,3}$	$w_{i,4}$	$w_{i,1}$	$w_{i,2}$	$w_{i,3}$	$w_{i,4}$	$w_{i,1}$	$w_{i,2}$
$k_i = 5$	$w_{i,1}$	$w_{i,2}$	$w_{i,3}$	$w_{i,4}$	$w_{i,5}$	$w_{i,1}$	$w_{i,2}$	$w_{i,3}$	$w_{i,4}$	$w_{i,5}$
$k_i = 6$	$w_{i,1}$	$w_{i,2}$	$w_{i,3}$	$w_{i,4}$	$w_{i,5}$	$w_{i,6}$	$w_{i,1}$	$w_{i,2}$	$w_{i,3}$	$w_{i,4}$
$k_i = 7$	$w_{i,1}$	$w_{i,2}$	$w_{i,3}$	$w_{i,4}$	$w_{i,5}$	$w_{i,6}$	$w_{i,7}$	$w_{i,1}$	$w_{i,2}$	$w_{i,3}$
$k_i = 8$	$w_{i,1}$	$w_{i,2}$	$w_{i,3}$	$w_{i,4}$	$w_{i,5}$	$w_{i,6}$	$w_{i,7}$	$w_{i,8}$	$w_{i,1}$	$w_{i,2}$
$k_i = 9$	$w_{i,1}$	$w_{i,2}$	$w_{i,3}$	$w_{i,4}$	$w_{i,5}$	$w_{i,6}$	$w_{i,7}$	$w_{i,8}$	$w_{i,9}$	$w_{i,1}$
$k_i = 10$	$w_{i,1}$	$w_{i,2}$	$w_{i,3}$	$w_{i,4}$	$w_{i,5}$	$w_{i,6}$	$w_{i,7}$	$w_{i,8}$	$w_{i,9}$	$w_{i,10}$

綜合上述討論，可知在延伸基本週期法下 ELSP 的決策變數包含：(1)基本週期時間 B，亦即每一個週期的時間長度，此時間長度須大於該週期內生產之產品的整備時間與生產時間之總和；(2)每種產品之生產頻率(或稱週期乘數)k_i，亦即須每隔多少週期生產一次；(3)每種產品批量開始生產的週期 $kstart_i$。若是分析式解法則多以動態規劃或整數規劃求解，在面對大規模的問題，分析式解法通常會有運算時間過久的問題，相關的研究可參見 Bomberger (1966)及 Elmaghraby (1978)等。

陸、 啟發式方法

針對 BP 或 EBP，啟發式方法多運用反覆式(iterative)搜尋程序，以求取問題的最佳解或接近最佳解。其解法一般是從一特定 B 開始，先嘗試求得每種產品之最佳 k_i (即其整數倍數)。再以此最佳 k_i，搜尋下一個 B'；如此反覆地進行最佳化與搜尋，直到無法找到更好的解。Park and Yun (1987)、Boctor (1987)及 Geng and Vickson

(1988)等人所提出的三個單機 ELSP 之啟發式解法都屬於貪婪式搜尋法，使用 EBP 的概念，說明如何來安排每個產品的生產週期，進而判斷該組解是否為可行解。但是貪婪式搜尋法往往只解得局部最佳解，而無法保證其答案的品質。

柒、 以搜尋為基礎的求解方法

一、基因演算法(Genetic Algorithm, GA)

Holland (1975)所提出，是模仿自然界物競天擇、適者生存的方法，定出個體適應能力、基因交換及基因突變等規則性之演算過程來求最佳解，其解為全區域的最佳解，而非某區域的最佳解。

除了上述求解方法外，某些研究亦嘗試使用 GA 等搜尋法來求解 ELSP。Khouja *et al.* (1998)使用 GA 來求解 ELSP，並使用 Bomberger (1966)的產品資料作數據實驗，得到的成本比 IS 法高出 80%以上；主要的原因是使用 BP 法來安排產品的生產週期。Moon *et al.* (2002)基於時間變動批量大小(Time Varying Lot Sizes, TVLS)法，應用混合式的 GA 來解 ELSP。Sarker and Newton (2002)使用 GA 求解經濟批量大小排程問題，以決定產品的採購政策和最佳批量大小。

張育仁及姚銘忠(2005)以遺傳演算法求解一般整數策略下之多機經濟批量排程問題，探討單一生產系統中具有多部相同類型機台，生產多種產品的批量排程問題。為有效地求解多機 ELSP，其研究使用「一般整數策略」來設定各產品 i 的週期乘數 k_i，並允許各機台 j 的基本週期時間 B_j 可以有所不同的假設下，藉由遺傳演算法多點平行搜尋的優點，迅速求取多機 ELSP 可能的最佳解；接著運用 ELSP 之可行解測試法，來判斷 GA 所求得的解是否可行。實驗數據顯示其研究提出之解法確實能兼具求解的品質和時間之要求。

Chang and Yao (2008)延伸傳統單機 ESLP，探討單一生產系統中具有多部相同機台生產多種產品的 ELSP，提出一個以遺傳演算法為基礎的三階段解法。在第一

階段，其研究分別使用 Carreno 啟發式方法和 GA 來指派產品到合適的機台；接著在第二階段，藉由 GA 多點平行搜尋的優點，迅速求取各部機台之 ELSP 可能的最佳解；最後在第三階段運用 ELSP 之可行解測試法，來判斷 GA 所求得的解是否可行。實驗數據顯示其研究提出之三階段解法確實能兼具求解的品質和時間之要求。

Chang and Yao (2009)使用遺傳演算法求解有重製狀況的經濟批量排程問題(Economic Lot Scheduling Problem with Reworks, ELSPR)，提出在共同週期法下 ELSPR 之數學模式，並假設在一週期內一產品僅有一個製造批量和一個重製批量。其建議一個混合式遺傳演算法來求解 ELSPR 之最佳批量生產順序，以最小化額外成本，其數值範例顯示遺傳演算法的求解效率，得到的成本最多僅比最佳解高出 0.18%。

二、廣度優先搜尋法

根據何承道(2006)，廣度優先搜尋法（Breadth-First-Search, BFS）是一種盲目搜尋法，目的是系統地展開並檢查所有節點，以找尋結果。BFS 並不考慮結果的可能位址，徹底地搜索所有可能的節點，直到找到結果為止。BFS 並不使用經驗法則演算法。

BFS 在記錄目前圖形型樣上用於產生下一層的候選人，所花費的記憶體大小會取決於圖形探勘資料的寬度，也就是記憶體消耗程度的決定因素是在於某一層列舉樹中，可能產生子圖型樣的最大數量。

BFS 的最大好處是可以利用集合運算，例如使用在結合運算上，將某兩個型樣結合，快速產下一個子圖形型樣，甚至在支持度的計算上也可以透過交集運算後產生結果。

廣度優先搜尋法有以下幾種特性：

(一)、 空間複雜度

由於所有節點都必須被儲存，因此對空間的需求相當大量，因此 BFS 並不適合用於解非常大的問題。

(二)、 時間複雜度

最差情形下，BFS 必須尋找所有到可能節點的所有路徑，因此用於解非常大的問題時會花費相當多的時間。

(三)、 完全性

廣度優先搜索演算法具有完全性。這意指無論圖形的種類如何，只要目標存在，則 BFS 一定會找到。然而，若目標不存在，且圖為無限大，則 BFS 將不收斂，即不會結束。

(四)、 最佳解

若所有邊的長度相等，廣度優先搜索演算法是最佳解，亦即它找到的第一個解，距離根節點的邊數目一定最少；但對一般的圖來說，BFS 並不一定回傳最佳解。這是因為當圖形為加權圖（亦即各邊長度不同）時，BFS 仍然回傳從根節點開始，經過邊數目最少的解；而這個解距離根節點的距離不一定最短。

廣度優先搜尋法的停止法則有三，其一為求解回合數結束時，演算法即停止；其二為求解時間結束時，演算法即停止；其三為演算過程中求得之最適解次數，持續最大回合數的 1/5 次皆沒有改變時，亦終止演算法(李泰琳，2010)。

蕭文峰(2006) 利用廣度優先搜尋法來找出資料表間的中介資料表及連結條件，以完成跨資料表查詢，來解決所查詢的資料表間是否存在直接關聯(Relation)，如此常造成查詢失敗與挫折的問題。

鄭日昌(2005) 為了設計一個可變動性的虛擬迷宮遊戲，應用 BFS 的概念寫成了演算法用來找尋封閉的空間，使之利用電腦輔助的概念防止不良迷宮的產生，適時的回饋機制，提供設計師良好的設計環境。

捌、產生可行排程

而使用 EBP 法求解 ELSP，除了要求平均總成本近似最佳解之外，還須確認其解的排程是否合理可行的。於共同週期法的可行解判斷是所有產品的排程都包含在一個共同的循環時間內(T_{cc})，而 T_{cc} 必須夠大以容納所有產品的生產；BP 的可行解判斷是第一個週期的生產產能是否足夠；有關 EBP 模式的可行解的判斷方面之研究，Haessler and Hogue (1976)首先提出以 EBP 法的架構，運用一整數規劃模式描述 ELSP 模式中排程的可行解判斷問題。Yao (2000)以 EBP 法為基礎提出 Proc FT 方法，用來判斷機台 j 的某組解(B_j, {k_i})是否為可行解。陳英欽 (2001)比較 Park and Yun (1987)、Boctor (1987)、Geng and Vickson (1988)和 Yao (2000)等四種啟發式 ELSP 可行解的判斷方法；其結果顯示 Proc FT 誤判可行解為不可行解的機率最少，是為較可靠的方法。

玖、 倉儲相關文獻

由於過去求解 ELSP 問題幾乎只對整置與存貨成本進行鑽研，並未對於倉儲空間多未加以重視，但於實際情形下，總成本不應只包含整備成本和存貨持有成本，產品生產後會進行儲藏，儲藏期間的倉庫租賃成本也該納入考量，方符合現實狀況。

由於 ELSP 可藉由降低生產速率來減少存貨成本，進而得到較低的總成本，張孝裕 (2006)探討在倉儲有限的情況下的可變動生產速率來求解經濟批量排程問題。

鄭舜維 (2009)在倉儲受限下，產品的損毀率對於其倉儲的儲存量的決策問題進行了研究，並且考量了外租倉庫的存貨損毀機率以及其租金成本來進行決策推導以求其最佳解。

Transchel and Minner (2009)探討了在倉儲有限的情況下，多產品共用一個倉庫時，動態定價與倉庫的補給調度問題，其分析了影響銷售價格與補貨比的協調決

策，目的是透過最佳定價策略與最優批量大小及排放順率來達成利潤最大化。

Jaruphongsa *et al*. (2004)則是對假設一個簡單的供應鏈來考量倉庫大小與其產品的交貨時間窗的動態批量大小，對於單一產品分別設立兩個動態批量，分別為交貨時間窗以及倉庫容量限制，而過早交貨則會帶有處罰。

Minner (2009)則對倉儲有限的多產品動態需求進行了三種簡單啟發式分析，分別是根據成本為基礎來延長補給批量的優先權規則、假設每個產品生產第一步為獨立生產，然後藉由平滑機制處理超過負荷的機台，最後是單一產品批量無容量限制，對多產品機台負荷受限的問題，根據節約成本為優先權原則藉由增資來改善先後的排程時間。

Chung *et al*. (2009)認為許多產品庫存模型的最大缺點便是假設不切實際，例如所有的產品都是良好的，以及倉庫是無限的。但是在現實中，產品會有損毀、倉庫是有限的，加上倉庫有租用問題，而建立了兩個倉庫與產品損毀同時存在的新模型。

Liang *et al*. (2011)則是建立了兩個有限倉庫來探討會在有條件允許延遲付款的情況下，不斷的需求會隨時間損毀的商品，其目的在於尋找總庫存成本最小化的最佳補貨政策，將已經得到的最佳解決方案成為有用的理論。

第三節 文獻探討小結

總觀上述關於 ELSP 的文獻，可以發現至今的 ELSP 文獻，通常皆以倉儲無限或倉儲受限設為其假設條件，與求解倉儲空間大小的研究無關，且未將倉儲成本納為 ELSP 總成本的一部分。因此本篇研究將以此為題，探討多產品之經濟批量排程問題的倉儲空間與平均總成本，使用的求解法為共同週期法與基本週期法，基本週期法的產品的週期乘數使用的求解策略為二冪策略。

第三章　模式建立與求解

第一節 基本假設與數學符號

本研究考量倉儲空間與成本的 ELSP 問題之假設條件如下：

1. 該製程中所有產品皆由一個生產設備完成生產。
2. 在任一時間點上，生產機台只能生產一種產品。
3. 所有產品皆由同一機台進行生產。
4. 缺貨狀況不被允許。
5. 在任何時間點內，所有產品的需求率、生產率、生產整備時間、生產整備成本、及存貨持有成本等皆是已知且不隨時間而改變。
6. 假設每個產品占用的儲位空間是可互換的。
7. 在整個生產週期，倉儲大小是固定不變的。

本研究所使用的數學符號如下表 3-1。

表 3-1 本研究之數學符號

n	產品數
p_i	每單位時間產品 i 的生產率
d_i	每單位時間產品 i 的需求率
ρ_i	產品 i 的產能利用率(utilization rate) $\rho_i = \dfrac{d_i}{p_i}$
W	倉儲空間大小
s_i	產品 i 每生產批量的整備時間
A_i	產品 i 每生產批量的整備成本
h_i	產品 i 每單位時間的存貨持有成本

表 3-1 本研究之數學符號(續)

α	倉庫的單位時間租金成本
T_{cc}	共同週期法下的週期循環時間
B	最佳計劃基期
k_i	產品i的週期乘數
T_i	產品i的週期循環時間
TC	產品的單位總成本

第二節 在共同週期法下的求解

ELSP 的基本求解模式為求最小化的單位時間總成本，亦即單位時間整備成本加上單位時間持有成本，本論文將倉儲納入 ELSP 總成本中。本研究的目標預先求得最小的倉儲空間大小，再取得倉儲租金大小，以求得 ELSP 的總成本，因此，本研究的目標成本函數是將 ELSP 的成本函數加上倉儲的租金大小，本論文 ELSP 的目標函數可以表達成如公式(21)所示。而所有產品的整備時間加上生產時間需小於或等於整個週期長度，可以表達如公式(22)所示。最佳的周期時間長度則如公式(23)所示。本研究要探討所需倉儲空間 W 對總成本的影響。

$$\mathrm{Min\,TC} = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{A_i}{T_{cc}} + \frac{T_{cc}h_i d_i(1-\rho_i)}{2} + W\alpha T_{cc}\right] \tag{21}$$

$$\text{Subject to } \sum_{i=1}^{n}(s_i + \rho_i T_{cc}) \le T_{cc} \tag{22}$$

$$T_{cc} = \sqrt{\frac{2A_i}{h_i d_i(1-\rho_i) + 2W\alpha}} \tag{23}$$

本研究起始之初，先設立多個產品的倉儲空間是不可互換的且相互獨立運作來求其倉儲空間的所需大小；然後再以此模式加以修改為多產品倉儲空間為可互

換的。

壹、共同週期法的倉儲空間推導–倉儲空間不可互換

當一個產品生產完時，其倉儲空間剛好達到最大。因此我們將所有產品生產完時所佔用的倉儲空間相加起來，而成為最基本的數學模型，可以表達成如公式(24)。

$$W=\sum_{i=1}^{n}[(p_i\text{-}d_i)(\frac{d_iT_{cc}}{p_i})] \tag{24}$$

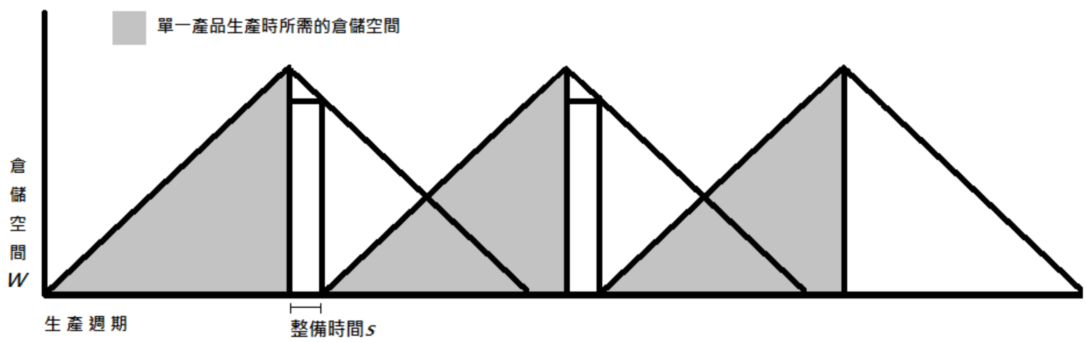

圖 3-1 多產品倉儲空間不可互換模型

貳、共同週期法的倉儲空間推導–倉儲空間可互換

由於產品生產完之後將會存放在倉庫中繼續販售，因此我們可以得知產品生產完畢的時間點是倉儲使用空間的最大值，然後產品佔用的倉儲空間便會隨著產品販售完畢而降到 0。本研究假設前一個產品生產完之後，因產品販售而空閒出來的倉儲空間能被下一個生產的產品佔用。但以 10 個產品為例，可能的生產順序便有 10!種，這會使數學模式變得難以推導。為了簡化數學模式的推導過程，本研究僅考慮下列兩種排列順序：

Seq1. $d_i > p_{(i+1)}\text{-}d_{(i+1)}$

Seq2. $d_i < p_{(i+1)}\text{-}d_{(i+1)}$

依據 $d_i > p_{(i+1)}\text{-}d_{(i+1)}$排出生產順序的情況下，由於前一個產品的需求率 d_i 皆大於生產中的產品庫存速率 $p_{(i+1)}\text{-}d_{(i+1)}$，因此前一個產品所佔用的倉儲空間會在下一個產品生產時釋出足以容納新產品庫存的倉儲空間。而此種情況在現實世界的出現機率較低，若出現，其最佳倉儲空間大小必為第一個產品所佔用的倉儲空間大小，公式如(25)所示：

$$W= (p_1\text{-}d_1)\left(\frac{d_1T_{cc}}{p_1}\right) \tag{25}$$

在 $d_i < p_{(i+1)}\text{-}d_{(i+1)}$的情況下，由於前一個產品的需求率 d_i 較生產中的產品庫存速率 $p_{(i+1)}\text{-}d_{(i+1)}$小，因此前一個產品所佔用的倉儲空間無法在下一個產品生產時釋出足以容納新產品庫存的倉儲空間，而此種情況在現實世界的出現機率較高。以下為 $d_i < p_{(i+1)}\text{-}d_{(i+1)}$情況下，本研究以兩個產品為例，說明倉儲空間大小公式的推導。

產品的生產順序若是依據 $d_i < p_{(i+1)}\text{-}d_{(i+1)}$ 之順序排列，即可用公式(26)求算倉儲空間，即算出產品 1 與產品 2 生產完所達到最大的倉儲空間，再減去在產品 2 生產以及整備時，產品 1 因為商品需求的關係而讓出的倉儲空間。

$$W = (p_1\text{-}d_1)\left(\frac{d_1T_{cc}}{p_1}\right)+(p_2\text{-}d_2)\left(\frac{d_2T_{cc}}{p_2}\right)\text{-}d_1\left(\frac{d_2T_{cc}}{p_2}+s_2\right) \tag{26}$$

以三個產品為例：

式子(27)為三產品在 $d_i < p_{(i+1)}\text{-}d_{(i+1)}$ 的生產順序情況下的模型，即算出產品 1、

產品 2 與產品 3 生產完所達到最大的倉儲空間，再減去在產品 2 與產品 3 生產以及整備時，產品 1 因為商品需求的關係而讓出的倉儲空間，再減去產品 3 生產以及整備時，產品 2 因為商品需求的關係而讓出的倉儲空間。

$$W = (p_1\text{-}d_1)\left(\frac{d_1T_{cc}}{p_1}\right)+(p_2\text{-}d_2)\left(\frac{d_2T_{cc}}{p_2}\right)+(p_3\text{-}d_3)\left(\frac{d_3T_{cc}}{p_3}\right)\text{-}d_1\left(\frac{d_2T_{cc}}{p_2}+\frac{d_3T_{cc}}{p_3}+s_2+s_3\right)$$
$$\text{-}d_2\left(\frac{d_3T_{cc}}{p_3}+s_3\right) \quad (27)$$

以四個產品為例：

式子(28)為三產品在 $d_i < p_{(i+1)}\text{-}d_{(i+1)}$ 的生產順序情況下的模型，算出產品 1、產品 2、產品 3 與產品 4 生產完所達到最大的倉儲空間後，減去在產品 2、產品 3 與產品 4 生產以及整備時，產品 1 因為商品需求的關係而讓出的倉儲空間，然後再減去產品 3 與產品 4 生產以及整備時，產品 2 因為商品需求的關係而讓出的倉儲空間，最後再減去產品 4 生產以及整備時，產品 3 因為商品需求的關係而讓出的倉儲空間。

$$W = (p_1\text{-}d_1)\left(\frac{d_1T_{cc}}{p_1}\right)+(p_2\text{-}d_2)\left(\frac{d_2T_{cc}}{p_2}\right)+(p_3\text{-}d_3)\left(\frac{d_3T_{cc}}{p_3}\right)+(p_4\text{-}d_4)\left(\frac{d_4T_{cc}}{p_4}\right)$$
$$\text{-}d_1\left(\frac{d_2T_{cc}}{p_2}+\frac{d_3T_{cc}}{p_3}+\frac{d_4T_{cc}}{p_4}+s_2+s_3+s_4\right)\text{-}d_2\left(\frac{d_3T_{cc}}{p_3}+\frac{d_4T_{cc}}{p_4}+s_3+s_4\right)\text{-}d_3\left(\frac{d_4T_{cc}}{p_4}\right) \quad (28)$$

而數學式(26)(27)(28)可以分別拆解成以下式子：

數學式(26)：

$$W = (p_1\text{-}d_1)\left(\frac{d_1T_{cc}}{p_1}\right)\text{-}d_1\left(\frac{d_2T_{cc}}{p_2}+S_2\right)$$
$$+(p_2\text{-}d_2)\left(\frac{d_2T_{cc}}{p_2}\right)$$

數學式(27)：

$$W = (p_1\text{-}d_1)\left(\frac{d_1T_{cc}}{p_1}\right)\text{-}d_1\left(\frac{d_2T_{cc}}{p_2}+\frac{d_3T_{cc}}{p_3}+S_2+S_3\right)$$
$$+(p_2\text{-}d_2)\left(\frac{d_2T_{cc}}{p_2}\right)\text{-}d_2\left(\frac{d_3T_{cc}}{p_3}+S_3\right)$$
$$+(p_3\text{-}d_3)\left(\frac{d_3T_{cc}}{p_3}\right)$$

數學式(28)：

$$W = (p_1\text{-}d_1)\left(\frac{d_1T_{cc}}{p_1}\right)\text{-}d_1\left(\frac{d_2T_{cc}}{p_2}+\frac{d_3T_{cc}}{p_3}+\frac{d_4T_{cc}}{p_4}+S_2+S_3+S_4\right)$$
$$+(p_2\text{-}d_2)\left(\frac{d_2T_{cc}}{p_2}\right)\text{-}d_2\left(\frac{d_3T_{cc}}{p_3}+\frac{d_4T_{cc}}{p_4}+S_3+S_4\right)$$
$$+(p_3\text{-}d_3)\left(\frac{d_3T_{cc}}{p_3}\right)\text{-}d_3\left(\frac{d_4T_{cc}}{p_4}+S_4\right)$$
$$+(p_4\text{-}d_4)\left(\frac{d_4T_{cc}}{p_4}\right)$$

由數學式(26)(27)(28)的拆解式有一定的規律，因此可以推導出在 $d_i < p_{(i+1)}\text{-}d_{(i+1)}$ 的生產順序情況下，多產品的倉儲空間大小之總結式為：

$$W = \sum_{i=1}^{n}\left[(p_i - d_i)\frac{d_iT_{cc}}{p_i}\right] - \sum_{i=2}^{n}\left[\sum_{j=1}^{i-1}(d_j)(\frac{d_iT_{cc}}{P_i}+s_i)\right] \tag{29}$$

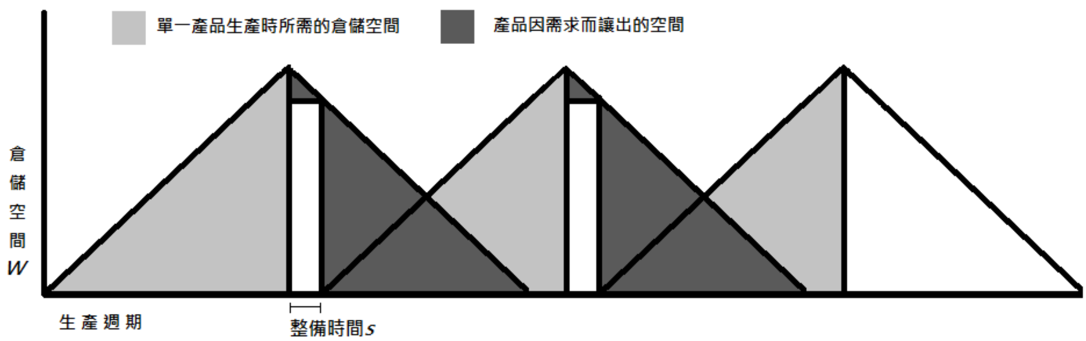

圖 3-2 多產品倉儲空間可彼此佔用模型

參、共同週期法求解流程

使用共同週期法下求解有倉儲空間與成本的 ELSP 問題的完整流程如下：

Step 1.　在倉儲不可互換的情況下，使用公式(24)，計算倉儲空間不可互換的倉儲大小，並代入公式(21)求得平均總成本，此平均總成本同時也是本研究的成本比較基準。

Step 2.　在倉儲可互換的情況下，使用排序法確認產品參數的第一排序方式(簡稱為 Seq1) $d_i > p_{(i+1)}\text{-}d_{(i+1)}$是否存在，若存在，則使用第三章第二節的第肆小節的求解法進行 TC_{Seq1} 的求解，若否，則執行 Step 2。

Step 3.　在倉儲可互換的情況下，使用排序法確認產品參數的第二排序方式(簡稱為 Seq2) $d_i < p_{(i+1)}\text{-}d_{(i+1)}$是否存在，若存在，則使用第三章第二節的第肆小節的求解法進行 TC_{Seq2} 的求解，若否，則執行 Step 3。

Step 4.　檢視兩種排序方式解的可行性，根據表 3-1 決定共同週期法下所求之最佳解的歸屬。

表 3-1　共同週期法求解結果

	排序方式 $d_i > p_{(i+1)}\text{-}d_{(i+1)}$ 存在且為可行解	排序方式 $d_i > p_{(i+1)}\text{-}d_{(i+1)}$ 不存在或為不可行解
排序方式 $d_i < p_{(i+1)}\text{-}d_{(i+1)}$ 存在且為可行解	將兩種排序方式所得的解進行比較，總成本較低的為最佳解。	排序方式 $d_i < p_{(i+1)}\text{-}d_{(i+1)}$ 且為可行解 為最佳解
排序方式 $d_i < p_{(i+1)}\text{-}d_{(i+1)}$ 不存在或為不可行解	排序方式 $d_i > p_{(i+1)}\text{-}d_{(i+1)}$ 且為可行解 為最佳解	本案例無解

肆、求解共同週期法下 ELSP 的倉儲空間與平均總成本

在已知產品排序的情況下，求解共同週期法下 ELSP 的倉儲空間與平均總成本的方法如下：

Step 1. 藉由公式(22)求解 T_{cc} 的初始值 T_{cc}'，

Step 1.1. 若倉儲排序方式為 $d_i > p_{(i+1)}-d_{(i+1)}$，將 T_{cc} 的初始值代入公式(25)，計算 W 的初始值 W'。

Step 1.2. 若倉儲排序方式為 $d_i < p_{(i+1)}-d_{(i+1)}$，將 T_{cc} 的初始值代入公式(29)，計算 W 的初始值 W'。

Step 2. newT_{cc} = T_{cc}'，將 W'代入公式(23)，重新計算 T_{cc}，並令其為 T_{cc}'。

Step 3. new$W$ = W'，並依照以下的方式進行 W 的計算。

Step 3.1. 若倉儲排序方式為 $d_i > p_{(i+1)}-d_{(i+1)}$，將 T_{cc}'代入公式(25)，重新計算 W 的值，並令其為 W'。

Step 3.2. 若倉儲排序方式為 $d_i < p_{(i+1)}-d_{(i+1)}$，將 T_{cc}'代入公式(29)，重新計算 W 的值，並令其為 W'。

Step 4. 若 TC(T_{cc}', W') - TC(newT_{cc}, new$W$) < N，，則執行 Step 5，否則執行 Step 2。(N 為一控制實驗精準度的變數，可依照實驗者的需求進行改變，數字越小實驗的準確度越高，但耗費的時間也越高。)

Step 5. Min(TC(T_{cc}', W') , TC(new T_{cc}, new$W$))為所求的平均總成本，並將相對應的 T_{cc} 代入公式(22)進行可行解分析。

第三節 在基本週期法下的求解

ELSP 的基本求解模式為求最小化的單位時間總成本，亦即單位時間整備成本加上單位時間持有成本。本研究的目標為求得最小的倉儲空間大小以求得包含倉儲成本在內的最佳總成本，因此，本研究的目標成本函數是將 ELSP 的成本函數加

上倉儲的租金大小，可以表達成如公式(30)所示。而所有產品的整備時間加上生產時間需小於或等於生產的基本週期時間長度，可以表達如公式(31)所示。本研究要探討所需倉儲空間 W 對總成本的影響。

$$\mathrm{Min}\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{A_i}{T_i}+\frac{h_i d_i(1-\rho)T_i}{2}+W\alpha T_i\right] \tag{30}$$

$$\text{Subject to}\sum_{i=1}^{n}(s_i+\rho_i B k_i)\le B \tag{31}$$

$$T_i = k_i B \tag{32}$$

$$B=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\frac{2A_i}{k_i}}{\sum_{i=1}^{n}\left[h_i d_i(1-\rho_i)k_i+2W\alpha_i k_i\right]}} \tag{33}$$

$$k_i = 2^{v_i}, v_i \in \{0,1,2,\ldots\} \tag{34}$$

壹、基本週期法的倉儲空間推導

產品生產之後必然先會存放在倉庫中再繼續販售，因此產品生產完畢的時間點便是倉儲空間的最大值，然後隨著產品販售，產品倉儲所佔用的空間將會因為產品售出而漸漸降到 0。本研究假設前一個產品生產完之後，因產品販售而空閒出來的倉儲空間能被後一個生產的產品所佔用。但以 10 個產品為例，可能的生產順序便有 10!種，這會使數學模式變得難以推導。為了簡化數學模式的推導過程，本研究僅考慮下列兩種排列順序：

Seq1. $d_i > p_{(i+1)}\text{-}d_{(i+1)}$

Seq2. $d_i < p_{(i+1)}\text{-}d_{(i+1)}$

依據 $d_i > p_{(i+1)}$-$d_{(i+1)}$排出生產順序的情況下，由於前一個產品的需求率 d_i 皆大於生產中的產品庫存速率 $p_{(i+1)}$-$d_{(i+1)}$，因此前一個產品所佔用的倉儲空間會在下一個產品生產時釋出足以容納新產品庫存的倉儲空間。而此種情況在現實世界的出現機率較低，若出現，其最佳倉儲空間大小必為第一個產品所佔用的倉儲空間大小，公式如(35)所示：

$$W=(p_1\text{-}d_1)\left(\frac{d_1 k_1 B}{p_1}\right) \tag{35}$$

在 $d_i < p_{(i+1)}$-$d_{(i+1)}$的情況下，由於前一個產品的需求率 d_i 較生產中的產品庫存速率 $p_{(i+1)}$-$d_{(i+1)}$低，因此前一個產品所佔用的倉儲空間無法在下一個產品生產時釋出足以容納新產品庫存的倉儲空間，此種情況在現實世界的出現機率較高。本研究以四個產品為例，說明在 $d_i < p_{(i+1)}$-$d_{(i+1)}$情況下，倉儲空間大小公式的推導。

假設四個產品 k_1=2，k_2=3，k_3=4，k_4=5，生產順序為 k_1->k_2->k_3->k_4，在 BP 的模式下，四個產品的生產週期如表 3-2，V 為該產品當週期生產。

表 3-2　範例產品生產週期

	產品週期生產與否									
產品	週期 1	週期 2	週期 3	週期 4	週期 5	週期 6	週期 7	週期 8	週期 9	週期 10
1,k_i=2	V		V		V		V		V	
2,k_i=3	V			V			V			V
3,k_i=4	V				V				V	
4,k_i=5	V					V				

根據表 3-2，第一生產週期四個產品都會生產，產品 1 生產所需的倉儲空間為公式(36)所示：

$$W=(p_1-d_1)(\frac{d_1k_1B}{p_1}) \tag{36}$$

當產品 2 生產時，由於產品 1 的倉儲空間會因為需求而減少，因此可以將一部分的倉儲空間轉移給產品 2 使用，產品 2 生產所需的倉儲空間為數學式(37)所示：

$$W=(p_2-d_2)(\frac{d_2k_2B}{p_2})-d_1(\frac{d_2k_2B}{p_2}+s_2) \tag{37}$$

當產品 3 生產時，由於產品 1 與產品 2 的倉儲空間會因為需求而減少，因此可以將一部分的倉儲空間轉移給產品 3 使用，產品 3 生產所需的倉儲空間為數學式(38)所示：

$$W=(p_3-d_3)(\frac{d_3k_3B}{p_3})-d_1(\frac{d_3k_3B}{p_3}+s_3)-d_2(\frac{d_3k_3B}{p_3}+s_3) \tag{38}$$

當產品 4 生產時，由於產品 1、產品 2 與產品 3 的倉儲空間會因為需求而減少，因此可以將一部分的倉儲空間轉移給產品 4 使用，產品 4 生產所需的倉儲空間為數學式(39)所示：

$$W=(p_4-d_4)(\frac{d_4k_4B}{p_4})-d_1(\frac{d_4k_4B}{p_4}+s_4)-d_2(\frac{d_4k_4B}{p_4}+s_4)-d_3(\frac{d_4k_4B}{p_4}+s_4) \tag{39}$$

根據表 3-2，產品 1 會在第三生產週期的時候進行第二次生產，此時產品 2、產品 3 與產品 4 所需的倉儲空間會因為需求而減少，因此可以將多餘的倉儲空間轉移給產品 1，產品 1 在第三生產週期進行第二次生產所需的倉儲空間為數學式(40)所示：

$$W=(p_1-d_1)(\frac{d_1k_1B}{p_1})-d_2(\frac{d_1k_1B}{p_1}+s_1)-d_3(\frac{d_1k_1B}{p_1}+s_1)-d_4(\frac{d_1k_1B}{p_1}+s_1) \tag{40}$$

根據表 3-2，產品 2 會在第四生產週期的時候進行第二次生產，此時產品 1、產品 3 與產品 4 所需的倉儲空間會因為需求而減少，因此可以將多餘的倉儲空間轉移給產品 2，產品 2 在第三生產週期進行第二次生產所需的倉儲空間為數學式(41)所示：

$$W=(p_2-d_2)(\frac{d_2k_2B}{p_2})-d_1(\frac{d_2k_2B}{p_2}+s_2)-d_3(\frac{d_2k_2B}{p_2}+s_2)-d_4(\frac{d_2k_2B}{p_2}+s_2) \tag{41}$$

根據表 3-2，產品 1 會在第五生產週期的時候進行第三次生產，此時產品 2、產品 3 與產品 4 所需的倉儲空間會因為需求而減少，因此可以將多餘的倉儲空間轉移給產品 1，產品 1 在第三生產週期進行第二次生產所需的倉儲空間為數學式(42)所示：

$$W=(p_1-d_1)(\frac{d_1k_1B}{p_1})-d_2(\frac{d_1k_1B}{p_1}+s_1)-d_3(\frac{d_1k_1B}{p_1}+s_1)-d_4(\frac{d_1k_1B}{p_1}+s_1) \tag{42}$$

根據表 3-2，產品 3 會在第五生產週期的時候進行第二次生產，此時產品 1、產品 2 與產品 4 所需的倉儲空間會因為需求而減少，因此可以將多餘的倉儲空間轉移給產品 3，產品 3 在第三生產週期進行第二次生產所需的倉儲空間為數學式(43)所示：

$$W=(p_3-d_3)(\frac{d_3k_3B}{p_3})-d_1(\frac{d_3k_3B}{p_3}+s_3)-d_2(\frac{d_3k_3B}{p_3}+s_3)-d_4(\frac{d_3k_3B}{p_3}+s_3) \tag{43}$$

根據表 3-2，產品 4 會在第六生產週期的時候進行第二次生產，此時產品 1、產品 2 與產品 3 所需的倉儲空間會因為需求而減少，因此可以將多餘的倉儲空間

轉移給產品4，產品4在第三生產週期進行第二次生產所需的倉儲空間為數學式(44)所示：

$$W=(p_4-d_4)(\frac{d_4k_4B}{p_4})-d_1(\frac{d_4k_4B}{p_4}+s_4)-d_2(\frac{d_4k_4B}{p_4}+s_4)-d_3(\frac{d_4k_4B}{p_4}+s_4) \tag{44}$$

根據以上數學式(36)~(44)可以推導出以下倉儲的總結式，如公式(45)所示：

$$W=\sum_{i=1}^{n}\left[(p_i-d_i)\frac{d_ik_iB}{p_i}\right]-\sum_{i=2}^{n}\left[\sum_{j=1}^{i-1}(d_j)(\frac{d_ik_iB}{p_i})+s_i\right] \tag{45}$$

貳、基本週期法完整求解流程

本研究應用基本週期法進行的完整求解步驟如下：

Step 1.　先令$\{k_i\}$=1，求出 TC_{UB}。

Step 2.　使用廣度搜尋法進行 k_i 的搜尋，對任一組 k_i 進行下列步驟。

　Step 2.1.　對任一組 *ki* 使若存在則執行 Step 2.2，否則執行 Step 4。

　Step 2.2.　使用反覆求解法，對某一組{*ki*}和生產順序(Seq1 或 Seq2)求出在組合下最佳的 B^*和 W^*，以及相對的 *TC*。

Step 3.　以知一$\{k_i\}$與生產順序所求出的 B^*和 W^*以及 TC_{OPT}，根據表 3-2 決定基本週期法下所求之最佳解的歸屬。

Step 4.　若未達廣度搜尋法的中止條件，則回到 Step 2。

詳細的求解過程，請參閱以下方法的說明。

一、　週期乘數 k_i 的搜尋方法

以下是本研究應用廣度搜尋法搜尋週期乘數 k_i 的步驟：

Step 1. 先將所有產品的週期乘數 k_i 設定為 1。

Step 2. 藉由第三章第三節第貳小節的求解方法，在$\{k_i\}$=1 下計算 $B^*(\{k_i\})$與 $W^*(\{k_i\})$，並計算總成本 $TC(B^*\{k_i\}, W^*\{k_i\})$，此即為共同週期法下的總成本，可作為本研究的成本上限，記為 $TC_{UB}=\sum_{i=1}^{n} TC_i(B^*\{k_i\}, W^*\{k_i\})$，令 $TC_{UB}(B^*\{k_i\}, W^*\{k_i\})$為此時的最佳解 TC_{OPT}，$B^*(\{k_i\})$為最佳的週期時間 B_{OPT}，$W^*\{k_i\}$為最佳的倉儲大小 W_{OPT}，令$\{k_i\}$(=1)為最佳的週期乘數組合 $\boldsymbol{k}_{OPT}$。

Step 3. 應用下列步驟，以找到更佳的解答。

Step 3.1. 令 $i = 1$。

Step 3.2. 選擇第 i 個產品，令 k_i 變成 $2k_i$。

Step 3.3. 使用第三章第三節第貳小節之三的求解法計算 $B^*(\{ k_i \})$與 $W^*(\{ k_i \})$，並計算總成本 $TC(B^*\{k_i \}, W^*\{ k_i \})$，若 $TC < T_{COPT}$，則 $TC_{OPT} = TC(B^*(\{k_i\})，W^*(\{k_i\}))$，令 $B_{OPT} = B^*(\{k_i\})$，令 $W_{OPT} =W^*(\{k_i\})$，令 $k_{OPT}= \{k_i\}$。

Step 3.4. 令 $i = i + 1$，若 i > n 則到 Step 5，結束求解；若 $2k_i \le k_i^{\max}$ 則跳到 Step 3.2.，否則令 k_i 變成 $k_i/2$ 並跳到 Step 3。

Step 4. 重複執行 Step 3，直到下列條件成立後終止執行。

Step 4.1. node 的計算數量大於 Z 個。

(Z 的假設暫定為 100000，假設計算一個 node 需要 1/1000 秒，100000 個 node 需要 100 秒的計算時間，且計算過 100000 個 node 之後，所得的數據理應相當的接近最佳解，考量求解結果與求解時間，暫定為 100000 個 node。)

Step 4.2. 當 $TC_{OPT} < TC_{UB}$，經過Ｙ個 node 後，無法得到改善的解。

(Y 的假設暫定為 1000 或 10000，可依照實驗者的需求進行改變，

數字越大實驗的越趨近最佳解，但耗費的時間也越高。)

Step 5. 輸出 TC_{OPT}、B_{OPT}、W_{OPT}和 k_{OPT}。

二、 已知一組的{k_i}下求解生產順序

以下為已知一組{k_i}之後，針對不同的產品排序方法進行求解步驟：

Step 1. 使用排序法確認產品參數的第一排序方式(簡稱為 Seq1)

$d_i > p_{(i+1)}$-$d_{(i+1)}$是否存在，若存在，則使用第三章第三節第貳小節之三的求解法進行 TC_{Seq1} 的求解，若否，則執行 Step 2。

Step 2. 使用排序法確認產品參數的第二排序方式(簡稱為 Seq2)

$d_i < p_{(i+1)}$-$d_{(i+1)}$是否存在，若存在，則使用第三章第三節第貳小節之三的求解法進行 TC_{Seq2} 的求解，若否，則執行 Step 3。

Step 3. 檢視兩種排序方式解的可行性，根據表 3-2 決定基本週期法下所求之最佳解的歸屬。

表 3-3 基本週期法求解結果

	排序方式 $d_i > p_{(i+1)}$-$d_{(i+1)}$ 存在且為可行解	排序方式 $d_i > p_{(i+1)}$-$d_{(i+1)}$ 不存在或為不可行解
排序方式 $d_i < p_{(i+1)}$-$d_{(i+1)}$ 存在且為可行解	將兩種排序方式所得的解進行比較，總成本較低的為最佳解。	排序方式 $d_i < p_{(i+1)}$-$d_{(i+1)}$ 且為可行解 為最佳解
排序方式 $d_i < p_{(i+1)}$-$d_{(i+1)}$ 不存在或為不可行解	排序方式 $d_i > p_{(i+1)}$-$d_{(i+1)}$ 且為可行解 為最佳解	本案例無解

三、 已知$\{k_i\}$和生產順序求解 ELSP 的倉儲空間與平均總成本

當已知 k_i 與生產順序之後，便可進行倉儲空間 W 的求解，由於本研究在 B 與 W 的計算需要經過反覆求解的程序來求得最適值，以下為 B、W 與 TC 的求解過程：

Step 1. 使用第三章第三節第貳小節之四所提出的搜尋法取得週期乘數 k_i。

Step 2. 藉由公式(31)求解 B 的初始值，

Step 1.3. 若倉儲排序方式為 $d_i > p_{(i+1)}-d_{(i+1)}$，將 B 的初始值代入公式(35)，計 算 W 的初始值。

Step 1.4. 若倉儲排序方式為 $d_i < p_{(i+1)}-d_{(i+1)}$，將 B 的初始值代入公式(45)，計算 W 的初始值。

Step 3. new$B = B'$，將 W 代入公式(33)，重新計算 B 並令 $B'=B$。

Step 4. new$W = W'$，並依照以下方法進行 W 的計算。

Step 3.3. 若倉儲排序方式為 $d_i > p_{(i+1)}-d_{(i+1)}$，將 B 代入公式(35)，重新計算 W 的值並令 $W'=W$。

Step 3.4. 若倉儲排序方式為 $d_i < p_{(i+1)}-d_{(i+1)}$，將 B 代入公式(45)，重新計算 W 的值並令 $W'=W$。

Step 5. 若 TC(B', W') - TC(new$B$, new$W$) < N，，則執行 Step 6，否則執行 Step 3。

(N 為一控制實驗精準度的變數，可依照實驗者的需求進行改變，數字越小實驗的準確度越高，但耗費的時間也越高。)

Step 6. Min(TC(B', W') , TC(new$B$, new$W$))為所求的平均總成本，並將相對應的 B 代入公式(31)進行可行 解分析。

四、 $k_i^{\max}$ 的搜尋方法

為了計算最佳的產品週期乘數 k_i，必須先找到 k_i 之最大值 $k_i^{\max}$ 以做為廣度搜

尋時，某產品的 k_i 是否能向下搜尋的條件。以下為 Soman *et al.* (2004)所提出的 $k_i^{\max}$ 的搜尋方法。

Step 1. 使用公式(46)，獨立計算每個產品的 T_i。

$$T_i=(2c_i / [h_i d_i(1 - d_i / p_i)])^{1/2} \tag{46}$$

Step 2. 選擇 Step 1 中，最小的 T_i 當作基本週期 B 的基本值如公式(47)。

$$B= \min(T_i) \tag{47}$$

Step 3. 使用公式(48)，定義每個產品 k_i^- 與 k_i^+ 的整數倍。

$$k_i^- \leqq T_i / B \leqq k_i^+ \tag{48}$$

k_i^- = {1, 2, 4, 8, 16, ...}，為最靠近且比 T_i / T_{BP} 小的 2 的整數倍。

k_i^+ = {1, 2, 4, 8, 16, ...}，為最靠近且比 T_i / T_{BP} 大的 2 的整數倍。

Step 4. 將 Step 3 所定義的 k_i^- 與 k_i^+ 分別使用公式(49)計算成本。然後將成本較低的 k_i^- 或 k_i^+ 設為 k_i 。

$$Cost = \frac{A_i}{T_i} + \frac{h_i d_i (1-\rho_i)}{2} \tag{49}$$

Step 5. 使用新的 k_i 重新計算基本週期 B，如公式(50)。

$$B = \{ 2[\Sigma A_i / k_i] / [\Sigma h_i d_i k_i (1 - d_i / p_i)]\}^{1/2} \tag{50}$$

回到 Step 3，重新定義新的 k_i^- 與 k_i^+，B 使用的是 Step 5 所求出來的 B。若 Step 4 所產生的 k_i 與前次相同，則中止程序，所得的 k_i 即是 $k_i^{\max}$ 。

第四節 模式建立與求解小結

本研究在 CC 法與 BP 法上各建立了一個新模型，並用這些模型進行了 ELSP 下的倉儲空間的計算與平均總成本的求解問題。

CC 法在產品倉儲不可互換的情況下所得出來的解是本研究的基準解，用以比較 CC 法與 BP 法在產品倉儲可互換的情況下所得的解；BP 法應用了廣度搜尋法

與 Soman *et al*. (2004)所提出的 $k_i^{\max}$ 搜尋法尋求最佳的 k_i，並依照產品的生產順序進行求解。

第四章　數值範例與數據實驗

本研究以 CC 法加入計算倉儲空間大小但倉儲空間無法相互交換作為比較基準，藉以比較 CC 法與 BP 法分別用於計算倉儲空間大小且倉儲空間可相互交換後，最佳解的品質與計算的時間。本研究的程式使用 Borland C++ 6.0 撰寫，並於 ASUS F83VF, CPU: Intel Dual Core T4400 2.2GHz, RAM: 4GB DDRIII 的環境下執行。

第一節　數值範例

為了說明倉儲空間應用於 CC 法與 BP 法求解 ELSP 之程序，本研究以 1 個機台和 5 項產品之數值範例作為說明，求解經濟批量排程問題，以獲得可行的生產排程與檢驗排程。本研究以一組 5 項產品的參數資料，如下表 4-1 所示，配合參數變動，以說明本研究之解法的品質與效率。

表 4-1　5 項產品的原始參數資料

產品	A_i	h_i	p_i	d_i	s_i	α
1	15	0.05	3770	200	0.5	0.1
2	30	0.01	3900	130	0.25	0.1
3	50	0.37	5000	600	0.75	0.1
4	20	0.02	6100	100	0.5	0.1
5	150	0.01	15000	300	0.125	0.1

表 4-1 是本研究原始的參數資料，在此原始參數資料下，傳統 CC 法下產生的解為可行解，但 CC 法下產品倉儲空間可互換所產生的解為不可行解，求解情況如表 4-2。

表 4-2 表 4-1 參數資料的求解結果

	傳統 CC 法求解(不含倉儲成本)	CC 法下產品倉儲空間可互換
T_{cc}	1.5849	無可行解
TC	334.4047	--

表 4-3 5 項產品的參數資料(修改表 4-1 其中三項整備時間為原 1/10)

產品	A_i	h_i	p_i	d_i	s_i	α
1	15	0.05	3770	200	<u>0.05</u>	0.1
2	30	0.01	3900	130	0.25	0.1
3	50	0.37	5000	600	<u>0.075</u>	0.1
4	20	0.02	6100	100	<u>0.05</u>	0.1
5	150	0.01	15000	300	0.125	0.1

表 4-3 為原始的參數資料經過修改過後的結果，修改的部分為產品 1、產品 3 與產品 4 的整備時間縮小為原來的 1/10，在此修改後的參數資料下，傳統 CC 法下產生的解為可行解，但 CC 法下產品倉儲空間可互換所產生的解仍為不可行解，求解情況如表 4-4。

表 4-4 表 4-3 參數資料的求解結果

	傳統 CC 法求解(不含倉儲成本)	CC 法下產品倉儲空間可互換
T_{cc}	1.5849	無可行解
TC	334.4047	--

表 4-5　5 項產品的參數資料(修改表 4-1 所有整備時間為原 1/10)

產品	A_i	h_i	p_i	d_i	s_i	α
1	15	0.05	3770	200	0.05	0.1
2	30	0.01	3900	130	0.025	0.1
3	50	0.37	5000	600	0.075	0.1
4	20	0.02	6100	100	0.05	0.1
5	150	0.01	15000	300	0.0125	0.1

表 4-5 為原始的參數資料再次經過修改過後的結果，修改的部分為表 4-1 所有產品的整備時間縮小為原來的 1/10，在此修改後的參數資料下，傳統 CC 法下產生的解為可行解，CC 法下產品倉儲空間可互換所產生的解亦為可行解，求解情況如表 4-6。

表 4-6　表 4-5 參數資料的求解結果

	傳統 CC 法求解(不含倉儲成本)	CC 法下產品倉儲空間可互換
T_{cc}	1.5849	0.5778
TC	334.4047	706.57

表 4-7　5 項產品的參數資料(修改表 4-2 的倉儲租金為原 1/10)

產品	A_i	h_i	p_i	d_i	s_i	α
1	15	0.05	3770	200	0.05	0.01
2	30	0.01	3900	130	0.25	0.01
3	50	0.37	5000	600	0.075	0.01
4	20	0.02	6100	100	0.05	0.01
5	150	0.01	15000	300	0.125	0.01

表 4-7 為表 4-2 的參數資料再次經過修改過後的結果，修改的部分為所有產品的倉儲租金縮小為原來的 1/10，在此修改後的參數資料下，傳統 CC 法下產生的解為可行解，CC 法下產品倉儲空間可互換所產生的解亦為可行解，求解情況如表 4-8。

表 4-8　表 4-7 參數資料的求解結果

	傳統 CC 法求解(不含倉儲成本)	CC 法下產品倉儲空間可互換
T_{cc}	1.5849	1.2639
TC	334.4047	419.3263

表 4-9　5 項產品的參數資料(修改表 4-7 產品順序交換)

產品	A_i	h_i	p_i	d_i	s_i	α
4	**20**	**0.02**	**6100**	**100**	**0.05**	**0.01**
3	**50**	**0.37**	**5000**	**600**	**0.075**	**0.01**
5	**150**	**0.01**	**15000**	**300**	**0.125**	**0.01**
1	**15**	**0.05**	**3770**	**200**	**0.05**	**0.01**
2	**30**	**0.01**	**3900**	**130**	**0.25**	**0.01**

表 4-9 為表 4-7 的參數資料再次經過修改過後的結果，修改的部分為產品的生產順序進行了交換，在此修改後的參數資料下，傳統 CC 法下產生的解為可行解，CC 法下產品倉儲空間可互換所產生的解亦為可行解，求解情況如表 4-10。

表 4-10　表 4-9 參數資料的求解結果

	傳統 CC 法求解(不含倉儲成本)	CC 法下產品倉儲空間可互換
T_{cc}	1.5849	1.3034
TC	334.4047	406.642

由以上參數的變化與求解結果，可以發現經濟批量排程問題加入倉儲空間與成本進行求解之後，在一般參數下難以取得可行解，原因是加入倉儲求解之後，求解 T_{cc} 的時候會因為倉儲空間的影響，而使得 T_{cc} 的值變的較小，因為倉儲空間 W 的參數放在求解式的分母(參考公式(23))，所以考慮倉儲 ELSP 的 T_{cc} 會較小，而當 T_{cc} 縮小時因生產時間會隨 T_{cc} 等比例縮小，但整備時間並不隨 T_{cc} 縮小而縮小，因此容易產生不可行解，進而使可行解的求解變得困難，解決的方法有兩種：

一、 縮小整備時間。既然整備時間並不隨 T_{cc} 縮小而縮小，容易產生不可行解，便縮小整備時間，使之較容易產生可行解。

二、 減少倉儲的租金成本。加入倉儲求解之後，因為倉儲的參數空間 W 放在求解式的分母，所以會使 T_{cc} 較小，因此減少倉儲租金成本便可減少倉儲空間 W 對 T_{cc} 的影響，當 *Tcc* 縮小的程度較低時，便容易產生可行解。

而藉由表 4-9 與表 4-10 可以發現，即使是在相同的參數之下，不同的生產順序依然會對所求的解產生影響，即使是可行解，也具有相當多種的可能性；但本研究只考慮可行解的產生，並未對產品的生產順序進行研究。

在下表 4-11 為共同週期法下產品倉儲空間不可互換的求解，使用的數據是表 4-7 的數據，結果為 437.255 元，表 4-12 共同週期法下產品倉儲空間可互換的求解結果為 419.3263 元，表 4-13 基本週期法下產品倉儲空間可互換的求解結果為 373.6009 元。本研究將共同週期法下產品倉儲空間不可互換所求得的成本上限($\overline{TC}$)437.255 元作為其它方法求解成本(TC^*)的比較依據，而改善程度的算法如公式(51)所示。

$$\text{改善程度} = \frac{TC^* - \overline{TC}}{\overline{TC}} \cdot 100\% \tag{51}$$

表 4-11 共同週期法下產品倉儲空間不可互換的求解結果

InitT_{cc}	0.72634
T_{cc}	1.21211
w	1497.459
TC	437.255

表 4-12 共同週期法下產品倉儲空間可互換的求解結果

InitT_{cc}	0.72634
T_{cc}	1.264
w	1207.7
TC	419.3263

表 4-13 基本週期法下產品倉儲空間可互換的求解結果

產品	1	2	3	4	5
k_i	1	2	1	1	2
Init$B$	0.781373				
B	1.011318				
w	1313.199				
TC	373.6009				

表 4-14 各求解方法比較表

方法	CC 法 產品儲空間不可互換	CC 法下 產品倉儲空間可互換	BP 法下 產品倉儲空間可互換
成本	437.255	419.3263	373.601
改善程度	--	-4.1%	-14.6%

根據表 4-12，相較於 CC 法下考量產品倉儲空間不可互換的情形，可以發現在 BP 法下考量產品倉儲空間可互換的情形下有較高的改善程度達到 14.6%，而 CC 法下考量產品倉儲空間可互換的情形下也有 4.1%的改善程度。

第二節　　隨機實驗

本研究參考 Carreno (1990)的論文參數數據；依上一節討論的整備時間與租金對求解困難度的影響，可以知道參照 Carreno 的論文參數時，數據的可行解會較難出現，因此本研究對 Carreno 的參數數據進行了調整，並提供各參數的值域範圍(如表 4-15)隨機產生測試案例。其中倉儲租金的部分不屬於 Carreno 的論文參數，由於本研究進行了倉儲空間與成本的探討，所以在 Carreno 的論文參數上增加了倉儲租金的項目。Elmaghraby (1978)指出機台產能利用率的高低可以反映 ELSP 的困難度；產能利用率越高，則 ELSP 求解的困難度越高。因此，本研究考慮兩個數據實驗的變數，一個是產能利用率，另一個是產品數量。產能利用率的水準設為 0.5 到 0.9，並每隔 0.1 劃分為一個水準。產品數目有六種，分別為 5、10、15、20、25 和 30。每一種產品數在不同的產能利用率水準均會隨機產生 20 個問題。記錄每一個問題找到的最佳解及所花費的時間，最後將每種產品數在不同產能利用率水準之 20 個問題的求解表現資料求平均值，來比較所找到解的品質及所花費的時間。

表 4-15 產品參數範圍

	平均值	範圍
生產整備成本	200	400
持有成本	0.35	0.7
需求率	2500	4800
生產率	14000	5000
生產整備時間	0.02	0.02
倉儲租金	1E-5	1E-5

本研究將 CC 法以 $k=1$ 且單位倉儲空間無法互換所求得之解作為成本的上限 $\overline{TC}$，並與本研究利用的求解方法做比較，將各求解方法所獲得的最佳解表示為 TC^*。如表 4-16 中 Max(%)表示該求解方法在這 20 次問題裡最小的改善程度；Min(%)表示該求解方法在這 20 次問題裡，最大的改善程度；Avg(%)代表該求解方法於這 20 次問題裡的平均改善程度，如公式(52)所示。

$$\text{Avg}(\%)=\frac{\sum_{i=1}^{20}\left(\frac{TC^*-\overline{TC}}{\overline{TC}}\right)\cdot 100\%}{20} \qquad 52)$$

在實驗數據結果(如表 4-16)中可以發現，基本週期法的求解表現較共同週期法的求解表現來的優，而當產能利用率愈高，則平均改善程度愈高；當產品數量愈多，則平均改善程度愈高；當產能利用率愈低或者產品數量愈少時，由於改善的程度較低，因此所求得的解也愈趨近成本的上限 $\overline{TC}$。

表 4-16 不同方法求解考量倉儲空間與成本之 ELSP 的表現

Level		CC 法 單位倉儲空間不可互換	CC 法 單位倉儲空間可互換				BP 法 單位倉儲空間可互換			
No.	UF	Cost	Cost	Min(%)	Max(%)	Avg(%)	Cost	Min(%)	Max(%)	Avg(%)
5	**[0.5,0.6)**	49.3082	48.7401	-2.2342	-0.7841	-1.1823	45.5831	-17.4	-1.0364	-7.2746
	[0.6, 0.7)	49.1371	48.3437	-3.6719	-0.7624	-1.7017	45.1967	-22.028	-3.0262	-7.9954
	[0.7, 0.8)	48.863	48.0592	-3.4792	-0.6599	-1.6646	45.8426	-22.965	-1.6299	-6.2421
	[0.8, 0.9)	59.7134	58.7012	-3.11	-1.1077	-1.7035	57.4041	-16.549	-1.2508	-4.1762
10	**[0.5, 0.6)**	71.609	69.5012	-4.1581	-1.9416	-2.9532	68.315	-11.855	-2.2448	-4.6184
	[0.6, 0.7)	78.5136	75.9366	-4.6163	-1.9389	-3.2909	74.5562	-10.669	-1.9381	-5.1259
	[0.7, 0.8)	81.5176	78.2653	-6.1748	-2.5389	-4.0361	76.827	-9.3797	-2.9023	-5.901
	[0.8, 0.9)	82.9842	79.5974	-5.9848	-2.6774	-4.1281	78.0214	-9.3477	-2.6957	-5.9974
15	**[0.5, 0.6)**	98.5565	94.5721	-5.5345	-3.1004	-4.0207	93.4281	-8.0993	-3.0987	-5.1764
	[0.6, 0.7)	106.7299	101.8201	-6.3882	-3.3288	-4.5986	100.218	-8.5506	-4.3365	-6.1175
	[0.7, 0.8)	113.0064	107.0047	-7.0873	-4.0072	-5.3155	105.694	-9.8893	-4.06	-6.4825
	[0.8, 0.9)	115.4637	108.5517	-8.1817	-4.8422	-5.9734	107.325	-9.4935	-5.4007	-7.1003
20	**[0.5, 0.6)**	126.7233	120.3304	-6.5607	-4.0013	-5.0563	119.345	-7.4287	-4.3352	-5.8338
	[0.6, 0.7)	133.78	125.6003	-7.7366	-4.849	-6.105	124.253	-8.9506	-5.3384	-7.1638
	[0.7, 0.8)	142.1484	132.9147	-7.8392	-5.1571	-6.5111	132.22	-9.363	-5.1556	-7.0001
	[0.8, 0.9)	143.2077	132.7884	-9.5493	-5.9319	-7.2809	131.930	-10.298	-6.1189	-7.8789
25	**[0.5, 0.6)**	149.8248	141.1763	-6.5332	-4.798	-5.7858	140.589	-7.4612	-5.0988	-6.1824
	[0.6, 0.7)	156.2761	146.006	-7.5016	-5.6812	-6.5712	145.350	-9.1188	-5.82	-6.9823
	[0.7, 0.8)	165.9424	153.3653	-9.0859	-6.6349	-7.5933	152.463	-9.7268	-6.6959	-8.1364

表 4-14 不同方法求解考量倉儲空間與成本之 ELSP 的表現(續)

Level		CC 法 單位倉儲空間不可互換	CC 法 單位倉儲空間可互換				BP 法 單位倉儲空間可互換			
No.	UF	Cost	Cost	Min(%)	Max(%)	Avg(%)	Cost	Min(%)	Max(%)	Avg(%)
25	[0.8, 0.9)	59.7134	58.7012	-3.11	-1.1077	-1.7035	57.4041	-16.549	-1.2508	-4.1762
30	[0.5, 0.6)	170.6127	159.6787	-7.1417	-5.8836	-6.4033	159.188	-7.6347	-5.9498	-6.7009
	[0.6, 0.7)	179.7703	166.52	-8.524	-6.0948	-7.3866	165.963	-8.7566	-6.3943	-7.6958
	[0.7, 0.8)	194.7175	178.3385	-10.0077	-7.441	-8.4124	177.481	-10.262	-7.552	-8.8591
	[0.8, 0.9)	200.806	181.5068	-10.5256	-8.104	-9.6103	180.976	-11.218	-8.4999	-9.8812

依實驗數據求解耗費的時間(如表 4-17)可以發現以 CC 法進行求解耗費的時間低於 BP 法求解方法所耗費的時間；以 BP 法求解的情形來看，當產能利用率愈高，則求解花費時間愈低；而當產品數量愈多，則求解花費時間愈高，由其是產品數過了 30 之後，求解的時間更高出許多，但以 30 個產品來說，使用廣度搜尋法求解的時間最多僅花費 1.5 秒，故本研究的求解效率可以說是相當良好。

表 4-17 不同求解 ELSP 方法耗費的時間

Level		CC 法 單位倉儲空間可互換	BP 法 單位倉儲空間可互換
No. of items	UF	Run Time (Sec)	
5	[0.5, 0.6)	0.0064	0.014
	[0.6, 0.7)	0.0063	0.0132
	[0.7, 0.8)	0.004	0.0101
	[0.8, 0.9)	0.0077	0.0095
10	[0.5, 0.6)	0.0079	0.0531
	[0.6, 0.7)	0.011	0.0491
	[0.7, 0.8)	0.004	0.0499
	[0.8, 0.9)	0.0077	0.0491

表 4-15 不同求解 ELSP 方法耗費的時間(續)

Level		CC 法 單位倉儲空間可互換	BP 法 單位倉儲空間可互換
No. of items	UF	Run Time (Sec)	
15	[0.5, 0.6)	0.0071	0.1497
	[0.6, 0.7)	0.0087	0.1484
	[0.7, 0.8)	0.0055	0.1398
	[0.8, 0.9)	0.0048	0.138
20	[0.5, 0.6)	0.0071	0.3549
	[0.6, 0.7)	0.0077	0.3471
	[0.7, 0.8)	0.0063	0.3192
	[0.8, 0.9)	0.004	0.3199
25	[0.5, 0.6)	0.0103	0.7536
	[0.6, 0.7)	0.0055	0.7714
	[0.7, 0.8)	0.0055	0.7074
	[0.8, 0.9)	0.0124	0.6575
30	[0.5, 0.6)	0.0103	1.51
	[0.6, 0.7)	0.0092	1.4596
	[0.7, 0.8)	0.007	1.4267
	[0.8, 0.9)	0.0084	1.3727

第三節 數值範例與隨機實驗小結

綜合以上各節所述，以 BP 法下單位倉儲空間可互換的求解方法求取最佳解是較佳的選擇，但產品數超過 30 之後，求取最佳解的時間會大幅增加，但最多僅花費 1.5 秒，故本研究的求解效率可以說是相當良好。根據本研究建立的數學模式所求解出來的倉儲空間與成本大小，可以作為生產管理者於決策方案之參考。

第五章　結論與建議

第一節　　結論

過去幾十年來有許多學者進行經濟批量排程問題的相關研究與探討，但多半只考量整置與存貨成本，並未對倉儲空間影響倉儲成本進行深入研究。本研究認為在現實層面上，經濟批量排程問題的總成本不應只考量整置與存貨成本，產品在生產過後必然會進入儲藏的過程，儲藏期間，倉庫的租賃成本也該納入總成本的計算。所以，本研究提出對經濟批量排程問題的各種求解模式中加入倉儲空間的計算，並比較倉儲空間可否相互交換的求解表現。

倉儲空間與成本的探討，在經濟批量排程問題領域中實屬一嶄新的題目。本研究建立了新的數學模式，使用共同週期法與基本週期法加入倉儲空間大小的計算來進行ELSP的求解。在這個數學模式之下，產品儲位可互換相較於產品儲位無法互換的情形之下，能節省更多的空間進而得到更佳的成本。

廠商的產品進行生產時，常會遇到廠商自有倉儲空間無法負荷最佳生產週期的情況，而外租倉庫卻又無法確認需要多大的倉庫以及租金多少能使成本達到最佳化，本研究有助於使廠商在進行產品生產時考量生產循環週期與倉儲空間的需求，以取得較佳的成本。

第二節　　未來研究方向

經濟批量排程問題中，探討倉儲相關文獻相當的少，而且多半考量無限倉儲或是倉儲受限；本篇研究只採用共同週期法與基本週期法，並且只考慮兩種生產順序的可能性來進行求解，未來可於延伸基本週期法上進行倉儲空間與成本的探討。

本研究未來的延伸研究可有如下幾個方向：

1. 在共同週期法上求解本研究兩種生產排序以外的其他生產排序的可能性，並比較其優劣。
2. 在延伸基本週期法中加入倉儲空間與成本的探討，並與本研究中共同週期法與基本週期法來進行比較。
3. 總和以上兩者，在延伸週期法中加入倉儲空間與成本的探討，並試著找出本研究兩種生產排序以外的解法。
4. 本研究所使用的 k_i 搜尋法為廣度優先搜尋法，可嘗試使用其他的搜尋法來進行求解，例如基因演算法或模擬退火法。
5. 本研究在數值範例上已經證明了在生產順序 Seq2 下，不同的產品生產順序下，所求的解會有不同的改變，因此未來可以繼續深入探討如何的產品生產順序可以獲得最佳的解。
6. 經濟批量排程問題中，尚有加入檢驗的經濟批量檢驗與排程問題(Economic Lot Inspection and Scheduling Problem , ELISP)與有重製狀況的經濟批量排程問題(Economic Lot Scheduling Problem with Reworks, ELSPRw)等相關延伸題目，可應用本研究對這些題目來進行倉儲空間與成本的探討。
7. 本研究數據實驗礙於倉儲空間使得可行解難以搜尋，使得租金和整備時間縮小的比率在現實世界較難出現，若需要在較為正常的租金和整備時間下執行的話，要如何去改善。

第六章　參考文獻

1. 張育仁、姚銘忠 (2004)，〈多機經濟批量排程之問題〉，第一屆台灣作業研究學會學術研討會暨 2004 年科技與管理學術研討會。
2. 張育仁、姚銘忠 (2005)，『以遺傳演算法求解一般整數策略下之多機經濟批量排程問題』，計量管理期刊，第 2 卷，第 1-14 頁。
3. 蕭文峰 (2006)，『跨資料表自動連結法之 SQL 語法產生器實作–以健保資料庫為例』，資訊管理展望，第八卷，第45-64頁。
4. 李泰琳 (2010)，『調適型導引螞蟻演算法求解時窗收卸貨問題之研究』，運輸計劃季刊，第三十九卷，第99 -132頁。
5. 陳英欽 (2001)，《以遺傳演算法求解一般整數策略下之經濟批量排程問題》，私立東海大學工業工程與經營資訊研究所碩士論文，未出版。
6. 黃士芬 (2001)，《遺傳演算法應用於模糊需求之經濟批量排程問題》，私立東海大學工業工程研究所碩士論文，未出版。
7. 陳志宏 (2003)，《運用遺傳演算法求解具多部相同類型生產機台之經濟批量排程問題》，私立東海大學工業工程與經營資訊研究所碩士論文，未出版。
8. 張孝裕 (2006)，《倉儲受限下可變動生產速率之兩產品經濟批量排程問題》，國立成功大學工業與資訊管理學系碩士論文，未出版。
9. 鄭舜維 (2009)，《庫存空間受限下最佳損毀率與儲存量決策問題之研究》，東吳大學會計學系碩士論文，未出版。
10. 何承道 (2006)，《頻繁同構圖形探勘策略之研究》，國立中央大學資訊工程研究所碩士論文，未出版。
11. 鄭日昌 (2005)，《迷宮遊戲設計輔助系統》，國立雲林科技大學設計運算研究所碩士班碩士論文，未出版。
12. Ben-Daya, M. and Hariga, M.(2000). Economic lot scheduling problem with

imperfect production processes. *Journal of the Operational Research Society*, 51, 875-881.

13. Boctor, F.F. (1987). The g-group heuristic for single machine lot scheduling, *International Journal of Production Research*, 25, 363-379.
14. Bomberger, E. (1966). A dynamic programming approach to a lot size scheduling problem, *Management Science*, 12, 778-784.
15. Carreno, J.J. (1990). Economic lot scheduling for multiple products on parallel identical processors, *Management Science*, 36, 348-358.
16. Chang, Y.J. and M.J. Yao (2008). Solving the economic lot scheduling problem with identical facilities in parallel using genetic algorithms, *Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers*, 25(2), 91-104.
17. Chang, Y.J. and M.J. Yao (2009). A genetic algorithm for solving the economic lot scheduling problem with reworks, *Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers*, 26, 411-425.
18. Davis, S.G. (1990). Scheduling economic lot size production runs, *Management Science*, 36, 985-998.
19. Elmaghraby, S.E. (1978). The economic lot scheduling problem (ELSP): review and extension, *Management Science*, 24, 587-597.
20. Grznar J. and C. Riggle (1997). An optimal algorithm for the basic period approach to the economic lot scheduling problem, *Omega, International Journal of Management Science*, 25, 355-364.
21. Geng, P.C. and R.G. Vickson (1988). Two heuristics for the economic lot scheduling problem: an experimental study, *Naval Research Logistics*, 35, 605-617.
22. Hanssmann, F. (1962). *Operation research in production and inventory control*,

Wiley, New York.

23. Haessler, R.W. and S.L. Hogue (1976). A note on the single machine multi-product lot scheduling problem, *Management Science*, 22, 909-912.

24. Holland, J.H. (1975). Adaptation in natural and artificial systems, *University of Michigan Press*, Ann Arbor, MI.

25. Jaruphongsa, W., S. Cetinkaya and C. Lee (2004). Warehouse space capacity and delivery time window considerations in dynamic lot-sizing for a simple supply chain, *International Journal of Production Economics*, 92, 169–180.

26. Jackson, P., W. Maxwell and J. Muckstadt (1985). The joint replenishment problem with a power-of-two restriction, *IIE Transactions*, 17(1), 25-32.

27. Khouja, M., Z. Michalewicz and M. Wilmot (1998). The use of genetic algorithms to solve the economic lot size scheduling problem, *European Journal of Operation Research*, 110, 509-524.

28. Khouja, M., Z. Michalewicz and M. Wilmot (1998). The use of genetic algorithms to solve the economic lot size scheduling problem, *European Journal of Operation Research*, 110, 509-524.

29. Kun-Jen Chung, Hao-Chun Her and Shy-Der Lin (2009). A two-warehouse inventory model with imperfect quality production processes, *Computers & Industrial Engineering*, 56, 193-197.

30. Kirkpatrick S., C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi (1983), Optimization by simulated annealing, *Science*, vol. 220, 671-680.

31. Liang, Y. and Zhou, F. (2011). A two-warehouse inventory model for deteriorating items under conditionally permissible delay in payment, *Applied Mathematical Modelling*, 35, 2221-2231.

32. Metropolis N., A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth, A. H. Teller and E. Teller

(1953), Equations of state calculations by fast computing machines, *Journal of Chemical Physics 21*, 1087-1092.

33. Moon, I., E.A. Silver and S. Choi (2002). Hybrid genetic algorithm for the economic lot-scheduling problem, *International Journal of Production Research*, 40, 809-824.
34. Minner, S. (2009). A comparison of simple heuristics for multi-product dynamic demand lot-sizing with limited warehouse capacity, *International Journal of Production Economics*, 118, 305-310.
35. Park, K.S. and D.K. Yun (1987). Feasibility test for multi-product lot size scheduling on one machine, *Policy and Information*, 11, 101-108.
36. Sun, H., H.C. Huang and W. Jaruphongsa (2010). The economic lot scheduling problem under extended basic period and power-of-two policy, *Optimization Letters*, 4(2), 157-172.
37. Sarker, R. and C. Newton (2002). A genetic algorithm for solving economic lot size scheduling problem, *Computers & Industrial Engineering*, 42, 189-198.
38. Soman, C. A., D. P. Van Donk and G. J. C. Gaalman (2004). A Basic Period Approach to the Economic Lot Scheduling Problem with Shelf Life Considerations, *International Journal of Production Research*, 42, 8, 1677-1689.
39. Transchel, S. and S. Minner (2009). Dynamic pricing and replenishment in the warehouse scheduling problem – A common cycle approach, *International Journal of Production Economics* , 118, 331-338.
40. Yao, M.J. (2000). On the feasibility testing problem for the economic lot scheduling problem, *Proceeding of the 8th Bellman Continuum Conference*, Hsinchu, Taiwan, 307-315.