

## 應用活化策略差分演算法於線性天線陣列設計

李坤洲

成功大學系統及船舶機電工程系 教授

[kclee@mail.ncku.edu.tw](mailto:kclee@mail.ncku.edu.tw)

楊士杰

成功大學系統及船舶機電工程系 碩士研究生

### 摘要

無線通訊在佈設天線陣列時，由於佈設天線陣列茲事體大，如果能在佈設前能有效率的先作最佳化設計模擬，將可大幅減少佈設錯誤機率，減少投入之硬體人力成本。故經常需要作通訊陣列最佳化，研究應用活化策略差分演算法，在限制某個半功率波束寬度下的前提下，去調整天線元素的位置及激發權重，來使副波瓣的輻射場型壓制到最低，並可快速的找出全域解，降低落入區域解的可能性，並平衡研究目標與執行效率，成功的運用演算法最佳化天線陣列位置與權重的問題。

*關鍵字：陣列天線、差分演化演算法、活化策略、最佳化*

## 1. 緒論

### 1.1 無線通訊

通訊科技日新月異，電信產業已朝向能整合語音、數據、視訊之無縫隙多媒體通信服務快速邁進。行動電話、固網、無線網路、數位廣播、通訊 IC 設計、衛星通信等產業在全球蓬勃發展。

19 世紀德國物理學家赫茲發現電磁波後，無線通訊開始發展，現今所使用的通訊技術拉近了人與人的距離，方便了人們的生活，而非常諷刺的是通訊技術卻是在二次大戰間快速的發展，發展通訊的目的是為了戰爭，不是為了科技的進步，當時陣列通訊除了應用在語音通訊外，雷達、聲納等皆源自於此時。從軍用目的至現在民用通訊，陣列通訊的重要性與日俱增。

無線通訊產品已經成為生活型態中的一部份，這些無線通訊產品能夠置於車輛上、可以是隨身攜帶的裝置，也可以是公共通訊設備。而無線電波的傳遞則須透過天線接收和發射，天線的基本功能是耦合自由空間與導引裝置間的電磁能量。因此，天線在無線網路的建構中扮演著重要的角色，用最適當的天線來完成無線網路的建置，依據天線特性和環境狀況，經過實際測試且計算後決定。

### 1.2 天線陣列

天線陣列是一組發射單元組成的天線系統。如果這些天線單元都相同，例如在全向陣列中，如果它們在一個軸上相互間隔距離相同，那麼該陣列天線就稱為線性陣列。此外，如果這些單元是由同一根纜線上的電流所激勵，那麼將可以同步地對這些天線單元調整，線性陣列的各個單元是均衡一致的。

天線陣列的定義為一種由不少於兩個天線單元規則或隨機排列並通過適當激勵獲得預定輻射特性的特殊天線。通常通訊陣列求解方式有兩種，一種是解析解，一種是數值解，當通訊陣列相當龐

大時，解析這種解法已經無法求解，所以在陣列相當龐大時多半採用數值方法求解。數值求解方式大致可分成梯度法與隨機法兩種，隨機法較能避免區域解(local solution)，可以增加找到全域解(global solution)之可能性。科技所賜，目前電腦能處理的運算量大增，故隨機法逐漸受重視，但是傳統的隨機演算法，仍然多採盲目的搜尋，若是疊代的次數不夠，仍會陷入區域解，若是疊代次數夠，又可能降低執行效率陣列天線為通訊的基本媒介工具，且以往也有多位學者致力於此方面的研究。1968 年 Arora R.K. 對線性天線陣列作出僅調整位置的對稱陣列研究(Arora R.K.. 1968, pp.593-5)；1988 年 Jarske P. 針對對稱陣列的線性陣列天線作出調整權重與位置的研究(Jarske P. 1988, pp.372-80)；1996 年 Murino V. 針對非對稱的線性陣列天線調整位置找出全域最佳解(Murino V. 1996, pp.119-23)。另外也有許多知名的隨機法應用於通訊陣列設計，例如基因演算法(Panduro M.A. 2007, pp.515-20)、蟻群演算法(Rajo-Iglesias E. 2007, pp.70-9)和粒子群演算法(Bevelacqua P.J. 2007, pp.3442-9)等等。本研究應用活化策略差分演算法，快速且有目標的尋找出近似全域解。

本研究活化策略差分演算法，用以達成陣列場形圖之最佳化，透過調整陣列元素位置使最大化在主波瓣(Main beam)和旁波瓣(side lobe)間之峰值差，使旁波瓣極小化，且符合主波瓣束寬(beam width)限制條件。單元天線架構，雖然具有較大的半功率頻寬(HPBW)，但也有著較低的天線增益，所以在應用時往往會受到限制。所以由數個相同的單位天線排列組合而成的陣列天線，正好可以滿足增益與輻射圖的需求，如圖 1，同時集中接收或發射的能量於特定的方向，更可藉此有效地增加系統的傳輸距離。

## 2. 陣列波束函數

天線通常可分為全向、方向性與最優陣列，由

於單元天線往往無法滿足使用需求，若是將數個單元天線排列組合便稱為陣列天線，若要滿足使用需求，可調整陣列天線的相位、權重、位置等等，基本的天線輻射圖如圖 2。

由調整陣列元素之排列位置與權重，求得主波瓣與副波瓣之最大差值。假設對稱陣列之中心元素固定於座標原點，最外邊之元素則固定於線陣列兩旁的邊界上，因此，一權重為：

$$\bar{A} = [a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad a_N]^T \quad (1)$$

位置為：

$$\bar{X} = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_N]^T \quad (2)$$

假設所有單元天線皆排成一直線，陣列天線輻射圖公式(pattern)為

$$F(\theta) = \sum_{n=1}^N a_n \cdot e^{jkux_n} \quad (3)$$

其中  $K$  為波速，是平面波的頻率  $w$  與傳播速

度  $C$  之比值，記為： $k = \frac{w}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ ， $\lambda$  為波長。令

$u = \sin \theta - \sin \theta_0$ ， $\theta$  為入射角，控制  $\theta$  於  $-90$  度  $\sim 90$  度，觀察天線輻射圖的變化， $\theta_0$  為陣列天線的視軸方向。

本研究為方便計算，固定視軸方向為  $0$  度， $N$  為單元天線個數， $x_n$  為天線位置， $x_n = \lambda \cdot q_n / 2$ 。波束函數應用於通訊陣列之步驟，為簡化問題的複雜度，若是簡化問題，將所有單元天線對稱中心單元天線，並將中心單元天線固定於座標原點，則天線輻射圖公式可簡化為

$$F(\theta) = a_0 + \sum_{n=1}^N [2a_n \cdot \cos(kx_n u)] \quad (4)$$

通常會將天線輻射圖做正規化並將增益大小取 dB 值。

$$F(\theta)_{dB} = 20 \log \left[ a_0 + \sum_{n=1}^N [2a_n \cdot \cos(kx_n u)] \right] \quad (5)$$

主波瓣就是一個輻射圖中增益最大的波瓣，是為通訊的方向。旁波瓣是指主波瓣外，其他所有的波瓣，因為旁波瓣並不是通訊的方向，所以希望能

在限制條件下抑制旁波瓣。先找出所有峰值，從峰值中，找出最大值及次大值，最大值即為主波瓣，次大值即為旁波瓣位準，旁波瓣位準取 dB 值公式為：

$$SLL_{dB} = 20 \log \left| \frac{F(SLL)}{F(\max)} \right| \quad (6)$$

旁波瓣位準為通訊能力的一大指標，由於天線輻射圖已正規化且取 dB 值，所以天線輻射圖中的最大值恆為 0dB，故只要旁波瓣位準越低，相對主波瓣值就會越大，通訊能力越好。當調整單元天線的位置、權重或相位時，應該要以降低旁波瓣為目標。

另一個通訊能力的指標為半功率波束寬度 (beamwidth)，又稱-3dB 波束寬，顧名思義即主波瓣功率波形在功率減低到一半時左右兩點間的夾角，公式為

$$beamwidth = \left| \theta_{HPleft} - \theta_{HPright} \right| \quad (7)$$

其中  $\theta_{HPleft}$  與  $\theta_{HPright}$  各為主波瓣半功率點角度。當半功率波束寬度越窄，代表通訊方向越集中，越不會被非通訊方向的訊號干擾，所以在改善通訊能力時，會希望半功率波束寬度越窄越好。

天線陣列大多的設計目標為以主波瓣提高，但主波瓣的束寬可量化輻射的效率，主波瓣的束寬越窄，代表其指向性越好，一般的天線可以當作發射端也可以當作接收端。當發射端使用時，需能量集中於目標，才會讓發射端接收到完整且正確的訊號；在作接收端使用時，因為只接收目標方向的能量，讓接收者在沒有雜訊下，接收完整的訊號。所以在通訊的目標會希望主波瓣越窄越好，即主波瓣束寬要儘可能縮小，並且要抑制旁波瓣。實際上，會在不得已的情況下產生旁波瓣，因旁波瓣若太高會接收到非通訊方向的訊號，導致通訊方向會有雜訊，故須設法使旁波瓣越低越好，但降低旁波瓣又

會讓主波瓣束寬變寬，又主波瓣束寬變寬時，解析度不夠，指向性也會變差。所以，在追求窄的束寬與低的旁波瓣是兩相抵觸的。

在本研究中，我們先追求讓主波瓣極大化、旁波瓣極小化，但同時也將對束寬做限制，以提升指向性。輻射圖上的值是主波瓣峰值的  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  倍，則該點功率是主波瓣峰值功率的 2 倍，故稱為半功率束寬。半波長束寬又因每增加 3dB 就增加了一倍的功率，每減少 3dB 就減少了一倍的功率，又稱 3dB 束寬，由此特性，我們從 0~90 度  $f(\theta)$  dB +3dB 找出最接近於零的數，故在將它乘以兩倍，即為 3dB 束寬。

### 3. 活化策略差分演算法

#### 3.1 差分演算法

在生活中，每項問題都存在著許多不同的解，而這些解會依照每件事不同的需求產生不同的限制。此類多元化選擇問題在數學或資料結構上將其稱之為 NP-HARD 問題，指的是所有尚未找到多項式解法的問題類型。而在探究如何在盡可能滿足限制條件的情況下獲得最大的效益，就是所謂的最佳化的問題。演算法是一個解決問題的完整步驟與方法，也就是說給定初始條件與演算法參數，經過設定好的完整步驟，希望能夠得到期望的輸出資料或終止狀態。

1996 年 K. Price 和 R. Storn 為了解決 Chebychev Polynomial 的問題，討論利用差向量來搜尋、疊代的構想來加以實現，進而提出差分演算法。差分演算法是近年來演化式計算的熱門演算法之一，差分演算法是一種很容易應用的最佳化搜尋技術，它擁有強健、簡單、快速等進化的特性，與具有隨機搜尋的方法且具優越的效能，因此常被應用於各種領域，如：資料探勘、電子工程、決策支援等，不過差分演算法也存在容易陷入區域最佳

解、收斂不穩定等缺點。

差分演化演算法之概念是以向量為基礎，透過母體間個體之差異性，並以隨機搜尋方式將差異向量加上其中之個體中，並透過突變(Mutation)、重組(Recombination)、選擇(Selection)三個步驟進行演化，而透過迭代不斷地進行運算，並觀察個體是否能在搜尋解空間中找到最適解。

#### 3.2 活化策略差分演算法

由於差分演化法仍有區域最佳解與收斂情形不穩定的情況。故本研究在選擇運算子的部分進行活化策略的導入，讓演算法再次突變，以擾動活化策略避免解向量面臨陷入區域最佳解，並用活化策略使演算法可廣泛探索解空間。

在每次迭代中，同時進行活化策略導入針對選擇運算子的部分，觀察當前迭代如果用正向加上隨機值的方式時，可以讓下一迭代的演化為優良的情況，可以假設在後續迭代演化過程中，活化策略的導入將持續以正向的方式幫助解向量在解空間當中進行探索；但觀察當前迭代如果用正向加上隨機值的方式時，若讓下一迭代的演化為導致相反效果，可以假設在當前所處位置可能相當接近全域極值，此時用減去的方式改善演化的狀態，以達到強化區域搜尋的能力。

本研究採用活化策略差分演算法尋找最佳的天線陣列元素之位置與激發權重，在束寬限制條件下，令主波瓣與副波瓣有最大差距。流程圖如圖 3，每個步驟描述如下。

步驟一：確定解的維度和範圍：當調整 D 時，其解的維度為 M-1，D 其邊界範圍為  $d_0=0$  到  $d_M=25$  之間，每個 d 之間最少差距， $d_0$  會位於幾何中心位置。演算法必須在有限的步驟內完成。

步驟二：決定適應函數：適應函數即最佳化函數，其定義為主波瓣和副波瓣之間的差距。

步驟三：初始化(Initialization)：設定控制參數值、隨機產生初始個體。

步驟四：突變(Mutation)：隨機由母體中選取三個目標，分別為  $X_{r1,G}$ 、 $X_{r2,G}$  及  $X_{r3,G}$ ，並透過突變權重因子(Mutation weighting factor；F)結合而得一合成向量(Donor Vector)  $V_{i,G+1}$ ，其公式如下。

$$V_{i,G+1} = X_{r1,G} + F (X_{r2,G} - X_{r3,G}) \quad (7)$$

步驟五：重組(Recombination)：經過前一突變步驟產生出  $V_{i,G+1}$  後，將利用條件公式與挑選中的目標  $X_{i,G}$  作一結合重組，並於重組後得到一新的  $U_{i,G+1}$ 。此公式簡單說明如下，此一機制將設定一參數值 CR 值，接著隨機選取一亂數值，若此亂數值小於初始設定之 CR 值，則新的  $U_{i,G+1}$  的第一維度將放入  $V_{i,G+1}$ ，反之；若大於 CR 值則由  $X_{i,G}$  取代。

$$\text{if rand} \leq \text{CR } U_{i,G+1} = V_{i,G+1} \quad (8)$$

$$\text{if rand} > \text{CR } U_{i,G+1} = X_{i,G} \quad (9)$$

步驟六：加入活化策略：針對解向量進行活化時，首先將尋找解向量當中第一個值，並以隨機的方式取隨機數值進行加的動作，隨機搜尋解空間內之任一分量活化處理，選擇第一位是為了彰顯活化效果，避免發生擾動值過小的情形。

步驟七：選擇(Selection)：主要執行方式為藉由計算適應值(Fitness Function)來評估其該選擇訓練向量(Trial Vector)亦或是原始的目標向量進入下一迭代，成為此代演化過後的子代。

步驟八：判斷是否滿足停止條件，若滿足則結束演算法，否則返回至步驟二。

#### 4. 模擬與結果

我們對陣列天線作位置和振幅的設計，是假設主波瓣為正常的線性陣列且  $\theta$  設定在 0 度到 90 度之間，參數設置為  $\theta_0$  為 0，中心元素固定在 X 等於 0 處，所要擺放的元素只能落在  $\frac{\lambda}{2}$  的整數倍位置，且同一個位置只能放置 1 個元素。換句話說，不可多個元素放在同一地點，限制條件為主波瓣的寬度必須小於或等於 4.6 度，目標是盡可能使旁波

瓣級越小越好，以尋找元素的最佳位置，表 1 為所有例子的天線位置處。

我們總共要作三個例子，第一個例子是為對稱座標原點的對稱陣列，假設單元天線數 25，第一個天線位置固定在 -25，第 25 個天線位置固定在 25，陣列第 13 個單元天線位置為座標原點，每次的距離至少差 0.5，最佳化問題維度降為 11，任一單元天線不能重複位置，差分演算法求得 SLL 為 -12.35dB，活化策略差分演算法求得 SLL 為 -12.64dB。(Arora, 1968, pp. 593-595)所求的 SLL 為 -10.14dB。圖 4 為例子一模擬之天線輻射圖。

相對於第一個例子，我們在第二個例子中加入了每個天線位置權重。我們先將位置求出，再把每個天線位置得權重設定在 0 到 2 之間，差分演算法求得 SLL 為 -13.10dB，活化策略差分演算法求得 SLL 為 -14.04dB，(Jarske, 1988, pp. 372-380) SLL 為 -12.20dB。圖 5 為例子二模擬之天線輻射圖，表 2 為各單元天線最佳化權重。

第三個例子改作非對稱陣列，假設單元天線數 25，第一個天線位置固定在 0，第 25 個天線位置固定在 50，最佳化問題維度為 23，差分演算法求得 SLL 為 -15.25dB，活化策略差分演算法求得 SLL 為 -15.29dB。(Murino, 1996, pp. 119-123)所求得 SLL 為 -12.07dB。圖 6 為例子三模擬之天線輻射圖。

#### 4. 結論

本研究利用活化策略差分演算法，計算最佳陣列天線，在限制半功率波束寬度下，求得預設目標的 SLL。結果優於差分演算法，證明活化策略差分演算法最佳化能力的確優於差分演算法。

差分演算法，是近年才提出的隨機型演算法，由於是非常新的演算法，目前對演算法的研究還不夠全面，國內外許多學者正積極研究改進差分演算法，活化策略演算法是為其中一種改良方法，與其他較主流的演化式演算法相較下，其具備的優勢包含參數設定數少、強健性、實作容易、高準確性以

及收斂快速等特性。從過去相關研究的實驗數據，可以發現活化策略差分演算法的優越優勢在陣列最佳化問題上，已達成本研究之目的，未來也可將活化策略差分演算法應用於其他問題。

### 參考文獻

1. 張振晏  
2008 應用最佳化演算法於通訊陣列之分析與設計，國立成功大學系統及船舶機電工程學系博士論文
2. 劉禹顯  
2003 萃取天線陣列等校電路應用於最佳化設計，國立台灣大學電信工程研究所碩士論文
3. 陳國欣  
2005 天線陣列間距對室內電波通道特性之影響，國立臺灣海洋大學通訊與導航工程學系碩士論文
4. 卓聖鵬  
《最新天線工程行動通信時代的天線技術》，全華科技圖書股份有限公司
5. 江長育  
2010 運用維度擾動策略之自適應差分演化演算法，中原大學資訊管理所碩士論文
6. 吳盈志  
2009 以雙演化策略為基礎的差分演化演算法，中原大學資訊管理所碩士論文
7. 李維平、許展榮  
2009 運用活化策略改良差分演化演算法，數位科技與創新管理研討會
8. Arora R.K., Krishnamacharyulu N.C.V.  
1968 "Synthesis of unequally spaced arrays using dynamic programming," IEEE Trans Antennas Propag AP-16: 593-5.
9. Jarske P., Saramaki T., Mitra S. K.. and Neuvo Y.

1988 "On properties and design of nonuniformly spaced linear arrays," IEEE Trans Acoust, Speech, Signal Process 36: 372-80.

10. Murino V., Trucco A. and Regazzoni C.S.  
1996 "Synthesis of unequally spaced arrays by simulated annealing," IEEE Trans Signal Processing 44: 119-23.
11. Panduro M.A.  
2008 "Design of coherently radiating structures in a linear array geometry using genetic algorithms," AEU-Int J Electron Commun 61: 515-20.

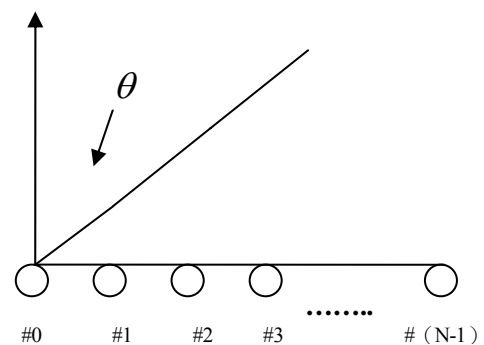


圖 1: 當單元天線用間隔  $d$  等距離排列的陣列天線。

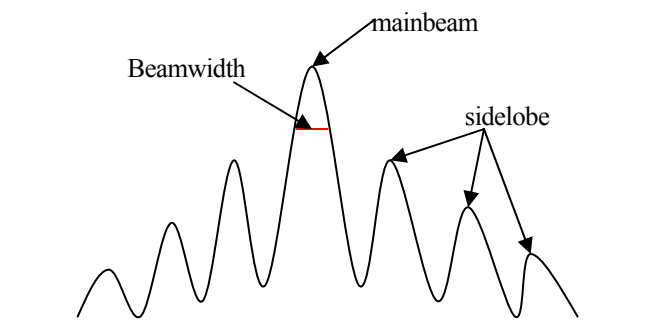


圖 2: 基本的天線輻射圖

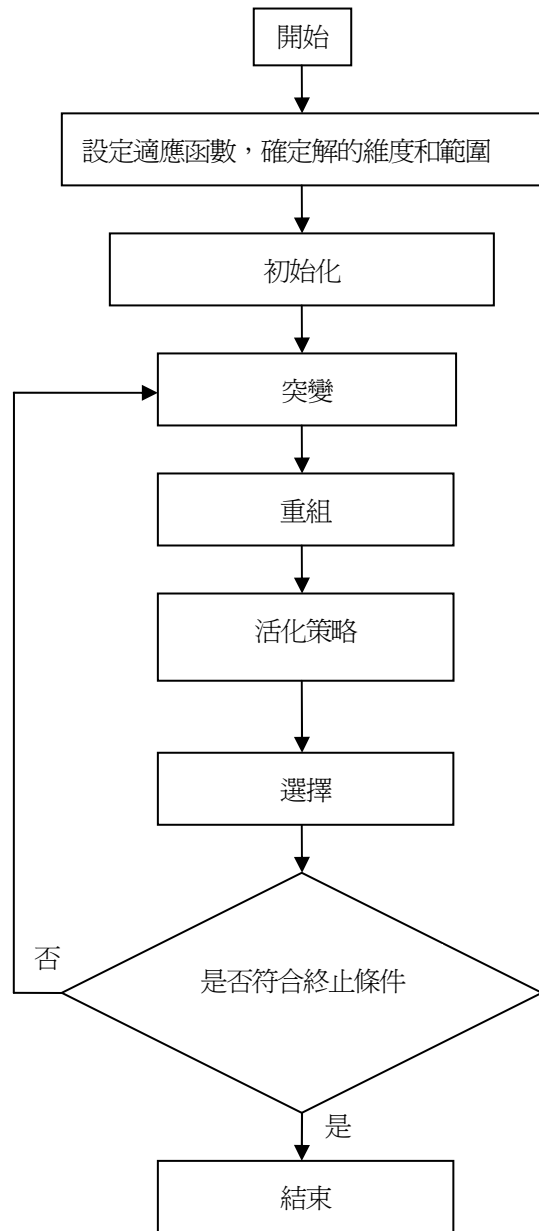


圖 3: 活化策略差分演算法流程圖

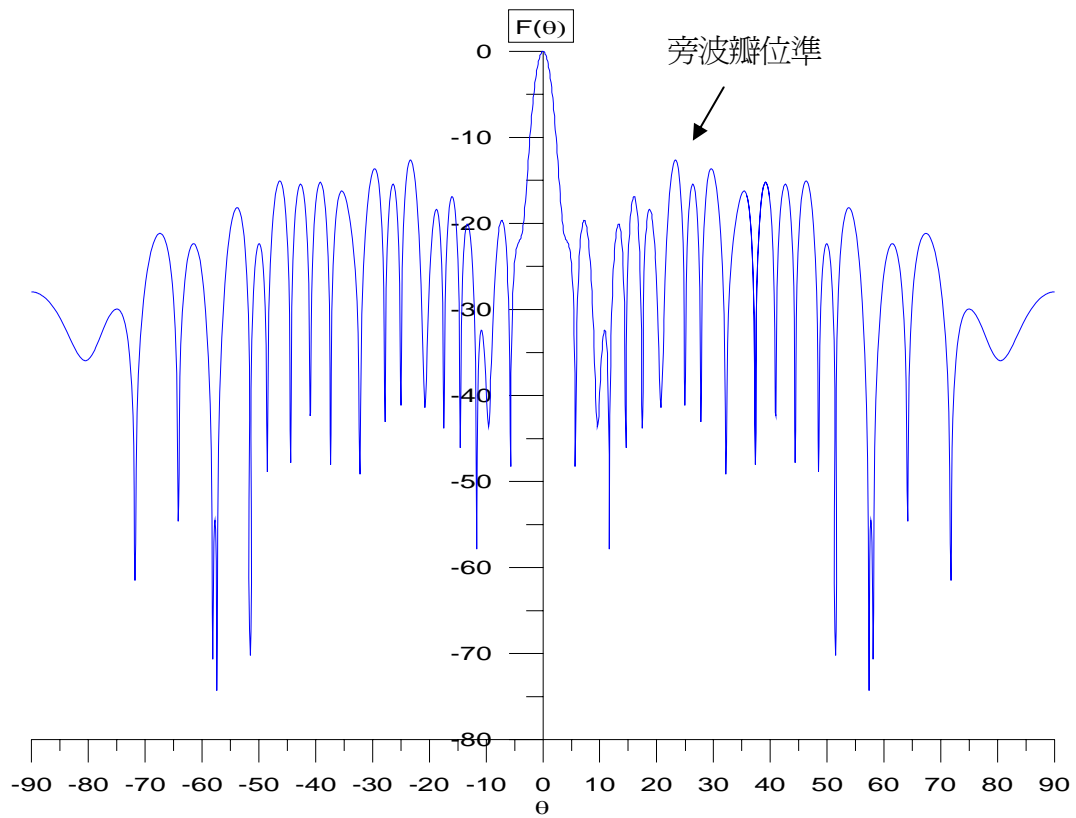


圖 4: 例子一活化策略差分演算法天線輻射圖

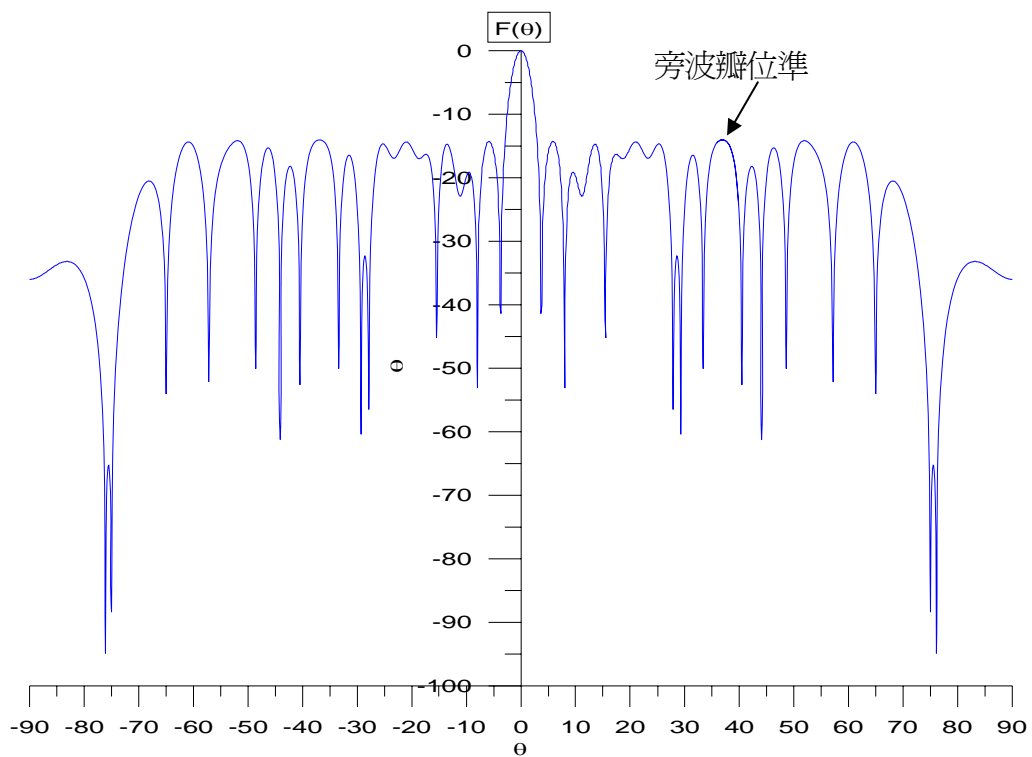


圖 5: 例子二活化策略差分演算法天線輻射圖



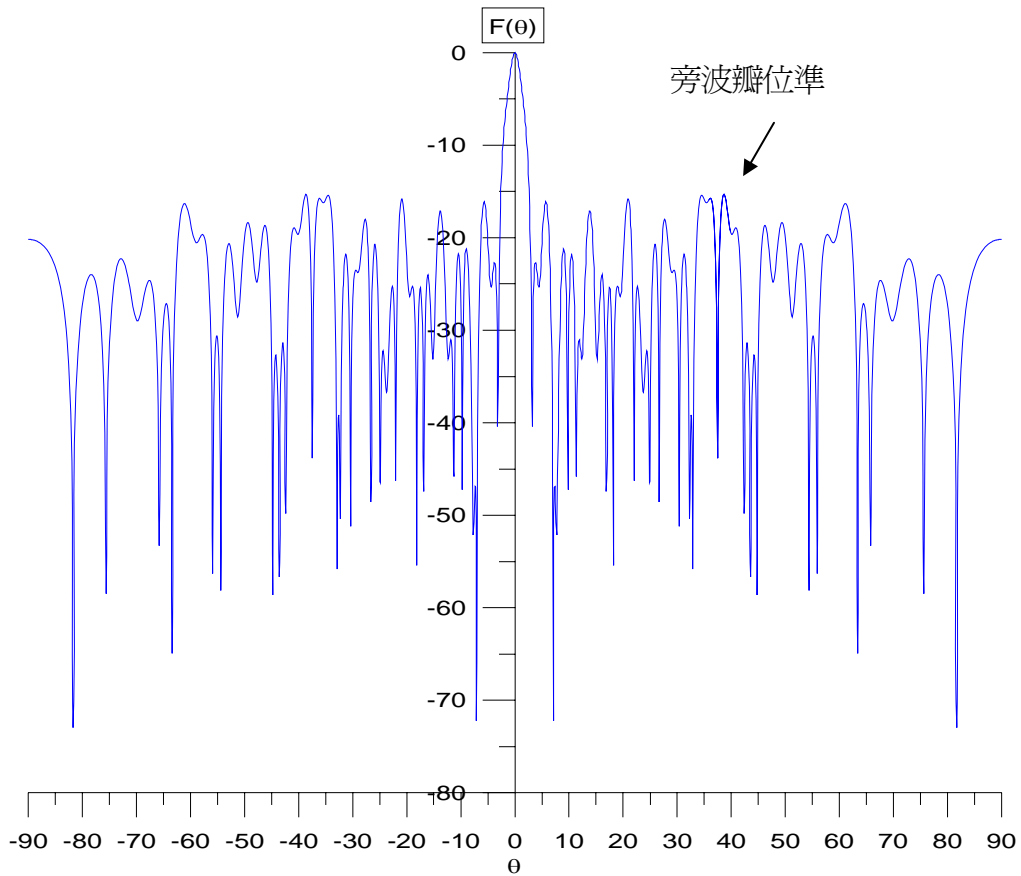


圖 6: 例子三活化策略差分演算法天線輻射圖

表 1: 天線之最佳化位置

	單元天線之最佳化位置
例子一	0、1、2.5、4、5、6、7.5、9、10.5、 12、16、19.5、50
例子二	0、1.5、2.5、3.5、6.5、7.5、8.5、9.5、10.5、11.5、 13.5、16.5、25
例子三	0、1.5、2、3、4、5、5.5、6.5、7、7.5、8 9、10、10.5、11、11.5、13、14、14.5、16、17、 18、23.5、27.5、50

表 2: 例子二單元天線之最佳化權重

單元天線之最佳化權重
0.96、1.41、1.71、1.71、1.51、1.31、1.51、1.91、 1.11、1.21、1.61、1.41、0.76

# **Application of Activated Strategy Differential Evolution to Optimization of Antenan Arrays.**

Kun-Chou Lee

Professor, Department of Systems and Naval Mechatronic Engineering, National Cheng Kung University

[kclee@mail.ncku.edu.tw](mailto:kclee@mail.ncku.edu.tw)

Shih-Jie Yang

Graduate Student, Department of Systems and Naval Mechatronic Engineering, National Cheng Kung University

## **Abstract**

In installing antenna arrays of wireless communication systems, communication arrays are often optimized so that the side-lobe level is minimized. The goal is to reduce influences of interferences. Because building antenna arrays is difficult and expensive, optimization design by computer simulation in advance is required. In this paper, we utilized the Activated Strategy Differential Evolution to implement optimization of antenna arrays. The side-lobe level of an antenna array is minimized by adjusting positions and exciting weights of array elements under the constraint of certain beam-width limitation. The result is that the latter one indeed improves the problems of the array antennas to achieve the optimization.

**Key Words:** *Antenna arrays · Differential Evolution · Activation Strategy · Optimization*