

單供應商多買方整合型供應鏈模型之最佳解結構分析

邱創鈞 姚銘忠

東海大學工業工程與經營資訊研究所

摘要

本研究考量一個含有單一供應商及多個買方的供應鏈體系。在此供應鏈體系中，通常因供應商的經濟生產批量的週期，未必能與買方的經濟訂購批量的週期相互吻合，故其中常存在許多補貨協調的問題。一般而言，買賣雙方會彼此妥協而接受一個次佳解的決策。為了達到買賣雙方彼此整合的效果，本研究在考慮買方採購成本預算的上限下，對此供應鏈體系之整合型存貨模型進行分析，並運用小步搜尋法繪出其最佳解曲線結構。在本論文中，我們以圖形顯示該整合型存貨模型之最佳解曲線，具有片段凸性的性質。據此片段凸性的性質，可協助於尋求該模型的全域最佳解。作者以數個範例驗證理論結果，並提出數據與文獻中所提之解法進行比較；結果顯示本論文所得的結果，均優於文獻中解法所得的答案。

關鍵詞：供應鏈、整合型存貨模型、最佳解結構

1. 研究動機與目的

在供應鏈體系中，經常由於賣方之最佳經濟生產批量週期與買方之經濟訂購量週期未必能吻合，以致於買賣雙方需透過協商與整合，方可達到雙方均可接受之訂購週期與配送數量。

一般供應商運用數量折扣的策略以吸引買方接受其生產數量，以期達到供應商之最大利潤或最低成本。但買方若因接受供應商所提供之數量折扣，可能將造成其採購成本與存貨成本的上升，因而超出其預算成本，如此便無法達到整合買賣雙方存

貨策略的目的。近來有很多學者 [4,5,6,7,9]對單賣方單買方的整合存貨模式有相當深入的研究，而關於單供應商多買方的整合存貨模型之研究仍不多見。Lu [7]提出一整合型模型，其假設前題為需求率及生產率均為

已知且確定的情況下，不得超過買方採購成本預算上限；並在同一生產批量中允許多次配送；且每次配送數量均等之條件下，欲求供應商平均年總成本之最小值。

在 Lu 所提的模型中，生產批量之週期(T)與每一個買方的配送次數(k_i)都是未知。已知生產速率大於買方需求率，且每一位買方所需產品的生產時間亦不相同，如此欲求得該模式的最佳解變得相當困難。Lu 提出一遞迴啟發式解法(iterative heuristic)，但無法保證求得全域最佳解(global optimum)。

本研究則以小步搜尋法(small-step search procedure)繪出此模型最佳解曲線的方式，對該模型進行分析。首先針對某一生產批量時間(T)求得該時點對應之最佳平均總成本(AC)，再進一步求出 T 對 AC 最佳解曲線，如此得以充分掌握其最佳解曲線結構，進

而可確保求得最佳解。

本文架構如下：第二節將針對相關研究之文獻作介紹；對此模型的基本假設與各符號所代表之意義將在第三節呈現；第四節介紹攸關成本與模型建構；最佳解結構分析的方法會在第五節說明；爲了驗證本文所提方法的可行性，第六節會運用不同買方個數的範例加以驗證。其結果顯示在不同情況下，本研究所得的解均優於 Lu [7] 的解法所求得的解；最後，第七節將對本文作總結，並對後續研究方向加以探討。

2. 文獻探討

在整合型存貨模型上的研究，Goyal [3] 提出聯合經濟存貨批量 (Joint Economic Lot-Size JELS) 模型，以求總合買賣雙方攸關成本之極小化。Banerjee [2] 對 Goyal 的模型假設加以放寬修正，令生產速率爲有限的，並非無限大。Goyal [4] 進一步允許供應商在完成整批生產後，做等量式配送。而對於供應商如何推知買方之需求量、存貨持有成本、訂購成本等基本資料，Monahan [8] 亦提出一套有效預估推導的方法。

在 Lu [7] 其所提整合型存貨模型中，假設供應商在買賣關係中較佔優勢，但必需考量不得超過買方的採購成本預算上限。依據「等量配送策略」 (Identical Delivery Quantity, IDQ) 的前提下，(即在同一批量過程中，每批配送給買方之數量爲均等)，求供應商之平均總成本極小化。

在單供應商單買方的研究上，Goyal [4] 有別於 Lu 的等量配送，改採每批配送數量與上一批配送數量之比爲生產速率與需求速率之比 (P/D)。因此，在同一批量生產過程中，當生產得越多時，配送給買方的數量也越多，且呈等比級數的增加。此種配送方式又稱「依產出配送策略」 (Delivery What is Produced,

DWP)。

Hill [6] 提出更一般化的單買方單賣方整合型存貨模型，其配送數量的策略爲在同一批生產過程中，每一批配送數量與上一批配送數量之比爲一定之倍數，此倍數介於 1 與 D/P 之間。而 Lu [7] 與 Goyal [4] 即爲其兩個特例。Goyal [5] 針對 Hill [6] 所提之一般化模型提出另一改良式配送數量求解方法，以求得較低之總平均總成本。

而在單供應商多買方的整合存貨模型研究上仍不多見，Lu [7] 提出一整合型存貨模型，基本上以供應商之平均總成本爲考量，但藉由買方採購成本上限的限制，以達到相互協調整合的效果。Viswanathan and Piplani [10] 提出共同補貨週期 (Common Replenishment Epoch) 並考量數量折扣，但其週期爲特定的時間點，如每週、月、季、年等，應用上及求解上仍有諸多限制。本研究將以 Lu [7] 之模型爲主，探討其最佳解結構，並據此以求得最佳解。

3. 假設與符號

3.1. 假設

1. 本研究模型處理單一供應商， n 個買方，每個買方所訂購產品不同。
2. 規劃期間是無限長。
3. 需求率爲已知固定常數。
4. 不允許缺貨。
5. 在某一生產批量週期中，供應商可對買方進行多次配送，且每次配送數量均等。
6. 沒有空間的限制。
7. 買方有採購成本預算上限之限制。
8. 供應商每批整備成本、單位持有成本、買方每批採購準備成本、及其單位成本持有成本爲已知固定常數。
9. 補貨前置時間爲已知常數。

10. 供應商對每一買方所訂購產品之生產率大於其需求率。
 11. 持有成本與產品之單位成本成正比。

3.2. 符號

- S : 供應商每一生產批量週期整備成本。
 A_i : 買方 i 每次採購產品發生之準備成本。
 s_i : 供應商對於買方 i 採購產品所發生之整備成本。
 D_i : 買方 i 所採購產品 i 的需求率。
 \hat{c}_i : 買方 i 所採購產品 i 之單位成本。
 c_i : 供應商生產產品 i 之單位成本。
 \hat{r} : 買方產品之持有成本率。
 r : 賣方產品之持有成本率。
 P_i : 供應商對產品 i 之生產率。
 k_i : 在某一生產週期中, 供應商對買方 i 之配送次數。
 β_i : 買方 i 之採購成本上限與經濟訂購量採購成本之比。
 T : 供應商之生產批量週期。
 AC : 供應商平均每年總成本。

3.3. 延伸變數

$$T_i^0 = \sqrt{\frac{2A_i}{\hat{r}\hat{c}_i D_i}}, i=1, 2, \dots, n.$$

$$\theta_i = T_i^0 (\beta_i + \sqrt{\beta_i^2 - 1}), i=1, 2, \dots, n.$$

$$\gamma_i = T_i^0 (\beta_i - \sqrt{\beta_i^2 - 1}), i=1, 2, \dots, n.$$

$$m_i = \left\lfloor k_i \left(1 - \frac{D_i}{P_i}\right) \right\rfloor, i=1, 2, \dots, n.$$

$$\hat{m}_i = \lceil D_i / (k_i P_i) \rceil, i=1, 2, \dots, n.$$

3.4. 決策變數

- T : 供應商之生產批量週期。
 k_i : 供應商對產品 i 之生產率。

4. 模型建構

本模型之建構源自於 Lu[7] 所提之模型, 其攸關成本之推導, 限制條件的含意與整合模型的建立說明如下:

4.1. 平均年存貨成本

Case 1 : 當 $k_i \in \{1, 2, 3, \dots\}$ 時

買方 i 所採購產品 i 之平均存貨水準為

$$\frac{1}{2} T D_i k_i \left(2 - \frac{D_i}{P_i} - \frac{2m_i}{k_i}\right) \quad (1)$$

$$\text{其中 } m_i = \left\lfloor k_i \left(1 - \frac{D_i}{P_i}\right) \right\rfloor$$

而存貨水準與 T 之關係, 請參見下頁中所示之圖 1。

Case 2 : 當 $k_i \in \{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\}$ 時

買方 i 所採購產品 i 之平均存貨水準為

$$\frac{1}{2} D_i T \left(1 + k_i - \frac{D_i}{P_i}\right) \quad (2)$$

存貨水準與 T 之關係見圖 2。

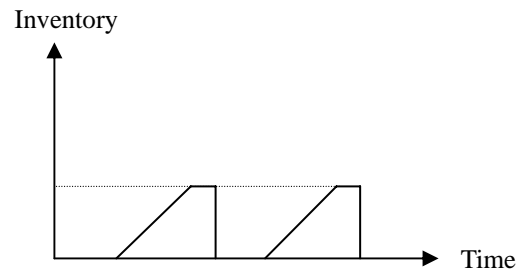


圖 1 當 $k_i \in \{1, 2, 3, \dots\}$ 時, 存貨水準與 T 之關係。

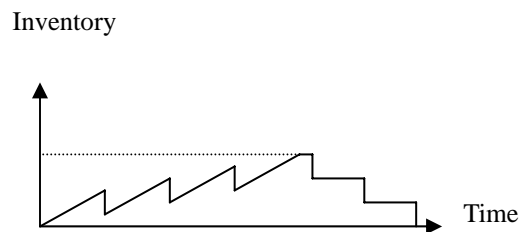


圖 2 當 $k_i \in \{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\}$ 時, 存貨水準與 T 之關係。

綜合(1),(2)可得平均存貨持有成本

$$\frac{rT}{2} \sum_{i=1}^n \max\{1, k_i\} c_i D_i (1 + \min\{1, k_i\} - \frac{D_i}{P_i} - \frac{2m_i}{k_i}) \quad (3)$$

4.2. 準備成本

在賣方的生產週期(T)內，賣方所投入的平均生產整備成本加上 n 個買方投入的平均採購準備成本。其公式如下：

$$\frac{1}{T} (S + \sum_{i=1}^n \frac{s_i}{\max\{1, k_i\}}) \quad (4)$$

4.3. 限制條件

本模型採「整數-分數配送策略」(Integer-ratio Policy)，即買方 i 採購週期為供應商生產週期(T)的 k_i 倍，

$$k_i \in \{1, 2, 3, \dots\} \cup \{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\} \quad \text{當}$$

$k_i \in \{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\}$ 時，在生產週期(T)內，供應商生產一次產品 i 的生產整備；當 $k_i \in \{1, 2, 3, \dots\}$ 時，供應商在採購週期($k_i T$)時間內，生產一次產品 i 的生產整備。

在考量買方 i 之採購成本預算上限的情形下，產品 i 之採購週期($k_i T$)需滿足

$$\frac{1}{2} \left(\frac{T_i^0}{(k_i T)} + \frac{(k_i T)}{T_i^0} \right) \leq \beta_i \quad (5)$$

上式即表示：買方 i 之採購週期($k_i T$)所引發之成本與其採用經濟訂購週期(T_i^0)之成本的比值不得大於其預算上限。上式加以推導可得 T 的範圍為：

$$\frac{\gamma_i}{k_i} \leq T \leq \frac{\theta_i}{k_i} \quad (6)$$

其中

$$\theta_i = T_i^0 (\beta_i + \sqrt{\beta_i^2 - 1}), i=1, 2, \dots, n.$$

$$\gamma_i = T_i^0 (\beta_i - \sqrt{\beta_i^2 - 1}), i=1, 2, \dots, n.$$

4.4. 整合型存貨模型

由(3)、(4)、(5)可得整合型存貨模型如下：

Min

$$AC(T, k_1, k_2, \dots, k_n) = \frac{1}{T} (S + \sum_{i=1}^n \frac{s_i}{\max\{1, k_i\}}) + \frac{rT}{2} \sum_{i=1}^n \max\{1, k_i\} c_i D_i (1 + \min\{1, k_i\} - \frac{D_i}{P_i} - \frac{2m_i}{k_i})$$

$$s.t. \quad T \geq 0$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{T_i^0}{(k_i T)} + \frac{(k_i T)}{T_i^0} \right) \leq \beta_i,$$

$$k_i \in \{1, 2, 3, \dots\} \cup \{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\},$$

$$m_i = \left\lfloor k_i \left(1 - \frac{D_i}{P_i} \right) \right\rfloor, i=1, 2, \dots, n.$$

$$T_i^0 = \sqrt{\frac{2A_i}{\hat{r} \hat{c}_i D_i}}, i=1, 2, \dots, n.$$

5. 最佳解結構分析

在本節，我們將討論如何以並以小步搜尋法 (small-step search procedure) 描繪出最佳解曲線 $AC(T, k_i)$ ，並進行最佳解結構分析。

5.1. 小步搜尋法

所謂小步搜尋法，乃取微小變化量(如 $\Delta T = 0.0001$)，宛如在 T 的座標軸上掃描，如此必能掌握最佳解曲線之特性，確保找到其最佳解。接下來將說明如何繪得單買方最佳解曲線與多買方最佳解曲線，並據此尋求全域最佳解。細列搜尋步驟如下：

步驟一、計算 θ_i 與 γ_i 。

步驟二、以 γ_i 當作 T 的起始點，選適當大小之變化量(ΔT)逐步增加 T 值，在每一個 T 值求與其對應之

$k_i \in \{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\}$ 及其最佳

$AC(T, k_i)$ 解。

步驟三、以 θ_i 當作 T 的起始點，選適當大小之變化量 (ΔT) 逐步遞減 T 值，在每一個 T 值求與其對應之 $k_i \in \{1, 2, 3, \dots\}$ 及其最佳 $AC(T, k_i)$ 解。

步驟四、依步驟二與步驟三，當有 n 買方時，可描繪出 n 條最佳解之曲線，針對這 n 條片段凸曲線予以加總，即可找出多買方之最佳解曲線。

5.2 單買方最佳解曲線

在此吾人將以下例說明如何描繪出單買方最佳解曲線。例 1. 依下列參數求其最佳解曲線: $A=20, \hat{c}=25, D=200, c=20, P=320, s=100, \beta=1.1$ 。為了易於分析，本節乃將 k_i 分成兩個情況(Case 1 與 Case 2)分述如下：

Case 1：當 $k_i \in \{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\}$ 時

由(6)可知 T 的下限為 γ_i 。針對不同 k_i ，其 T 的可行範圍為 $[\frac{\gamma_i}{k_i}, \frac{\theta_i}{k_i}]$ 。在某特定 T 時，可求

出其最佳 AC 值與對應之 k_i 。依上述步驟一，可得 $\theta_i=0.3117$ 與 $\gamma_i=0.1283$ ；依照步驟二，可求得起使點最佳解

$AC(T=0.1283, k=1) = 849.99$ 。依照相同方式逐步增加 T 值。又例如，當 $T=0.3$ 時， k_i 可為 1 或 $\frac{1}{2}$ ，對應之最佳 k_i 為 $\frac{1}{2}$ ，因為

$AC(T, k=\frac{1}{2}) < AC(T, k=1)$ 。據此即可求得

最佳解 $AC(T, k_i)$ 與 T 的關係圖為一段凸曲線 (Piece-wise convex curve)，請參見圖 3。

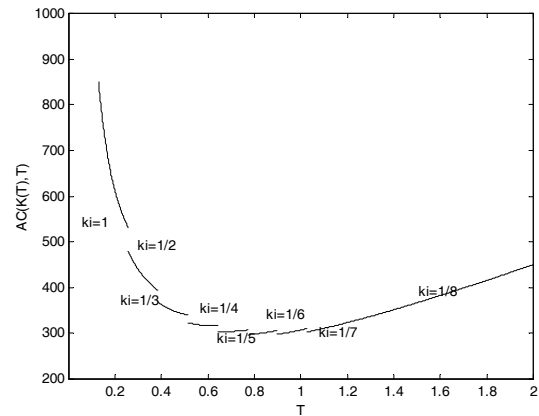


圖 3 當 $k_i \in \{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\}$ 時，最佳解 $AC(T)$ 曲線。

Case 2. 當 $k_i \in \{1, 2, 3, \dots\}$ 時

由(6)可知 T 的上限為 θ_i 。針對不同 k_i ，其 T 的範圍為 $[\frac{\gamma_i}{k_i}, \frac{\theta_i}{k_i}]$ 。在某特定 T 時，可求出其

最佳 AC 值與對應之 k_i 。依照步驟三可求得起始點最佳解為

$AC(T=0.3117, k=1) = 492.26$ 。依照相同方式逐步遞減 T 值。又例如，當 $T=0.15$ 時， k_i 可為 1 或 2，而其對應之最佳 k_i 為 2，因為 $AC(T, k=2) < AC(T, k=1)$ 。據此即可得最佳 AC 解與 T 的關係圖為一段凸曲線

(Piece-wise convex curve)，請參見圖 4。

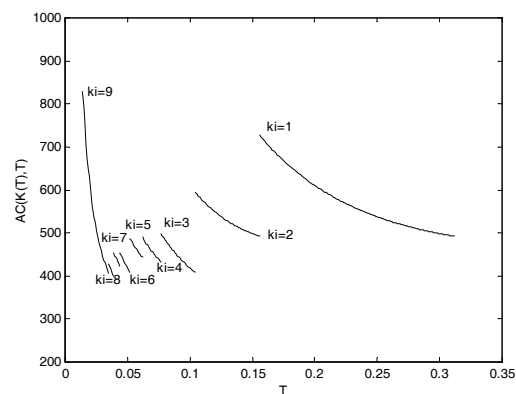


圖 4 當 $k_i \in \{1, 2, 3, \dots\}$ 時，最佳解 $AC(T)$ 曲線。利用上述步驟一至步驟三即可描繪出單買方

之最佳解曲線，接著吾人將運用步驟四繪出多買方最佳解曲線。

5.3 多買方最佳解曲線

由於目標函數可視為 n 條片段凸曲線的加總再加 $\frac{S}{T}$ ，因片段凸曲線之片斷點有繼承性，且 $\frac{S}{T}$ 亦為一片段凸曲線。故目標函數對於 T 之關係曲線仍為一片段凸曲線(Piece-wise convex curve)。

5.4 決定最佳解曲線斷點位置

因目標函數與 T 之關係曲線呈一片段凸曲線，在片段之斷點處，曲線會由 k_i 變為 k_i+1 或由 $\frac{1}{k_i}$ 變為 $\frac{1}{k_i+1}$ ，由此特性有助於吾人尋找最佳解。

Case 1：當 $k_i \in \{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\}$ 時，最佳解曲線

斷點位於 $\frac{\gamma_i}{k_i}$ 。

[證明]

$$AC(T, k_i) = \frac{S_i}{T} + Tc_i D_i \left(1 + k_i - \frac{D_i}{P_i}\right)$$

令 T 在 $k = \frac{1}{n}$ 與 $k' = \frac{1}{n+1}$ 之對應時間範圍

內，且 T 為 k' 對應時間的下界即 $\frac{\gamma_i}{k'}$ ，

$$\text{因為 } \frac{S_i}{T} + Tc_i D_i \left(1 + \frac{1}{n} - \frac{D_i}{P_i}\right) >$$

$$\frac{S_i}{T} + Tc_i D_i \left(1 + \frac{1}{n+1} - \frac{D_i}{P_i}\right) \quad (7)$$

所以 $AC(T, \frac{1}{n}) > AC(T, \frac{1}{n+1})$

因此 AC 曲線在 $\frac{\gamma_i}{n+1}$ 時，為 $AC(T, \frac{1}{n})$ 與

$AC(T, \frac{1}{n+1})$ 之斷點。

亦即當 $k_i \in \{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\}$ 時最佳曲線斷點

位於 $\frac{\gamma_i}{k_i}$ 。■

Case 2：當 $k_i \in \{1, 2, 3, \dots\}$ 時

此問題即成為合併補貨問題(Joint Replenishment Problem) 的型式，且受限於 T 的可行範圍，此問題亦為 NP-hard[1]且明確的斷點位置並不易得。對於在特定 T 時， $AC(T, k_i(T))$ 之最小值，與其對應之 $k_i(T)$ 可由下式求得：

$$k_i(T) = \arg \min \{AC(T, k_i) | k_i \in k_i(T)\} \quad (8)$$

$$k_i(T) \in \left(\left\lceil \frac{\gamma_i}{T} \right\rceil, \left\lfloor \frac{\theta_i}{T} \right\rfloor \right) \text{ 且 } k_i(T) \text{ 為整數。}$$

5.5 最佳解

由圖 3 及圖 4 可得單買方時之最佳解曲線。當多買方時，最佳解曲線乃為所有買方 AC 之總和，再加 $\frac{S}{T}$ 。當 k_i 變大時，將 T 變小。所以 $\frac{S}{T}$ 將增加，尤其 S 較大時， T 變小 AC 則快速增加，其圖形參見圖 5。

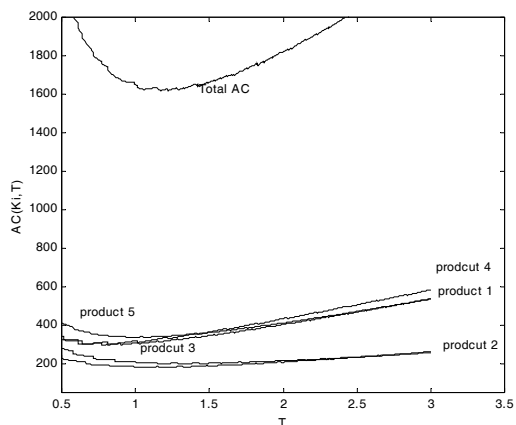


圖 5 多買方時最佳解 AC 與 T 的關係圖。

欲對最佳解圖形加以描繪，可採小步搜尋法。令 T 逐漸增加，宛如在 T 的坐標軸上掃瞄，如此必能掌握最佳解曲線之特性，進而找到其最佳解。據此即可保證求得單供應商多買方整合型存貨模型之最佳解。

6. 數據驗證

6.1 文獻之範例比較

文獻中僅提供一組五個買方之範例，因此以 Lu[7] 之 Example 2 為例，藉由最佳解曲線與小步搜尋法求解，取微小變化量(令 $\Delta T = 0.0001$)，在 T 的坐標軸上進行小步搜尋，在 T 的變動過程中其對應之 k_i 值亦將隨之變動，宛如在 T 的坐標軸上掃瞄。如此可得最佳解為($T=1.219, AC=1617.8, k_1=\frac{1}{9}$,

$k_2=\frac{1}{7}, k_3=\frac{1}{8}, k_4=\frac{1}{6}, k_5=\frac{1}{10}$)；其結果

優於 Lu[7] 所得之解($T=0.9877, AC=1660.35$,

$k_1=\frac{1}{7}, k_2=\frac{1}{5}, k_3=\frac{1}{6}, k_4=\frac{1}{4}, k_5=\frac{1}{8}$)。

6.2 不同買方個數之實驗比較

為比較小步搜尋法與 Lu[7] 所提供啟發式解法

之求解品質，在不同買方個數下($n=5, n=10, n=20, n=30$)，各舉一例進行數據實驗，其結果顯示本法所得之解(平均年總成本)均低於使用 Lu[7] 所提供之啟發式解法，比較結果如下列表 1 所示。

表 1. Lu 之方法與小步搜尋法求解品質之比較

# of buyers	Lu's (L)	Small Step(S)	$\frac{(L-S)}{S} \cdot 100\%$
$n = 5$	1660.35	1617.8	2.66
$n = 10$	62864	59845	5.04
$n = 20$	32038	29918	7.09
$n = 30$	48605	44769	8.60

7. 結論

本研究探討的單供應商多買方整合型存貨模型，藉由買方採購成本預算上限方式達到整合的目的，在實務上頗具應用性。透過最佳解曲線的建構及運用小步搜尋法並可確保求得最佳解。這是 Lu [7] 所欠缺不足之處。而 Lu [7] 所提供之啟發式解法對其解之品質毫無鑑定能力。

本研究透過最佳解曲線斷點的分析可提供有效解法的思考方向，經由本研究可肯定最佳解結構分析方法對於解混合整數規劃模型 (Mixed-Integer Programming Model) 的價值。

未來研究方向: (1) 當 $k_i \in \{1, 2, 3, \dots\}$ 時提供更明確的證明，使斷點的位置更具有數學基礎。(2) 利用斷點以建構快速且有效之解法，並試驗在不同資料結構時之表現。(3) 如何縮小 T 之搜尋範圍，並以分析方式訂定 T 之上下界限，以提高解題之效率。

參考文獻

1. Arkin, E., Joneja, D., Roundy, R. (1989), "Computational complexity of uncapacitated multi-echelon production

- planning problems”, *Operations Research Letters*, Vol.8, 61-66
2. Banerjee, A. (1986), “A joint economic lot size model for purchaser and vendor”, *Decision Sciences* 17, 292-311.
 3. Goyal, S.K. (1977), “Integrated inventory model for a single supplier-single customer problem”, *International Journal of Production Research* 15, 107-111.
 4. Goyal, S.K.(1995), “A one-vendor multi-buyer integrated inventory model: A comment”, *European Journal of Operational Research* 82, 209-210.
 5. Goyal, S.K.(2000) “On improving the single-vendor single-buyer integrated production – inventory model with a generalized policy”, *European Journal of Operational Research* 125, 429-430.
 6. Hill, R.M., (1997) “The single-vendor single-buyer integrated production – inventory model with a generalized policy.” *European Journal of Operational Research* 97, 493-499.
 7. Lu, L. (1995), “A one-vendor multi-buyer integrated inventory model”, *European Journal of Operational Research* 81, 312-323.
 8. Monahan, J.P. (1984) “A quantity discount pricing model to increase vendor profits”, *Management Science* 30,720-726.
 9. Viswanathan, S., (1998) “Optimal strategy for the integrated vendor-buyer inventory model” *European Journal of Operational Research* 105, 38-42.
 10. Viswanathan, S., and Piplani, R., (2001) “Coordinating supply chain inventories through common replenishment epochs” *European Journal of Operational Research* 129, 277-286.

**Analysis on an Integrated Supply Chain Model
with one Vendor and Multiple Buyers
Chuang-Chun Chiou and Ming-Jong Yao**

**Department of Industrial Engineering and Enterprise Information
Tung-Hai University**

ABSTRACT

In this paper, we consider an integrated supply chain model where a single vendor supplies goods for the demand of multiple buyers. In this supply chain system, there exists a replenishment coordination problem since the replenishment schedule for the vendor does not agree with that for each buyer. The replenishment coordination problem results in sub-optimal solutions for both the vendor and the buyers. This model attempts to integrate the decision-making among the vendor and the buyers to minimize the average total costs in this supply chain model subject to the buyers' budget constraints. In this study, we explore that the optimality structure of this integrated supply chain model is a piece-wise convex curve by using a small-step search procedure. The piece-wise convex properties facilitate the search of the global optimal solution.

Key words : Supply Chain, integrated inventory model, optimality structure.