

東 海 大 學

工業工程與經營資訊學系

碩士論文

整數規劃與資料挖掘於最佳裁切方式之
應用

研 究 生：方柏棟

指 導 教 授：黃欽印 博士

：陳武林 博士

中 華 民 國 一 〇 二 年 六 月

The Application of Integer Programming and Data Mining on Cutting Stock Optimization

By
Po-Tung Fang

Advisors : Prof. Chin-Yin Huang
Prof. Wu-Lin Chen

A Thesis
Submitted to the Institute of Industrial Engineering and Enterprise
Information at Tunghai University
in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science
in
Industrial Engineering and Enterprise Information

June 2013
Taichung , Taiwan

整數規劃與資料挖掘於最佳裁切方式之應用

學生：方柏棟

指導教授：黃欽印 博士

陳武林 博士

東海大學工業工程與經營資訊學系

摘 要

近年來林木資源不斷地漸少，海外人力成本不斷上升，在製程上以新技術和新設備讓產品品質提升同時降低生產成本將成為提升市場競爭力之要素。木材屬於天然資源具有缺陷，在原料裁切時，需避開缺陷部分做裁切。裁切問題(Cutting Stock Problem)所探討之問題是在已知尺寸的原料中，以最佳的裁切方式生產出符合需求尺寸之物件，降低裁切產生的廢料或是原料之使用數量。本研究以木材加工廠為例，以木製四米扶手產品為研究主題，扶手組成之結構複雜，使用優選鋸對單一木料做裁切規劃時，雖然降低了木料裁切的浪費，但卻產生在製品數量比例不正確之情況，導致木料之利用率下降。

本研究以階段性建模方式，使用整數規劃法建立模型，共分為三個階段，第一階段模型假設原料長度固定且無缺陷，目標為浪費最小化。第二階段模型假設幾種特定原料，每一種原料之缺陷長度與位置固定，在原料數量有限制的情況下目標為產品最大化。最後階段採用實際木料資訊以每日木料處理數量為基準，由於一維原料裁切問題在規模變大時變數數量會急遽增加，因此使用資料挖掘中之分群概念，在不影響求解結果之情況下，以 k-means 分群法將可用料分類成幾個種類後，建立每日生產規劃模型，目標為產品最大化。將數據帶入數學模型後，運用數理規劃軟體 *LINGO* 求解出最佳切割方式。

最後驗證在規劃前之原料總長度與規劃後之原料總長度相等，表示求解前後木料守恒，證明模型之正確性。規劃 10 個批量之木料，將產品總長度除以原料總長度求出平均成品率為 79%，優於工廠目前的成品率。目前工廠可利用規劃結果，在優選鋸中調整基本型切割長度之配比，增加產品之產出量。

關鍵字詞：裁切問題、整數規劃、資料挖掘、最佳化

The Application of Integer Programming and Data Mining on Cutting Stock Optimization

Student : Po-Tung Fang

Advisors : Prof. Chin-Yin Huang

Prof. Wu-Lin Chen

Department of Industrial Engineering and Enterprise Information
Tunghai University

ABSTRACT

While the forest resources are decreasing and the labor cost is increasing overseas recently, wood industry should not only focus on new techniques but also introduce new equipment in order to provide great quality and reduce the production cost. Each piece of wood, a kind of natural resource, has different defects. To cut off the defects, waste material occurs naturally during the cutting process. As a result, to produce demanded objects and lessen the amount of waste material while cutting, the Cutting Stock problem deals with how to optimize the cutting pattern. To take a wood factory as an example, the study chooses 4-meter hand rail as a study topic. The combined structure of hand rail is complex. When we plan a cutting process by using optimizing cross cut saws, the ratio of WIP numbers tends to be incorrect, which causes the wood utilization to be declined.

This study sets up the mathematical optimization model by the integer linear programming technique in three phases. First, it is assumed that all the raw materials have fixed length and no defect, and the goal is to get the minimum total material waste. Second, we assume there are several kinds of materials, and each has fixed locations and lengths for the defects; the goal is to get the maximum hand rail productivity. The last phase, by considering the amount of a day batch of woods, because the number of variables increases dramatically when the problem size increases, this phase uses k-means clustering to reduce the number of variables. The goal is to get the maximum hand rail productivity. Three models are solved by using LINGO 10 software.

Eventually, we validate the total lengths before and after planning are equal, which proves that the conservation of wood material. By comparing 10 batches of wood, the rate of final products (which is defined as the total length of final products divided by the total length of raw materials) by our method is 79%, which is superior to that of the current process. Currently, the factory can take advantage of the results to modify the ratio of standard cutting lengths of optimizing cross saws to increase the yield.

Keywords: Cutting Stock Problem, Integer Linear Programming, K-means, Optimization

誌謝詞

研究所的時間過得好快，一下子兩年就過去了，過得很充實也很快樂，兩年的研究所生活要感謝許多老師以及同學，首先要感謝兩位辛苦的指導教授，黃欽印老師和陳武林老師，感謝兩位老師很細心且耐心的指導，給予研究上的建議以及方向，才能夠順利完成論文，同時也在待人處世方面給了我很多寶貴的建議，謝謝兩位老師，您們辛苦了。

再來要感謝的是學長姊們，思翰學長、貞翔學長、康碩學長、芸甄學姊，謝謝你們在我研究有困難的時候，有耐心的教導我，讓我能夠更快的進入狀況。也要感謝實驗室的夥伴們，有你們一起奮鬥、一起學習，給我很大的動力，真的很喜歡大家一起研究課業或是討論研究的感覺，謝謝你們，也要感謝佳昀陪我練習口試投影片，謝謝你耐心的陪伴和幫忙才能很順利報告完。

最後我要感謝我的家人，謝謝你們一直以來的支持和幫忙，不時地提醒我要做好課業以及人生態度，讓我能專心在我的研究上，謝謝你們。

再一次感謝所有幫助過我的人，有你們支持和鼓勵才能順利完成這份論文。

目錄

摘要.....	I
ABSTRACT.....	II
誌謝詞.....	III
目錄.....	IV
表目錄.....	V
圖目錄.....	VI
第一章 緒論.....	1
1.1 研究背景與動機.....	1
1.2 研究目的與範圍.....	3
1.3 研究架構與流程.....	3
第二章 文獻探討.....	5
2.1 裁切問題文獻之相關文獻.....	5
2.2 整數規劃法之相關文獻.....	6
2.3 裁切問題之求解方式.....	7
2.4 k-means 分群法之應用.....	8
第三章 研究方法.....	10
3.1 問題描述與現況分析.....	10
3.2 建立最佳化數學模型.....	15
第四章 建立每日生產規劃與驗證.....	25
4.1 簡單模型之建立與驗證.....	25
4.2 最終模型之建立與驗證.....	35
第五章 結論及未來研究方向.....	44
5.1 結論.....	45
5.2 未來研究方向.....	46
參考文獻.....	47
附錄 A k-means 分群演算法.....	49
附錄 B1 2000mm 原料之所有切割方式(模型 1).....	50
附錄 B2 三種原料之切割方式(模型 2).....	54
附錄 C1 實際木料資訊之小規模生產規劃模型(模型 3).....	59
附錄 C2 實際木料資訊之每日生產規劃模型(模型 4).....	64
附錄 D1 實際木料資訊之小規模生產規劃之最佳切割方式(模型 3).....	69
附錄 D2 實際木料資訊之每日生產規劃之最佳切割方式(模型 4).....	71
附錄 E 分群後之可用料長度代表與數量.....	74

表目錄

表 3.1 木板的切割方式.....	16
表 3.2 簡單裁切問題之最佳切割方式.....	17
表 3.3 產出之產品數量.....	17
表 4.1 2000mm 原料之所有切割方式.....	25
表 4.2 模型 1 的最佳切割方式.....	27
表 4.3 模型 1 其餘決策變數之求解結果.....	28
表 4.4 拼接組合所需之基本型切割長度數量.....	29
表 4.5 第 1 種原料的第 1 段可用料(800mm)之所有切割方式.....	30
表 4.6 第 1 種原料的第 2 段可用料(300mm)之所有切割方式.....	31
表 4.7 第 1 種原料的第 3 段可用料(600mm)之所有切割方式.....	31
表 4.8 模型 2 的最佳切割方式.....	33
表 4.9 模型 2 其餘決策變數之求解結果.....	34
表 4.10 模型 3 之最佳切割方式.....	38
表 4.11 模型 3 其餘決策變數之求解結果.....	38
表 4.12 分群後之可用料長度與數量.....	39
表 4.13 模型 4 之最佳切割方式.....	41
表 4.14 模型 4 其餘決策變數之求解結果.....	42
表 4.15 驗證方式二.....	43
表 4.16 模型之參數比較：.....	43
表 4.17 模型規模之比較：.....	44
表 5.1 各批次之成利用率.....	46

圖目錄

圖 1.1 木材缺陷(不良節點).....	2
圖 1.2 本研究之架構與流程.....	4
圖 2.1 一維切割與二維切割排列範例圖.....	6
圖 3.1 研究方法之步驟.....	10
圖 3.2 木料於各製程之狀態.....	11
圖 3.3 產品組合結構.....	12
圖 3.4 優選鋸.....	14
圖 3.5 可用料分群流程.....	23
圖 4.1 原料長度 2000mm	25
圖 4.2 第一種切割方式與產生之浪費.....	26
圖 4.3 拼接組合 A 之組合結構.....	29
圖 4.4 三種原料之不良節點長度與位置圖.....	30
圖 4.5 小規模模型之可用料長度.....	36

第一章 緒論

本章節主要在說明本研究之整體結構，透過研究背景與動機清楚導引出本研究之目的，並利用研究目的與範圍定義研究的範疇邊界，將依下列三點逐項說明：

1.1 節 研究背景與動機

1.2 節 研究目的與範圍

1.3 節 研究架構與流程

1.1 研究背景與動機

由於擁有豐富的林業資源，早期木器加工業在台灣十分的興盛，在經濟起飛的年代也為台灣貢獻了不少的外匯存底。隨著人工成本的上漲，這個勞力密集度高的產業逐漸外移到中國及東南亞地區，以求更高的利潤。

自從台灣開放產業外移之後，許多廠商紛紛外移以尋求更多的林木資源及更廉價的勞工，因此台灣林木產業所面對的競爭對手是全球的競爭者，所活動的範圍是全球的舞台。踏入國際舞台的林木產業，所面臨的競爭更激烈，所處的環境更複雜。在這樣的演變下，未來林木產業的廠商該如何尋找利基，建立競爭優勢，是亟待思考的問題(陳鳳梅, 2003)。

近年來木材加工產業不斷做出新的經營策略，因為木材資源不斷的減少導致原料成本上升，木材加工廠可能選擇遷移到原料產地降低成本、前往人力資源成本較低之國家和提高加工技術讓產品單價提高及降低加工成本。近年來海外人力成本不斷上漲，木材產業不能只是注重在原料和人力成本的節省，在製程上以新型的加工機台和加工技術讓產品品質提升並降低成本，在未來製程上之改良將會是很重要的一環。

木材為一種天然的材質，它的質地較金屬溫暖，且富有韌性。適合用於建築結構及室內的裝潢，其獨一無二的紋理更顯現出與一般金屬及人造木皮的不同。不同於人造材質，天然素材本身會有缺陷(如圖 1.1 所示)，在製造過程中需要將不能使用的區域去除，並透過指接、拼板等加工方式達到需要的尺寸。其中影響材料成本的關鍵點，就在去除缺陷過程中同時要滿足需求之情況下，找出利用率較高的切割方式。



夾皮：
由於樹皮的嵌入導致木材紋理扭曲。



鳥啄紋：
由於鳥啄而引起的紋理污點，有時含有內生樹皮。



縱裂：
由於快速乾燥或乾燥不當造成的沿板材長度方向的表面開裂。



腐爛或腐朽：
真菌引起的木質降解，初始特徵是邊材的變色。



朽節：
先前枝的基部，有髓心，區域呈環狀。有時這部分木質已經脫落。



健全節(生節)：
節疤端面牢固地與板材表面相連，未有腐爛跡象。



開裂：
木材乾燥過程中的沿縱向產生的木材裂隙。輪裂是指生長輪之間的裂隙。



隔條變色：
通常呈灰色，是由木材乾燥時使用隔條造成的。



弧邊(缺邊)：
由於樹幹或原木的截面呈圓形而造成的板材邊部帶有樹皮或缺角。



蟲眼：
木材蟲眼的尺寸從 1/16 英寸到大於 1/4 英寸不等。



髓心：
樹幹心部質地柔軟的木心。



大蟲眼：
大於 1/4 英寸的洞。

圖 1.1 木材缺陷(不良節點)

("The Illustrated Guide to American Hardwood Lumber Grades," 2002)

多數木材加工廠去除缺陷的方式是採取作業員目視的方式辨別木料缺陷位置與長度再以人工鋸台切割，人工操作鋸台的缺點除了危險性較高，

加上人眼的視線範圍及操作範圍有限，無法完美的取出可用料，於是出現了電腦自動裁切系統(以下稱為優選鋸)。不同機型的優選鋸其功能有所不同，主要是在木料缺陷之辨識系統的強度有所差異，總體來說優選鋸的功能就是先辨識出木料缺陷的位置與長度，接著依照使用者需求規劃出滿足需求且降低浪費之裁切方式，但是目前的規劃只限於單一木料的最佳規劃。因此本研究希望藉由建立最佳化數學模型，批量求解最佳切割方式。

1.2 研究目的與範圍

近年來木材的價格不斷上漲，加上顧客對產品的要求不斷提高，在成本持續上升的情況下，為了讓獲利保持一定的水準，提高木材使用率和降低切割浪費變成一項重要的課題。木材有部分是缺陷不能被使用，因此傳統的切割方法會以目視的方式切除缺點部分，依據每段木料的情況做出切割。近年來因為設備技術的提升，人工目視的切割方式可以被優選鋸取代，目前優選鋸可以用鏡頭辨識木料的缺點後依照工廠需求做切割，但仍舊是針對單一塊木料資訊做的最省料規劃，只能夠達到單一塊木料的最佳化。

本研究是搭配有辨識木料缺點功能之優選鋸設備，產品則以四米扶手為主要研究對象，以扶手一日之最大處理量為基準，將當日批量之木料以優選鋸辨識功能掃描得到的木料資訊記錄下來後，以 Excel VBA 協助建立最佳化數學模型，接著運用數理規劃軟體進行求解，規劃出最大利用率的切割方式。

本研究主要之研究限制與範圍如下：

1. 由於目前廠內的切割方式還是以傳統單一木料的規劃，本研究無法實際在工廠內執行批量辨識木料的動作，所以只蒐集各筆木料辨識後的資料進行規劃。
2. 在實際切割木料的時候，會因為鋸片的厚薄度產生些許浪費，但不影響規劃結果所以本研究各階段的木料長度不考慮鋸片造成的影響。
3. 針對單一產品進行最佳化模型建構。

1.3 研究架構與流程

本研究所使用之研究架構與流程主要分為四個階段：(1)切割問題之發展文獻(2)扶手製造程序之探討(3)研究方法之發展(4)系統實作及分析。研究架構可參考圖 1.2。

步驟一、裁切問題之發展文獻

針對過去有關裁切問題的文獻進行探討與分析，並進一步說明求解最佳化裁切問題之目的、方法和模型架構。

步驟二、扶手製造程序之探討

1. 探討扶手之製造程序，了解其製程中木料裁切之方式，以及產品組成的結構。
2. 優選鋸機台的功能簡介、原理:藉由描述目前使用的優選鋸機型之功能，了解機台作業方式和有哪些限制。

步驟三、研究方法之發展

1. 根據本研究之目的，定義變數和參數的意義與範圍，並敘述目標式和限制式之目的。
2. 以階段性之模型建立方式，並描述每個階段模型之目標與限制。

步驟四、系統實作與分析

1. 將實際資料帶入步驟三之數學模型，以 LINGO 10 求解後分析結果和並且和實際生產情況比較浪費之多寡。
2. 模型驗證：將組成產品所需木料用圖示方式說明，用 excel 試算表將規劃後最佳解之木料總量和規劃前的木料總量比較，證明木料守恆。

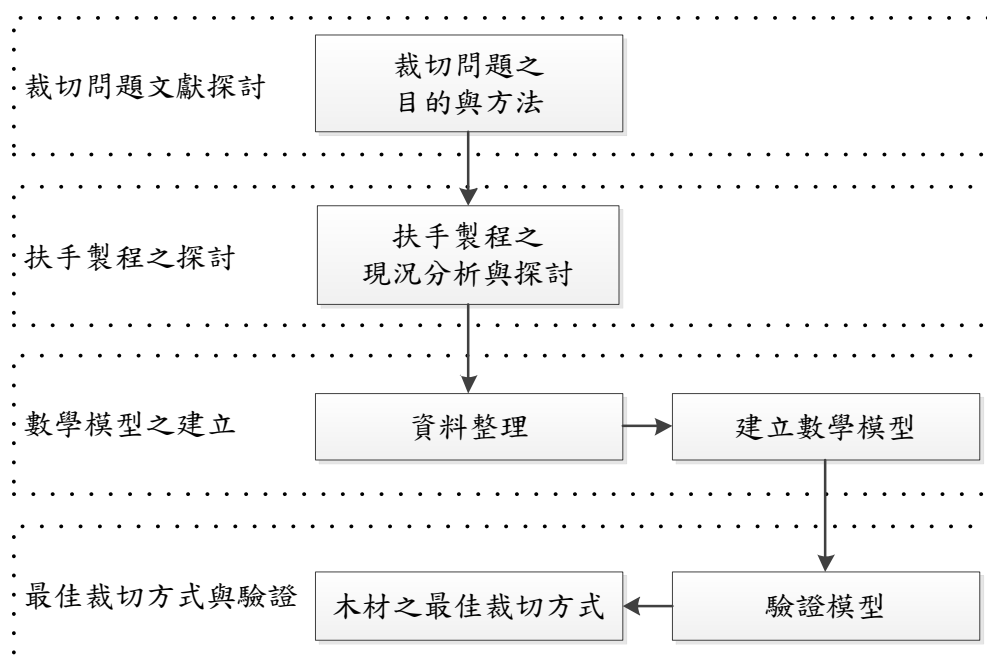


圖 1.2 本研究之架構與流程(本研究整理)

第二章 文獻探討

本研究以整數規劃法進行裁切問題之最佳化分析，本章節將針對裁切問題、整數規劃法及裁切問題之求解方式的文獻進行探討。首先介紹目前裁切問題之研究及應用範圍，第二部分將探討應用整數規劃於各類最佳化問題之文獻，最後探討各種裁切問題之求解方式。

2.1 裁切問題文獻之相關文獻

原料裁切問題的變化很多，可分為一維切割問題、二維切割或排列問題、三維切割或堆疊問題，形狀有規則狀也有不規則狀，原料可固定可變化，在實務上應用廣泛。

本研究之木料裁切是屬於一維原料，Gilmore and Gomory於1961年提出一維原料裁切問題，此問題之數學模型有大量變數之性質不易求解，因為決策變數代表原料被切割方式，隨著物品增加切割方次將成指數成長，對此問題之特性，提出變數產生演算法，目標為成本最小化(Gilmore, 1961)。而二維切割問題因為多了一個維度，除了切割之外還需要考慮排列的問題，二維切割問題也可以稱為裝箱問題，目的是把一組不同尺寸之物件分配到尺寸相同之原料裡，讓原料使用數量最小或是原料切割浪費最小，同時滿足需求且物件不重疊。Beasley 於1985年 提出一新動態規劃法，改良了在處理二維方形切割排列問題上(Beasley, 1985)。

吳崑誌等人認為原料裁切問題引用於許多不同的原料上，探討將大尺寸之原料以最有效率的方式裁切，在符合需求量之條件下使得原料使用數量最小化，此問題廣泛應用於布料、木材、造紙業與鋼鐵業中(鐘治世, 2008)。

Jacob 等人以二維切割問題應用於裁切玻璃板，在浪費最少之情況下找出能滿足顧客需求數量之切割模式和排列方法(Jakob Puchinger, 2004)。

沈宇晟以鋼筋裁切問題為例，探討一維鋼材原料裁切模式之構建以及演算流程。目標函數考慮使用原料成本最小化，以及留存長剩料以供後續利用(沈宇晟, 2005)。

謝肇欣認為傳統上裁剪鋁合金板材時都是依據實務經驗法則，針對個別工單來進行切割，因此常會發生耗用過多鋁合金板材數量、花費太多整

置時間及造成餘料浪費，以二維切割的數學規劃模式為基礎，有效減少鋁合金板材之使用數量、節省物料成本、提昇原物料使用率(謝肇欣, 2010)。

探討過去裁切問題之文獻，大多以最小原料使用數量為目標來建立的模型，而研究之原料多數以金屬、玻璃、布料、紙張...等無缺陷原料，而本研究是以具有缺陷之木材之一為裁切問題，在原料數量有限制的情況下，最大化產品數量。

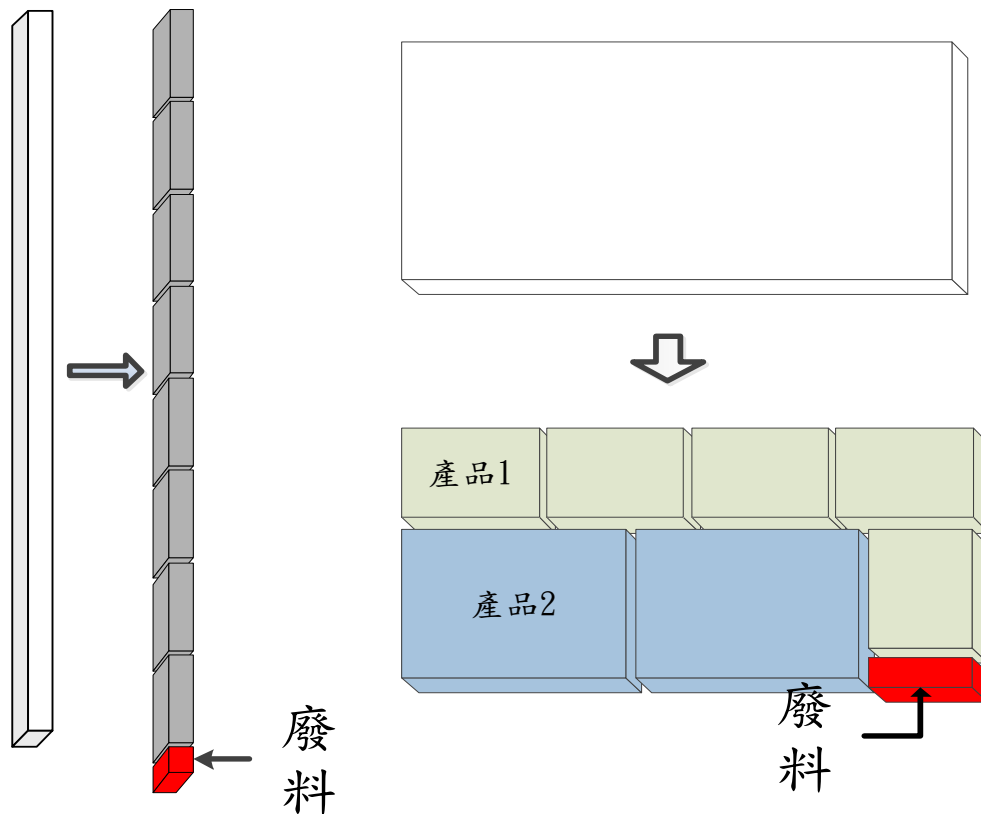


圖 2.1 一維切割與二維切割排列範例圖(本研究整理)

2.2 整數規劃法之相關文獻

李英碩提出兩個混整數數學規劃模型求解二十四小時營運之客服中心的長期排班問題，求得問題規劃期間最佳的人員班別指派(李英碩, 2007)。

賴慶育以混合整數規劃(Mixed Integer Linear Programming, MILP)建立一套適合發電業及獨立電力調度中心之短期資源調度，包含發電機組、雙向合約、與現貨市場之購售電量，並獲得最小成本或最大利潤下之競價參考值(賴慶育, 2004)。

林潔婷以多目標整數規劃發展之排程系統可提供承包商事先模擬用戶

接管作業之各巷道施作順序、各工班進場時間與所需工期，以有效掌握工期，以實際已完工之污水下水道用戶接管案例，進行排程驗證(林潔婷, 2008)。

*Silva*等人以整數規劃模型求解一個二維裁切問題，在原料大矩形中裁切出需求尺寸隻小矩形，目標為找出滿足需求情況下使用最少的原料數量(*Elsa Silva*, 2010)。

*Aktin*等人提出兩個整數線性規劃模型，第一階段模型為產生最小化修剪損耗之裁切模式，第二階段決定裁切計畫，目標為最小化原料投入成本(*Tülin Aktin*, 2009)。

整數規劃可以應用於裁切問題、背包問題、指派問題、排程問題...等，其中裁切問題之關鍵決策變數多數為切割方式的使用數量以及產品的數量，因此過去文獻中大多以整數規劃法建構裁切問題的數學模型。

2.3 裁切問題之求解方式

*賴德忠*以整數線性規劃為架構，建立一套數學最佳化模式，協助鋼結構製造廠決策者在有限的資源條件下，以數理規劃軟體求解最佳裁切決策使公司獲得最大效益(*賴德忠*, 2010)。

Carvalho 等人以接單式生產之鋼材公司為例，使用線性規劃模型以變數產生法求解兩階段裁切問題，目標為最小化剪裁損耗以及減少設置的數量(*J.M. Valerio de Carvalho* 1995)。

*張瀚文*以二元整數規劃模式，利用分枝定限法或其他廣用方法進行求解，針對一維鋼材原料裁切順序模式之構建，目標為滿足需求鋼筋數量與裁切順序之要求下使用最少的原料鋼筋根數產生鋼筋裁切順序計畫(*張瀚文*, 2005)。

*Vasko*等人以啟發式演算法發展出鋼鐵廠實務應用的程式，求解滿足需求構件之原料生產裁切問題。此研究考慮原料有不同等級，裁切目標有三項：1.以現有的原料鋼筋裁切出最多種需求鋼筋2.減少生原料鋼筋使用量3.餘料浪費最小化(*Vasko*, 1999)。

*李冠廷*以新式質群演算方法求解鋼筋裁切問題的裁切模式，以最佳方式裁出符合需求尺寸的鋼筋。目標為鋼筋總成本最小化 (*李冠廷*, 2007)。

*簡尚彬*以改良式基因演算法，目標為降低鋼筋裁切之總成本，將鋼筋

裁切之染色體的編碼方式進行改變，並提出二套鋼筋裁切問題的求解模式(簡尚彬, 2009)。

盧立昕以啟發式演算法來擬定裁切計畫，此研究之目的即在分析BH型鋼裁切問題後，以自動化之軟體工具計算最小化裁切時產生的餘料(盧立昕, 2010)。

王亞民以兩階段演算法，第一階段採用粒子群演算法(Particle Swarm Optimization)尋優最佳解配合改良過後的左下物件擺放法(Bottom-Left Fill)找出初始可行解，再利用基因演算法(Genetic Algorithm)全域尋優最佳解的特性，收尋最佳切割方式，經過兩階段的最佳化運算，找出最佳的面板切割順序以及切割方式(王亞民, 2011)。

宋祚忠認為儲料切割問題在許多加工和製造產業中的製程會遇到，找出降低損耗之切割規劃為主要目標，此研究以禁制搜尋法為基礎之演算法求解一為儲料切割問題，目標為尋求一個最佳損耗之切割規劃(宋祚忠, 2006)。

裁切問題屬於一個不容易求解的問題，無論是原料長度增加，或是需求長度種類變多，都會使的變數大幅度的增加，導致模型規模過大，參考過去裁切問題之文獻，求解裁切問題多數使用演算法，如啟發式演算法、粒子群演算法、禁制搜尋法...等，加快求解的速度。本研究以資料探勘之手在不影響求解結果為之情況下，縮減模型規劃，加快求解時間。

2.4 k-means 分群法之應用

資料探勘是一個將資料萃取出知識的一個步驟，在資料探勘中有許多重要的功能，而群集分析(cluster analysis)為其中之一，群集分析能夠在大量的資料中，將相似度較高的資料分為一個群組，幫助我們找出有用的資訊。

在群集分析中以k-means為最常被使用之分群方式，因為相較於其他分群方式，其運算方式較簡單且快速，也因為其方便性讓k-means以不同的方式在不同的資料上被使用。

在過去研究中有許多學者以k-means分群法結合其他演算法或是改良k-means演算法本身讓分群更好更有效率，甘豐榮以基因演算法結合k-均數群集演算法之分群分析的方法，提升單純使用k-均數群集演算法之準確度，

利用成本矩陣做分群、分類分析之比較，以及探討心臟疾病之病因，進行並試圖發掘出隱藏在其病患案例資料中的簡單規則，期望能用於醫學診斷上(甘豐榮, 2012)。

吳振銘提出的改良式 K-means 分群技術，改良傳統 K-means 分群的缺點提高群內的相似度，找出使用者間具有聆聽相同音樂喜好的同群使用者，分析各使用者間的聆聽記錄，計算各使用者聆聽項目間的相關相似性 (Correlation)，產生預測的評分結果，雲端推薦系統伺服器將評分高的音樂推薦給使用者(吳振銘, 2012)。

也有以k-means將大量資料做分群後，再以其他方式作分析，如何旻修提出以凝聚模糊k-means分群演算法對較大資料進行分群，接著對每個群集進行奇異值分解與低維近似分析，找出每個文件對映在低維度向量空間裡的座標，透過模糊分群讓關鍵字可以動態的與所有相關群集進行潛在語意索引，分析並找出與關鍵字相關的文件(何旻修, 2010)。

張家熏利用小波轉換(Wavelet transform)、K-means分群法(K-means clustering)及支持向量機(Support vector machine)等方法，建立一個辨識各種律不整的心電辨識系統。區分為三個階段；第一階段使用K-means分群法把屬於同一類別但相異性卻很大的心律不整訊號分成數個類別，在每一個次類別，各樣本會有較高的相似性。第二階段則把各次類別裡的每一個心搏樣本利用小波轉換擷取時頻特徵向量。第三階段以每一個心搏樣本的時頻特徵以及形態特徵為訓練資料，並運用支持向量機來建立本辨識系統的模型(張家熏, 2011)。

小結：

過去應用k-means分群法之文獻很多，能夠使用的範圍也很廣，但是在裁切問題之文獻較不常見。而本研究使用k-means分群法，將相似度很高的資料視為同一類資料，使裁切問題中龐大的變數數量大幅降低，進而建立最佳化數學模型來進行求解。

第三章 研究方法

本研究使用之研究方法主要分為三個步驟：(1)問題描述與現況分析(2)建立最佳化數學模型(3)求解與驗證。研究方法之步驟可參考圖 3.1。

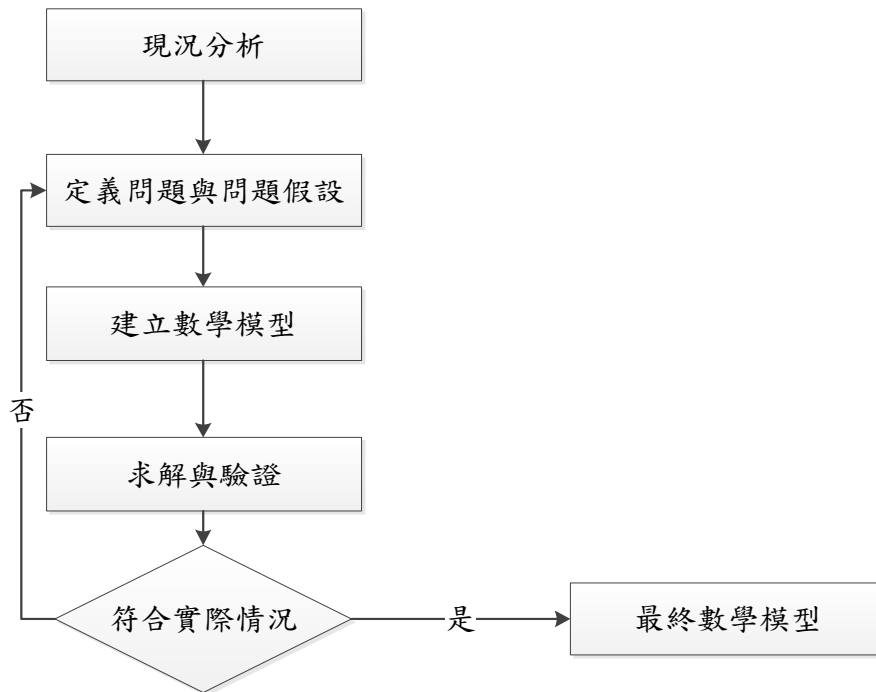


圖 3.1 研究方法之步驟(本研究整理)

3.1 問題描述與現況分析

3.1.1 產品製造流程介紹

本研究是以提高四公尺長木製扶手取材率為目標，產品的木工製造流程共分為備料指接/拼板/四面刨成形三大部分，以下將針對木工部分的製程進行說明。

備料指接：可細分為分條、分段定長、指接、對剖、拼板、定長、刨料、砂光。木材是以板料的狀態進到工廠，剖料時是依據每個產品的需要決定剖料的寬度而後切成長條狀，接著工廠會以目視的方式將剖好的條狀木料進行檢查，把木料上的不良節點切除，同時把可用料依照產品的需要做裁切，裁切的規範有固定模式，通常有幾種固定的基本型切割長度(圖 3.2、

圖 3.3)會標示在切割的機台上，作業員會以能裁切出最長的基本型切割長度為首要目標，因為多一次切割鋸片產生的浪費就會增加。定長後的木料則有既定的方式去分組，接著同組的木料指接起來，此階段會有六種接縫組合(圖 3.2、圖 3.3)。

拼板：扶手的安全性極為重要，為了提高能扶手能夠承受的重力要將前面接縫好的木料從中間剖開成兩片(剖半接縫組合，圖 3.2、圖 3.3)，取三片以拼板的方式組合(拼接組合，圖 3.2、圖 3.3)，並錯開指接點的位置。拼好的木料長度落在 4200mm 左右，需置乾一段時間。

四面刨成形：將置乾完成的拼板料裁切定長到 4000mm，接著以四面刨機台刨成圓棍，砂光機將圓棍的表面處理光滑，完成木工的步驟，產品組合結構圖如圖 3.2、圖 3.3。



板料

條料

基本型切割長度



接縫組合

剖半接縫組合

拼接組合

圖 3.2 木料於各製程之狀態(本研究整理)

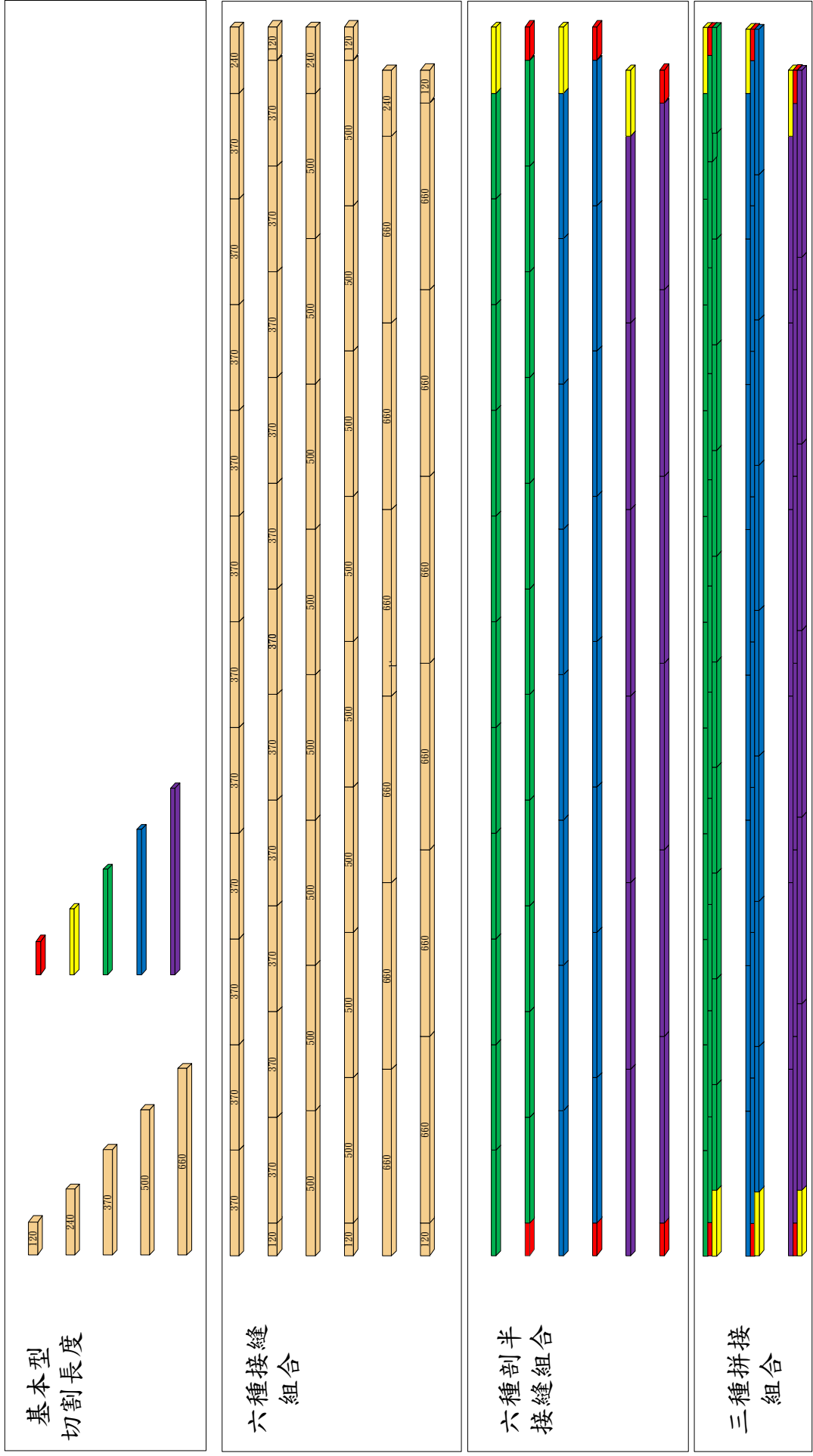


圖 3.3 產品組合結構(本研究整理)

3.1.2 現況分析

扶手佔公司營業額 50% 以上，隨著設備技術越來越發達，競爭者也越來越多，市場佔有率恐下滑，為了保持市場佔有率，除了品質方面需要贏得客戶的信賴，回到工廠端，成本的控管必須要更嚴格才有辦法面對市場價格的變動。

製作四米扶手有些限制，首先，因為產品長度較長要找到一段四米長的乾淨木料非常不容易，若要購買這種規格的木料價格會很高，因此生產四米扶手需要以指接的方式才能達到產品的長度，所以指接時所造成的材料損耗是無法避免的。扶手屬於安全性的產品，通常安裝在樓梯或是浴廁使用，要能承受數倍於體重的重量。考量到木材的天然結構與扶手產品對穩定性的嚴格要求，必需要將指接好的木料對剖後以拼板的方式來增強扶手能承受的重量，拼板同時又不能讓指接點太過接近甚至重疊，案例公司經過計算後，找出特定的長度(基本型切割長度)以特定的方式組合(接縫組合)，讓指接點不重疊。裁切木料時因為基本型切割長度之限制將產生許多可用料的浪費，造成取材率不高。

優選鋸簡介：

優選鋸(Optimizing Crosscut Saws)如圖 3.4 所示，機體分為三個部分，前段的木料辨識機台、後段的鋸台以及電腦操控面板。目前的辨識系統主要分為兩個類型，第一種是先以人工確定木料缺陷之位置與長度以螢光筆作紀錄，辨識系統會偵測螢光筆畫線的位子來辨別缺陷在哪裡，第二種則是以鏡頭直接對缺陷做辨識，不需要事先做記號在木料上。木料經辨識後會依照使用者輸入的需求長度，做單一木料的最佳規劃，再由鋸台裁切。

優選鋸可以依照使用者需求，設定裁切出的木料長度和各種木料數量之權重比例，若以單一木料做規劃，在實際生產時系統會因為要讓裁切浪費最小，導致基本型切割長度中較短之木料數量過多(120mm 與 240mm)，從前一小節的產品結構圖得知，組成產品的結構是有特定的組合，生產過多單一基本型切割長度之木料，將無法組成最終產品，多於之木料也終將成為浪費。案例公司以優選鋸裁切扶手所需之基本型切割長度時，也確實有較短之基本型切割長度(120mm)過多的情況發生。



圖 3.4 優選鋸

(<http://www.paul.eu/index+M52087573ab0.html>)

3.1.3 問題描述

在前面介紹製程中，因為產品的長度和強度需求，本研究所考慮之基本型切割長度、接縫組合和拼接組合之方式，皆採取工廠目前的規範，基本型切割長度就以工廠端目前使用的 120mm、240mm、370mm、500mm 和 660mm 五種長度，接縫組合共有六種，而拼接組合有三種。

本研究是以提升木材利用率為目標，經過前面的製程介紹後發現，木材利用率關鍵在於分段定長這項製程中，因為有固定的基本型切割長度要做裁切導致浪費的產生變多，若是以人工目視的方式判斷節點的位置與長度較不精確，可用料的長度無法被精準的被判讀，此時作業員可能會做出較差的裁切組合，導致可用料沒有被完整利用。為了解決這個問題，公司引進了新的設備優選鋸，優選鋸能夠藉由掃描的方式將木材的資訊傳送到電腦中，按照工廠端的需求長度，規劃出最省料的裁切方式，但是這樣的規劃只針對每一根木料，和原本以作業員目視的方式相比，雖然提高了木料的利用率，但比率還是有限。

為了提升木料的利用率以及取材率，本研究提出了一個新的最佳裁切規劃方法，期待在未來能夠搭配優選鋸的使用，以每日木料處理量為基礎，先以優選鋸的掃描功能掃描當日需處理的木料並將木料資訊記錄在機台，取得木料資訊後建立當日生產規劃之數學模型，目標為在木料有數量限制情況下找出能生產最多產品的最佳裁切方式後，參考求解出之最佳裁切方式，找出最佳權重比例，輸入優選鋸系統中，進行裁切。

3.2 建立最佳化數學模型

3.2 節為數學模型之建構，目標為建立每日生產最佳裁切規劃之模型，在符合限制的條件下，求出木材利用率最大之裁切規劃，每一根木料能切成的可用料數量和長度皆不相同，不同長度的可用料能產生切割方式之種類數量也不同，每一種切割方式之使用次數代表一個決策變數，裁切出的基本型切割長度之數量、組合成在製品之數量和產品之數量分別代表不同的變數。決定每一段可用料使用何種切割方式，以限制式控制變數之間的對應關係，以求出最佳裁切規劃。

首先介紹典型的切割問題，了解切割問題的模型建構方式後，進行本研究之最佳化數學模型建構，共分為三個階段，第一階段為在原料長度固定且無不良節點假設下之規劃模型、第二階段為在原料長度固定且固定不良節點的位置與長度假設下之規劃模型和第三階段為每日生產最佳裁切規劃之模型。

本研究建構之數學模型使用整數規劃。整數規劃包含純整數規劃、混合整數規劃、純二元整數規劃，和混和二元整數規劃，純整數規劃為所有決策變數均限制為整數的整數規劃，混和整數規劃為部分決策變數限制為整數的整數規劃，純二元整數規劃為所有決策變數均限制為 0 或 1 的整數規劃，混和二元整數規劃為部份決策變數限制為 0 或 1 的整數規劃。本研究之模型使用純整數規劃。

3.2.1 簡單裁切問題

W 公司賣三種不同長度(基本型切割長度)的木材，分別是 3 英尺、5 英尺，和 9 英尺，W 公司的顧客需要的產品為 3 英尺的 25 個、5 英尺的 20 個，和 9 英尺的 15 個，W 公司要以 17 英尺的木材切割出顧客的需求，並且最小化產生的浪費，木材的切割方式請參考表 3.1。

表 3.1 木板的切割方式

切割方式	切割產生之產品數量			浪費(英尺)
	3 英尺	5 英尺	9 英尺	
i				
1	5	0	5	2
2	4	1	0	0
3	2	2	0	1
4	2	0	1	2
5	1	1	1	0
6	0	3	0	2

(本研究整理)

下標說明：

i ：第 i 種切割方式

決策變數說明：

x_i ：17 英尺木板依據組合 i 做裁切的數量(裁切方式之數量之總和)

浪費+顧客需求總合=被裁切之木板長總和

顧客需求總合為 $25 \times (3) + 20 \times (5) + 15 \times (9) = 310$ 英尺

被裁切之木板長總和為 $17 \times (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6)$

浪費為 $17x_1 + 17x_2 + 17x_3 + 17x_4 + 17x_5 + 17x_6 - 310$

簡化目標式後

目標式為

$$\min z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$$

限制式(1) 至少要生產出 25 個 3 英尺長的木板

限制式(2) 至少要生產出 20 個 5 英尺長的木板

限制式(3) 至少要生產出 15 個 9 英尺長的木板

s.t.

$$5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 \geq 25$$

$$x_2 + 2x_3 + x_5 + 3x_6 \geq 20$$

$$x_4 + x_5 \geq 15$$

將上述模型以 LINGO 10 求解後得到以下結果：

目標值 $z = 19$

決策變數 $x_1 = 0, x_2 = 3, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 15, x_6 = 1$

總浪費為 $2 \times 0 + 0 \times 3 + 1 \times 0 + 2 \times 0 + 0 \times 15 + 2 \times 1 = 2$ 英尺

(簡單裁切問題之最佳切割方式參考表 3.2)

(切割出的產品數量請參考表 3.3)

表 3.2 簡單裁切問題之最佳切割方式

切割方式 (i)	切割產生之產品數量			浪費 (英尺)	使用切割方式 i 之數量(x_i)
	3 英尺	5 英尺	9 英尺		
1	5	0	0	2	0
2	4	1	0	0	3
3	2	2	0	1	0
4	2	0	1	2	0
5	1	1	1	0	15
6	0	3	0	2	1

(本研究整理)

表 3.3 產出之產品數量

產品種類	最佳切割方式產生之產品數量
3 英尺	27
5 英尺	21
9 英尺	15

(本研究整理)

3.2.2 在原料長度固定且無不良節點假設下之規劃模型(第一階段)

模型介紹：

第一階段模型是參考簡單裁切問題的模型建構方式，首先針對原料部分做幾點假設，原料長度固定、原料無不良節點和產品需求固定。在上述簡單切割問題中，原料經切割後就是顧客所要的產品，而本研究所探討之產品四米扶手，切割完的木料必須要經過指接、拼板等製程才成為最終產品。

目標式經簡化後為最小化所有切割方式次數之總和(木料使用數量總和)，限制式部分增加切割後的木料數量(基本切割長度)、在製品數量(接縫組合、剖半接縫組合)以及完成品數量(拼接組合)這四種變數之間的關係。

下標說明：

j ：第 j 種切割方式

$j=1,2,\dots,J$

k : 第 k 種基本型切割長度 $k=1,2,3,4,5$

參數說明：

l : 原料長度

q : 第 q 種接縫組合、第 q 種剖半接縫組合 $q=1,2,\dots,6$

m : 第 m 種拼接組合 $m=A,B,C$

$c_{j,k}$: 在第 j 種切割方式產生第 k 種基本型切割長度之數量

p : 訂單需求數量

決策變數說明：

x_j : 原料使用第 j 種切割方式之次數

z_k : 為第 k 種基本型切割長度的數量

w_q : 第 q 種接縫組合之數量

h_q : 第 q 種剖半接縫組合之數量

y_m : 第 m 種拼接組合之數量

數學模型：

$$\min z = \sum_{j=1}^J x_j \quad (3-1-1)$$

$$y_A + y_B + y_C \geq p \quad (3-1-2)$$

$$z_k = \sum_{j=1}^J c_{j,k} x_j \quad \text{for } k=1,\dots,5 \quad (3-1-3)-(3-1-7)$$

$$2 \times y_A = h_1 \quad (3-1-8)$$

$$y_A = h_2 \quad (3-1-9)$$

$$2 \times y_B = h_3 \quad (3-1-10)$$

$$y_B = h_4 \quad (3-1-11)$$

$$2 \times y_C = h_5 \quad (3-1-12)$$

$$y_C = h_6 \quad (3-1-13)$$

$$2 \times w_q = h_q \quad \text{for } q=1,\dots,6 \quad (3-1-14)-(3-1-19)$$

$$z_1 = 2 \times w_2 + 2 \times w_4 + 2 \times w_6 \quad (3-1-20)$$

$$z_2 = w_1 + w_3 + w_5 \quad (3-1-21)$$

$$z_3 = 11 \times w_1 + 11 \times w_2 \quad (3-1-22)$$

$$z_4 = 8 \times w_3 + 8 \times w_4 \quad (3-1-23)$$

$$z_5 = 6 \times w_5 + 6 \times w_6 \quad (3-1-24)$$

模型說明：

1. 目標函數(3-1-1)：

原料長固定並且沒有不良節點， x_j 代表原料以第 j 種切割方式做切割之次數，目標函數 $\min z = \sum_{i=j}^J x_j$ ，找出浪費最少的切割方式。

2. 限制式(3-1-2)：

可以組合成產品的拼接組合有三種，將三種組合的數量加總成為產品的數量要大於等於訂單需求。

3. 限制式(3-1-3)- (3-1-7)

第 k 種基本型切割長度之數量等於每種切割方式的次數乘上該切割方式產生第 k 種基本型切割長度的數量之總和。

4. 限制式(3-1-8)- (3-1-13)

拼接組合的數量 y_m 和剖半接縫組合的數量 h_o 之關係。

5. 限制式(3-1-14)- (3-1-19)

剖半接縫組合的數量 h_o 和接縫組合的數量 w_p 之關係。

6. 限制式(3-1-20)- (3-1-24)

接縫組合的數量 w_p 和基本型切割長度的數量 z_k 之關係

小結：

第一階段模型所解的問題為需求固定、原料長度固定和原料無不良節點之情況下，以案例公司之四米扶手為產品規劃出滿足需求且最小化浪費之切割方式。在實際情況下往往有不良節點發生在木料上，切割時必須要將不良節點處切除，因此在第二階段將會在模型裡加入不良節點之概念，以符合實際情況。

3.2.3 在原料長度固定且固定不良節點的位置與長度假設下之規劃模型(第二階段)

模型介紹：

第二階段模型假設原料有特定幾個種類，每一種原料之不良節點的長度與位置固定，在原料數量有限制之情況下，將目標函數修正為最大化產品數量，延續第一階段模型之基本切割長度、接縫組合、剖半接縫組合以

及拼接組合之限制式。因為有不良節點出現，要做最佳切割規劃需要排除不良節點後，針對每筆原料的可用料部分做最佳切割規劃，找出能生產最多產品的最佳切割方式。

(下標、參數、決策變數若與前面章節相同，請參考前面章節之說明)

新增下標說明：

r ：	第 r 種原料	$r = 1, 2, \dots, R$
$i(r)$ ：	第 r 種原料之第 i 段可用料	$i(r) = 1, 2, \dots, I(r)$
$j(i(r))$ ：	第 r 種原料下第 i 段可用料之第 j 種切割方式	$j(i(r)) = 1, 2, \dots, J(i(r))$

新增參數說明：

$c_{i(r),j(i(r)),k}$ ： 在第 i 段可用料下第 j 種切割方式中產生第 k 種基本型切割長度之數量

MC_r ： 第 r 種原料之可用數量

新增決策變數說明：

$x_{r,i(r),j(i(r))}$ ： 第 r 種原料的第 $i(r)$ 段可用料使用第 $j(i(r))$ 種切割方式之次數

$U_{r,i(r)}$ ： 第 r 種原料之第 $i(r)$ 段可用料的所有切割方式次數之總和
(第 r 種原料之第 $i(r)$ 段可用料的)

M_r ： 第 r 種原料的使用數量

數學模型：

$$Max z = \sum_{m=A}^C y_m \quad (3-2-1)$$

$$M_r \leq MC_r \quad for r = 1, \dots, R \quad (3-2-2)$$

$$M_r \geq U_{r,i(r)} \quad for r = 1, \dots, R \quad for i(r) = 1, \dots, I(r) \quad (3-2-3)$$

$$U_{r,i(r)} = \sum_{j(i(r))=1}^{J(i(r))} x_{r,i(r),j(i(r))} \quad for r = 1, \dots, R \quad for i(r) = 1, \dots, I(r) \quad (3-2-4)$$

$$z_k = \sum_{r=1}^R \sum_{i(r)=1}^{I(r)} \sum_{j(i(r))=1}^{J(i(r))} c_{i(r),j(i(r)),k} x_{r,i(r),j(i(r))} \quad for k = 1, \dots, 5 \quad (3-2-5)-$$

$$2 \times y_A = h_1 \quad (3-2-10)$$

$$y_A = h_2 \quad (3-2-11)$$

$$2 \times y_B = h_3 \quad (3-2-12)$$

$$y_B = h_4 \quad (3-2-13)$$

$$2 \times y_C = h_5 \quad (3-2-14)$$

$$y_C = h_6 \quad (3-2-15)$$

$$2 \times w_q = h_q \quad \text{for } q=1, \dots, 6 \quad (3-2-16)-$$

$$(3-2-21)$$

$$z_1 = 2 \times w_2 + 2 \times w_4 + 2 \times w_6 \quad (3-2-22)$$

$$z_2 = w_1 + w_3 + w_5 \quad (3-2-23)$$

$$z_3 = 11 \times w_1 + 11 \times w_2 \quad (3-2-24)$$

$$z_4 = 8 \times w_3 + 8 \times w_4 \quad (3-2-25)$$

$$z_5 = 6 \times w_5 + 6 \times w_6 \quad (3-2-26)$$

模型說明：

1. 目標函數(3-2-1)：

三種拼接組合加總起來即為產品數量，目標函數為原料數量限制之下能夠生產最多產品的規劃。

2. 限制式(3-2-2)：

原料 r 之數量限制。

3. 限制式(3-2-3)

原料 r 之數量大於等於原料 r 之可用料中切割方式次數總和。

4. 限制式(3-2-4)

原料 r 之第 $i(r)$ 種可用料切割方式之次數總和。

5. 限制式(3-2-5)- (3-2-9)

第 k 種基本型切割長度之數量等於各段可用料之每種切割方式的次數乘上該切割方式產生第 k 種基本型切割長度的數量之總和。

6. 限制式(3-2-10) -(3-2-15)

拼接組合的數量 y_m 和剖半接縫組合的數量 h_o 之關係。

7. 限制式(3-2-16)- (3-2-21)

剖半接縫組合的數量 h_o 和接縫組合的數量 w_p 之關係。

8. 限制式(3-2-22)- (3-2-26)

接縫組合的數量 w_p 和基本型切割長度的數量 z_k 之關係

小結：

第二階段為假設原料長度固定且固定不良節點的位置與長度，在原料數量有限制之情況下，規劃出能生產最多產品數量之最佳切割方式。在實際情況下，原料的長度並不固定且不良節點的長度和發生位置也不固定。以實際木料資訊的不良節點長度與發生的位置，只有長度有一個大略的範圍，節點位置為隨機發生，沒有辦法根據資料歸納出一些趨勢，而假設出幾種代表性木料種類，因此下一階段會以實際木料資訊做最佳規劃。

3.2.4 符合每日生產裁切規劃之模型(最終階段)

模型介紹：

最終階段將依照木料缺陷實際發生之位置，以每日實際木料處理數為基準，做出四米扶手的每日生產最佳切割規劃，並預期在設備資源充足時能搭配工廠實際生產。在每日木料處理量下，要處理的可用料數量相當多，因此在不影響結果的情況下藉由 k-means 分群法適當的縮減資料處理量，同時這個步驟也將會減少變數數量且加快求解時間。

分群原因：

將可用料長度以 k-means 分群，分群後取每一群組的最小數值為代表，取代該群組的所有值，此步驟的意義是將所有可用料分為固定組數，以每組的最短可用料為代表取代該組的其他可用料，讓可用料變成只有固定幾個種類。若不分群以原本的可用料數量做切割方式計算，可用料的數量大幅增加，加上要針對各段可用料定義不同的切割方式，會使模型的變數數量過大，造成求解時間過長。

接著計算各群組中每個數值和該群中的最小值之差值，是否超出基本型切割長度中最短的 120mm，若沒有超過 120mm 則判定分群動作不影響模型求解之結果，有差值超過 120mm 時，增加群組數再做計算，直到差值超出 120mm 之數量為 0，可用料分群流程請參考圖 3.5。

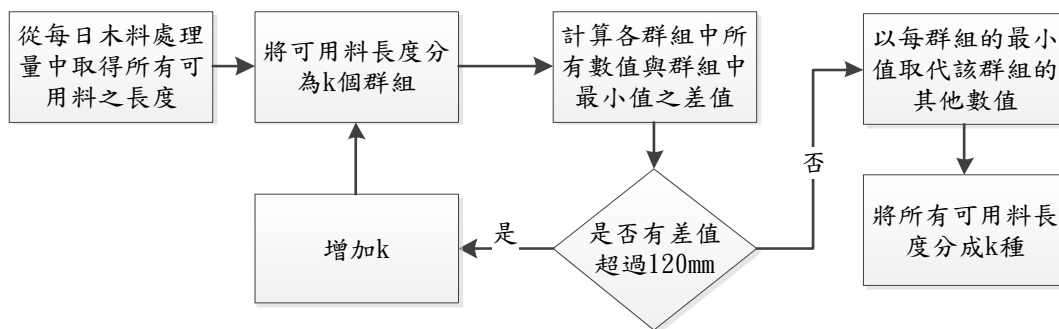


圖 3.5 可用料分群流程(本研究整理)

(下標、參數、決策變數若與前面章節相同，請參考前面章節之說明)

新增下標說明：

s : 第 s 群組(分群後第 s 種可用料) $s = 1, 2, \dots, S$

$j(s)$: 第 s 種可用料之第 j 種切割方式 $j(s) = 1, 2, \dots, J(s)$

新增參數說明：

$c_{s,j(s),k}$: 在第 s 種可用料下第 $j(s)$ 種切割方式中產生第 k 種基本型切割長度之數量

g_s : 為第 s 群組中資料的數量(第 s 種可用料之數量)

新增決策變數說明：

$x_{s,j(s)}$: 第 s 種可用料使用第 $j(s)$ 種切割方式的次數

數學模型：

$$\text{Max } z = \sum_{m=A}^C y_m \quad (3-3-1)$$

$$\sum_{j(s)=1}^{J(s)} x_{s,j} \leq g_s \quad \text{for } s = 1, \dots, S \quad (3-3-2)$$

$$z_k = \sum_{s=1}^S \sum_{j(s)=1}^{J(s)} c_{s,j(s),k} x_{s,j(s)} \quad \text{for } k = 1, \dots, 5 \quad (3-3-3)-(3-3-7)$$

$$2 \times y_A = h_1 \quad (3-3-8)$$

$$y_A = h_2 \quad (3-3-9)$$

$$2 \times y_B = h_3 \quad (3-3-10)$$

$$y_B = h_4 \quad (3-3-11)$$

$$2 \times y_C = h_5 \quad (3-3-12)$$

$$y_C = h_6 \quad (3-3-13)$$

$$2 \times w_q = h_q \quad \text{for } q = 1, \dots, 6 \quad (3-3-14)-(3-3-19)$$

$$z_1 = 2 \times w_2 + 2 \times w_4 + 2 \times w_6 \quad (3-3-20)$$

$$z_2 = w_1 + w_3 + w_5 \quad (3-3-21)$$

$$z_3 = 11 \times w_1 + 11 \times w_2 \quad (3-3-22)$$

$$z_4 = 8 \times w_3 + 8 \times w_4 \quad (3-3-23)$$

$$z_5 = 6 \times w_5 + 6 \times w_6 \quad (3-3-24)$$

模型說明:

1. 目標函數(3-3-1)

三種拼接組合加總起來即為產品數量，目標函數為原料數量限制之下能夠生產最多產品的規劃。

2. 限制式(3-3-2)

第 s 種可用料之所有切割方式的次數總和要小於等於 g_s 。

4. 限制式(3-3-3)-(3-3-7)

第 k 種基本型切割長度之數量等於每種可用料之切割方式之次數乘上該切割方式產生第 k 種基本型切割長度的數量之總和。

5. 限制式(3-3-8)- (3-3-13)

拼接組合的數量 y_m 和剖半接縫組合的數量 h_o 之關係。

6. 限制式(3-3-14)- (3-3-19)

剖半接縫組合的數量 h_o 和接縫組合的數量 w_p 之關係。

7. 限制式(3-3-20)- (3-3-24)

接縫組合的數量 w_p 和基本型切割長度的數量 z_k 之關係

第四章 建立每日生產規劃與驗證

本章節為驗證本研究模型之實用性和可靠性，以案例公司之四米扶手產品為範例，使用前一章節之數學模型，帶入數據後，使用 excel VBA 幫忙產生最佳化模型，再以 LINGO 10 最佳化軟體求解，並驗證各階段模型。在最後階段將求出的最佳裁切方式之木材利用率和實際工廠端的木材利用率做比較，以證實以批量的方式規劃木材之切割方式和針對單筆的木材做的規劃，前者的規劃要好。

4.1 簡單模型之建立與驗證

4.1.1 原料長度固定且無不良節點假設下之規劃模型(模型 1)

問題規模:

假設原料長度固定為 2000mm(圖 4.1)，訂單需求的產品數量為 30 個，共有 95 種切割方式(亦即 $J = 95$)如表 4.1 所示，模型共有 115 個變數、24 條限制式。

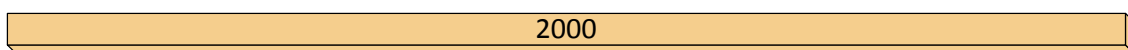


圖 4.1 原料長度 2000mm(本研究整理)

表 4.1 2000mm 原料之所有切割方式

$c_{j,k}$ x_j	$k=1$ 120mm	$k=2$ 240mm	$k=3$ 370mm	$k=4$ 500mm	$k=5$ 660mm	浪費
x_1	16	0	0	0	0	80
x_2	14	1	0	0	0	80
x_3	13	0	1	0	0	70
x_4	12	2	0	0	0	80
x_{95}	0	0	0	0	3	20

(詳細切割方式請參考附錄 B1)

(切割產生之浪費範例如圖 4.2)

(本研究整理)

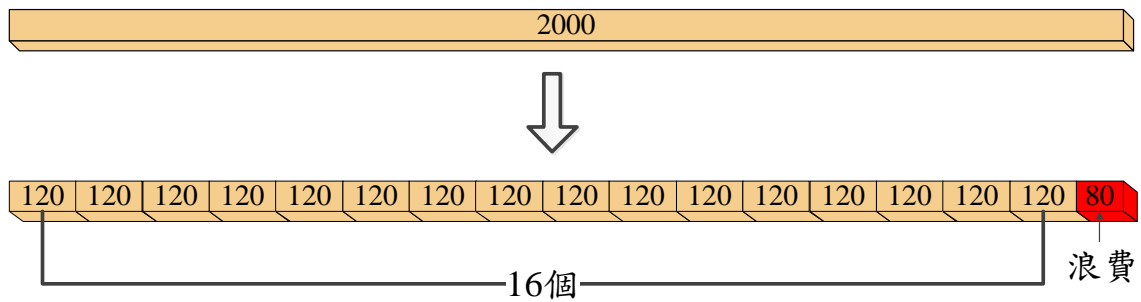


圖 4.2 第一種切割方式與產生之浪費(本研究整理)

原料長度 2000mm 且無不良節點之規劃模型：

目標式：

$$\min z = \sum_{i=1}^{95} x_i$$

限制式：

產品需求之限制：

$$y_A + y_B + y_C \geq 30$$

各種基本型切割長度之數量：

$$z_1 = \sum_{i=1}^{95} c_{1i} x_i$$

$$z_2 = \sum_{i=1}^{95} c_{2i} x_i$$

$$z_3 = \sum_{i=1}^{95} c_{3i} x_i$$

$$z_4 = \sum_{i=1}^{95} c_{4i} x_i$$

$$z_5 = \sum_{i=1}^{95} c_{5i} x_i$$

剖半接縫組合與拼接組合之數量關係：

$$2 \times y_A = h_1$$

$$y_A = h_2$$

$$2 \times y_B = h_3$$

$$y_B = h_4$$

$$2 \times y_C = h_5$$

$$y_C = h_6$$

接縫組合與剖半接縫組合之數量關係：

$$2 \times w_1 = h_1$$

$$2 \times w_2 = h_2$$

$$2 \times w_3 = h_3$$

$$2 \times w_4 = h_4$$

$$2 \times w_5 = h_5$$

$$2 \times w_6 = h_6$$

基本型切割長度與接縫組合之數量關係：

$$z_1 = 2 \times w_2 + 2 \times w_4 + 2 \times w_6$$

$$z_2 = w_1 + w_3 + w_5$$

$$z_3 = 11 \times w_1 + 11 \times w_2$$

$$z_4 = 8 \times w_3 + 8 \times w_4$$

$$z_5 = 6 \times w_5 + 6 \times w_6$$

求解結果：

共使用了 96 根原料，切割產生之浪費總長為 1980mm，共產出 30 個產品，求解時間 3 秒，最佳切割方式之規劃如表 4.2，其餘決策變數之解如表 4.3。

表 4.2 模型 1 的最佳切割方式

k $c_{j,k}$ x_j	$k=1$ 120mm	$k=2$ 240mm	$k=3$ 370mm	$k=4$ 500mm	$k=5$ 660mm	浪費	切割方式之 數量
x_{23}	7	0	0	1	1	0	2
x_{79}	1	0	1	3	0	10	12
x_{80}	1	0	0	1	2	60	4
x_{84}	0	4	1	0	1	10	2
x_{85}	0	4	0	2	0	40	5
x_{89}	0	1	2	2	0	20	2
x_{92}	0	0	4	1	0	20	12
x_{94}	0	0	0	4	0	0	1
x_{95}	0	0	0	0	3	20	56

(未列出之切割方式之數量為 0)

(本研究整理)

表 4.3 模型 1 其餘決策變數之求解結果

決策變數	求解結果
拼接組合 A 之數量	$y_A = 4$
拼接組合 B 之數量	$y_B = 6$
拼接組合 C 之數量	$y_C = 20$
第一種基本型切割長度之數量	$z_1 = 30$
第二種基本型切割長度之數量	$z_2 = 30$
第三種基本型切割長度之數量	$z_3 = 66$
第四種基本型切割長度之數量	$z_4 = 72$
第五種基本型切割長度之數量	$z_5 = 180$
第一種接縫組合之數量	$w_1 = 4$
第二種接縫組合之數量	$w_2 = 2$
第三種接縫組合之數量	$w_3 = 6$
第四種接縫組合之數量	$w_4 = 3$
第五種接縫組合之數量	$w_5 = 20$
第六種接縫組合之數量	$w_6 = 10$
第一種剖半接縫組合之數量	$h_1 = 8$
第二種剖半接縫組合之數量	$h_2 = 4$
第三種剖半接縫組合之數量	$h_3 = 12$
第四種剖半接縫組合之數量	$h_4 = 6$
第五種剖半接縫組合之數量	$h_5 = 40$
第六種剖半接縫組合之數量	$h_6 = 20$

(本研究整理)

模型驗證：

此小節之模型較簡單，先以木料圖形了解產品之組成結構，接著計算裁切之基本型切割長度數量能否和組合成正確數量的拼接組合。

以拼接組合 A 為例，要組合 2 個拼接組合 A 共需要第一種基本型切割長度 2 個、第二種基本型切割長度 2 個和第三種基本型切割長度 33 個，如表 4.4、圖 4.3 所示。

表 4.4 拼接組合所需之基本型切割長度數量

拼接組合	組成 2 個拼接組合所需之基本型切割長度數量				
	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
A	2	2	33	0	0
B	2	2	0	24	0
C	2	2	0	0	18

(本研究整理)

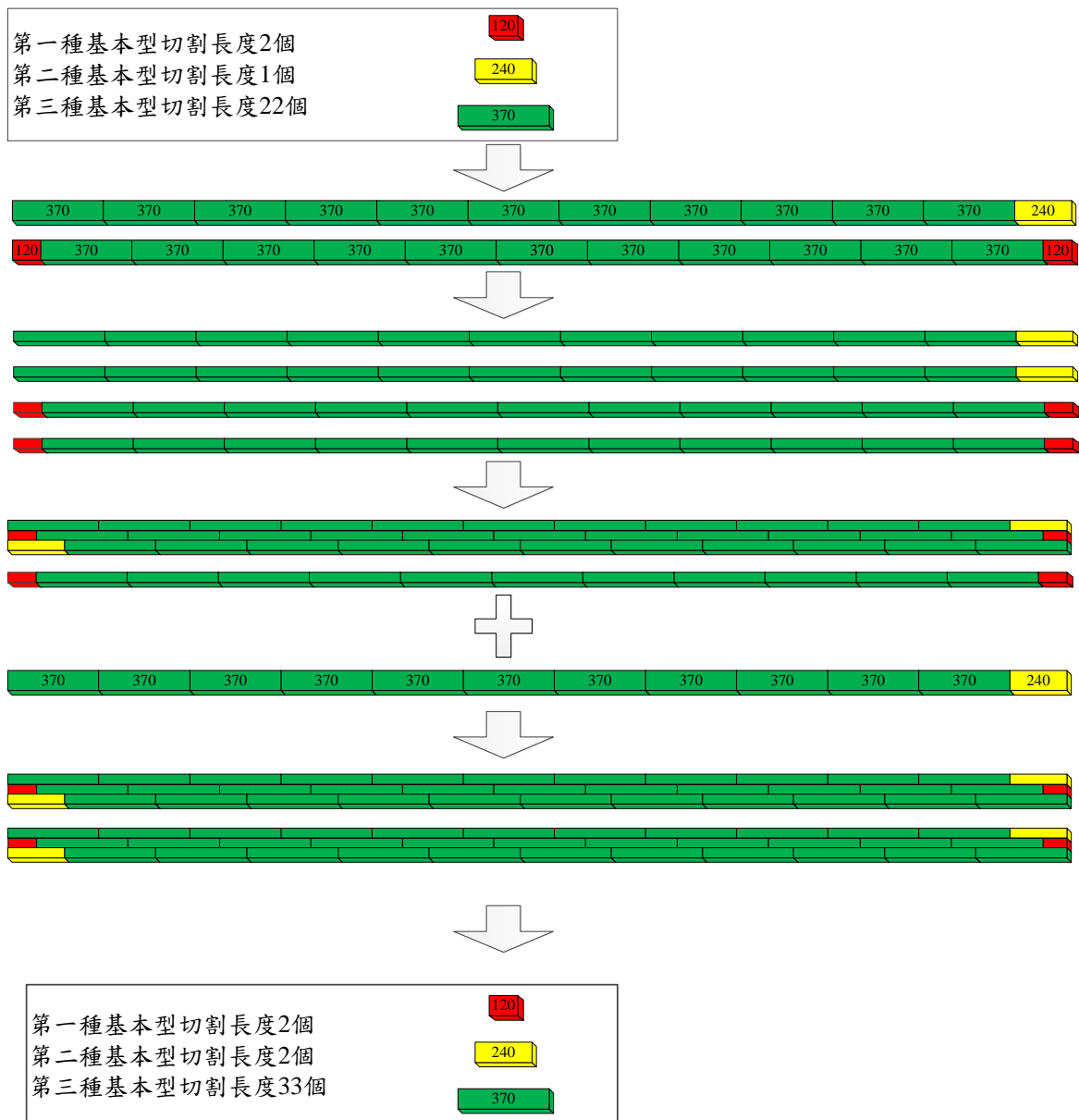


圖 4.3 拼接組合 A 之組合結構(本研究整理)

回到求解結果， y_A 、 y_B 及 y_C 分別為 4 個、6 個及 20 個，共需要 30 個 z_1 、30 個 z_2 、66 個 z_3 、72 個 z_4 及 180 個 z_5 ，與求解出的基本型切割長度

數量結果相同。

4.1.2 原料長度固定且固定不良節點的位置與長度假設下之規劃模型(模型 2)

問題規模:

假設原料有三種，長度固定為 2000mm，不良節點之長度與位置如圖 4.4 所示，三種原料各有 30 個，共 90 個原料，第 1 種原料之三段可用料可產生的切割方式如表 4.5、表 4.6、表 4.7 (其餘原料之可用料切割方式請參考附錄 B2)，模型共有 108 個變數，和 40 條限制式。

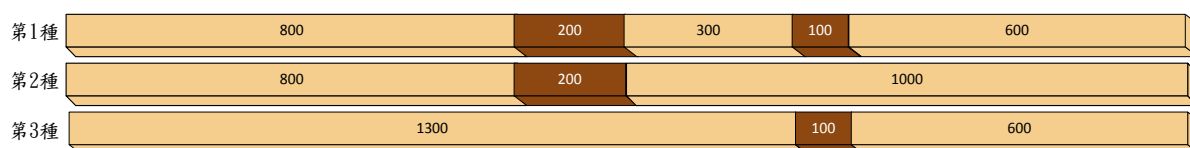


圖 4.4 三種原料之不良節點長度與位置圖(本研究整理)

表 4.5 第 1 種原料的第 1 段可用料(800mm)之所有切割方式

k	$k = 1$ 120mm	$k = 2$ 240mm	$k = 3$ 370mm	$k = 4$ 500mm	$k = 5$ 660mm	浪費
$C_{i(r),j(i(r)),k}$						
$x_{r,i(r),j(i(r))}$						
$x_{1,1,1}$	6	0	0	0	0	80
$x_{1,1,2}$	4	1	0	0	0	80
$x_{1,1,3}$	3	0	1	0	0	70
$x_{1,1,4}$	2	2	0	0	0	80
$x_{1,1,5}$	2	0	0	1	0	60
$x_{1,1,6}$	1	1	1	0	0	70
$x_{1,1,7}$	1	0	0	0	1	20
$x_{1,1,8}$	0	3	0	0	0	80
$x_{1,1,9}$	0	1	0	1	0	60
$x_{1,1,10}$	0	0	2	0	0	60

(本研究整理)

表 4.6 第 1 種原料的第 2 段可用料(300mm)之所有切割方式

k	$k=1$ 120mm	$k=2$ 240mm	$k=3$ 370mm	$k=4$ 500mm	$k=5$ 660mm	浪費
$C_{i(r),j(i(r)),k}$ $x_{r,i(r),j(i(r))}$						
$x_{1,2,1}$	2	0	0	0	0	60
$x_{1,2,2}$	0	1	0	0	0	60

(本研究整理)

表 4.7 第 1 種原料的第 3 段可用料(600mm)之所有切割方式

k	$k=1$ 120mm	$k=2$ 240mm	$k=3$ 370mm	$k=4$ 500mm	$k=5$ 660mm	浪費
$C_{i(r),j(i(r)),k}$ $x_{r,i(r),j(i(r))}$						
$x_{1,3,1}$	5	0	0	0	0	0
$x_{1,3,2}$	3	1	0	0	0	0
$x_{1,3,3}$	1	2	0	0	0	0
$x_{1,3,4}$	1	0	1	0	0	110
$x_{1,3,5}$	0	0	0	1	0	100

(其餘原料之可用料切割方式請參考附錄 B2)

(本研究整理)

原料長度 2000mm 且固定不良節點的位置與長度之規劃模型：

目標式：

$$Max z = \sum_{m=A}^C y_m$$

限制式：

三種原料之數量限制：

$$M_1 \leq 30$$

$$M_2 \leq 30$$

$$M_3 \leq 30$$

三種原料之使用數量(共 7 條限制式)：

$$M_1 \geq U_{1,1}$$

$$M_1 \geq U_{1,2}$$

$$M_1 \geq U_{1,3}$$

$$M_2 \geq U_{2,1}$$

$$M_2 \geq U_{2,2}$$

$$M_3 \geq U_{3,1}$$

$$M_3 \geq U_{3,2}$$

三種原料之各段可用料使用數量(共 7 條限制式)：

$$U_{1,1} = \sum_{j=1}^{10} x_{1,1,j}$$

$$U_{1,2} = \sum_{j=1}^2 x_{1,2,j}$$

$$U_{1,3} = \sum_{j=1}^5 x_{1,3,j}$$

$$U_{2,1} = \sum_{j=1}^{10} x_{2,1,j}$$

$$U_{2,2} = \sum_{j=1}^{17} x_{2,2,j}$$

$$U_{3,1} = \sum_{j=1}^{29} x_{3,1,j}$$

$$U_{3,2} = \sum_{j=1}^5 x_{3,2,j}$$

各種基本型切割長度之數量：

$$z_1 = \sum_{r=1}^3 \sum_{i(r)=1}^{I(r)} \sum_{j(i(r))=1}^{J(i(r))} C_{i(r),j(i(r)),1} X_{r,i(r),j(i(r))}$$

$$z_2 = \sum_{r=1}^3 \sum_{i(r)=1}^{I(r)} \sum_{j(i(r))=1}^{J(i(r))} C_{i(r),j(i(r)),2} X_{r,i(r),j(i(r))} \cdot$$

$$z_3 = \sum_{r=1}^3 \sum_{i(r)=1}^{I(r)} \sum_{j(i(r))=1}^{J(i(r))} C_{i(r),j(i(r)),3} X_{r,i(r),j(i(r))}$$

$$z_4 = \sum_{r=1}^3 \sum_{i(r)=1}^{I(r)} \sum_{j(i(r))=1}^{J(i(r))} C_{i(r),j(i(r)),4} X_{r,i(r),j(i(r))}$$

$$z_5 = \sum_{r=1}^3 \sum_{i(r)=1}^{I(r)} \sum_{j(i(r))=1}^{J(i(r))} C_{i(r),j(i(r)),5} X_{r,i(r),j(i(r))}$$

剖半接縫組合與拼接組合之數量關係：

$$2 \times y_A = h_1$$

$$y_A = h_2$$

$$2 \times y_B = h_3$$

$$y_B = h_4$$

$$2 \times y_C = h_5$$

$$y_C = h_6$$

接縫組合與剖半接縫組合之數量關係：

$$2 \times w_1 = h_1$$

$$2 \times w_2 = h_2$$

$$2 \times w_3 = h_3$$

$$2 \times w_4 = h_4$$

$$2 \times w_5 = h_5$$

$$2 \times w_6 = h_6$$

基本型切割長度與接縫組合之數量關係：

$$z_1 = 2 \times w_2 + 2 \times w_4 + 2 \times w_6$$

$$z_2 = w_1 + w_3 + w_5$$

$$z_3 = 11 \times w_1 + 11 \times w_2$$

$$z_4 = 8 \times w_3 + 8 \times w_4$$

$$z_5 = 6 \times w_5 + 6 \times w_6$$

求解結果：

產出 22 個產品，求解時間 1 秒，最佳切割方式之規劃如表 4.8，其餘決策變數之求解結果如表 4.9。

表 4.8 模型 2 的最佳切割方式

k	$k=1$ 120mm	$k=2$ 240m m	$k=3$ 370mm	$k=4$ 500mm	$k=5$ 660mm	浪 費	切割 方式 之數 量
$c_{i(r),j(i),k}$							
$x_{r,i(r),j(i)}$							
$x_{3,2,5}$	0	0	0	1	0	100	29
$x_{3,2,4}$	1	0	1	0	0	110	1

k $C_{i(r),j(i),k}$ $x_{r,i(r),j(i)}$	$k=1$ 120mm	$k=2$ 240m m	$k=3$ 370mm	$k=4$ 500mm	$k=5$ 660mm	浪 費	切割 方式 之數 量
$x_{3,1,29}$	0	0	2	1	0	60	26
$x_{3,1,13}$	3	0	1	1	0	70	1
$x_{3,1,5}$	6	0	0	1	0	80	1
$x_{3,1,3}$	7	0	1	0	0	90	1
$x_{2,2,17}$	0	0	0	2	0	0	29
$x_{2,2,12}$	1	0	1	1	0	10	1
$x_{2,1,10}$	0	0	2	0	0	60	30
$x_{1,3,5}$	0	0	0	1	0	100	30
$x_{1,2,1}$	2	0	0	0	0	60	2
$x_{1,1,10}$	0	0	2	0	0	60	8
$x_{1,1,9}$	0	1	0	1	0	60	22

(未標示之切割方式之數量為 0)

(本研究整理)

表 4.9 模型 2 其餘決策變數之求解結果

決策變數	求解結果
拼接組合 A 之數量	$y_A = 8$
拼接組合 B 之數量	$y_B = 14$
拼接組合 C 之數量	$y_C = 0$
第 1 種原料之第 1 段可用料的所有切割方式次數之總和	$U_{1,1} = 30$
第 1 種原料之第 2 段可用料的所有切割方式次數之總和	$U_{1,2} = 2$
第 1 種原料之第 2 段可用料的所有切割方式次數之總和	$U_{1,3} = 30$
第 2 種原料之第 1 段可用料的所有切割方式次數之總和	$U_{2,1} = 30$
第 2 種原料之第 2 段可用料的所有切割方式次數之總和	$U_{2,2} = 30$
第 3 種原料之第 1 段可用料的所有切割方式次數之總和	$U_{3,1} = 29$
第 3 種原料之第 2 段可用料的所有切割方式次數之總和	$U_{3,2} = 30$
第 1 種原料的使用數量	$M_1 = 30$
第 2 種原料的使用數量	$M_2 = 30$

決策變數	求解結果
第 3 種原料的使用數量	$M_3 = 30$
第一種基本型切割長度之數量	$z_1 = 22$
第二種基本型切割長度之數量	$z_2 = 22$
第三種基本型切割長度之數量	$z_3 = 132$
第四種基本型切割長度之數量	$z_4 = 168$
第五種基本型切割長度之數量	$z_5 = 0$
第一種接縫組合之數量	$w_1 = 8$
第二種接縫組合之數量	$w_2 = 4$
第三種接縫組合之數量	$w_3 = 14$
第四種接縫組合之數量	$w_4 = 7$
第五種接縫組合之數量	$w_5 = 0$
第六種接縫組合之數量	$w_6 = 0$
第一種剖半接縫組合之數量	$h_1 = 16$
第二種剖半接縫組合之數量	$h_2 = 8$
第三種剖半接縫組合之數量	$h_3 = 28$
第四種剖半接縫組合之數量	$h_4 = 14$
第五種剖半接縫組合之數量	$h_5 = 0$
第六種剖半接縫組合之數量	$h_6 = 0$

(本研究整理)

模型驗證：

同上一小節之驗證方式， y_A 、 y_B 及 y_C 分別為 8 個、14 個及 0 個，共需要 22 個 z_1 、22 個 z_2 、132 個 z_3 、168 個 z_4 及 0 個 z_5 ，與求解出的基本型切割長度數量結果相同。

4.2 最終模型之建立與驗證

4.2.1 以實際木料資訊做小規模之生產裁切規劃(模型 3)

問題規模：

以實際 30 筆木料資訊建構數學模型，30 筆木料中總共有 53 段可用料 ($I=53$) 如圖 4.5，針對這 53 段可用料作最佳裁切規劃，目標為最大化產品數量。模型共有 2135 個變數，和 76 條限制式。

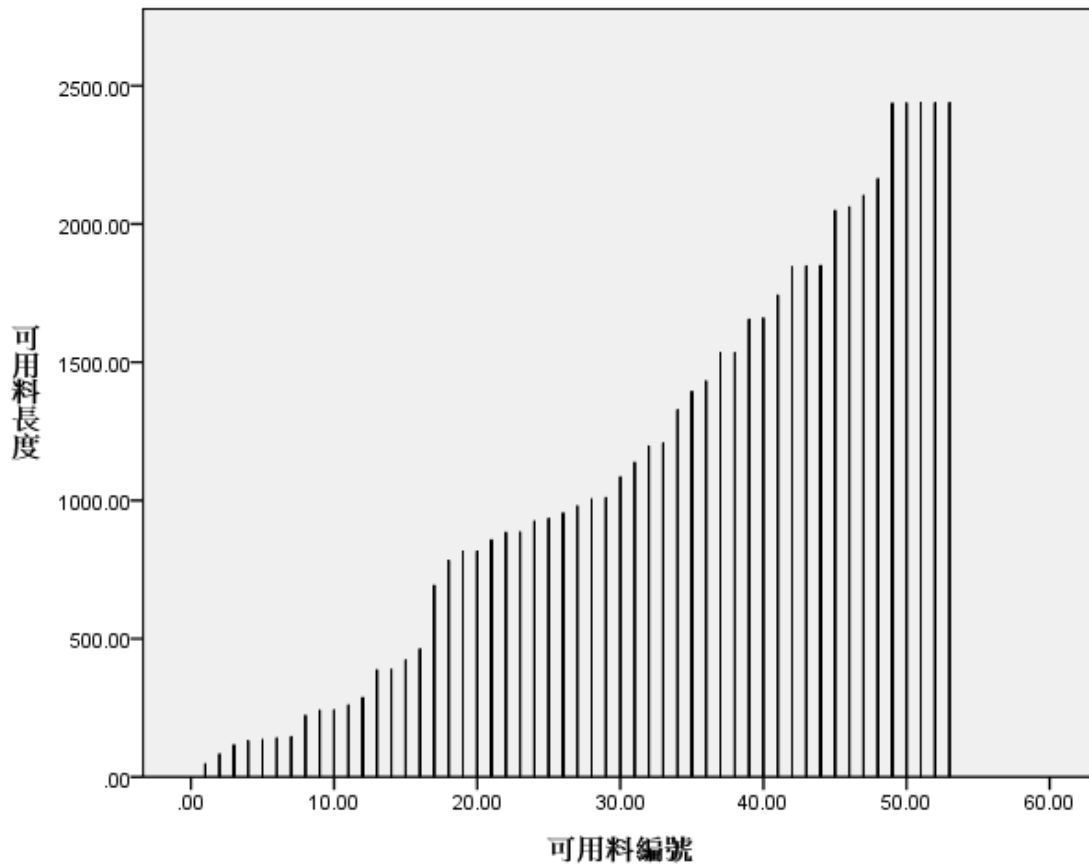


圖 4.5 小規模模型之可用料長度(本研究整理)

目標式：

$$\text{Max } z = \sum_{m=A}^C y_m$$

限制式：

切割方式之次數限制(共有 53 條限制式)：

$$\sum_{j(53)=1}^{165} x_{53,j(53)} \leq 1$$

·
·
·

$$\sum_{j(1)=1}^1 x_{1,j(1)} \leq 1$$

各種基本型切割長度之數量：

$$z_1 = \sum_{i=1}^{53} \sum_{j(i)=1}^{J(i)} c_{i,j(i),1} x_{i,j(i)}$$

$$z_2 = \sum_{i=1}^{53} \sum_{j(i)=1}^{J(i)} c_{i,j(i),2} x_{i,j(i)}$$

$$z_3 = \sum_{i=1}^{53} \sum_{j(i)=1}^{J(i)} c_{i,j(i),3} x_{i,j(i)}$$

$$z_4 = \sum_{i=1}^{53} \sum_{j(i)=1}^{J(i)} c_{i,j(i),4} x_{i,j(i)}$$

$$z_5 = \sum_{i=1}^{53} \sum_{j(i)=1}^{J(i)} c_{i,j(i),k} x_{i,j(i)}$$

剖半接縫組合與拼接組合之數量關係：

$$2 \times y_A = h_1$$

$$y_A = h_2$$

$$2 \times y_B = h_3$$

$$y_B = h_4$$

$$2 \times y_C = h_5$$

$$y_C = h_6$$

接縫組合與剖半接縫組合之數量關係：

$$2 \times w_1 = h_1$$

$$2 \times w_2 = h_2$$

$$2 \times w_3 = h_3$$

$$2 \times w_4 = h_4$$

$$2 \times w_5 = h_5$$

$$2 \times w_6 = h_6$$

基本型切割長度與接縫組合之數量關係：

$$z_1 = 2 \times w_2 + 2 \times w_4 + 2 \times w_6$$

$$z_2 = w_1 + w_3 + w_5$$

$$z_3 = 11 \times w_1 + 11 \times w_2$$

$$z_4 = 8 \times w_3 + 8 \times w_4$$

$$z_5 = 6 \times w_5 + 6 \times w_6$$

(完整限制式請參考附錄 C1)

(可用料之切割方式請參考附錄 B3)

求解結果：

產出 8 個產品，求解時間 1 秒，最佳切割方式之規劃如表 4.10 所示，其餘決策變數之求解結果如表 4.11 所示。

表 4.10 模型 3 之最佳切割方式

k	$k=1$ 120mm	$k=2$ 240mm	$k=3$ 370mm	$k=4$ 500mm	$k=5$ 660mm	浪費	切割方 式之數 量
$C_{i,j(i),k}$							
$x_{i,j(i)}$							
$x_{53,161}$	0	0	3	0	2	8.9	1
$x_{52,165}$	0	0	0	2	2	118.1	1
			·				
			·				
			·				
$x_{1,1}$	0	0	0	0	0	46.7	1

(完整最佳切割方式請參考附錄 D1)

(本研究整理)

表 4.11 模型 3 其餘決策變數之求解結果

決策變數	求解結果
拼接組合 A 之數量	$y_A = 2$
拼接組合 B 之數量	$y_B = 2$
拼接組合 C 之數量	$y_C = 4$
第一種基本型切割長度之數量	$z_1 = 8$
第二種基本型切割長度之數量	$z_2 = 8$
第三種基本型切割長度之數量	$z_3 = 33$
第四種基本型切割長度之數量	$z_4 = 24$
第五種基本型切割長度之數量	$z_5 = 36$
第一種接縫組合之數量	$w_1 = 2$
第二種接縫組合之數量	$w_2 = 1$
第三種接縫組合之數量	$w_3 = 2$
第四種接縫組合之數量	$w_4 = 1$
第五種接縫組合之數量	$w_5 = 4$
第六種接縫組合之數量	$w_6 = 2$
第一種剖半接縫組合之數量	$h_1 = 4$
第二種剖半接縫組合之數量	$h_2 = 2$

決策變數	求解結果
第三種剖半接縫組合之數量	$h_3 = 4$
第四種剖半接縫組合之數量	$h_4 = 2$
第五種剖半接縫組合之數量	$h_5 = 8$
第六種剖半接縫組合之數量	$h_6 = 4$

(本研究整理)

模型驗證：

同前面兩小節之驗證方式， y_A 、 y_B 及 y_C 分別為2個、2個及4個，共需要8個 z_1 、8個 z_2 、33個 z_3 、24個 z_4 及36個 z_5 ，與求解出的基本型切割長度數量結果相同。

4.2.2 以實際木料資訊做每日生產裁切規劃(模型 4)

問題規模：

四米扶手之每日木料處理數量約為1500根到2000根，此小節將以2000根木料為例，規劃出最大化產品數量的切割方式。從優選鋸的辨識系統中取得實際木料資訊2000筆，將不良節點刪除，留下可用料之資訊，共有3975段可用料，分為50群後，群組中每個數值和該群中的最小值的差值超過120mm之數量為0，以每組最小值取代該群其他可用料數值，分群後之可用料長度與數量如表4.12。分群後建立數學模型，共有3545個變數，73條限制式。

表 4.12 分群後之可用料長度與數量

群組	可用料長度代表	可用料數量
1	110.1	83
2	142	96
	.	
	.	
	.	
50	3038.4	6

(完整分群結果請參考附錄 E1)

(本研究整理)

目標式：

$$\text{Max } z = \sum_{m=A}^C y_m$$

限制式：

切割方式之次數限制(共有 50 條限制式)：

$$\sum_{j(50)=1}^{326} x_{50,j(50)} \leq 6$$

·
·
·

$$\sum_{j(1)=1}^1 x_{1,j(1)} \leq 83$$

各種基本型切割長度之數量：

$$z_1 = \sum_{s=1}^{50} \sum_{j(s)=1}^{J(s)} c_{s,j(s),1} x_{s,j(s)}$$

$$z_2 = \sum_{s=1}^{50} \sum_{j(s)=1}^{J(s)} c_{s,j(s),2} x_{s,j(s)}$$

$$z_3 = \sum_{s=1}^{50} \sum_{j(s)=1}^{J(s)} c_{s,j(s),3} x_{s,j(s)}$$

$$z_4 = \sum_{s=1}^{50} \sum_{j(s)=1}^{J(s)} c_{s,j(s),4} x_{s,j(s)}$$

$$z_5 = \sum_{s=1}^{50} \sum_{j(s)=1}^{J(s)} c_{s,j(s),k} x_{s,j(s)}$$

剖半接縫組合與拼接組合之數量關係：

$$2 \times y_A = h_1$$

$$y_A = h_2$$

$$2 \times y_B = h_3$$

$$y_B = h_4$$

$$2 \times y_C = h_5$$

$$y_C = h_6$$

接縫組合與剖半接縫組合之數量關係：

$$2 \times w_1 = h_1$$

$$2 \times w_2 = h_2$$

$$2 \times w_3 = h_3$$

$$2 \times w_4 = h_4$$

$$2 \times w_5 = h_5$$

$$2 \times w_6 = h_6$$

基本型切割長度與接縫組合之數量關係：

$$z_1 = 2 \times w_2 + 2 \times w_4 + 2 \times w_6$$

$$z_2 = w_1 + w_3 + w_5$$

$$z_3 = 11 \times w_1 + 11 \times w_2$$

$$z_4 = 8 \times w_3 + 8 \times w_4$$

$$z_5 = 6 \times w_5 + 6 \times w_6$$

(完整限制式請參考附錄 C2)

求解結果：

產出 472 個產品，求解時間 9 秒，最佳切割方式之規劃如表 4.13 所示，其餘決策變數之求解結果如表 4.14 所示。

表 4.13 模型 4 之最佳切割方式

k	$k=1$ 120mm	$k=2$ 240mm	$k=3$ 370mm	$k=4$ 500mm	$k=5$ 660mm	浪費	切割方式之數量
$c_{s,j(s),k}$							
$x_{s,j(s)}$							
$x_{50,323}$	0	0	0	6	0	38.4	6
$x_{49,295}$	0	0	1	0	4	28.4	2
			.				
			.				
			.				
$x_{1,1}$	0	0	0	0	0	110.1	83

(完整最佳切割方式請參考附錄 D2)

(本研究整理)

表 4.14 模型 4 其餘決策變數之求解結果

決策變數	求解結果
拼接組合 A 之數量	$y_A = 174$
拼接組合 B 之數量	$y_B = 146$
拼接組合 C 之數量	$y_C = 152$
第一種基本型切割長度之數量	$z_1 = 472$
第二種基本型切割長度之數量	$z_2 = 472$
第三種基本型切割長度之數量	$z_3 = 2871$
第四種基本型切割長度之數量	$z_4 = 1752$
第五種基本型切割長度之數量	$z_5 = 1368$
第一種接縫組合之數量	$w_1 = 174$
第二種接縫組合之數量	$w_2 = 87$
第三種接縫組合之數量	$w_3 = 146$
第四種接縫組合之數量	$w_4 = 73$
第五種接縫組合之數量	$w_5 = 152$
第六種接縫組合之數量	$w_6 = 76$
第一種剖半接縫組合之數量	$h_1 = 346$
第二種剖半接縫組合之數量	$h_2 = 174$
第三種剖半接縫組合之數量	$h_3 = 292$
第四種剖半接縫組合之數量	$h_4 = 146$
第五種剖半接縫組合之數量	$h_5 = 304$
第六種剖半接縫組合之數量	$h_6 = 152$

(本研究整理)

模型驗證：

本階段因為模型較大，採用兩種驗證方式。

第一種驗證方式，同前面三個小節之驗證方式， y_A 、 y_B 及 y_C 分別為 174 個、146 個及 152 個，共需要 472 個 z_1 、472 個 z_2 、2871 個 z_3 、1752 個 z_4 及 1368 個 z_5 ，與求解出的基本型切割長度數量結果相同。

第二種驗證方式稱之為木料守恆驗證，分群後之可用料總長度=規劃結果之基本型切割長度總長度+切割產生之浪費長度總和+未被使用之可用料

長度總和(以本小節的第6群組可用料為例，第六群組之可用料共有 259 根，模型規劃結果只使用了 248 根，在第六群組有 11 根可用料沒有被使用，稱未被使用之可用料)，驗證結果如表 4.15 所示，經過計算規劃前與規劃後之木料總長度相同，證明規劃前後之木料守恆。

表 4.15 驗證方式二

分群後之可用料長度總和	規劃結果之基本型切割長度總和	切割產生之浪費長度總和	未被使用之可用料長度總和
3251962.8	3011070	218836.7	22056.1

(本研究整理)

小結：

每日生產規劃模型(4.2.2)使用了 k-means 分群法，在不影響求解結果的情況下，有效的縮減了模型的規模，與(4.1.1)和(4.1.2)比較，每日生產規劃模型以實際木料資訊並針對每日木料處理量做規劃，比模型(4.1.1)與(4.1.2)更加符合實際生產情況。與 (4.2.1)比較，每日生產規劃模型可以處理的原料數量遠超過小規模生產規劃模型，而求解時間只增加了 8 秒，模型之參數和規模比較請參考表 4.16 與表 4.17。

表 4.16 模型之參數比較：

模型	原料種類數量	原料長度	可用料種類數量
模型 1	1 種	2000mm	1 種
模型 2	3 種	2000mm	7 種
模型 3	30 種	1600mm-6000mm	53 種
模型 4	2000 種	1600mm-6000mm	分群前 3975 種 分群後 50 種

(本研究整理)

表 4.17 模型規模之比較：

模型	原料假設	目標	變數數量	限制式數量	求解時間
模型 1	原料長度固定 無不良節點	最小化原料使用數量	115	24	3 秒
模型 2	原料長度固定 有固定不良節點	最大化產品數量	108	40	1 秒
模型 3	實際資料	最大化產品數量	2135	76	1 秒
模型 4	實際資料	最大化產品數量	3545	73	9 秒

(本研究整理)

第五章 結論及未來研究方向

5.1 結論

裁切問題是目前原料加工產業常見的問題，在原料裁切的過程中會產生廢料，過去相關之裁切研究大多以裁切金屬原料較多，金屬原料本身較沒有缺陷產生的問題，可以直接將目標設定在滿足需求之情況下廢料的最小化或是原料使用數的最小化。

本研究以木材加工廠為例，因為木材屬於自然資源，常有缺陷產生，也因為缺陷的原因使木製產品的組成結構多數較複雜，相較於金屬原料其使用上限制較多，目前木料加工技術已經有最佳化的概念出現，針對裁切這個動作有優選鋸可以對每一筆木料做規劃，判斷缺陷的長度與位置，將缺陷處裁掉後，做浪費最小的裁切方式。本研究將針對木製扶手為研究主題，扶手複雜的產品結構，若依照優選鋸系統的規劃方式做裁切，會導致基本型切割長度之數量不符合產品組成所需的數量。有別於對單一木料的規劃，將提出一個針對每日木料處理量之生產規劃模型，以當日木料資訊建立數學模型，目標為使當日能生產的產品數量最多，以 LINGO 求解找出最佳之切割方式。

最後進行本研究室數學模型之驗證，將規劃前的木料總長度=規劃後的基本型切割總長度+加上木料切割產生之浪費總長度+未使用之木料總長度。

與實際生產比較：

目前案例公司對於利用率之算法為產品體積/原料體積*100%，平均為 66%。而本研究之原料長度與基本型切割長度之寬度與高度相同，直接以長度做利用率之計算，求解 10 個批量之木料，其平均利用率為 79%，相較於工廠目前之利用率多出 13%，各批次之利用率請參考表 5.1。

表 5.1 各批次之成利用率

批次	原料數量	原料總長度	基本型切割長度之總和	成品率
1	2000	5366008	4374180	82%
2	2000	4786056	3811710	80%
3	2000	4956464	3820230	77%
4	2000	4126584	3011070	73%
5	2000	3496543	2963640	85%
6	2000	6440005	5074230	79%
7	2000	5700237	4424850	78%
8	2000	5529398	4323840	78%
9	2000	4721260	3866190	82%
10	2000	6626008	5235090	79%

(本研究整理)

5.2 未來研究方向

1. 參考 LINGO 求解出的各種基本型切割長度數量，將各種長度的數量作為帶入優選鋸機台權重配比，經過實際運作後統計產品實際產出量與模型求解結果進行驗證。
2. 過去求解裁切問題的目標多數為最小化浪費或是最小化原料的使用數量，在未來可以將問題改為兩階段求解模型，第一階段先以產品數量最大化為目標求解出這個批量下能生產之最多產品數量，第二階段將目標式改為原料使用數量最小化，並將第一階段的產品數量列入限制式，找出比第一階段更好的切割方式。
3. 規劃其他產品的最佳化數學模型，讓案例公司的其他產品也能做最佳的裁切方式。

參考文獻

- 王亞民。(2011)。應用粒子群演算法與基因演算法於 TFT-LCD 面板裁切問題最佳化之研究。台北科技大學，台北市。
- 甘豐榮。(2012)。以基因演算法為基礎之 K-均數群集技術應用於心臟疾病診斷分析。義守大學，高雄縣。
- 何旻修。(2010)。運用凝聚模糊 k-平均分群於潛在語意索引之研究。國立中央大學，桃園縣。
- 吳振銘。(2012)。應用改良式 k-means 分群法於個人化音樂推薦服務系統之實現。國立高雄應用科技大學，高雄市。
- 宋祚忠。(2006)。禁制搜尋法應用於一維儲料切割問題之研究。國立臺灣海洋大學，高雄市。
- 李冠廷。(2007)。質群演算法應用於鋼筋裁切最佳化問題之研究。淡江大學，台北縣。
- 李英碩。(2007)。客服中心人員排班問題之整數規劃。國立清華大學，新竹市。
- 沈宇晟。(2005)。鋼筋裁切問題之啟發式解法。國立成功大學，台南市。
- 林潔婷。(2008)。以多目標整數規劃進行污水下水道用戶接管工程作業排程之研究。國立高雄第一科技大學，高雄縣。
- 張家熏。(2011)。基於 K-means 演算法、小波轉換及支持向量機之心電訊號辨識系統。國立臺灣師範大學，台北市。
- 張瀚文。(2005)。鋼筋裁切順序最佳化模式。國立成功大學，台南市。
- 陳鳳梅。(2003)。台灣與中國大陸主要林木產品出口競爭態勢之分析-以美國市場為例，國立中興大學，台中市。
- 盧立昕。(2010)。BH 型鋼裁切問題之啟發式解法。國立成功大學，台南市。
- 賴德忠。(2010)。最佳化型鋼構件裁切之研究。國立中央大學，桃園縣。
- 賴慶育。(2004)。混合型線性整數規劃應用於火力機組發電排程預定之研究。國立中正大學，嘉義縣。
- 謝肇欣。(2010)。應用二維切割方法求解鋁合金板材裁剪問題。逢甲大學，台中市。。
- 簡尚彬。(2009)。應用改良式基因演算法求解鋼筋裁切最佳化問題。國立台灣科技大學，台北市。

- 鐘治世。(2008)。木材加工業之經營管理策略以茂豐木業公司為例，國立高雄大學，高雄市。
- Beasley, J. E. (1985). Algorithms for unconstrained two-dimensional guillotine cutting. *Journal of the Operational Research* ,36, 297-306.
- Elsa Silva, Filipe Alvelos, J.M. Valério de Carvalho. (2010). An integer programming model for two- and three-stage two-dimensional cutting stock problems. *European Journal of Operational Research* 205, 699–708.
- Gilmore, P. C. and R. E. Gomory. (1961). A Linear Programming Approach to the Cutting Stock Problem. *Operations Research Society*,9,849–859.
- The Illustrated Guide to American Hardwood Lumber Grades. (2002). Retrieved from <http://www.ahec.org/hardwoods/pdfs/IllustratedGradingGuide.pdf>
- J.M. Valerio de Carvalho , A.J. Guimaraes Rodrigues. (1995). An LP-based approach to a two-stage cutting stock problem. *European Journal of Operational Research* ,84, 580-589.
- Jakob Puchinger, Günther R. Raidl, and Gabriele Koller (2004). *Solving a Real-World Glass Cutting Problem*. Vienna University of Technology, Austria.
- Tülin Aktin, Rıfat Gürçan Özdemir. (2009). An integrated approach to the one-dimensional cutting stock problem in coronary stent manufacturing. *European Journal of Operational Research* ,196, 737–743.
- Vasko, F.J., Newhart, D.D., Stott, J., and Kenneth L. (1999). A hierarchical approach for one-dimensional cutting stock problems in the steel industry that maximizes yield and minimizes overgrading. *European Journal of Operational Research*,114,72-82.

附錄 A k-means 分群演算法

k-means 分群法介紹

k-means 分群法是一個較常被使用的分群演算法，相較於其他分群方式，其運算方式較簡單且快速。在大量的資料點內，找出代表性的資料點，而這些資料點可以被稱為代表點，或是群中心，後續的資料分類則依據這些群中心來執行，包括資料分類以及資壓縮，前者是以少量的點為代表特定的資料類別，後者則是以少量的點代表大量的資料。

k-means 演算法流程

- 步驟一：決定分群群組數量為 k ，選出 k 個點作為群中心。
- 步驟二：計算每筆資料到各群中心的距離，比較每筆資料到哪個群中心的距離最近，該筆資料就會被指派到那個群中心，形成群組邊界，產生初始群組的成員集合。
- 步驟三：依照步驟二產生的邊界內每一資料點重新計算出該群的中心點，用新的中心點取代之前的群中心。
- 步驟四：新的群中心產生後，再次計算每筆資料到各群中心的距離，比較每筆資料到哪個群中心的距離最近，產生新的群組邊界以及新的群組成員。
- 步驟五：重複步驟三和四，直到群集成員不再變動。

附錄 B1 2000mm 原料之所有切割方式(模型 1)

k $c_{k,j}$ x_j	$k=1$ 120mm	$k=2$ 240mm	$k=3$ 370mm	$k=4$ 500mm	$k=5$ 660mm	浪費
x_1	16	0	0	0	0	80
x_2	14	1	0	0	0	80
x_3	13	0	1	0	0	70
x_4	12	2	0	0	0	80
x_5	12	0	0	1	0	60
x_6	11	1	1	0	0	70
x_7	11	0	0	0	1	20
x_8	10	3	0	0	0	80
x_9	10	1	0	1	0	60
x_{10}	10	0	2	0	0	60
x_{11}	9	2	1	0	0	70
x_{12}	9	1	0	0	1	20
x_{13}	9	0	1	1	0	50
x_{14}	8	4	0	0	0	80
x_{15}	8	2	0	1	0	60
x_{16}	8	1	2	0	0	60
x_{17}	8	0	1	0	1	10
x_{18}	8	0	0	2	0	40
x_{19}	7	3	1	0	0	70
x_{20}	7	2	0	0	1	20
x_{21}	7	1	1	1	0	50
x_{22}	7	0	3	0	0	50
x_{23}	7	0	0	1	1	0
x_{24}	6	5	0	0	0	80
x_{25}	6	3	0	1	0	60
x_{26}	6	2	2	0	0	60
x_{27}	6	1	1	0	1	10
x_{28}	6	1	0	2	0	40
x_{29}	6	0	2	1	0	40
x_{30}	5	4	1	0	0	70

k $c_{k,j}$ x_j	$k=1$ 120mm	$k=2$ 240mm	$k=3$ 370mm	$k=4$ 500mm	$k=5$ 660mm	浪費
x_{31}	5	3	0	0	1	20
x_{32}	5	2	1	1	0	50
x_{33}	5	1	3	0	0	50
x_{34}	5	1	0	1	1	0
x_{35}	5	0	2	0	1	0
x_{36}	5	0	1	2	0	30
x_{37}	5	0	0	0	2	80
x_{38}	4	6	0	0	0	80
x_{39}	4	4	0	1	0	60
x_{40}	4	3	2	0	0	60
x_{41}	4	2	1	0	1	10
x_{42}	4	2	0	2	0	40
x_{43}	4	1	2	1	0	40
x_{44}	4	0	4	0	0	40
x_{45}	4	0	0	3	0	20
x_{46}	3	5	1	0	0	70
x_{47}	3	4	0	0	1	20
x_{48}	3	3	1	1	0	50
x_{49}	3	2	3	0	0	50
x_{50}	3	2	0	1	1	0
x_{51}	3	1	2	0	1	0
x_{52}	3	1	1	2	0	30
x_{53}	3	1	0	0	2	80
x_{54}	3	0	3	1	0	30
x_{55}	3	0	1	1	1	110
x_{56}	2	7	0	0	0	80
x_{57}	2	5	0	1	0	60
x_{58}	2	4	2	0	0	60
x_{59}	2	3	1	0	1	10
x_{60}	2	3	0	2	0	40
x_{61}	2	2	2	1	0	40
x_{62}	2	1	4	0	0	40

k $c_{k,j}$ x_j	$k=1$ 120mm	$k=2$ 240mm	$k=3$ 370mm	$k=4$ 500mm	$k=5$ 660mm	浪費
x_{63}	2	1	0	3	0	20
x_{64}	2	0	2	2	0	20
x_{65}	2	0	1	0	2	70
x_{66}	2	0	0	2	1	100
x_{67}	1	6	1	0	0	70
x_{68}	1	5	0	0	1	20
x_{69}	1	4	1	1	0	50
x_{70}	1	3	3	0	0	50
x_{71}	1	3	0	1	1	0
x_{72}	1	2	2	0	1	0
x_{73}	1	2	1	2	0	30
x_{74}	1	2	0	0	2	80
x_{75}	1	1	3	1	0	30
x_{76}	1	1	1	1	1	110
x_{77}	1	0	5	0	0	30
x_{78}	1	0	3	0	1	110
x_{79}	1	0	1	3	0	10
x_{80}	1	0	0	1	2	60
x_{81}	0	8	0	0	0	80
x_{82}	0	6	0	1	0	60
x_{83}	0	5	2	0	0	60
x_{84}	0	4	1	0	1	10
x_{85}	0	4	0	2	0	40
x_{86}	0	3	2	1	0	40
x_{87}	0	2	4	0	0	40
x_{88}	0	2	0	3	0	20
x_{89}	0	1	2	2	0	20
x_{90}	0	1	1	0	2	70
x_{91}	0	1	0	2	1	100
x_{92}	0	0	4	1	0	20
x_{93}	0	0	2	1	1	100
x_{94}	0	0	0	4	0	0

k	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$	$k = 5$	浪費
$c_{k,j}$	120mm	240mm	370mm	500mm	660mm	
x_j						
x_{95}	0	0	0	0	3	20

附錄 B2 三種原料之切割方式(模型 2)

第 1 種原料的第 1 段可用料(800mm)之所有切割方式						
k	$k=1$ 120mm	$k=2$ 240mm	$k=3$ 370mm	$k=4$ 500mm	$k=5$ 660mm	浪 費
$c_{i(r),j(i(r)),k}$						
$x_{r,i(r),j(i(r))}$						
$x_{1,1,1}$	6	0	0	0	0	80
$x_{1,1,2}$	4	1	0	0	0	80
$x_{1,1,3}$	3	0	1	0	0	70
$x_{1,1,4}$	2	2	0	0	0	80
$x_{1,1,5}$	2	0	0	1	0	60
$x_{1,1,6}$	1	1	1	0	0	70
$x_{1,1,7}$	1	0	0	0	1	20
$x_{1,1,8}$	0	3	0	0	0	80
$x_{1,1,9}$	0	1	0	1	0	60
$x_{1,1,10}$	0	0	2	0	0	60

第 1 種原料的第 2 段可用料(300mm)之所有切割方式						
k	$k=1$ 120mm	$k=2$ 240mm	$k=3$ 370mm	$k=4$ 500mm	$k=5$ 660mm	浪 費
$c_{i(r),j(i(r)),k}$						
$x_{r,i(r),j(i(r))}$						
$x_{1,2,1}$	2	0	0	0	0	60
$x_{1,2,2}$	0	1	0	0	0	60

第 1 種原料的第 3 段可用料(600mm)之所有切割方式							
$C_{i(r),j(i(r)),k}$ $x_{r,i(r),j(i(r))}$	k	$k=1$ 120mm	$k=2$ 240mm	$k=3$ 370mm	$k=4$ 500mm	$k=5$ 660mm	浪 費
$x_{1,3,1}$		5	0	0	0	0	0
$x_{1,3,2}$		3	1	0	0	0	0
$x_{1,3,3}$		1	2	0	0	0	0
$x_{1,3,4}$		1	0	1	0	0	110
$x_{1,3,5}$		0	0	0	1	0	100

第 2 種原料的第 1 段可用料(800mm)之所有切割方式							
$C_{i(r),j(i(r)),k}$ $x_{r,i(r),j(i(r))}$	k	$k=1$ 120mm	$k=2$ 240mm	$k=3$ 370mm	$k=4$ 500mm	$k=5$ 660mm	浪 費
$x_{2,1,1}$		6	0	0	0	0	80
$x_{2,1,2}$		4	1	0	0	0	80
$x_{2,1,3}$		3	0	1	0	0	70
$x_{2,1,4}$		2	2	0	0	0	80
$x_{2,1,5}$		2	0	0	1	0	60
$x_{2,1,6}$		1	1	1	0	0	70
$x_{2,1,7}$		1	0	0	0	1	20
$x_{2,1,8}$		0	3	0	0	0	80
$x_{2,1,9}$		0	1	0	1	0	60
$x_{2,1,10}$		0	0	2	0	0	60

第 2 種原料的第 2 段可用料(1000mm)之所有切割方式							
$C_{i(r),j(i(r)),k}$ $x_{r,i(r),j(i(r))}$	k	$k=1$ 120mm	$k=2$ 240mm	$k=3$ 370mm	$k=4$ 500mm	$k=5$ 660mm	浪 費
$x_{2,2,1}$		8	0	0	0	0	40
$x_{2,2,2}$		6	1	0	0	0	40
$x_{2,2,3}$		5	0	1	0	0	30
$x_{2,2,4}$		4	2	0	0	0	40
$x_{2,2,5}$		4	0	0	1	0	20
$x_{2,2,6}$		3	1	1	0	0	30
$x_{2,2,7}$		2	3	0	0	0	40
$x_{2,2,8}$		2	1	0	1	0	20
$x_{2,2,9}$		2	0	2	0	0	20
$x_{2,2,10}$		2	0	0	0	1	100
$x_{2,2,11}$		1	2	1	0	0	30
$x_{2,2,12}$		1	0	1	1	0	10
$x_{2,2,13}$		0	4	0	0	0	40
$x_{2,2,14}$		0	2	0	1	0	20
$x_{2,2,15}$		0	1	2	0	0	20
$x_{2,2,16}$		0	1	0	0	1	100
$x_{2,2,17}$		0	0	0	2	0	0

第 3 種原料的第 1 段可用料(1300mm)之所有切割方式							
$c_{i(r),j(i(r)),k}$	k	$k=1$ 120mm	$k=2$ 240mm	$k=3$ 370mm	$k=4$ 500mm	$k=5$ 660mm	浪 費
$x_{r,i(r),j(i(r))}$							
$x_{3,1,1}$		10	0	0	0	0	100
$x_{3,1,2}$		8	1	0	0	0	100
$x_{3,1,3}$		7	0	1	0	0	90
$x_{3,1,4}$		6	2	0	0	0	100
$x_{3,1,5}$		6	0	0	1	0	80
$x_{3,1,6}$		5	1	1	0	0	90
$x_{3,1,7}$		5	0	0	0	1	40
$x_{3,1,8}$		4	3	0	0	0	100
$x_{3,1,9}$		4	1	0	1	0	80
$x_{3,1,10}$		4	0	2	0	0	80
$x_{3,1,11}$		3	2	1	0	0	90
$x_{3,1,12}$		3	1	0	0	1	40
$x_{3,1,13}$		3	0	1	1	0	70
$x_{3,1,14}$		2	4	0	0	0	100
$x_{3,1,15}$		2	2	0	1	0	80
$x_{3,1,16}$		2	1	2	0	0	80
$x_{3,1,17}$		2	0	1	0	1	30
$x_{3,1,18}$		2	0	0	2	0	60
$x_{3,1,19}$		1	3	1	0	0	90
$x_{3,1,20}$		1	2	0	0	1	40
$x_{3,1,21}$		1	1	1	1	0	70
$x_{3,1,22}$		1	0	3	0	0	70
$x_{3,1,23}$		1	0	0	1	1	20
$x_{3,1,24}$		0	5	0	0	0	100
$x_{3,1,25}$		0	3	0	1	0	80
$x_{3,1,26}$		0	2	2	0	0	80
$x_{3,1,27}$		0	1	1	0	1	30

$C_{i(r),j(i(r)),k}$ $x_{r,i(r),j(i(r))}$	k	$k=1$ 120mm	$k=2$ 240mm	$k=3$ 370mm	$k=4$ 500mm	$k=5$ 660mm	浪 費
	$x_{3,1,28}$		0	1	0	2	0
$x_{3,1,29}$		0	0	2	1	0	60

第 3 種原料的第 2 段可用料(600mm)之所有切割方式

$C_{i(r),j(i(r)),k}$ $x_{r,i(r),j(i(r))}$	k	$k=1$ 120mm	$k=2$ 240mm	$k=3$ 370mm	$k=4$ 500mm	$k=5$ 660mm	浪 費
	$x_{3,2,1}$		5	0	0	0	0
$x_{3,2,2}$		3	1	0	0	0	0
$x_{3,2,3}$		1	2	0	0	0	0
$x_{3,2,4}$		1	0	1	0	0	110
$x_{3,2,5}$		0	0	0	1	0	100

附錄 C1 實際木料資訊之小規模生產規劃模型(模型 3)

目標式：

$$\text{Max } z = \sum_{m=A}^C y_m$$

限制式：

切割方式之次數限制(共有 53 條限制式)：

$$\sum_{j(53)=1}^{165} x_{53,j(53)} \leq 1$$

$$\sum_{j(52)=1}^{165} x_{52,j(52)} \leq 1$$

$$\sum_{j(51)=1}^{165} x_{51,j(51)} \leq 1$$

$$\sum_{j(50)=1}^{165} x_{50,j(50)} \leq 1$$

$$\sum_{j(49)=1}^{165} x_{49,j(49)} \leq 1$$

$$\sum_{j(48)=1}^{117} x_{48,j(48)} \leq 1$$

$$\sum_{j(47)=1}^{108} x_{47,j(47)} \leq 1$$

$$\sum_{j(46)=1}^{102} x_{46,j(46)} \leq 1$$

$$\sum_{j(45)=1}^{99} x_{45,j(45)} \leq 1$$

$$\sum_{j(44)=1}^{76} x_{44,j(44)} \leq 1$$

$$\sum_{j(43)=1}^{73} x_{43,j(43)} \leq 1$$

$$\sum_{j(42)=1}^{73} x_{42,j(42)} \leq 1$$

$$\sum_{j(41)=1}^{65} x_{41,j(41)} \leq 1$$

$$\sum_{j(40)=1}^{55} x_{40,j(40)} \leq 1$$

$$\sum_{j(39)=1}^{55} x_{39,j(39)} \leq 1$$

$$\sum_{j(38)=1}^{46} x_{38,j(38)} \leq 1$$

$$\sum_{j(37)=1}^{46} x_{37,j(37)} \leq 1$$

$$\sum_{j(36)=1}^{37} x_{36,j(36)} \leq 1$$

$$\sum_{j(35)=1}^{35} x_{35,j(35)} \leq 1$$

$$\sum_{j(34)=1}^{30} x_{34,j(34)} \leq 1$$

$$\sum_{j(33)=1}^{24} x_{33,j(33)} \leq 1$$

$$\sum_{j(32)=1}^{23} x_{32,j(32)} \leq 1$$

$$\sum_{j(31)=1}^{21} x_{31,j(31)} \leq 1$$

$$\sum_{j(30)=1}^{18} x_{30,j(30)} \leq 1$$

$$\sum_{j(29)=1}^{17} x_{29,j(29)} \leq 1$$

$$\sum_{j(28)=1}^{17} x_{28,j(28)} \leq 1$$

$$\sum_{j(27)=1}^{14} x_{27,j(27)} \leq 1$$

$$\sum_{j(26)=1}^{13} x_{26,j(26)} \leq 1$$

$$\sum_{j(25)=1}^{13} x_{25,j(25)} \leq 1$$

$$\sum_{j(24)=1}^{13} x_{24,j(24)} \leq 1$$

$$\sum_{j(23)=1}^{12} x_{23,j(23)} \leq 1$$

$$\sum_{j(22)=1}^{12} x_{22,j(22)} \leq 1$$

$$\sum_{j(21)=1}^{11} x_{21,j(21)} \leq 1$$

$$\sum_{j(20)=1}^{10} x_{20,j(20)} \leq 1$$

$$\sum_{j(19)=1}^{10} x_{19,j(19)} \leq 1$$

$$\sum_{j(18)=1}^{10} x_{18,j(18)} \leq 1$$

$$\sum_{j(17)=1}^7 x_{17,j(17)} \leq 1$$

$$\sum_{j(16)=1}^3 x_{16,j(16)} \leq 1$$

$$\sum_{j(15)=1}^3 x_{15,j(15)} \leq 1$$

$$\sum_{j(14)=1}^3 x_{14,j(14)} \leq 1$$

$$\sum_{j(13)=1}^3 x_{13,j(13)} \leq 1$$

$$\sum_{j(12)=1}^2 x_{12,j(12)} \leq 1$$

$$\sum_{j(11)=1}^2 x_{11,j(11)} \leq 1$$

$$\sum_{j(10)=1}^2 x_{10,j(10)} \leq 1$$

$$\sum_{j(9)=1}^2 x_{9,j(9)} \leq 1$$

$$\sum_{j(8)=1}^1 x_{8,j(8)} \leq 1$$

$$\sum_{j(7)=1}^1 x_{7,j(7)} \leq 1$$

$$\sum_{j(6)=1}^1 x_{6,j(6)} \leq 1$$

$$\sum_{j(5)=1}^1 x_{5,j(5)} \leq 1$$

$$\sum_{j(4)=1}^1 x_{4,j(4)} \leq 1$$

$$\sum_{j(3)=1}^1 x_{3,j(3)} \leq 1$$

$$\sum_{j(2)=1}^1 x_{2,j(2)} \leq 1$$

$$\sum_{j(1)=1}^1 x_{1,j(1)} \leq 1$$

基本型切割長度在各種切割方式中產生之數量：

$$z_1 = \sum_{i=1}^{53} \sum_{j(i)=1}^{J(i)} c_{i,j(i),1} x_{i,j(i)}$$

$$z_2 = \sum_{i=1}^{53} \sum_{j(i)=1}^{J(i)} c_{i,j(i),2} x_{i,j(i)}$$

$$z_3 = \sum_{i=1}^{53} \sum_{j(i)=1}^{J(i)} c_{i,j(i),3} x_{i,j(i)}$$

$$z_4 = \sum_{i=1}^{53} \sum_{j(i)=1}^{J(i)} c_{i,j(i),4} x_{i,j(i)}$$

$$z_5 = \sum_{i=1}^{53} \sum_{j(i)=1}^{J(i)} c_{i,j(i),k} x_{i,j(i)}$$

剖半接縫組合與拼接組合之數量關係

$$2 \times y_A = h_1$$

$$y_A = h_2$$

$$2 \times y_B = h_3$$

$$y_B = h_4$$

$$2 \times y_C = h_5$$

$$y_C = h_6$$

接縫組合與剖半接縫組合之數量關係

$$2 \times w_1 = h_1$$

$$2 \times w_2 = h_2$$

$$2 \times w_3 = h_3$$

$$2 \times w_4 = h_4$$

$$2 \times w_5 = h_5$$

$$2 \times w_6 = h_6$$

基本型切割長度與接縫組合之數量關係

$$z_1 = 2 \times w_2 + 2 \times w_4 + 2 \times w_6$$

$$z_2 = w_1 + w_3 + w_5$$

$$z_3 = 11 \times w_1 + 11 \times w_2$$

$$z_4 = 8 \times w_3 + 8 \times w_4$$

$$z_5 = 6 \times w_5 + 6 \times w_6$$

附錄 C2 實際木料資訊之每日生產規劃模型(模型 4)

目標式：

$$\text{Max } z = \sum_{m=A}^C y_m$$

限制式：

切割方式之次數限制(共有 50 條限制式)：

$$\sum_{j(50)=1}^{326} x_{50,j(50)} \leq 6$$

$$\sum_{j(49)=1}^{298} x_{49,j(49)} \leq 2$$

$$\sum_{j(48)=1}^{229} x_{48,j(48)} \leq 8$$

$$\sum_{j(47)=1}^{215} x_{47,j(47)} \leq 1$$

$$\sum_{j(46)=1}^{209} x_{46,j(46)} \leq 1$$

$$\sum_{j(45)=1}^{187} x_{45,j(45)} \leq 4$$

$$\sum_{j(44)=1}^{180} x_{44,j(44)} \leq 1$$

$$\sum_{j(43)=1}^{161} x_{43,j(43)} \leq 59$$

$$\sum_{j(42)=1}^{151} x_{42,j(42)} \leq 8$$

$$\sum_{j(41)=1}^{138} x_{41,j(41)} \leq 8$$

$$\sum_{j(40)=1}^{130} x_{40,j(40)} \leq 14$$

$$\sum_{j(39)=1}^{118} x_{39,j(39)} \leq 8$$

$$\sum_{j(38)=1}^{112} x_{38,j(38)} \leq 11$$

$$\sum_{j(37)=1}^{104} x_{37,j(37)} \leq 42$$

$$\sum_{j(36)=1}^{97} x_{36,j(36)} \leq 13$$

$$\sum_{j(35)=1}^{86} x_{35,j(35)} \leq 19$$

$$\sum_{j(34)=1}^{80} x_{34,j(34)} \leq 25$$

$$\sum_{j(33)=1}^{73} x_{33,j(33)} \leq 18$$

$$\sum_{j(32)=1}^{68} x_{32,j(32)} \leq 106$$

$$\sum_{j(31)=1}^{63} x_{31,j(31)} \leq 49$$

$$\sum_{j(30)=1}^{56} x_{30,j(30)} \leq 38$$

$$\sum_{j(29)=1}^{48} x_{29,j(29)} \leq 62$$

$$\sum_{j(28)=1}^{45} x_{28,j(28)} \leq 54$$

$$\sum_{j(27)=1}^{40} x_{27,j(27)} \leq 51$$

$$\sum_{j(26)=1}^{37} x_{26,j(26)} \leq 57$$

$$\sum_{j(25)=1}^{31} x_{25,j(25)} \leq 71$$

$$\sum_{j(24)=1}^{29} x_{24,j(24)} \leq 55$$

$$\sum_{j(23)=1}^{26} x_{23,j(23)} \leq 75$$

$$\sum_{j(22)=1}^{23} x_{22,j(22)} \leq 100$$

$$\sum_{j(21)=1}^{21} x_{21,j(21)} \leq 72$$

$$\sum_{j(20)=1}^{18} x_{20,j(20)} \leq 77$$

$$\sum_{j(19)=1}^{18} x_{19,j(19)} \leq 85$$

$$\sum_{j(18)=1}^{16} x_{18,j(18)} \leq 100$$

$$\sum_{j(17)=1}^{13} x_{17,j(17)} \leq 92$$

$$\sum_{j(16)=1}^{12} x_{16,j(16)} \leq 95$$

$$\sum_{j(15)=1}^{10} x_{15,j(15)} \leq 83$$

$$\sum_{j(14)=1}^{10} x_{14,j(14)} \leq 108$$

$$\sum_{j(13)=1}^{10} x_{13,j(13)} \leq 88$$

$$\sum_{j(12)=1}^7 x_{12,j(12)} \leq 117$$

$$\sum_{j(11)=1}^6 x_{11,j(11)} \leq 171$$

$$\sum_{j(10)=1}^5 x_{10,j(10)} \leq 203$$

$$\sum_{j(9)=1}^5 x_{9,j(9)} \leq 223$$

$$\sum_{j(8)=1}^3 x_{8,j(8)} \leq 251$$

$$\sum_{j(7)=1}^3 x_{7,j(7)} \leq 296$$

$$\sum_{j(6)=1}^2 x_{6,j(6)} \leq 259$$

$$\sum_{j(5)=1}^2 x_{5,j(5)} \leq 204$$

$$\sum_{j(4)=1}^1 x_{4,j(4)} \leq 171$$

$$\sum_{j(3)=1}^1 x_{3,j(3)} \leq 135$$

$$\sum_{j(2)=1}^1 x_{2,j(2)} \leq 96$$

$$\sum_{j(1)=1}^1 x_{1,j(1)} \leq 83$$

基本型切割長度在各種切割方式中產生之數量：

$$z_1 = \sum_{s=1}^{50} \sum_{j(s)=1}^{J(s)} c_{s,j(s),1} x_{s,j(s)}$$

$$z_2 = \sum_{s=1}^{50} \sum_{j(s)=1}^{J(s)} c_{s,j(s),2} x_{s,j(s)}$$

$$z_3 = \sum_{s=1}^{50} \sum_{j(s)=1}^{J(s)} c_{s,j(s),3} x_{s,j(s)}$$

$$z_4 = \sum_{s=1}^{50} \sum_{j(s)=1}^{J(s)} c_{s,j(s),4} x_{s,j(s)}$$

$$z_5 = \sum_{s=1}^{50} \sum_{j(s)=1}^{J(s)} c_{s,j(s),k} x_{s,j(s)}$$

剖半接縫組合與拼接組合之數量關係

$$2 \times y_A = h_1$$

$$y_A = h_2$$

$$2 \times y_B = h_3$$

$$y_B = h_4$$

$$2 \times y_C = h_5$$

$$y_C = h_6$$

接縫組合與剖半接縫組合之數量關係

$$2 \times w_1 = h_1$$

$$2 \times w_2 = h_2$$

$$2 \times w_3 = h_3$$

$$2 \times w_4 = h_4$$

$$2 \times w_5 = h_5$$

$$2 \times w_6 = h_6$$

基本型切割長度與接縫組合之數量關係

$$z_1 = 2 \times w_2 + 2 \times w_4 + 2 \times w_6$$

$$z_2 = w_1 + w_3 + w_5$$

$$z_3 = 11 \times w_1 + 11 \times w_2$$

$$z_4 = 8 \times w_3 + 8 \times w_4$$

$$z_5 = 6 \times w_5 + 6 \times w_6$$

附錄 D1 實際木料資訊之小規模生產規劃之最佳切割方式(模型 3)

k $c_{i,j(i),k}$ $x_{i,j(i)}$	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$	浪費	切割方式之數量
$x_{1,1}$	0	0	0	0	0	46.7	1
$x_{2,1}$	0	0	0	0	0	82.4	1
$x_{3,1}$	0	0	0	0	0	115.9	1
$x_{4,1}$	1	0	0	0	0	10	1
$x_{5,1}$	1	0	0	0	0	14.4	1
$x_{6,1}$	1	0	0	0	0	21	1
$x_{7,1}$	1	0	0	0	0	25.2	1
$x_{8,1}$	1	0	0	0	0	102.2	1
$x_{9,2}$	0	1	0	0	0	0.6	1
$x_{16,2}$	1	1	0	0	0	102.5	1
$x_{19,10}$	0	0	2	0	0	74.1	1
$x_{21,11}$	0	0	2	0	0	117.6	1
$x_{24,10}$	1	0	2	0	0	64.5	1
$x_{25,10}$	1	0	2	0	0	74.5	1
$x_{26,11}$	0	2	1	0	0	104.6	1
$x_{27,13}$	0	1	0	0	1	79.8	1
$x_{28,16}$	0	1	0	0	1	104.5	1
$x_{29,16}$	0	1	0	0	1	109.5	1
$x_{30,17}$	0	0	1	0	1	55.3	1
$x_{31,21}$	0	0	1	0	1	107.3	1
$x_{32,22}$	0	0	3	0	0	85.8	1
$x_{33,23}$	0	0	3	0	0	96.1	1
$x_{34,30}$	0	0	0	0	2	7.3	1
$x_{35,35}$	0	0	0	0	2	74	1

k	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$	浪費	切割 方式 之數 量
$c_{i,j(i),k}$							
$x_{i,j(i)}$							
$x_{37,45}$	0	0	1	1	1	4.1	1
$x_{38,45}$	0	0	1	1	1	4.1	1
$x_{39,55}$	0	0	3	1	0	44.2	1
$x_{40,54}$	0	1	0	0	2	99.8	1
$x_{41,65}$	0	0	0	2	1	81.5	1
$x_{42,73}$	0	0	0	1	2	24.4	1
$x_{43,73}$	0	0	0	1	2	27.9	1
$x_{44,76}$	0	0	0	1	2	30.1	1
$x_{45,99}$	0	0	0	0	3	68.8	1
$x_{46,98}$	0	0	4	1	0	81.3	1
$x_{47,108}$	0	0	0	4	0	102.9	1
$x_{48,117}$	0	0	0	3	1	3.6	1
$x_{49,165}$	0	0	0	2	2	116.9	1
$x_{50,165}$	0	0	0	2	2	117	1
$x_{51,165}$	0	0	0	2	2	117.9	1
$x_{52,165}$	0	0	0	2	2	118.1	1
$x_{53,161}$	0	0	3	0	2	8.9	1

附錄 D2 實際木料資訊之每日生產規劃之最佳切割方式(模型 4)

$c_{s,j(s),k}$ $x_{s,j(s)}$	k	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$	浪費	切割 方式 之數 量
$x_{1,1}$		0	0	0	0	0	110.1	83
$x_{3,1}$		1	0	0	0	0	63.8	110
$x_{4,1}$		1	0	0	0	0	114.2	171
$x_{5,2}$		0	1	0	0	0	50.4	204
$x_{6,1}$		2	0	0	0	0	108.1	1
$x_{6,2}$		0	1	0	0	0	108.1	247
$x_{7,3}$		0	0	1	0	0	37.9	296
$x_{8,3}$		0	0	1	0	0	104.3	251
$x_{9,5}$		0	0	0	1	0	41.5	223
$x_{10,4}$		1	0	1	0	0	110.4	1
$x_{10,5}$		0	0	0	1	0	100.4	202
$x_{11,5}$		1	0	0	1	0	38	171
$x_{12,7}$		0	0	0	0	1	47	117
$x_{13,8}$		0	1	0	1	0	10.2	1
$x_{13,9}$		0	0	2	0	0	10.2	87
$x_{14,7}$		1	0	0	0	1	10.4	1
$x_{14,10}$		0	0	2	0	0	50.4	107
$x_{15,7}$		1	0	0	0	1	52.8	1
$x_{15,10}$		0	0	2	0	0	92.8	82
$x_{16,12}$		0	0	1	1	0	6.5	95
$x_{17,12}$		0	1	0	0	1	27.2	1
$x_{17,13}$		0	0	1	1	0	57.2	91
$x_{18,16}$		0	0	1	1	0	110	100

$c_{s,j(s),k}$	k	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$	浪費	切割方式之數量
$x_{s,j(s)}$								
$x_{19,17}$		0	0	1	0	1	4.6	85
$x_{20,17}$		0	0	1	0	1	56.4	77
$x_{21,20}$		0	0	3	0	0	22.6	72
$x_{22,23}$		0	0	0	1	1	21	100
$x_{23,19}$		1	0	3	0	0	6.8	3
$x_{23,26}$		0	0	0	1	1	76.8	72
$x_{24,23}$		1	0	0	1	1	12.4	2
$x_{24,29}$		0	0	2	1	0	52.4	53
$x_{25,31}$		0	0	0	0	2	24.8	71
$x_{26,35}$		0	0	2	0	1	7.2	55
$x_{26,36}$		0	0	1	2	0	37.2	2
$x_{27,39}$		0	0	2	0	1	66.2	51
$x_{28,45}$		0	0	0	3	0	19.1	54
$x_{29,47}$		0	0	1	1	1	59	62
$x_{30,56}$		0	0	0	2	1	3.6	38
$x_{31,62}$		0	0	1	0	2	34.2	49
$x_{32,66}$		0	0	3	0	1	16.4	106
$x_{33,73}$		0	0	0	1	2	25.7	18
$x_{34,63}$		1	1	1	1	1	8.5	1
$x_{34,78}$		0	0	5	0	0	48.5	1
$x_{34,79}$		0	0	1	3	0	28.5	23
$x_{35,73}$		1	0	0	1	2	19.8	6
$x_{35,82}$		0	1	1	0	2	29.8	11
$x_{35,85}$		0	0	2	1	1	59.8	2
$x_{36,96}$		0	0	0	4	0	15.2	1
$x_{36,97}$		0	0	0	0	3	35.2	12

$c_{s,j(s),k}$ $x_{s,j(s)}$	k	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$	浪費	切割 方式 之數 量
$x_{37,101}$		0	0	2	0	2	19.2	42
$x_{38,88}$		1	2	1	1	1	8.8	1
$x_{38,90}$		1	1	3	0	1	8.8	1
$x_{38,102}$		0	4	0	1	1	18.8	1
$x_{38,110}$		0	0	3	2	0	28.8	8
$x_{39,118}$		0	0	0	3	1	19.9	8
$x_{40,128}$		0	0	4	0	1	95.2	1
$x_{40,129}$		0	0	1	1	2	45.2	13
$x_{41,136}$		0	0	3	1	1	27.2	8
$x_{42,150}$		0	0	1	0	3	4	8
$x_{43,158}$		0	0	2	2	1	14.4	59
$x_{44,180}$		0	0	0	1	3	13	1
$x_{45,185}$		0	0	1	3	1	3.7	4
$x_{46,184}$		1	0	0	1	3	33.4	1
$x_{47,213}$		0	0	3	3	0	43	1
$x_{48,227}$		0	0	1	2	2	12	7
$x_{48,229}$		0	0	0	0	4	62	1
$x_{49,295}$		0	0	3	1	2	26.8	2
$x_{50,323}$		0	0	1	4	1	8.4	6

附錄 E 分群後之可用料長度代表與數量

群組	可用料長度代表	可用料數量
1	110.1	83
2	142	96
3	183.8	135
4	234.2	171
5	290.4	204
6	348.1	259
7	407.9	296
8	474.3	251
9	541.5	223
10	600.4	203
11	658	171
12	707	117
13	750.2	88
14	790.4	108
15	832.8	83
16	876.5	95
17	927.2	92
18	980	100
19	1034.6	85
20	1086.4	77
21	1132.6	72
22	1181	100
23	1236.8	75
24	1292.4	55
25	1344.8	71
26	1407.2	57
27	1466.2	51
28	1519.1	54
29	1589	62
30	1663.6	38

群組	可用料長度代表	可用料數量
31	1724.2	49
32	1786.4	106
33	1845.7	18
34	1898.5	25
35	1959.8	19
36	2015.2	13
37	2079.2	42
38	2138.8	11
39	2179.9	8
40	2235.2	14
41	2297.2	8
42	2354	8
43	2414.4	59
44	2493	1
45	2533.7	4
46	2633.4	1
47	2653	1
48	2702	8
49	2956.8	2
50	3038.4	6