

東海大學財務金融學系
碩士論文

無模型設定隱含波動度之實證研究：

以台灣股票指數選擇權為例

**An Empirical Study on the Model-Free Implied
Volatility-The case of Taiwan Stock Index Option**

指導教授：郭一棟 博士

研究生：趙柏竣

中華民國 104 年 7 月

東海大學碩士學位論文

學位考試委員審定書

本校 財務金融研究所 碩士班 趙柏竣 君

所提之論文(中文)： 無模型設定隱含波動度之實證研究:以台灣
股票指數選擇權為例

(英文)： An Empirical Study on the Model-Free Implied
Volatility-The Cost of Stock Index Option

經本委員會審查，符合碩士學位論文標準

學位考試委員會

召集人 楊漢宇

考試委員 鄧一博 (指導教授)

陳昭君

顏盟峰

王崑之

系所主任

鄧一博

中華民國 104 年 6 月 30 日

東海大學財務金融學系

碩士論文學術倫理聲明書

本人 趙柏竣 (學號: G02440019) 已完全了解學術倫理之定義。僅此聲明，本人呈交之碩士論文絕無抄襲或由他人代筆之情事。若被揭露具有違背學術倫理之事實或可能，本人願自行擔負所有之法律責任。對於碩士學位因違背學術倫理而被取消之後果，本人也願一併概括承受。

立證人： 趙柏竣 (簽名)

中華民國 104 年 7 月 27 日

謝辭

首先，本篇論文的完成，要感謝我的指導教授，郭一棟老師的教導，感謝老師針對於論文題目、研究方法、乃至於論文格式的各種幫助，更加地感謝在口試期間給予建議的口試委員們，在此期間所提供給本篇論文的建議和幫助，使本篇論文更加的完整和豐富。

其中要特別感謝我的指導教授，郭老師的幫助，在百忙之中依舊撥空回答我關於論文的疑問，不厭其煩的給予我解答。使我在隱含波動度的這個領域之中，從原本的茫然，精進至現在的狀況，對於 Model-Free 的隱含波動度計算，有更深的理解。

接著所要感謝的是我在研究所期間的同學們，不管是在論文進行、課業報告甚或是日常生活之中所提供給我的幫助，這一切的一切，不只讓我順利熬過論文的壓力，並且成就了我豐富精采的研究所生活。

最後所要感謝的是我的家人，提供給我在這段時期的所有援助，還有所有的支持，因為有你們的支持，才能讓我在這段時期，不管遇到什麼阻礙都能堅持到最後。

趙柏竣 謹致於

東海大學財務金融學系

民國一〇四年七月二十七日

摘要

自從 Britten-Jones and Neuberger(2000)提出標的資產價格服從擴散過程的無模型設定隱含波動度模型。Jian and Tian(2005)更加的推廣無模型設定隱含波動度。在過往的在 B-S 的模型假設中，因其波動度為固定常數因而導致 B-S 隱含波動度存在微笑現象。先前許多研究也已發現 B-S 隱含波動度對於未來波動度會產生偏誤的估計，導致無模型隱含波動度應運而生。

有鑑於此，在本篇研究中將針對以下幾點來做探討：(1)無模型、B-S、歷史隱含波動度對未來波動度的預測能力(2) 無模型、B-S、歷史隱含波動度的資訊內含 (3)無模型隱含波動度是否優於 B-S 隱含波動度。研究中以台灣股價指數選擇權的資料，來檢測對台灣選擇權市場的效率性。本文主要根據 Jian and Tian(2005)將隱含波動套用在指數選擇權的方法，並改以 CBOE VIX White Paper(2009)其中所提到的計算 VIX 指述方式，來求得本文無模型設定的隱含波動度，結果顯示，在無模型之隱含波動度預測力對台灣股價指數未來波動度預測具有有效性，並優於 B-S 隱含波動度。

關鍵字：無模型設定、隱含波動度

Abstract

Since the Britten-Jones and Neuberger (2000) proposed the model-free implied volatility. Jian and Tian (2005) test ability of model-free implied volatility by using S&P 500 option. In the past, the BS model has model misspecification error. For this reason, this paper explore: (1) model-free, BS, historical implied volatility on the ability to predict future volatility (2) information content of model-free, historical and implied volatility, We found that model-free volatility is superior to BS implied volatility and historical volatility.

Keywords: model-free implied volatility, Taiwan index option, historical volatility

目錄

第一章、緒論	5
第一節 研究動機	5
第二節 研究目的	6
第二章、文獻回顧	7
第一節 指數選擇權	7
第二節 隱含波動度	7
第三節 Black-Scholes 模型	11
第四節 無模型設定隱含波動度	13
第三章、資料敘述與研究方法	14
第一節 無模型設定的隱含波動度	14
第二節 資料篩選	15
第三節 真實波動度和歷史波動度	16
第四章、實證結果分析	17
第一節 研究樣本與資料來源	17
第二節、各項波動度指數指標計算	17
第三節 樣本分析	19
第四節、單根檢定	21
第五節.隱含波動度的內含資訊	23
第六節.迴歸分析模型	26
第七節.波動度預測模型的實證分析	27
第八節 變動性分析	34
第五章、研究結論與建議	36
第六章、參考文獻	38

表目錄

表 1 各隱含波動度的敘述統計量	15
表 2 30 天期波動度的相關性矩陣	16
表 3 各波動度變數單根檢定結果	18
表 4 30 天期波動度 σ_t^2 之迴歸結果	30
表 5 30 天期波動度 V_t 之迴歸結果	27
表 6 30 天期波動度 $\ln \sigma_t^2$ 之迴歸結果	28
表 7 30 天期波動度 σ_t^2 之變動量結果	30

圖目錄

圖 1 各隱含波動度走勢圖	20
---------------------	----

第一章、緒論

第一節 研究動機

自 1973 年 4 月 26 日第一個選擇權商品正是在美國芝加哥選擇權交易所 (Chicago Board Options Exchange, CBOE) 掛牌上市後，全球其他各大交易所也陸續發行上市選擇權、期貨和其他衍生性金融商品。衍生性金融商品開始在全球迅速成長。其中，指數型衍生金融商品(例如股票指數選擇權)，不但提供投資人一個新的可投資商品，也能夠讓投資人在市場趨勢不佳的情況下，能夠藉由投資指數型衍生性金融商品來獲得正報酬。除了具備投資此項功能之外，指數型衍生性金融商品還具備了避險(hedge)和套利(arbitrage)等功能。

台灣也在此一趨勢之下，由台灣期貨交易所(Taiwan Futures Exchange, TAIFEX)於 1998 年 7 月推出了第一個期貨商品，台灣證券交易所股價指數期貨契約(TX)，亦稱台指期貨；於 2001 年 12 月推出了第一個選擇權商品，台灣證券交易所股價指數選擇權契約(TXO)，簡稱台指選擇權。

而一直以來在關於選擇權的評價方法之中，大多所採用的是 Black-Scholes (BS) 選擇權評價模型作為主要的評價模型，其中主要是經由標的資產的價格、無風險利率、履約價格、距到期日期間及波動度代入計算公式求得選擇權理論價格。由於選擇權的價值和波動度變化呈現正面關係，波動度不只反映出投資者對未來市場的預期，也代表著風險的指標。但在 Black-Scholes (BS) 選擇權評價模型，波動度是唯一無法直接觀察到的參數，因此波動度成為在選擇權相關的研究之中的一個重要議題。

波動度對於衍生性金融商品來說在其定價方面受波動度的影響甚鉅，之前的眾多學者研究衍生性商品的波動度，並將其波動度的估計方式分成以下幾種：從歷史資料所得的歷史波動度、從理論模型反推的隱含波動度，如 Black-Scholes 模型的隱含波動度、不必根據其他特定的選擇權定價模型來進行波動度估計的無

模型設定隱含波動度。

在推導隱含波動度(implied volatility)方面，主要是將選擇權的市場價值代入理論的模型之中，藉此推導出隱含波動度，因為選擇權的價格高低主要能夠反映出市場上的投資者對於選擇權的標的資產變動趨勢的預期，故一般都認為隱含波動度具有預測未來波動度的能力。

而針對歷史波動度和隱含波動度何者較能預測選擇權價格，之前有許多學者提出實證結果，如 Day and Lewis(1992)認為隱含波動度與歷史波動度在預測能力上無明顯區別，運用隱含波動度來預期分析的未來波動度和使用歷史波動度預測分析的未來波動度兩者相比，在使用隱含波動度上的未來波動度並不比歷史波動度預測的具有優勢，能確定的只有這兩者都擁有預測未來波動度的能力。

其次另外一些學者如 Jorion(1995)、Christensen and Prabhala(1998)等人，則是提出了不同的論點，表示在波動度的優劣方面，隱含波動度所包含的真實波動程度優於歷史波動度所隱含的資訊，因此在以隱含波動度來推估真實波動度會較歷史波動度準確度較高，其他像 Gwilym and Buckle(1999)針對不同的歷史波動度和隱含波動度以及兩者截合進行波動度的預測，發現隱含波動度隨然誤差最大，但內含資訊最多。

再者，近期許多文獻都顯示出了一方面的趨勢，此一方面的趨勢表現出了支持隱含波動度包含著較多未來波動度的資訊，因此相較於使用其他波動度來預測，隱含波動度有著更加顯著的預測能力。還有其他諸如 Harvey and Whaley(1992)等學者等人，也指出比起歷史波動度，在使用隱含波動度(Implied Volatility, IV)來進行波動度預測時，因為其較能反映市場對波動度的預期，所以有著更加顯著的預測能力。

再來討論有關於選擇權的價性方面，Gemmill(1986)英國 13 家上市公司的故股選擇權為樣本，發現價平和價內選擇權可以求出準確度較佳的隱含波動度，因為價平選擇權包含最多波動度的資訊，及對波動度的變動最為敏感，所以在使用價平選擇權來進行反推求得的隱含波動度包含得市場資訊內涵最多，較其他價外

和價內選擇權能反映當時的市場波動，因此此一部分相較於其他價性的選擇權，不論是學術研究和實務操作，都受到熱烈的討論和應用。

隱含波動度雖然可以反應模型參數中所沒有代表的資訊，如流動性、買賣價差等等預測，因此廣泛的被認為其中所包含的資訊比歷史波動度多，但是隱含波動度也有缺點，其波動度高低會受到履約價格、到期日、價性、不同種類選擇權所影響，而且具有波動度微笑的問題，因此常常會在使用上產生疑問。

因此此一部分議題方面，Britten and Neuberger(2000)針對此一問題提出無模型的隱含波動度，在假設標的資產服從擴散過程(diffusion process)的前提之下，推導此一模型，其後 Jian and Tian(2005)則進一步將無模型設定之隱含波動度套用在 S&P500 指數選擇權，藉此來驗證市場上的效率性，最後提出的結果顯示出因為無模型設定的隱含波動度包含了不同的履約價格的選擇權，所以相較於其他模型來說，無模型設定所求出的隱含波動度相較於傳統隱含波動度上，在針對未來波動度的預測方面有較多的資訊，且由於無模型設定的隱含波動度不須根據特定的選擇權定價模型進行波動度的估計，所以在計算上較傳統的隱含波動度計算來的方便，因而在近年來受到矚目。

而無模型設定的隱含波動度在實務上的應用最主要的是芝加哥選擇權交易所(Chicago board options exchange, CBOE)推出的 VIX 指數(volatility index)，此波動度的指標不只提供了市場投資人一個標準化的波動度，而且此指數克服了以往隱含波動度的缺點。

Whaley(2000)認為，VIX 指數可以認為是市場投資人對未來市場波動的預期，波動度指標上揚，表示市場投資人認為未來市場價格波動的程度會劇烈變動，與此同時，也反映出市場投資人對於市場的不安心理，而當波動度指標下降的時候，反映市場投資人認為未來市場價格波動的程度會和緩，由於此一特性故 VIX 指數被稱為市場的恐慌指數(The investor fear gauge)。根據 CBOE VIX White Paper(2009)提出的 VIX 計算過程之中，VIX 已經成為了無模型設定的隱含波動度。

先前有關於 VIX 的實證研究如 Fleming, Ostdiek and Whaley(1995), 發現 VIX 與股票市場報酬間呈現高度負相關, 當股市指數下跌時, VIX 變化量會較市場上漲的 VIX 變化量大。James(2001)研究 VIX 指數, 發現其可以用來預測市場的波動率。

由於無模型設定的隱含波動度在直接檢定選擇權市場的資訊效率方面, 比起有假設的選擇權定價模型較為容易, 而且無模型設定的隱含波動度總合了不同履約價格下的資訊, 在此一部分更具效率性, 因此本篇研究採用 VIX 指數計算方式, 以計算無模型設定的隱含波動度, 並運用此部分資料來探討無模型設定隱含波動度的資訊內涵。

雖然在本篇研究之前已經有許多的學者針對波動度進行研究, 並已經有相關的實證結果提出, 但是在專門針對台指選擇權進行波動度的研究並不多, 尤其是在針對台指選擇權的波動度在無模型設定的隱含波動度應用方面, 本文特別針對此一部分, 希望能夠對此一部分相關議題能夠有所貢獻, 並提供後續研究此部分議題的研究者一些資訊。

第二節 研究目的

本篇研究主要是依據以台股指數作為標的物的選擇權，又成為台股指數選擇權做為研究的主體，分析並探討使用不同的波動度估計值，並比較何種波動度預測值其中包含有最多的未來波動度的資訊，預測出來的結果和實際上的波動度誤差最小，也就是代表著此波動度預測值最能夠合理預測未來真實的波動度 (Realized Volatility)。

在本篇研究中我們主要採用的波動度預測方法為以下三類：

1. 無模型設定的隱含波動度(Model-Free Implied Volatility)
2. Black-Scholes 的隱含波動度(Black-Scholes Implied Volatility)
3. 歷史波動度(History Volatility)

本篇研究主要是 Jiang and Tian(2005)的方法，以台股指數選擇權為主要的研究對象，主要的研究目的為分析這三種預測波動度對於實際波動度的趨勢預測能力，以及這三種波動度的資訊內涵差異。

第二章、文獻回顧

第一節 指數選擇權

指數選擇權(index option)的最早發行者是芝加哥選擇權交易所(CBOE)，當初芝加哥選擇權交易所(CBOE)最先於1983年3月11日時推出所謂的指數選擇權，最一開始是以CBOE 100的名稱在公開的市場上進行交易，後來才更改名稱為S&P 100，此一指數選擇權主要是採取一百種在CBOE掛牌上市的股票來當作主要的標的，由於此一類型的指數選擇權在標的上不同於當時其他的選擇權，因此交割方式也不同於其他的選擇權，採用現金交割的方式來進行交易，並且將股價指數和履約價之間的差異來結算選擇權每日的損益。

而台灣於2001年12月時跟進此一風潮，推出所謂的「台指選擇權」，此一類型的指數選擇權是屬於歐式選擇權，主要是以台灣證券交易所所發行的加權股價指數來做為此類指數選擇權的標的，該加權股價指數以1966年(民國55年)來當作計算的基期，採取發行量加權方式來計算。

第二節 隱含波動度

有關於波動度的預測方面，在金融市場格外受到重視，因其不論是在風險的控管，益或是衍生性商品的定價、避險的應用等各個方面，如能準確掌握住波動度的數值甚或是走向，能最大程度的降低波動度本身的不確定性的話，可以使市場之上的投資人們掌握市場波動度預測值更加精準的預測值，在此一情況之下，

不只是可以最大限度的避免在多變的金融市場上的損失，更甚至能夠獲得預期之外的超額報酬，此便是研究波動度預測的最主要目的。

自 1980 年代開始，許多波動度預測的研究已經逐漸將歷史波動度是唯一考慮變數，Engle(1982)發現自我迴歸的條件變異數異質性(Autoregressive Conditional Heteroscedasticity ,ARCH)模型可以有效的修正波動度群聚不足的缺點，並降低歷史波動度的估計誤差。而在使用過去的資料來進行未來的波動度預測時，以經被許多的研究證實無法準確的預期未來的真實波動，會有許多偏誤的存在。像 Andersen and Bollerslev(1998)、Barndorff Nielsen and Shephard(2003)指出日報酬資料包含太多的噪音，運用其進行預測將會產生偏誤針對於此一問題，Latane and Rendleman(1976)以及 Chiras and Manaster(1978)研究能夠更好的預期未來波動度的變數，並且發現使用隱含波動度來預測時，相較於使用歷史波動度有著更加良好的預測效果。在研究隱含波動度此一變數的特性方面，Harvey and Whaley(1991)則是認為隱含波動度的波動現象，其實是反映出市場上對於波動的預期。Christensen and Prabhala(1998)更針對美國的 S&P100 指數選擇權此一標的物進行研究，發現隱含波動度不只是在預測未來波動度具有一定程度的預測能力，並且在使用隱含波動度來預測時其中所包含歷史波動度所擁有的資訊。

但在另一方面，有學者提出另一面看法，此一部份的學者認為隱含波動度在衡量實際波動度存在偏誤，預測能力不夠完善，這些學者如 Day and Lewis (1992)以及 Lamoureux and Lastrapes (1993)提出雖然在隱含波動度對未來波動度的預測能力上，能夠提供較多訊息，但事實上依舊不夠充分，因而導致在實際預測上依然有發生偏誤的情形。而 Canina and Figlewski(1993)在研究了美國的 S&P 100 指數選擇權之後，指出了在使用隱含波動度來預測未來波動度的情況下，不只具有

一定程度上的偏誤，而且在效率上不佳，並和實際上的波動度不存在著明顯的相關性。因此就這兩部份相反的意見為主，本研究分析不同模型導出的隱含波動度，藉此得出隱含波動度實際上對未來波動度之間預測能力以及相關性。

本文所主要研究的議題為隱含波動度，其主要的計算方式為在選擇權的理論價值相當於市場上實際價格的波動率的此一前提下，假設選擇權的理論價格為一個已知數，而價格波動率為未知數的前提之下，藉由將選擇權的定價模型反向推導，藉此求得所謂的隱含波動度，因而以此種方式所計算出來的隱含波動度，將會隨著不同的定價模型而產生不同的隱含波動度。

由於隱含波動度是由選擇權市價所推導而來，所以隱含波動率通常可以被視為一種市場上對實際價格波動率的共同預期，其中所隱含的意思代表著就整體的市場而言，此一反向推導的隱含波動度相當於市場實際價格相對於選擇權在契約的剩餘期間內的波動情形預測，隱含著在選擇權價格以充分反應所有資訊的情況下，若模型正確則所反推出的隱含波動度可做為良好的推測指標。

按照不同的資料所帶入推導得出的隱含波動度，在所隱含的資訊內涵程度上也有所不同。就通常的情況之下，使用價平的選擇權反向推導求得的隱含波動度。

第三節 Black-Scholes 模型

在使用模型來推導出隱含波動度的做法中，最為廣泛使用的便為 Black-Scholes 模型，Black-Scholes 模型起源於 1973 年 Fischer Black 和 Myron Scholes 推導出來的 Black-Scholes 選擇權定價模型，該模型為包括股票、債券、貨幣等衍生金融工具的定價方式奠定基礎，並帶給該財務領域莫大的影響。Black-Scholes 選擇權定價模型首先假設在資本市場上符合以下條件：

- (1) 該市場為一完全競爭市場
- (2) 該市場為一效率市場，因此不存在著任何套利機會
- (3) 選擇權無法再到期前提前履約，並且不發放任何股利
- (4) 在選擇權距離到期日期間內，利率和股價報酬率的變異數為已知且為一常數
- (5) 交易間不存在阻礙的因素，也就是沒有稅負和其他的交易成本
- (6) 選擇權的交易是一個連續發生的過程
- (7) 市場上的股價變動是一個連續發生的過程，並且股價的機率呈現對數常態分配(log-normal distribution)，而股價變動遵守幾何布朗運動的過程。

而以往的 Black-Scholes 選擇權定價模型，其定價公式可以表示如下：

$$C_0 = S_0 N(d_1) - K N(d_2) \quad (1)$$

$$P_0 = K N(-d_2) - N(-d_1) \quad (2)$$

(3)

$$d_1 =$$

(4)

其中：C 為買權價格；P 為賣權價格；N(x) 為標準常態分配的累積分配函數； S_0 為 t=0 時的股價；K 為履約價格；r 為連續複利的無風險利率； σ 為股價波動率；T 為選擇權距到期日的時間(以年表示)。

第四節 無模型設定隱含波動度

雖然在預測未來波動度方面優於歷史波動度，但由於 B-S 模型在模型假設上的偏誤，因而導致其在預測未來波動度方面並不是完全的準確，因為在指數選擇權的合約規格制定中，同時有不同的月份和不同履約價格，而經由這些不同的履約價格算出的隱含波動度也不同，為了能夠充分包含所有的資訊，Britten-Jones and Neuberger(2000)推導出無模型設定的隱含波動度(Model-free volatility)，此一種方法最大的特點便是不根據任何特定的定價模型，是以無套利情況下導出，而在 Jiang and Tian(2005) 更利用此一模型運用在 S&P500 指數選擇權去驗證市場的效率性，其結果顯示由於無模型設定的隱含波動度不使用特定履約價格計算而得，故相較於其他模型而言，在對於未來波動度的預測上保留了較多的資訊。

本研究主要的目的是在於檢測 Jiang and Tian(2005)所推廣出的無模型設定的隱含波動度的實證結果，並將其應用在台灣指數選擇權市場波動度的估計上，是否也具有相同的效率性，雖然在此研究之前，已經有許多篇針對波動度所做的相關研究，但是將無模型設定的隱含波動度套用在研究台灣指數選擇權的文獻並不多，因此希望藉由本研究提供之後的研究者一些參考資料。

第三章、資料敘述與研究方法

第一節 無模型設定的隱含波動度

無模型設定的隱含波動度(Model-Free Implied Volatility)為依預測未來波動度的方法，最早由 Britten-Jones and Neuberger(2000)推導出，在標的資產服從擴散過程的假設前提下的無模型設定隱含波動度，與傳統隱含波動度不同，沒有根據特定的選擇權定價模型，而且是根據無套利的情況下所推導出來的。

之後 Jiang and Tian(2005)進一步的將無模型設定的隱含波動度進行推廣和簡化，並將其套用在指數選擇權進行實證分析，並用無模型設定的隱含波動度檢測了選擇權市場的資訊效率性，最後提出了結果證明無模型設定的隱含波動度可解釋 Black-Scholes 隱含波動度和歷史波動度所包括的資訊，並且更加有效的來預測未來波動度。

1.VIX 指數

在 White Paper(2009)提出的 VIX 計算過程中，VIX 成為無模型設定的隱含波動度，因其計算方便性，故本篇研究採用 CBOE VIX White Paper(2009)的方法，用來計算台股指數選擇權的無模型設定隱含波動度。

VIX 指數計算的主要方式是以 S&P500 指數選擇權權利金價格反推所得出的隱含波動度，並利用插補法的方式將買權及進遠月份等波動度所計算而成。由於 VIX 指數可以認為是市場投資人對未來市場波動的預期，波動度指標上揚，表示市場投資人認為未來市場價格波動的程度會劇烈變動，與此同時，也反映出市場投資人對於市場的不安心理，而當波動度指標下降的時候，反映市場投資人認為未來市場價格波動的程度會和緩，此 VIX 指數是 S&P500 指數未來 30 天的隱含波動度，因此本篇研究依據 CBOE VIX White Paper(2009)的方法，將標的物換成台股指數選擇權，算出無模型設定的隱含波動度。

第二節 資料篩選

根據 CBOE VIX White Paper(2009)的方法，依據以下步驟進行資料篩選：

- 1.找出每日不同到期日的價平選擇權，並將每日近月(nearby)到期及次月(the second nearby)到期且履約價格相同買權和賣權，作相減取絕對值，其最小值則為履約價格(K_0)的價平選擇權
- 2.找出價外選擇權，保留履約價格(K_i)比(K_0)大的買權及比(K_0)小的賣權，即為價內選擇權。
- 3.去除近月到期日小於7天的選擇權，該日採用第二近月與第三近月到期契約。
- 4.若遇到當日資料內不同履約價格內買權或賣權種類小於兩種，則使用插補法算出第三種履約價格之選擇權價值。
- 5.根據公式計算出每一契約的波動度

(5)

$$\sigma^2 = 2/TQ(K_i) - 1/T$$

其中公式中的各項變數， σ^2 為 σ^{MF} /100；T 為年化到期期限；F 為期貨價格； K_0 為價平選擇權之履約價格； K_i 為第 i 個價外選擇權之履約價格；若為買權，則 $K_i > K_0$ 。若為賣權，則 $K_i < K_0$ ；為第 i+1 個和 i-1 個履約價格差除以 2 之值，若 K_i 為最低履約價格時，則為第二低的履約價格與最低的履約價差。R 為定存利率； $Q(K_i)$ 為履約價格 K_i 下之選擇權價格。

(六).依據公式算出近月到期及第二近月到期契約之波動度，分別為 σ_1^2 及 σ_2^2 ，再依以下公式求出每日 30 天期的無模型設定的隱含波動度(σ^{MF})

$$\sigma_{MF} = 100*$$

(6
)

*

其中公式中的各項變數： T_1 為近月到期契約之年化到期期間； T_2 為第二近月到期契約之年化到期期間； T_{30} 為將 30 天年化之值，即 30/365。

經由以上計算得出每日 30 天期的無模型設定的隱含波動度，本篇研究所使用之無風險利率為定存利率，資料來自於 TEJ 資料庫，期間為 2012 年 1 月 2 日至 2014 年 12 月 31 日。

第三節 真實波動度和歷史波動度

除了無模型設定的隱含波動度，本篇研究另外還需真實波動度和歷史波動度。本文所使用的真實波動度計算方式為將每日台股指數的現貨價格，計算其 30 天期的報酬率標準差乘以根號 252，最後得出真實波動度(σ_{RE})。

在歷史波動度的計算方面，本研究使用過去一個月的真實波動度作為估計值，先前 Canina and Figlewski(1993)採用最近一個交易日的真實波動度作為歷史波動度的估計值，是由於波動過程近似於 Markov 過程。而本研究所使用將前 30 天期的報酬率標準差作為本文歷史波動度的估計值。

第四章、實證結果分析

第一節 研究樣本與資料來源

目前台灣期貨市場選擇權交易量，以指數選擇權為大宗，佔全體比重約 98% 以上；其中又以台指選擇權的交易量最大，占比常常超過 95% 以上。台指選擇權其標的為台股指數，履約價格和報價方式與歐式選擇權一致。

考量到不同類型選擇權在對應標地有所差異，且為了盡量減少因時間和資訊不同步所造成的交易風險和流動性的風險，本篇文章在此選擇以每季月到期選擇權(Quarterly option)為主，將剩餘到期期間固定在同一水準，減少因時間所造成的資訊誤差。

本文資料取自台灣經濟新報(TEJ)，樣本期間為 2012/01/02 到 2014/12/31，共 744 個交易日之日資料，共 59220 筆樣本契約，每筆選擇權資料皆代表每一個選擇權的交易資訊，包含交易日期、到期期間、買賣權性質、履約價格、市場價格、交易量等。

第二節 各項波動度指數指標計算

1. 真實波動度(RE)

RE 的計算方式是將當日往後一個月的期間，計算此段期間的報酬率標準差並加以年化之後所得，其計算方式可以以下方程式表示：

(7)

σ_t^n : 自第 t 日至 $t+n-1$ 日共 n 日的 RE

r_{t+i} : 第 $t+i$ 日之股價指數報酬率

\bar{r} : n 日內股價指數報酬率之平均數。

2. 歷史波動度(HIS)

HIS 可以經由當日往前取過去一段期間，計算該期間標的報酬率標準差並加以年化表示。原則上選取的觀察期間越長，報酬率標準差所估計出來的值會越正確；但若是觀察期過長，會因包含太多過去資料，而使得在估計未來報酬率方面沒有幫助，本研究為了和其他變數保持在同一到期期間，故取一個月做為期間，

(8)

σ_{HIS} : 過去 n 日($t-1$ 至 $t-n$ 日)的 HIS， n 本研究取 30 日；

r_{t+i} : 第 $t+i$ 日之股價指數報酬率

\bar{r} : n 日內股價指數報酬率之平均數。

第三節 樣本分析

表 1 中彙整了無模型設定的隱含波動度、BS 的隱含波動度和真實波動度的基本統計量。

表 1 各隱含波動度的敘述統計量

:30	Mean	Std.Dev.	Skewness	Kurtosis	Minimum	Maximum
σ^{RE}	13.147	4.005	1.487	5.514	6.594	27.669
σ^{MF}	15.031	4.100	1.229	5.317	3.170	34.11
σ^{BS}	11.762	4.441	1.450	9.112	0.340	41.880
σ^{HIS}	14.065	5.034	1.232	3.830	6.716	27.669
$\ln\sigma^{RE}$	2.536	0.274	0.637	3.410	1.886	3.320
$\ln\sigma^{MF}$	2.676	0.257	0.170	4.506	1.153	3.529
$\ln\sigma^{BS}$	2.390	0.417	-1.627	3.778	-1.078	3.734
$\ln\sigma^{HIS}$	2.588	0.323	0.588	2.729	1.904	3.320

註解: 1. σ^{BS} 、 σ^{RE} 、 σ^{HIS} 分別代表的是無模型設定的隱含波動度、價平的 B-S 隱含波動度、真實波動度和歷史波動度； T 代表到期期間長度； N 則代表樣本數目。

由表 1 之中可以看到無模型設定隱含波動度的平均值高於真實波動度的平均值，顯示在以無模型設定隱含波動度來對真實波動度做預測的話，將會有誤差的出現。

除此之外，從表 1 之中還可以看到將各隱含波動度取對數之後的敘述統計量，由其中的偏態係數(skewness)和峰態係數(kurtosis)這兩項數值來看，首先在峰態係數的部分，可以看到各個波動度在取對數之後，相較於尚未取對數之前的數值，明顯的較為接近 0，也就是常態分配的峰態係數，而在峰態係數這一部分，也可以看到各個波動度在取對數之後，相較於尚未取對數之前的數值，清楚看出較為接近常態分配的峰態係數 3，因此，從這兩項數值來看，取對數之後的波動度，反而較為靠近常態分配的狀況，因此就此項觀察來看，如果本研究使用取對數的波動度資料來進行迴歸檢測，應能夠得到相較於使用原始波動度進行的迴歸檢測更好的結果。

表 2 30 天期波動度的相關性矩陣

Panel A: correlation matrix of volatility (N=744)				
	σ^{BS}	σ^{MF}	σ^{RE}	σ^{HIS}
σ^{BS}	1.0000			
σ^{MF}	0.7321	1.0000		
σ^{RE}	0.3315	0.4311	1.0000	
σ^{HIS}	0.2745	0.5235	0.085	1.0000

Panel B: correlation matrix of log volatility (N=744)				
	$\ln\sigma^{BS}$	$\ln\sigma^{MF}$	$\ln\sigma^{RE}$	$\ln\sigma^{HIS}$
$\ln\sigma^{BS}$	1.0000			
$\ln\sigma^{MF}$	0.6263	1.0000		
$\ln\sigma^{RE}$	0.296	0.4607	1.0000	
$\ln\sigma^{HIS}$	0.2523	0.552	0.104	1.0000

註解: 1. σ^{BS} 、 σ^{RE} 、 σ^{HIS} 分別代表的是無模型設定的隱含波動度、價平的 B-S 隱含波動度、真實波動度和歷史波動度；N 則代表樣本數目。

表 2 之中列舉了無模型設定的隱含波動度、價平的 B-S 隱含波動度、真實波動度和歷史波動度四者之間的相關(correlation)情形，首先可以看到無模型設定的

隱含波動度和價平的 B-S 隱含波動度之間的相關性情形，如同一開始預期的一樣具有高度的相關性(73.21%)，接著根據相關性圖表中各隱含波動度對真實波動度的相關性來看，在觀察無模型設定的隱含波動度、價平的 B-S 隱含波動度和歷史波動度的相關性之後可以看到，無模型設定的隱含波動度對真實波動度的相關性相較於價平的 B-S 隱含波動度和歷史波動度的相關性較高，而且在這三個波動度之中，可以看到無模型設定的隱含波動度和價平的 B-S 隱含波動度其對真實波動度的相關性都高於歷史波動度的相關性，可以知道用無模型設定的隱含波動度和價平的 B-S 隱含波動度來預測真實波動度，比起用歷史波動度來預測，因為包含著更多的資訊在其中，並且有著更多相近的特性，所以預測程度會更高，預測的成功性也會更加的提升。

本文接下來將針對無模型設定的隱含波動度、價平的 B-S 隱含波動度和歷史波動度三者對於真實波動度所內含的資訊能力以及預測能力進行檢測。

第四節、單根檢定

在進行資料的迴歸檢測之前，本研究首先針對資料的結構進行單根的檢測，以避免因為資料的不穩定性而有進行虛假迴歸的可能性存在。通常來說，時間序列資料可以分成兩種類型，非定態(Non-Stationary)和定態(Stationary)序列，其中非定態的時間序列資料對於外來的眾多衝擊效果會逐漸累積其影響，此影響不會隨著時間消失，且在經過長期的累積後會隨時間變動漸漸的偏離平均值，此種情況為非定態資料所特有的現象；而至於定態的時間序列資料，在面對外來的衝擊的時候，不同於非定態的時間序列資料，只會造成暫時性的影響，在經過衝擊之後會隨著時間而漸漸的回復，其後仍然會回到平均值上。

一般的時間序列資料皆以此假設進行回歸分析，所以依此假設，在進行回歸分析之前，必須要先針對資料進行檢定，檢查是否有非定態的情形存在。依照先

前的研究指出，如果不先進行檢測直接就非定態的資料進行回歸分析，將產生虛假迴歸(Spurious Regression)的結果，原本相互獨立的變數因為單根的存在，便會因此產生出一個回歸分析的結果不存在。

所謂的單根就是迴歸之所以有非定態情況存在的原因，在時間序列 y 中存在有單根的情況下，意思就是指此時間序列 y 他會持續且長期性的隨機移動，也就是說外在的衝擊所對於內生的變數產生的影響是持續且持久的，並且任何一次的外在衝擊都會對時間序列資料產生恆久的改變，因此在處理時間序列資料時，必須要優先解決掉單根問題，否則便無法利用迴歸來進行分析，因此，在進行下一步的分析之前，必須先利用單根檢定檢查資料間的定態關係，才能繼續後續的研究步驟。

此處本研究進行單根檢定的方法為 ADF 單根檢定，此檢定的虛無假設為時間序列資料具有單根，對立假設則是時間序列資料為定態資料，因此，在檢定的結果之中，我們必須要得到足夠拒絕虛無假設的結果，才能確定本研究所使用的資料為定態資料，不為外在衝擊所影響，也因此才能夠進行後續的回規模型分析。

表 3 各波動度變數單根檢定結果

	ADF
σ_{MF}	-3.849709***
σ_{BS}	-5.272357***
σ_{HIS}	-4.010168***
σ_{RE}	-2.812254*

註解: 1.*、**、***分別表示在顯著水準 10%、5%、1%下，檢定迴歸係數是否拒絕虛無假設。2、

σ_{BS} 、 σ_{RE} 、 σ_{HIS} 分別代表的是無模型設定的隱含波動度、價平的 B-S 隱含波動度、真實波動度和歷史波動度。

根據以上方式針對各波動度的資料進行 ADF 單根檢定，如結果顯著拒絕虛無假設，則表示資料為定態的情況，可以此資料型態進行回歸分析，但是如果出來結果不如我們預期的顯著拒絕虛無假設，表示目前的資料型態不是定態，甚至是非定態的情形，在此情況下，將會採取差分(differencing)的方式來使資料呈現定態，然後再重複的進行單根檢定，直至檢定結果顯著的拒絕虛無假設為止。

由表 3 中我們可以看到所使用的資料並不存在不穩定的情形，不論是無模型設定的隱含波動度、價平的 B-S 隱含波動度、真實波動度和歷史波動度都顯著的拒絕虛無假設，也就是表示如果以此資料進行回歸檢測的話，不會有虛假迴歸的情形所產生。

接著本研究將開始進行檢測，觀察隱含波動度其中所包含的資訊，觀察 B-S 隱含波動度和無模型設定隱含波動度之間所對於真實波動度包含的程度，以驗證無模型設定隱含波動度在預測真實波動度方面和 BS 隱含波動度之間的差異，是否符合預想。

第五節.隱含波動度的內含資訊

本研究接下來在此一部分將檢測無模型設定隱含波動度所隱含的資訊，並且分別就三個波動度，無模型設定隱含波動度、價平 B-S 隱含波動度相對於真實波動度的預測能力做探討。

在針對 B-S 隱含波動度中所隱含資訊所做檢測，近來研究皆一致同意 B-S 隱含波動度在預測真實波動度方面比使用歷史波動度來預測更有效果。此外，在使用 B-S 隱含波動度資料來進行估計之時，本研究是使用價平部分的 B-S 模型所導出的隱含波動度，由於相較於其他價性的 B-S 隱含波動度，價平的 B-S 隱含波動度與真實波動度的相關性最高。但與此相對的，這些研究也同時發現在其

中所包含的資訊方面，B-S 隱含波動度並沒辦法完全的將歷史波動度之中所隱含的訊息所完全的解釋，也就是在預測未來的真實波動度方面，B-S 隱含波動度是一項具有偏誤的估計值。

因此本研究在此一部分比較無模型設定隱含波動度、價平 B-S 隱含波動度相對於真實波動度的預測能力，期望能夠在無模型設定隱含波動度中觀察到有包含更多的真實波動度的資訊，以及擁有更好的預測能力。

此一部份的預測可以從圖 1 中觀察到，圖 1 為預測模型波動度與真實波動度的走勢圖，到期期間長度為 30 天期。

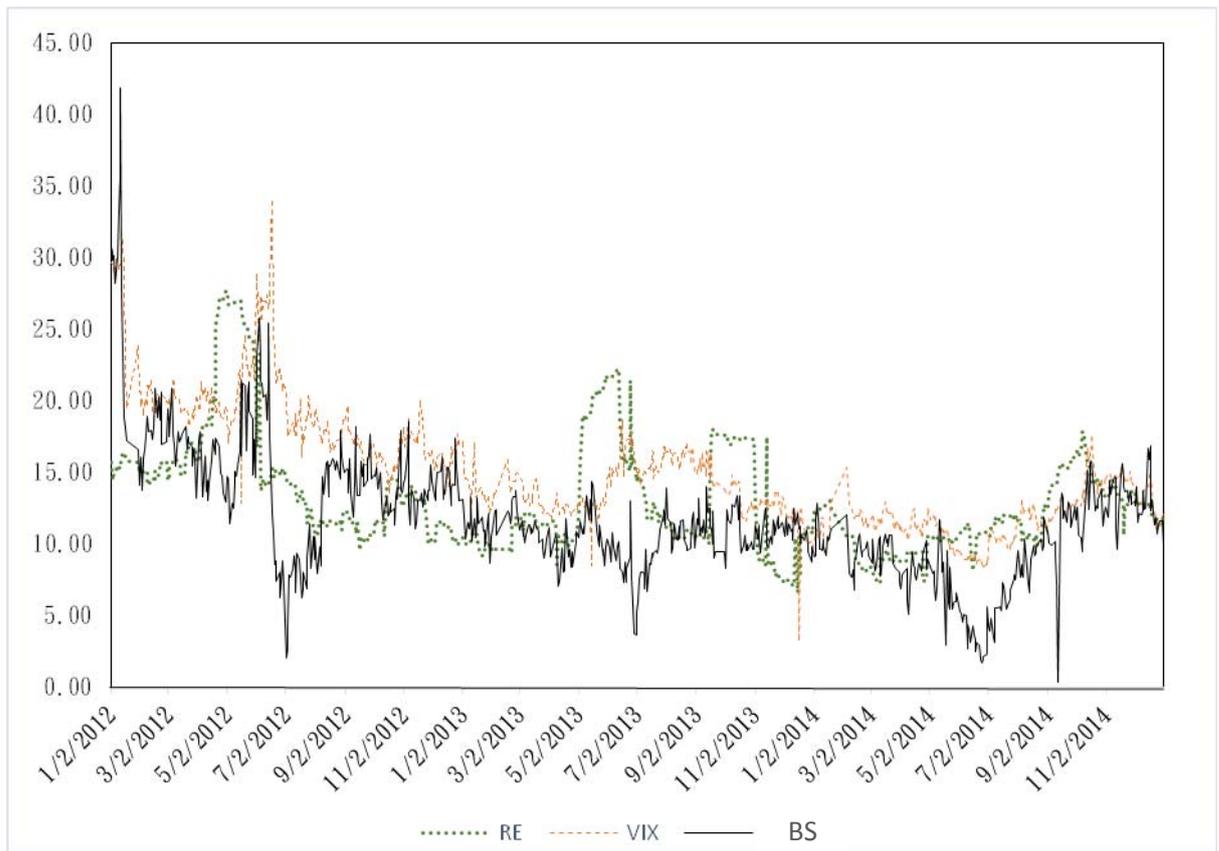


圖 1 各隱含波動度走勢圖

由圖 1 中可以觀察到，相較於真實波動度，無模型設定的隱含波動度位於價平 B-S 隱含波動度之上，並且更加的靠近真實波動度，並且就走勢來觀察，無模型設定的隱含波動度的確相較於價平 B-S 隱含波動度更加的接近真實波動度，這

方面的證據顯示，在使用隱含波動度來預測真實波動度，無模型設定的隱含波動度因為更加接近真實波動度，所以在預測的時候其性質方面相較於價平 B-S 隱含波動度來說更加的接近。由圖 1 中可以看到兩者對於真實波動度都具有一定程度的預測能力，除此之外，並沒有直接的證據能夠顯示何者在預測能力方面為較佳，因此，為了更加進一步的了解此部份的差異，接著本研究將以迴歸模型來進行分析比較。

第六節.迴歸分析模型

此一部份本文主要是利用迴歸模型分析比較 30 天期波動度資料，依據 Jiang and Tian(2005)採用以下的迴歸式來進行檢測：在單變量迴歸模式(univariate regression)之中，使用單一個自變數(independent variables)進行迴歸分析，主要希望能夠從單變量迴歸模型中看出自變數對因變數(dependent variable)的解釋能力，本篇文章之中所使用的單變量迴歸模型有三個，分別為(9)、(10)、(11)式，式子中所使用的自變數分別為無模型設定隱含波動度、價平 B-S 隱含波動度及歷史波動度，因變數皆為真實波動度。進行此一檢測的目的是在於看出個別的波動度在預測未來真實波動度的能力，以及其中所隱含的資訊。

$$\sigma_t^{RE} = \alpha_t + \beta \sigma_t^{BS} + \varepsilon_t \quad (9)$$

$$\sigma_t^{RE} = \alpha_t + \beta \sigma_t^{HIS} + \varepsilon_t \quad (10)$$

$$\sigma_t^{RE} = \alpha_t + \beta \sigma_t^{MF} + \varepsilon_t \quad (11)$$

在(9)、(10)、(11)式中， σ 代表標的資產報酬率的波動度，上標 RE、MF、BS 和 HIS 分別代表真實波動度無模型設定隱含波動度、價平 B-S 隱含波動度及歷史波動度；下標文字 t 則是代表到期期間長度。至於多變量迴歸模式，使用至少兩個以上的自變數進行迴歸分析，此一部份的迴歸其主要的目的，是在於觀察多變量迴歸之中變數之間的相對重要性，以及相互之間所包含的資訊，是否變數之間有互相所隱含的資訊。

本研究所使用的多變量迴歸模式為式(12)、(13)、(14)，接著將藉此迴歸模式來檢測分析無模型設定隱含波動度、價平 B-S 隱含波動度以及歷史波動度這三個波動度變數的預測值，其之間相對的重要性，以及在波動度預測值之間，是否也包含了其他變數的訊息。完整的式(12)、(13)、(14)多變量迴歸模型如下：

$$\sigma_t^{RE} = \alpha_t + \beta^{MF} \sigma_t^{MF} + \beta^{BS} \sigma_t^{BS} + \beta^{HIS} \sigma_t^{HIS} + \varepsilon_t \quad (12)$$

$$V_t^{RE} = \alpha_t + \beta^{MF} V_t^{MF} + \beta^{BS} V_t^{BS} + \beta^{HIS} V_t^{HIS} + \varepsilon_t \quad (13)$$

$$\ln \sigma_t^{RE} = \alpha_t + \beta^{\ln MF} \ln \sigma_t^{MF} + \beta^{\ln BS} \ln \sigma_t^{BS} + \beta^{\ln HIS} \ln \sigma_t^{HIS} + \varepsilon_t \quad (14)$$

在(12)、(13)、(14)式中， σ 和 V 分別是台指選擇權現貨價格報酬的波動率和變異數，右上角標示 RE、MF、BS 和 HIS，是分別代表真實波動度、無模型設定的隱含波動度、價平 B-S 隱含波動度和歷史波動度；右下角標示文字 t 則是代表到期期間長度，其中，單變量迴歸模型可以視為多變量迴歸模型的最簡式，若(12)、(13)、(14)式中移除其中幾項自變數，便可以得到(9)、(10)、(11)式的迴歸模型。

迴歸式的結果呈現在表 3 至表 5 之中，可由此看出所有的單變量以及多變量迴歸結果，表格中前 3 組為單變量迴歸結果，剩下後四組分別為複迴歸以及多變量迴歸結果。

第七節.波動度預測模型的實證分析

本文主要分析 30 天期的波動度資料迴歸結果，在主要分別對三個單迴歸變量進行討論前，先進行波動度估計量的假說，假說有三部份，首先為 $H_0: \beta = 0$ 。若迴歸式中的波動度預測值並未隱含未來波動度的重要資訊，則此一波動度預測值的斜率為 0，因此若拒絕，表示此一波動度隱含了未來波動度一定程度的資料。

此處假說有三：

$$1. H_0: \beta^{MF} = 0 \quad (15)$$

$$: \beta^{BS} = 0 \quad (16)$$

$$3. H_0: \beta^{HIS} = 0 \quad (17)$$

右上角所標示的文字 MF、BS、HIS 分別代表的是無模型設定的隱含波動度、B-S 隱含波動度和歷史波動度的預測值。在一般的顯著水準之下，檢定單變量的迴歸，其結果若顯著的拒絕，也就是不接受 $H_0: =0$ 的虛無假設，代表著波動度預測值的斜率係數 β 顯著的不等於 0，而此一結果也正說明了本研究在單變量迴歸之中的三個波動度預測值，都隱含著真實波動度的重要資訊。

接著為單變量迴歸的假說，分別為 $H_0: \alpha =0$ 和 $\beta =1$ ，若迴歸中的波動度預測值於未來的波動度為不偏估計式，則代表此一波動度為未來波動度的不偏估計式，則此一波動度的斜率係數 β 應為 1 且截距項 α 應為 0。所以應拒絕虛無假設，反之則代表該波動度是未來波動度的不偏估計式。在此一部份列出以下三項假說檢定：

$$1 \quad H_0: \alpha =0 \text{ and } \beta^{MF} =1 \quad (18)$$

$$H_a: H_0 \text{ is not true}$$

$$2 \quad H_0: \alpha =0 \text{ and } \beta^{BS} =1 \quad (19)$$

$$H_a: H_0 \text{ is not true}$$

$$3 \quad H_0: \alpha =0 \text{ and } \beta^{HIS} =1 \quad (20)$$

$$H_a: H_0 \text{ is not true}$$

此一部份用來檢驗假說的方法為 F 檢定，而以上三個假說的 F 檢定的檢定

統計量結果標示在表 4 中，其欄位名稱為[F test(a)]的項目之中，在每個檢定統計量之下括弧的數字，代表的是這個檢定結果的 p 值。接著，本研究繼續所要討論的是 30 天期波動度的多變量迴歸結果，針對於此，本研究也做了四個假說，主要的目的是希望藉由檢定結果來觀察 B-S 隱含波動度對歷史波動度、無模型設定隱含波動度對 B-S 隱含波動度、無模型設定隱含波動度對歷史波動度以及無模型設定隱含波動度對其他兩個波動度的資訊效率性。

主要使用的假設檢定如下：

$$1. H_0: \alpha = 0 \text{ and } \beta^{BS} = 1, \beta^{HIS} = 0 \quad (21)$$

$$H_a: H_0 \text{ is not true}$$

$$2. H_0: \alpha = 0 \text{ and } \beta^{MF} = 1, \beta^{BS} = 0 \quad (22)$$

$$H_a: H_0 \text{ is not true}$$

$$3. H_0: \alpha = 0 \text{ and } \beta^{MF} = 1, \beta^{HIS} = 0 \quad (23)$$

$$H_a: H_0 \text{ is not true}$$

$$4. H_0: \alpha = 0 \text{ and } \beta^{MF} = 1, \beta^{HIS} = 0, \beta^{BS} = 0 \quad (24)$$

$$H_a: H_0 \text{ is not true}$$

這一部份的檢驗使用的方法依然為 F 檢定，而以上四個假設檢定式的 F 檢定的檢定統計量，列於本文中的表 4 至表 6，列式在欄位[F test(b)]的表格中，而在 F 檢定統計量下方括弧中的數字，代表的是這個檢定結果的 p 值。

其中式(21)至(24)分別檢驗 B-S 隱含波動度對歷史波動度、無模型設定隱含波動度對 B-S 隱含波動度、無模型設定隱含波動度對歷史波動度以及無模型設定隱含波動度對其他兩個波動度的資訊效率性。此外，本研究藉由觀察表中各迴歸的修正後判定係數(Adjust R²)，分析各 30 天期計算而得波動度預測值，其在各迴歸式中所能夠解釋真實波動度的程度，如修正後判定係數(Adjust R²)越高，表示此一波動度預測值能夠保留更多對於真實波動度的預測資訊。

首先所要探討各項隱含波動度針對真實波動度的資訊效率性，從表 4 的各項

迴歸和檢定結果來看，單變量的檢定結果皆顯著的拒絕虛無假設，也就是代表著波動度預測值的斜率係數顯著異於0。此一現象表示各波動度預測值皆包含了未來波動度的重要資訊。而就檢定(18)至(20)來看，皆顯著拒絕虛無假設，表示各波動度不為未來波動度的不偏估計式。

而檢定(21)至(24)來看的話，皆顯著拒絕虛無假設，表示波動度之間有互相包含資訊，但沒有完全隱含進去，接著從修正後判定係數來看，單變量迴歸結果以無模型設定隱含波動度最高，但在加入其他變數，甚至是多變量迴歸來看，其增加的幅度依舊不多，表示模型的解釋能力提升的程度不多，意即此時的無模型隱含波動度包含到了B-S 隱含波動度和歷史波動度的資訊。在表4的迴歸結果來看，首先無模型設定隱含波動度、B-S 隱含波動度和歷史波動度的單變量迴歸結果看來，皆隱含著未來波動度的資訊，接著在複迴歸方面，可以看到歷史波動度皆不顯著，表示相較而言，B-S 隱含波動度和無模型設定隱含波動度包含著更多的資訊，最後是多變量迴歸，可以看到相較於B-S 隱含波動度，無模型設定隱含波動度隱含更多未來波動度的資訊。

表4 波動度 σ_t 之迴歸結果

	α	β_{B-S}	β_{HS}	β_{B-S}	Adjust R	F test(a)	F test(b)
σ_t							
	6.81 (0.504)	0.421*** (0.032)			0.184	319.62 (0.00)	
	9.63 (0.392)		0.298*** (0.031)		0.108	503.16 (0.00)	
	12.195 (0.435)			0.067** (0.029)	0.005	1024.99 (0.00)	
	6.821 (0.504)	0.396*** (0.047)	0.03 (0.043)		0.184		159.95 (0.00)
	9.683 (0.493)		0.3*** (0.032)	-0.005 (0.028)	0.107		502.53 (0.00)
	7.495 (0.514)	0.52*** (0.037)		-0.154 (0.03)	0.211		177.94 (0.00)
	7.499 (0.514)	0.529*** (0.053)	-0.01 (0.043)	-0.155*** (0.031)	0.21		118.49 (0.00)

註解:表格第一列的 β^{MF} 、 β^{BS} 、 β^{HS} 是迴歸分析中解釋變數的係數，其解釋變數分別是無模型設定隱含波動度、價平的B-S隱含波動度和歷史波動度。表格中數值下方的括弧，所標示的是該估計值的標準差。F test(a)為檢定 $H_0:\alpha = 0, \beta^{BS} = 1, \beta^{HS} = 0$ 的統計量，F test(b)為檢定 $H_0:\alpha = 0, \beta^{MF} = 1, \beta^{BS} = 0$ 的統計量；統計量下方的括弧，標示的是該統計量的p-value值。*、**、***分別表示在顯著水準10%、5%、1%下，檢定迴歸係數是否為0。

接著是各波動度變異數對波動度變異數的迴歸結果，從表5來看，單變量檢定結果皆顯著的拒絕虛無假設，也就是代表著波動度預測值的斜率係數顯著異於0。此一現象表示各波動度預測值皆包含了未來波動度的重要資訊。而就檢定式(18)至(20)來看，皆顯著拒絕虛無假設，表示各波動度不為未來波動度的不偏估計式，而檢定式(21)至(24)也是顯著拒絕虛無假設，表示波動度之間有互相包含資訊，接著從修正後判定係數來看，單變量迴歸結果以無模型設定隱含波動度最高，但在加入其他變數，其增加的幅度不多，表示解釋能力提升程度不多，意即此時無模型隱含波動度已包含其他波動度的資訊。在表5的迴歸結果來看，無模型設定隱含波動度、B-S隱含波動度和歷史波動度的單變量迴歸結果看來，皆隱含著未來波動度的資訊，複迴歸方面，歷史波動度皆不顯著，表示B-S隱含波動度和無模型設定隱含波動度包含著更多的資訊，在多變量迴歸，可以看到無模型設定隱含波動度隱含更多未來波動度的資訊。

表5 波動度 V_t 之迴歸結果

	α	β^{MF}	β^{BS}	β^{HS}	Adjust R^2	F test(a)	F test(b)
V_t							
	109.9 (8.69)	0.325*** (0.03)			0.13	483.7 (0.00)	
	150.75 (6.985)		0.241*** (0.032)		0.066	531.15 (0.00)	
	180.04 (7.804)			0.039 (0.027)	0.001	1218.53 (0.00)	
	109.41 (8.74)	0.345*** (0.046)	-0.027 (0.048)		0.129		241.79 (0.00)
	153.31 (8.41)		0.246*** (0.034)	-0.015 (0.027)	0.065		265.47 (0.00)
	119.93 (8.906)	0.399*** (0.034)		-0.125*** (0.029)	0.15		256.9 (0.00)
	119.31	0.449***	-0.063	-0.132***	0.151		172.02

(8.91) (0.051) (0.048) (0.029) (0.00)

註解:表格第一列的 β_{MF} 、 β_{BS} 、 β_{HIS} 是迴歸分析中解釋變數的係數，其解釋變數分別是無模型設定隱含波動度、價平的 B-S 隱含波動度和歷史波動度。表格中數值下方的括弧，所標示的是該估計值的標準差。F test(a)為檢定 $H_0:\alpha = 0, \beta_{BS} = 1, = 0$ 的統計量，F test(b)為檢定 $H_0:\alpha = 0, \beta_{MF} = 1, = 0$ 的統計量；統計量下方的括弧，標示的是該統計量的 p-value 值。*、**、***分別表示在顯著水準 10%、5%、1%下，檢定迴歸係數是否為 0。

最後是各波動度變數取對數對波動度取對數的迴歸結果，從表 6 的各項迴歸和檢定結果來看，單變量的檢定結果皆顯著的拒絕虛無假設，代表波動度預測值的斜率係數顯著異於 0。此現象表示各波動度皆包含了未來波動度的重要資訊。而檢定式(18)至(20)皆顯著拒絕虛無假設，表示各波動度不為未來波動度的不偏估計式，而檢定式(21)至(24)也顯著拒絕虛無假設，表示波動度之間有互相包含資訊，接著從修正後判定係數來看，單變量迴歸結果以無模型設定隱含波動度最高，但在加入其他變數後增加不多，表示解釋能力提升不多，意即無模型隱含波動度包含其他變數的資訊。在表 6 的迴歸結果來看，首先單變量迴歸結果看來，皆隱含著未來波動度的資訊，在複迴歸可以看到歷史波動度皆不顯著，表示 B-S 和無模型設定隱含波動度包含著更多資訊，而多變量迴歸，可以看到無模型設定隱含波動度隱含更多未來波動度的資訊。

表 6 波動度 $\ln\sigma_t$ 之迴歸結果

	α	β_{MF}	β_{BS}	β_{HIS}	Adjust R	F test(a)	F test(b)
$\ln\sigma_t$							
	1.226 (0.093)	0.489*** (0.034)			0.211	217.19 (0.00)	
	9.63 (0.392)		0.298*** (0.031)		0.009	1224.79 (0.00)	
	2.308 (0.08)			0.088* (0.03)	0.005	870 (0.00)	
	1.228 (0.093)	0.481*** (0.044)	0.008 (0.027)		0.21		108.5 (0.00)
	2.016 (0.085)		0.189*** (0.023)	0.026 (0.03)	0.086		612.55 (0.00)
	1.36 (0.094)	0.616*** (0.04)		-0.183*** (0.032)	0.242		129.05 (0.00)
	1.357	0.632***	-0.014	-0.185***	0.242		86.04

(0.094)	(0.051)	(0.027)	(0.032)	(0.00)
---------	---------	---------	---------	--------

註解:表格第一列的 β^{MF} 、 β^{BS} 、 β^{HIS} 是迴歸分析中解釋變數的係數，其解釋變數分別是無模型設定隱含波動度、價平的 B-S 隱含波動度和歷史波動度。表格中數值下方的括弧，所標示的是該估計值的標準差。F test(a) 為檢定 $H_0: \alpha = 0, \beta^{BS} = 1, \gamma = 0$ 的統計量，F test(b) 為檢定 $H_0: \alpha = 0, \beta^{MF} = 1, \gamma = 0$ 的統計量；統計量下方的括弧，標示的是該統計量的 p-value 值。*、**、*** 分別表示在顯著水準 10%、5%、1% 下，檢定迴歸係數是否為 0。

第八節 變動性分析

接著本研究的最後一個部份，加入無模型設定隱含波動度、價平的 B-S 隱含波動度和歷史波動度估計值的變動量，藉此來觀察迴歸結果，主要是用來檢視無模型設定隱含波動度、價平的 B-S 隱含波動度和歷史波動度在加入波動度變動量之後，是否資訊隱含程度保持不變，亦或是有所改變。此部份的迴歸式如下方表示：

$$\sigma_t^{RE} = \alpha_t + \beta^{MF} \sigma_t^{MF} + \beta^{BS} \sigma_t^{BS} + \dots + \varepsilon_t \quad (25)$$

此部份的研究結果可以從表 7 中看到，由迴歸結果中可以觀察到，在原有的無模型設定隱含波動度、價平的 B-S 隱含波動度和歷史波動度變數中，包含最多未來波動度資訊的依然是無模型設定隱含波動度，而在各波動度的變動量來看，也是以無模型設定隱含波動度的變動量為唯一會影響到預測未來波動度的因子，由此可以得知相對於價平的 B-S 隱含波動度和歷史+波動度兩個波動度變數，無模型設定隱含波動度所包含的未來資訊，在變動量的加入之下依然是最多的，也因此雖然用來預測時多少準確度有所誤差，但依然可以在一定程度上解釋未來的實際波動度。

表 7 波動度 σ_t 之變動量結果

N	α	β^{MF}	β^{BS}	β^{HS}			Adjust F	F test(a)	F test(b)
σ_t									
	6.81 (0.504)	0.42*** (0.032)					0.184	319.62 (0.00)	
	9.63 (0.392)		0.298*** (0.031)				0.108	503.16 (0.00)	
	12.195 (0.435)			0.067** (0.029)			0.005	1024.99 (0.00)	
	6.821 (0.504)	0.396*** (0.047)	0.03 (0.043)				0.184		159.95 (0.00)
	9.683 (0.493)		0.3*** (0.032)	-0.005 (0.028)			0.107		502.53 (0.00)
	7.495 (0.514)	0.52*** (0.037)		-0.154 (0.03)			0.211		177.94 (0.00)
	7.499 (0.514)	0.529*** (0.053)	-0.01 (0.043)	-0.155*** (0.031)			0.21		118.49 (0.00)
	7.231 (0.517)	0.576*** (0.056)	-0.042 (0.046)	0.159 (0.031)	0.291*** (0.102)	-0.023 (0.072)	0.137 (0.119)	0.221	

註解:表格第一列的 β^{MF} 、 β^{BS} 、 β^{HS} 、、是迴歸分析中解釋變數的係數，其解釋變數分別是無模型設定隱含波動度、價平的 B-S 隱含波動度、歷史波動度及其變動量。表格中數值下方所標示的為的標準差。F test(b) 為檢定 $H_0: \alpha = 0, \beta^{BS} = 1, = 0$ 的統計量，F test(c)為檢定 $H_0: \alpha = 0, \beta^{MF} = 1, = 0$ 的統計量；統計量下方標示為統計量的 p-value 值。*、**、***分別表示在顯著水準 10%、5%、1%下，檢定迴歸係數是否為 0。

第五章、研究結論與建議

本文主要將無模型設定的隱含波動度應用在 S&P 500 指數選擇權的方法，改以 CBOE VIX white paper(2009)計算 VIX 指數方式來求算無模型設定的隱含波動度，並應用價平 B-S 的隱含波動度，以觀察無模型設定的隱含波動度應用在指數選擇權上面的資訊內涵，是否可以得出一個一致性的結果，各波動度變數之間的預測能力以及隱含實際波動資訊的程度。

實證結果發現，價平的 B-S 隱含波動度依然較歷史波動度隱含較多的資訊，但此部份仍然無法包含所有的真實波動度的資訊，意即既使使用 B-S 隱含波動度來預測實際波動，雖然較歷史波動度的隱含資訊來的多，但是在包含資訊的方面依然無法完全預測實際未來波動度，而在無模型設定隱含波動度方面，發現無模型設定隱含波動度對歷史波動度具資訊效率性，但卻對 B-S 隱含波動度不具資訊效率性，表示無模型設定隱含波動度並無法包含其他變數的所有資訊。最後，觀察無模型設定隱含波動度相對於其他兩個波動度的資訊內含程度，發現無論是加入 B-S 隱含波動度或是歷史波動度，甚至是兩者皆加入後，其預測模型的解釋能力其所提升的程度很有限，甚至是有降低的現象發生，表示無模型設定隱含波動度依舊有包含一定程度的其他變數資訊，同時，從聯合檢定中看出，無模型設定隱含波動度無法同時包含所有 B-S 隱含波動度及歷史波動度的資訊。

雖然由台股指數選擇權所算出的隱含波動度沒有如同 Jiang and Tian(2005)應用在 S&P 500 指數選擇權的預測能力高，但是依然有一致性的結果存在，像是可以看得出來無模型設定的隱含波動度依然是一個有偏誤的估計式，無模型設定的隱含波動度較價平 B-S 波動度在預測未來波動方面更有解釋力。

相較於 Jiang and Tian(2005)，本文所使用無模型設定的隱含波動度並未同時包含價平 B-S 隱含波動度以及歷史波動度所有的資訊，由此可知，想憑一個模型來預測市場波動，會無法涵蓋所有資訊而出現無法正確預測的情形發生。雖然本文並未如同 Jiang and Tian(2005)般考慮各項原因，因而導致了不是完全的無模型設定，但是在其中本文替代使用了以台指選擇權計算得來的 VIX 指數，並運用來探討其中所包含的資訊意涵，並且加入了各變數的變動量作為一影響因子，期望能夠區別各個波動度變數對於未來波動度實際預測能力的差別，結果顯示在原有變數中，包含最多未來波動度資訊的依然是無模型設定隱含波動度，而在各波動度的變動量也是以無模型設定隱含波動度的變動量為唯一會影響到預測未來波動度的因子，由此可以得知相對於價平的 B-S 隱含波動度和歷史波動度兩個波動度變數，無模型設定隱含波動度所包含的未來資訊，在變動量的加入之下依然是最多的為。

本文使用台股指數選擇權做為主要研究對象，不同於 Jiang and Tian(2005)使用的研究對象，因而受市場性質不同所影響，再者，台股指數選擇權在台灣行使的時間不如 S&P 指數來的久，導致交易量不多，此也是會影響本文結果的因素，但本文將 VIX 指數計算出無模型設定隱含波動度套用在台股指數選擇權，並且探討其隱含的資訊程度，實為本文的的貢獻之一。

第六章、参考文献

文献

- Andersen, T.G., and T Bollerslev (1998), "Answering the skeptics: Yes, standard volatility model do provide forecasts," *International Economic Review*, 885-905
- Barndorff-Nielsen, O.E., and N. Shephard (2004), "Power and bipower variation with stochastic volatility and jumps," *Journal of financial Econometrics*, 2, 1-37
- Britten-Jones, M., and A. Neuberger (2000), "Option Prices, Implied Price Processes, and Stochastic Volatility," *Journal of Finance*, 55, 839-866.
- Canina, L., and S. Figlewski (1993), "The Information Content of Implied Volatility," *Review of Financial Studies*, 6, 659-681.
- Christiansen, B. J., and N. R. Prabhala (1998), "The Relation between Implied and Realized Volatility," *Journal of Finance Economics*, 50, 125-150.
- Day, T.E., and C.M .Lewis(1988), "The Behavior of the Volatility and the Implicity in the Price of Stock Index Option," *Journal of Finance Economics*, 22, 103-122.
- Day, T.E., and C.M .Lewis(1992), "Stock Market Volatility and the Information Content of Stock Index Option," *Journal of Economics*, 52, 267-287.
- Engle, R. F. (1982), "Autoregressive conditional Heteroskedasticity with Estimates of The Variance of UK Inflation," *Econometrica*, 50, 987-1008.

- Fleming, J., Ostdiek, B., and Whaley, R. E. (1995), "Predict Stock Market Volatility: A New Measure," *Journal of Futures Markets*, 15, P265-302.
- Fleming, J. (1998), "The Quality of Market Volatility Forecast Implied by S&P 100 Index Option Prices," *Journal of Empirical Finance*, 5, 317-345.
- Gemmill, G. (1986) "The forecasting performance of stock options on the London traded options market," *Journal of Business Finance and Accounting*, 13, 535-546.
- Gwilym, O. A., and M. Buckle (1999), "Volatility forecasting in the framework of the option expiry cycle," *European Journal of Finance*, 5, 73-94
- Harvey, C. R., and R. E. Whaley (1991), "S&P 100 Index Option Volatility," *Journal of Finance*, 46, 1551-1561
- Jorion, P. (1995), "Predict Volatility in the Foreign Exchange Market," *Journal of Economics*, 50, 507-528