

東 海 大 學

工業工程與經營資訊學系

碩士論文

應用模糊預測模式於季節性
混沌時間序列資料之研究

研 究 生：施佳明

指 導 教 授：張炳騰 教授

曾宗瑤 教授

中 華 民 國 一 〇 五 年 六 月

Applying Fuzzy Forecasting Model for Seasonal Chaotic Time Series

By
Chia-Ming Shih

Advisors : Prof. Ping-Teng Chang
Prof. Tsueng-Yao Tseng

A Thesis

Submitted to the Institute of Industrial Engineering and Enterprise
Information at Tunghai University
in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science
in
Industrial Engineering and Enterprise Information

June 2016
Taichung , Taiwan

應用模糊預測模式於季節性混沌時間序列資料之研究

學生：施佳明

指導教授：張炳騰 教授

曾宗瑤 教授

東海大學工業工程與經營資訊學系

摘 要

過去二十年來，關於預測方法的發展不斷推陳出新，例如從一般的迴歸分析 (Regression Analysis)、季節性預測 (Seasonal Forecasting) 到之後的類神經網路模型 (Artificial Neural Network)，因其優異的運算及處理資料的能力而慢慢的受到重視並且蓬勃發展。

除了預測方法的演進之外，如何應用資料的類型與處理的方法也是執行預測時非常重要的一部份。由於現實生活中的時間序列資料除了一般的線性資料之外，也存在著非線性以及不確定性的資料。若僅透過一般傳統預測方法所使用的季節性預測 (Seasonal Forecasting)、趨勢調整 (Trend Adjustment) 等方法後，其所產生的預測效果是有限的。因此若欲獲得非線性以及不確定性資料的良好預測準確性，許多傳統資料處理的預測方法勢必需隨之改進。

為了改進原本的一般性預測方法，以下幾種影響時間序列資料的變動性不容忽視。例如現實環境中資料的不確定性、資料本身的季節週期現象或者是混沌現象所造成的資料變動性等等，皆可能影響資料的預測準確性。本研究依據資料變動性的不同而建構一個同時考慮不確定性的模糊現象與混沌現象之時間序列的預測模式系統，並依據資料處理手法與預測方法的不同將其套用至六種不同的模式中進行預測。(I) 不進行處理即進行預測方法套用；(II) 僅進行季節性調整；(III) 僅進行相空間重構之混沌處理；(IV) 先調整季節性後進行混沌處理；(V) 將季節性指標進一步之混沌處理；(VI) 先進行混沌處理並套用預測方法後再調整季節性。而且，此六種不同的預測模式將套用不同的預測方法來做預測結果的比較 (如傳統的迴歸分析方法、類神經網路預測方法、混沌預測方法等等)。

關鍵字詞：迴歸分析、季節性預測、類神經網路、混沌現象、模糊現象

Applying Fuzzy Forecasting Model for Seasonal Chaotic Time Series

Student : Chia-Ming Shih

Advisors : Dr. Ping-Teng Chang
Dr. Tsueng-Yao Tseng

Department of Industrial Engineering and Enterprise Information
Tunghai University

ABSTRACT

In the past decades, the developments of forecasting models which are in a steady stream of innovative models, for example, the general regression analysis, seasonal forecasting to artificial neural network models, because of their excellent capability of operating and data processing, have attracted much attention and become even more flourishing.

In addition to the evolution of forecasting methods, how to use the data types and processing methods is also an important part for executing a forecasting. In time series data for real life, besides general linear data, nonlinear and uncertainty data also exist. If only with traditional forecasting methods such as seasonal forecasting, trend adjustment, etc., the results of forecasting obtained can be limited. Therefore, if a well forecasting accuracy in nonlinear and uncertainty data is demanded, many conventional data processing methods for forecasting inevitably may be improved.

In order to improve the general forecasting methods, the following variabilities which affect the time series data cannot be ignored, such as the uncertainty in real data, cyclic phenomena of seasonality or chaotic phenomena, etc. All of these cause the variability of the data and affect the forecasting accuracy. This research, thus based on differences of data variability, constructs a time-series forecasting-model system, simultaneously considering the uncertain fuzzy phenomenon and chaos phenomenon. And it, according to the differences of data processing methods and forecasting methods, investigates and proposes six types of models: (I) No data treatment before implementing forecasting methods. (II) Only with seasonal treatment. (III) Only with phase-space reconstruction of chaotic treatment. (IV) Seasonal treatment then chaotic treatment. (V) Further chaotic treatment of the seasonal indices. (VI) Chaotic treatment before implementing the forecasting methods then seasonality treatment. Also, this research' s results are executed with comparisons of the proposed methods with methods such as traditional regression analysis method, artificial neural-network forecasting methods, chaotic forecasting methods, etc.

**Keywords : Regression Analysis, Seasonal Forecasting, Artificial Neural Networks,
Chaotic Phenomenon, Fuzzy Phenomenon**

致謝詞

時光忡忡的飛逝轉眼間又再次畢業於東海大學，回想起來在東海這個美麗的學校也讀了六年，美麗的校園中充滿了許許多多說不完的回憶，在就學的途中也遇到形形色色的人，以及結交了一群喜愛讀書玩耍的朋友們，一起經歷的許多酸甜苦辣，彼此互相鼓勵與成長至今即將前往各自的下一個旅程。

在這六年的就學旅途中要感謝的人實在太多了，不過還是要感謝東海工工這個大家庭裡的所有老師們，感謝這六年來每位老師對我的用心指導與教誨，讓我不管是課業還是生活及工作經驗上學到了不少，特別是在研究所時期我的指導教授張炳騰老師。在研究的這條路上不斷的提點我與鼓勵我，讓我不會寫程式到現在會使用演算法及運算龐大的數學式。除了課業上的指導，老師平常也把我們當成朋友一樣在看待，非常關心與照顧我們這些研究生們，暑假期間也與我們 IKS 的夥伴們一同出遊去玩樂培養感情，很慶幸自己能夠進入到東海工工這個大家庭以及進入到 IKS 這個和樂的研究室中，讓我飽受不少的關心與照顧。

最後感謝我的家人，在我當初提及想要研究所時給予我支持與鼓勵，讓我可以不留餘力的繼續念下去，在我忙碌之餘也提醒我要好好照顧自己不要挨餓受凍，成為我生活上最大的精神支柱。謝謝我身邊的所有師長及親友們，你們的鼓勵將是我成長與學習的動力之一，未來我也會繼續努力往下一個旅程邁進。

施佳明謹誌於

東海大學工業工程與經營資訊學系

中華民國一百零五年六月

目錄

摘要.....	i
ABSTRACT.....	ii
致謝詞.....	iii
目錄.....	iv
表目錄.....	vi
圖目錄.....	vii
第一章 緒論.....	1
1.1 研究背景與動機.....	1
1.2 研究目的.....	2
1.3 研究架構.....	2
第二章 文獻探討.....	4
2.1 混沌理論 (Chaos theory).....	4
2.2 模糊理論 (Fuzzy theory).....	10
2.3 混沌預測 (Chaotic forecasting).....	17
2.4 迴歸分析 (Regression Analysis).....	19
2.5 模糊迴歸預測 (Fuzz Regression Forecasting).....	23
2.6 類神經網路預測模式 (Artificial Neural Network Type Methods).....	26
2.7 模糊倒傳遞類神經網路預測模式 (Fuzzy Back Propagation Network Type Methods, Fuzzy BPN).....	29
第三章 研究方法.....	31
3.1 混沌現象判定.....	32
3.2 季節性調整與季節性指標計算.....	33
3.3 相空間重構：嵌入維度與延遲時間.....	35
3.4 混沌迴歸分析.....	37
3.5 模糊迴歸分析 (Fuzzy Regression Analysis).....	38
3.6 混沌模糊迴歸分析.....	42
3.7 混沌類神經網路預測法.....	45
3.8 模糊類神經網路預測法(Fuzzy Artificial Neural Network).....	47
3.9 混沌模糊類神經網路預測法.....	50
3.10 混沌預測法.....	51
第四章 實證結果與分析.....	53

4.1 預測誤差度評估.....	53
4.2 交通流量.....	54
4.3 聚酯加工絲產量.....	57
4.4 空氣汙染指標.....	60
4.5 台電發電量.....	64
4.6 出生人口數.....	68
4.7 IIF M3-Competition Data	71
4.8 小結.....	89
第五章 結論與未來研究方向.....	91
5.1 結論.....	91
5.2 未來研究方向.....	91
參考文獻.....	92
附 錄.....	97

表目錄

表 2.1 混沌鑑別法.....	7
表 2.2 模糊類神經預測模式.....	30
表 4.1 MAPE 預測能力尺度表.....	53
表 4.2 交通流量資料預測相關參數.....	54
表 4.3 交通流量預測誤差統整表.....	56
表 4.4 聚酯加工絲產量資料預測相關參數.....	57
表 4.5 聚酯加工絲產量預測誤差統整表.....	59
表 4.6 空氣汙染指標資料預測相關參數.....	60
表 4.7 空氣汙染指標預測誤差統整表.....	62
表 4.8 台電發電量資料預測相關參數.....	64
表 4.9 台電發電量預測誤差統整表.....	66
表 4.10 出生人口數資料預測相關參數.....	68
表 4.11 出生人口數預測誤差統整表.....	70
表 4.12 N1821 資料預測相關參數.....	71
表 4.13 N1821 產量預測誤差統整表.....	73
表 4.14 N1891 資料預測相關參數.....	75
表 4.15 N1891 產量預測誤差統整表.....	77
表 4.16 N2128 資料預測相關參數.....	78
表 4.17 N2128 產量預測誤差統整表.....	80
表 4.18 N2647 資料預測相關參數.....	81
表 4.19 N2647 產量預測誤差統整表.....	83
表 4.20 N2717 資料預測相關參數.....	85
表 4.21 N2717 產量預測誤差統整表.....	87
表 4.22 預測誤差統整表.....	89

圖目錄

圖 1.1 研究架構.....	3
圖 2.1 三角模糊數.....	12
圖 2.2 梯形模糊數.....	13
圖 2.3 重心法.....	16
圖 2.4 加權法.....	16
圖 2.5 模糊數的中心點與寬度.....	24
圖 2.6 常用非線性轉換函數.....	26
圖 2.7 倒傳遞類神經網路架構示意圖.....	27
圖 3.1 研究方法與流程圖.....	32
圖 3.2 模糊迴歸流程圖.....	41
圖 3.3 倒傳遞類神經網路(BPN)架構圖.....	45
圖 3.4 模糊類神經流程圖.....	49
圖 3.5 混沌預測流程圖.....	51
圖 4.1 交通流量資料時間序列圖.....	54
圖 4.2 交通流量各模式預測誤差圖.....	55
圖 4.3 交通流量之預測結果與誤差圖.....	55
圖 4.4 交通流量 Fuzzy BPN+SAPS 預測圖.....	56
圖 4.5 聚酯加工絲產量時間序列圖.....	57
圖 4.6 聚酯加工絲產量各模式預測誤差圖.....	58
圖 4.7 聚酯加工絲產量之預測結果與誤差圖.....	58
圖 4.8 聚酯加工絲產量 Fuzzy BPN+SAPS 預測圖.....	59
圖 4.9 聚酯加工絲產量 Fuzzy BPN+FCTSI 預測圖.....	60
圖 4.10 空氣汙染指標時間序列圖.....	61
圖 4.11 空氣汙染指標各模式預測誤差圖.....	61
圖 4.12 空氣汙染指標之預測結果與誤差圖.....	62
圖 4.13 空氣汙染指標 Fuzzy BPN+SAPS 預測圖.....	63
圖 4.14 空氣汙染指標 Fuzzy BPN+PSRC 預測圖.....	63
圖 4.15 空氣汙染指標 Fuzzy BPN+FCTSI 預測圖.....	64
圖 4.16 台電發電量時間序列圖.....	65
圖 4.17 台電發電量各模式預測誤差圖.....	65

圖 4.18 台電發電量之預測結果與誤差圖	66
圖 4.19 台電發電量 Fuzzy BPN+SAPS 預測圖	67
圖 4.20 台電發電量 Fuzzy BPN+FCTSI 預測圖	67
圖 4.21 出生人口數時間序列圖	68
圖 4.22 出生人口數各模式預測誤差圖	69
圖 4.23 出生人口數之預測結果與誤差圖	69
圖 4.24 出生人口數 Fuzzy BPN+PSRC 預測圖	70
圖 4.25 出生人口數 Fuzzy BPN+FCTSI 預測圖	71
圖 4.26 N1821 時間序列圖	72
圖 4.27 N1821 各模式預測誤差圖	72
圖 4.28 N1821 預測結果與誤差圖	73
圖 4.29 N1821 之 Fuzzy BPN+PSRC 預測圖	74
圖 4.30 N1821 之 Fuzzy BPN+SAPS 預測圖	74
圖 4.31 N1891 時間序列圖	75
圖 4.32 N1891 各模式預測誤差圖	76
圖 4.33 N1891 預測結果與誤差圖	76
圖 4.34 N1891 之 Fuzzy BPN+SAPS 預測圖	77
圖 4.35 N1891 之 Fuzzy BPN+FCTSI 預測圖	78
圖 4.36 N2128 時間序列圖	79
圖 4.37 N2128 各模式預測誤差圖	79
圖 4.38 N2128 預測結果與誤差圖	80
圖 4.39 N2128 之 Fuzzy BPN+SAPS 預測圖	81
圖 4.40 N2647 時間序列圖	82
圖 4.41 N2647 各模式預測誤差圖	82
圖 4.42 N2647 預測結果與誤差圖	83
圖 4.43 N2647 之 Fuzzy BPN+PSRC 預測圖	84
圖 4.44 N2647 之 Fuzzy BPN+SAPS 預測圖	84
圖 4.45 N2647 之 Fuzzy BPN+FCTSI 預測圖	85
圖 4.46 N2717 時間序列圖	86
圖 4.47 N2717 各模式預測誤差圖	86
圖 4.48 N2717 預測結果與誤差圖	87
圖 4.49 N2717 之 Fuzzy BPN+SAPS 預測圖	88

圖 4.50 N2717 之 Fuzzy BPN+FCTSI 預測圖	88
圖 4.51 N2717 之 Fuzzy BPN+PSRC 預測圖	89

第一章 緒論

1.1 研究背景與動機

過去二十年來，關於預測方法的發展不斷推陳出新，例如：從傳統的迴歸分析 (Regression Analysis)、季節性預測 (Seasonal Forecasting) 到之後的類神經網路模型(Artificial Neural Network)等等，除了預測方法的演進之外，如何應用資料的類型與處理的方法也是執行預測時非常重要的一部份。因此，許多研究為了提升預測的準確性而進一步的考慮許多基礎的理論來套用至預測方法上，如生物演算法 (Biology Algorithm)、模糊理論 (Fuzzy Theory)、混沌理論 (Chaotic Theory) 等等。

由於現實生活中的時間序列資料除了一般的線性資料之外，也存在著非線性以及不確定性的資料。若僅透過一般傳統預測方法所使用的季節性預測 (Seasonal Forecasting)、趨勢調整 (Trend Adjustment) 等方法後，其所產生的預測效果是有限的。因此若欲獲得非線性以及不確定性資料的良好預測準確性，許多傳統資料處理的預測方法勢必需隨之改進。

近年來隨著混沌理論的發展，使得非線性系統的分析逐漸受到矚目且能夠被加以分析，因為傳統上被認為是非常複雜無法解釋的系統現在可透過混沌理論對其進一步的了解與控制。除了混沌理論的發展外，模糊理論的發展也不容小覷，Tanaka 等人(1982)提出了模糊迴歸分析的論點，認為觀測值與估計值之間的殘差是參數的不確定性所造成的，而後續發展也有許多研究指出模糊迴歸分析對於處理不確定性的資料有相當助益。時間序列資料具高度自我相關性及不確定性，故將模糊理論應用於時間序列模式參數之估計是可行的方法。

為了改進原本的一般性預測方法，以下幾種影響時間序列資料的變動性不容忽視。例如現實環境中資料的不確定性、資料本身的季節週期現象或者是混沌現象所造成的資料變動性等等，皆可能影響資料的預測準確性。因此，本研究依據資料變動性的不同而建構一個同時考慮季節性、模糊的不確定性現象與混沌現象之時間序列的預測模式系統，並改善過去混沌時間序列預測方法未考慮季節性所造成的影響、或是未將資料所隱含的混沌現象加以分析，以及將資料的不確定性視為一種隨機現象，造成最後預測結果波動甚大的狀況。

1.2 研究目的

為了使預測結果能更精確且更加的符合實際狀況，長久以來與預測相關的文章提出了許多不同的預測模式，且不斷改進預測的方法試圖使預測結果能符合現實情況及縮小預測上的誤差。根據相關預測研究的文獻顯示可發現傳統預測上的幾個問題如下所示：

1. 部分研究將資料中的估計值與觀察值之間的殘差視為預測上的誤差而忽略了資料本身的不確定性現象。
2. 將資料的變動性歸因於季節性而忽略了混沌現象可能造成的波動。
3. 只考慮混沌變動而忽略季節性周期現象。

故本研究將根據不同時間序列資料考慮其季節性與混沌現象後，將其與模糊系統做結合來處理不確定性的資料，然後判斷該時間序列須依循何種處理模式。如時間序列是否存在混沌現象、該先處理季節性或使用預測方法後再處理、或是將季節性指標帶入預測模式中進一步的處理等等考慮因素，最後提供適當之研究模式的預測結果。

1.3 研究架構

本研究架構如圖 1.1 所示。主要是透過現有資料及預測模式進行研究方法的實證比較，並針對不同的資料處理方式與結合不同的預測模式，產生預測誤差度於本研究提出的預測方法下個別進行討論，最後依據實驗數據與結果分析來尋求最佳的預測方式。

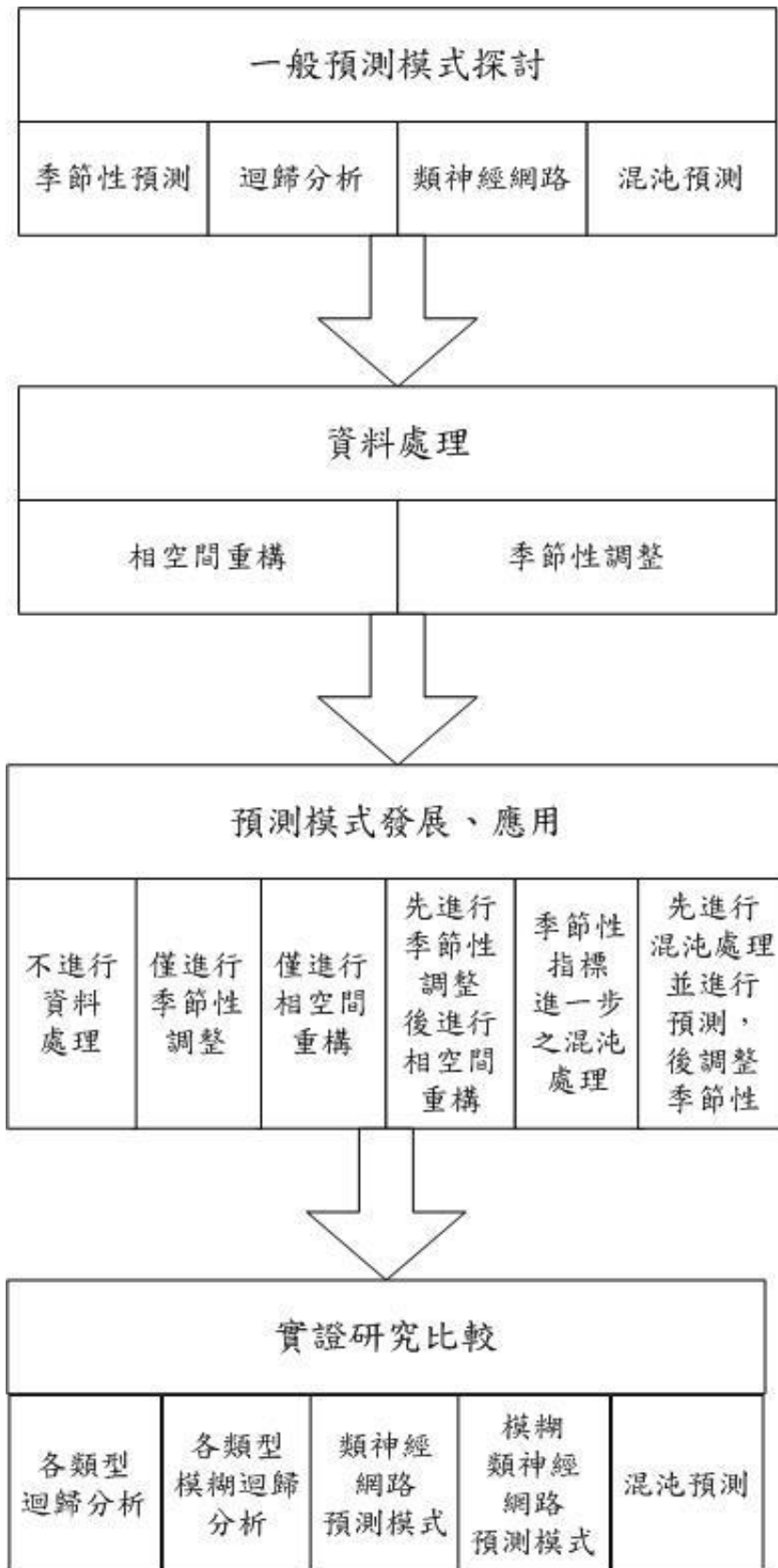


圖 1.1 研究架構 (本研究整理)

第二章 文獻探討

在傳統的預測模式中一般都是根據收集的資料型態來建立合式的模型後進行計算與預測，然而隨著混沌與模糊理論的發展，可發現混沌與模糊現象皆存在於生活許中且不容小覷。因此，本研究也將試圖同時考慮資料所隱含的混沌性、模糊現象與季節性後，將其加入工具技術於預測的發展建立預測模型，以期更準確預測資料未來變化。以下將依據各項相關文獻進行探討。

2.1 混沌理論 (Chaos theory)

『混沌』，意指一個看似隨機又無法預測的非線性確定過程(nonlinear deterministic process)，其主要在於描述一個變數於一段期間內的變動行為，看起來隨機，但實際上卻是一個確定性的現象。混沌最早是由氣象學家 Lorenz 於 1963 年提出混沌現象的存在，而且可以從複雜的偏微分系統中推導出一個能描述天氣預報簡單的三個微分方程式，即著名的勞倫茲方程式(Lorenz equations)，如式(2.1)所示，其中 s 、 r 、 b 為控制參數。

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= s(y - x) \\ \frac{dy}{dt} &= rx - y - xz \\ \frac{dz}{dt} &= xy - bz\end{aligned}\tag{2.1}$$

最後經由 Li 和 Yorke (1975) 命名為混沌。「混沌」意指看似隨機的的非線性確定過程(Nonlinear deterministic process)，其主要在於描述一個變數於一段期間內的變動行為，看起來像似隨機，但實際上卻屬於可確定的現象。

林尚儀 (2001) 研究指出在現實生活中，除了少數現象屬於線性系統外，大部分是屬於非線性的。傳統的問題處理，研究者較偏愛線性模式 (classic linear models)，主要原因是較為簡便，且易找到均衡解。隨著混沌理論的發展，非線性系統的分析逐漸受到廣泛的矚目，因為即使是簡單的非線性模式亦可能產生複雜的行為，一些非線性科學的研究成果已經改變以往對於複雜行為的看法，傳統上被認為是非常複雜沒有希望被解釋的系統，現在則可透過混沌理論對這些系統作進一步的了解或控制。

2.1.1 混沌特質

混沌是系統處於非平衡過程中所呈現的隨機行為，而非線性是產生混沌的必要條件，但並非任何非線性系統都會產生混沌，因此當系統要產生混沌現象時勢必須具備以下的特質才能產生。

1. 非線性 (Nonlinear)

在混沌理論的概念中，「非線性」才是在自然與社會中的常態。因為在自然與社會科學界，系統是動態且複雜的，無法以單一因子來決定最終的結果，事務與事務之間常常受到彼此之間的交叉影響，而產生錯綜複雜的型態。

2. 對初始值敏感 (Sensitive Dependence on Initial Conditions)

普遍稱為「蝴蝶效應」。這樣的敏感性顯現本身的誤差是由於指數增長，混沌系統呈現的行為是隨機的。因此，在初始狀態的微小差異對系統可能導致巨大的差異，導致混對系統的不可預測性。

3. 具有奇異吸子 (Strange attractors)

Ruelle & Taken (1971) 認為存在於相空間中的子集合，許多常見的動態系統，當系統軌跡隨著時間演化，往往就會進入某些特定的狀態，被限制在某特定區域中，則我們稱這些狀態是這個系統的“吸子”。Young & Kiel (1994) 在解釋吸引子時，提出了四種不同狀態的吸子。

(1) 點吸子 (Point attractor)

不管系統從甚麼初始條件出發，經長期的演化後會收斂到一個固定點，最後停止的那一點就是點吸子。

(2) 週期吸子 (Periodic attractor)

也稱為極限環 (limit-cycle)，這種系統從某一初始狀態出發，經過一段時間後直接進入週期運動，一旦系統進入週期運動，其軌道在相空間中就會收斂到一封閉曲線，周而復始、永遠循環。

(3) 擬週期吸子 (Quasi-periodic attractor)

也稱為環面吸子 (torus attractor)，由兩個或兩個以上的系統相互影響所產生，它也是一個週期性的系統，可以看成兩個不同的極限環所組成。

(4) 奇異吸子 (Strange attractor)

奇異的意思是指該吸子為一碎形 (Fractal)，而此奇異吸子會產生一個吸收的區域稱為盆地 (Basin)，將軌跡收斂在此範圍內，不致遠離發散。因此若系統處於混沌狀態時，則在相空間中 (Phase space) 存在奇異吸子。此外奇異吸子在相空間的維度是屬於一種非整數維度，這就是所謂的碎形維度。

Bobner et al. (1989) 在研究中提到，奇異吸子表示系統有一或多個潛藏的規準或原則，它會主導系統的演變，雖然千變萬化，但仍在某特定範疇內，它具有穩定的性質，可以被預測的，可視為影響系統運作的重要因素。

4. 具類週期(Quasi-periodic)的時間序列

由於混沌系統不論時間的長短，不會重複出現相同的值，而其圖形具有極高的相似性，因此混沌系統是具有未知週期的週期性現象，此週期現象又稱為類週期。在氣候學，類週期是一個表示振盪遵循的規律，沒有固定期限。Liu(1998)在「The meaning and significance of chaos」指出混沌現象具有類週期性。在形成混沌的過程中，會出現迭代循環的特性，因此在形成混沌後，不可能產生相同的輸出值，卻相當靠近，因此混沌現象界於週期與非週期之間。

5. 回饋機制(Feedback mechanisms)

混沌理論認為系統本身具有回饋機制，能將系統的輸出，再回饋轉為輸入，如此迭代形成回饋圈 (feedback loop)。混沌的系統是開放的、動態的，在系統中的回饋循環會不斷進行，並將產出的成果會回饋到系統中，成為新的輸入，並且產生波動而激發出下一波的新結構，如此反覆進行使系統狀態逐漸變成穩定狀態。

經過以上的整理我們可以發現，這些特性間是彼此相關且影響，基於混沌的本質，即使是微小的初始差異，也可能引起軒然大波，而導致系統的崩潰。此一動態的過程會繼續進行並透過重組的行為，建構出新的組織型態。

2.1.2 混沌現象判斷 (Check the Presence of Chaos)

在時間序列實證上，通常由檢視一系統是否具有奇異吸子，來判別系統是否屬於隨機、混沌抑或其他特性的系統。由幾何的角度觀示，混沌現像是屬於一種具有特別維度的碎形，可將軌跡顯示於座標為 (X_t, X_{t+1}) 的平面上，由於奇異吸子的存在，軌跡不會將平面填滿，所以軌跡圖不具有整數的維度，而是具有非整數的維度（碎形維度）。計算時間序列的碎形維度成為判斷是否具有混沌現象的依據，碎形維度的大小則為系統複雜度的依據。針對混沌現象判別的方法已經有許多學者提出量化方法或圖形，其判定方法整理如下：

表 2.1 混沌鑑別法

鑑別方法	方法說明	鑑別方式(具混沌現象)
龐加萊圖 (Poincaremap)	以圖形方式觀察混沌的動態行為；將n維的動態系統減為n-1維的間斷系統，觀察其行為。	圖形呈現特殊的結構
R/S 分析 (Rescaled Range Analysis)	計算Hurst冪數(H)，作為判斷系統是否具有持續性的指標，據此參數H推估碎形維度。	碎形維度 $D = 2 - H$ (D 值不為整數)
相關維度	以相關積分的概念，衡量資料組間之距離小於某一特定值的程度。	維度值D (D 值不為整數)
容積維度 (Capacity Dimension)	與容積維度相同，只是以機率的型態表現。	維度值D (D 值不為整數)
里亞普諾夫指數 (Lyapunov Exponent)	以軌跡追蹤的方式計算特定的關係式，直到包含所有資料，計算最大的Lyapunov指數。	Lyapunov指數 >0

(資料來源：陳信維，2000)

2.1.3 相空間重構 (Phase-space Reconstruction)

在分析複雜的動態系統時，系統雖然在時間軸上是非週期的，但受限於時間軸上所觀察到的系統變量之表徵，使得我們通常無法知道系統真正的內部情形。此時，就必須把這些訊息轉移到另一個空間中，稱為相空間 (phase space)。在 20 世紀後期，由於 Takens 早期在拓撲學方面的發展，使得深入研究時間序列的內在行為變為可能。因此，如何藉由單一變量時間序列獲得整個系統特徵，把時間序列內隱藏的訊息充分表達出來，便有了相空間重構法的提出。

假設有一筆時間序列資料 $x_i = x_1, x_2, \dots, x_N$ ，要將其嵌入一個 m 維的空間，則 m 維空間 R^m 的其中一點 X_i 可表示為：

$$X_i = [x_i, x_{i+\tau}, \dots, x_{i+(m-1)\tau}] \in R^m \quad (2.2)$$

其中， τ 為延遲時間 (Delay Time)， m 為嵌入維度 (Embedding Dimension)。

由上式可知，適當的延遲時間及嵌入維度兩項參數在相空間重構的過程中佔有舉足輕重的地位，以下將針對兩種參數的決定方法進行說明。

1. 延遲時間 τ

時間延遲如果 τ 太小，則相空間向量 $X_i = \{x_i, x_{i-\tau}, x_{i-2\tau}, \dots\}$ 中的任意兩個分量 x_i 和 $x_{i-\tau}$ 在數值上非常接近，以至於無法相互區分，從而無法提供兩個獨立的座標分量；但如果時間延遲 τ 太大的話，則兩座標在統計意義上又是完全獨立的，混沌吸引子的軌跡在兩個方向上的投影毫無相關性可言。因此需要用一定的方法來確定一個合適的 τ 值，目前用以選擇延遲時間的方法主要有交互訊息法 (Mutual Information Method) 與自相關函數 (Autocorrelation Function, ACF) 法：

(1) Fraser & Swinney (1986) 提出運用訊息理論的交互訊息法 (Mutual Information Method)

$$I(i, j) = \sum_{i,j} P_{ij}(\tau) \log \frac{P_{ij}(\tau)}{P(i)P(j)} \quad (2.3)$$

其中， s 為訊息量、 $P(i)$ 表示目前觀測值於 i 區間的機率、 $P_{ij}(\tau)$ 為目前觀測值位於 i 區間且延滯 τ 期的觀測值在 j 區的聯合機率，選擇第一個訊息量 s 最小值所對應的滯後數即為所求；此訊息量以望小特性來達到兩時間序列無相關的目的。

- (2) 時間序列的自相關函數 (Autocorrelation Function, ACF)：此方法的公式表現如下所示 (Islam et al., 1993)，

$$A(\tau) = \frac{COV(x_i, x_{i-\tau})}{V(x_i)} = \frac{E[(x_i - \bar{x}) - (x_{i-\tau} - \bar{x})]}{E[(x_i - \bar{x})^2]} \quad (2.4)$$

而此方法選擇延遲時間即為當自我相關函數圖形 $A(\tau)$ 第一次通過零點之時間，或最先下降到 $1/e$ (≈ 0.36788) 以下時即為最適延遲時間。

2. 嵌入維度 m

為了選擇一個適合的嵌入維度，首先要了解吸引子結構對嵌入維度的影響；Frazier et al. (2004) 認為，當嵌入維度增加，吸引子就會發散，當吸引子完全發散時，與吸引子相同的點就不會與之有所交集。一般選擇嵌入維度的方法有：

- (1) Grassberger & Procaccia (1983)；Elsner & Tsonis (1992)；Chen, Islam & Biswas (1998)；Porporato & Ridolfi (1997) 認為預測所需變數可由吸引子的碎形維度所決定，一般來說，給定 D 為吸引子之碎形維度，一般來說嵌入維度 m 的最小值 $\geq 2D+1$ (Takens, 1981)。
- (2) Sugihara & May (1990) 利用預測值與實際值之相關係數 (Correlation coefficient) 對應於嵌入維度的關係來繪製圖表，並找出嵌入維度 m 值於多少時，相關係數會達最高值。但隨著 m 值的增加，相關係數卻會逐漸降低，此表示若嵌入維度過高，預測準確度不但不會增加，反而會降低，此作法稱為試誤法。
- (3) 虛替最近鄰點法 (False nearest neighbor method, FNN)，其觀念為對時間序列中每一點 X_i 尋找其在 m 維空間中的鄰近點 X_n ，計算 X_i 與 X_n 兩點間之歐基米德距離 $\|X_i - X_n\|$ ，兩點之間反覆運算並計算

$$R_i = \left\| \frac{X_{i+1} - X_{n+1}}{X_i - X_n} \right\|, \text{ 若 } R_i \text{ 超過一門檻值 } R_t, \text{ 則此點即被標記為虛替最近鄰}$$

點。因此，Kennel et al. (1992)，Perez-Munuzuri & Gelpi (2000) 認為判定嵌入維度是否夠高的準則是確認 $R_i > R_t$ 的個數為零或夠小。Cao (1997) 已經將此方法發展至可有效估計出合適的嵌入維度。

2.2 模糊理論 (Fuzzy theory)

在現實生活中，每個人都擁有自己的主觀意識跟感受，所以對任何事物的看法都不近相同，因此人們常常會不自覺的說出或是表達出模糊(Fuzzy)的現象。而且人們也無法清楚的知道他人的感受，只能從他人所形容與表達來進行解讀，例如有人說：「今天天氣很冷」、「那個人很瘦」、「妳看起來很年輕」等敘述。不過也因為這樣，所以人們常常會說出很符合模糊理論的話語，而產生判斷上的差異。

模糊理論是由美國加州柏克萊大學L.A.分校的Zadeh教授於1965年在「資訊與控制」(Information and Control)學術期刊上所提出的。他在探討人類主觀或思考過程中定量化處理的方法時首先提出模糊集合(Fuzzy Sets)，其設計為將人類的經驗認知，轉化為模糊的判斷規則，並以數學函數將其隸屬度予以量化，最後推論出控制量的大小。而「模糊集合」可視為傳統明確集合的一種延伸，它不像明確集合只取0與1這2個特徵函數，模糊集合可以取0到1之間無限多個點的歸屬函數值來描述一個集合。因此，我們也可以說明確集合是模糊集合的一種特定形式。這兩種集合的最大差異在於，傳統明確集合的隸屬函數是唯一的，而模糊集合的隸屬函數可以有無限多種。所以，在不同的變異環境中，模糊系統可以藉由調整其隸屬函數的特性，而達到傳統明確集合所不能達到的適應性。

自從Zadeh教授於1965年提出模糊理論之後，由於其簡明且類似人類的推論，愈來愈被頗繁的使用於不同的研究上，不論是在學術界的理論研究，或是在業界實務的產品應用上。例如：日本將Fuzzy理論結合自動控制應用於許多家電產品上，像是Fuzzy洗衣機、Fuzzy冷氣等等；其他應用在研究上的，更是有將其與迴歸或類神經做結合來進行預測上的研究；或者是模糊邏輯系統的應用(Munakata and Jani, 1994)、控制系統、文字辨識(Chiu and Tseng, 1997)、語音辨識(Wu and Chen, 2001)、診斷程序(Stanly等人, 2003)、時間序列預測(Mendel, 2000)、智慧型機器人(Wu, 1996)、軟體工程、決策系統(Chaneau等人, 1987)等等。

2.2.1 模糊集合 (Fuzzy sets)

在現實世界中有許多的問題是無法以傳統數學上所用的二值邏輯 (Binary Logic) 來表示的，因此，Zadeh(1965) 才會提出模糊集合來改善此問題。而二值邏輯也稱為明確集合，可明確分辨元素屬於哪一個集合，亦即「是」與「否」之間可以做出清楚地判斷，通常以 0 (否) 與 1 (是) 兩個數值作表示。有些事物我們可以明確的區分，例如男、女兩個性別，然而在大多數的事物、語意表達上通常難以做明確的區分，也就是含有模糊、不明確的敘述。而模糊集合，如同人們的思維模式，將二值邏輯擴展為多值邏輯，並且用 0 和 1 之間的某個數值來表示的方法。

Zadeh (1965) 所定義的模糊集合為令 U 表示所有目標的集合其稱為論域 (Universe of Discourse)，在 U 中的模糊集合可用隸屬度函數 $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 表示，我們給定 $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 的值介於 $[0,1]$ 的實數值來表示 x 隸屬於模糊集合 \tilde{A} 的程度。則隸屬度函數 $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 與模糊集合 \tilde{A} 中元素的對應關係為： $\mu_{\tilde{A}}(x) : U \rightarrow [0,1]$ ，而 $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 就是指元素 x 隸屬於模糊集合 \tilde{A} 的隸屬度。當 $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0$ 時，表示 x 完全不屬於 \tilde{A} ；當 $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$ 時，表示 x 完全屬於 \tilde{A} 。而隸屬函數主要分為離散型 (Discrete) 及連續型 (Continuous)，其表示分別為：

1. 當論域 U 為離散型 (discrete) 的情形下，模糊集合 \tilde{A} 可表示成：

$$\tilde{A} = \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_2)}{x_2} + \dots + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_n)}{x_n} \quad (2.5)$$

其中，符號"/"為分隔符號，符號的右邊代表元素 x ，符號的左邊代表元素 x 屬於 \tilde{A} 的隸屬程度。

2. 當論域 U 為連續型 (continuous) 的情形下，模糊集合 \tilde{A} 可表示成：

$$\tilde{A} = \int_{x \in U} \mu_{\tilde{A}}(x) / x \quad (2.6)$$

其中，符號"/"為分隔符號，符號的右邊代表元素 x ，符號的左邊代表元素 x 屬於 \tilde{A} 的隸屬程度，而符號" \int "表示是一個連續的隸屬函數。而其中 $0 \leq \mu_{\tilde{A}}(x) \leq 1$ 。

2.2.2 模糊數 (Fuzzy number)

模糊數的定義是指在實數的論域 R 之下具有不確定性且能以模糊集合來表示的數，例如體重「過重」、「適中」、「過輕」。根據 Dubois and Prade (1983)對模糊數的定義，模糊數需滿足三個性質：

1. 模糊集合是定義在實數軸 R 上。
2. 模糊集合須是凸集合(Convex Set)。
3. 模糊集合須經過正規化(Normalized)處理。

一般經常使用的模糊數如下列：

1. 三角形模糊數(Triangular Fuzzy Number)

只要決定三角形模糊數的左端點(a_1)、中心點(b)、右端點(a_2)，就可以決定三角形模糊數如圖 2.1，可表示為 $\tilde{A}=[a_1,b,a_2]$ ，其隸屬度函數定義為：

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < a_1 \\ (x-a_1)/(b-a_1) & , \quad a_1 \leq x < b \\ (a_2-x)/(a_2-b) & , \quad b \leq x < a_2 \\ 0 & , \quad a_2 \leq x \end{cases} \quad (2.7)$$

其隸屬度函數圖形為：

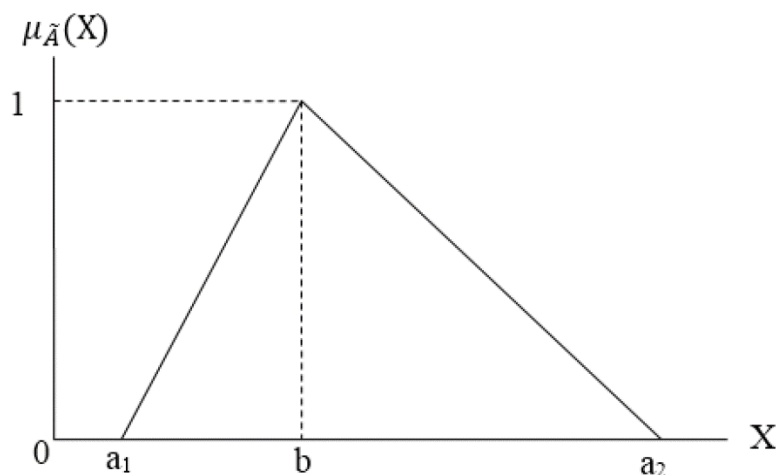


圖 2.1 三角模糊數 (資料來源：Tanaka et al., 1982)

2. 梯形模糊數(Trapezoidal Fuzzy Number)

梯形模糊數可表示為 $\tilde{A}=[a,b,c,d]$ ，如圖 2.2，其隸屬度函數定義為：

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < a \\ (x-a)/(b-a) & , \quad a \leq x < b \\ 1 & , \quad b \leq x < c \\ (d-x)/(d-c) & , \quad c \leq x < d \\ 0 & , \quad d \leq x \end{cases} \quad (2.8)$$

其隸屬度函數圖形為：

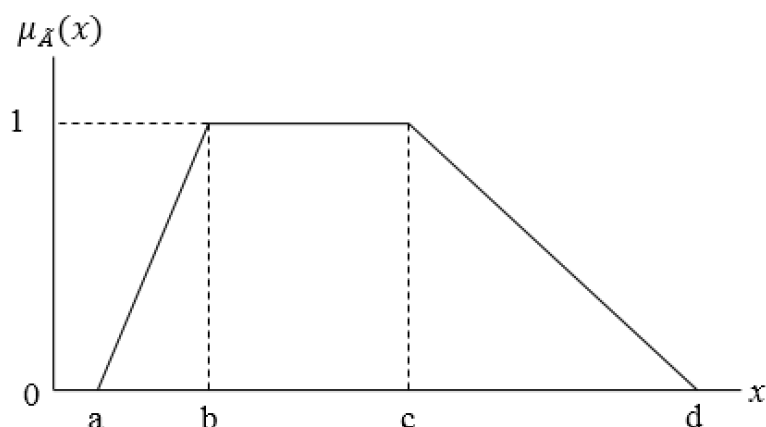


圖 2.2 梯形模糊數 (資料來源：Tanaka et al., 1982)

在一信賴區間 α 水準之下模糊集合 \tilde{A} 為明確的集合，其代表意義為在論域 U 上之模糊集合 \tilde{A} 的隸屬值 $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 需大於或等於 α 值的所有元素所構成之集合(Zimmermann, 1991)。其數學式表示如下：

$$A_{\alpha} = \{x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha, \alpha \in [0,1]\}$$

其中， A_{α} 為模糊集合 \tilde{A} 的 α 截集(cut)。

三角型隸屬函數以 α -cut 表示為：

$$A_{\alpha} = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] = [a_1 - \alpha(a_1 - a_m), a_2 + \alpha(a_m - a_2)]$$

其中， $a_1^{(\alpha)}$ & $a_2^{(\alpha)}$ 各別代表 A_{α} 的下界與上界。

2.2.3 模糊運算

根據模糊算術方法，Zadeh's sup-min 方法表示如下：

$$(A \circ B)(z) = \sup_{x \circ y = z} \min(A(x), B(y))$$

其中，sup 為任何模糊算式。

Mizumoto and Tanaka (1976) 使用相同方法在 α 截集模糊數和區間算術，Chang (2003) 和 Chang et al. (2006) 和 Chang and Hung (2006) 整理使用 α 截集模糊算術方法的文獻。 α 截集模糊算術中，模糊數基本運算公式(加法、減法、乘法、除法)可以計算的更快，在每一個 α -level 區間中，使用區間算術(Kaufmann and Gupta, 1988)。

1. 模糊數加法(Addition)

令 A 和 B 分別為兩模糊數 \tilde{A} 和 \tilde{B} ，在一信賴區間 α 水準， $A = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}]$ ， $B = [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}]$ ， $\alpha \in (0,1]$ ， $\forall \tilde{A}, \tilde{B} \subset \mathfrak{R}$ ，表示如下：

$$A_\alpha + B_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] + [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}] = [a_1^{(\alpha)} + b_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} + b_2^{(\alpha)}], \forall \alpha \in (0,1]$$

2. 模糊數減法(Subtraction)

在一信賴區間 α 水準， $\forall \tilde{A}, \tilde{B} \subset \mathfrak{R}$ ， $\alpha \in (0,1]$ ，表示如下：

$$A_\alpha - B_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] - [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}] = [a_1^{(\alpha)} - b_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} - b_2^{(\alpha)}]$$

3. 模糊數乘法(Multiplication)

在一信賴區間 α 水準， $\forall \tilde{A}, \tilde{B} \subset \mathfrak{R}$ ， $\alpha \in (0,1]$ ，表示如下：

$$A_\alpha \times B_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] \times [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}] = [\min(a_1^{(\alpha)}b_1^{(\alpha)}, a_1^{(\alpha)}b_2^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}b_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}b_2^{(\alpha)}), \max(a_1^{(\alpha)}b_1^{(\alpha)}, a_1^{(\alpha)}b_2^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}b_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}b_2^{(\alpha)})]$$

4. 模糊數除法(Division)

在一信賴區間 α 水準， $\forall \tilde{A}, \tilde{B} \subset \mathfrak{R}$ ， $\alpha \in (0,1]$ ，表示如下：

$$A_\alpha \div B_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] \div [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}] = [\min(a_1^{(\alpha)} / b_1^{(\alpha)}, a_1^{(\alpha)} / b_2^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} / b_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} / b_2^{(\alpha)}), \max(a_1^{(\alpha)} / b_1^{(\alpha)}, a_1^{(\alpha)} / b_2^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} / b_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} / b_2^{(\alpha)})] \\ \text{for } b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)} > 0, \alpha \in (0,1]$$

根據 Zadeh (1965) 的擴展原理 (Extension Principle)，可以廣義的使用一般基準 T ，取代原來的最小值，模糊數的數學運算表示如下：

1. 加法 (Addition)

$$(\tilde{A} + \tilde{B})(z) = \sup_{x+y=z} T(\tilde{A}(x), \tilde{B}(y))$$

2. 減法 (Subtraction)

$$(\tilde{A} - \tilde{B})(z) = \sup_{x-y=z} T(\tilde{A}(x), \tilde{B}(y))$$

3. 乘法 (Multiplication)

$$(\tilde{A} \times \tilde{B})(z) = \sup_{x \times y=z} T(\tilde{A}(x), \tilde{B}(y))$$

4. 除法 (Division)

$$(\tilde{A} \div \tilde{B})(z) = \sup_{x \div y=z} T(\tilde{A}(x), \tilde{B}(y))$$

2.2.4 解模糊化 (Defuzzifier)

將模糊推論後產生的結果，轉換為一明確數值之過程，稱為解模糊化。解模糊化之目的，是將模糊推論的結果，經由合理計算，將模糊集合數值轉換為一個明確的輸出值。而解模糊化的方法有很多種，下列為較常看見的解模糊化的方法：

1. 重心法 (Center of Area, COA 或 Center of Gravity, COG)

重心法是計算重疊後，區塊面積的中心點，且僅計算一次而不會被重複計算，故此為常用來解模糊的方法。

$$z^* = \frac{\int \mu_c(z) \cdot z dz}{\int \mu_c(z) \cdot dz}$$

其中， z 為輸出值， $\mu_c(z)$ 為輸出值的隸屬函數，此處 \int 為積分符號。

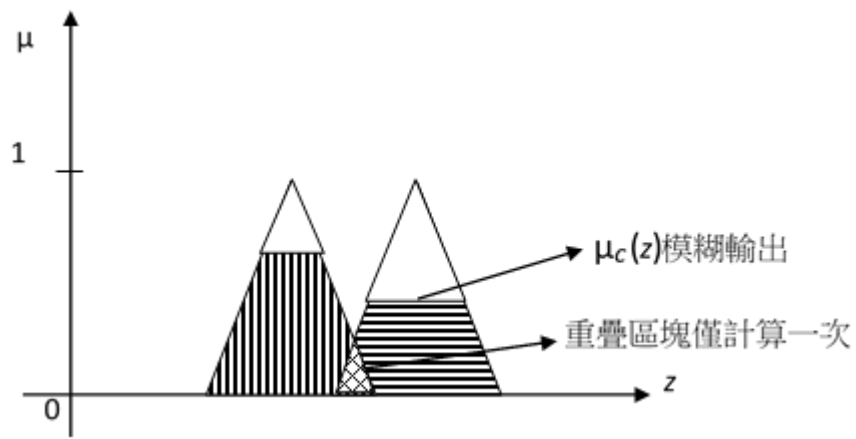


圖 2.3 重心法 (資料來源：葉松林，2007)

2. 加權法 (Weighted average method)

$$z^* = \frac{\sum \mu_c(\bar{z}) \cdot \bar{z}}{\sum \mu_c(\bar{z})}$$

其中， \bar{z} 為所對應之模糊集合的中心點， $\mu_c(\bar{z})$ 為所對應之輸出值的隸屬函數，此處 \sum 為相加總合的符號。

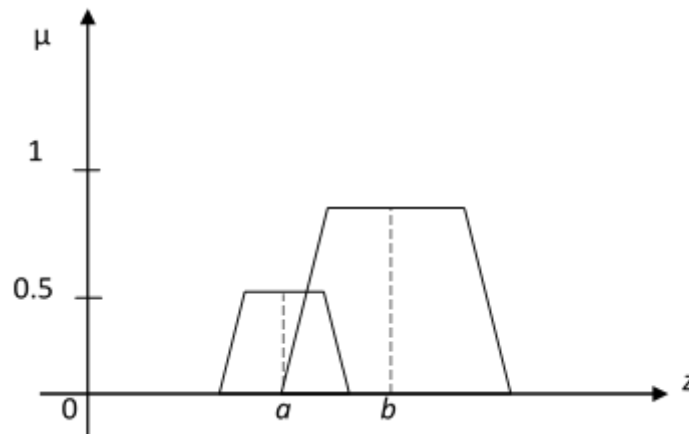


圖 2.4 加權法 (資料來源：葉松林，2007)

2.3 混沌預測 (Chaotic forecasting)

混沌理論最初於 1963 年被 Lorenz 於進行氣候實驗時所提出，其發現初始值的微小改變會造成結果值的巨大差異，更進一步提出了蝴蝶效應。爾後對於此種既隨機又隱藏規律性的現象學者們總是想盡辦法欲將之完整表述甚至進行預測。欲進行混沌預測首要必須選擇資料並判斷其混沌性，接著利用 Takens (1981) 所提出的嵌入定理 (Embedding theorem) 以及延遲方法 (Method of delays) 重構相空間，以便後續預測方法使用。

在混沌方法論的研究方面，局域近似預測法(local approximation)的第一個方法是由 Lorenz(1969)所提出，其內容為在一個混沌時間序列 $x_i(i=1,2, \dots,t)$ 中，欲預測 x_{t+1} 之值，必須先找到距現值 x_t 最近的點 x_T 後，假設 x_{T+1} 就是 x_{t+1} 的預測值，此在 Farmer and Sidorowich (1987)的分類中稱為零階近似(zeroth-order approximation);另一個方法則是選擇一群相近的鄰點，計算出這些鄰點的平均值當作代表點，以此點來做預測。

Farmer and Sidorowich(1987)進一步提出相空間(phase space)局域預測法，該研究對相空間局部近似法作最完整的描述，其對欲使用來預測的鄰點配適一階或高階的多項式，將可比上述兩種方法得到較佳的預測結果，而此也是較多研究者常使用的方法。

在實例應用方面，Chen, Islam and Biswas(1998)建立多維度相空間以預測辛辛那提的每小時臭氧濃度的變化。其以 PS(phase space)及 AR(autoregressive)分別代表局部非線性及整體線性模式比較預測結果，PS(8)模式之相對誤差 (relative error) 為 0.42；而在 AR(2)、AR(5)與 AR(10)之不同測試結果，其相對誤差為 0.92、0.94 與 0.98，明顯的以相空間局域預測法預測效果佳；此外，為探討 PS 模式之穩定性，其對不同的觀測資料數做測試，結果預測準確度並不會有顯著的改變，這說明了相空間模式可由有限的資料數中獲得潛在動態行為，且其預測準確度不會因新增加資料數而有顯著的變化。

同樣的，Perez-Munuzuri and Gelpi(2000)對西班牙西北部的雲霧吸收 (cloud absorption)時間序列、Liu et al.(1998)對美國地區的每天河流量模式，利用相同的方法構建預測模式，皆具有預測效果良好之相同結論。

Kocak, Saylan and Sen(2000)利用相空間局域預測法預測伊斯坦堡當地的臭氧層濃度，利用時間序列重建多維度空間中的吸子，採用多項式近似方式預測動態模式吸子軌道的變化，結果發現模式之預測值與觀測值間的相關係數達 0.92，相對誤差僅 0.3，預測效果比 Chen, Islam and Biswas(1998)更佳，且相對誤差在可接受的範圍內，因此可以一個確定性混沌系統建立臭氧層之預測模式。

Jayawardena and Lai(1994)的研究中預測香港的每日降雨及河流量，除了使用相空間局部近似法外，同時並使用 Autoregressive Moving Average(ARMA)構建模式與之對照。研究結果顯示，ARMA 預測之結果會低估了實際的序列資料，以相空間局域預測法會比傳統線性 ARMA 模式預測效果佳。

另外，在 Jayawardena and Lai(1994)、Chen, Islam and Biswas(1998)與 Kocak, Saylan and Sen(2000)的研究中皆有個共同的結論，那就是線性模式對混沌資料之預測效果並不佳，且不能成功的展現混沌系統之特性，這些結果顯示，以相空間為基礎所構建的模式確實會比傳統方法有較佳之預測結果。此外，相對於相空間局域預測法，另外有整體預測法(global prediction method)可供預測，包括純多項式、半徑式函數、類神經網路等皆屬此範疇。在 Kocak, Saylan and Sen(2000)的研究中指出，於預測短期之行為時，相空間局域預測法會比整體法有較佳的效果，因為此法有較大的適應力去適應吸子的局部行為。

2.4 迴歸分析 (Regression Analysis)

迴歸分析是提供一個反應(response)變數與一個或一個以上的預測(predictor)變數之間的關係去建立的統計分析方法。迴歸分析的主要目的是做預測，目標是發展一種能以一個或多個預測變數的數值來做為應變數的預測方法。迴歸分析依據使用方法的不同可分為簡單的線性迴歸(Simple Linear Regression) 和複線性迴歸(Multiple Linear Regression)以及非線性的二次迴歸(Quadratic Regression) 等等，以下針對不同的迴歸類型進行說明。

2.4.1 線性迴歸分析 (Linear Regression Analysis)

線性迴歸模型包括一個單一預測變數與反應變數，關係式如下所示：

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$$

其中 y 是反應變數， x 是預測變數， β_0 與 β_1 是未知的迴歸參數，而 ε 為預測的誤差項。這些參數在典型上是未知的與必須是從一個資料樣本中被進行估計。誤差項 ε 提供由直線模型方程式所界定真正資料所產生的差距或離插提出解釋(余桂霖，2013)。我們通常會認為 ε 為一種統計上的誤差，如此我們把它界定為一個隨機的變數及促使他的分配做某些假設。通常將其假設服從常態分配如下所示：

$$\varepsilon \in N(0, \sigma^2)$$

因此，反應變數 y 在任意的 x 值之下服從平均數為 $\beta_0 + \beta_1 x$ ，而變異數為 σ^2 的常態分配。

迴歸模型的參數稱為迴歸係數(Regression Coefficients)，在典型上最常用來估計迴歸係數的方法是最小平方法(Least Square Method)。其目的在於使殘差平方和達到最小，而所謂的殘差指的是實際值與迴歸線之間的差距，殘差平方和可表示如下：

$$S = \text{Min} \sum \varepsilon^2 = \sum (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)^2$$

其中， (x_i, y_i) 代表第 i 個觀察值， $i=1, \dots, n$ 。將上述式子針對 β_0 與 β_1 進行偏微分後，令其微分式皆為零，求解聯立方程式後即可得到 β_0 與 β_1 的估

計值分別為 $\hat{\beta}_0$ 與 $\hat{\beta}_1$ 。如下公式所示：

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_0} = -2 \sum (y_i - \hat{\beta}_0 - \sum \hat{\beta}_1 x_i) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_1} = -2 \sum (y_i - \hat{\beta}_0 - \sum \hat{\beta}_1 x_i) x_i = 0$$

求解上述的聯立方程式後即可得

$$\beta_0 = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum (x^2) - (\sum x)^2}$$

$$\beta_1 = \frac{\sum y - \beta_0 \sum x}{n}$$

因此，估算的線性迴歸式為 $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$ 。當得出估計的迴歸方程式後，即可求出預測值和殘差等。

2.4.2 複線性迴歸分析 (Multiple Linear Regression)

一般的迴歸模式在進行預測時，時常包含一個或一個以上的預測變數或迴歸變數。如果有多個以上的迴歸變數時，其採用的模式可如下所示：

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_k x_{ki} + \varepsilon$$

其中 y 是反應變數， x 是預測變數， β_k 是未知的迴歸參數，而 ε 的假設與線性迴歸中相同，當獨立變數不只一個時，反應變數與多個獨立變數之間的線性關係式稱為多元線性迴歸式，亦即複線性迴歸 (Anderson et al., 2006)。

假設有 n 組觀察值 $(x_{1,j}, x_{2,j}, \dots, x_{k,j}, y_j)$ ，其中 $j=1, \dots, n$ ，可以利用矩陣的形式來呈現，如下所示：

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_k \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}$$

根據上面的矩陣可將複線性迴歸式改寫成如下所示：

$$Y = XB + E$$

然後將其運用最小平方法來估計未知的迴歸係數 B 之值，也就是使殘差的平方和達到最小，可表示如下：

$$S = \text{Min} \sum \varepsilon^2 = \sum \varepsilon^T \varepsilon = (Y - XB)^T (Y - XB)$$

上述公式亦可改寫成

$$\begin{aligned} S &= Y^T Y - B^T X^T Y - Y^T X B + B^T X^T X B \\ &= Y^T Y - 2B^T X^T Y + B^T X^T X B \end{aligned}$$

將上述式子針對 B 進行微分後並令其等於零，即可得到 B 的解。求解方法如下公式所示：

$$\frac{\partial S}{\partial B} = -2X^T Y + 2(X^T X)\hat{B} = 0$$

上述公式亦可改寫成

$$\begin{aligned} (X^T X)\hat{B} &= X^T Y \\ \hat{B} &= (X^T X)^{-1} X^T Y \end{aligned}$$

其中， X^T 和 X^{-1} 為矩陣 X 的轉置矩陣和反矩陣。因此，估算的複線性迴歸式即為 $\hat{Y} = X\hat{B}$ 。當得出估計的複線性迴歸方程式後，即可求出預測值和殘差等。

2.4.3 二次迴歸 (Quadratic Regression)

在迴歸模式中當資料無法以線性的關係呈現時，可將其以二階多項式的形式來呈現，亦即非線性迴歸中的二次迴歸分析，採用的模式如下：

$$y_i = a * x_i^2 + b * x_i + c + \varepsilon$$

其中， y 是反應變數， x 是預測變數， a 、 b 、 c 為迴歸係數，而 ε 的假設與線性迴歸中相同，使用最小平方法來估計迴歸係數的值。上述的二次迴歸式亦可用矩陣的形式來呈現，如下所示：

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_k \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_k & x_k^2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}$$

根據上面的矩陣可將二次迴歸式改寫成如下所示：

$$Y=XB+E$$

然後將其運用最小平方法來估計未知的迴歸係數 B 之值，也就是使殘差的平方和達到最小，可表示如下：

$$S = \text{Min} \sum \varepsilon^2 = \sum \varepsilon^T \varepsilon = (Y - XB)^T (Y - XB)$$

上述公式亦可改寫成

$$\begin{aligned} S &= Y^T Y - B^T X^T Y - Y^T X B + B^T X^T X B \\ &= Y^T Y - 2B^T X^T Y + B^T X^T X B \end{aligned}$$

將上述式子針對 B 進行微分後並令其等於零，即可得到 B 的解。求解方法如下公式所示：

$$\frac{\partial S}{\partial B} = -2X^T Y + 2(X^T X)\hat{B} = 0$$

上述公式亦可改寫成

$$(X^T X)\hat{B} = X^T Y$$

$$\hat{B} = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

其中， X^T 和 X^{-1} 為矩陣 X 的轉置矩陣和反矩陣。因此，估算的二次迴歸式即為 $\hat{Y} = X\hat{B}$ 。當得出估計的二次迴歸方程式後，即可求出預測值和殘差等。

2.5 模糊迴歸預測 (Fuzz Regression Forecasting)

在傳統的統計分析模式中，我們通常假設反應變數為一個明確的數值，但在現實生活中很多觀測值並不是以單一數值的型式存在，因此許多的變數並不是一個明確的數值，而是含有多重隸屬的特性，這些觀察值雖然帶有不確定性，但這些不確定性的現象來自於模糊現象，而非隨機的現象。例如：服務業的服務態度或是購買商品使用後的滿意度，可將其分為非常滿意、滿意、還可以等，以此代表消費者的感覺程度，並無法用確切的數值來加以解釋，故使用傳統的迴歸分析並無法處理這種具有語意變數 (Linguistic Variance) 的狀況，模糊迴歸因而被提出來準確衡量或估計此種模糊的狀況。

模糊迴歸分析最早是由Tanaka et al. (1980) 提出，是一種根據模糊集合理論的方法，它涉及到不精確的可能性分佈或模糊現象以及可藉由產生模糊參數/係數來表達。模糊迴歸可表示資料的累積而不會失去資料原始的意義，以及可以分析變異性的趨勢和資料的平均值。Kim et al. (1996)指出典型的迴歸分析使用了嚴格的有關於統計特性的假設。但模糊迴歸可以緩和這些有關特性的假設，像是常態的誤差項和預測以及記載所觀察到的隨機測量誤差。當使用此方法時，不確定性或者模糊性之觀察則是藉由模糊參數相關的不明確系統結構所表示的。因此，模糊迴歸方法可用於合適的明確資料和模糊資料，及處理在變數之中衡量不精確性和模糊關係(Chang et al., 2009)。不論是估計明確資料或模糊資料的模糊迴歸參數，大多數所使用的估計方法是利用線性規劃求解的方式來尋找一組能夠將明確資料或是模糊資料全部包括住的區間，再將此區間套用至三角形隸屬函數(Triangular Membership Function)上，求得一組模糊迴歸估計式。

Tanaka et al.提出之模糊迴歸方程式如下式所示：

$$\tilde{Y}(x_i) = A_0 + A_1x_{1i} + A_2x_{2i} + \dots + A_nx_{ni}$$

其中， $x_i = (1, x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ni})$ 為預測變數， $A_m (m=1, \dots, n)$ 為模糊係數或模糊參數， $\tilde{Y}(x_i)$ 為模糊反應變數。一般假設模糊參數 A_m 具有三角形的隸屬函數。因此，模糊反應變數 $\tilde{Y}(x_i)$ 的隸屬函數也屬於三角型式。然而再估計模糊參數 A_m 時，一般先假設其隸屬函數為三角型式， A_m 的隸屬函數可表示為：

$$\mu_{A_m}(t) = \max \left\{ 1 - \frac{|t - \alpha_m|}{c_m}, 0 \right\}, \quad -\infty < t < \infty$$

其中， α 為三角隸屬函數的中心點(Mode)， c 為三角隸屬函數的分布半徑或寬度(Spreads)。 α 、 c 和隸屬函數 $\mu_{A_m}(t)$ 的關係如下圖所示：

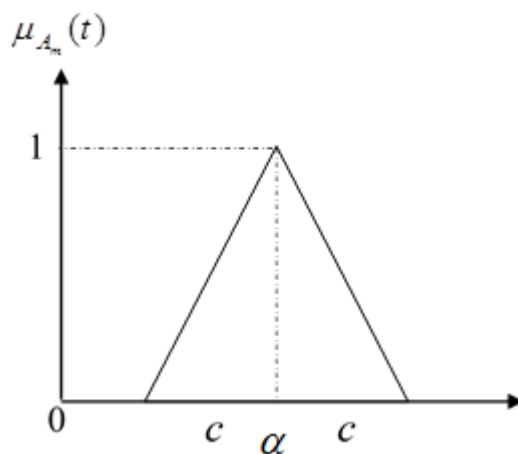


圖 2.5 模糊數的中心點與寬度 (資料來源：Tanaka et al., 1982)

為了方便表示，可令模糊參數 $A_m = (\alpha, c)$ ，則模糊迴歸可改寫成：

$$\begin{aligned} \tilde{Y}(x_i) &= (\alpha_0, c_0) + (\alpha_1, c_1)x_{1i} + (\alpha_2, c_2)x_{2i} + \dots + (\alpha_n, c_n)x_{ni} \\ &= \left(\sum \alpha_m x_m, \sum c_m |x_m| \right) = (\alpha^t x, c^t |x|) \end{aligned}$$

其中 $|x| = (|x_1|, \dots, |x_m|)^t$ ，那麼上述公式Y的對稱三角隸屬函數可用以下公式表示：

$$\mu_Y(y) = \begin{cases} 1 - \frac{|y - \alpha^t x|}{c^t |x|}, & \alpha^t x - c^t |x| \leq y \leq \alpha^t x + c^t |x| \\ 0, & otherwise \end{cases}$$

由上述模糊迴歸的公式可得知模糊參數 A_m 是未知的，也是我們需要估計的部分，但先前已假設 A_m 的隸屬函數為三角型態，因此，只要估計出三角形的中心點 α 和寬度 c ，即可得知 A_m 隸屬函數的估計值。而模糊迴歸分析是在要求每一個觀測值 Y 隸屬於模糊迴歸區間的隸屬程度至少 h 的情況之下，尋求最小的模糊迴歸預測區間，如下公式所示：

$$\mu_Y(y) = 1 - \frac{y_i - x_i \alpha^T}{c^T |x_i|} \geq h, \quad \forall i = 1, \dots, n$$

其中， h 為迴歸模式配適度的門檻值(threshold)，主要是用以衡量觀測點與估計式間的配適程度。若 h 值愈大，表示觀察值與估計式間配適程度的愈好；反之亦然。在估計迴歸係數的中心點 α 和寬度 c 時，Tanaka et al.(1980)建議 h 值須大於某特定值 H ，以確保觀察值與估計值間的配適度能保持在水準 H 之上。當 H 值取得愈大（愈接近 1），則模式之估計區間會愈寬，表示估計之預測式的精確度愈差；反之亦然。

除了上述所提及的使用線性規劃法來求解外，Diamond (1988)研究提出有別以往使用的區間迴歸法，利用傳統最小平方方法的觀念來求出一個模糊迴歸模式，以估算(approximate)反應變數的觀察值，並非如區間迴歸中的包含觀察值。在其迴歸式中，利用反應變數的觀察值與估計值的模糊數值之最小值、最可能值與最大值，定義兩者之間的距離，以衡量迴歸模式與模糊資料之間的最佳配適度的情況。

模糊迴歸應用上比統計迴歸更具彈性。統計迴歸通常需要大量資料以支持其假設，而模糊迴歸卻無此需求。因此當資料量不足或隨機性難以驗證時，模糊迴歸是較強健的(Robust)，同時，當所蒐集之資料的不確定性乃來自於人類之主觀判斷時，模糊迴歸較具適用性。

從早期到目前已發展出多種模糊迴歸模式求解方式，例如：Tanaka et al.(1982)使用可能性迴歸(possibilistic regression)來最小化模型中的模糊值；Diamond (1988)使用最小平方誤差當作合適的標準來模糊最小平方迴歸；Sakawa &Yano (1992)將Tanaka的方法擴展到依變數及自變數皆是模糊集合的情況，並將之稱為多目標線性迴歸法(Multiobjective Linear Regression Model)；Moskowitz 與Kim (1993)探討不同水準值下，模糊迴歸模式的求解與模式配適程度，以及Körner 與Näther (1998)討論解釋變數與反應變數兩者皆為模糊數值的情況。同樣地，混合方法也已被提出(例如，Ishibuchi and Nii (2001)使用可能性及最小平方方法)。

另外，Muzzioli et al. (2013)也提到，大多數文獻的論文集中在模糊線性迴歸。然而如果變量之間的關係不是線性的，也可將有用的模糊線性迴歸模型延伸到非線性的情況下，允許更準確合適的資料。只有少數的論文(如：Hong and Do (2001), D'Urso and Gastaldi (2002), Mosleh et al. (2011)等)解決非線性的情況，多數文獻主要是使用類神經網路來處理非線性的問題。

2.6 類神經網路預測模式 (Artificial Neural Network Type Methods)

類神經網路是一種模擬生物神經網路的資訊處理系統，生物神經網路相互連結成一個高度非線性且複雜，但具有平行運算能力的資訊處理系統，而類神經網路的基本架構可由三個部分構成：處理單元 (processing element)、層 (layer)、網路 (network)，最基本的處理單元為人工神經元 (Neuron)，其主要分成三個部分：

1. 權重值(Weights)：主要為模擬不同生物神經元間連結訊號的強弱。
2. 偏權值(Bias)：模仿生物神經細胞的細胞核偏權值，即輸入訊號的加權乘積和必須要大於偏權值後，才能被傳輸至其他人工神經元中。
3. 轉換函數(Transfer Function)：大部分是用來轉化輸入訊息疊加後的輸出值範圍。處理單元的工作為將所有傳遞至此神經元的權重信號值做加總，然後將其作非線性的轉換後輸出，此部分亦稱為轉換函數。而使用不同的轉換函數是不同神經網路模型之間最大的差異，下圖 2.6 所示為最常使用的非線性雙彎曲函數 (Log-Sigmoid Function, $\text{logsig}(n)$)、非線性雙彎曲正切函數 (Tan-Sigmoid Function, $\text{tansig}(n)$) 以及線性函數 (Purelin Function, $\text{purelin}(n)$) 等。以本研究所使用的非線性雙彎曲函數為例，可將輸入的資料轉換為界於 0~1 之間的值，將其經過運算後輸出。

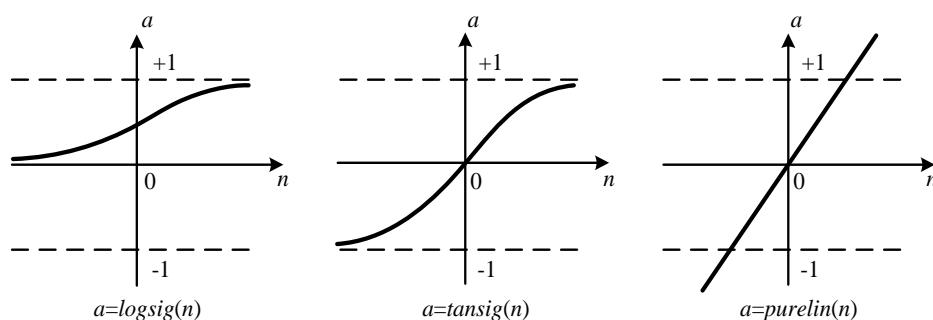


圖 2.6 常用非線性轉換函數 (資料來源：Martin Anthony, 2001)

因此，類神經網路運作可以說是經過不斷的訓練及調整節點(Nodes)之間的權重值與偏權值，使網路所計算出來的輸出值與目標值之間的誤差最小化，其計算公式可用下列函數表示：

$$Y_j = f\left(\sum W_{ij} X_i - \theta_j\right), i = 1, \dots, p; j = 1, \dots, n$$

其中 X_i 為輸入類神經網路運算的值， Y_j 為經過類神經網路運算後輸出的值， f 為一非線性的轉換函數(Transfer Function)， W_{ij} 與 θ_j 各別為類神經網路中

的權重值及偏權值，用來調整類神經網路中的值。

類神經網路的訓練方式與使用方法依網路架構又可分為前饋式 (Feed Forward Network)與回饋式 (Recurrent Network)兩種，例如，回饋式網路中最具代表性的霍普菲爾(Hopfield)網路及前饋式網路中最具代表性的倒傳遞網路(Back-propagation net)，然而在眾多的類神經網路模式中被廣泛使用的為倒傳遞類神經網路 (BPN)。而發展成熟的倒傳遞類神經網路在實際應用上也有許多應用於預測的案例；例如 Lee (2004) 將 BPN 應用於潮汐的長期預測、Xuemei et al. (2009)利用 BPN 來針對空調的負載進行預測，以及 Yoon et al. (2011)利用 BPN 來針對濱海含水層的地下水位進行預測，結果也都顯示了 BPN 的良好預測性。

Rumelhart & McClelland (1986) 提出運用誤差反向傳播算法 (Error Back-Propagation, BP 算法)的倒傳遞類神經網路為目前網路學習模式中最具代表性且廣泛被應用的網路模式，其算法結構簡單且容易應用於實際的人工類神經網路中。倒傳遞神經網路其基本原理是利用微積分的最陡坡降法 (The Gradient Steepest Descent Method) 計算，並反覆地調整類神經網路中各層節點的權重值及偏權值，使輸出的預測值與實際目標值之間的誤差達到最小化，以得到精確學習的一種演算方式 (王奕鈞，2006)。而倒傳遞類神經網路學習過程以下圖 2.7 說明：

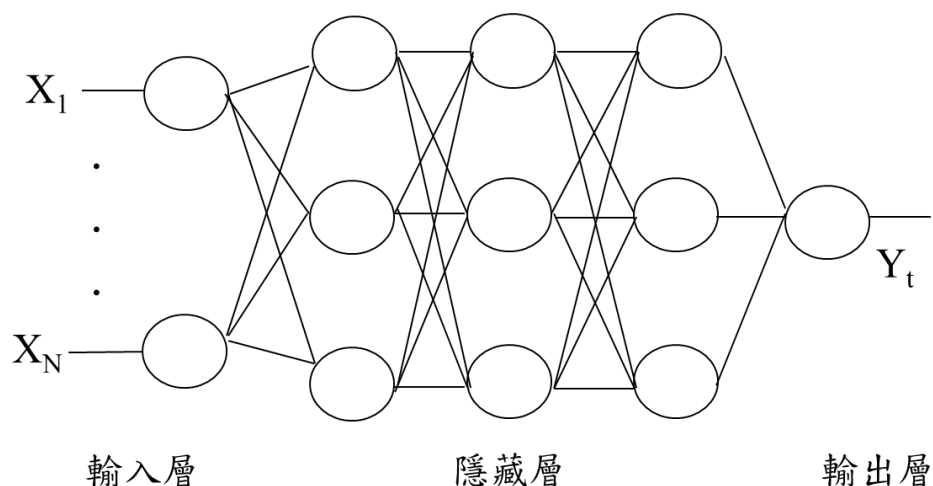


圖 2.7 倒傳遞類神經網路架構示意圖 (本研究整理)

倒傳遞神經網路(BPN)其運算過程可分為向前傳遞(Forward Pass)以及向後傳遞(Backward Pass)兩個部分。向前傳遞是將資料從輸入層開始傳輸至輸出層，一層一層向前傳遞並計算輸出值與對應目標之間的誤差。而向後傳遞則是由輸出層開始，以輸出層計算的誤差為依據，向前一層反向傳遞並修改該層各節點的權重值及偏權值，接著再將誤差逐層反向傳遞來修正各節點間的權重值及偏權值，最後產生一個最佳的權重值及輸出值。此外，在訓練類神經網路前，參數的決定將會影響類神經網路的訓練過程及最後的輸出值(王奕鈞，2006)。底下針對類神經網路於訓練中會使用的參數進行說明：

1. 隱藏層層數(Layer)

一般來說隱藏層層數將會影響到最後的預測結果，根據 Villiers & Barnard(1993)研究指出在一或二層的隱藏層在各方面皆有不錯的預測結果及較佳的收斂結果。反之，如果隱藏層個數過多將會影響到收斂結果及誤差過大的情形。

2. 訓練函數(Train Function)

訓練函數的主要目的是透過不同的演算方式來加快類神經網路的收斂速度，並提升類神經的精確度。

3. 隱藏層神經元數目(Node)

隱藏層層數太少，可能造成訓練誤差未能有效降低，也就是網路不足以反應變數間的交互作用。反之，若隱藏層層數目過多，則會造成測試誤差太大，形成過度學習的問題。

4. 學習速率(Learning Rate)&慣性因子(Momentum parameter)

學習速率太大，將會影響權重值的修正，造成訓練結果難以收斂。反之，若學習速率太小，將會造成收斂速度變慢及容易產生局域最小值(Local Minimum)。此外，慣性因子為學習速率的重要輔助工具，其作用為改善類神經網路在收斂過程中的震盪情形。

2.7 模糊倒傳遞類神經網路預測模式 (Fuzzy Back Propagation Network Type Methods, Fuzzy BPN)

在預測模式的發展中，模糊理論(Fuzzy Theory)以及類神經網路(Neural Network)目前皆成功的被運用在各種不同的領域上，且一直有良好的發展以及預測能力。由於現實狀況中大部分的資料型態都具有所謂的不確定性的模糊現象存在，因此將模糊理論結合類神經網路的預測模式相關文獻研究也因而衍生，利用模糊理論來處理不確定性的資料，並結合類神經網路優異的學習能力往往有良好的預測成果，例如 Khashei et al. (2008)利用倒傳遞類神經網路來訓練時間序列資料，再套用至模糊系統中找出最佳的上下界及預測結果，此結果優於其他類神經網路與傳統迴歸的預測方式；此外也有將模糊理論結合類神經網路進行訓練與預測的，如 Gastaldi et al. (2014)則將模糊理論結合類神經網路，亦即透過模糊類神經來預測某道路的交通量。

一般而言，類神經網路與模糊系統均具有在不須知道一個系統的數學模式下，便能成功的估測此一系統的能力。由於兩者均採用數值的方法來解決問題，這使得我們可以用數學工具來處理，同時方便以演算法完成。而這些特性正是類神經網路和模糊理論用來解決問題的方式。

類神經網路與模糊理論的共通點及差異性依據王文派與邱俊智(2010)研究指出可歸納出下面幾點：

1. 兩者均是用來模擬人類的大腦。在這方面，類神經扮演的角色便是仿造大腦中細胞的行為。即大腦中的生理結構等較低階的部份。相對的，模糊邏輯(Fuzzy logic)則是用來模擬人類的心智，推理等屬於心理成份的部份。如果我們把類神經網路比喻成大腦的硬體成份，則模糊邏輯就好像軟體部份，藉由兩者間的相輔相成，便能描述人類的種種思考行為。
2. 知識的分散式表示(Distributed representation)，就類神經網路而言，所貯存的知識被分散在節點(Node)與鏈結值(Link)。而模糊系統的一個元件，則是由不同模糊集合(Fuzzy set)上的不同的歸屬程度(Membership grade)所表達。
3. 兩者均是可以訓練的動態系統，並且在不需要知道一個連續函數的輸入，輸出間的數學關係下，便能估測此一函數。

4. 均具有歸納(Generalization)能力及容錯能力，由於知識的分散式表示以及均屬於平行架構，使得兩者均有好的容錯能力。即當本身架構受到損害時，均能展現相當強韌性(Robustness)。
5. 具有處理現實生活中因為資料的不確定或不精確等所造成的問題。儘管類神經網路與模糊系統有許多的相似性，在細微的部份，兩者還是有些差別。兩者的差異在於：如何由取樣點估測一個函數，如何表示及儲存這些取樣點，對於結構上的知識的表示與編碼方式，以及由輸入對應到輸出等等。

以下整理模糊理論結合類神經網路之預測模式的相關研究如表 2.2 所示：

表 2.2 模糊類神經預測模式 (本研究整理)

作者(年份)	方法	主題	備註
Khashei et al. (2008)	Fuzzy BPN	A new hybrid artificial neural networks and fuzzy regression model for time series forecasting	經過類神經網路運算後將其套用模糊理論來進行預測
Khashei et al. (2009)	Fuzzy BPN ARIMA	Improvement of auto-regressive integrated moving average models using fuzzy logic and artificial neural networks (ANNs)	運用兩種不同的案例比較 Fuzzy BPN 與 ARIMA 的預測結果
Chang et al. (2011)	Fuzzy BPN	Monthly electricity demand forecasting based on a weighted evolving fuzzy neural network approach	
Gastaldi et al. (2014)	Fuzzy BPN	Estimation of Annual Average Daily Traffic from one-week traffic counts	
Chen, T. (2003)	Fuzzy BPN	A fuzzy back propagation network for output time prediction in a wafer fab	
José Vieira & Mota (2003)	Fuzzy BPN BPN	Comparison between Artificial Neural Networks and Neuro-Fuzzy Systems in Modelling and Control: A Case Study	運用兩種不同案例比較 BPN 與 Fuzzy BPN 的預測結果

第三章 研究方法

本研究目的在於提出完整預測模式，將混沌理論與季節性調整處理時間序列資料，同時也將考慮模糊不確定環境下模糊集合概念與預測的方法。且如上述文獻探討所示，目前倒傳遞類神經網路預測模式結合混沌理論之預測方法均未有相關模式整合處理是否具有季節性與混沌現象並透過模糊區間來估計時間序列的預測。然而時間序列資料所具有之變動性可能包含季節性所造成的週期趨勢與波動，或是不確定性資料所隱含的模糊性，以及混沌現象中所隱含的不穩定但卻有一定規則的隨機狀態存在。因此，若只單純考量其一因素則會造成變動性未完全處理而影響預測結果。

本研究有別於以往所提出之預測模式，將深入探討季節性變動的相關因子並於預測模式中進行調整以及對於混沌現象的變動性與模糊不確定性的資料處理方法；並且將依據資料處理手法與預測方法套用順序分為六大模式：(I) 不進行處理即進行預測方法套用（以下簡稱為 Original）；(II) 僅進行季節性調整（以下簡稱為 Seasonal Adjustment, SA）；(III) 僅進行相空間重構之混沌處理（以下簡稱為 Phase-space Reconstruction, PSRC）；(IV) 先調整季節性後進行混沌處理（以下簡稱為 SAPS）；(V) 先進行混沌處理並套用預測方法後再調整季節性（以下簡稱為 PSFSA）；(VI) 季節性指標進一步之混沌處理（以下簡稱為 Further Chaotic Treatment of Seasonal Indices, FCTSI）。而且，此六種模式將各別提出多個研究方法，並探討不同領域的資料(如：交通流量、原料產量、空氣汙染指標、台電發電量等)做為預測模式之驗證及進行實際數據比較。整體方法流程如下圖 3.1 所示。

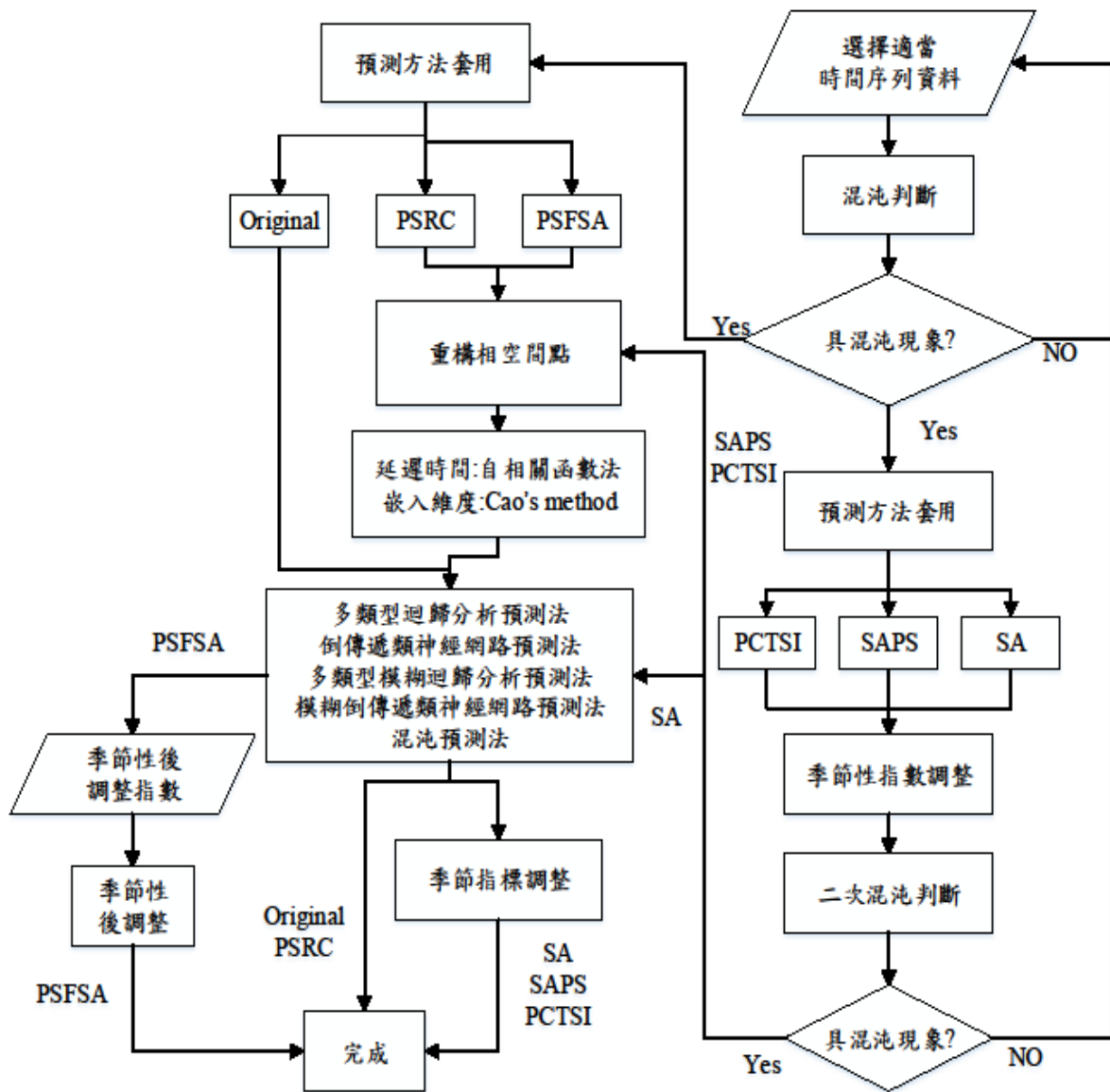


圖 3.1 研究方法與流程圖 (本研究整理)

3.1 混沌現象判定

本研究主要研究對象為具季節性與混沌現象之時間序列資料，故在資料的選取上除了需具有季節性週期之變化外，也需進行混沌現象之判定是否具備混沌現象。因此，本研究判別混沌現象的依據為計算里亞譜諾夫指數 λ (Lyapunov Exponent) 來決定時間序列資料是否具混沌現象。

藍武王(2001)研究指出里亞譜諾夫指數(Lyapunov Exponent)係用來量度動態系統中任何相鄰兩點將以多快的速率彼此接近或遠離，藉此衡量系統是否具混沌特性。一個 n 維相空間會有 n 個里亞譜諾夫指數，分別代表該系統各個獨立發散或是收斂的方向，若該系統所計算之里亞譜諾夫指數

$\lambda(x) > 0$ ，則表示兩條軌跡隨著時間而不斷遠離，即為混沌系統，判別方法如 3.1 式所示。

$$\lambda(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln[f(x_i)] \right\} \quad (3.1)$$

其中 n 為時間序列資料個數， x_i 為時間序列資料。

3.2 季節性調整與季節性指標計算

除了混沌現象之外，隨著年、月、週或天的週期變化的數據還隱含著季節性的波動現象。因此，若要準確的預測，這些常見的季節性現象不容忽視。一般而言，具季節性的時間序列資料可利用簡單的移動平均法來計算週期內各時期影響時間序列資料的波動現象的季節性指標 (Seasonal Index)。

計算方法如下：

$$\text{Step1. 計算年度內各季之平均：} \bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{ki}, i=1, \dots, m$$

$$\text{Step2. 計算年度總平均：} \bar{x} = \frac{\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^m x_{ki}}{nm}, i=1, \dots, m$$

$$\text{Step3. 計算季節指數 } S_i = \frac{\bar{X}_i}{\bar{x}}, i=1, \dots, m$$

其中， n 為年度數， m 為季節數。

時間序列資料經過季節性調整後可以消除資料中季節性的波動，並且呈現出真正的趨勢。因此，針對時間序列資料的季節性調整可分為前調整及後調整，亦即在套用多類型預測方法前進行季節性調整及套用後再進行調整。不過對於預測值來說，我們用以調整的季節性指數是屬於預測前的季節性指數資料；故本研究亦認為季節性指數有替其進行混沌處理與預測的必要性，故將嘗試架構一完整季節性指數之混沌處理方法，並將結果套用於季節前調整中來評估實際效用。

因此，針對上述所提及的三種不同類型之調整季節性指數方法，皆有其不同之處，以下針對三種調整方式進行說明：

1. 季節性前處理

- (1) 將季節性指數從預測資料中分離。
- (2) 將步驟(1)分離出的預測資料套入多類型預測方法得出預測值。
- (3) 將季節性指數套回步驟(2)所得出之預測值。
- (4) 評估誤差度與該做法之實際效用。

2. 季節性後調整

- (1) 將預測資料套入多類型預測方法得出預測值。
- (2) 將步驟(1)的預測值與實際值相除計算得出季節性後調整指數。
- (3) 將季節性後調整指數套回步驟(1)所得出之預測值。
- (4) 評估誤差度與該做法之實際效用。

3. 季節性指標進一步調整

- (1) 將分離之季節性指數進行混沌現象判別。
- (2) 確認具混沌特性後進行相空間重構。
- (3) 經相空間重構後之季節性指數資料進行多類型預測方法預測。
- (4) 將季節性指數之預測值套回多類型預測方法所得出之預測值。
- (5) 評估誤差度與該做法之實際效用。

3.3 相空間重構：嵌入維度與延遲時間

當時間序列資料去除季節性後仍具混沌現象後，將進一步的進行混沌相空間重構，在進行相空間重構前須先決定相關參數：嵌入維度(embedding dimension)與延遲時間(delay 或 lag time)。

在混沌時間序列中，兩相鄰的資料點彼此間有其些微的正相關性，且隨著延遲時間 (Delay Time) 的增加，點與點之間的相關性會逐漸的轉為負相關，最後在正負之間擺盪，故選擇正確的延遲時間可消除混沌時間序列中的時間相關因素。因此，本研究根據 Islam 等人(1993)研究提出的自相關函數 (autocorrelation function, ACF) 來求出延遲時間。當自相關函數降至零或 $1/e$ 以下時，則可得重構相空間所需的延遲時間 τ 。公式如下：

$$r(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^{N-\tau} (x_i - \bar{x})(x_{i+\tau} - \bar{x})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (3.2)$$

其中， \bar{x} 為時間序列的平均值， N 為時間序列的長度。

而嵌入維度的選擇根據 Takens 理論 (1981)，嵌入維度 m 值應為 $m \geq 2D+1$ ，其中 D 為混沌吸引子之碎形維度；而尋找嵌入維度的方法，包括如下，皆能找到相仿結果：

- ✓ G-P 演算法 (Grassberger & Procaccia, 1983)
- ✓ 試誤法 (Sugihara & May, 1990)
- ✓ 虛替鄰點法 (False Nearest Neighbor, FNN) (Kennel et al., 1992)
- ✓ Cao 最小嵌入維度法 (Cao's method) (Cao, 1997)

其中，本研究採用 Cao(1997)研究提出的最小嵌入維度法來求出嵌入維度，方法如下：

Step 1. 計算

$$E_1(d) = \frac{E(d+1)}{E(d)} \quad (3.3)$$

其中 $E(d) = \frac{\sum_{i=1}^{N-d\tau} a(i,d)}{N-d\tau}$ 且

$$a(i,d) = \frac{\|y_i(d+1) - y_{n(i,d)}(d+1)\|}{\|y_i(d) - y_{n(i,d)}(d)\|}, i = 1, 2, \dots, N-d\tau \quad (3.4)$$

N 為時間序列資料的個數， d 為嵌入維度， τ 為延遲時間， $y_i(d)$ 則為經由延遲時間向量重構之時間序列， $n(i, d)$ 為一整數使 $y_{n(i,d)}(d)$ 為 $y_i(d)$ 於 d 維度的重構相空間中最鄰近點。

Step 2. 計算

$$E_2(d) = \frac{E^*(d+1)}{E^*(d)} \quad (3.5)$$

其中 $E^*(d) = \frac{\sum_{i=1}^{N-d\tau} |x_i + d\tau - x_{n(i,d)} + d\tau|}{N-d\tau}$ (3.6)

x_i 為延遲時間向量中的第 i 點。透過 3.5 式來判斷時間序列資料是否具有隨機性。

Step 3. 繪製 $E_1(d)$ & $E_2(d)$ 與維度 d 圖：找出 $E_1(d)$ 於圖形上停止變化的點為 d_0 ，則此點即為我們所尋找的嵌入維度 d (Embedding Dimension)。

經過上述步驟之後即可得到後續進行相空間重構之相關參數。

3.4 混沌迴歸分析

經過上述方法確認時間序列資料具有混沌性，且了解季節性調整順序以及取得重構相空間所需參數後，即可將時間序列資料套入不同類型的迴歸進行分析，於此針對線性迴歸及複線性迴歸進行說明。

假設有一 N 筆時間序列資料 $x_i = x_1, x_2, \dots, x_N$ ，則時間序列資料經過延遲時間 t 和嵌入維度 m 的相空間重構後，則 m 維相空間 R^m 可表示如 3.7 式：

$$X_i = [x_i, x_{i+t}, \dots, x_{i+(m-1)t}] \in R^m \quad (3.7)$$

根據相空間局域近似法，將相空間軌跡中的最後一點做為中心點 y_i ，而在僅限的範圍內與其最鄰近點 y_i^* 之間有著類似或相同的推演規則，因此若能擬合出 y_i 與 y_i^* 間的距離 $O_1(i)$ 與推演後相空間點 y_{i+j} 與 y_{i+j}^* 間的距離 $O_2(i)$ 之間的函數即可估算得後續相空間點。因此假設 $O_1(i)$ 與 $O_2(i)$ 之間的線性迴歸關係如 3.8 式所示：

$$O_2(i) = a + bO_1(i) \quad (3.8)$$

而經最小平方法可得

$$a = \frac{\sum O_2(i)}{n} - b \frac{\sum O_1(i)}{n}, \quad b = \frac{n \sum O_1(i) O_2(i) - \sum O_1(i) \sum O_2(i)}{n \sum (O_1(i))^2 - (\sum O_1(i))^2}$$

計算得到係數 a 與 b 之後，即可得到混沌迴歸方程式 $O_2(n) = a + bO_1(n)$ ，並可套用時間序列資料進行後續相空間點的預測。

除了上述的方法可得到重構相空間迴歸係數外，另有複線性迴歸法可配適出重構相空間迴歸係數，其做法如下：

Step1. 使用重構相空間中狀態點配適 m 維曲面 $\tilde{f}: R^m \rightarrow R^m$

Step2. 定義 $X(t_i+1) = \tilde{f}(X(t_i))$ 以及 $A = \begin{bmatrix} X(t_1+1) \\ X(t_2+1) \\ \vdots \\ X(t_n+1) \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & X(t_1) \\ 1 & X(t_2) \\ \vdots & \vdots \\ 1 & X(t_n) \end{bmatrix}$ 與 $C = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$

Step3. 根據上述可得 $A=BC$ 並可改寫成 $\hat{C} = (B^T B)^{-1} B^T A$ 來計算 C

Step4. 得出迴歸方程式 $X(t_i+1) = a + bX(t_i)$

3.5 模糊迴歸分析 (Fuzzy Regression Analysis)

本研究除了上述所提及之混沌迴歸分析做為預測方法外，就一般性而言，迴歸分析有簡單易用之處，但在預測效果比較上，本研究也考慮資料其本身所具有的不確定性，因而使用不同類型的模糊迴歸分析來對於模糊不確性的資料進一步的做處理。底下對於不同類型之模糊迴歸的推演方法進行說明。

3.5.1 模糊線性迴歸(Fuzzy linear regression, FLR)

Chang and Lee (1993, 1994)研究指出在建構模糊線性迴歸時，將使用資料的兩種趨勢：(1)模糊資料的擴散(變化性)以及(2)全體資料點的一般趨勢(主要的趨勢)或者資料中心(典型的值)的趨勢。變異性是因為模糊性或者是不精確的資料，而中心的趨勢主要是因為一般系統的趨勢。3.9 式為使用該模糊線性迴歸的方式，假設：

$$Y = Ax = A_1x_1 + \dots + A_nx_n \quad (3.9)$$

$x = (x_1, \dots, x_n)^t$ 是非模糊(明確)的時間序列資料， $A = (A_1, \dots, A_n)$ 是模糊參數向量。此外，模糊參數 $A = (A_1, \dots, A_n)$ 也可被寫成向量的形式， $A = (\alpha, c)$ ，其中 $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)^t$ 以及 $c = (c_1, \dots, c_n)^t$ 。

因此，對於General fuzzy linear model (GFLM)中的預測值 Y ，根據Zadeh的擴張原理或相等之模糊算法，則可表示為：

$$Y = (\alpha_1, c_1)_{L_{x_1}} + \dots + (\alpha_n, c_n)_{L_{x_n}} = \left(\sum_{j=1}^n \alpha_j x_j, \sum_{j=1}^n c_j |x_j| \right)_L = (\alpha^t x, c^t |x|)_L \quad (3.10)$$

其中 $|x| = (|x_1|, \dots, |x_n|)^t$ ，3.10 式中 Y 的對稱三角隸屬函數可用 3.11 式的公式表示：

$$\mu_Y(y) = \begin{cases} 1 - \frac{|y - \alpha^t x|}{c^t |x|}, & \alpha^t x - c^t |x| \leq y \leq \alpha^t x + c^t |x| \\ 0, & otherwise \end{cases} \quad (3.11)$$

其中， $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)^t$ 及 $c = (c_1, \dots, c_n)^t$ 分別為中心點(mode)及寬度(spreads)， $x_i = (x_{i1}, \dots, x_{in})$ 為時間序列資料中的值， $y_i = (y_{i1}, \dots, y_{in})$ 為預測值。最後，透過 3.12 式將全部模糊量最小化的方式來找出最佳的模糊參數值。

$$\text{Min} \quad J = \sum_{i=1}^N c^t |x_i|, \quad (3.12)$$

此外，同時考慮所有觀察值 y_i 的隸屬函數值須大於一個門檻值(threshold) h ， $h \in [0,1]$ 。如 3.13 式所示：

$$\mu_{\tilde{y}}(y_i) \geq h, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.13)$$

其中 h 的值由決策者來決定，且在 h 的選擇上也將影響到模糊參數中寬度(spreads)的大小。根據上述所提及之求解模式，可進一步將 3.11 式表達成如下：

$$\text{Min} \quad J = \sum_{i=1}^N c^t |x_i|, \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \text{Subject to} \quad & (1-h)c^t |x_i| + \alpha^t x_i \geq y_i, \\ & (1-h)c^t |x_i| - \alpha^t x_i \geq -y_i, \\ & c^t |x_i| \geq 0, \quad i = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (3.15)$$

其中， $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)^t$ 及 $c = (c_1, \dots, c_n)^t$ 分別為中心點(mode)及寬度(spreads)， $x_i = (x_{i1}, \dots, x_{in})$ 為時間序列資料中的值， $y_i = (y_{i1}, \dots, y_{in})$ 為預測值。

因此，將時間序列資料透過線性迴歸來計算出時間序列資料的預測值 Y 後(如 3.16 式所示)，可進一步地將時間序列資料 x 與預測值 Y 代入 3.14 式與 3.15 式的線性規劃中，求解出模糊參數 α 及 c ，最後得出 3.9 式的模糊線性迴歸方程式來進行後續的預測。

$$Y = a + bx = a + b_1x_1 + \dots + b_nx_n \quad (3.16)$$

經最小平方法可得迴歸係數 a 與 b

$$a = \frac{\sum Y(i)}{n} - b * \frac{\sum x(i)}{n}, \quad b = \frac{n \sum x(i)Y(i) - \sum x(i) \sum Y(i)}{n \sum (x(i))^2 - (\sum x(i))^2}$$

此外，本研究所使用的模糊複線性迴歸(Fuzzy Multiple Linear Regression, FMLR)亦可透過 3.17 式來算出時間序列資料的預測值 Y 。計算方法如下：

$$Y_k = \beta_0 + \beta_1x_{11} + \beta_2x_{21} + \dots + \beta_kx_{kn} \quad (3.17)$$

3.17 式亦可表示為 $A=BC$

$$\text{其中，} A = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_k \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix} \quad \text{與} \quad C = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}$$

根據 $\hat{C} = (B^T B)^{-1} B^T A$ 來計算迴歸係數 C 後，即可得到複線性迴歸方程式 $Y_k = \beta_0 + \beta_k x_{kn}$ ，並可將其套用至 3.14 式與 3.15 式的線性規劃中，求解出模糊參數 α 及 c ，最後同樣可得到 3.9 式的模糊複線性迴歸方程式來進行後續的預測。

3.5.2 模糊二次迴歸(Fuzzy quadratic regression, FQR)

Muzzioli et al. (2013)研究指出模糊迴歸只有一個解釋變數以及所給定輸入資料是一個嚴格的正數。多項式的迴歸模型可表示如下：

$$Y = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 \quad (3.18)$$

Y 為模糊輸出， x 是非模糊的輸入向量以及 A_i 是二階多項式的模糊因子， $i = 0, \dots, 2$ 。因此當給定明確的 x ，模糊二次迴歸模式可呈現如下：

$$Y = F(x) = (f^L(x), f^C(x), f^U(x)) \quad (3.19)$$

$f^L(x)$ 為下界， $f^U(x)$ 為上界， $f^C(x)$ 為中間值。且模糊的計算(x 為嚴格的正數)可由 3.20 的公式來表示：

$$\begin{aligned} f^L(x) &= a_0^L + a_1^L x + a_2^L x^2, & f^C(x) &= a_0^C + a_1^C x + a_2^C x^2, \\ f^U(x) &= a_0^U + a_1^U x + a_2^U x^2 \end{aligned} \quad (3.20)$$

當給定信賴水準 h ，模糊線性模型 $F(x)$ 可根據 h -截距來表達成 3.21 式：

$$[F(x)]_h = [hf^C(x) + (1-h)f^L(x), hf^C(x) + (1-h)f^U(x)] \quad (3.21)$$

當使用對稱模糊數的模糊迴歸方法時，則可根據中間值和延展值來做模糊迴歸模型，由 3.22 的公式來呈現：

$$Y = F(x) = (f^C(x), f^W(x)) \quad (3.22)$$

$f^C(x)$ 為中心值以及 $f^W(x)$ 是延展值。並依據以下公式：

$$\begin{aligned} f^U(x) &= f^C(x) + f^W(x), & f^L(x) &= f^C(x) - f^W(x), \\ [F(x)]_h &= [hf^C(x) + (1-h)f^W(x), hf^C(x) + (1-h)f^W(x)] \end{aligned} \quad (3.23)$$

所以，若根據 Tanaka et al. (1980, 1982)對於多項式迴歸模型的方法，假設模糊因子有對稱的三角隸屬函數： $A_i = (a_i^C, a_i^W)$ ， a_i^C 以及 a_i^W 各自為對稱的三角模糊數 A_i 的中心點以及延展。為了求得因子 A_i ，可透過以下的非線性規劃問題的公式，並使用最小化全部的模糊延伸輸出結果來求解：

$$\min z = \sum_{p=1}^m a_0^W + a_1^W x_p + a_2^W x_p^2 \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} \text{Subject to } & a_0^C + a_1^C x_p + a_2^C x_p^2 - (1-h)[a_0^W + a_1^W x_p + a_2^W x_p^2] \leq y_p, p = 1, \dots, m \\ & a_0^C + a_1^C x_p + a_2^C x_p^2 + (1-h)[a_0^W + a_1^W x_p + a_2^W x_p^2] \geq y_p, p = 1, \dots, m \\ & a_i^W \geq 0 \end{aligned} \quad (3.25)$$

因此，將時間序列資料透過二次迴歸來計算出時間序列資料的預測值 Y 後(如 3.26 式所示)，可進一步地將時間序列資料 x 與預測值 Y 代入 3.24 式與 3.25 式的線性規劃中，求解出模糊參數 a_i^C 及 a_i^W ，最後得出 3.18 式的模糊二次迴歸方程式來進行後續的預測。

$$Y_i = a_i + b_i x_i + c_i x_i^2, i = 1, \dots, n \quad (3.26)$$

(3.24)式亦可表示為 $A=BC$

$$\text{其中， } A = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_i \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_i & x_i^2 \end{bmatrix} \text{ 與 } C = \begin{bmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \end{bmatrix}$$

透過上述將模糊迴歸運用不同的迴歸分析方法後皆可找出合適的模糊迴歸方程式來進行後續的預測。配適模糊迴歸的流程圖如圖 3.2 所示：

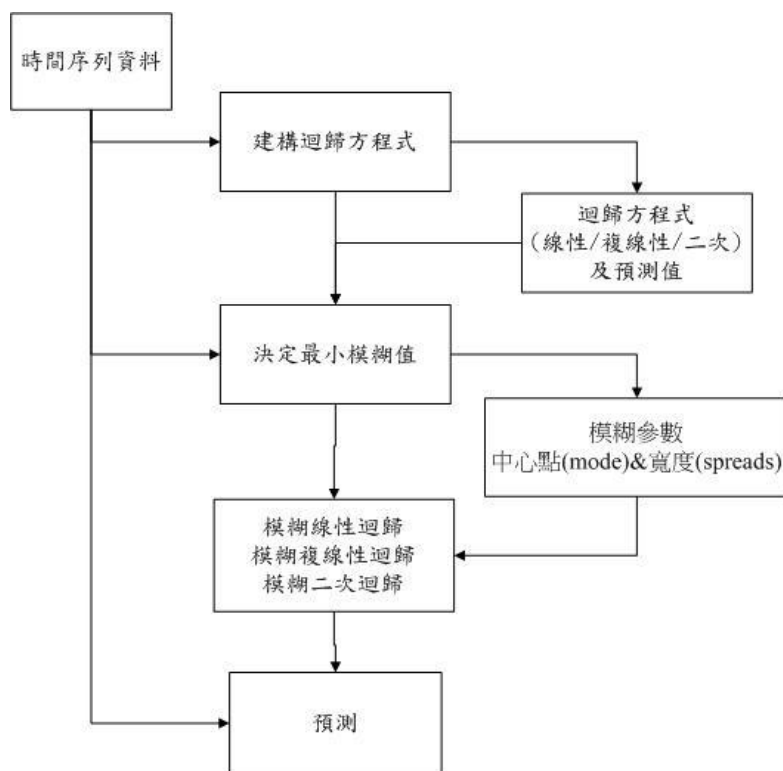


圖 3.2 模糊迴歸流程圖 (本研究整理)

3.6 混沌模糊迴歸分析

在混沌模糊迴歸分析中，本研究將運用於混沌預測的混沌迴歸及運用於模糊不確定性的模糊迴歸兩者相互結合，建構出可同時考慮模糊不確定性及混沌現象並進行預測的混沌模糊迴歸。底下對於不同類型之混沌模糊迴歸進行說明。

3.6.1 混沌模糊線性迴歸

經過上述方法確認時間序列資料具有混沌性，且了解季節性調整順序以及取得重構相空間所需參數後，即可配飾出一混沌線性迴歸，並將其與模糊線性迴歸結合來進行預測。其執行步驟如下所示：

Step1

將時間序列資料進行相空間重構後，接著配飾一混沌線性迴歸方程式來計算混沌時間序列資料中預測值 $O_2(n)$ 的值。

$$O_2(n) = a + bO_1(n)$$

Step2

將混沌線性迴歸方程式中的預測值 $O_2(n)$ 及訓練值 $O_1(n)$ 套入模糊線性迴歸的線性規劃中，求解出模糊參數 α (中心點) 及 c (寬度)。

$$\text{Min} \quad J = \sum_{i=1}^N c^t |O_1(i)|,$$

$$\text{Subject to} \quad (1-h)c^t |O_1(i)| + \alpha^t O_1(i) \geq O_2(i),$$

$$(1-h)c^t |O_1(i)| - \alpha^t O_1(i) \geq -O_2(i),$$

$$c^t |O_1(i)| \geq 0, \quad i = 1, \dots, N$$

Step3

透過上述步驟即可建構出一混沌模糊線性迴歸方程式，並將其套用於不同的時間序列資料上進行預測。

$$Y = (\alpha_0, c_0) + \dots + (\alpha_n, c_n) O_1(n) = \left(\sum_{j=1}^n \alpha_j O_1(n), \sum_{j=1}^n c_j |O_1(n)| \right) = (\alpha^t O_1(n), c^t |O_1(n)|)$$

3.6.2 混沌模糊複線性迴歸

經過上述方法確認時間序列資料具有混沌性，且了解季節性調整順序以及取得重構相空間所需參數後，即可配飾出一混沌複線性迴歸，並且將其與模糊複線性迴歸結合來進行預測。其執行步驟如下所示：

Step1

將時間序列資料進行相空間重構後，接著配飾一混沌複線性迴歸方程式來計算混沌時間序列資料中預測值 Y_k 的值。

$$Y_k = \beta_0 + \beta_k x_k$$

Step2

將混沌複線性迴歸方程式中的預測值 Y_k 及訓練值 x_k 套入模糊複線性迴歸的線性規劃中，求解出模糊參數 α (中心點) 及 c (寬度)。

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & J = \sum_{i=1}^N c^t |x_i| \\ \text{Subject to} \quad & (1-h)c^t |x_i| + \alpha^t x_i \geq Y_i, \\ & (1-h)c^t |x_i| - \alpha^t x_i \geq -Y_i, \\ & c^t |x_i| \geq 0, \quad i = 1, \dots, N \end{aligned}$$

Step3

透過上述步驟即可建構出一混沌模糊複線性迴歸方程式，並將其套用於不同的時間序列資料上進行預測。

$$Y = (\alpha_0, c_0) + \dots + (\alpha_n, c_n)x_n = \left(\sum_{j=1}^n \alpha_j x_n, \sum_{j=1}^n c_j |x_n| \right) = (\alpha^t x_n, c^t |x_n|)$$

3.6.3 混沌模糊二次迴歸

經過上述方法確認時間序列資料具有混沌性，且了解季節性調整順序以及取得重構相空間所需參數後，即可配飾出一混沌二次迴歸，並將其與模糊二次迴歸結合來進行預測。其執行步驟如下所示：

Step1

將時間序列資料進行相空間重構後，接著配飾一混沌二次迴歸方程式來計算混沌時間序列資料中預測值 Y_i 的值。

$$Y_p = a_p + b_p x_p + c_p x_p^2$$

Step2

將混沌複線性迴歸方程式中的預測值 Y_p 及訓練值 x_p 套入模糊複線性迴歸的線性規劃中，求解出模糊參數 a^c (中心點) 及 a^w (寬度)。

$$\min z = \sum_{p=1}^m a_0^w + a_1^w x_p + a_2^w x_p^2$$

$$\begin{aligned} \text{Subject to } & a_0^c + a_1^c x_p + a_2^c x_p^2 - (1-h)[a_0^w + a_1^w x_p + a_2^w x_p^2] \leq y_p, p = 1, \dots, m \\ & a_0^c + a_1^c x_p + a_2^c x_p^2 + (1-h)[a_0^w + a_1^w x_p + a_2^w x_p^2] \geq y_p, p = 1, \dots, m \\ & a_i^w \geq 0 \end{aligned}$$

Step3

透過上述步驟即可建構出一混沌模糊二次迴歸方程式，並將其套用於不同的時間序列資料上進行預測。

$$Y(k) = a_0^c + a_1^c x(k) + a_2^c (x(k))^2$$

3.7 混沌類神經網路預測法

經過上述方法確認時間序列資料具有混沌性，且了解季節性調整順序以及進行相空間重構後，透過三層架構（輸入層、隱藏層、輸出層）之倒傳遞類神經網路 (BPN) 來訓練相空間重構後的時間序列資料 $X_i = [x_i, x_{i+t}, \dots, x_{i+(m-1)t}] \in R^m$ ，並進行預測。其架構圖如下圖 3.3 所示：

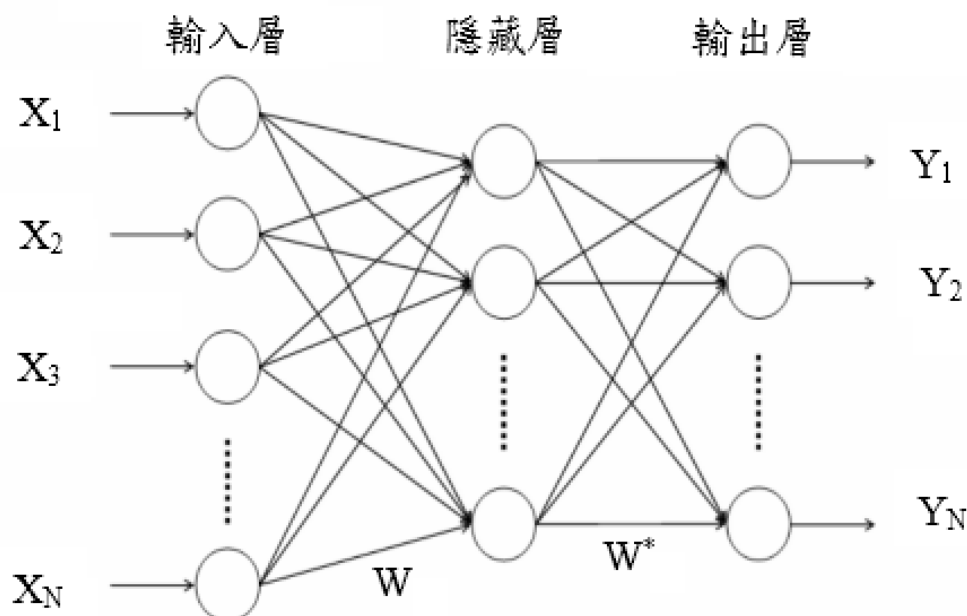


圖 3.3 倒傳遞類神經網路(BPN)架構圖 (本研究整理)

其中 X_1, \dots, X_N 為輸入資料， Y_1, \dots, Y_N 為輸出資料， W 及 W^* 為加權值。

本研究所使用之倒傳遞類神經網路的基本運算方式如 3.27 式所示：

$$Y_t = w_0 + \sum_{j=1}^q w_j \cdot g\left(w_{0,j} + \sum_{i=1}^p w_{i,j} \cdot X_{i,j}\right) + \varepsilon_t \quad (3.27)$$

其中， $X_{i,j}$ 為輸入變數； Y_t 為輸出變數； g 為轉換函數 (Transfer Function)，本研究將使用非線性雙彎曲函數 (Log-Sigmoid Function, $\text{logsig}(\cdot)$)； W 為加權值。透過時間序列資料的批次輸入，來持續更新權重值與閾值以達到期望之預測結果。其預測流程如下所示：

Step1. 決定類神經網路各層間神經元的數目及各層間的初始權重與閾值。

Step2. 將混沌時間序列資料分成訓練樣本與目標輸出值，並套入 3.28 式的類神經網路中進行訓練，得到初步的網路架構。

$$Y_j = f(x) = \text{net}_j = \sum_i^N W_{ij} X_i - \theta_j, i=1, \dots, N, j=1, \dots, M \quad (3.28)$$

Step3. 將訓練樣本套入步驟2的類神經網路架構中進行訓練，得到初始的輸出值並與目標輸出值做比較。

Step4. 計算目標輸出值與初始輸出值於類神經網路各層之間的誤差。

(1) 計算輸出層與目標輸出值的差距量

$$\delta_k = (T_k - Y_k) * f'(net_k)$$

其中， T 為目標輸出值， Y 為輸出層的輸出值。

(2) 計算隱藏層與目標輸出值的差距量

$$\delta_j = (\sum_k \delta_k W_{jk}) * f'(net_j)$$

Step5. 計算各層之間權重值的修正量，並更新各層之間的權重值。

(1) 更新輸出層的權重值與閾值

$$W_{jk} = W_{jk} + \eta \delta_k H_j + \alpha \Delta W_{jk} (n-1)$$

$$\theta_k = \theta_k - \eta \delta_k + \alpha \Delta \theta_k (n-1)$$

其中， W 為權重值， θ 為閾值， η 為學習速率(Learning rate)， H 為隱藏層的輸出值， α 為慣性因子(Momentum parameter)。

(2) 更新隱藏層的權重值與閾值

$$W_{ij} = W_{ij} + \eta \delta_j X_i + \alpha \Delta W_{ij} (n-1)$$

$$\theta_j = \theta_j - \eta \delta_j + \alpha \Delta \theta_j (n-1)$$

Step6. 重複步驟2~6訓練直到類神經網路收斂，訓練結果近似於目標輸出值後，即可得到最佳的網路架構及輸出值。

3.8 模糊類神經網路預測法(Fuzzy Artificial Neural Network)

本研究除了上述所提及之模糊迴歸分析做為預測方法外，就一般性而言，迴歸分析有簡單易用之處，且模糊迴歸在不確定性的資料的預測尚有不錯的成效，但在預測效果比較上，本研究根據 Khashei et al.(2008)研究提出的同時考慮類神經與模糊迴歸的優勢，而產生的模糊類神經網路類型的方法來針對不確性的資料進一步的做處理。底下針對模糊倒傳遞類神經網路的推演方法進行介紹與說明。

3.8.1 模糊倒傳遞類神經網路預測(Fuzzy BPN)

Khashei et al.(2008)研究指出模糊類神經網路各層相關參數並非明確，而是三角模糊數模糊參數 $(\tilde{w}_{i,j} (i = 0, 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, q), \tilde{w}_j (j = 0, 1, 2, \dots, q))$ ，此外，此模式也運用了 Ishibuchi and Tanaka (1988)所提出的方法。因此，此模式所使用之具有模糊參數的模糊函數，可寫成：

$$\tilde{y}_t = f(\tilde{w}_0 + \sum_{j=1}^q \tilde{w}_j \cdot g(\tilde{w}_{0,j} + \sum_{i=1}^p \tilde{w}_{i,j} \cdot y_{t-i})) \quad (3.29)$$

其中， y_t 為觀察值。亦可寫成：

$$\tilde{y}_t = f(\tilde{w}_0 + \sum_{j=1}^q \tilde{w}_j \cdot \tilde{X}_{t,j}) = f(\sum_{j=0}^q \tilde{w}_j \cdot \tilde{X}_{t,j}) \quad (3.30)$$

其中， $\tilde{X}_{t,j} = g(\tilde{w}_{0,j} + \sum_{i=1}^p \tilde{w}_{i,j} \cdot y_{t-i})$ 。使用了三角模糊數型式的模糊參數 $\tilde{w}_{i,j} = (a_{i,j}, b_{i,j}, c_{i,j})$ ：

$$\mu_{\tilde{w}_{i,j}}(w_{i,j}) = \begin{cases} \frac{(w_{i,j} - a_{i,j})}{b_{i,j} - a_{i,j}}, \text{ if } & a_{i,j} \leq w_{i,j} \leq b_{i,j} \\ \frac{(w_{i,j} - c_{i,j})}{b_{i,j} - c_{i,j}}, \text{ if } & b_{i,j} \leq w_{i,j} \leq c_{i,j} \\ 0, & \text{ otherwise} \end{cases} \quad (3.31)$$

其中， $\mu_{\tilde{w}_{i,j}}(w_{i,j})$ 為其隸屬函數。因此，運用延伸定理(Extension principle)， $\tilde{X}_{t,j}$ 之隸屬函數為

$$\mu_{\tilde{X}_{t,j}}(x_{t,j}) =$$

$$\begin{cases} \frac{(X_{t,j} - g(\sum_{i=0}^p a_{i,j} \cdot y_{t,i}))}{g(\sum_{i=0}^p b_{i,j} \cdot y_{t,i}) - g(\sum_{i=0}^p a_{i,j} \cdot y_{t,i})}, & \text{如果 } g(\sum_{i=0}^p a_{i,j} \cdot y_{t,i}) \leq X_{t,j} \leq g(\sum_{i=0}^p b_{i,j} \cdot y_{t,i}) \\ \frac{(X_{t,j} - g(\sum_{i=0}^p c_{i,j} \cdot y_{t,i}))}{g(\sum_{i=0}^p b_{i,j} \cdot y_{t,i}) - g(\sum_{i=0}^p c_{i,j} \cdot y_{t,i})}, & \text{如果 } g(\sum_{i=0}^p b_{i,j} \cdot y_{t,i}) \leq X_{t,j} \leq g(\sum_{i=0}^p c_{i,j} \cdot y_{t,i}) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

其中， $y_{t,i} = 1$ ($t = 1, 2, \dots, k, i = 0$), $y_{t,i} = y_{t-i}$ ($t = 1, 2, \dots, k, i = 1, 2, \dots, p$)。此外，三角模糊參數 \tilde{w}_j 將會是

$$\mu_{\tilde{w}_j}(w_j) = \begin{cases} \frac{1}{e_j - d_j} (w_j - d_j) & \text{如果 } d_j \leq w_j \leq e_j \\ \frac{1}{e_j - f_j} (w_j - f_j) & \text{如果 } e_j \leq w_j \leq f_j \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (3.32)$$

因此， $\tilde{y}_t = f(\tilde{w}_0 + \sum_{j=1}^q \tilde{w}_j \cdot \tilde{X}_{t,j}) = f(\sum_{j=0}^q \tilde{w}_j \cdot \tilde{X}_{t,j})$ 之隸屬函數為：

$$\mu_{\tilde{y}}(y_t) \cong \begin{cases} \frac{-B_1}{2A_1} + \left[\left(\frac{B_1}{2A_1} \right)^2 - \frac{C_1 - f^{-1}(y_t)}{A_1} \right]^{1/2} & \text{如果 } C_1 \leq f^{-1}(y_t) \leq C_3 \\ \frac{B_2}{2A_2} + \left[\left(\frac{B_2}{2A_2} \right)^2 - \frac{C_2 - f^{-1}(y_t)}{A_2} \right]^{1/2} & \text{如果 } C_3 \leq f^{-1}(y_t) \leq C_2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases},$$

其中，

$$A_1 = \sum_{j=0}^q (e_j - d_j) \cdot (g(\sum_{i=0}^p b_{i,j} \cdot y_{t,i}) - g(\sum_{i=0}^p a_{i,j} \cdot y_{t,i})),$$

$$B_1 = \sum_{j=0}^q (d_j \cdot (g(\sum_{i=0}^p b_{i,j} \cdot y_{t,i}) - g(\sum_{i=0}^p a_{i,j} \cdot y_{t,i})) + g(\sum_{i=0}^p a_{i,j} \cdot y_{t,i}) \cdot (e_j - d_j)),$$

$$A_2 = \sum_{j=0}^q (f_j - e_j) \cdot (g(\sum_{i=0}^p c_{i,j} \cdot y_{t,i}) - g(\sum_{i=0}^p b_{i,j} \cdot y_{t,i})),$$

$$B_2 = \sum_{j=0}^q (f_j \cdot (g(\sum_{i=0}^p c_{i,j} \cdot y_{t,i}) - g(\sum_{i=0}^p b_{i,j} \cdot y_{t,i})) + g(\sum_{i=0}^p c_{i,j} \cdot y_{t,i}) \cdot (f_j - e_j)),$$

$$C_1 = \sum_{j=0}^q (d_j \cdot g(\sum_{i=0}^p a_{i,j} \cdot y_{t,i})),$$

$$C_2 = \sum_{j=0}^q (f_j \cdot g(\sum_{i=0}^p c_{i,j} \cdot y_{t,i})),$$

$$C_3 = \sum_{j=0}^q (e_j \cdot g(\sum_{i=0}^p b_{i,j} \cdot y_{t,i})).$$

因而，若對於所有觀察值的隸屬函數程度值，均考慮一門檻水準(threshold level) h ，因此可成立以下非線性規劃問題：

$$\text{Min} \sum_{t=1}^k \sum_{j=0}^q ((f_j \cdot g(\sum_{i=0}^p c_{i,j} \cdot y_{t,i})) - (d_j \cdot g(\sum_{i=0}^p a_{i,j} \cdot y_{t,i}))) \quad (3.33)$$

Subject to:

$$\frac{-B_1}{2A_1} + \left[\left(\frac{B_1}{2A_1} \right)^2 - \frac{C_1 - f^{-1}(y_t)}{A_1} \right]^{1/2} \leq h, \text{ 如果 } C_1 \leq f^{-1}(y_t) \leq C_3, t = 1, 2, \dots, k$$

$$\frac{B_2}{2A_2} + \left[\left(\frac{B_2}{2A_2} \right)^2 - \frac{C_2 - f^{-1}(y_t)}{A_2} \right]^{1/2} \leq h, \text{ 如果 } C_3 \leq f^{-1}(y_t) \leq C_2, t = 1, 2, \dots, k \quad (3.34)$$

本研究根據倒傳遞類神經網路來計算出時間序列資料的預測值 Y 。如 3.35 式所示：

$$Y_t = f(w_0 + \sum_{j=1}^q w \cdot g(w_{0,j} + \sum_{i=1}^p w_{i,j} \cdot y_{t-i})) \quad (3.35)$$

經過類神經的訓練後即可得到最佳的網路架構及權重，並可套用至 3.33 及 3.34 式中求出模糊參數 a 及 c ，最後得出 3.29 式的模糊倒傳遞類神經來進行後續的預測。此模式程序的進行步驟如圖 3.4 所示：

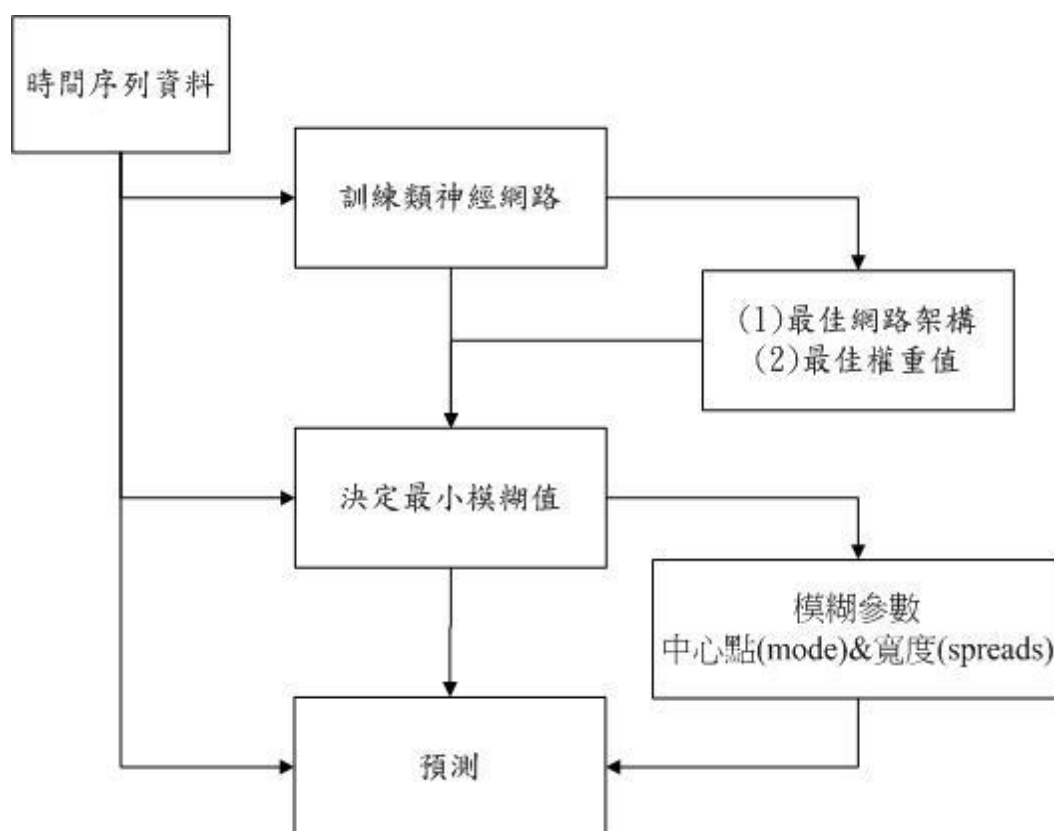


圖 3.4 模糊類神經流程圖 (本研究整理)

3.9 混沌模糊類神經網路預測法

經過上述方法確認時間序列資料具有混沌性，且了解季節性調整順序以及取得重構相空間所需參數後，即可將相空間的點套入混沌倒傳遞類神經中進行訓練，並將其與模糊倒傳遞類神經結合來進行預測。其執行步驟如下所示：

Step1

將時間序列資料進行相空間重構後，即可得到混沌相空間資料點。

$$X_i = [x_i, x_{i+t}, \dots, x_{i+(m-1)t}] \in R^m$$

Step2

將混沌相空間資料點代入類神經中進行訓練，即可得到最佳的網路架構及最佳的權重值。

$$Y_t = w_0 + \sum_{j=1}^q w_j \cdot g\left(w_{0,j} + \sum_{i=1}^p w_{i,j} \cdot X_{i,j}\right) + \varepsilon_t$$

Step3

將混沌類神經網路模式中的預測值 $O_2(n)$ 及最佳的權重值 W_{ij} 套入模糊倒傳遞類神經網路的方法中算出模糊參數 α (中心點) 及 c (寬度)。

$$\text{Min} \sum_{t=1}^k \sum_{j=0}^q \left((f_j \cdot g(\sum_{i=0}^p c_{i,j} \cdot y_{t,i})) - (d_j \cdot g(\sum_{i=0}^p a_{i,j} \cdot y_{t,i})) \right) \quad (3.36)$$

Subject to:

$$\frac{-B_1}{2A_1} + \left[\left(\frac{B_1}{2A_1} \right)^2 - \frac{C_1 - f^{-1}(y_t)}{A_1} \right]^{1/2} \leq h, \text{ 如果 } C_1 \leq f^{-1}(y_t) \leq C_3, t = 1, 2, \dots, k$$

$$\frac{B_2}{2A_2} + \left[\left(\frac{B_2}{2A_2} \right)^2 - \frac{C_2 - f^{-1}(y_t)}{A_2} \right]^{1/2} \leq h, \text{ 如果 } C_3 \leq f^{-1}(y_t) \leq C_2, t = 1, 2, \dots, k$$

Step4

透過上述步驟即可建構出一混沌模糊線性迴歸方程式，並將其套用於不同的時間序列資料上進行預測。

$$\tilde{y}_t = f(\tilde{w}_0 + \sum_{j=1}^q \tilde{w}_j \cdot \tilde{X}_{t,j}) = f\left(\sum_{j=0}^q \tilde{w}_j \cdot \tilde{X}_{t,j}\right)$$

3.10 混沌預測法

本研究於混沌時間序列的預測方法中，首先假設一混沌時間序列為 x_1, x_2, \dots, x_i ，且存在著季節性影響。因此，先計算時間序列資料中的季節指數，再對時間序列做季節指數調整，而在調整過後的時間序列，經由最大 Lyapunov 指數判斷是否為正值來評估是否存在著混沌現象，若仍具有混沌現象，則在相空間重構後進行混沌預測，預測出來的值再乘回其季節指數。若季節指數調整過後的時間序列不再具有混沌現象，則選擇在原時間序列進行相空間重構並進行預測後，再調整季節指數。

在混沌預測方法中，常用的有全域法及局域預測法，Kocak K., L. Saylan, and O. Sen. (2000)研究指出預測短期之行為時，相空間局域預測法會比整體法有較佳的效果，因為此法有較大的適應力去適應吸子的局部行為。因此，本研究使用混沌局域法來進行混沌時間序列的預測，其預測流程如圖 3.4 所示：

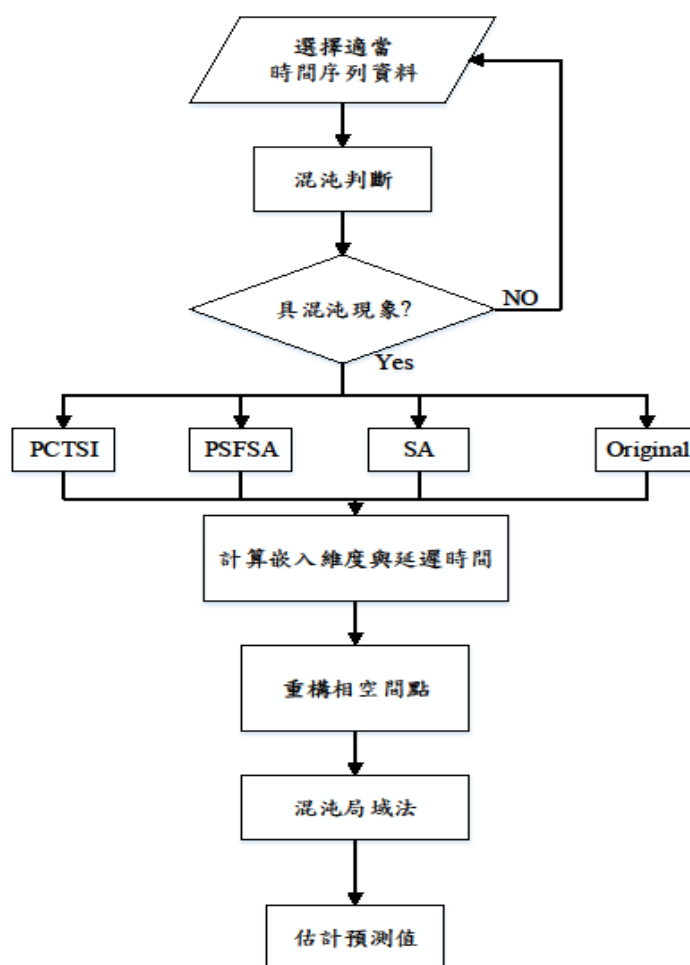


圖 3.5 混沌預測流程圖 (本研究整理)

3.10.1 局域近似法

局域近似法亦即利用相空間軌跡中的最末點為中心點 y_i ，透過歐式距離的量測手法來選取鄰近的範圍，接著在僅限的範圍內尋找 y_i 的鄰近點 y_i^* ，然後依據中心點和鄰近點彼此之間的推演規則去預測下一點的軌跡，最後即可從預測軌跡點的座標中將預測值分離。

此外，Farmer and Sidorowich(1987)在其混沌預測方法之研究，提出所謂的相空間局部近似法(phase space local approximation method)對系統之演變行為進行預測。這種奠基於時間延遲法(time delay method)所構成之重建相空間(reconstructed phase space)的預測方式，能夠適應吸引子(attractor)的局部行為，經後續進一步研究，發現其具有相當良好之預測能力，因此也是較多研究常使用的方法。

本研究選擇以Farmer and Sidorowich (1987) 研究提出的相空間局域近似法來進行混沌預測，也就是直接將鄰近樣本點應用於預測。根據鄰近樣本點預測 $x_{n+\tau}$ 的最簡單的方法就是尋找相空間中距離 x_n 最近的點，假設距離最近的點是 x_{n1} ，那麼它的下一個樣本點為 $x_{n1+\tau} = f(X_{n1})$ 即可做為 $x_{n+\tau}$ 的預測值。

第四章 實證結果與分析

本研究於此階段主要目的為以具有季節性混沌模糊時間序列於實際的資料進行方法的驗證與說明，如：客運運載量、空氣汙染指標、台電發電量、原物料產量以及 M3C 預測公開資料庫以上等等具有時間序列資料來進行完整驗證預測模型可行性與效能。由於資料眾多，以下透過表格來呈現相關參數；柱狀圖呈現各方法模式預測誤差度，此外，將選取各方法模式誤差最小的前三名與誤差最大的前兩名進行討論，並呈現最佳預測結果的模糊上下界，供決策者進行決策，其餘詳細結果請詳見附錄。

4.1 預測誤差度評估

在預測結果的比較中，有時從圖形上難以分辨其差別，如能以數值的方式來代表預測結果，將可以更容易的看出其結果的差別。本研究採用平均絕對誤差百分比 (Mean Absolute Percentage Error, MAPE)，用來做為預測模式良好與否之評估指標。平均絕對誤差百分比 (MAPE) 為相對性指標，不受實際值和預測值之單位和大小的影響，能夠客觀獲得預測值和實際值之間的差異程度，如下 4.1 式所示：

$$MAPE = \frac{1}{n} \left| \frac{F - A}{A} \right| \times 100 \quad (4.1)$$

其中 n 為預測期數， F 為預測值， A 為實際值。表 4.1 根據 Lewis (1982) 所提出的分級標準來評估預測的準確性。

表 4.1 MAPE 預測能力尺度表

MAPE	預測能力
<10%	極佳
10%~20%	優良
20%~50%	合理
>50%	不正確

(資料來源：Lewis, 1982)

4.2 交通流量

表 4.2 交通流量資料預測相關參數 (本研究整理)

資料來源	總體統計資料庫 高速公路各收費站月通行車輛次數 (2006-2014)
資料使用	共 108 筆，72 筆當歷史訓練資料，36 筆為驗證資料
混沌參數 (季節調整前/後/ 進一步調整)	延遲時間 τ : 1/2/2 嵌入維度 m : 8/6/2
門檻值(threshold)	$h=0.5$

交通流量資料時間序列圖如下圖 4.1：

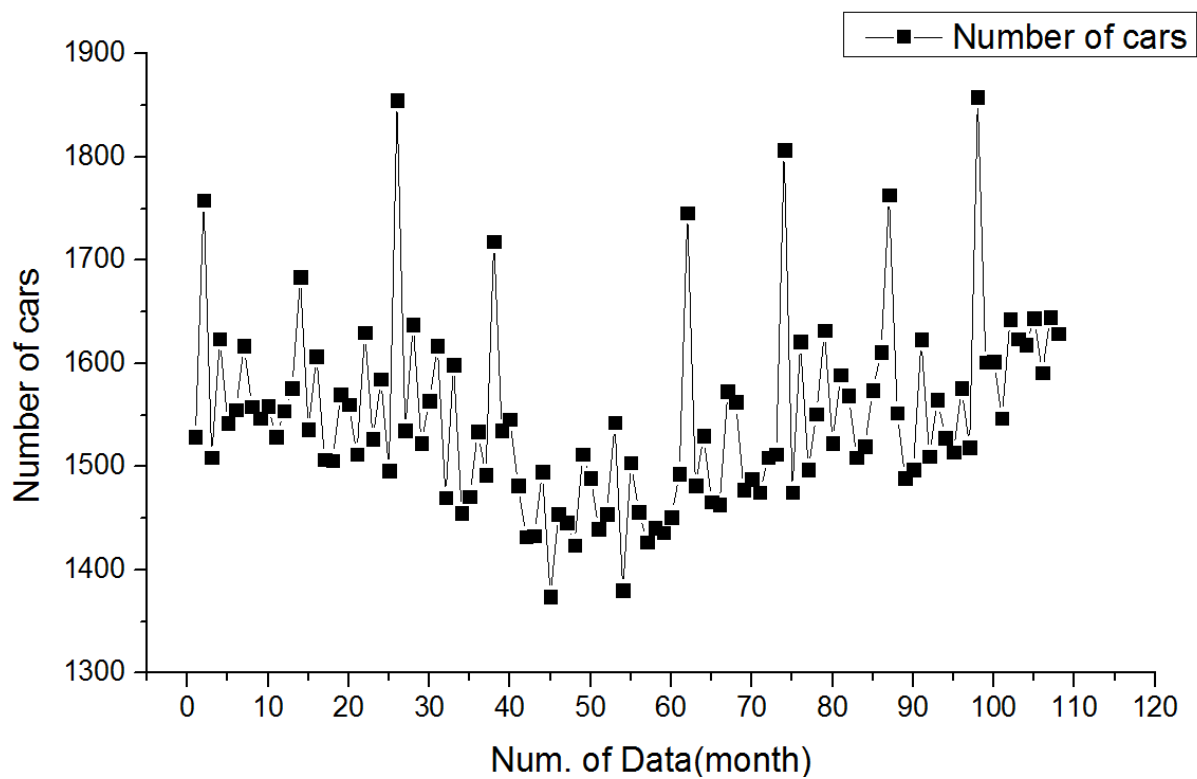


圖 4.1 交通流量資料時間序列圖 (本研究整理)

4.2.1 預測結果與評估

將交通流量資料經過不同季節性與混沌性處理後，再套用上述所提及的六種模式與九種不同的預測方法，產生不同的預測結果來做比較。套用後預測的結果如下圖 4.2 所示：

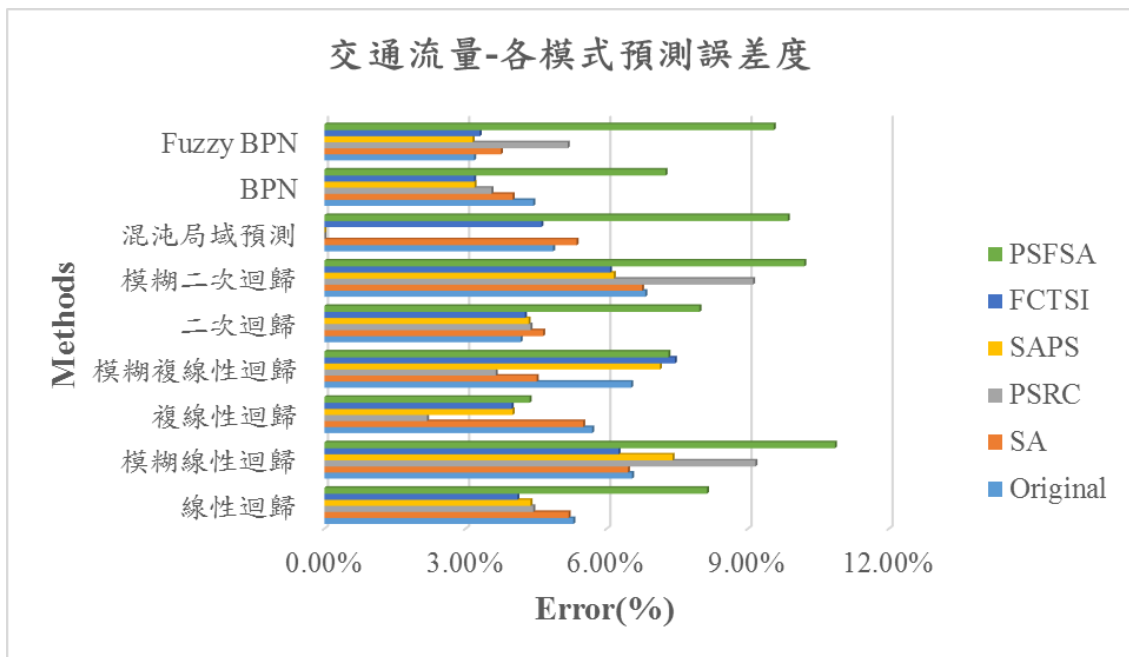


圖 4.2 交通流量各模式預測誤差圖 (本研究整理)

由上圖可知，倒傳遞類神經網路(BPN)與模糊倒傳遞類神經網路(Fuzzy BPN)在大部份的模式套用下都有良好預測結果，除了季節後調整的作法(PSFSA)外，應用季節性與混沌處理(SAPS)的結果更好。在此進一步的將各模式的預測結果中誤差最小的前三名與誤差最大的前兩名各自取出作比較。如下圖 4.3 與表 4.3 所示：

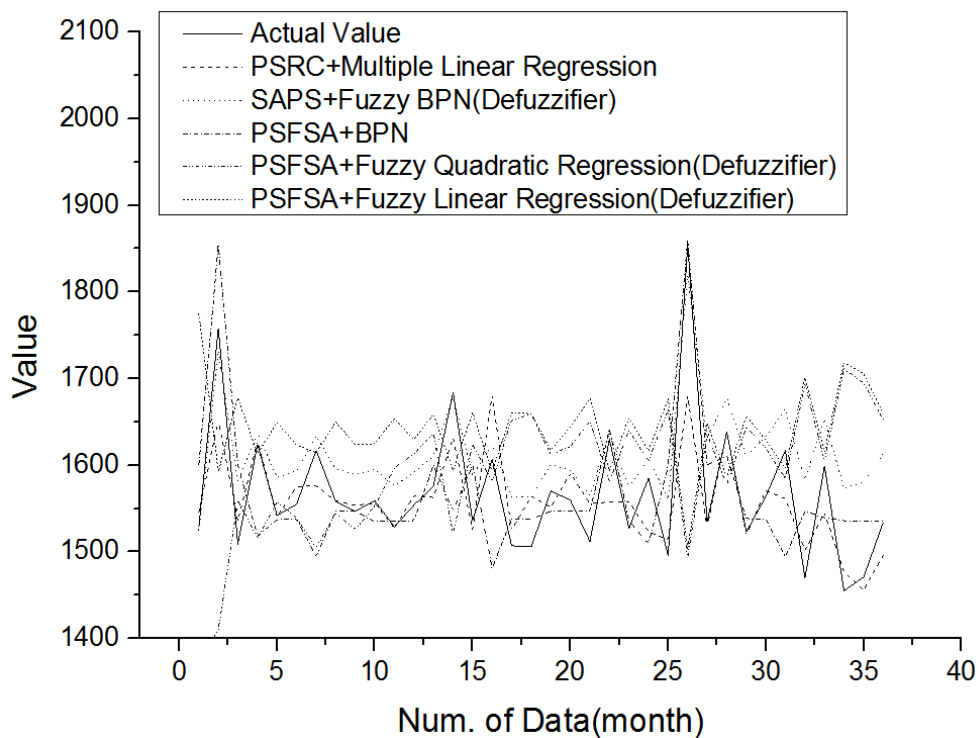


圖 4.3 交通流量之預測結果與誤差圖 (本研究整理)

表 4.3 交通流量預測誤差統整表 (本研究整理)

排序	方法	誤差度 (MAPE)
1	複線性迴歸 + PSRC	2.18 %
2	Fuzzy BPN + SAPS	3.15 %
3	BPN + FCTSI	3.18 %
51	模糊二次迴歸 + PSFSA	10.20 %
52	模糊線性迴歸 + PSFSA	10.85 %

由上述圖表可初步驗證，對於曲線複雜、變動幅度較大的資料型態，須將季節性與混沌變動性同時兼顧，並應用模糊區間來估計預測值，方能得到較佳預測結果。此外，本研究所提出之針對模糊不確定性資料的模糊預測方法於下圖 4.4 呈現預測最佳之預測圖，並且透過模糊預測圖可呈現出決策者所決定的區間是否符合預測的需求，或是需要修改模糊區間估計的寬度。

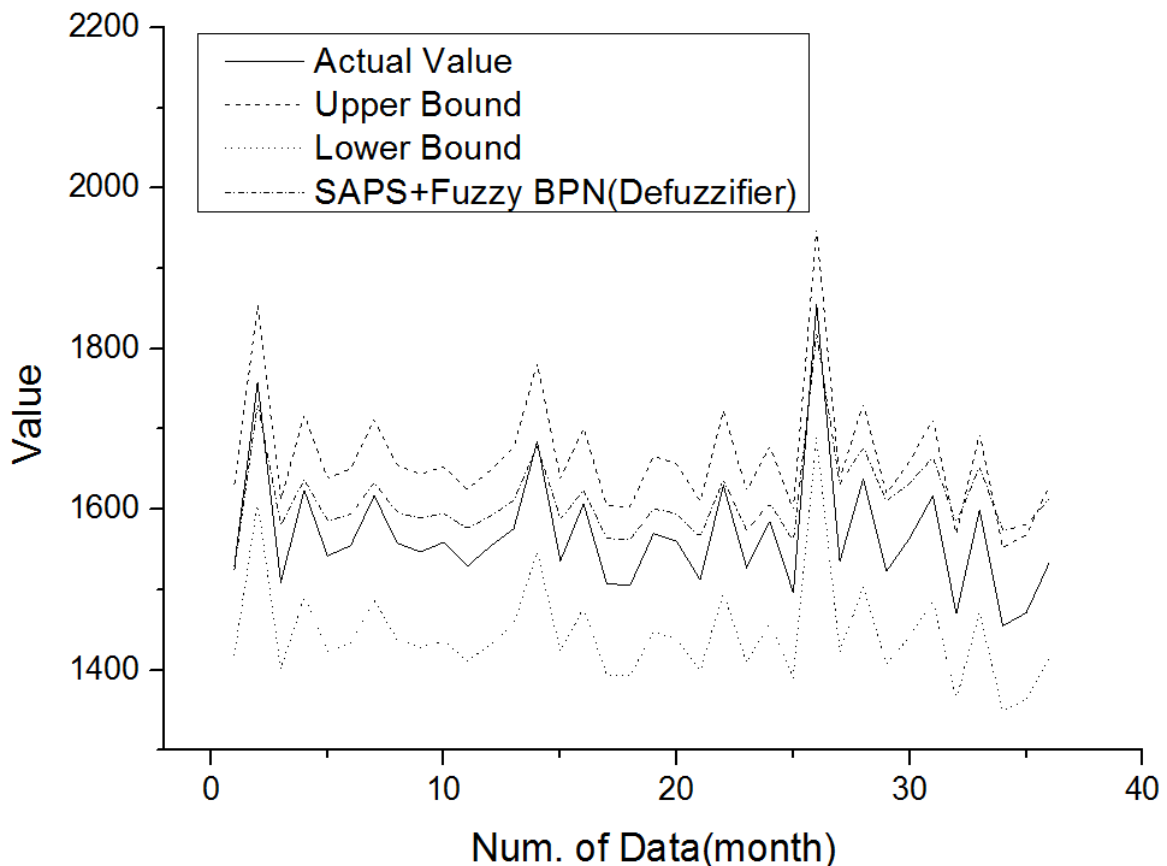


圖 4.4 交通流量 Fuzzy BPN+SAPS 預測圖 (本研究整理)

4.3 聚酯加工絲產量

表 4.4 聚酯加工絲產量資料預測相關參數 (本研究整理)

資料來源	AREMOS 經濟統計資料庫 聚酯加工絲產量(2009-2014)
資料使用	共 72 筆，48 筆當歷史訓練資料，24 筆為驗證資料
混沌參數 (季節調整前/後/ 進一步調整)	延遲時間 τ : 1/8/11 嵌入維度 m : 9/8/4
門檻值(threshold)	$h=0.5$

聚酯加工絲產量時間序列圖如下圖 4.5 :

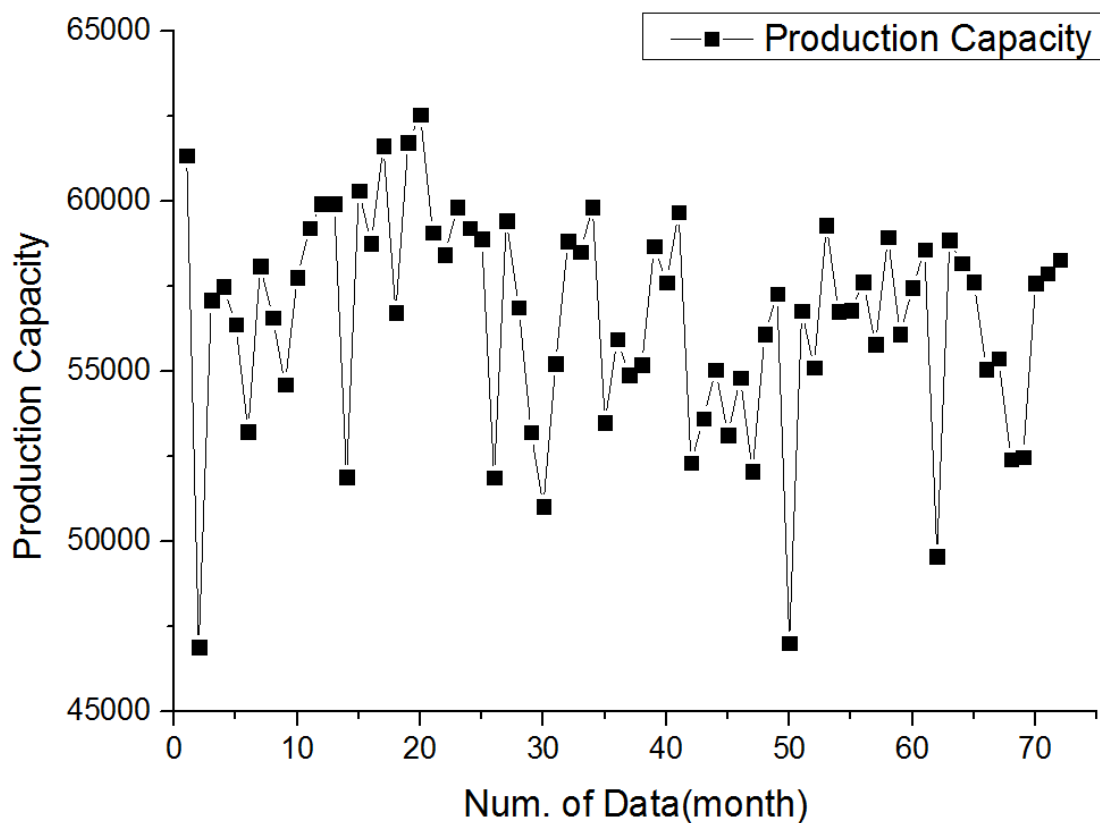


圖 4.5 聚酯加工絲產量時間序列圖 (本研究整理)

4.3.1 預測結果與評估

將聚酯加工絲產量資料經過不同季節性與混沌性處理後，再套用上述所提及的六種模式與九種不同的預測方法，產生不同的預測結果來做比較。套用後預測的結果如下圖 4.6 所示：

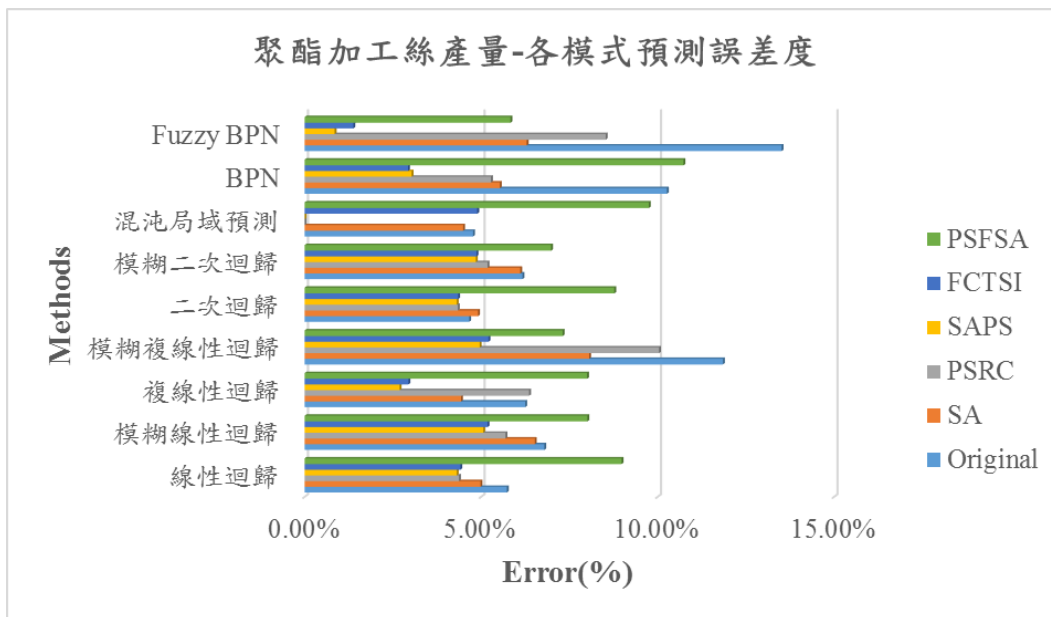


圖 4.6 聚酯加工絲產量各模式預測誤差圖 (本研究整理)

由上圖可知，除了一般做法(Original)與季節後調整的作法(PSFSA)外，各類型的預測模式皆有不錯的結果，其中本研究提出之應用於季節性指標進一步處理 (FCTSI) 與季節前處理(SAPS)所呈現的結果又比其他的方法更好。在此進一步的將各模式的預測結果中誤差最小的前三名與誤差最大的前兩名各自取出作比較。如下圖 4.7 與表 4.5 所示：

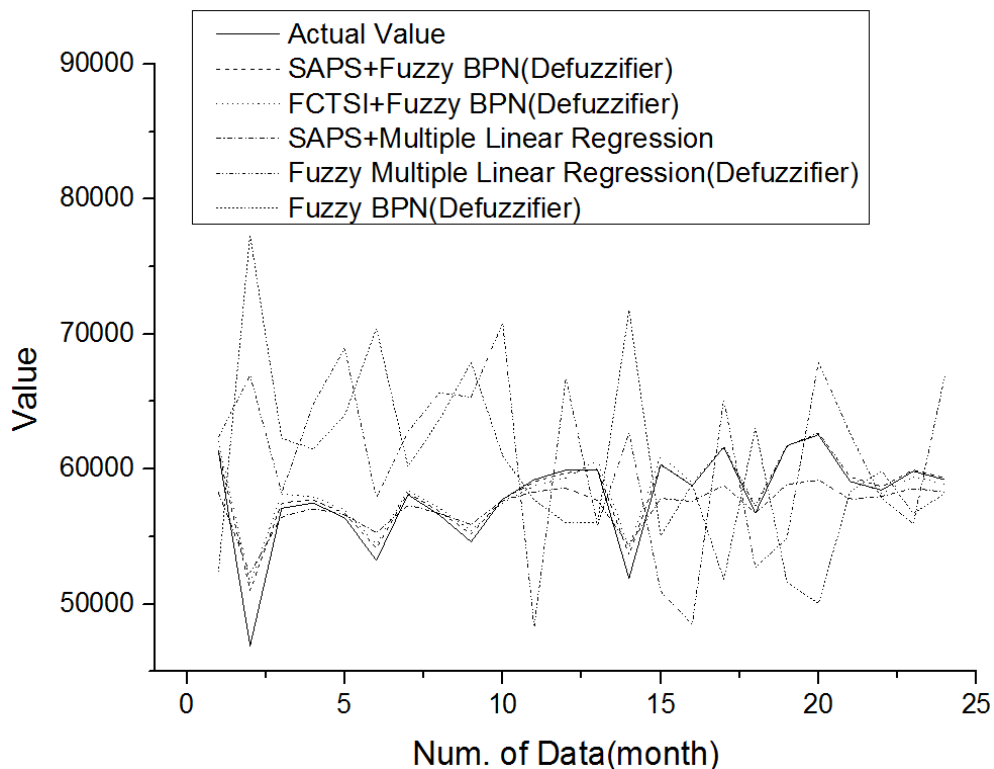


圖 4.7 聚酯加工絲產量之預測結果與誤差圖 (本研究整理)

表 4.5 聚酯加工絲產量預測誤差統整表 (本研究整理)

排序	方法	誤差度 (MAPE)
1	Fuzzy BPN + SAPS	0.85 %
2	Fuzzy BPN + FCTSI	1.38 %
3	複線性迴歸 + SAPS	2.69 %
51	模糊複線性迴歸 + Original	11.85 %
52	Fuzzy BPN + Original	13.51 %

由上述圖表可初步驗證，對於曲線複雜、變動幅度較大的資料型態，須將季節性與混沌變動性同時兼顧，並應用模糊區間來估計預測值，方能得到較佳預測結果。此外，本研究所提出之針對模糊不確定性資料的模糊預測方法於下圖 4.8 與圖 4.9 呈現預測最佳之預測圖，並且透過模糊預測圖可呈現出決策者所決定的區間是否符合預測的需求，或需要修改模糊區間估計的寬度。

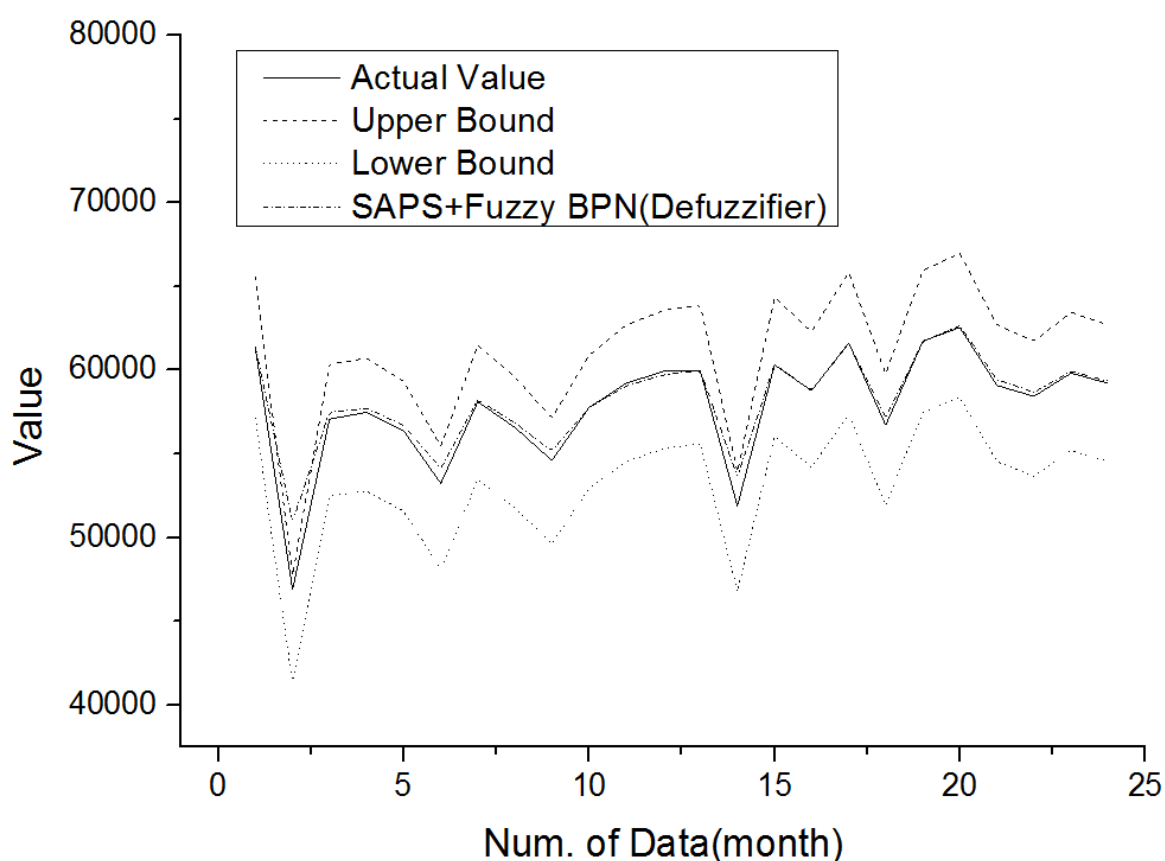


圖 4.8 聚酯加工絲產量 Fuzzy BPN+SAPS 預測圖 (本研究整理)

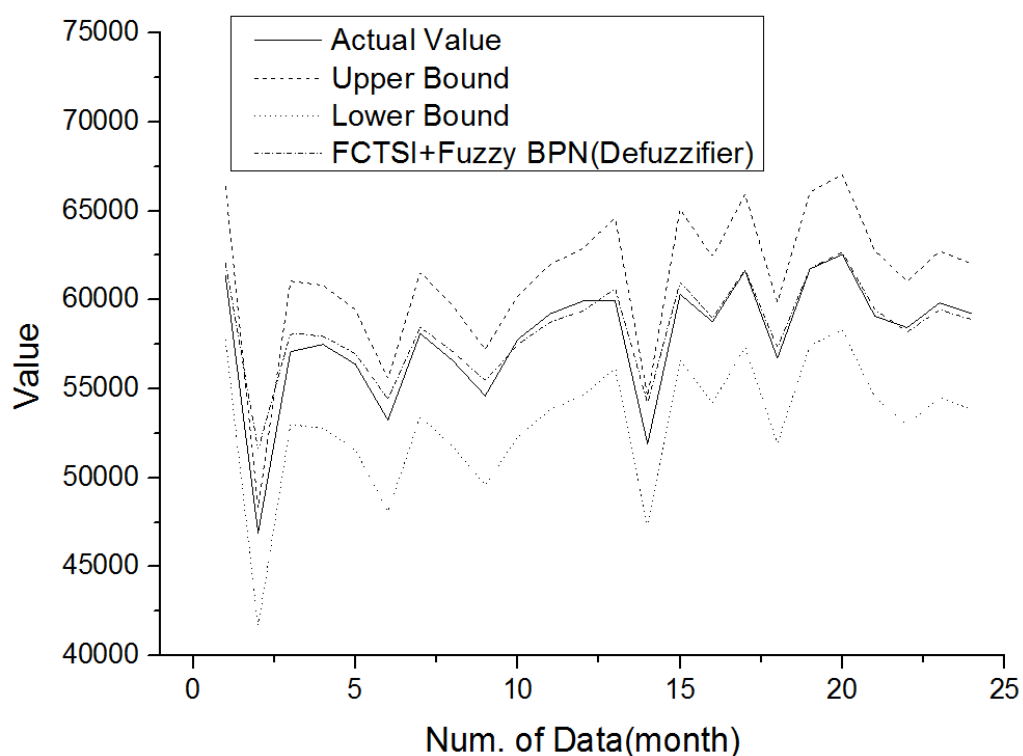


圖 4.9 聚酯加工絲產量 Fuzzy BPN+FCTSI 預測圖 (本研究整理)

4.4 空氣汙染指標

表 4.6 空氣汙染指標資料預測相關參數 (本研究整理)

資料來源	總體統計資料庫 空氣汙染指標(2001-2014)
資料使用	共 168 筆，112 筆當歷史訓練資料，56 筆為驗證資料
混沌參數 (季節調整前/後/ 進一步調整)	延遲時間 τ : 3/3/2 嵌入維度 m : 16/17/2
門檻值(threshold)	$h=0.5$

空氣汙染指標時間序列圖如下圖 4.10：

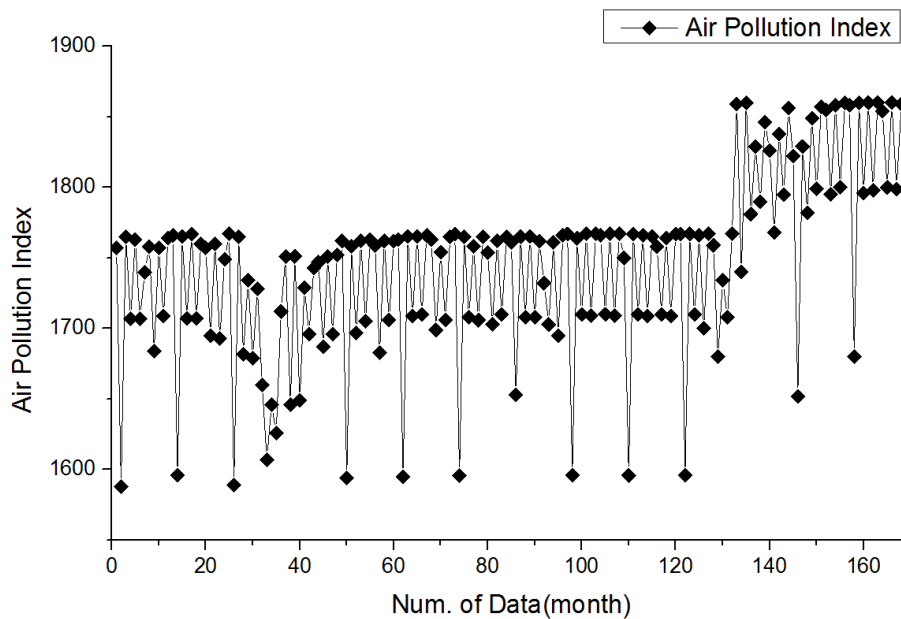


圖 4.10 空氣汙染指標時間序列圖 (本研究整理)

4.4.1 預測結果與評估

將空氣汙染指標資料經過不同季節性與混沌性處理後，再套用上述所提及的六種模式與九種不同的預測方法，產生不同的預測結果來做比較。套用後預測的結果如下圖 4.11 所示：

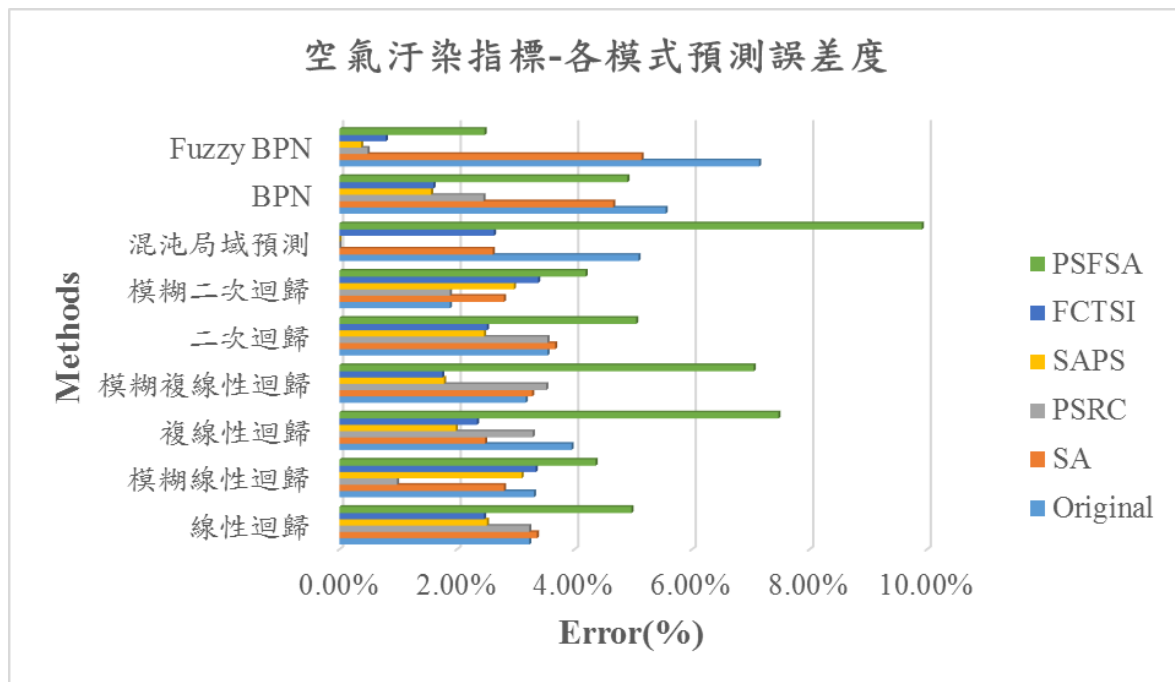


圖 4.11 空氣汙染指標各模式預測誤差圖 (本研究整理)

由上圖可知，除了一般做法(Original)與季節後調整的作法(PSFSA)外，各類型的預測模式皆有不錯的結果。其中本研究提出之應用於季節性指標進一步處理 (FCTSI) 與季節前處理(SAPS)所呈現的結果又比其他的方法

更好。在此進一步的將各模式的預測結果中誤差最小的前三名與誤差最大的前兩名各自取出作比較。如下圖 4.12 與表 4.7 所示：

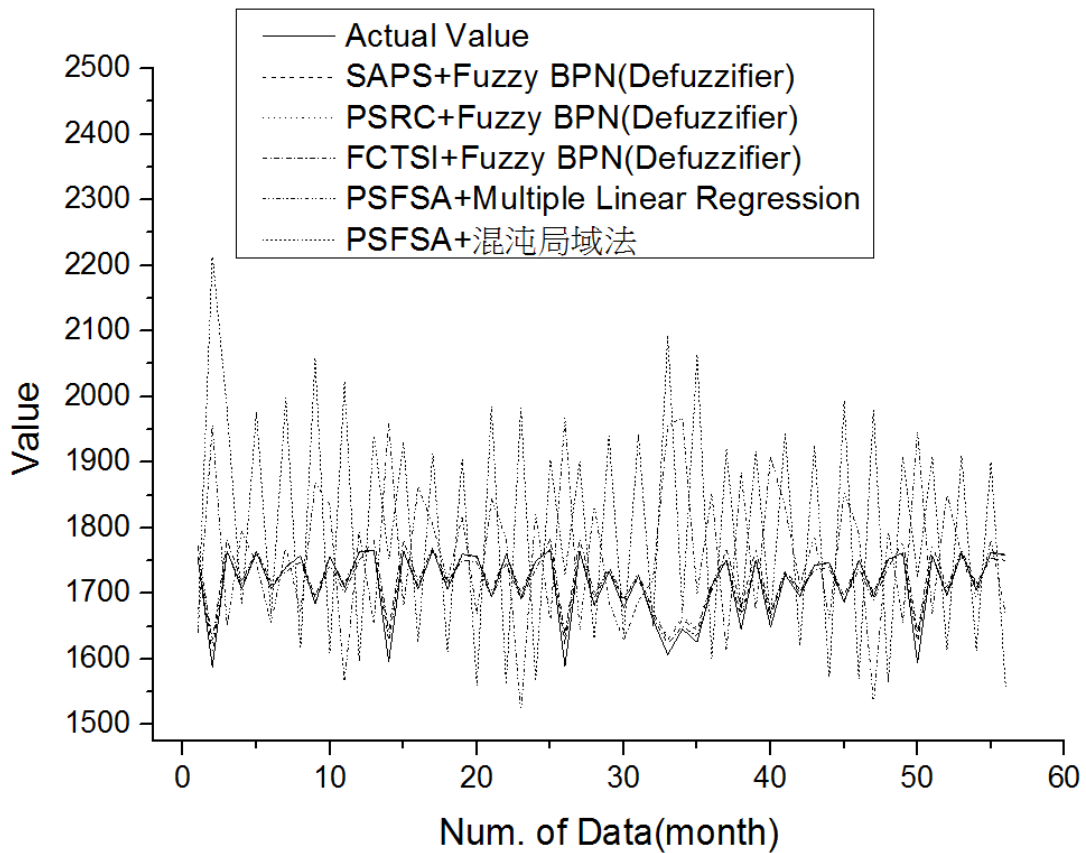


圖 4.12 空氣汙染指標之預測結果與誤差圖 (本研究整理)

由上圖及下表可初步驗證，對於曲線複雜、變動幅度較大的資料型態，須將季節性與混沌變動性同時兼顧，並應用模糊區間來估計預測值，方能得到較佳預測結果。

表 4.7 空氣汙染指標預測誤差統整表 (本研究整理)

排序	方法	誤差度 (MAPE)
1	Fuzzy BPN + SAPS	0.37 %
2	Fuzzy BPN + PSRC	0.48 %
3	Fuzzy BPN + FCTSI	0.79 %
51	複線性迴歸 + PSFSA	7.47 %
52	混沌局域預測 + PSFSA	9.91 %

此外，本研究所提出之針對模糊不確定性資料的模糊預測方法於下圖 4.13 與圖 4.14 及圖 4.15 呈現預測最佳之預測圖，並且透過模糊預測圖可呈現出決策者所決定的區間是否符合預測的需求，或是需要修改區間寬度。

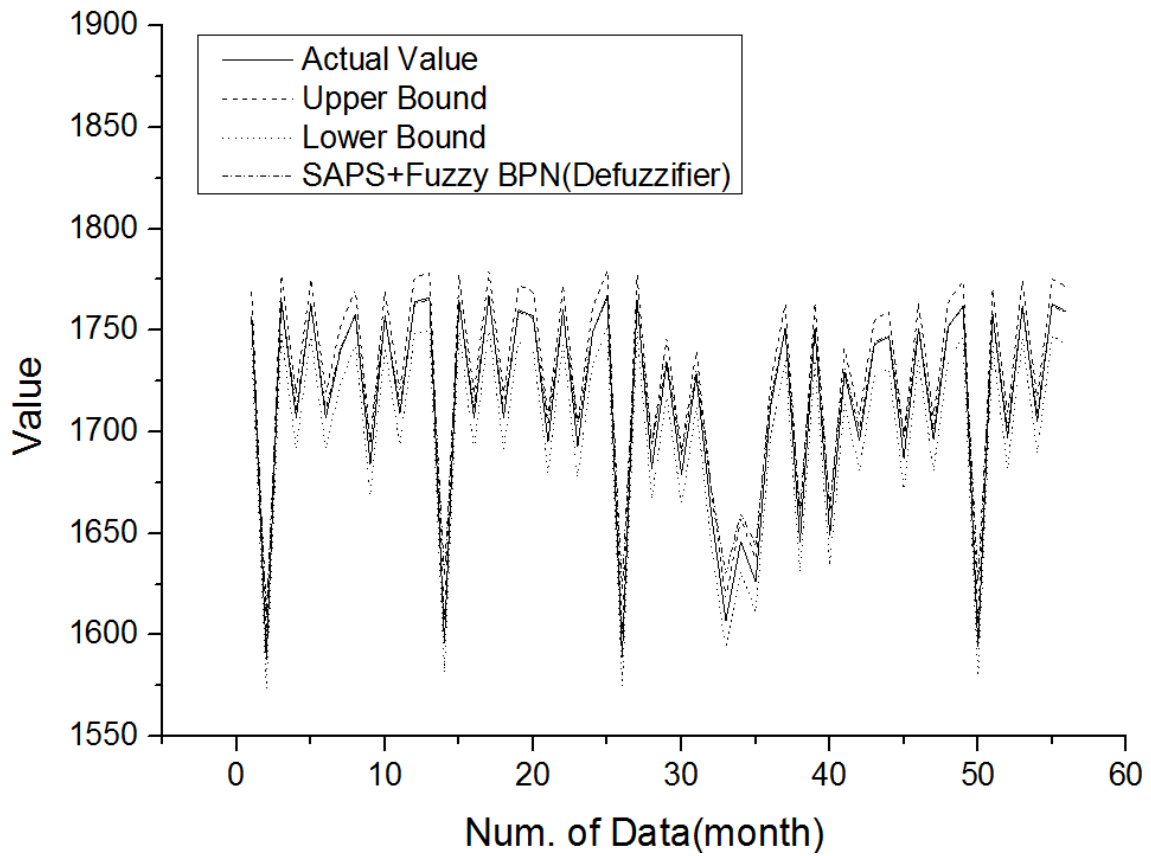


圖 4.13 空氣汙染指標 Fuzzy BPN+SAPS 預測圖 (本研究整理)

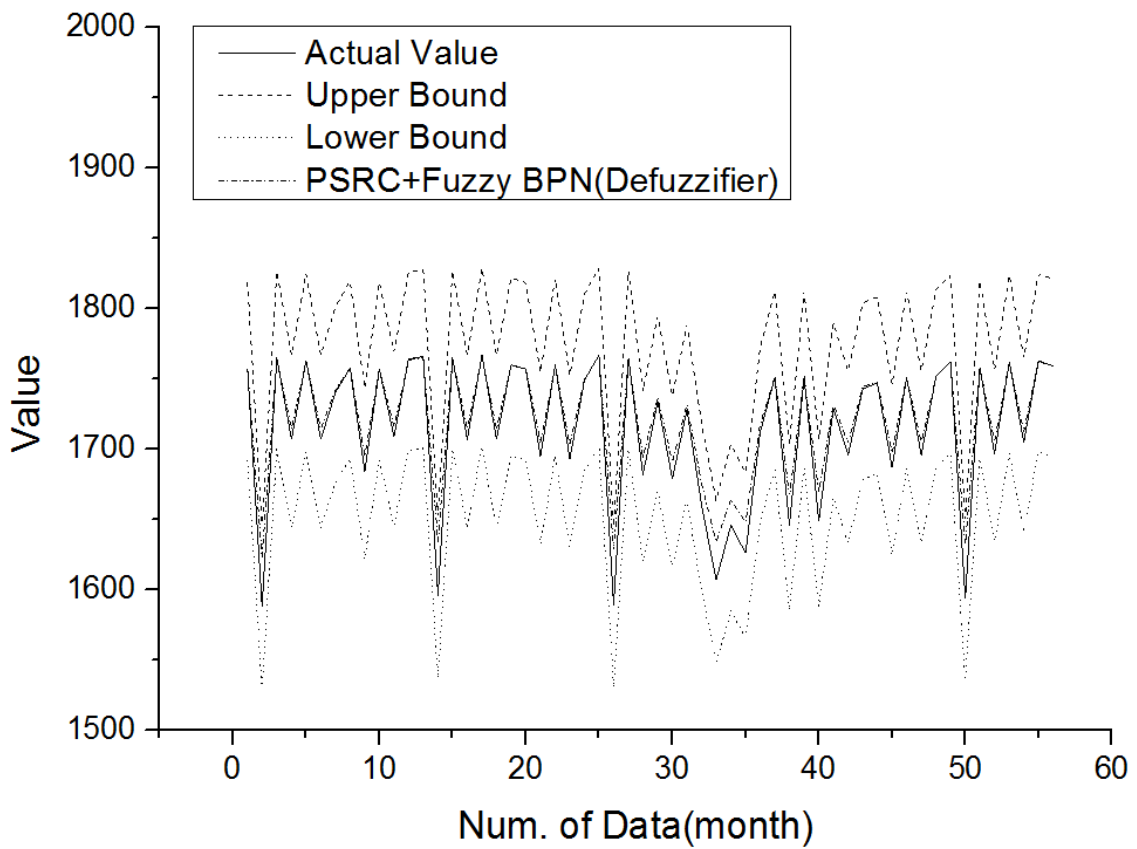


圖 4.14 空氣汙染指標 Fuzzy BPN+PSRC 預測圖 (本研究整理)

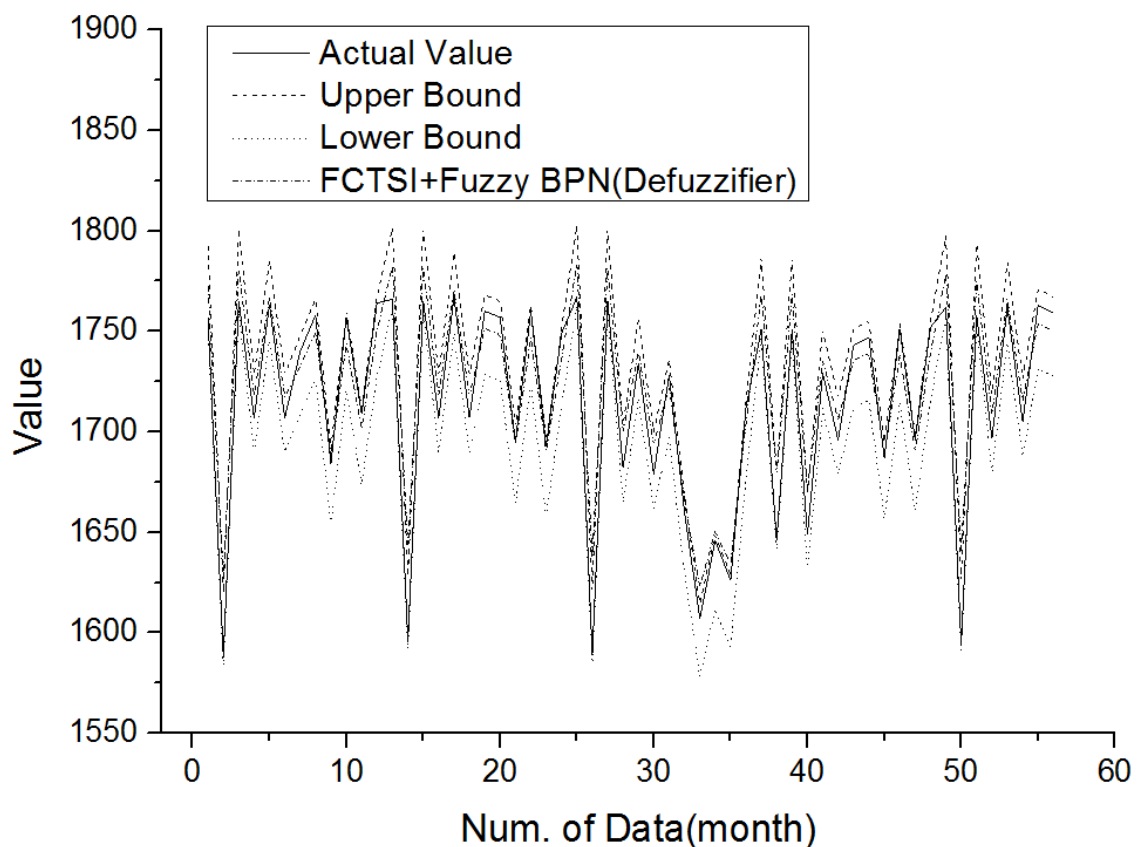


圖 4.15 空氣汙染指標 Fuzzy BPN+FCTSI 預測圖 (本研究整理)

4.5 台電發電量

表 4.8 台電發電量資料預測相關參數 (本研究整理)

資料來源	總體統計資料庫 台灣電力公司發電量(2000-2014)
資料使用	共 180 筆，120 筆當歷史訓練資料，60 筆為驗證資料
混沌參數 (季節調整前/後/ 進一步調整)	延遲時間 τ : 13/5/2 嵌入維度 m : 4/3/3
門檻值(threshold)	$h=0.5$

台電發電量時間序列圖如下圖 4.16：

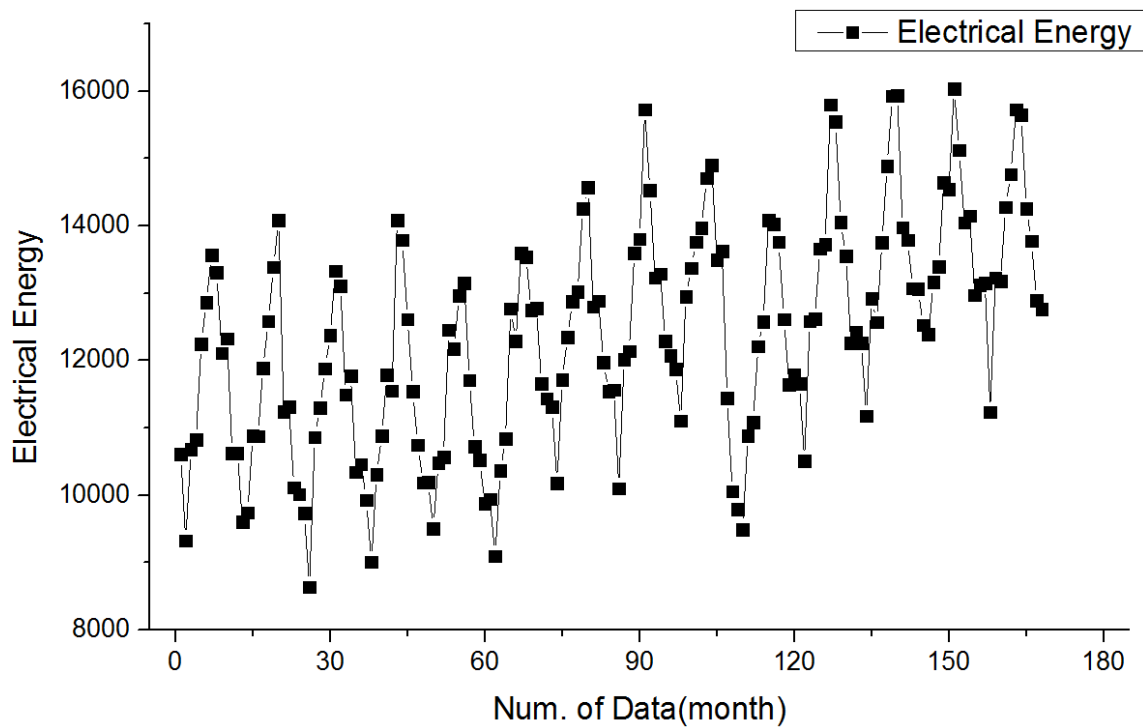


圖 4.16 台電發電量時間序列圖 (本研究整理)

4.5.1 預測結果與評估

將台電發電量資料經過不同季節性與混沌性處理後，再套用上述所提及的六種模式與九種不同的預測方法，產生不同的預測結果來做比較。套用後預測的結果如下圖 4.17 所示：

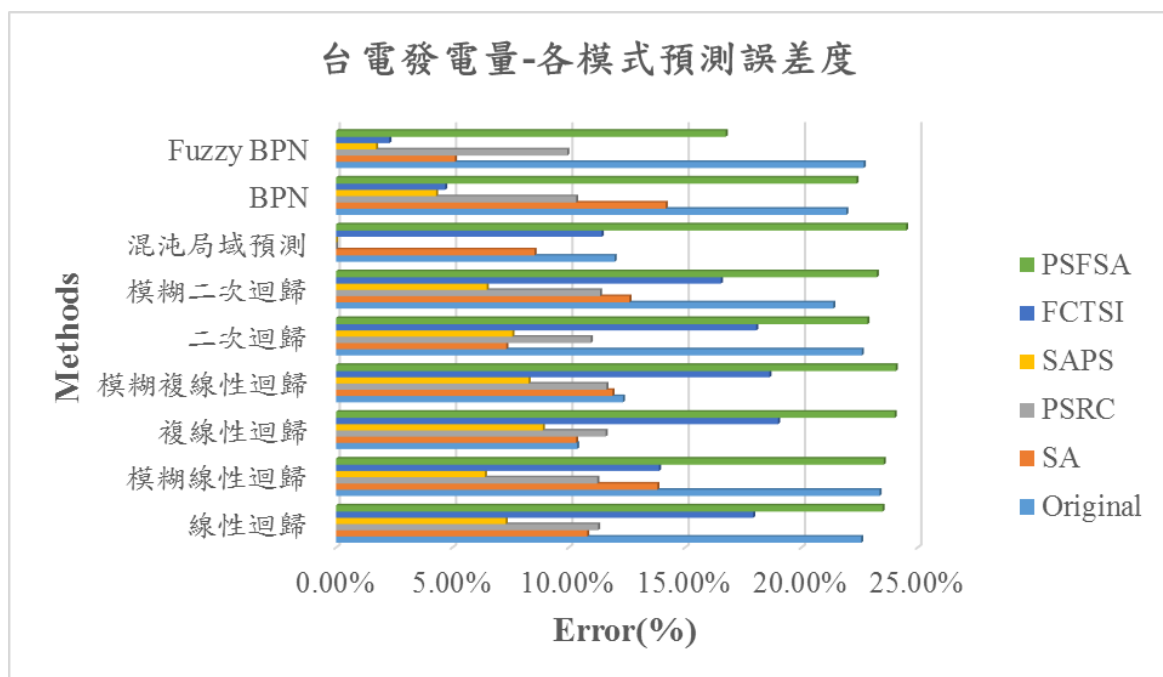


圖 4.17 台電發電量各模式預測誤差圖 (本研究整理)

由上圖可知，各模式的預測方法於本研究所提出季節前處理(SAPS)中皆有不錯的預測結果，其中以 BPN 與 Fuzzy BPN 的預測結果更好。在此進一步的將各模式的預測結果中誤差最小的前三名與誤差最大的前兩名各自取出作比較。如下圖 4.18 與表 4.5 所示：

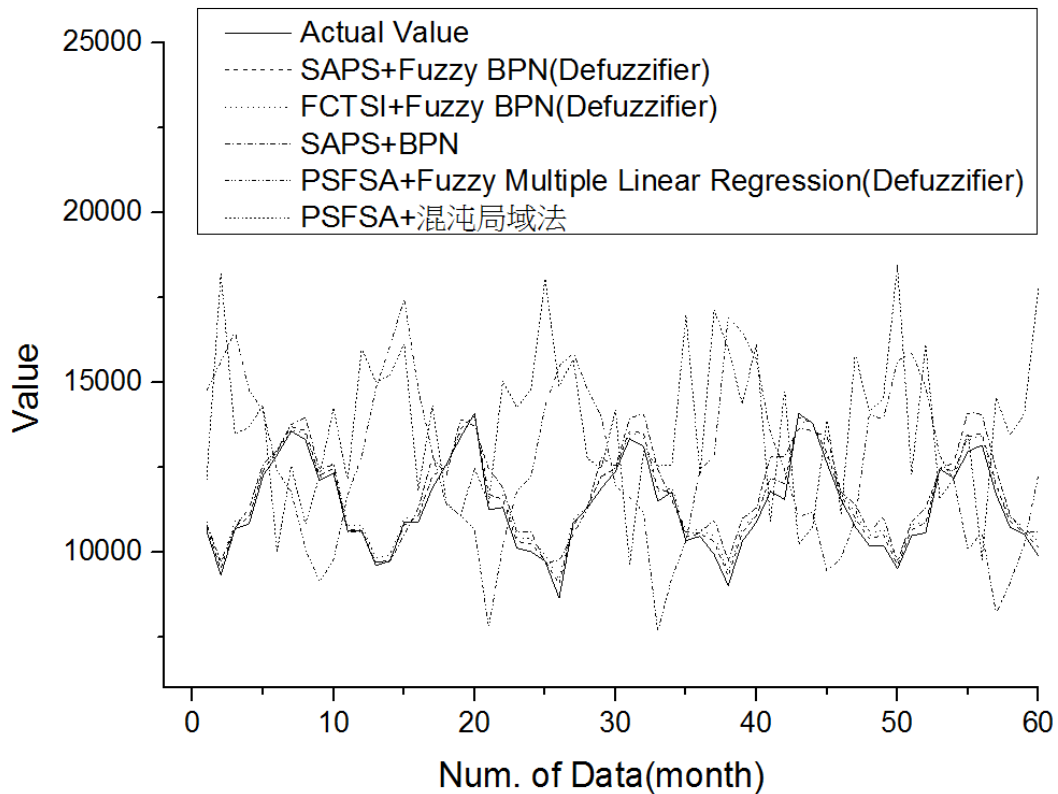


圖 4.18 台電發電量之預測結果與誤差圖 (本研究整理)

由上圖及下表可初步驗證，對於曲線複雜、變動幅度較大的資料型態，須將季節性與混沌變動性同時兼顧，並應用模糊區間來估計預測值，方能得到較佳預測結果。

表 4.9 台電發電量預測誤差統整表 (本研究整理)

排序	方法	誤差度 (MAPE)
1	Fuzzy BPN + SAPS	1.72 %
2	Fuzzy BPN + FCTSI	2.29 %
3	BPN + SAPS	4.30 %
51	Fuzzy MLR + PSFSA	24.06 %
52	混沌局域預測 + PSFSA	24.50 %

此外，本研究所提出之針對模糊不確定性資料的模糊預測方法於下圖 4.19 與圖 4.20 呈現預測最佳之預測圖，並且透過模糊預測圖可呈現出決策者所決定的區間是否符合預測的需求，或是需要修改模糊區間估計的寬度。

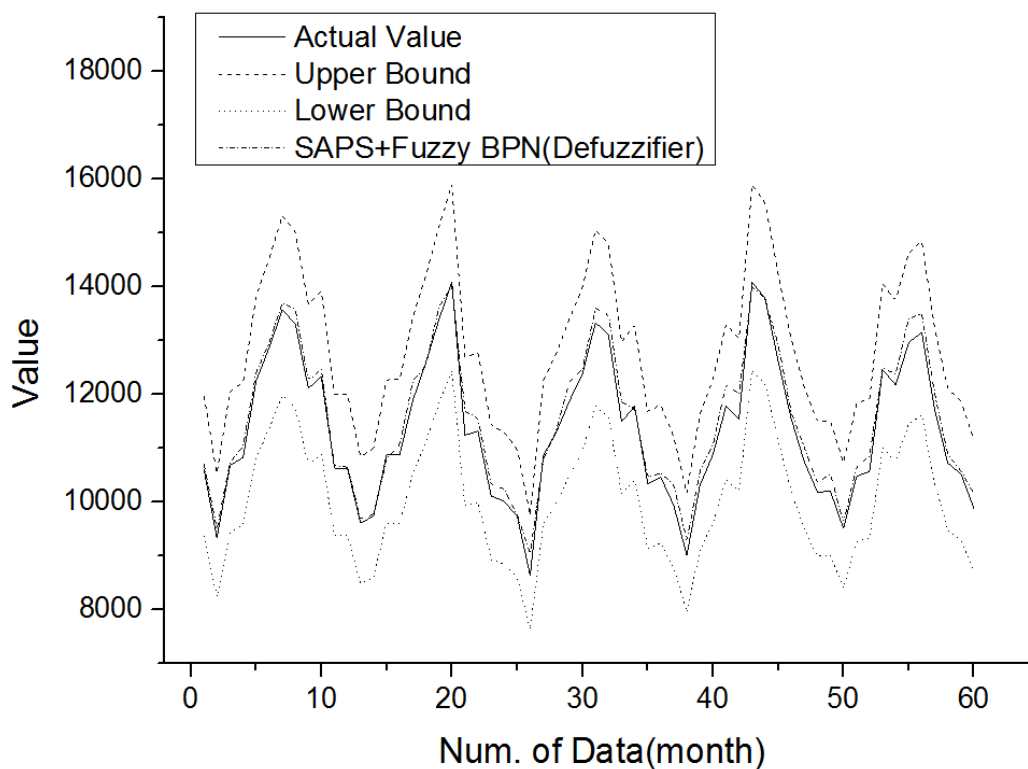


圖 4.19 台電發電量 Fuzzy BPN+SAPS 預測圖 (本研究整理)

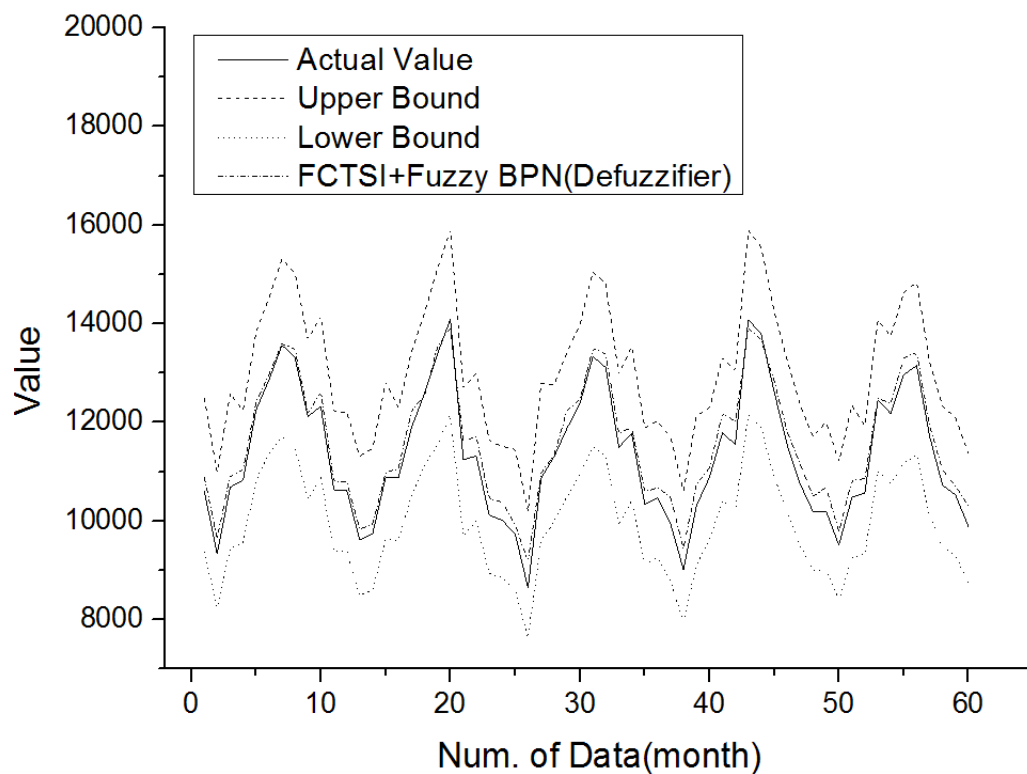


圖 4.20 台電發電量 Fuzzy BPN+FCTSI 預測圖 (本研究整理)

4.6 出生人口數

表 4.10 出生人口數資料預測相關參數 (本研究整理)

資料來源	總體統計資料庫 台灣出生人口數(2000-2014)
資料使用	共 192 筆，128 筆當歷史訓練資料，64 筆為驗證資料
混沌參數 (季節調整前/後/ 進一步調整)	延遲時間 τ : 15/15/2 嵌入維度 m : 10/4/2
門檻值(threshold)	$h=0.5$

出生人口數時間序列圖如下圖 4.21：

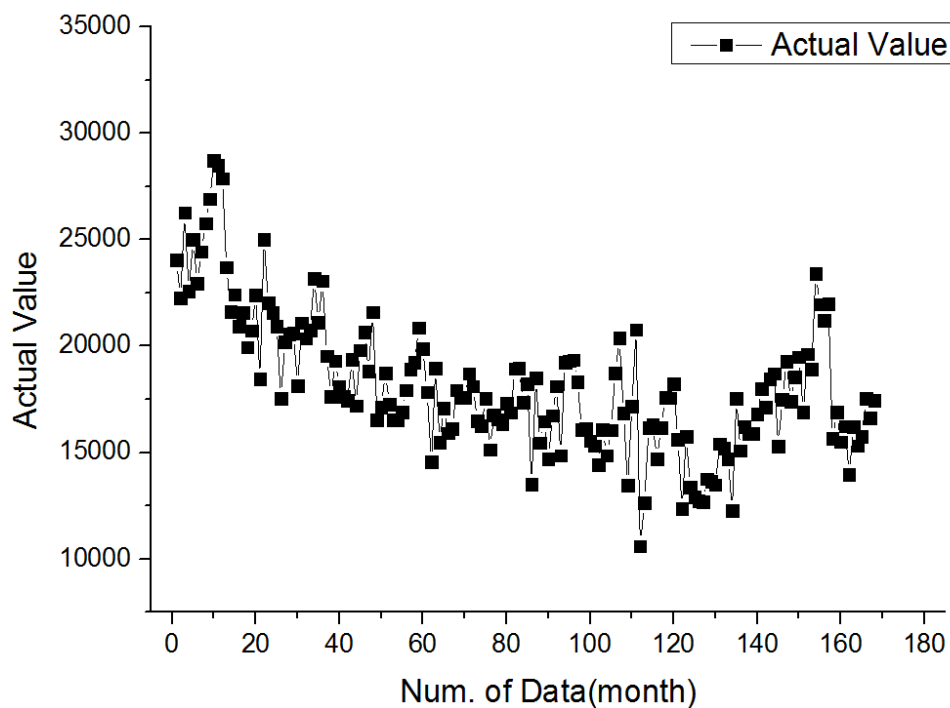


圖 4.21 出生人口數時間序列圖 (本研究整理)

4.6.1 預測結果與評估

將出生人口數資料經過不同季節性與混沌性處理後，再套用上述所提及的六種模式與九種不同的預測方法，產生不同的預測結果來做比較。套用後預測的結果如下圖 4.22 所示：

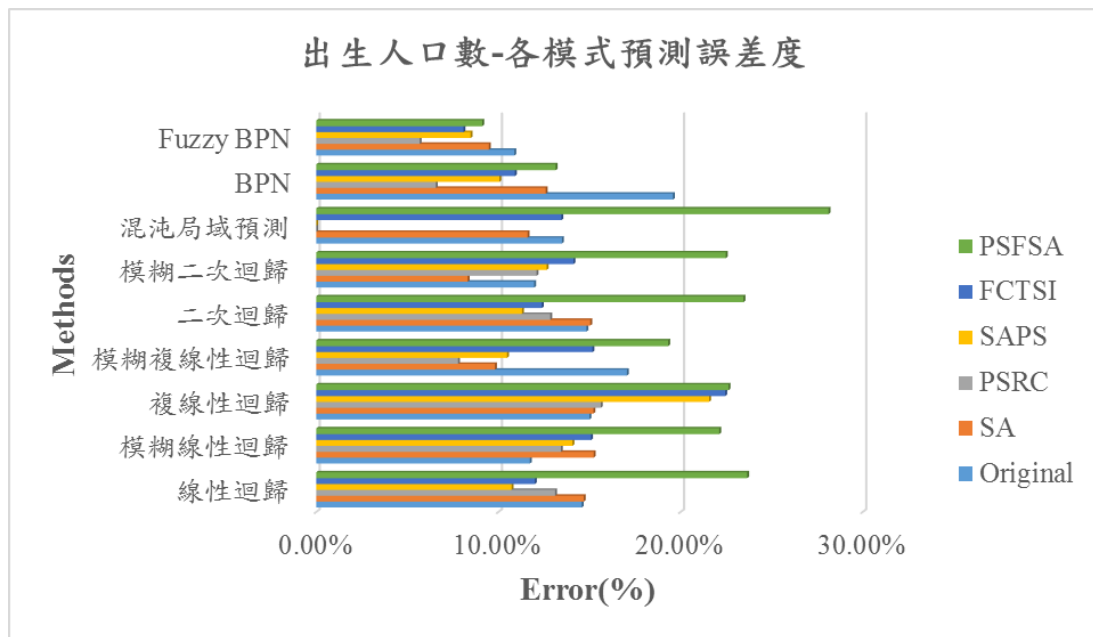


圖 4.22 出生人口數各模式預測誤差圖 (本研究整理)

由上圖可知，各模式的預測方法於本研究所提出季節前處理(SAPS)中及混沌處理(PSRC)皆有不錯的預測結果，其中以 BPN 以及 Fuzzy BPN 的預測結果更好。在此進一步的將各模式的預測結果中誤差最小的前三名與誤差最大的前兩名各自取出作比較。如下圖 4.23 與表 4.11 所示：

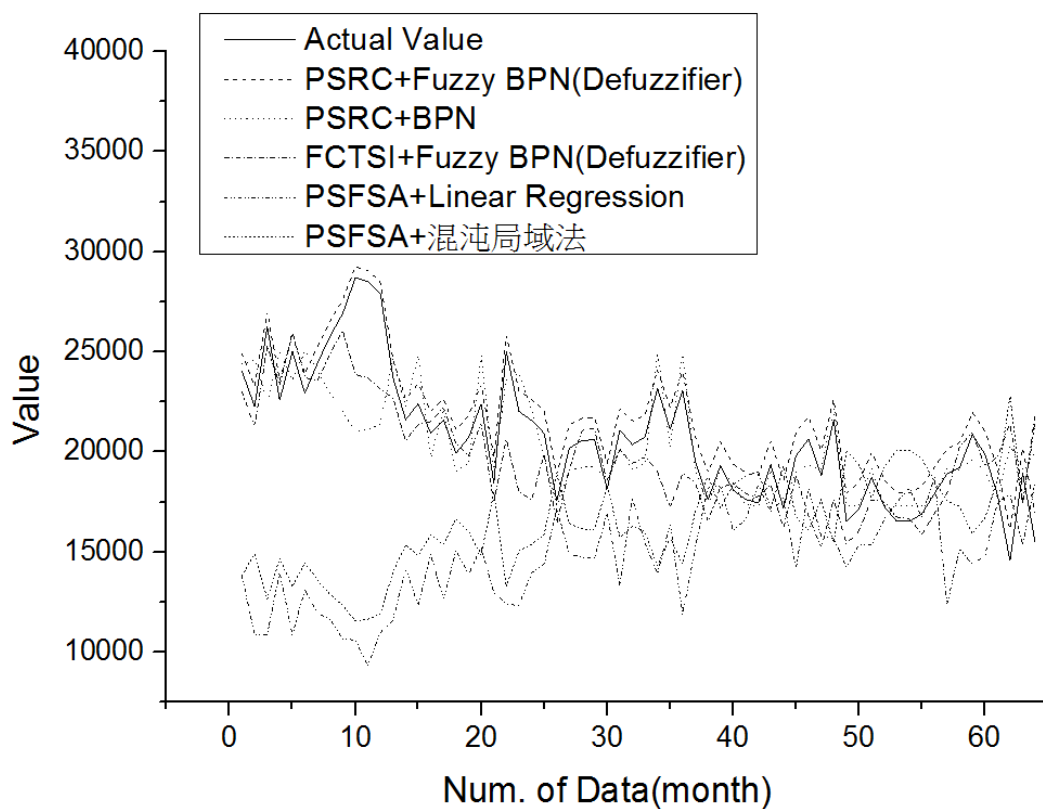


圖 4.23 出生人口數之預測結果與誤差圖 (本研究整理)

由上圖及下表可初步驗證，對於曲線複雜、變動幅度較大的資料型態，須將季節性與混沌變動性同時兼顧，並應用模糊區間來估計預測值，方能得到較佳預測結果。

表 4.11 出生人口數預測誤差統整表 (本研究整理)

排序	方法	誤差度 (MAPE)
1	Fuzzy BPN + PSRC	5.68 %
2	BPN + PSRC	6.56 %
3	Fuzzy BPN + FCTSI	8.08 %
51	線性迴歸 + PSFSA	23.65 %
52	混沌局域預測 + PSFSA	28.12 %

此外，本研究所提出之針對模糊不確定性資料的模糊預測方法於下圖 4.24 與圖 4.25 呈現預測最佳之預測圖，並且透過模糊預測圖可呈現出決策者所決定的區間是否符合預測的需求，或需要修改模糊區間估計的寬度。

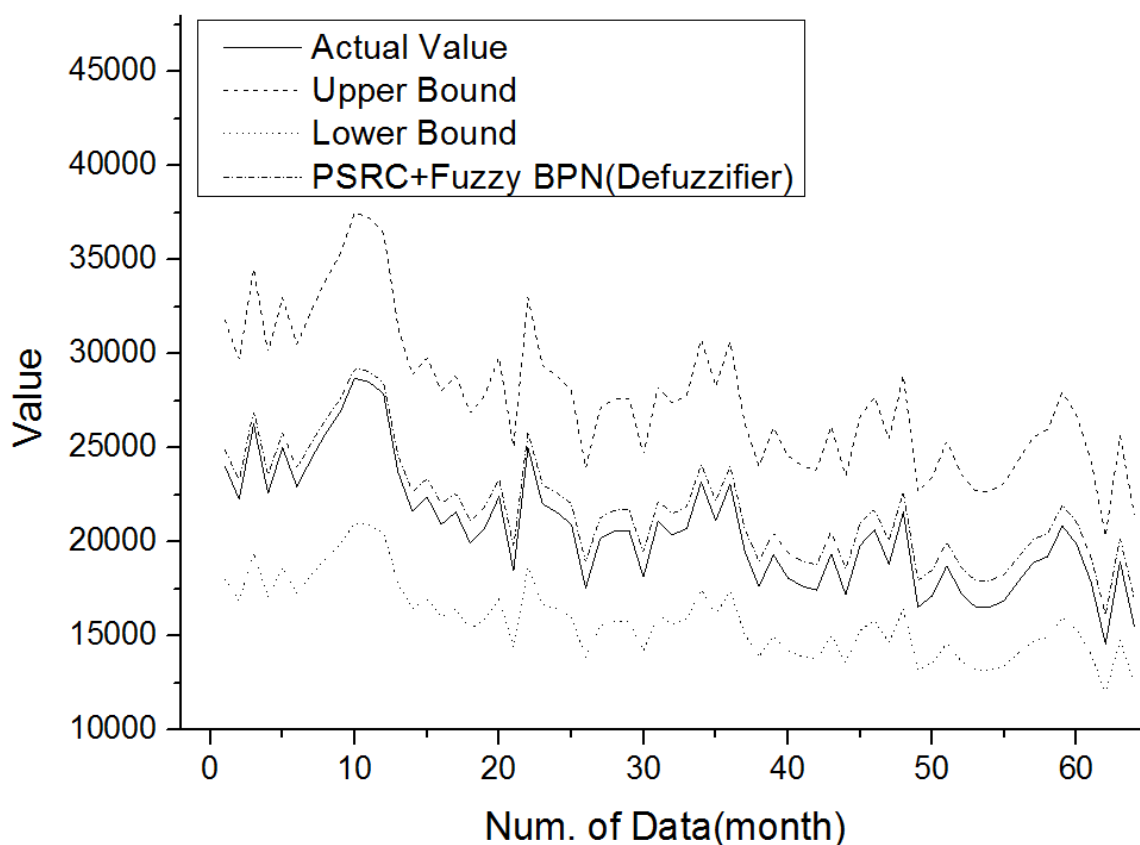


圖 4.24 出生人口數 Fuzzy BPN+PSRC 預測圖 (本研究整理)

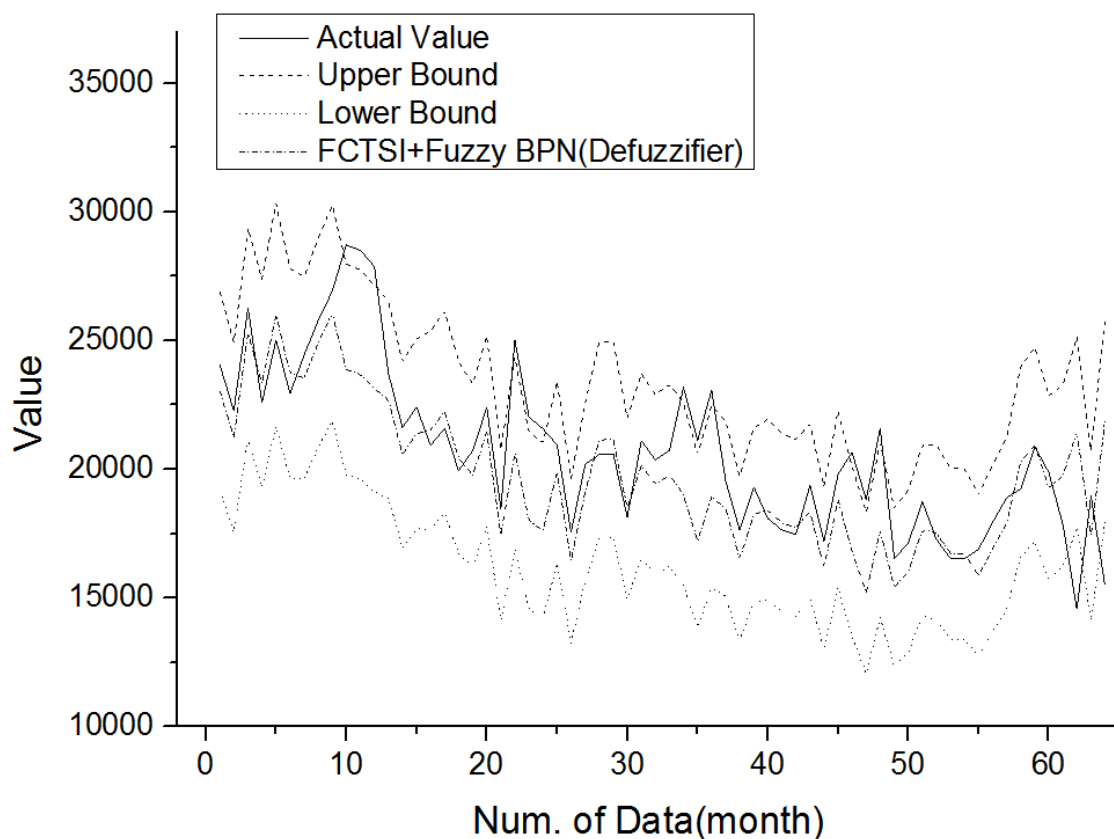


圖 4.25 出生人口數 Fuzzy BPN+FCTSI 預測圖 (本研究整理)

4.7 IIF M3-Competition Data

此小節資料來源皆來自於 International Institute of Forecasters (IIF) 所提供之預測公開資料 (M3-Competition data) 內共有 4 大類別 (如經濟、財經、工業與人口統計之預測資料)，本研究從各類別各挑選 1~2 筆資料進行預測與比較。

4.7.1 個體經濟類 N1821

表 4.12 N1821 資料預測相關參數 (本研究整理)

資料來源	IIF M3C data (Category : MICRO)
資料使用	共 96 筆，64 筆當歷史訓練資料，32 筆為驗證資料
混沌參數 (季節調整前/後/ 進一步調整)	延遲時間 τ : 18/12/4 嵌入維度 m : 2/2/3
門檻值(threshold)	$h=0.5$

N1821 時間序列圖如下圖 4.26：

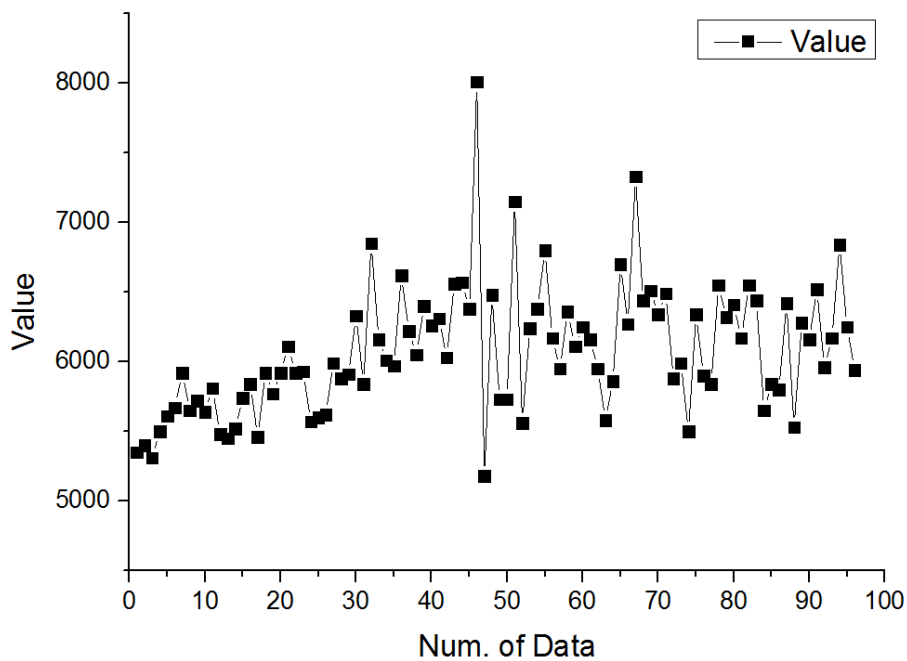


圖 4.26 N1821 時間序列圖 (本研究整理)

將原始資料資料經過不同季節性與混沌性處理後，再套用上述所提及的六種模式與九種不同的預測方法，產生不同的預測結果來做比較。套用後預測的結果如下圖 4.27 所示：

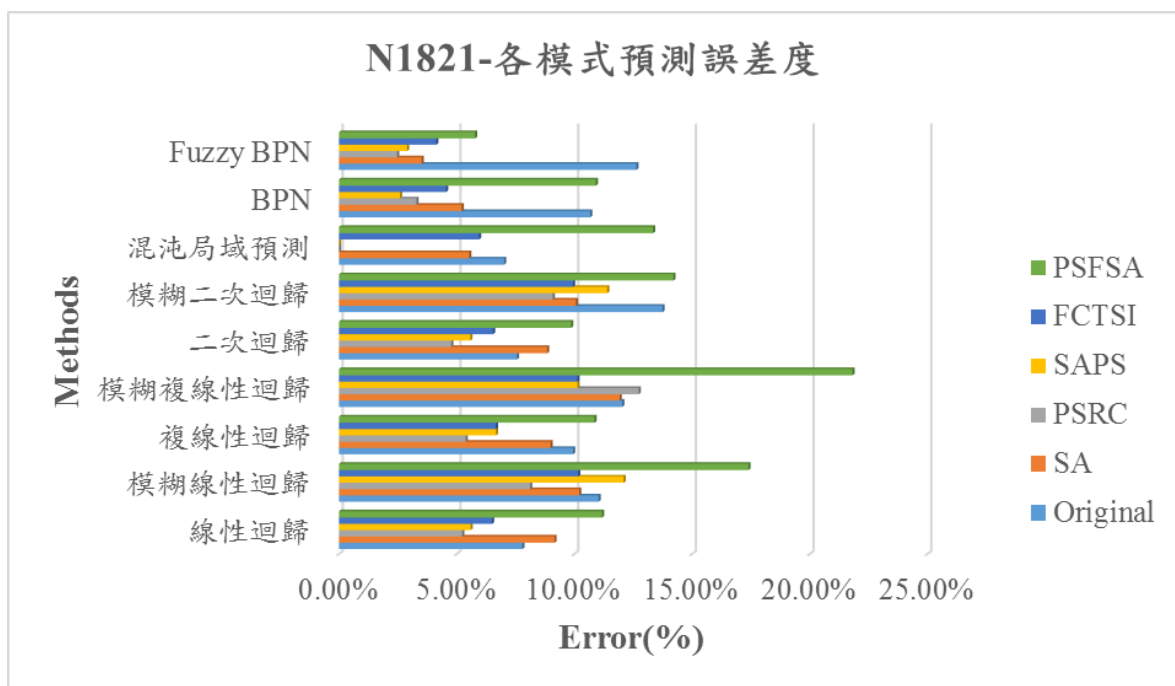


圖 4.27 N1821 各模式預測誤差圖 (本研究整理)

由上圖可知，BPN 與 Fuzzy BPN 在大部份的模式套用下都有良好預測結果，除了一般做法(Original)與季節後調整的作法(PSFSA)外，應用於季節性前處理 (SAPS) 的結果更好。在此進一步的將各模式的預測結果中誤差

最小的前三名與誤差最大的前兩名各自取出作比較。如下圖 4.28 與表 4.13 所示：

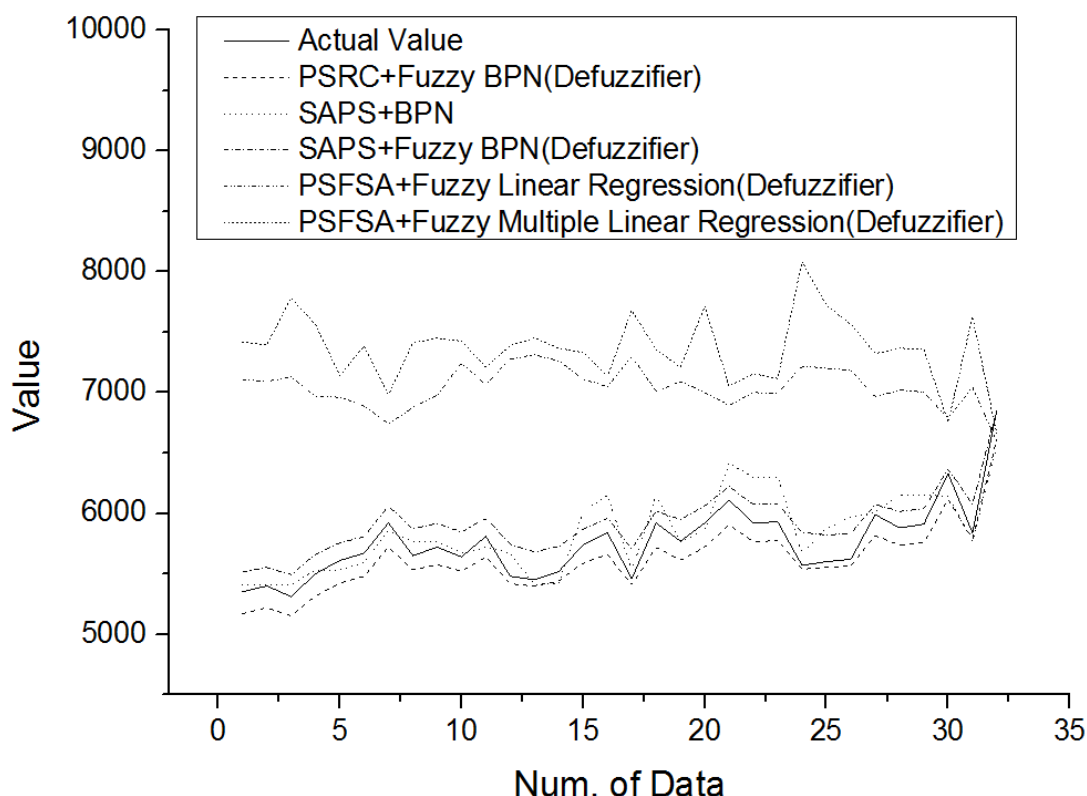


圖 4.28 N1821 預測結果與誤差圖 (本研究整理)

由上圖及下表可初步驗證，對於曲線複雜、變動幅度較大的資料型態，須將季節性與混沌變動性同時兼顧，並應用模糊區間來估計預測值，方能得到較佳預測結果。

表 4.13 N1821 產量預測誤差統整表 (本研究整理)

排序	方法	誤差度 (MAPE)
1	Fuzzy BPN + PSRC	2.47 %
2	BPN + SAPS	2.59 %
3	Fuzzy BPN+SAPS	2.89 %
51	模糊線性迴歸+PSFSA	17.39 %
52	模糊複線性迴歸+PSFSA	21.81 %

此外，本研究所提出之針對模糊不確定性資料的模糊預測方法於下圖 4.29 與圖 4.30 呈現預測最佳之預測圖，並且透過模糊預測圖可呈現出決策者所決定的區間是否符合預測的需求，或需要修改模糊區間估計的寬度。

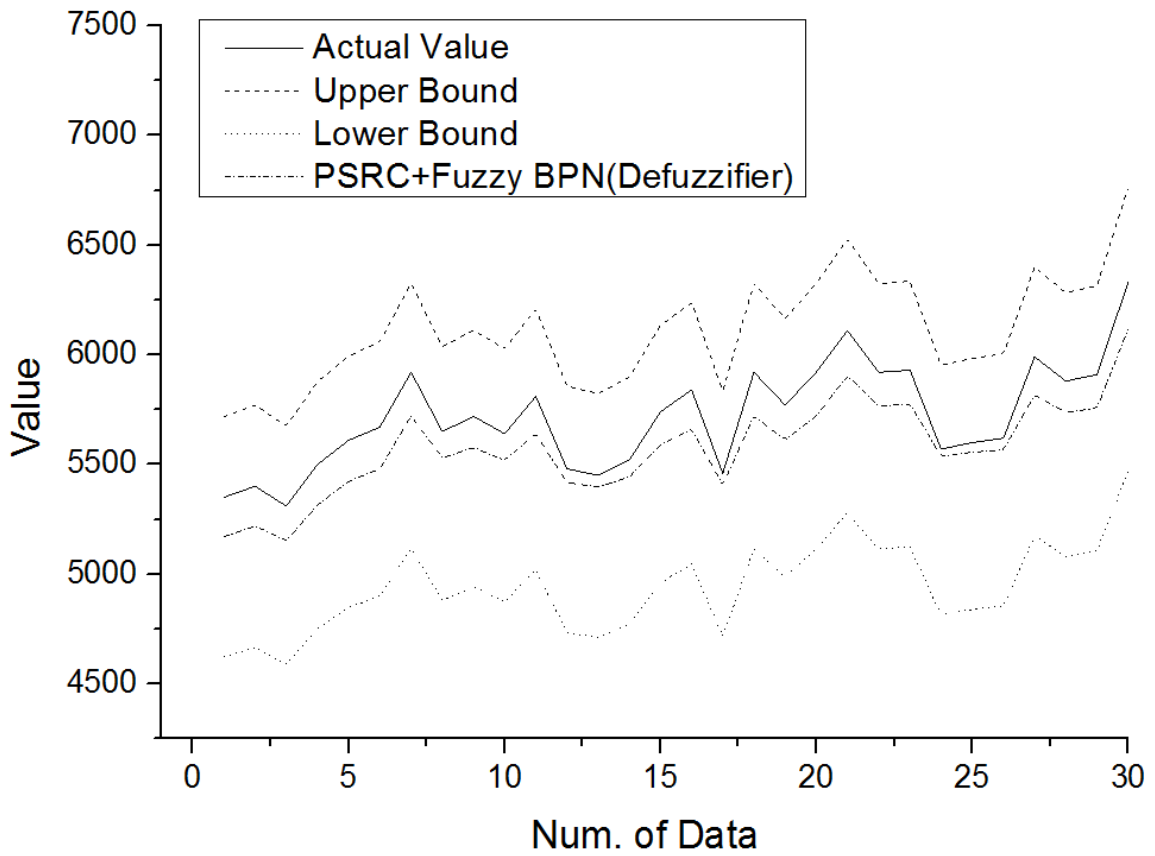


圖 4.29 N1821 之 Fuzzy BPN+PSRC 預測圖 (本研究整理)

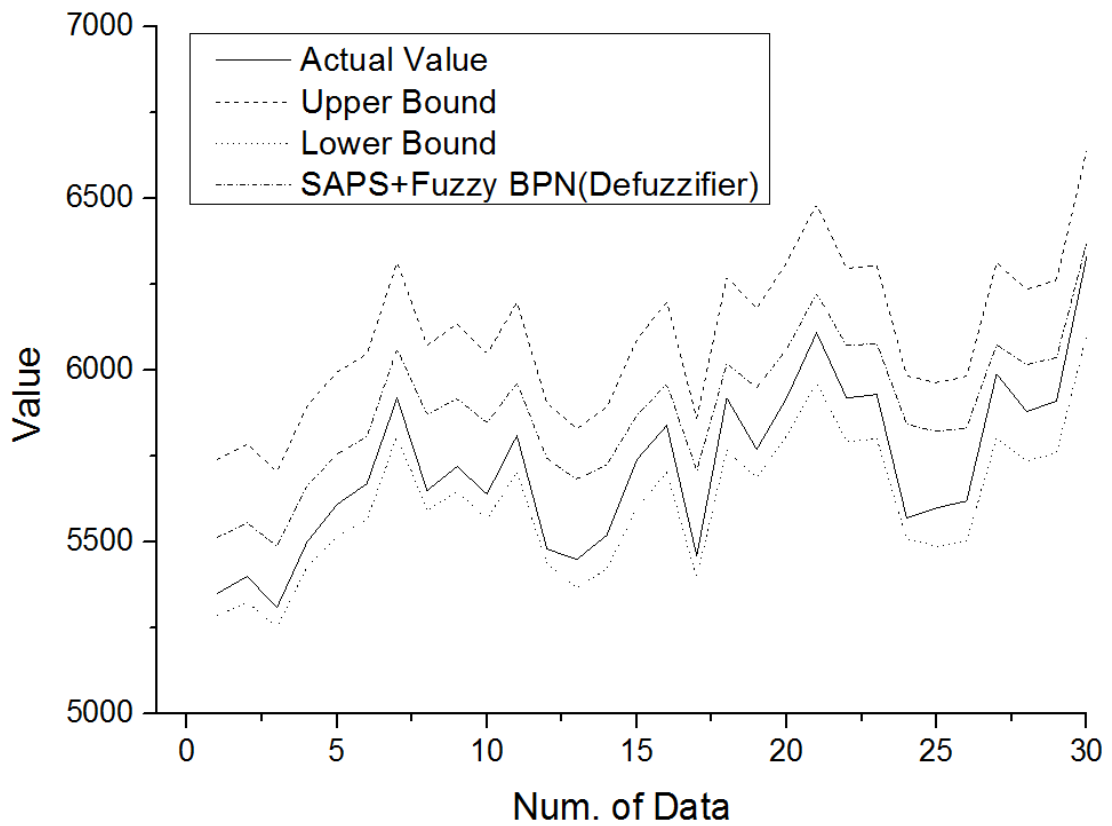


圖 4.30 N1821 之 Fuzzy BPN+SAPS 預測圖 (本研究整理)

4.7.2 工業類 N1891

表 4.14 N1891 資料預測相關參數 (本研究整理)

資料來源	IIF M3C data (Category : INDUSTRY)
資料使用	共 120 筆，80 筆當歷史訓練資料，40 筆為驗證資料
混沌參數 (季節調整前/後/ 進一步調整)	延遲時間 τ : 11/11/2 嵌入維度 m : 2/2/3
門檻值(threshold)	$h=0.5$

N1891 時間序列圖如下圖 4.31：

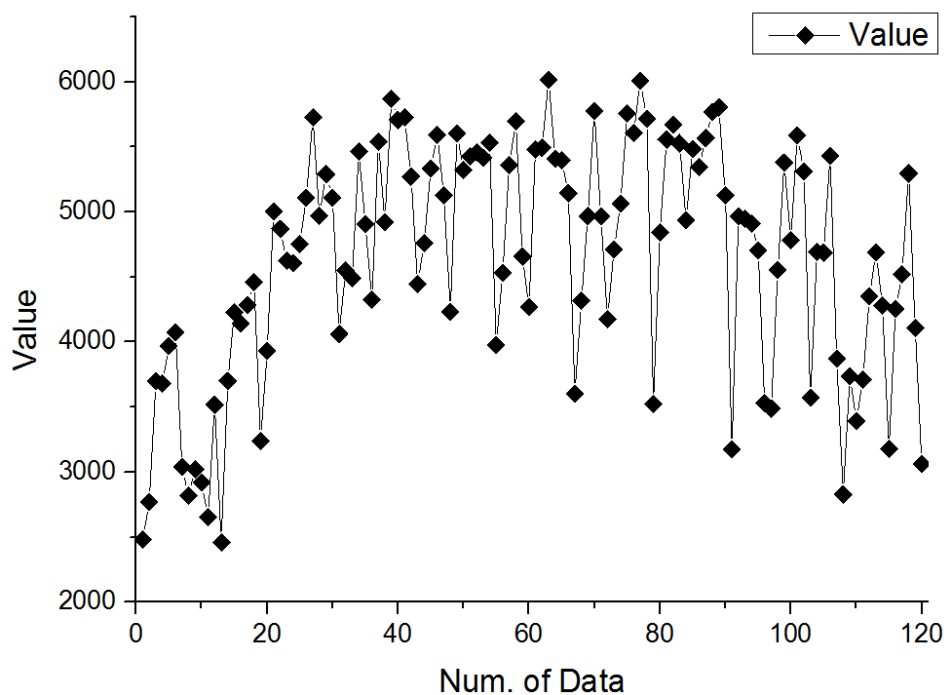


圖 4.31 N1891 時間序列圖 (本研究整理)

將原始資料資料經過不同季節性與混沌性處理後，再套用上述所提及的六種模式與九種不同的預測方法，產生不同的預測結果來做比較。套用後預測的結果如下圖 4.32 所示：

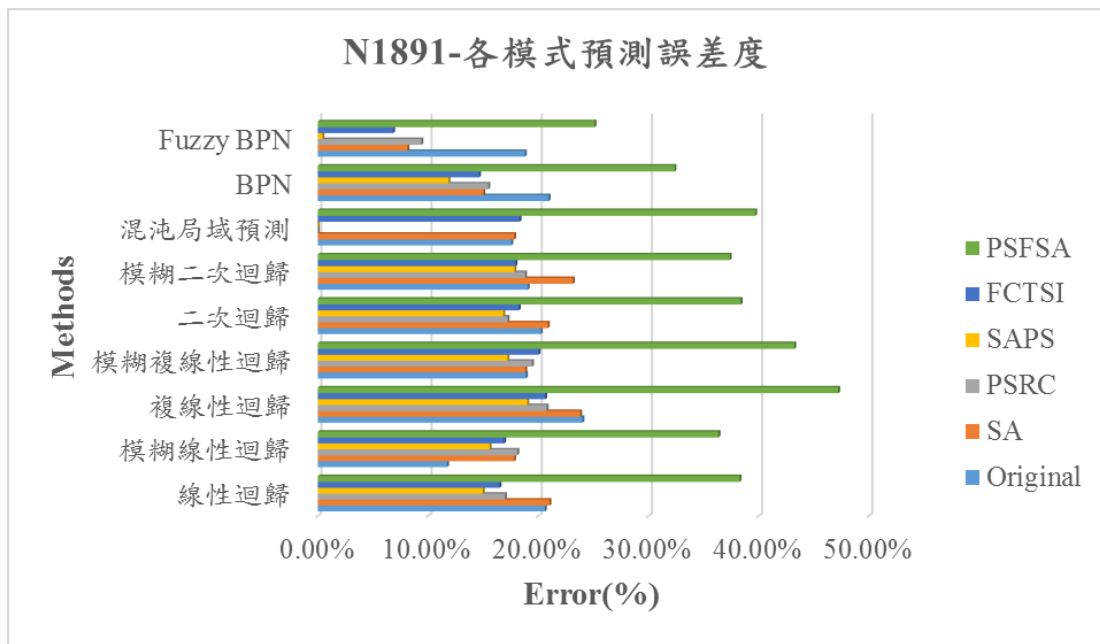


圖 4.32 N1891 各模式預測誤差圖 (本研究整理)

由上圖可知，各模式的預測方法於本研究所提出季節前處理(SAPS)與季節性進一步調整(FCTSI)中皆有不錯的預測結果，其中以 BPN 與 Fuzzy BPN 的預測結果更好。在此進一步的將各模式的預測結果中誤差最小的前三名與誤差最大的前兩名各自取出作比較。如下圖 4.33 與表 4.15 所示：

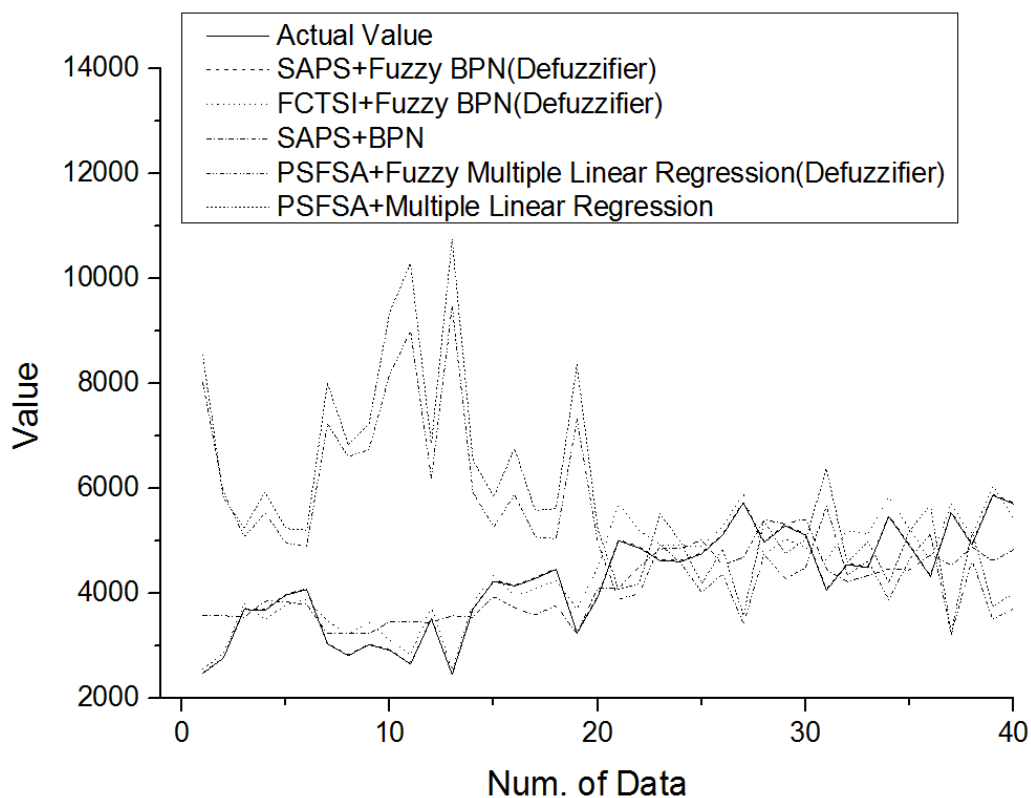


圖 4.33 N1891 預測結果與誤差圖 (本研究整理)

表 4.15 N1891 產量預測誤差統整表(本研究整理)

排序	方法	誤差度 (MAPE)
1	Fuzzy BPN + SAPS	0.43 %
2	Fuzzy BPN + FCTSI	6.83 %
3	BPN + SAPS	11.86 %
51	Fuzzy BPN + PSFSA	43.23 %
52	FMLR +PSFSA	47.22 %

由上述圖表可初步驗證，對於曲線複雜、變動幅度較大的資料型態，須將季節性與混沌變動性同時兼顧，並應用模糊區間來估計預測值，方能得到較佳預測結果。此外，本研究所提出之針對模糊不確定性資料的模糊預測方法於下圖 4.34 與圖 4.35 呈現預測最佳之預測圖，並且透過模糊預測圖可呈現出決策者所決定的區間是否符合預測的需求，或是需要修改模糊區間估計的寬度。

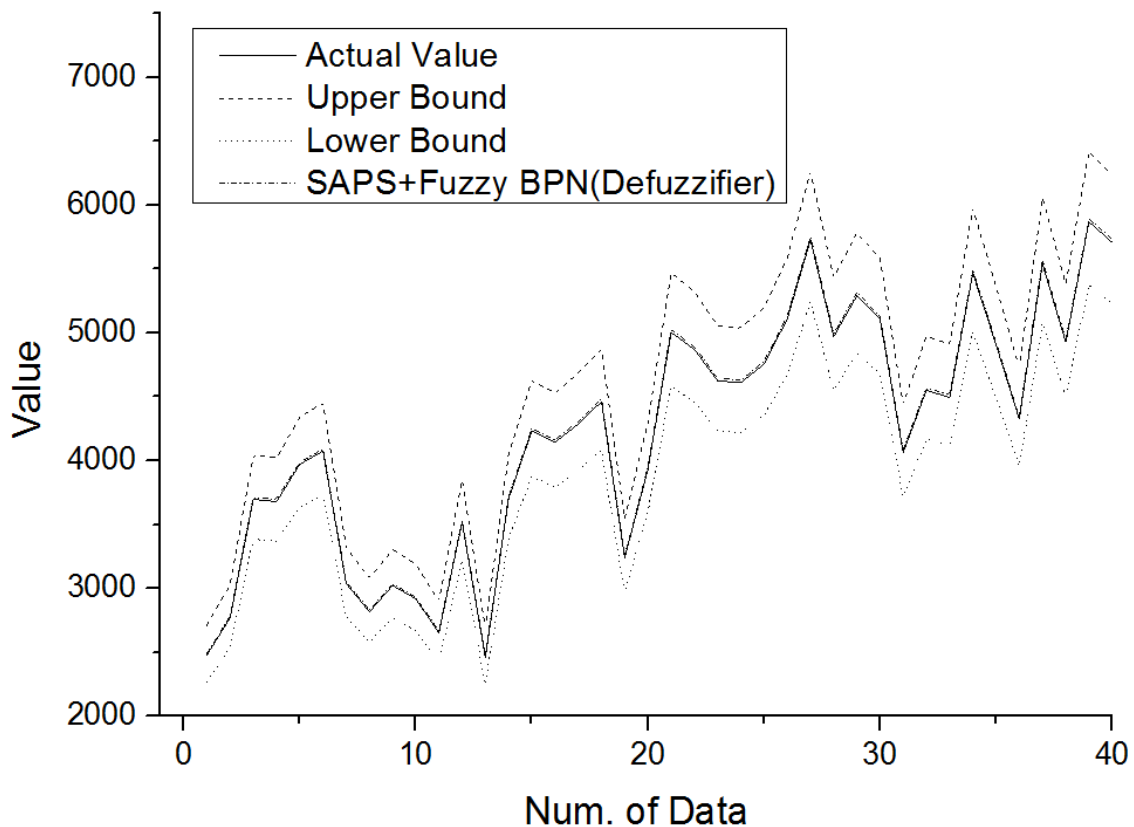


圖 4.34 N1891 之 Fuzzy BPN+SAPS 預測圖 (本研究整理)

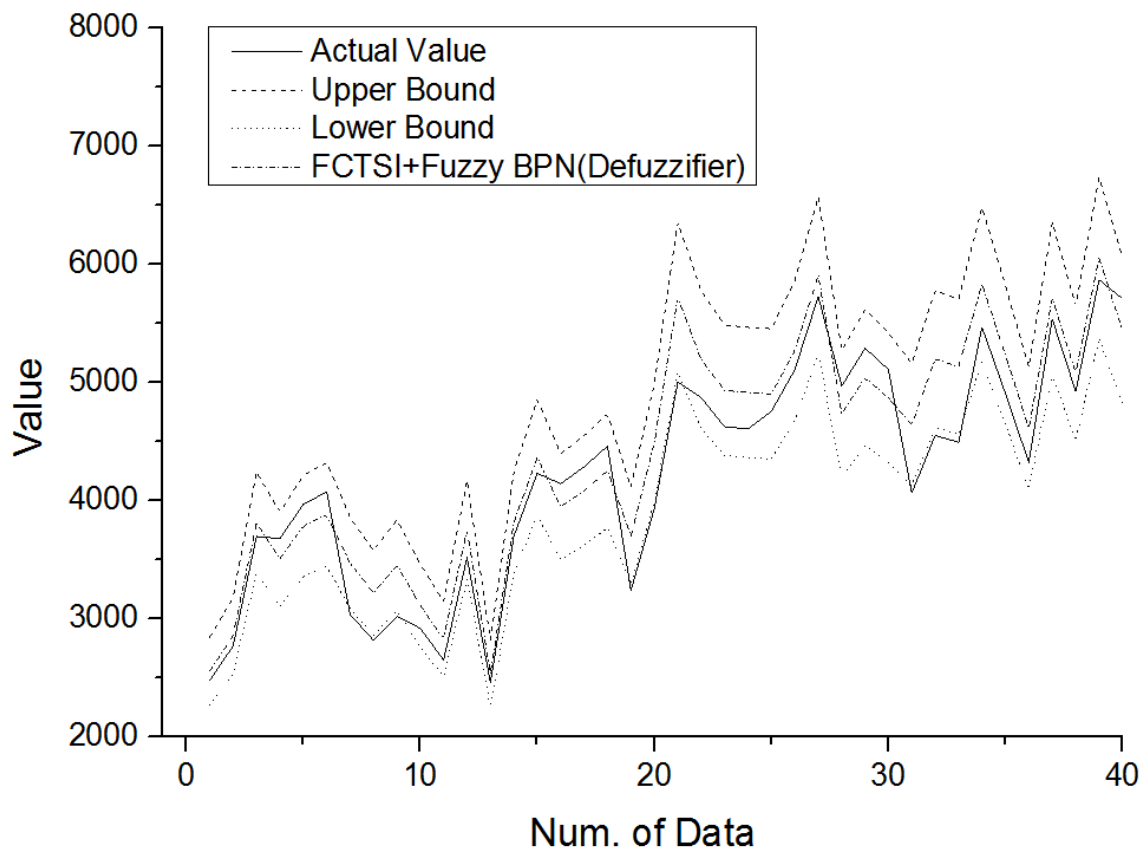


圖 4.35 N1891 之 Fuzzy BPN+FCTSI 預測圖 (本研究整理)

4.7.3 工業類 N2128

表 4.16 N2128 資料預測相關參數 (本研究整理)

資料來源	IIF M3C data (Category : INDUSTRY)
資料使用	共 120 筆，80 筆當歷史訓練資料，40 筆為驗證資料
混沌參數	延遲時間 τ : 12/10/4
(季節調整前/後/ 進一步調整)	嵌入維度 m : 2/3/3
門檻值(threshold)	$h=0.5$

N2128 時間序列圖如下圖 4.36：

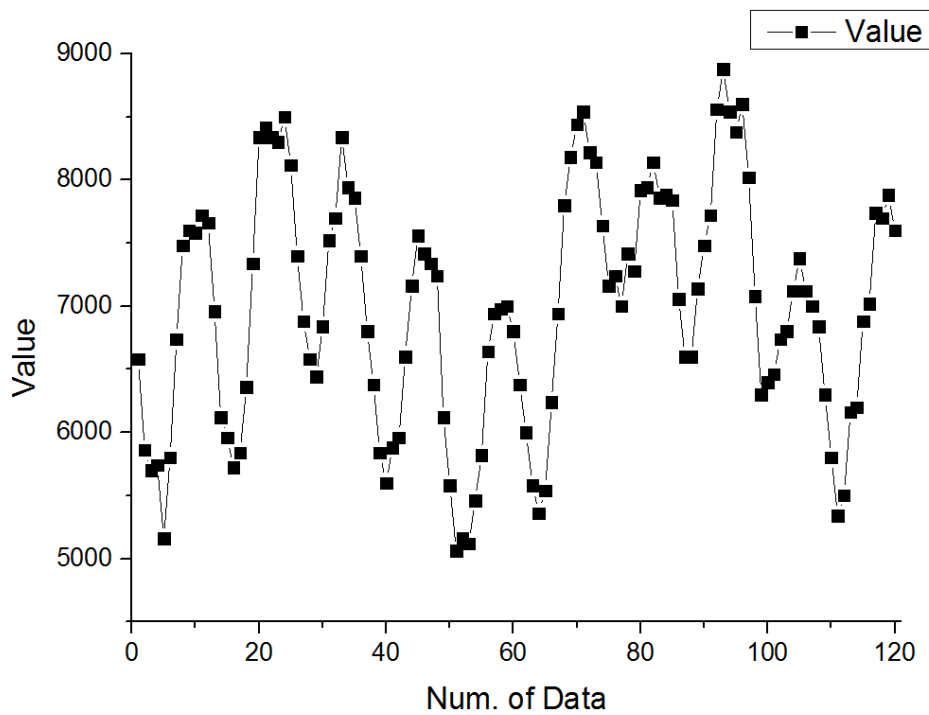


圖 4.36 N2128 時間序列圖 (本研究整理)

將原始資料資料經過不同季節性與混沌性處理後，再套用上述所提及的六種模式與九種不同的預測方法，產生不同的預測結果來做比較。套用後預測的結果如下圖 4.37 所示：

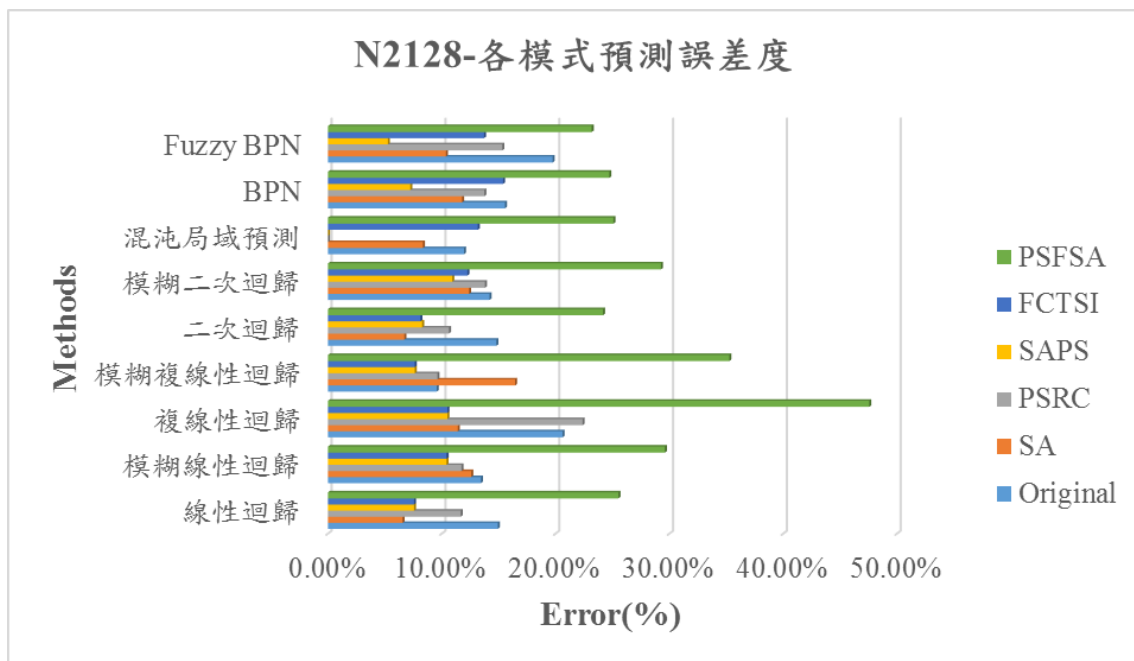


圖 4.37 N2128 各模式預測誤差圖 (本研究整理)

由上圖可知，除了一般做法(Original)與季節後調整的作法(PSFSA)外，各類型的預測模式皆有不錯的結果。其中本研究提出之應用於季節性指標進一步處理 (FCTSI) 與季節前處理(SAPS)所呈現的結果又比其他的方法

更好。在此進一步的將各模式的預測結果中誤差最小的前三名與誤差最大的前兩名各自取出作比較。如下圖 4.38 與表 4.17 所示：

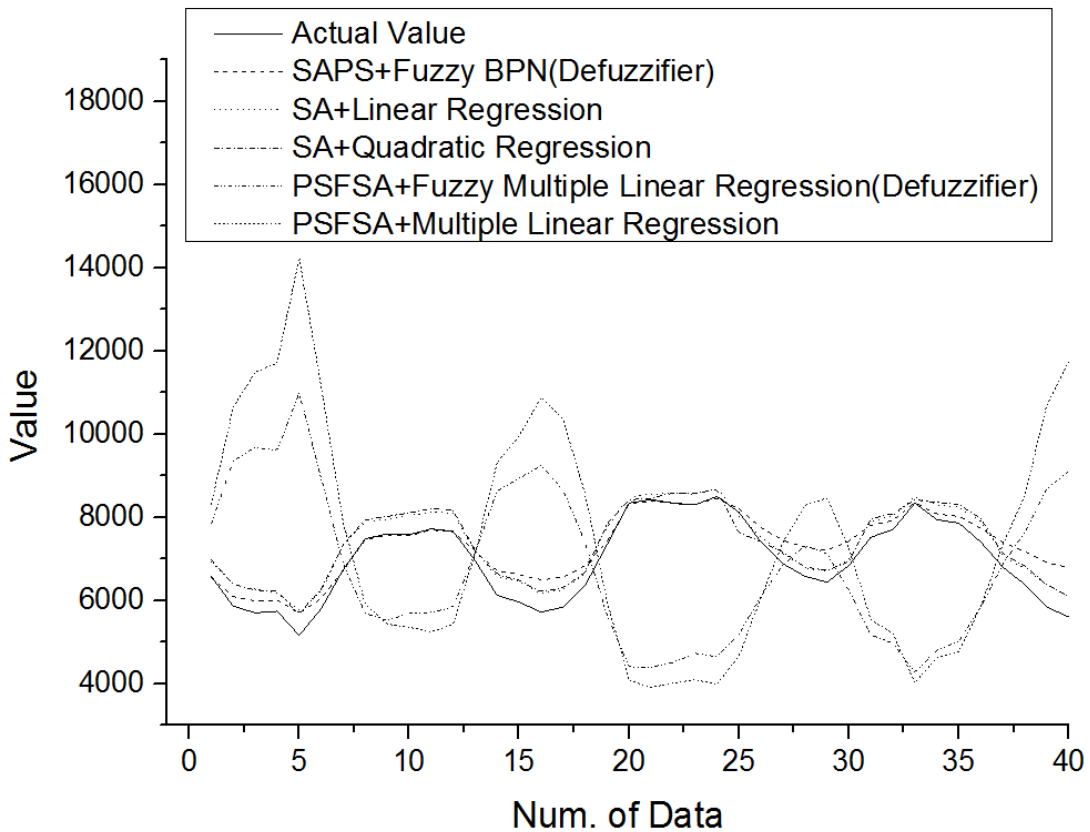


圖 4.38 N2128 預測結果與誤差圖 (本研究整理)

由上圖及下表可初步驗證，對於曲線複雜、變動幅度較大的資料型態，須將季節性與混沌變動性同時兼顧，並應用模糊區間來估計預測值，方能得到較佳預測結果。

表 4.17 N2128 產量預測誤差統整表 (本研究整理)

排序	方法	誤差度 (MAPE)
1	Fuzzy BPN + SAPS	5.26 %
2	線性迴歸 + SA	6.56 %
3	二次迴歸 +SA	6.71 %
51	模糊複線性迴歸 +PSFSA	35.26 %
52	複線性迴歸 +PSFSA	47.56 %

此外，本研究所提出之針對模糊不確定性資料的模糊預測方法於下圖 4.39 呈現預測最佳之預測圖，並且透過模糊預測圖可呈現出決策者所決定的區間是否符合預測的需求，或是需要修改模糊區間估計的寬度。

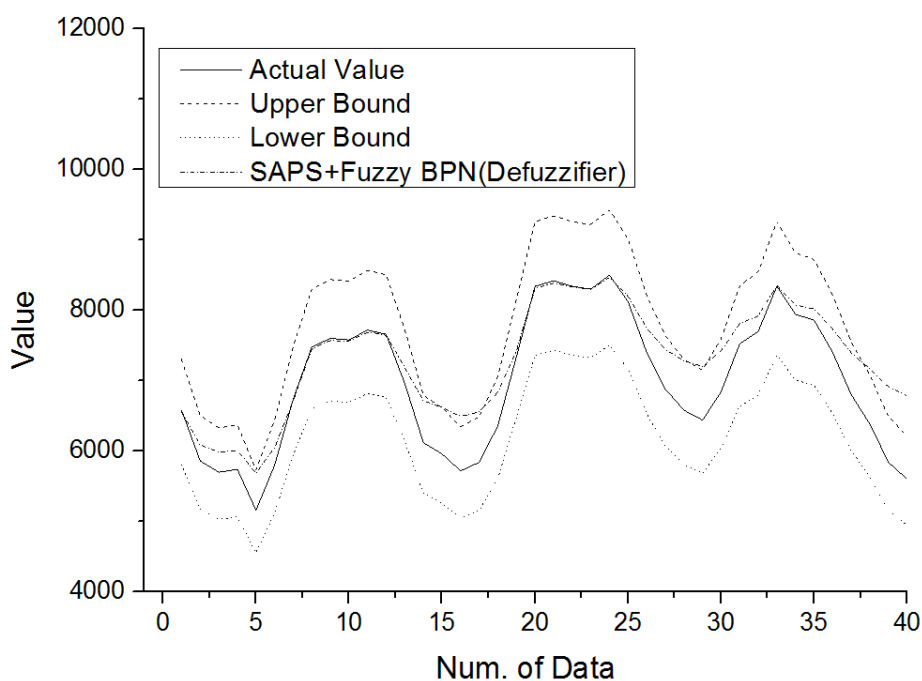


圖 4.39 N2128 之 Fuzzy BPN+SAPS 預測圖 (本研究整理)

4.7.4 財經類 N2647

表 4.18 N2647 資料預測相關參數 (本研究整理)

資料來源	IIF M3C data (Category : FINANCE)
資料使用	共 72 筆，48 筆當歷史訓練資料，24 筆為驗證資料
混沌參數	延遲時間 τ : 5/4/2
(季節調整前/後/ 進一步調整)	嵌入維度 m : 5/2/3
門檻值(threshold)	$h=0.5$

N2647 時間序列圖如下圖 4.40 :

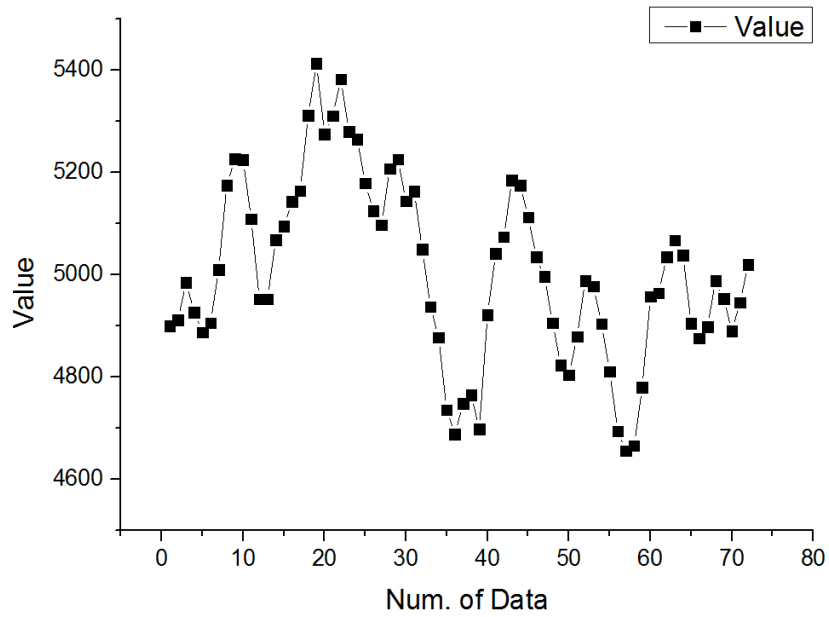


圖 4.40 N2647 時間序列圖 (本研究整理)

將原始資料資料經過不同季節性與混沌性處理後，再套用上述所提及的六種模式與九種不同的預測方法，產生不同的預測結果來做比較。套用後預測的結果如下圖 4.41 所示：

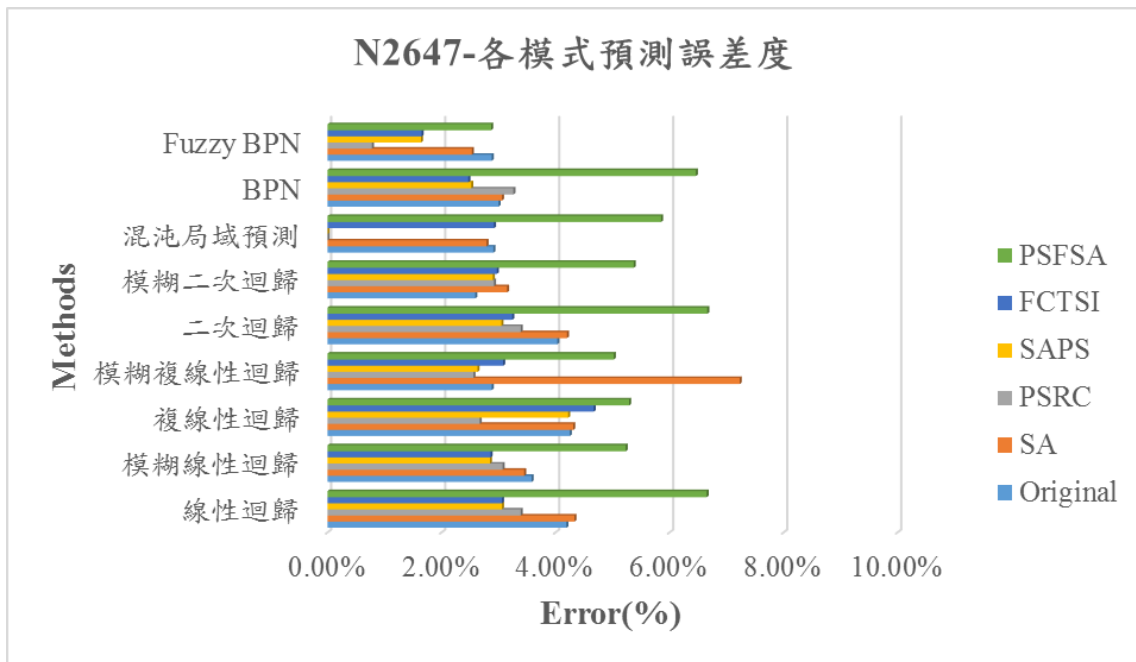


圖 4.41 N2647 各模式預測誤差圖 (本研究整理)

由上圖可知，除了季節後調整的作法(PSFSA)與季節調整(SA)外，各模式的預測方法皆有不錯的預測結果。其中本研究所提出之應用於季節性指標進一步處理 (FCTSI) 與季節前處理(SAPS)所呈現的結果又比其他的方法更好。因此，在此進一步的將各模式的預測結果中誤差最小的前三名與誤差最大的前兩名各自取出作比較。如下圖 4.42 與表 4.19 所示：

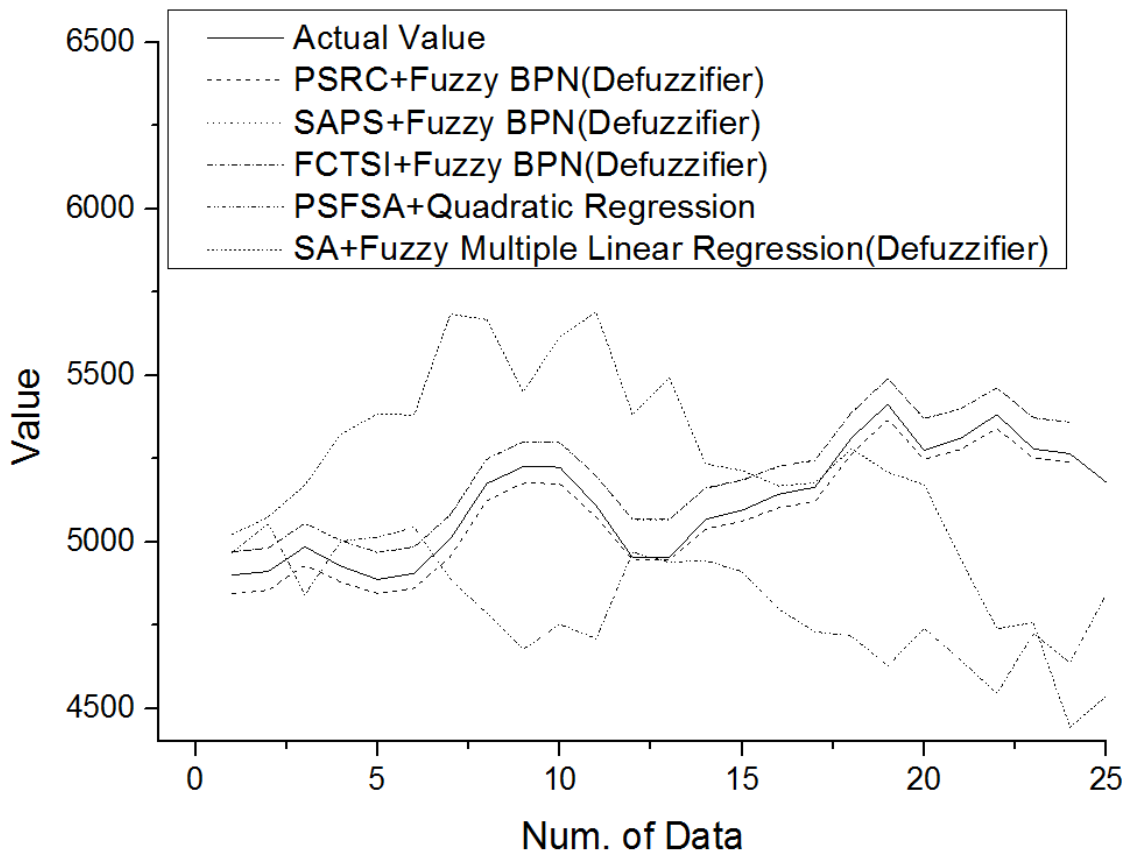


圖 4.42 N2647 預測結果與誤差圖 (本研究整理)

由上圖及下表可初步驗證，對於曲線複雜、變動幅度較大的資料型態，須將季節性與混沌變動性同時兼顧，並應用模糊區間來估計預測值，方能得到較佳預測結果。

表 4.19 N2647 產量預測誤差統整表 (本研究整理)

排序	方法	誤差度 (MAPE)
1	Fuzzy BPN + PSRC	0.78 %
2	Fuzzy BPN + SAPS	1.64 %
3	Fuzzy BPN + FCTSI	1.65 %
51	二次迴歸 + PSFSA	6.66 %
52	模糊複線性迴歸 + SA	7.23 %

此外，本研究所提出之針對模糊不確定性資料的模糊預測方法於下圖 4.43、圖 4.44 及圖 4.45 呈現最佳之預測圖，並且透過模糊預測圖可呈現出決策者所決定的區間是否符合預測的需求，或是需要修改模糊區間估計的寬度。

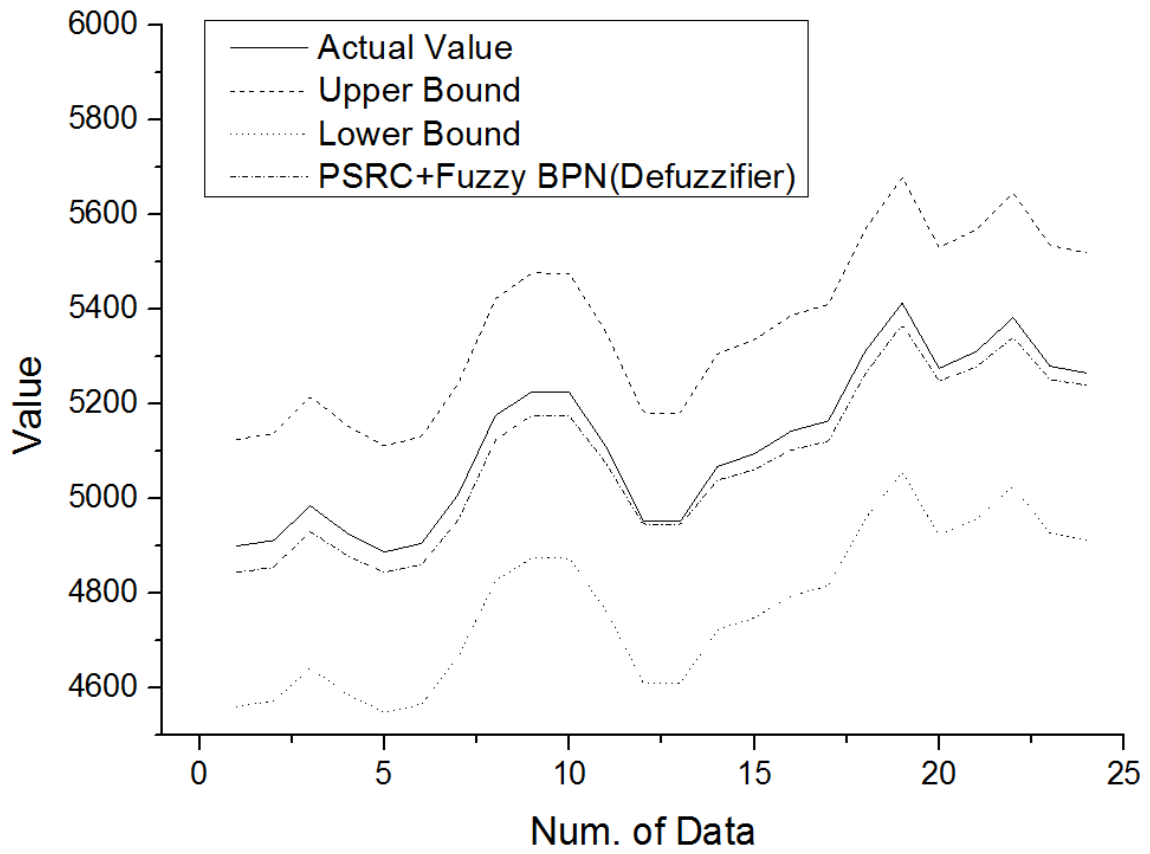


圖 4.43 N2647 之 Fuzzy BPN+PSRC 預測圖 (本研究整理)

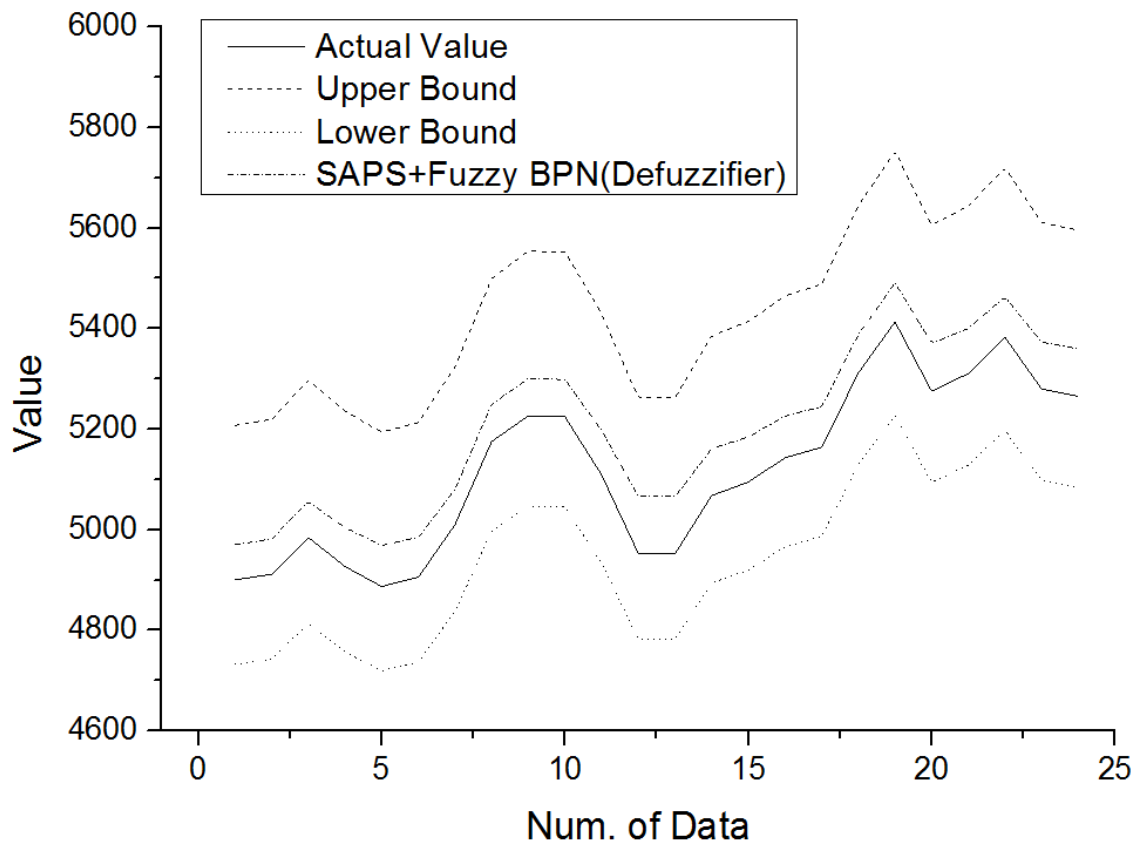


圖 4.44 N2647 之 Fuzzy BPN+SAPS 預測圖 (本研究整理)

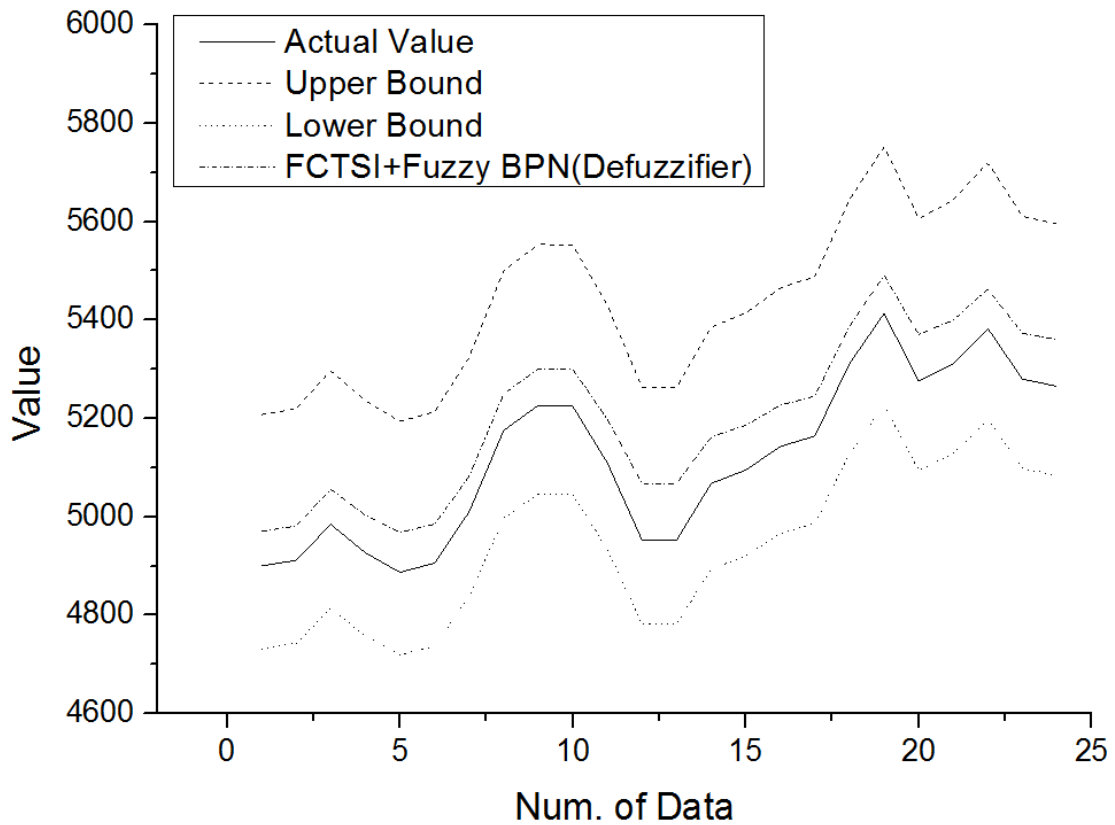


圖 4.45 N2647 之 Fuzzy BPN+FCTSI 預測圖 (本研究整理)

4.7.5 人口統計類 N2717

表 4.20 N2717 資料預測相關參數 (本研究整理)

資料來源	IIF M3C data (Category : DEMOGRAPHIC)
資料使用	共 108 筆，72 筆當歷史訓練資料，36 筆為驗證資料
混沌參數 (季節調整前/後/ 進一步調整)	延遲時間 τ : 13/14/2 嵌入維度 m : 3/5/3
門檻值(threshold)	$h=0.5$

N2717 時間序列圖如下圖 4.46：

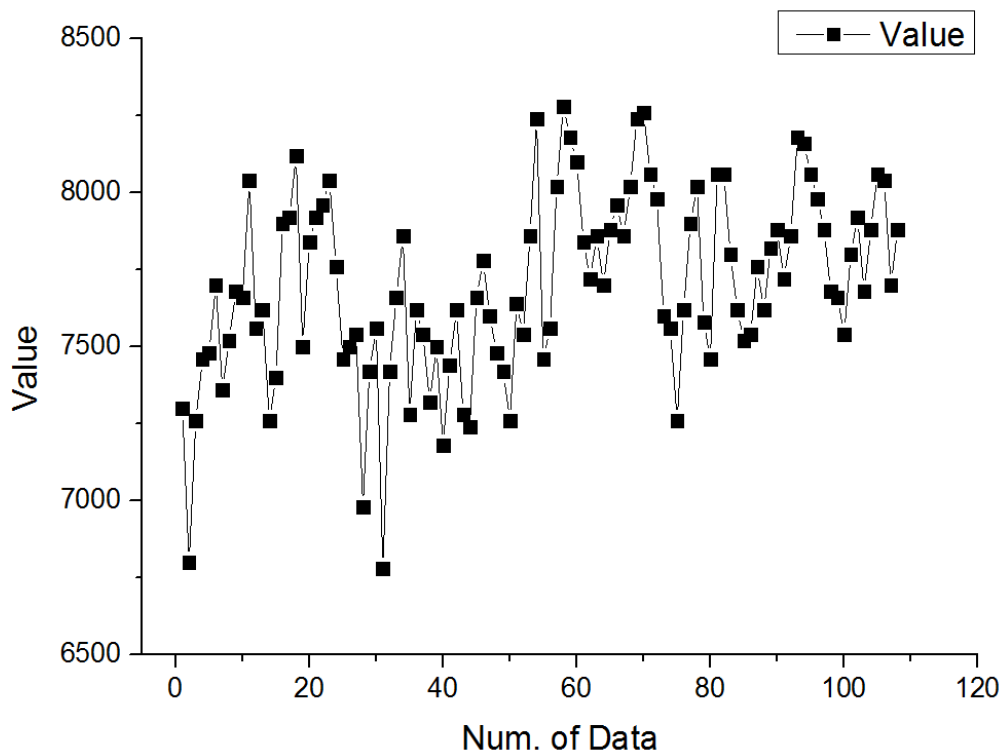


圖 4.46 N2717 時間序列圖 (本研究整理)

將原始資料資料經過不同季節性與混沌性處理後，再套用上述所提及的六種模式與九種不同的預測方法，產生不同的預測結果來做比較。套用後預測的結果如下圖 4.47 所示：

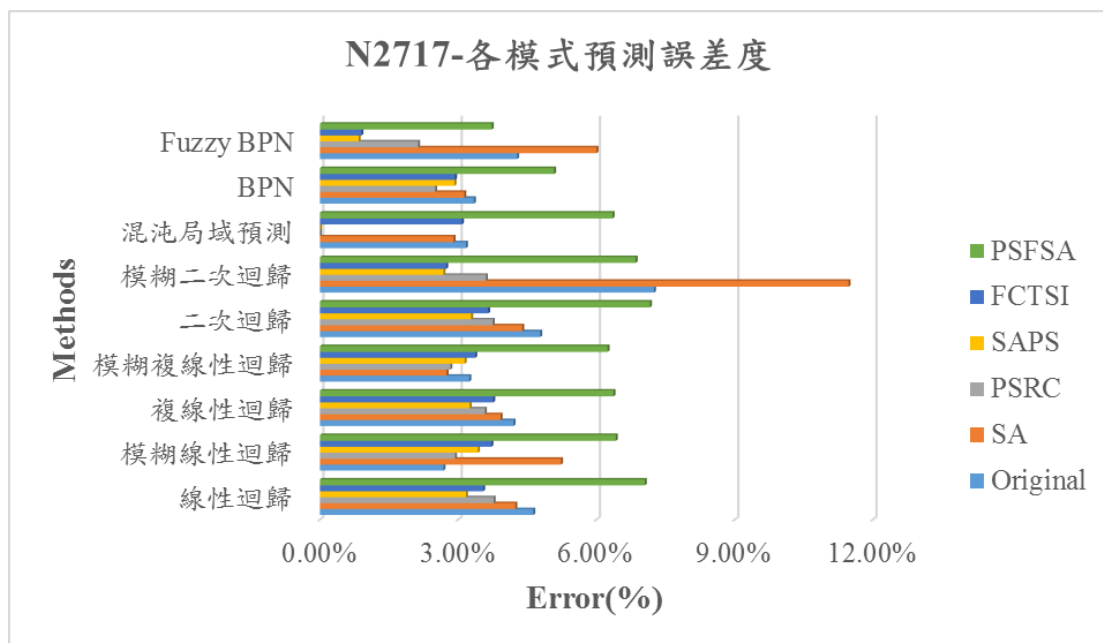


圖 4.47 N2717 各模式預測誤差圖 (本研究整理)

由上圖可知，除了季節後調整的作法(PSFSA)與季節調整(SA)外，各模式的預測方法皆有不錯的預測結果。其中本研究所提出之應用於季節性指

標進一步處理 (FCTSI) 與季節前處理(SAPS)所呈現的結果又比其他的方法更好。因此，在此進一步的將各模式的預測結果中誤差最小的前三名與誤差最大的前兩名各自取出作比較。如下圖 4.48 與表 4.21 所示：

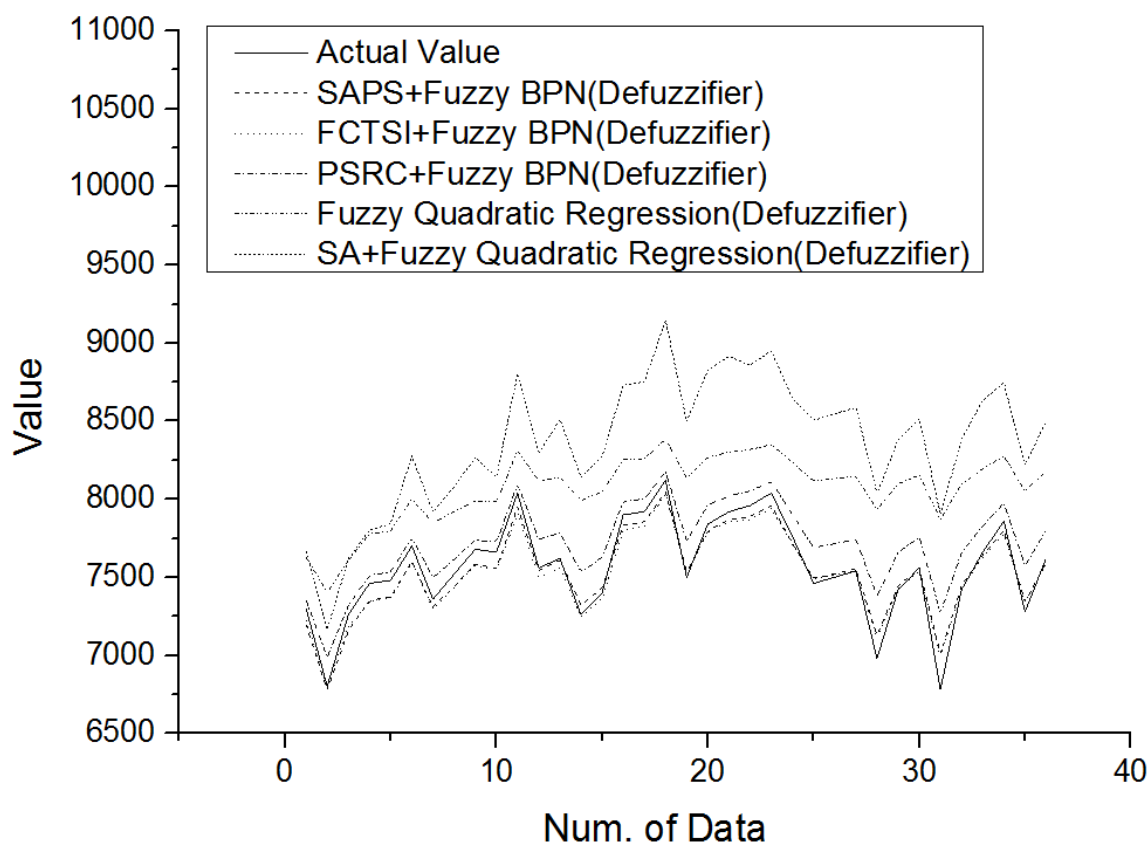


圖 4.48 N2717 預測結果與誤差圖 (本研究整理)

由上圖及下表可初步驗證，對於曲線複雜、變動幅度較大的資料型態，須將季節性與混沌變動性同時兼顧，並應用模糊區間來估計預測值，方能得到較佳預測結果。

表 4.21 N2717 產量預測誤差統整表 (本研究整理)

排序	方法	誤差度 (MAPE)
1	Fuzzy BPN + SAPS	0.84 %
2	Fuzzy BPN + FCTSI	0.90 %
3	Fuzzy BPN + PSRC	2.13 %
51	模糊二次迴歸	7.25 %
52	模糊二次迴歸 + SA	11.47 %

此外，本研究所提出之針對模糊不確定性資料的模糊預測方法於下圖 4.49、圖 4.50 及圖 4.51 呈現最佳之預測圖，並且透過模糊預測圖可呈現出決策者所決定的區間是否符合預測的需求，或需要修改模糊區間的寬度。

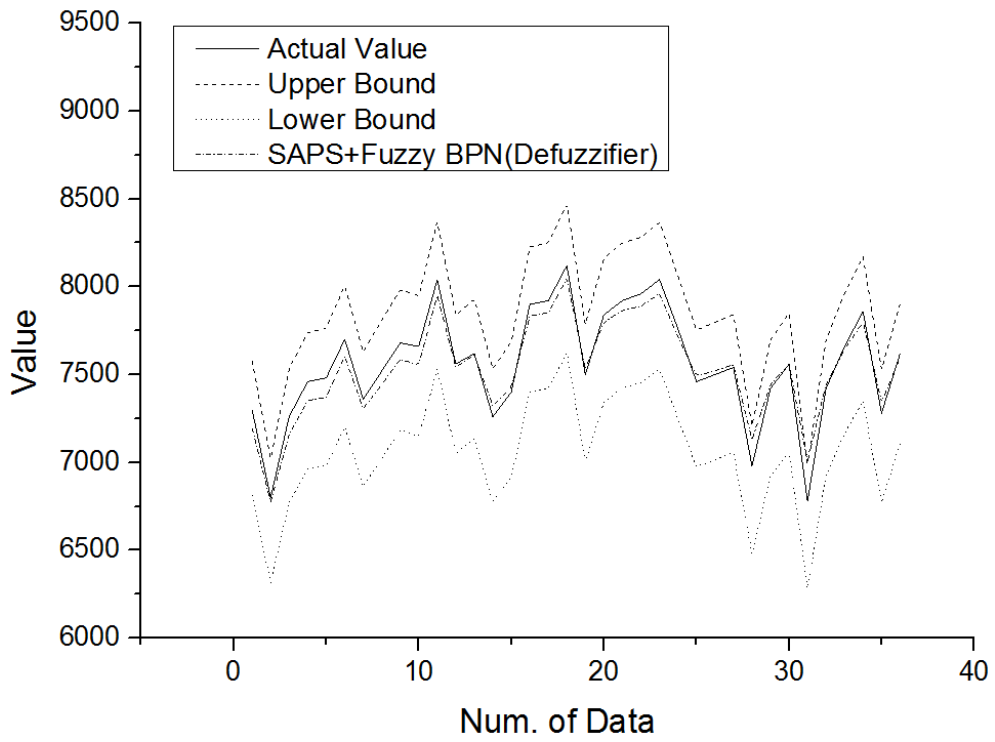


圖 4.49 N2717 之 Fuzzy BPN+SAPS 預測圖 (本研究整理)

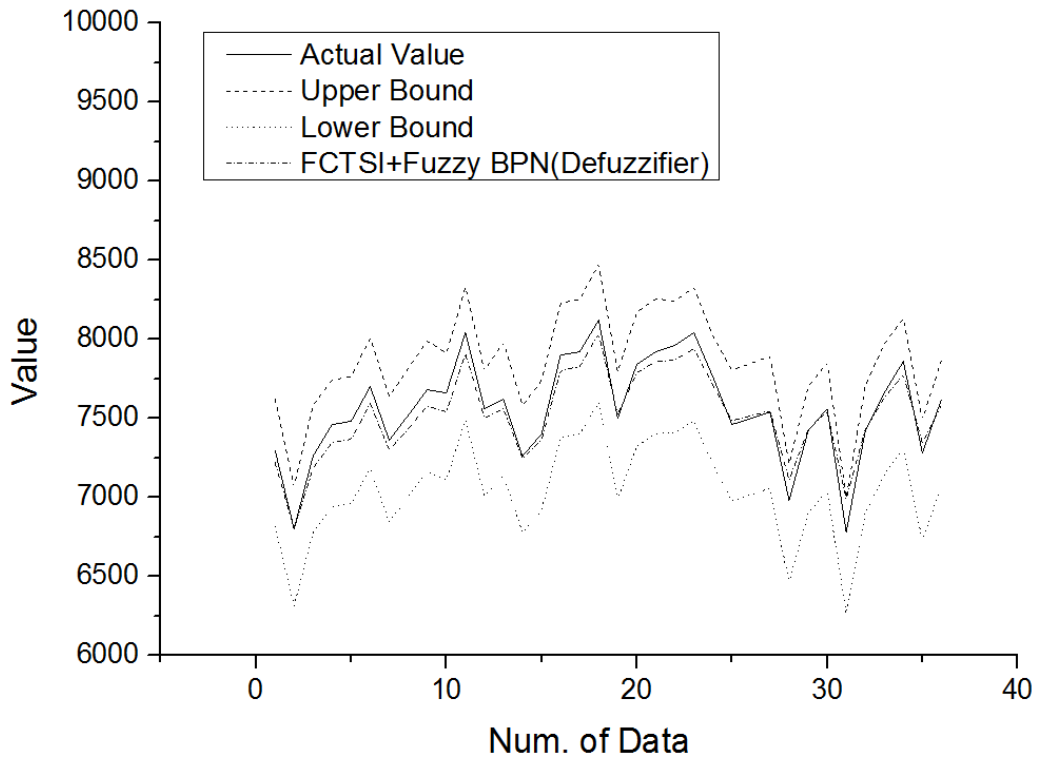


圖 4.50 N2717 之 Fuzzy BPN+FCTSI 預測圖 (本研究整理)

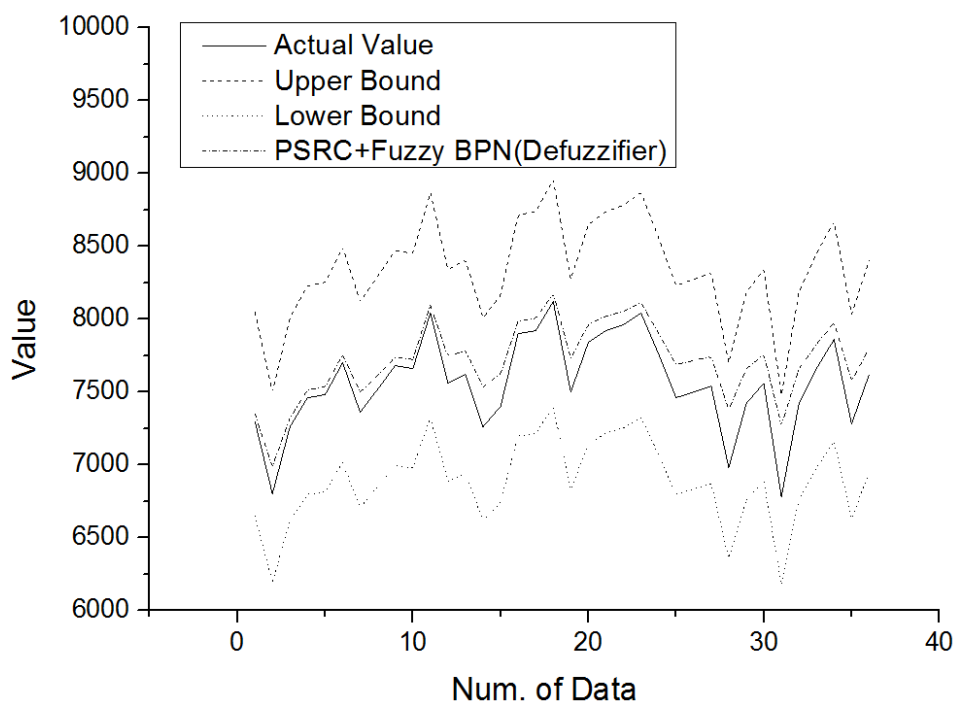


圖 4.51 N2717 之 Fuzzy BPN+PSRC 預測圖 (本研究整理)

4.8 小結

此小節針對本研究所提出之不同預測方法套用至不同類型的預測資料所產生的預測結果來進行探討，於此根據各資料中預測結果最佳的前三名來進行比較，如表 4.22 所示：

表 4.22 預測誤差統整表 (本研究整理)

預測資料	預測方法	預測誤差度
交通流量	複線性迴歸+PSRC	2.18%
	Fuzzy BPN+SAPS	3.15%
	BPN+FCTSI	3.18%
原物料產量	Fuzzy BPN+SAPS	0.85%
	Fuzzy BPN+FCTSI	1.38%
	複線性迴歸+SAPS	2.69%
空氣汙染指標	Fuzzy BPN+SAPS	0.37%
	Fuzzy BPN+PSRC	0.48%
	Fuzzy BPN+FCTSI	0.79%

預測資料	預測方法	預測誤差度
台電發電量	Fuzzy BPN+SAPS	1.72%
	Fuzzy BPN+FCTSI	2.29%
	BPN+SAPA	4.30%
出生人口數	Fuzzy BPN+PSRC	5.68%
	BPN+PSRC	6.56%
	Fuzzy BPN+FCTSI	8.08%
N1821	Fuzzy BPN+PSRC	2.47%
	BPN+SAPS	2.59%
	Fuzzy BPN+SAPS	2.89%
N1891	Fuzzy BPN+SAPS	0.43%
	Fuzzy BPN+FCTSI	6.83%
	BPN+SAPS	11.86%
N2128	Fuzzy BPN+SAPS	5.26%
	線性迴歸+SA	6.56%
	二次迴歸+SA	6.71%
N2647	Fuzzy BPN+PSRC	0.78%
	Fuzzy MLR+SAPS	1.64%
	Fuzzy MLR+FCTSI	1.65%
N2717	Fuzzy BPN+SAPS	0.84%
	Fuzzy BPN+FCTSI	0.90%
	Fuzzy BPN+PSRC	2.13%

透過上述表格可發現本研究所使用的先調整季節性後進行混沌處理(SAPS)與季節性指標進一步之混沌處理(FCTSI)於各類型的資料皆有較為穩定的預測結果，其中又以模糊類神經於各類型的資料中有較佳的預測結果。此外，本研究提出的模糊迴歸於多數預測資料中雖無較佳的預測結果，但本研究僅以一般的模糊迴歸預測方法，如進一步採用修正型的模糊迴歸方式於本方法的預測當中，勢必會有較佳的預測結果。

第五章 結論與未來研究方向

5.1 結論

本研究發展一個完整且經過多類型資料驗證的預測方法，亦即混沌季節性之模糊預測模式，並在各階段採用不同的預測方法來處理資料中不同的變動因子，最後針對資料類型與趨勢性、預測誤差度來進行探究。

在資料類型與趨勢性方面，本研究提出了季節性及混沌與模糊系統來針對不同的資料性質及趨勢進行調整。首先是針對資料採用三種不同的季節性調整方法(季節前調整、季節進一步調整與季節後調整)來處理資料的波動現象。然後根據混沌現象中所隱含的不穩定性，但卻有一定規則的隨機狀態存在，來進一步對資料進行處理。因此，本研究也將時間序列資料進行混沌預測，透過混沌相空間重構來找出資料本身的次序所在使預測結果能夠更為精準。最後使用模糊系統來處理資料本身具有的不確定性，亦即使用模糊區間的方式來估計預測值，使其能夠更貼近現實狀況。

整體而言，本研究所提出之六大資料處理模式在不同類型資料的預測誤差度上都有不錯的成果，且預測資料在季節性調整、混沌相空間重構及模糊預測之下，其預測結果也優於完全不處理即進行預測的資料處理模式。最後，依據多組資料結果顯示，本研究提出之季節性前處理之混沌預測搭配不同的預測方法後在多組資料的驗證之下也有較穩定的預測結果，其中模糊倒傳遞類神經網路在絕大多數情形下預測結果都比其他方法來的佳，這也說明了本研究在資料變動性的處理方法以及不同情況下的預測均有良好成效。

5.2 未來研究方向

本研究提出之資料處理模式與預測方法在各類型資料皆有不錯的成果，但對於資料的處理與預測方法皆有改進的空間，以下列舉幾點做為未來的研究方向：

1. 對於變動性較穩定的資料，本研究提出的方法是否適用？
2. 對於本研究使用的模糊方法，進一步的使用直觀模糊或是型二模糊的預測方法來估計預測值是否能得到更好的預測結果？
3. 將本研究使用的模糊迴歸預測方法，進一步採用修正型的模糊迴歸預測方法是否能得到更好的預測結果？

參考文獻

- [1] 王奕鈞 (2006)。神經網路應用於地籍坐標轉換之研究(未出版之碩士論文)。國立政治大學，臺北市。
- [2] 王文派、邱俊智 (2010)。自適應性類神經模糊推論系統於客製化生產環境之預測應用。2010 資訊科技國際研討會發表之論文，私立朝陽科技大學。
- [3] 吳琮璠、清佳 (2000)。資訊管理-理論與實務，臺北市：智勝文化事業股份有限公司四版。
- [4] 余桂霖 (2013)。時間序列分析。臺北市：五南圖書。
- [5] 林尚儀 (2001)。混沌車流短期交通量變化之預測-相空間局部近似法 (PSLA) 之應用(未出版之碩士論文)。國立交通大學，新竹市。
- [6] 陳冠宏 (2008)。以混沌理論為基礎之電壓閃爍預測(未出版之碩士論文)。國立中山大學，高雄市。
- [7] 陳信維 (2000)。混沌與碎形理論在時間序列分析之應用(碩士論文)。台灣科技大學，臺北市。
- [8] 葉松林 (2007)。解模糊關係方程式之改良演算法及非線性最佳化問題應用(未出版之碩士論文)。國立臺灣師範大學，臺北市。
- [9] 藍武王、林豐裕、郭怡雯 (2002)。混沌車流短期交通量變化之預測-相空間局部近似法。行政院國家科學委員會專題研究成果報告(編號：NSC90-2211-E-009-042)，未出版。
- [10] Anderson, D.R., Sweeney, D.J., Williams, T.A., Chen, J.C. (2006). *Statistics for business and economics: A practical approach*, Thomson Learning, Singapore.
- [11] Bobner, R. F., Newman, I, & Wessinger, C. (1989). Chaos modeling: Increasing educational researchers' awareness of a new tool. Paper presented at the Annual Meeting of the Mid-Wester Educational Research Association. (Chicago,IL.) (ERIC Document Reproduction Service No. ED 323215)
- [12] Cao, L. (1997). Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 110(1), 43-50.
- [13] Chang, P. T., Lee, E. S., (1993). Fuzzy regression analysis with conflicting trends. *presented at the First Asian, Fuzzy systems Symposium*. Singapore., 23-26.
- [14] Chang, P. T., & Lee, E. S. (1994). Fuzzy linear regression with spreads unrestricted in sign. *Computers & Mathematics with Applications*, 28(4), 61-70.
- [15] Chang, P. T. (2005). Fuzzy strategic replacement analysis. *European Journal of Operational Research*, 160(2), 532-559.

- [16] Chang, P. T., & Hung, K. C. (2005). Applying the fuzzy-weighted-average approach to evaluate network security systems. *Computers & Mathematics with Applications*, 49(11), 1797-1814.
- [17] Chang, P. T., & Chang, C. H. (2006). An elaborative unit cost structure-based fuzzy economic production quantity model. *Mathematical and computer modelling*, 43(11), 1337-1356.
- [18] Chang, P. T., Hung, K. C., Lin, K. P., & Chang, C. H. (2006). A comparison of discrete algorithms for fuzzy weighted average. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 14(5), 663-675.
- [19] Chang, P. T., Lin, K. P., Lin, C. S., Hung, K. C., Hung, L. T., & Hsu, B. D. (2009). Developing a fuzzy bicluster regression to estimate heat tolerance in plants by chlorophyll fluorescence. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 17(3), 485-504.
- [20] Chang, P. C., Fan, C. Y., & Lin, J. J. (2011). Monthly electricity demand forecasting based on a weighted evolving fuzzy neural network approach. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 33(1), 17-27.
- [21] Chen, J. L., Islam, S., & Biswas, P. (1998). Nonlinear dynamics of hourly ozone concentrations: nonparametric short term prediction. *Atmospheric environment*, 32(11), 1839-1848.
- [22] Chen, T. (2003). A fuzzy back propagation network for output time prediction in a wafer fab. *Applied Soft Computing*, 2(3), 211-222.
- [23] Chen, H. K. (2005). Synchronization of two different chaotic systems: a new system and each of the dynamical systems Lorenz, Chen and Lü. *Chaos, Solitons & Fractals*, 25(5), 1049-1056.
- [24] Chen, H. K. (2005). Global chaos synchronization of new chaotic systems via nonlinear control. *Chaos, Solitons & Fractals*, 23(4), 1245-1251.
- [25] Diamond, P. (1988). Fuzzy least squares. *Information Sciences*, 46(3), 141-157.
- [26] De Villiers, J., & Barnard, E. (1993). Backpropagation neural nets with one and two hidden layers. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 4(1), 136-141.
- [27] D'Urso, P., & Gastaldi, T. (2002). An "orderwise" polynomial regression procedure for fuzzy data. *Fuzzy Sets and Systems*, 130(1), 1-19.
- [28] Elsner, J. B., & Tsonis, A. A. (1992). Nonlinear prediction, chaos, and noise. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 73(1), 49-60.
- [29] Farmer, J. D., & Sidorowich, J. J. (1987). Predicting chaotic time series. *Physical review letters*, 59(8), 845.
- [30] Fraser, A. M., & Swinney, H. L. (1986). Independent coordinates for strange attractors from mutual information. *Physical review A*, 33(2), 1134.
- [31] Frazier, C., & Kockelman, K. (2004). Chaos theory and transportation systems: instructive example. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (1897), 9-17.

- [32] Gastaldi, M., Gecchele, G., & Rossi, R. (2014). Estimation of Annual Average Daily Traffic from one-week traffic counts. A combined ANN-Fuzzy approach. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 47, 86-99.
- [33] Grassberger, P., & Procaccia, I. (1983). Characterization of strange attractors. *Physical review letters*, 50(5), 346.
- [34] Hong, D. H., & Do, H. Y. (2001). Fuzzy polynomial regression analysis using shape preserving operation. *Korean Journal of Computational and Applied Mathematics*, 8(3), 645-656.
- [35] Islam, S., Bras, R. L., & Rodriguez-Iturbe, I. (1993). A possible explanation for low correlation dimension estimates for the atmosphere. *Journal of applied meteorology*, 32(2), 203-208.
- [36] Ishibuchi, H., & Tanaka, H. (1988). Interval regression analysis based on mixed 0–1 integer programming problem, *J. Japan Soc. Industrial Engng*, 40(5), 312-319.
- [37] Ishibuchi, H., & Nii, M. (2001). Fuzzy regression using asymmetric fuzzy coefficients and fuzzified neural networks. *Fuzzy Sets and Systems*, 119(2), 273-290.
- [38] José Vieira, F. D., & Mota, A. (2003). Comparison between Artificial Neural Networks and Neuro-Fuzzy Systems in Modelling and Control: A Case Study. In *Intelligent Components and Instruments for Control Applications 2003 (SICICA 2003): A Proceedings Volume from the 5th IFAC International Symposium, Aveiro, Portugal, 9-11 July 2003*. Gulf Professional Publishing.
- [39] Jayawardena, A. W., & Lai, F. (1994). Analysis and prediction of chaos in rainfall and stream flow time series. *Journal of hydrology*, 153(1-4), 23-52.
- [40] Kaufmann, A., & Gupta, M. M. (1988). *Fuzzy mathematical models in engineering and management science*. Elsevier Science Inc..
- [41] Kennel, M. B., Brown, R., & Abarbanel, H. D. (1992). Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction. *Physical review A*, 45(6), 3403.
- [42] Khashei, M., Hejazi, S. R., & Bijari, M. (2008). A new hybrid artificial neural networks and fuzzy regression model for time series forecasting. *Fuzzy Sets and Systems*, 159(7), 769-786.
- [43] Khashei, M., Bijari, M., & Ardali, G. A. R. (2009). Improvement of auto-regressive integrated moving average models using fuzzy logic and artificial neural networks (ANNs). *Neurocomputing*, 72(4), 956-967.
- [44] Kim, K. J., Moskowitz, H., & Koksalan, M. (1996). Fuzzy versus statistical linear regression. *European Journal of Operational Research*, 92(2), 417-434.
- [45] Kim, H., Eykholt, R., & Salas, J. D. (1999). Nonlinear dynamics, delay times, and embedding windows. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 127(1), 48-60.
- [46] Koçak, K., Şaylan, L., & Şen, O. (2000). Nonlinear time series prediction of O₃ concentration in Istanbul. *Atmospheric Environment*, 34(8), 1267-1271.

- [47] Lee, T. L. (2004). Back-propagation neural network for long-term tidal predictions. *Ocean Engineering*, 31(2), 225-238.
- [48] Lewis, E. B. (1982). Control of body segment differentiation in *Drosophila* by the bithorax gene complex. In *Genes, Development and Cancer* (pp. 239-253). Springer US.
- [49] Li, T. Y., & Yorke, J. A. (1975). Period three implies chaos. *The American Mathematical Monthly*, 82(10), 985-992.
- [50] Liu, Q., Islam, S., Rodriguez-Iturbe, I., & Le, Y. (1998). Phase-space analysis of daily streamflow: characterization and prediction. *Advances in water resources*, 21(6), 463-475.
- [51] Lorenz, E. N. (1963). Deterministic nonperiodic flow. *Journal of the atmospheric sciences*, 20(2), 130-141.
- [52] Lorenz, E. N. (1969). Atmospheric predictability as revealed by naturally occurring analogues. *Journal of the Atmospheric sciences*, 26(4), 636-646.
- [53] Mizumoto, M., & Tanaka, K. (1976). The four operations of arithmetic on fuzzy numbers. *Systems Computers and Controls*, 7(5), 73-81.
- [54] Mosleh, M., Otadi, M., & Abbasbandy, S. (2011). Fuzzy polynomial regression with fuzzy neural networks. *Applied mathematical modelling*, 35(11), 5400-5412.
- [55] Munakata, T., & Jani, Y. (1994). Fuzzy systems: an overview. *Communications of the ACM*, 37(3), 69-77.
- [56] Muzzioli, S., & De Baets, B. (2013). A comparative assessment of different fuzzy regression methods for volatility forecasting. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 12(4), 433-450.
- [57] Pérez-Muñuzuri, V., & Gelpi, I. R. (2000, October). Application of nonlinear forecasting techniques for meteorological modeling. In *Annales Geophysicae* (Vol. 18, No. 10, pp. 1349-1359). Springer-Verlag.
- [58] Porporato, A., & Ridolfi, L. (1997). Nonlinear analysis of river flow time sequences. *Water Resources Research*, 33(6), 1353-1367.
- [59] Ruelle, D., & Takens, F. (1971). On the nature of turbulence. *Communications in mathematical physics*, 20(3), 167-192.
- [60] Rumelhart, D. E., Hinton, G. E., Williams, R. J., (1986). *Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition*. Cambridge: MIT, 318–362.
- [61] Sakawa, M., & Yano, H. (1992). Multiobjective fuzzy linear regression analysis for fuzzy input-output data. *Fuzzy Sets and Systems*, 47(2), 173-181.
- [62] Salas, J. D., Kim, H. S., Eykholt, R., Burlando, P., & Green, T. R. (2005). Aggregation and sampling in deterministic chaos: implications for chaos identification in hydrological processes. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 12(4), 557-567.
- [63] Sugihara, G., & Mayf, R. (1990). Nonlinear forecasting as a way of distinguishing chaos from measurement error in time series.

- [64] Takens, F. (1981). Detecting strange attractors in turbulence. In *Dynamical systems and turbulence, Warwick 1980* (pp. 366-381). Springer Berlin Heidelberg.
- [65] Tanaka, H., Uejima, S., & Asai, K. (1980). Fuzzy linear regression model. *IEEE Trans. Systems Man Cybernet*, 10(4), 2933-2938.
- [66] Tanaka, H., Uejima, S., & Asai, K. (1982). Linear regression analysis with fuzzy model. *IEEE Trans. Systems Man Cybernet*, 12, 903-907.
- [67] Xuemei, L., Lixing, D., Ming, S., Gang, X., & Jibin, L. (2009, July). A novel air-conditioning load prediction based on ARIMA and BPNN model. In *Information Processing, 2009. APCIP 2009. Asia-Pacific Conference on* (Vol. 1, pp. 51-54). IEEE.
- [68] Yoon, H., Jun, S. C., Hyun, Y., Bae, G. O., & Lee, K. K. (2011). A comparative study of artificial neural networks and support vector machines for predicting groundwater levels in a coastal aquifer. *Journal of Hydrology*, 396(1), 128-138.
- [69] Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and control*, 8(3), 338-353.
- [70] Zimmennann, H. J. (1991). Fuzzy set theory and its applications.

附 錄

A. 各類型資料詳細預測結果表 (MAPE)

1. 交通流量

	Original	SA	PSRC	SAPS	FCTSI	PSFSA
線性迴歸	5.29%	5.19%	4.44%	4.38%	4.10%	8.13%
模糊 線性迴歸	6.54%	6.45%	9.16%	7.40%	6.25%	10.85%
複線性迴歸	5.69%	5.50%	2.18%	4.00%	3.98%	4.36%
模糊 複線性迴歸	6.52%	4.51%	3.64%	7.13%	7.45%	7.31%
二次迴歸	4.17%	4.65%	4.38%	4.34%	4.26%	7.97%
模糊 二次迴歸	6.82%	6.75%	9.11%	6.15%	6.07%	10.20%
混沌局域	4.86%	5.36%	—	—	4.61%	9.85%
BPN	4.44%	4.00%	3.55%	3.19%	3.18%	7.25%
Fuzzy BPN	3.18%	3.75%	5.17%	3.15%	3.30%	9.55%

2. 聚酯加工絲產量

	Original	SA	PSRC	SAPS	FCTSI	PSFSA
線性迴歸	5.73%	4.98%	4.37%	4.31%	4.41%	8.98%
模糊 線性迴歸	6.79%	6.52%	5.69%	5.06%	5.18%	8.01%
複線性迴歸	6.25%	4.43%	6.36%	2.69%	2.94%	8.00%
模糊 複線性迴歸	11.85%	8.06%	10.04%	4.96%	5.21%	7.31%
二次迴歸	4.66%	4.91%	4.34%	4.31%	4.35%	8.77%
模糊 二次迴歸	6.17%	6.11%	5.18%	4.85%	4.87%	6.98%
混沌局域	4.77%	4.49%	—	—	4.89%	9.75%
BPN	10.26%	5.53%	5.28%	3.03%	2.93%	10.73%
Fuzzy BPN	13.51%	6.29%	8.53%	0.85%	1.38%	5.83%

3. 空氣汙染指標

	Original	SA	PSRC	SAPS	FCTSI	PSFSA
線性迴歸	3.23%	3.36%	3.23%	2.51%	2.46%	4.97%
模糊 線性迴歸	3.31%	2.80%	0.98%	3.10%	3.34%	4.36%
複線性迴歸	3.95%	2.48%	3.29%	1.98%	2.34%	7.47%
模糊 複線性迴歸	3.17%	3.28%	3.52%	1.78%	1.75%	7.05%
二次迴歸	3.54%	3.67%	3.54%	2.46%	2.51%	5.05%
模糊 二次迴歸	1.88%	2.80%	1.88%	2.97%	3.38%	4.19%
混沌局域	5.09%	2.61%	—	—	2.63%	9.91%
BPN	5.55%	4.66%	2.45%	1.56%	1.60%	4.90%
Fuzzy BPN	7.14%	5.14%	0.48%	0.37%	0.79%	2.47%

4. 台電發電量

	Original	SA	PSRC	SAPS	FCTSI	PSFSA
線性迴歸	22.57%	10.79%	11.26%	7.29%	17.93%	23.49%
模糊 線性迴歸	23.36%	13.81%	11.23%	6.40%	13.88%	23.54%
複線性迴歸	10.36%	10.32%	11.59%	8.89%	19.00%	24.01%
模糊 複線性迴歸	12.33%	11.88%	11.62%	8.28%	18.63%	24.06%
二次迴歸	22.60%	7.32%	10.95%	7.58%	18.06%	22.84%
模糊 二次迴歸	21.37%	12.61%	11.35%	6.48%	16.54%	23.24%
混沌局域	11.97%	8.53%	—	—	11.42%	24.50%
BPN	21.93%	14.17%	10.32%	4.30%	4.69%	22.37%
Fuzzy BPN	22.68%	5.11%	9.94%	1.72%	2.29%	16.75%

5. 出生人口數

	Original	SA	PSRC	SAPS	FCTSI	PSFSA
線性迴歸	14.57%	14.68%	13.11%	10.72%	12.00%	23.65%
模糊 線性迴歸	11.72%	15.23%	13.43%	14.06%	15.08%	22.12%
複線性迴歸	14.99%	15.21%	15.62%	21.56%	22.45%	22.63%
模糊 複線性迴歸	17.05%	9.81%	7.78%	10.47%	15.16%	19.32%
二次迴歸	14.83%	15.04%	12.84%	11.29%	12.38%	23.45%
模糊 二次迴歸	11.96%	8.31%	12.09%	12.65%	14.12%	22.48%
混沌局域	13.48%	11.60%	—	—	13.45%	28.12%
BPN	19.58%	12.59%	6.56%	10.05%	10.90%	13.14%
Fuzzy BPN	10.87%	9.47%	5.68%	8.47%	8.08%	9.11%

6. N1821

	Original	SA	PSRC	SAPS	FCTSI	PSFSA
線性迴歸	7.79%	9.15%	5.23%	5.59%	6.50%	11.17%
模糊 線性迴歸	11.03%	10.20%	8.12%	12.09%	10.16%	17.39%
複線性迴歸	9.94%	8.99%	5.38%	6.67%	6.67%	10.85%
模糊 複線性迴歸	12.03%	11.92%	12.73%	10.13%	10.13%	21.81%
二次迴歸	7.56%	8.84%	4.77%	5.58%	6.54%	9.86%
模糊 二次迴歸	13.74%	10.06%	9.08%	11.39%	9.94%	14.20%
混沌局域	7.01%	5.53%	—	—	5.95%	13.34%
BPN	10.67%	5.21%	3.29%	2.59%	4.55%	10.91%
Fuzzy BPN	12.63%	3.51%	2.47%	2.89%	4.13%	5.78%

7. N1891

	Original	SA	PSRC	SAPS	FCTSI	PSFSA
線性迴歸	20.61%	21.01%	16.97%	14.97%	16.49%	38.27%
模糊 線性迴歸	11.73%	17.82%	18.10%	15.59%	16.90%	36.35%
複線性迴歸	24.01%	23.80%	20.77%	19.01%	20.64%	47.22%
模糊 複線性迴歸	18.89%	18.82%	19.44%	17.20%	20.04%	43.23%
二次迴歸	20.23%	20.87%	17.22%	16.83%	18.24%	38.37%
模糊 二次迴歸	19.05%	23.14%	18.80%	17.84%	17.93%	37.37%
混沌局域	17.56%	17.82%	—	—	18.30%	39.68%
BPN	20.95%	15.02%	15.47%	11.86%	14.62%	32.36%
Fuzzy BPN	18.78%	8.13%	9.40%	0.43%	6.83%	25.11%

8. N2128

	Original	SA	PSRC	SAPS	FCTSI	PSFSA
線性迴歸	14.92%	6.56%	11.66%	7.56%	7.56%	25.52%
模糊 線性迴歸	13.44%	12.59%	11.73%	10.41%	10.42%	29.60%
複線性迴歸	20.61%	11.40%	22.37%	10.49%	10.49%	47.56%
模糊 複線性迴歸	9.55%	16.44%	9.62%	7.62%	7.62%	35.26%
二次迴歸	14.80%	6.71%	10.63%	8.28%	8.12%	24.17%
模糊 二次迴歸	14.19%	12.40%	13.79%	10.92%	12.25%	29.25%
混沌局域	11.95%	8.34%	—	—	13.17%	25.08%
BPN	15.55%	11.78%	13.74%	7.23%	15.38%	24.72%
Fuzzy BPN	19.73%	10.36%	15.31%	5.26%	13.71%	23.17%

9. N2647

	Original	SA	PSRC	SAPS	FCTSI	PSFSA
線性迴歸	4.19%	4.33%	3.39%	3.06%	3.06%	6.65%
模糊 線性迴歸	3.58%	3.45%	3.07%	2.85%	2.86%	5.23%
複線性迴歸	4.25%	4.31%	2.67%	4.22%	4.67%	5.29%
模糊 複線性迴歸	2.88%	7.23%	2.56%	2.63%	3.08%	5.02%
二次迴歸	4.03%	4.20%	3.39%	3.05%	3.24%	6.66%
模糊 二次迴歸	2.59%	3.15%	2.92%	2.90%	2.97%	5.37%
混沌局域	2.91%	2.79%	—	—	2.92%	5.85%
BPN	3.00%	3.06%	3.26%	2.52%	2.47%	6.46%
Fuzzy BPN	2.88%	2.53%	0.78%	1.64%	1.65%	2.87%

10. N2717

	Original	SA	PSRC	SAPS	FCTSI	PSFSA
線性迴歸	4.63%	4.24%	3.77%	3.17%	3.54%	7.05%
模糊 線性迴歸	2.68%	5.23%	2.93%	3.43%	3.72%	6.42%
複線性迴歸	4.20%	3.92%	3.58%	3.25%	3.76%	6.37%
模糊 複線性迴歸	3.24%	2.75%	2.83%	3.14%	3.37%	6.24%
二次迴歸	4.78%	4.39%	3.75%	3.28%	3.65%	7.16%
模糊 二次迴歸	7.25%	11.47%	3.60%	2.68%	2.74%	6.85%
混沌局域	3.17%	2.90%	—	—	3.08%	6.35%
BPN	3.34%	3.13%	2.50%	2.92%	2.93%	5.08%
Fuzzy BPN	4.28%	6.00%	2.13%	0.84%	0.90%	3.73%