

東 海 大 學

工業工程與經營資訊學系

碩士論文

混合直觀模糊與相依結構矩陣
於專案排程應用

研 究 生：陳予容

指 導 教 授：張炳騰教授

洪國禎教授

中華民國一〇五年六月

Hybrid Intuitionistic Fuzzy Sets and Dependency Structure Matrix for Project Scheduling

By
Yu-Jung Chen

Advisors : Prof. Ping-Teng Chang
Prof. Kuo-Chen Hung

A Thesis
Submitted to the Institute of Industrial Engineering and Enterprise
Information at Tunghai University
in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science
in
Industrial Engineering and Enterprise Information

June 2016
Taichung , Taiwan

混合直觀模糊與相依結構矩陣於專案排程應用

學生：陳予容

指導教授：張炳騰教授

洪國禎教授

東海大學工業工程與經營資訊學系

摘 要

現今企業大多以「專案」來執行內部活動，專案管理強調「如期、如質、如預算」。在快速變動的市場中，企業的競爭優勢從以往的降低成本、擴大規模，改以「爭取時間」來滿足市場需求。專案裡可劃分為不同的活動，而活動又可串聯成多條路徑，而關鍵路徑決定整個專案的成敗。因此，活動的調度、關鍵路徑的判斷是個重要的議題。

相依結構矩陣法為目前專案排程的有效工具，它不僅能處理活動的重疊，還可以模擬活動間的訊息流。然而現實情況中，充滿許多不確定因素造成活動執行時間的變動，造成管理者的困擾。本研究提出一個專案排程的新方法，結合直觀模糊與相依結構矩陣，來處理活動難易度、複雜度與外在環境所造成的時間不確定性。再延伸既有的關鍵路徑判斷方法，以 TOPSIS 為基礎建立一個全新的方法，綜合評估直觀模糊的兩項指標(區間、隸屬度)，分別與理想目標與負理想目標進行相似度比對。並能根據決策者的偏好進行指標權重的調整，使結果更符合現實與準確。最後以一個企業專案執行的實際案例，應證本研究方法於現實世界的可行性。

關鍵字：直觀模糊集合、相依結構矩陣、專案排程、相似度比對、理想點逼近法

Hybrid Intuitionistic Fuzzy Sets and Dependency Structure Matrix for Project Scheduling

Student : Yu-Jung Chen

Advisors : Prof. Ping-Teng Chang

Prof. Kuo-Chen Hung

Department of Industrial Engineering and Enterprise Information
Tunghai University

ABSTRACT

Today, companies may rely on “project” form in performing internal activities, and project management emphasizes “on time, quality, cost”. Especially, in a rapidly changing market, the competitive advantage of a firm can come from the past reducing costs and expanding scale changed as “gaining time” to meet market demands. And a project can be divided into various activities and events and which can be concatenated into a plurality of paths and the critical path determines the success of the entire project. Therefore, project scheduling and critical path determining are important issues in project management.

Also, dependency structure matrix can be an effective tool for project scheduling. It can not only deal with the activity overlapping but also simulate the message flow between activities. However, in reality, it is full of uncertainty factors and that cause the changes in activity execution time, and also managers distress. This study therefore presents a new method of project scheduling, by combining the intuitionistic fuzzy set with dependency structure matrix, for dealing with the activity difficulties, complexity, and time uncertainty caused by external environment. Also, it further extends the existing critical path determination method and based on the TOPSIS, establishes a new approach, via performing a combining assessment of both the two indicators from intuitionistic fuzzy concept (interval and membership), and comparing the similarities with the ideal target and the negative ideal target respectively. In the present approach, index weights also can be adjusted according to the decision-maker’s preference, to make the results more accurate and realistic. Finally, a real case of project execution is used to verify the feasibility of the proposed method in the study in the real world.

Keywords : Intuitionistic Fuzzy Sets, Dependency Structure Matrix, Project Scheduling, Similarity Measure, TOPSIS

致謝詞

在研究所求學階段，感謝東海工工培養我專業的基礎，以及老師們無私地給予幫忙。尤其感謝指導教授張炳騰老師與洪國禎老師悉心的教導，在做學問上的嚴謹態度、邏輯架構，引導我發現問題、找出辦法，這深深影響著我對事物有全新角度的看法與做人處事的方法。感謝老師在百忙之中，對我細心的指導，包容我的不足，在研究所求學的這條路上激勵我。在口試期間，更感謝曾宗瑤老師、時序時老師與白秉豐老師給予我寶貴的意見，指這份論文更加完整。

感謝 IKS 這個大家庭帶給我溫暖與歡樂，有如家人般的相互關心，彼此交流做研究的心得與意見。在異地求學的日子，一路上有許許多多的貴人出現在我身邊，感謝你們視我如女兒、妹妹般，給予我日常生活的關心、未來求職路上的幫忙。最後，對無條件支持、包容我的家人致上深深的感恩。因為有你們，我才能無後顧之憂地完成自己的目標。

回想這漫漫的求學之路，得之於人者太多。經過不斷地嘗試與挫折，終於完成了碩士學位，即將踏上人生的新旅程。願大家都能勇敢地朝著自己的目標前進。

目錄

摘要.....	I
ABSTRACT.....	II
致謝詞.....	III
目錄.....	IV
表目錄.....	VI
圖目錄.....	VII
第一章 緒論.....	8
1.1 研究背景與動機.....	8
1.2 研究目的.....	10
1.3 研究架構.....	10
第二章 文獻探討.....	12
2.1 符號說明.....	12
2.2 相依結構矩陣 (Dependency Structure Matrix , DSM).....	13
2.3 理想點逼近法(Technique for Order Preference by Similarity to an Ideal Solution, TOPSIS)	17
2.4 直觀模糊集合(Intuitionistic Fuzzy Sets, IFS)	17
2.5 直觀模糊的排序方法.....	19
2.5 小結.....	28
第三章 研究方法.....	29
3.1 直觀模糊與相依結構矩陣.....	31
3.2 函數正規化.....	31
3.3 計算距離.....	32
第四章 模式驗證.....	35
4.1 以 IFS 表示活動時間與時間因子.....	35
4.2 以相依結構矩陣進行專案排程.....	37

4.3 資料正規化.....	40
4.4 設立目標.....	41
4.5 與目標差異.....	43
4.6 關鍵程度排名與其他方法比較.....	47
4.7 分析討論.....	58
第五章 實際案例.....	63
5.1 以 IFS 表示活動時間與時間因子.....	63
5.2 以相依結構矩陣進行專案排程.....	65
5.3 資料正規化.....	67
5.4 設立目標.....	67
5.5 與目標差異.....	69
5.6 小結.....	70
第六章 結論與未來方向.....	74
6.1 結論.....	74
6.2 管理意涵.....	74
6.3 未來方向.....	75
參考文獻.....	76

表目錄

表 2.1 相似度比較表.....	23
表 4.1 活動資料表.....	35
表 4.2 B 矩陣表.....	36
表 4.3 C 矩陣表.....	36
表 4.4 活動時間表.....	38
表 4.5 路徑資料表.....	40
表 4.6 資料正規化統整表.....	41
表 4.7 與理想目標距離資料表.....	43
表 4.8 與負理想目標距離資料表.....	44
表 4.9 與理想目標差異與排名表(風險+路徑長度).....	45
表 4.10 與理想目標差異與排名表(風險+寬放時間).....	46
表 4.11 結果統整表(風險).....	59
表 4.12 結果統整表(路徑長度).....	60
表 4.13 結果統整表(寬放時間).....	61
表 5.1 工作內容說明表.....	63
表 5.2 活動資料表.....	64
表 5.3 B 矩陣表.....	64
表 5.4 C 矩陣表.....	65
表 5.5 活動時間表.....	66
表 5.6 路徑資料表.....	66
表 5.7 資料正規化統整表.....	67
表 5.8 與理想目標距離資料表.....	69
表 5.9 與負理想目標距離資料表.....	70
表 5.10 與理想目標差異與排名表(風險+路徑長度).....	71
表 5.11 與負理想目標差異與排名表(風險+路徑長度).....	72

圖目錄

圖 1.1 研究架構圖.....	11
圖 2.1 活動無重疊圖.....	15
圖 2.2 活動自然重疊圖.....	15
圖 2.3 活動強制重疊圖.....	16
圖 2.4 直觀模糊集合幾何圖.....	19
圖 2.5 直觀模糊比較圖 I	23
圖 2.6 直觀模糊比較圖 II	28
圖 3.1 方法流程圖.....	30
圖 4.1 專案流程圖.....	37
圖 4.2 目標示意圖.....	42
圖 4.3 目標示意圖.....	43
圖 5.1 專案流程圖.....	65
圖 5.2 目標示意圖.....	68
圖 5.3 目標示意圖.....	68

第一章 緒論

1.1 研究背景與動機

在快速變遷的環境與全球化的競爭壓力下，為了應付競爭對手以及滿足多變的市場需求。企業常以「專案」來處理公司事務，它能即時整合內部資源。根據美國專案管理學會的定義為：「管理者在有限的資源下，運用系統的觀點、方法和理論，對專案涉及的全部工作進行有效地管理。」可應用在各種領域，目的在於整合有限資源，於規定時間內完成目標，強調「如期、如質、如預算。」。

Stalk (1988)指出在競爭激烈的環境下，企業的競爭優勢從以往的「降低成本」、「擴大規模」，逐漸改以「爭取時間」來提升自身競爭力。一個好的專案管理，可幫助企業縮短產品從開發到進入市場的時間(Time-To-Market)、從投資到開始獲利的時間(Time-To-Profitability)。因此，專案排程方法日趨重要。

傳統的專案排程方法為關鍵路徑法(Critical Path Method, CPM)與計畫評核術(Program Evaluation and Review Technique, PERT)，兩者雖能描述出專案裡每個活動的邏輯關係，但無法處理活動彼此間的訊息交換情形(Eppinger, Whitney, Smith, & Gebala, 1994; Yassine, Falkenburg, & Chelst, 1999; Eppinger, 2001)。活動進行中，常會與前項活動與同步進行的活動進行訊息的交流，如等待上級決策、開會討論等，用來蒐集活動執行所需資訊的這段時間，稱為「溝通時間」。因此擅於管理訊息流的相依結構矩陣(Dependency Structure Matrix, DSM)，成為專案排程的主要工具(Steward, 1981)。

傳統的排程方法需等待前項活動完成，後項活動才能開始進行，無法處理同步工程，使得整個專案執行時間過於冗長、不符合經濟效益(Qian & Goh, 2007)。為了在期限內達成目標，會使活動盡可能地重疊，不必等待的前活動全面完成，後繼活動可以提前開始執行(Maheswari & Varghese, 2005)。其又可分為自然重疊、強制重疊兩種。自然重疊可透過溝通時間來捕捉重疊的時機，當兩個活動在不自然的情況下，被迫開始或者延遲，稱為強制

重疊。大部分的管理者採用自然重疊法，因所涉及的風險較低 (Maheswari & Varghese, 2005)。兩活動重疊的程度與活動執行時間的比，稱為時間因子。

相依結構矩陣是目前進行專案排程有力的工具，但專案執行時存在許多不確定因素，活動的執行時間、時間因子都具有模糊性。影響專案完成時間，導致管理者難以規劃。因此部分學者導入模糊理論針對專案調度的做探討 (Li, Moselhi, & Alkass, 2006; Chen & Huang, 2007; Chen & Hsueh, 2008; Liberatore, 2008; Ke & Liu, 2010; Zareei, Zaerpour, Bagherpour, Noora, & Venchah, 2011; Shi & Blomquist, 2012)。傳統模糊理論僅以隸屬度與非隸屬度來模擬現實中不確定的情況，將活動時間設立適當的彈性區間，未考量到活動本身的困難度與難易度，進而造成完成時間變動的風險。為了處理風險，部分學者將直觀模糊集合納入專案調度做討論 (Jayagowri & Geetharamani, 2014a, 2014b; Elizabeth & Sujatha, 2015)，直觀模糊集合是由 Atanassov 於 1986 所提出的概念，相較於傳統模糊，除了考量隸屬度與非隸屬度外，增加了猶豫度這個新參數。更能客觀的描述模糊本質，在處理模糊性與不確定性上更加靈活與實用。

Chen (1995) 首度提出與理想目標進行相似度、相異度分析，來判斷出關鍵路徑。後繼學者延伸該法，創造出針對構面的隸屬度 (隸屬度、非隸屬度、猶豫度) 的排名方法 (Guo, 2014; Song, Wang, Lei, & Xue, 2015; Chen & Chang, 2015; Wan, Wang, & Dong, 2016a; Nguyen, 2016)，此法重視活動成功的機率，避免活動失敗必須補救、重工，造成時間的損失。另一派學者則是注重在時間的比較上，以構面的區間作為判斷關鍵路徑的指標，認為關鍵路徑長度就代表著整個專案的所需時間 (Rezvani, 2013; Jayagowri & Geetharamani, 2012; Jayagowri & Geetharamani, 2014a; Elizabeth & Sujatha, 2015; Jayagowri & Geetharamani, 2015)。構面是指管理者欲作探討的議題，針對不同的探討的主題產生不同直觀模糊的構面。以路徑的直觀模糊圖形為例，它的隸屬度代表著該路徑的成功機率，區間則是代表時間。風險與時間皆是判斷關鍵路徑的重要指標，而以上方法皆只考慮其中一種，缺乏全面性的評量，無法提出客觀的結果。

1.2 研究目的

為了使組織能在限定的時限內完成目標，過去許多學者不斷努力創建專案排程的新方法。相依結構矩陣為目前公認最符合現實的排程方法，能描述活動邏輯關係、模擬訊息流、處理活動重疊。在活動自然重疊的前提下使活動盡可能的重疊，以縮短專案完成時間。而其法無法針對現實情況中許多的不確定因素做應變，本研究將提出一個結合直觀模糊集合與相依結構矩陣的專案排程新方法。以相依結構矩陣法進行專案排程，直觀模糊處理內、外部影響所造成的不確定性。最後以TOPSIS的概念建立一個能同時考量時間與風險度的計分方法，能全面考量多種指標並依照決策者的管理風格彈性調整權重，客觀、審慎地挑選出關鍵路徑，以利管理者規劃。

1.3 研究架構

透過繼往研究的蒐集，對其中所提到的方法進行優劣分析，歸納出最適當的專案排程的時間管理工具。本研究應用直觀模糊來處理專案執行過程中，許多的不確定因素所造成時間變動。並以TOPSIS的概念，建立一個全新的直觀模糊數優劣判斷方法，以判斷出何者為關鍵路徑。

再以Elizabeth 與 Sujatha (2015)中的案例，進行本法與既有的十種關鍵路徑判斷法的比較，證實本研究的可行性與優點。最後，應用在Jayagowri 與 Geetharamani (2015)中專案執行實際案例。圖1.1為本研究的架構圖：

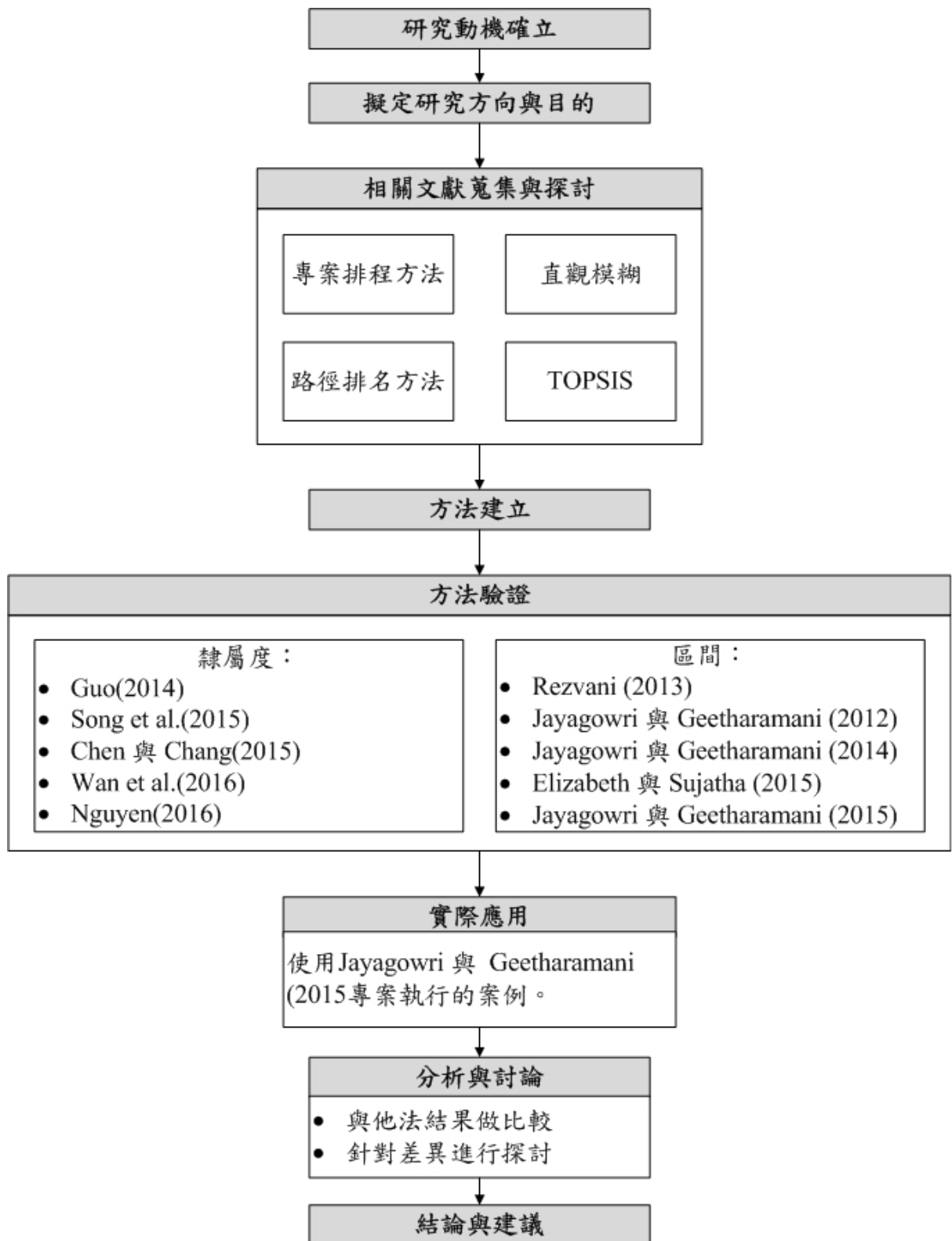


圖 1.1 研究架構圖

第二章 文獻探討

2.1 符號說明

為了接下來閱讀的方便，在此將本研究所使用的符號與函數做說明。

i : j 的前身活動

j : i 的後繼活動

B_{ji} : i 活動對 j 活動的時間因子

C_{ji} : j 活動對 i 活動的時間因子

n : 所有的活動數量

ES : 最早開始

EF : 最早完成

LS : 最晚開始

LF : 最晚結束

$t(x)$: 隸屬度

$f(x)$: 非隸屬度

$\pi(x)$: 猶豫度

\tilde{L}_i : 第 i 條路徑

T_{total} : 專案工期

$S(\tilde{L}_i)$ = 路徑 i 的寬放時間總和

P_1 : P活動的時間

P_2 : 活動P上對所需要訊息者釋放訊息的時間單位

S_1 : S活動的時間

S_2 : 使S可以在活動P傳來的訊息被執行的時間單位

T_P : P的時間因子

T_S : S的時間因子

L_p ：關鍵路徑長度

CP：關鍵路徑(critical path)

\widetilde{G}^+ ：理想目標

\widetilde{G}^- ：負理想目標

2.2 相依結構矩陣 (Dependency Structure Matrix , DSM)

DSM 是由 Steward 於 1981 年所提出，對於處理活動進行中所形成的訊息交換相關的複雜關係非常有效(Yassine & Braha, 2003)。不僅可以處理連續、平行的活動，而且還可以處理耦合活動 (Oloufa, Hosni, Fayed, & Axelsson, 2004)。使用這種工具用於描述訊息相依性活動之間的關係將使得分析和決策容易 (Maheswari, Varghese, & Sridharan, 2006)。DSM 提供了一個表示活動重疊發生時機和程度，以評估順序更好的規劃方法(Browning, 1998)。

DSM 的基本表示為含有以矩陣形式中的相同順序的行和列的活動列表的方陣。在矩陣中的行或列的活動的順序表示執行的順序。活動之間的關係沿著的「釋放出的訊息」活動的列與「接受到訊息」活動的行，在對應的位置做標記。B 矩陣為前活動的矩陣， i 活動的執行時間表達在 B_{ii} ， i 活動對 j 活動的時間因子紀錄在 B_{ji} ；C 矩陣為前活動的矩陣， j 活動的執行時間表達在 C_{jj} ， i 活動對 j 活動的時間因子紀錄在 C_{ji} 。

定義1. 溝通時間(Communication Time)

專案執行中有不同的工作流，活動之間的訊息流更加頻繁。在活動的執行過程中大量的時間花費收集前/中的訊息，這段時間稱為「溝通時間」。它包括所花費的時間進行討論，組織會議、收發電子郵件、等待上層長官的決策等。

以下是經由溝通時間以及每個活動所做的工作提出了估計正常工期(使用DSM)的公式：

$$(ES)_j = \max \left[(ES)_i + (B_{ji} \times B_{ii}) - (C_{ji} \times C_{jj}) \right] \quad (1a)$$

$$(EF)_j = (ES)_j + C_{jj} \quad (1b)$$

$$T_{total} = \max \left[(EF)_j \right] \quad (1c)$$

公式(1a)為j活動的最早開始時間的計算公式，是前一項活動的最早開始時間加上前活動的執行時間與時間因子相乘，再減去j活動對前活動時間因子的乘積的最大值。公式(1b)j活動的最早結束時間，是它本身的最早開始時間加上自己的活動執行時間。

定義2. 活動重疊

由於在專案必須在限定時間完成，為了達成目標，活動都必須盡可能重疊來壓縮時間。然而傳統的專案調度方法，只有在該活動完成後才會釋放訊息，其後繼活動接收到訊息便開始執行，之後在該活動的開始時接收到的所有訊息，以相同的方式，從一個特定的活動的上游釋放。但在現實中，訊息可以活動進行中便先行釋放，讓依賴此訊息的後續活動能提前執行。因此，不必等待的前項活動全部完成，後繼活動便開始進行所產生的「活動重疊」。在充分了解訊息的可用性和需求後，兩活動交換訊息時機精確匹配、合併所產生的「自然重疊」。當兩個活動在不自然的方式下，為了實現縮短工期重疊，後繼活動被迫開始或多或少同時或具有滯後性，稱為「強制重疊」。而強制重疊雖能大幅度的壓縮時間，但更具風險性，因此一般皆採自然重疊。

假設有兩個活動，分別稱為P與S，P(前項活動)釋放訊息給S(後項活動)接收，P的活動時間為P1;S的活動時間為S1，當兩活動無重疊時，如圖2.1。前面所提，在P活動尚在執行中，於P2時便將訊息x釋放出來，而S活動在進行了S2時後，剛好需要此訊息，所形成的自然重疊其示意圖如圖2.2。若是訊息x被迫提前釋放/接收，其強制重疊示意圖如圖2.3。自然重疊的風險比強制重疊來的要小，因此企業皆採用自然重疊進行專案排程。此時，要如何準確估計訊息釋放的時機、後繼活動該提前多少開始執行便非常重要。

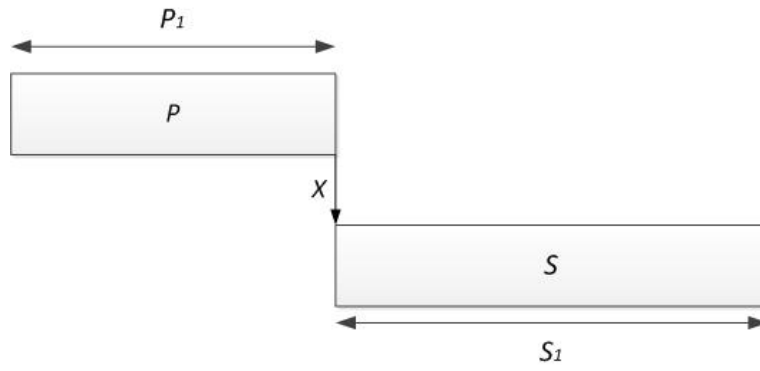


圖 2.1 活動無重疊圖

(資料來源：Maheswari 與 Varghese,2005)

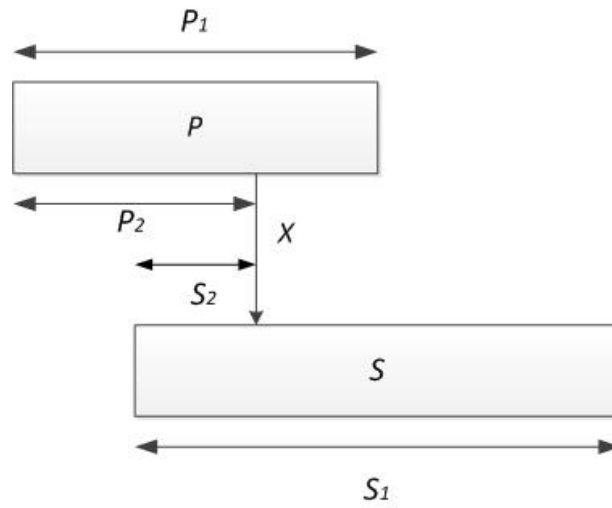


圖 2.2 活動自然重疊圖

(資料來源：Maheswari 與 Varghese,2005)

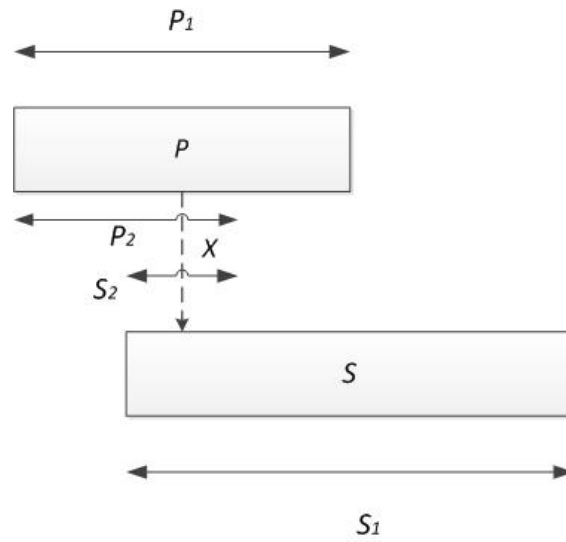


圖 2.3 活動強制重疊圖

(資料來源：Maheswari 與 Varghese,2005)

定義3. 時間因子

如前所述，自然重疊是由精確匹配/合併在活動之間產生訊息時機。這個時間的比率稱為「時間因子」。以圖2.2為例，假設有P和S兩個活動。當P活動在進行了 P_1 個時間單位後，釋放出訊息，則P活動釋放訊息的時間因子 T_P 為 (P_1/P_2) 。同樣地，接收訊息的S活動其時間因子 T_S 被計算為 (S_1/S_2) 。因此，時間因子由 T_P （為代表的前身活動）和 T_S （用於後繼活動）兩部分組成。

2.3 理想點逼近法(Technique for Order Preference by Similarity to an Ideal Solution, TOPSIS)

TOPSIS是由Hwang與Yoon於1981年所提出，以數個評量標準來進行優劣的評價。再以理想化目標的接近程度進行排序，理想化目標(Ideal Solution)有兩個，一個是肯定的理想目標(positive ideal solution)或稱最優目標，一個是否定的理想目標(negative ideal solution)或稱最劣目標，評價最好的對象應該是與最優目標的距離最近，而與最劣目標最遠。

TOPSIS法是一種以理想目標相似性進行選擇的方法，用在多目標決策分析中非常有效。數據通過正規化後，找出多個目標中最優目標和最劣目標(分別用理想解和反理想解表示)，分別計算各評價對象與理想解和反理想解的距離，獲得各目標與理想解的接近程度，以此作為評價目標優劣的依據。貼近度的值在0到1之間，與理想目標的貼近度值越接近1，表示該評價對象越接近最優水平；反之，該值愈接近0，表示評價目標越接近最劣水平。該方法目前已廣泛應用在土地利用規劃、項目投資、醫療衛生、物料選擇評估等領域。

2.4 直觀模糊集合(Intuitionistic Fuzzy Sets, IFS)

Zadeh (1965)為了解決環境的不確定性提出模糊理論(Fuzzy theory)，將影響結果的變因以「隸屬度」和「非隸屬度」量化成數值，有別以往「非黑即白」的論述，但並未將「模稜兩可」的變數也是所謂的「風險」納入討論。Atanassov (1986)對傳統的模糊集進行擴展，提出直觀模糊集合的概念，增加「猶豫度」的概念發展出解決「模稜兩可」變因的方法，將傳統模糊理論以數值表達歸屬度的方式，改為比例表示形式。

定義 4. 設 X 為一全集，則 X 上的一個直觀模糊集合 A 為 $t_A(x) + f_A(x) \leq 1$ ，其中： $t_A(x): X \rightarrow [0, 1]$ 表示隸屬度， $f_A(x): X \rightarrow [0, 1]$ 表示非隸屬度。 $t_A(x) + f_A(x) \leq 1$ ，所以猶豫度 $\pi_A(x) = 1 - t_A(x) - f_A(x)$ ，其幾何圖形如圖 2.5 所示。隸屬度、非隸屬度的值如下：

$$t_A(x) = \begin{cases} \frac{(x - a_1)}{(a_2 - a_1)}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1 & , a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{(x - a_4)}{(a_3 - a_4)}, & a_1 \leq x \leq a_2 \end{cases}$$

$$f_A(x) = \begin{cases} \frac{(x - a'_1)}{(a'_2 - a'_1)}, & a'_1 \leq x \leq a'_2 \\ 1 & , a'_1 \leq x \leq a'_2 \\ \frac{(x - a'_4)}{(a'_3 - a'_4)}, & a'_1 \leq x \leq a'_2 \end{cases}$$

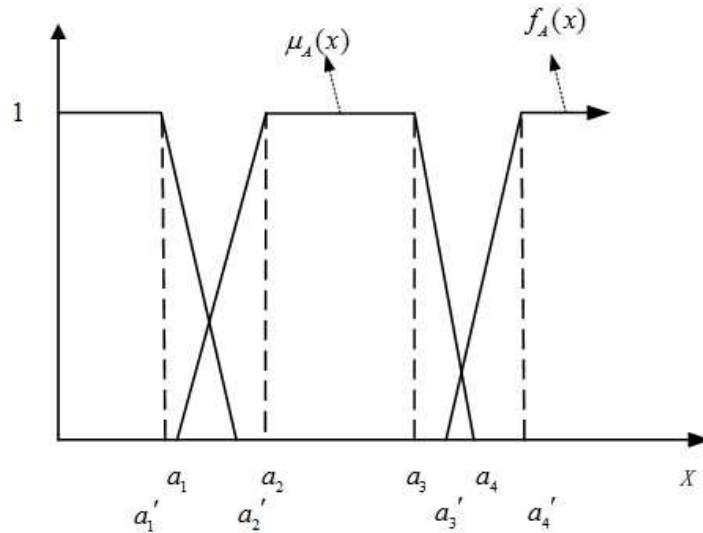


圖 2.4 直觀模糊集合幾何圖

(資料來源：本研究整理)

定義 5. 設兩梯形直觀模糊數 $\tilde{A} = \{(a_1, a_2, a_3, a_4), (a_1', a_2', a_3', a_4'), (t_A(x), f_A(x))\}$ 與 $\tilde{B} = \{(b_1, b_2, b_3, b_4), (b_1', b_2', b_3', b_4'), (t_B(x), f_B(x))\}$ 的相加運算如下：

$$\tilde{A} + \tilde{B} = \left\{ \begin{array}{l} (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, a_4 + b_4), (a_1' + b_1', a_2' + b_2', a_3' + b_3', a_4' + b_4') \\ (t_A + t_B - t_A t_B, f_A f_B) \end{array} \right\}$$

直觀模糊近年來越趨成熟，他用於各種領域，商業、醫療、行政等都包括在內，而部分研究也將其應用於專案排程上。

2.5 直觀模糊的排序方法

過去有許多學者針對直觀模糊集合發明不同的排序方法，以相似度測量的概念，來解決群體決策的問題。依排名的基準大致分為兩類：一是以活動執行時所面臨的風險程度、困難度等，我們在這稱為構面的隸屬度。另外則是以時間的長短，包括路徑與寬放時間長度，在此稱為構面的區間。

縱觀既有方法中，皆只針對單一基準作為關鍵路徑與排序的判斷，尚無考量兩者之間的作用。以下分兩小節分別探討直觀模糊的隸屬度、區間的排序方法。

2.5.1 以構面的隸屬度為基準的排序方法

在找尋關鍵路徑時，其中一項指標為路徑進行的難易度以及承受多大的風險等等。越艱難、容易出差錯的路徑，該路徑便決定了整個活動的成敗，因此需要管理者格外注意。而困難度、需要關心的程度，難以用明確的數字來量化，因此有學者運用了Atanassov (1986)直觀模糊集中的隸屬度、非隸屬度與猶豫度來判定何者為關鍵路徑。

Chen 與 Tan(1994)以隸屬函數和非隸屬函數之間的差異為得分函數(Score Function)，來評估直觀模糊值(Intuitionistic Fuzzy Values, IFVs)的排名程度。Hong 與 Choi(2000)提出的精度函數(Accuracy Function.)，綜合了隸屬度和非隸屬度，來評價直觀模糊數。Xu (2007)結合得分函數和精確度函數進行排名。Liu 與 Wang (2007)則是提出得分函數的新觀點。但是以上的觀點都沒有進行更深一步的分析。二則是以構面的區間為基準，也就是直觀模糊圖形的X軸。依據管理者的決策傾向，使用不同的排名基準。Szmidt 與 Kacprzyk (2009)透過測量IFS的訊息數量與可靠度，進行IFVs排名的方法。

Guo (2014)指出Szmidt 與 Kacprzyk (2009)的方法仍然在某些拓展時會導致不良的結果，因此提出修正。Wan et al. (2016a)利用TOPSIS考慮的正和負理想點和三角形的共同的面積，成為評價直觀模糊數的有效方法。本研究選擇目前最新的方法。Guo (2014)、 Song et al. (2015)、 Chen 與 Chang (2015)、 Wan et al. (2016a)、 Nguyen (2016)提出以高度為基準，判斷直觀模糊數的優劣。

1. Guo (2014)

設 兩 直 觀 模 糊 數 $\tilde{A} = \{x, \langle t_A(x), f_A(x) \rangle \mid x \in X\}$ 、
 $\tilde{B} = \{x, \langle t_B(x), f_B(x) \rangle \mid x \in X\}$ 。

$$Z(x) = \left(1 - \frac{1}{2}\pi(x)\right) \left(t(x) + \frac{1}{2}\pi(x)\right) \quad (2)$$

(1) 若 $Z(\tilde{A}) > Z(\tilde{B})$ ，則排序 $\tilde{A} > \tilde{B}$ 。

(2) 若 $Z(\tilde{A}) < Z(\tilde{B})$ ，則排序 $\tilde{A} < \tilde{B}$ 。

(3) 若 $Z(\tilde{A}) = Z(\tilde{B})$ ，則排序 $\tilde{A} = \tilde{B}$ 。

2. Song et al. (2015)

設兩IFVs為 $\tilde{A} = \{x, \langle t_A(x), f_A(x) \rangle \mid x \in X\}$ 、 $\tilde{B} = \{x, \langle t_B(x), f_B(x) \rangle \mid x \in X\}$ 、理想目標 $\tilde{G}^+ = \{(a^+, b^+, c^+, d^+), (t^+(x), f^+(x))\}$ 。 \tilde{A} 與理想目標 \tilde{G}^+ 的相似度 $S_r(\tilde{A}, \tilde{G}^+)$ 計算方式如下：

$$S_r(\tilde{A}, \tilde{G}^+) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{t_A(x)t^+(x)} + 2\sqrt{f_A(x)f^+(x)} + \sqrt{\pi_A(x)\pi^+(x)} + \sqrt{(1-f_A(x))(1-f^+(x))}}{\sqrt{\pi_A(x)\pi^+(x)} + \sqrt{(1-f_A(x))(1-f^+(x))}} \right) \quad (3)$$

- (1) 若 $S_r(\tilde{A}, \tilde{G}^+) > S_r(\tilde{B}, \tilde{G}^+)$ ，則排序 $\tilde{A} > \tilde{B}$ 。
- (2) 若 $S_r(\tilde{A}, \tilde{G}^+) < S_r(\tilde{B}, \tilde{G}^+)$ ，則排序 $\tilde{A} < \tilde{B}$ 。
- (3) 若 $S_r(\tilde{A}, \tilde{G}^+) = S_r(\tilde{B}, \tilde{G}^+)$ ，則排序 $\tilde{A} = \tilde{B}$ 。

3. Chen 與 Chang (2015)

設兩IFVs為 $\tilde{A} = \{x, \langle t_A(x), f_A(x) \rangle \mid x \in X\}$ 、 $\tilde{B} = \{x, \langle t_B(x), f_B(x) \rangle \mid x \in X\}$ 、理想目標 $\tilde{G}^+ = \{(a^+, b^+, c^+, d^+), (t^+(x), f^+(x))\}$ 。 \tilde{A} 與理想目標 \tilde{G}^+ 的相似度 $S_{cc}(\tilde{A}, \tilde{G}^+)$ 計算方式如下：

$$S_{cc}(\tilde{A}, \tilde{G}^+) = 1 - \left(\left| t_A(x) - t^+(x) \right| \times \left(1 - \frac{\pi_A(x) + \pi^+(x)}{2} \right) \right) - \left(\left(\frac{\pi_A(x) + \pi^+(x)}{2} \right) \times \int_0^1 |t_A(x) - t^+(x)| dx \right) \quad (4)$$

$$\int_0^1 |t_A(x) - t^+(x)| dx = \left| \frac{1 - f_A(x) - t(x)}{2} - \frac{1 - f^+(x) - t^+(x)}{2} \right| = \frac{\pi_A(x) - \pi^+(x)}{2} \quad (5)$$

- (1) 若 $S_{cc}(\tilde{A}, \tilde{G}^+) > S_{cc}(\tilde{B}, \tilde{G}^+)$ ，則排序 $\tilde{A} > \tilde{B}$ 。

(2) 若 $S_{cc}(\tilde{A}, \tilde{G}^+) < S_{cc}(\tilde{B}, \tilde{G}^+)$ ，則排序 $\tilde{A} < \tilde{B}$ 。

(3) 若 $S_{cc}(\tilde{A}, \tilde{G}^+) = S_{cc}(\tilde{B}, \tilde{G}^+)$ ，則排序 $\tilde{A} = \tilde{B}$ 。

4. Wan et al. (2016a)

設兩IFVs為 $\tilde{A} = \{x, \langle t_A(x), f_A(x) \rangle \mid x \in X\}$ 、 $\tilde{B} = \{x, \langle t_B(x), f_B(x) \rangle \mid x \in X\}$

$$C(x) = \frac{1 - f(x)}{1 + \pi(x)} \quad (6)$$

$$S(x) = 1 - \frac{\pi(x)^2}{2} \quad (7)$$

(1) 若 $C(\tilde{A}) > C(\tilde{B})$ ，則排序 $\tilde{A} > \tilde{B}$ 。

(2) 若 $C(\tilde{A}) = C(\tilde{B})$ ，且 $S(\tilde{A}) < S(\tilde{B})$ ，則排序 $\tilde{A} < \tilde{B}$ 。

(3) 若 $C(\tilde{A}) = C(\tilde{B})$ ，且 $S(\tilde{A}) = S(\tilde{B})$ ，則排序 $\tilde{A} = \tilde{B}$ 。

5. Nguyen (2016)

設兩IFVs為 $\tilde{A} = \{x, \langle t_A(x), f_A(x) \rangle \mid x \in X\}$ 、 $\tilde{B} = \{x, \langle t_B(x), f_B(x) \rangle \mid x \in X\}$ ，

A與B的相似度 $S_F(\tilde{A}, \tilde{B})$ 如下：

$$S_F(\tilde{A}, \tilde{B}) = \begin{cases} 1 - |K_F(\tilde{A}) - K_F(\tilde{B})| & , \text{for } K_F(\tilde{A}) \times K_F(\tilde{B}) \geq 0 \\ |K_F(\tilde{A}) - K_F(\tilde{B})| - 1 & , \text{for } K_F(\tilde{A}) \times K_F(\tilde{B}) < 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$K_F(\tilde{A}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{t_A(x)^2 + f_A(x)^2 + (1 - \pi_A(x))^2} \quad (9)$$

$$K_F(\tilde{B}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{t_B(x)^2 + f_B(x)^2 + (1 - \pi_B(x))^2}$$

(1) 若 $S_F(\tilde{A}, \tilde{B}) = 1$ ，則表示 $\tilde{A} = \tilde{B}$ 。

(2) 若 $S_F(\tilde{A}, \tilde{B}) = 0$ ，則表示 $\pi_A = 1$ 且 \tilde{A} 、 \tilde{B} 之間其中一者為明確值且 $\pi_B = 1$ 。

Song et al. (2015)、Chen 與 Chang (2015)、Nguyen (2016) 以上三法只以隸屬度為標準進行相似度分析，若是遇到圖 2.5 的情況：

$$\tilde{A} = \{(6,9,13,16), (2,7,15,19), (0.68, 0.2)\}$$

$$\tilde{B} = \{(5,8,12,14), (4,8,12,16), (0.60, 0.35)\}$$

$$\tilde{C} = \{(32,36,42,46), (25,35,45,50), (0.68, 0.20)\}$$

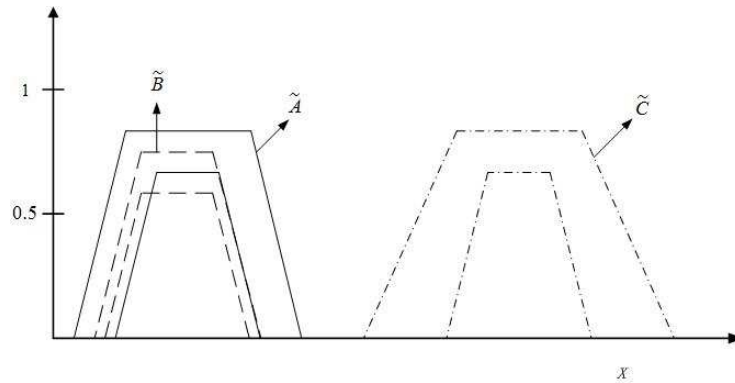


圖 2.5 直觀模糊比較圖 I

(資料來源：本研究整理)

計算結果如表2.1， \tilde{A} 與 \tilde{C} 計算出來的相似度為1，可說是一模一樣。但由圖2.5中可見， \tilde{A} 與 \tilde{C} 雖然同高度，但圖形樣貌與距離大相逕庭。反之 \tilde{A} 與 \tilde{B} 的相似度雖低於 \tilde{A} 與 \tilde{C} ，但是 \tilde{A} 與 \tilde{B} 之間無論在圖形與位置都較為相近。由此可知，單以隸屬度作為相似度\相異度分析的指標，顯然不足。

表 2.1 相似度比較表

	相似度		
	Song et al. (2015)	Chen 與 Chang (2015)	Nguyen (2016)
A 與 B	0.98	0.93	0.97
A 與 C	1	1	1

(資料來源：本研究整理)

2.5.2 以區間為基準的排序方法

專案排程法從最早的1960年代發展出的CPM到後期的PERT，以及本研究所使用的DSM，皆是由時間長短來做關鍵路徑的篩選。路徑時間較長者或是寬放時間最緊迫者，決定整個專案的時間。Chanas 與 Zielinski (2001)

首次提出了具有模糊活動時間的關鍵路徑分析法。接著相關方法如雨後春筍般提出。本研究採距今最新的五個方法進行探討與比較。

1. Rezvani (2013)

設路徑 i 直觀模糊數 $\tilde{L}_i = \{(a_i, b_i, c_i, d_i), (a'_i, b'_i, c'_i, d'_i)\}$, for $i=1, 2, \dots, n$,

其隸屬度函數值 $V_i(\tilde{L}_i)$ 與非隸屬度函數值 $V_f(\tilde{L}_i)$ 的公式如下：

$$V_i(\tilde{L}_i) = \frac{a_i + 2b_i + 2c_i + d_i}{6} \quad (10)$$

$$V_f(\tilde{L}_i) = \frac{b'_i + c'_i}{2} + \frac{d'_i - c'_i - b'_i + a'_i}{6} \quad (11)$$

(1) 若 $V_i(\tilde{L}_1) > V_i(\tilde{L}_2)$ ，則排序 $\tilde{L}_1 > \tilde{L}_2$ 。

(2) 若 $V_i(\tilde{L}_1) < V_i(\tilde{L}_2)$ ，則排序 $\tilde{L}_1 < \tilde{L}_2$ 。

(3) 若 $V_i(\tilde{L}_1) = V_i(\tilde{L}_2)$ ，則排序 $\tilde{L}_1 > \tilde{L}_2$ 。

2. Jayagowri 與 Geetharamani (2012)

從專案中的 i 條路徑的隸屬函數取最大值、非隸屬函數取最大值分別視為最優目標與最差目標。接著每條路條路徑分別與兩個目標做相似度分析，以最優目標相似程度 $SD(\tilde{L}_i, \widetilde{L}_i^{\min})$ 與最差目標相似程度 $SD(\tilde{L}_i, \widetilde{L}_i^{\max})$ 來做為排名依據。其算式如下：

$\tilde{L}_i = \{(a_i, b_i, c_i, d_i), (a'_i, b'_i, c'_i, d'_i)\}$, for $i=1, 2, \dots, n$

$$\begin{aligned} \widetilde{L}_i^{\min} &= (a, b, c, d) = \min(\tilde{L}_i) = (\min(a_i), \min(b_i), \min(c_i), \min(d_i)) \\ \widetilde{L}_i^{\max} &= (a', b', c', d') = \max(\tilde{L}_i) = (\max(a'_i), \max(b'_i), \max(c'_i), \max(d'_i)) \end{aligned} \quad (12)$$

$$SD(\widetilde{L}_i, \widetilde{L}_i^{\min}) = \begin{cases} 0 & , \text{if } \widetilde{L}_i \cap \widetilde{L}_i^{\min} = \emptyset \\ \frac{1}{2} \frac{(d-a_i)^2}{(d-c)+(b_i-a_i)} & , \text{if } \widetilde{L}_i \cap \widetilde{L}_i^{\min} \neq \emptyset \\ & \text{where } c < x < d, a_i < x < b \\ \frac{1}{2} [(d-a_i)+(c-b_i)] & , \text{if } \widetilde{L}_i \cap \widetilde{L}_i^{\min} \neq \emptyset \\ & \text{where } b_i < x < c_i \end{cases} \quad (13)$$

$$SD(\widetilde{L}_i, \widetilde{L}_f^{\max}) = \begin{cases} 0 & , \text{if } \widetilde{L}_i \cap \widetilde{L}_f^{\max} = \emptyset \\ \frac{1}{2} \frac{(d-a_i)^2}{(d-c)+(b_i-a_i)} & , \text{if } \widetilde{L}_i \cap \widetilde{L}_f^{\max} \neq \emptyset \\ & \text{where } c < x < d, a_i < x < b \\ \frac{1}{2} [(d-a_i)+(c-b_i)] & , \text{if } \widetilde{L}_i \cap \widetilde{L}_f^{\max} \neq \emptyset \\ & \text{where } b_i < x < c_i \end{cases} \quad (14)$$

(1) 若 $SD(\widetilde{L}_1, \widetilde{L}_1^{\min}) > SD(\widetilde{L}_2, \widetilde{L}_1^{\min})$ ，則排序 $\widetilde{L}_1 > \widetilde{L}_2$ 。

(2) 若 $SD(\widetilde{L}_1, \widetilde{L}_1^{\min}) < SD(\widetilde{L}_2, \widetilde{L}_1^{\min})$ ，則排序 $\widetilde{L}_1 < \widetilde{L}_2$ 。

3. Jayagowri 與 Geetharamani (2014a)

作者拓展前法，以隸屬函數平均積分 $P_t(\widetilde{L}_i)$ 與隸屬函數平均積分 $P_f(\widetilde{L}_i)$

來做路徑的排序。其算式與規則如下：

$$\widetilde{L}_i = \{(a_i, b_i, c_i, d_i), (a'_i, b'_i, c'_i, d'_i)\}, \text{ for } i=1, 2, \dots, n$$

$$P_t(\widetilde{L}_i) = \frac{a_i + 2b_i + 2c_i + d_i}{6} \quad (15)$$

$$P_f(\widetilde{L}_i) = \frac{a'_i + 2b'_i + 2c'_i + d'_i}{6} \quad (16)$$

(1) 若 $P_t(\widetilde{L}_1) > P_t(\widetilde{L}_2)$ 且 $P_f(\widetilde{L}_1) < P_f(\widetilde{L}_2)$ ，則排序 $L_4 > L_1 > L_2 > L_3$ 。

(2) 若 $P_t(\widetilde{L}_1) < P_t(\widetilde{L}_2)$ 且 $P_f(\widetilde{L}_1) > P_f(\widetilde{L}_2)$ ，則排序 $\widetilde{L}_1 < \widetilde{L}_2$ 。

4. Elizabeth 與 Sujatha (2015)

此法採歐氏排名法(Euclidean Ranking, ER)。將各路徑 \widetilde{L}_i 中，取路徑長度最長者為 \widetilde{L}^{\max} ，視之為理想目標。再藉由每條路徑與理想目標的距離 $ER(\widetilde{L}_i)$ ，來判斷其排名。距離越近者，其排名越前面。其算法如下：

$$\widetilde{L}_i = \left\{ (a_i, b_i, c_i, d_i), (a'_i, b'_i, c'_i, d'_i) \right\}, \text{ for } i=1, 2, \dots, n$$

$$\widetilde{L}^{\max} = \max(\widetilde{L}_i)$$

$$ER(\widetilde{L}_i, \widetilde{L}^{\max}) = \left(\sqrt{(a - a_i)^2 + (b - b_i)^2 + (c - c_i)^2 + (d - d_i)^2}, \right. \\ \left. \left(\sqrt{(a' - a'_i)^2 + (b' - b'_i)^2 + (c' - c'_i)^2 + (d' - d'_i)^2} \right) \right) \quad (17)$$

(1) 若 $ER(\widetilde{L}_1, \widetilde{L}^{\max}) \leq ER(\widetilde{L}_2, \widetilde{L}^{\max})$ ，則關鍵程度 $\widetilde{L}_1 \geq \widetilde{L}_2$ ，排序 $\widetilde{L}_1 \geq \widetilde{L}_2$ 。

(2) 若 $ER(\widetilde{L}_1, \widetilde{L}^{\max}) \geq ER(\widetilde{L}_2, \widetilde{L}^{\max})$ ，則關鍵程度 $\widetilde{L}_1 \leq \widetilde{L}_2$ ，排序 $\widetilde{L}_1 \leq \widetilde{L}_2$ 。

但使用此法必須先判斷出關鍵路徑，才能估算出其他路徑的關鍵程度。且關鍵路徑的判斷方法，尚不完全。

5. Jayagowri 與 Geetharamani (2015)

此法為矩陣距離法，利用積分來計算兩路徑間的距離。設兩路徑 $\widetilde{A} = \left\{ (a_1, b_1, c_1, d_1), (a'_1, b'_1, c'_1, d'_1) \right\}$ 、 $\widetilde{B} = \left\{ (a_2, b_2, c_2, d_2), (a'_2, b'_2, c'_2, d'_2) \right\}$ ， \widetilde{A} 與 \widetilde{B} 之間的距離公式如下：

$$D_l(\widetilde{A}, \widetilde{B}) = \left[\int_0^1 \left[\widetilde{A}_{lL}(\alpha) - \widetilde{B}_{lL}(\alpha) \right]^2 d\alpha + \int_0^1 \left[\widetilde{A}_{lR}(\alpha) - \widetilde{B}_{lR}(\alpha) \right]^2 d\alpha \right]^{1/2} \quad (18)$$

$$D_f(\widetilde{A}, \widetilde{B}) = \left[\int_0^1 \left[\widetilde{A}_{fL}(\alpha) - \widetilde{B}_{fL}(\alpha) \right]^2 d\alpha + \int_0^1 \left[\widetilde{A}_{fR}(\alpha) - \widetilde{B}_{fR}(\alpha) \right]^2 d\alpha \right]^{1/2} \quad (19)$$

其中， $\widetilde{A}_{lL}(\alpha)$ 、 $\widetilde{B}_{lL}(\alpha)$ 、 $\widetilde{A}_{lR}(\alpha)$ 、 $\widetilde{B}_{lR}(\alpha)$ 為隸屬函數的 α -cut區間； $\widetilde{A}_{fL}(\alpha)$ 、 $\widetilde{B}_{fL}(\alpha)$ 、 $\widetilde{A}_{fR}(\alpha)$ 、 $\widetilde{B}_{fR}(\alpha)$ 則為非隸屬函數的 α -cut區間。為了進

行路徑的關鍵排名，將 \tilde{B} 設為0，當作最差目標，以各路徑與最差目標的距離 $D(\tilde{L}_i, 0)$ ，來判別排名的順序。

$$\tilde{L}_i = \left\{ (a_i, b_i, c_i, d_i) (a'_i, b'_i, c'_i, d'_i) \right\}, \text{ for } i=1, 2, \dots, n$$

$$\begin{aligned} D_i(\tilde{L}_i, 0) &= \left[\int_0^1 [a_1 + (b_1 - a_1)\alpha]^2 d\alpha + \int_0^1 [d_1 - (d_1 - c_1)\alpha]^2 d\alpha \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= \left[\frac{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2 + d_1^2 - a_1 b_1 - c_1 d_1}{3} \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} D_f(\tilde{L}_i, 0) &= \left[\int_0^1 [a'_1 + (b'_1 - a'_1)\alpha]^2 d\alpha + \int_0^1 [d'_1 - (d'_1 - c'_1)\alpha]^2 d\alpha \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= \left[\frac{a_1'^2 + b_1'^2 + c_1'^2 + d_1'^2 - a'_1 b'_1 - c'_1 d'_1}{3} \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (21)$$

(1) 若 $D_i(\tilde{L}_1, 0) > D_i(\tilde{L}_2, 0)$ ，則排序 $\tilde{L}_1 > \tilde{L}_2$ 。

(2) 若 $D_i(\tilde{L}_1, 0) < D_i(\tilde{L}_2, 0)$ ，則排序 $\tilde{L}_1 < \tilde{L}_2$ 。

以上述五法皆是在隸屬度為1、非隸屬度為0的前提下進行，此為直觀模糊的特殊例子，無法完全表現直觀模糊的全貌以及真諦。若遇到圖2.6的情形，

$$\tilde{A} = \{(4, 6, 9, 11)(3, 5, 10, 12), (0.75, 0.2)\}$$

$$\tilde{B} = \{(4, 6, 9, 11)(3, 5, 10, 12), (0.4, 0.5)\}$$

$$\tilde{C} = \{(4, 6, 9, 11)(3, 5, 10, 12), (0.25, 0.4)\}$$

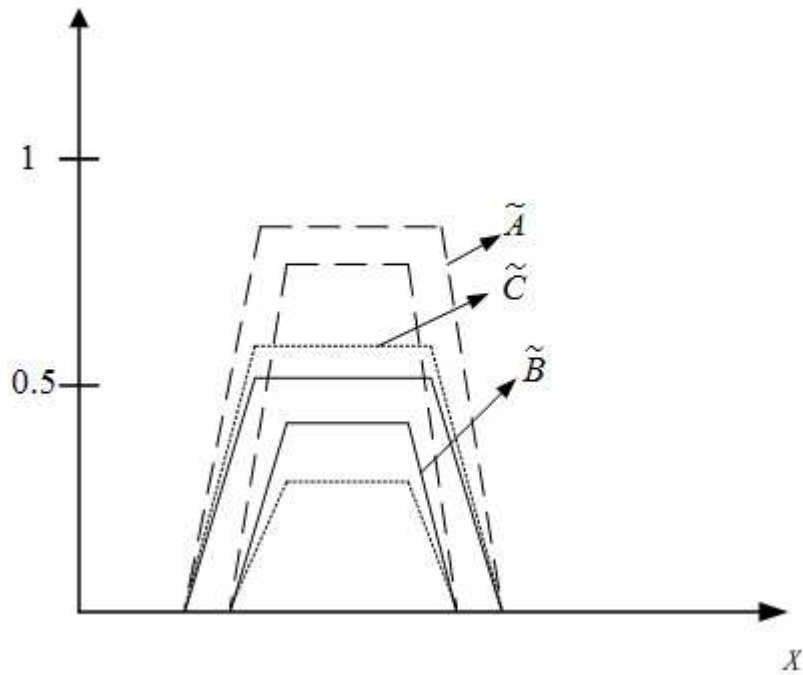


圖 2.6 直觀模糊比較圖 II

(資料來源：本研究整理)

以上述五法所得關鍵程度 $\tilde{A} = \tilde{B} = \tilde{C}$ ，表示這三條路徑一模一樣，但由資料可指這三個直觀模糊數的隸屬程度大相逕庭。因此這五個方法，仍無法完善的做出判斷。

2.5 小結

相依結構矩陣能處理活動重疊與訊息交流的複雜關係，因此成為目前最有利的專案排程工具。而在活動執行的過程中，活動本身的複雜度與困難度往往影響著執行所需時間，無法確定一個明確的值。Shi 與 Blomquist (2012)提出結合模糊集與相依結構矩陣，以描述時間的不確定性。Jayagowri 與 Geetharamai (2014a)首先提出以直觀模糊來處理時間，以關鍵路徑法進行排程。直觀模糊比一般模糊集多了猶豫度這個新參數，更能細膩描述活動進行中不可預知的變數。

在判斷直觀模糊數優劣的方法分為兩派，一者以隸屬度來評量，另一則是以區間為評量基準。這些方法僅能藉由片面的依據來判斷結果，無法全面的體現直觀模糊的全貌。因此本研究以相依結構矩陣進行專案排程，提出一個能綜合評估區間與隸屬度判斷直觀模糊數優劣的方法。

第三章 研究方法

本研究採Steward (1981)所提出的相依結構矩陣法，以自然重疊的方式進行專案裡的活動調度，以Shi 與 Blomquist (2012)的模糊相依結構矩陣為基礎，改以結合Atanassov (1986)所提出的直觀模糊集，處理活動時間的不確定性與所承受的風險。

探討既往研究中最新且具有公信力的排名方法，其中包含五個以構面的隸屬度(隸屬度、非隸屬度和猶豫度)為衡量目標的排序法，與五個以構面的區間為評量基準的排序法。結合兩者排序法的特性，應用TOPSIS的概念，設計出能綜合評量構面的隸屬度與區間的排名方法。本研究方法流程，如圖3.1所示。

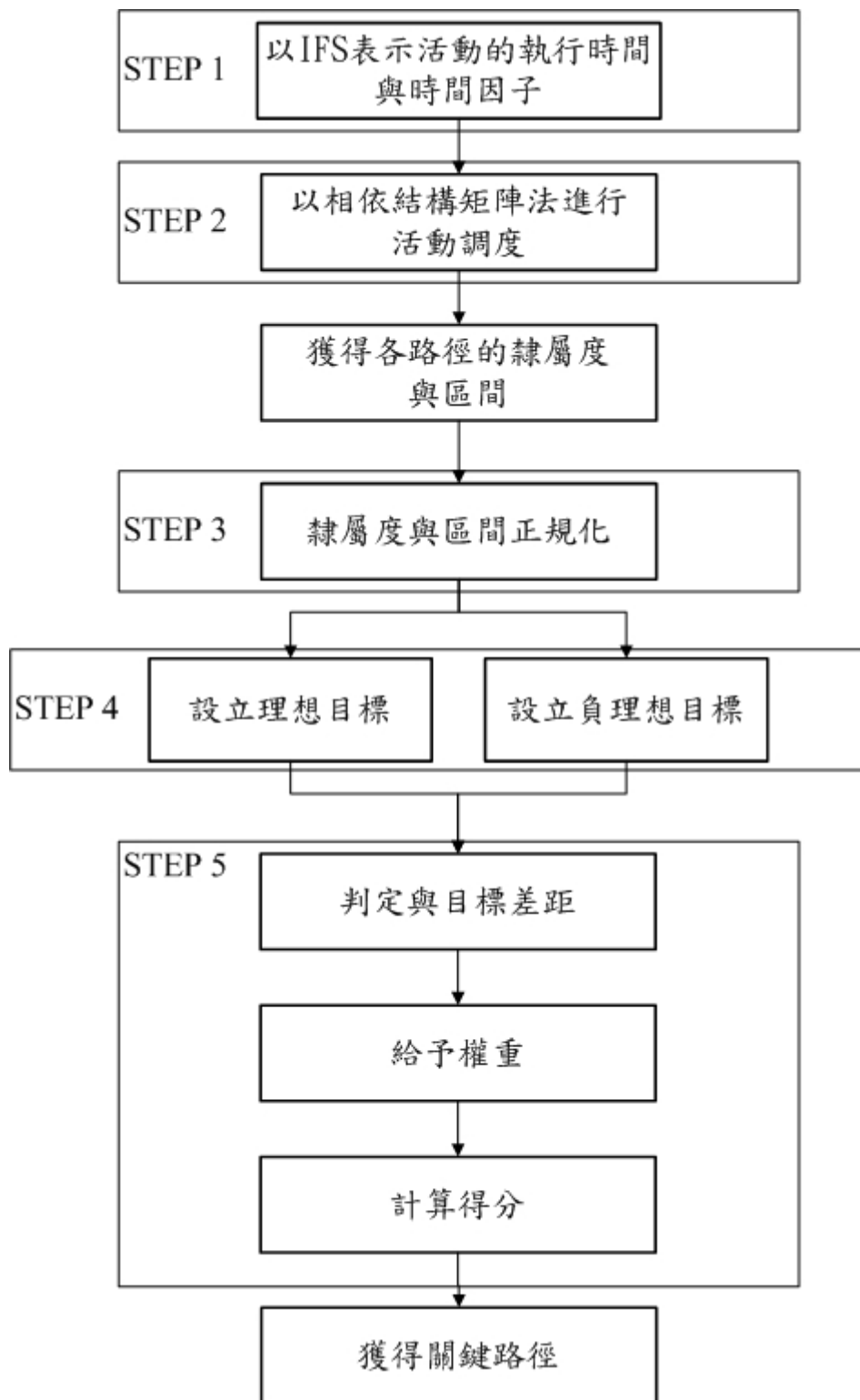


圖 3.1 方法流程圖

(資料來源：本研究整理)

3.1 直觀模糊與相依結構矩陣

本研究拓展 Steward (1981) 所提出的相依結構矩陣法以及 Shi 與 Blomquist (2012) 模糊相依結構矩陣為基礎，先以直觀模糊數表示活動持續時間與時間因子，以解決在不確定性環境下，所造成的完成時間與活動間溝通時機的波動，以及活動本身的難易度、複雜度等導致活動失敗的風險。再以相依結構矩陣進行專案排程，

$$\begin{aligned}
 (\widetilde{ES})_j &= \max \left[(\widetilde{ES})_i + (\widetilde{B}_{ji} \times \widetilde{B}_{ii}) - (\widetilde{C}_{ji} \times \widetilde{C}_{jj}) \right] \\
 (\widetilde{EF})_j &= (\widetilde{ES})_j + \widetilde{C}_{jj} \\
 (\widetilde{LS})_i &= \min \left[(\widetilde{LS})_j + (\widetilde{C}_{ji} \times \widetilde{C}_{jj}) - (\widetilde{B}_{ji} \times \widetilde{B}_{ii}) \right] \\
 (\widetilde{LF})_j &= (\widetilde{LS})_j + \widetilde{B}_{ii} \\
 \widetilde{S}_i &= (\widetilde{LS})_i - (\widetilde{ES})_i \\
 T_{total} &= \max \left[(\widetilde{EF})_j \right], 0 < j \leq n \\
 S(\widetilde{L}_i) &= \sum_{i=1}^n \widetilde{S}_i
 \end{aligned} \tag{22}$$

根據直觀模糊的定義，可求得路徑 i 的路徑長度與風險度為：
 $\widetilde{L}_i = \left\{ (a_i, b_i, c_i, d_i), (a'_i, b'_i, c'_i, d'_i), (t_i, f_i, \pi_i) \right\}$ ，路徑 i 的總寬放時間長度與風險度為：
 $S(\widetilde{L}_i) = \left\{ (M_i, P_i, Q_i, R_i), (M'_i, P'_i, Q'_i, R'_i), (t_i, f_i, \pi_i) \right\}$ 。

3.2 函數正規化

直觀模糊的區間與隸屬度綜合進行比較時，必須站在同一個基準，因此本研究將函數正規化，使之介於 0 到 1 之間。其正規方程式如下：

$$\begin{aligned}
 \widetilde{L}_i &= \left\{ (a_i, b_i, c_i, d_i), (a'_i, b'_i, c'_i, d'_i), (t_i, f_i, \pi_i) \right\} \\
 S(\widetilde{L}_i) &= \left\{ (M_i, P_i, Q_i, R_i), (M'_i, P'_i, Q'_i, R'_i), (t_i, f_i, \pi_i) \right\} \\
 \text{for } i &= 1, 2, \dots, n
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\widetilde{L}_{\max} &= \left\{ \begin{aligned} &(\max(a_i), \max(b_i), \max(c_i), \max(d_i)), \\ &(\max(a_i'), \max(b_i'), \max(c_i'), \max(d_i')) \end{aligned} \right\} \\ \widetilde{L}_{\min} &= \left\{ \begin{aligned} &(\min(a_i), \min(b_i), \min(c_i), \min(d_i)), \\ &(\min(a_i'), \min(b_i'), \min(c_i'), \min(d_i')) \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (23a)$$

$$\begin{aligned}\widetilde{L}_i^N &= \frac{\widetilde{L}_{\max} - \widetilde{L}_i}{\widetilde{L}_{\max} - \widetilde{L}_{\min}} \\ &= \left\{ (a_i^N, b_i^N, c_i^N, d_i^N), (a_i^{N'}, b_i^{N'}, c_i^{N'}, d_i^{N'}), (t_i, f_i) \right\} \end{aligned} \quad (23b)$$

$$\begin{aligned}\widetilde{S}_{\max} &= \left\{ \begin{aligned} &(\max(M_i), \max(P_i), \max(Q_i), \max(R_i)), \\ &(\max(M_i'), \max(P_i'), \max(Q_i'), \max(R_i')) \end{aligned} \right\} \\ \widetilde{S}_{\min} &= \left\{ \begin{aligned} &(\min(M_i), \min(P_i), \min(Q_i), \min(R_i)), \\ &(\min(M_i'), \min(P_i'), \min(Q_i'), \min(R_i')) \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (24a)$$

$$\begin{aligned}\widetilde{S}_i^N &= \frac{\widetilde{S}_{\max} - \widetilde{S}_i}{\widetilde{S}_{\max} - \widetilde{S}_{\min}} \\ &= \left\{ (M_i^N, P_i^N, Q_i^N, R_i^N), (M_i^{N'}, P_i^{N'}, Q_i^{N'}, R_i^{N'}), (t_i, f_i) \right\} \end{aligned} \quad (24b)$$

公式(23a)、(24a)先在數個欲評價的目標，個別找出最大值形成一個新的直觀模糊數 \widetilde{L}_{\max} 、 \widetilde{S}_{\max} ，再個別取最小值形成新的直觀模糊數 \widetilde{L}_{\min} 、 \widetilde{S}_{\min} 。再以公式(23b)、(24b)計算本身與最大值的差距在最大值與最小值相減這段區間裡面的比率，使之正規化成為0到1之間的數值。

3.3 計算距離

利用TOPSIS法，首先根據決策者的定義，確立理想目標 \widetilde{G}^+ 與負理想目標 \widetilde{G}^- 。理想目標表示最好的、想要達到的目標，反之負理想目標則是最差的、想要遠離的目標。計算各筆資料分別與理想目標、負理想目標的差距。

本研究提出結合直觀模糊中的區間與隸屬度的距離計算方法，可依照決策者的喜好，決定隸屬度得分、區間得分的權重。彈性的調整因應變化，最後所得結果，能符合決策的態度。

以決定專案的關鍵路徑為例，在關鍵路徑的挑選準則中有時間以及風險度兩者，時間又可分為路徑長度與寬放時間兩派。在時間的探討中，企業僅看重專案可順利、成功完成的時間，因此本研究僅以隸屬度所形成的區間來做為評量依據。

路徑的長度影響著專案的整個時程，因此將路徑長度最長且路徑失敗風險最高做為關鍵路徑的理想目標，路徑長度(1,1,1,1)且非隸屬度為1，以 $\widetilde{G}^+ = \{(1,1,1,1), (0,1)\}$ 表示；路徑長度(0,0,0,0)且隸屬度為1、非隸屬度為0、猶豫度為0， $\widetilde{G}^- = \{(0,0,0,0), (1,0)\}$ 為負理想目標。

寬放時間的多寡代表該路徑緊迫的程度，寬放時間小者表示該路徑沒有延遲的空間。因此寬放時間最小且路徑失敗風險最高 $\widetilde{G}^+ = \{(0,0,0,0), (0,1)\}$ 設為關鍵路徑的理想目標；寬放時間(1,1,1,1)且隸屬度為1、非隸屬度為0、猶豫度為0， $\widetilde{G}^- = \{(1,1,1,1), (1,0)\}$ 為負理想目標。

各路徑分別與兩目標進行距離的計算。再分別將路徑長度與風險程度乘上權重，為 β 、 $(1-\beta)$ 。依照決策者的評量標準，調整權重大小。若是較重視專案執行完成時間， $\beta > 0.5$ 。相反地，若決策者較在意執行時所遇到的困難程度，會不會有失敗重作的風險，則 $\beta < 0.5$ 。

兩者乘上權重加總後，以公式(25)、(26)計算為路徑*i*與理想目標的距離 $D(\widetilde{L}_i, \widetilde{L}^+)$ ，以公式(27)、(28)計算示為路徑*i*與負理想目標的距離 $D(\widetilde{L}_i, \widetilde{L}^-)$ 。 $D(\widetilde{L}_i, \widetilde{L}^+)$ 越小表示與理想目標越接近，則該路徑的關鍵程度就越高，並以與負理想目標的距離佐證， $D(\widetilde{L}_i, \widetilde{L}^-)$ 越大，即為越遠離負理想目標。

$$\widetilde{G}^+ = \{(a^+, b^+, c^+, d^+), (t^+(x), f^+(x))\}$$

$$\widetilde{G}^- = \{(a^-, b^-, c^-, d^-), (t^-(x), f^-(x))\}$$

$$D(\widetilde{L}_i, \widetilde{G}^+) = \left[\beta \times \frac{D((a_i, b_i, c_i, d_i), (a^+, b^+, c^+, d^+))}{4} \right] + \left[(1 - \beta) \times D((t_i(x), f_i(x)), (t^+(x), f^+(x))) \right] \quad (25)$$

$$D((a_i, b_i, c_i, d_i), (a^+, b^+, c^+, d^+)) = |a_i - a^+| + |b_i - b^+| + |c_i - c^+| + |d_i - d^+|$$

$$D((t_i(x), f_i(x)), (t^+(x), f^+(x))) = |t_i(x) - t^+(x)| + |f_i(x) - f^+(x)| \quad (26)$$

$$D(\widetilde{L}_i, \widetilde{G}^-) = \left[\beta \times \frac{D((a_i, b_i, c_i, d_i), (a^-, b^-, c^-, d^-))}{4} \right] + \left[(1 - \beta) \times D((t_i(x), f_i(x)), (t^-(x), f^-(x))) \right] \quad (27)$$

$$D((a_i, b_i, c_i, d_i), (a^-, b^-, c^-, d^-)) = |a_i - a^-| + |b_i - b^-| + |c_i - c^-| + |d_i - d^-|$$

$$D((t_i(x), f_i(x)), (t^-(x), f^-(x))) = |t_i(x) - t^-(x)| + |f_i(x) - f^-(x)| \quad (28)$$

- (1) 若 $D(\widetilde{L}_1, \widetilde{G}^+) < D(\widetilde{L}_2, \widetilde{G}^+)$ 且 $D(\widetilde{L}_1, \widetilde{G}^-) > D(\widetilde{L}_2, \widetilde{G}^-)$ ，則關鍵程度 $\widetilde{L}_1 > \widetilde{L}_2$ 。
- (2) 若 $D(\widetilde{L}_1, \widetilde{G}^+) > D(\widetilde{L}_2, \widetilde{G}^+)$ 且 $D(\widetilde{L}_1, \widetilde{G}^-) < D(\widetilde{L}_2, \widetilde{G}^-)$ ，則關鍵程度 $\widetilde{L}_1 < \widetilde{L}_2$ 。
- (3) 若 $D(\widetilde{L}_1, \widetilde{G}^+) = D(\widetilde{L}_2, \widetilde{G}^+)$ 且 $D(\widetilde{L}_1, \widetilde{G}^-) = D(\widetilde{L}_2, \widetilde{G}^-)$ ，則關鍵程度 $\widetilde{L}_1 = \widetilde{L}_2$ 。

第四章 模式驗證

Elizabeth 與 Sujatha (2015)提出以直觀模糊結合CPM進行專案排程。由前面敘述可知，CPM的排程方法並不符合實際情況。因此本研究將以其中的案例，改以本研究所提出的排程方法進行調度，在綜合評估隸屬度與區間判斷出關鍵路徑。最後，與既往研究中的十個關鍵路徑判斷方法的結果作比較，以證明本研究方法的可信度。

4.1 以 IFS 表示活動時間與時間因子

該案例的專案中共有A~I十項活動，其活動間的邏輯關係與活動執行時間表示在表4.1，將活動持續時間與前活動的時間因子，表達在B矩陣。 r 活動的執行時間紀錄在 B_{ii} ， i 活動對 j 活動的時間因子紀錄在 B_{ij} 。將活動持續時間與後活動的時間因子，表達在C矩陣， j 活動的執行時間紀錄在 C_{jj} ， j 活動對 i 活動的時間因子紀錄在 C_{ji} 。B、C矩陣如表4.2、4.3。並依照活動間的邏輯關係，可得知專案的流程表如圖4.1所示。

表 4.1 活動資料表

活動名稱	活動執行時間	前項活動
A	(25,35,35,55), (20,35,35,60)	-
B	(21,30,30,50), (15,30,30,55)	-
C	(25,43,43,55), (20,43,43,60)	A
D	(28,44,44,58), (22,44,44,65)	A
E	(31,45,45,52), (28,45,45,58)	B
F	(35,52,52,65), (30,52,52,70)	C
G	(30,47,47,50), (29,47,47,60)	D、E
H	(24,37,37,47), (20,47,47,60)	B
I	(27,37,37,50), (25,37,37,55)	H

(資料來源：本研究整理)

表 4.2 B 矩陣表

	A	B	C	D	E	F	G	H	Finish
A	12 14 16 18 10 15 16 18								
B		8 16 20 24 9 13 15 17							
C			4 10 14 18 6 10 12 14						
D	0.2 0.3 0.6 0.8 0.3 0.4 0.5 0.7			5 10 15 20 12 14 15 17					
E		0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.6 0.7 0.8			13 15 17 20 11 15 18 19				
F		0.1 0.3 0.6 0.9 0.2 0.4 0.5 0.7				6 10 16 24 1 2 5 7			
G			0.4 0.5 0.8 1 0.5 0.6 0.8 0.9				12 13 15 18 16 18 20 22		
H						0.2 0.3 0.6 0.7 0.3 0.4 0.5 0.6	0.1 0.5 0.7 1 0.2 0.4 0.6 0.9	5 7 9 15 6 10 12 14	
Finish				0.4 0.5 0.8 0.9 0.5 0.6 0.7 0.9	0.3 0.5 0.8 0.9 0.4 0.4 0.8 0.9			0.3 0.5 0.8 0.9 0.3 0.4 0.6 0.7	0 0 0 0 0 0 0 0

(資料來源：本研究整理)

表 4.3 C 矩陣表

	A	B	C	D	E	F	G	H	Finish
A	12 14 16 18 10 15 16 18								
B		8 16 20 24 9 13 15 17							
C			4 10 14 18 6 10 12 14						
D	0.1 0.3 0.5 0.7 0.2 0.3 0.3 0.4			5 10 15 20 12 14 15 17					
E		0.1 0.3 0.4 0.5 0.1 0.2 0.3 0.4			13 15 17 20 11 15 18 19				
F		0.1 0.3 0.5 0.6 0.2 0.3 0.3 0.4				6 10 16 24 1 2 5 7			
G			0.1 0.2 0.3 0.3 0.1 0.2 0.2 0.3				12 13 15 18 16 18 20 22		
H						0.1 0.3 0.4 0.5 0.2 0.2 0.3 0.4	0.1 0.2 0.4 0.6 0.2 0.2 0.3 0.5	5 7 9 15 6 10 12 14	
Finish				0.1 0.2 0.4 0.6 0.2 0.2 0.3 0.5	0.1 0.3 0.4 0.5 0.2 0.2 0.3 0.4			0.1 0.3 0.4 0.6 0.2 0.2 0.3 0.5	0 0 0 0 0 0 0 0

(資料來源：本研究整理)

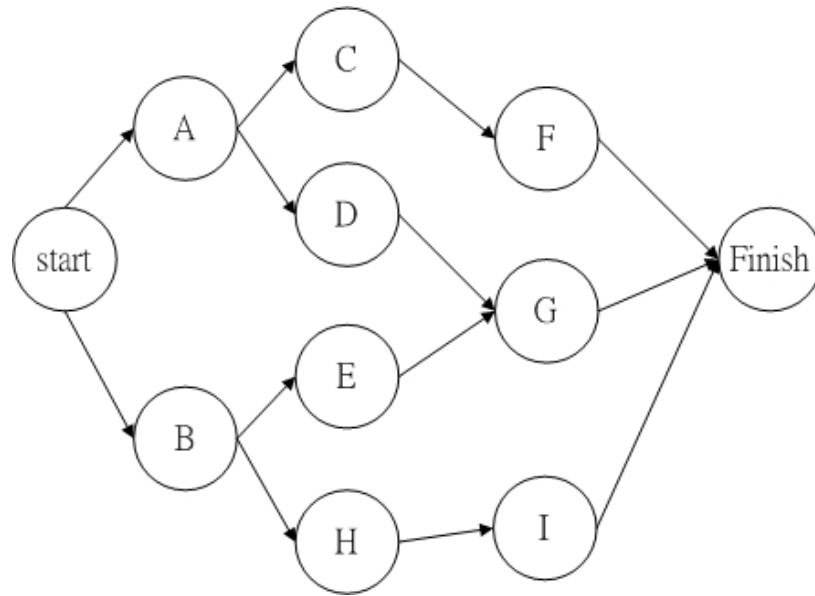


圖 4.1 專案流程圖

(資料來源：本研究整理)

4.2 以相依結構矩陣進行專案排程

根據公式(22)可計算出各活動的ES、EF、LS、LF與路徑長度與寬放時間，其資料統整於表4.4、4.5。

表 4.4 活動時間表

活動	ES				EF				LS				LF			
A	0.0	0.0	0	0.0	25.0	35.0	35	55.0	-1	0	0	0	24	35	55	55
	0.0	0.0	0	0.0	20.0	35.0	35	60.0	0	0	0	0	20	35	60	60
B	0.0	0.0	0	0.0	21.0	30.0	30	50.0	1.9	-2.7	-2.7	-0.3	22.9	27.35	47.35	49.7
	0.0	0.0	0	0.0	15.0	30.0	30	55.0	-1.12	-2.7	-2.7	0	13.88	27.35	52.35	55
C	6.3	4.6	4.6	11.0	31.3	47.6	47.6	66.0	5.3	4.6	4.6	11.0	30.3	47.6	59.6	66.0
	4.0	4.6	4.6	12.0	24.0	47.6	47.6	72.0	4.0	4.6	4.6	12.0	24.0	47.6	64.6	72.0
D	9.7	12.2	12.2	21.1	37.7	56.2	56.2	79.1	1.3	8.0	8	18.1	29.3	52.0	66.0	76.1
	4.9	12.2	12.2	31.3	26.9	56.2	56.2	96.3	-1.5	8.0	8	28.0	20.5	52.0	73.0	93.0
E	2.2	9.8	9.75	24.4	33.2	54.8	54.75	76.4	4.1	7.1	7.1	24.1	35.1	52.1	59.1	76.1
	2.5	9.8	9.75	25.2	30.5	54.8	54.75	83.2	1.3	7.1	7.1	25.2	29.3	52.1	65.1	83.2
F	11.5	20.0	20	35.5	46.5	72.0	72	100.5	10.5	20.0	20	35.5	45.5	72.0	85.0	100.5
	6.5	20.0	20	41.5	36.5	72.0	72	111.5	6.5	20.0	20	41.5	36.5	72.0	90.0	111.5
G	8.6	22.7	22.65	35.8	38.6	69.7	69.65	85.8	10.5	20.0	20	35.5	40.5	67.0	70.0	85.5
	7.6	22.7	22.65	41.5	36.6	69.7	69.65	101.5	6.5	20.0	20	41.5	35.5	67.0	80.0	101.5
H	3.6	9.3	9.3	26.2	27.6	46.3	46.3	73.2	3.6	8.9	8.9	22.3	27.6	45.9	55.9	69.3
	3.1	9.3	9.3	24.8	23.1	46.3	46.3	79.8	1.8	8.9	8.9	22.3	21.8	45.9	63.9	77.3

活動	ES				EF				LS				LF			
I	10.5	20.0	20	35.5	37.5	57.0	57	85.5	10.5	20.0	20	35.5	37.5	57.0	70.0	85.5
	6.5	20.0	20	41.5	31.5	57.0	57	96.5	6.5	20.0	20	41.5	31.5	57.0	75.0	96.5

(資料來源：本研究整理)

表 4.5 路徑資料表

代號	路徑	路徑長度	總寬放時間	風險度
L_1	S-A-C-F	(45.5,72.0,72.0,100.5),	(-3,0,0,0),	(0.7, 0.2)
		(36.5,72.0,72.0,111.5)	(0,0,0,0)	
L_2	S-A-D-G	(40.5,67.0,67.0,85.5),	(-7.5,-6.85,-6.85,-3.3),	(0.9, 0)
		(35.5,67.0,67.0,101.5)	(-7.5,-6.85,-6.85,-3.3)	
L_3	S-B-E-G	(40.5,67.0,67.0,85.5),	(-7.95,-7.95,-0.9,5.7),	(0.4, 0.4)
		(35.5,67.0,67.0,101.5)	(-3.4,-7.95,-7.95,0)	
L_4	S-B-H-I	(37.5,57.0,57.0,85.5),	(-5.7,-5.7,-4.5,3.8),	(0.6,0.3)
		(31.5,57.0,57.0,96.5)	(-5.7,-5.7,-2.5,3.8)	

(資料來源：本研究整理)

該案例中沒有提供隸屬度等資料，所以本研究隨機制定各路徑的風險程度，僅模擬類似情況時應用本法的結果。

4.3 資料正規化

為了使時間與風險站在同一個基準上，才能一齊比較。因此將資料正規化，始之皆介於0到1之間。根據公式(23)、(24)，各路徑的路徑長度與寬放時間正規化後，得到的值統整如表4.6。

表 4.6 資料正規化統整表

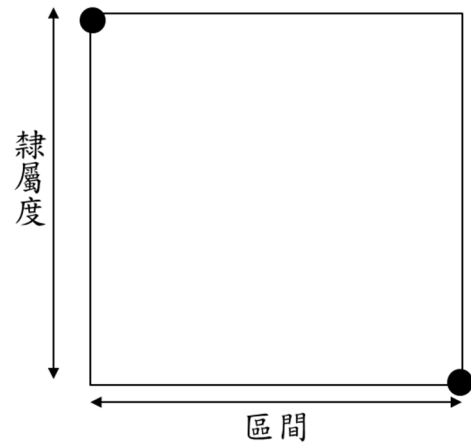
路徑	路徑長度				寬放時間				風險
S-A-C-F	1	1	1	1	1.0	1.0	1.0	0.4	(0.7,0.2)
S-A-D-G	0.38	0.67	0.67	0.00	0.1	0.1	0.0	0.0	(0.9,0.0)
S-B-E-G-J	0.38	0.67	0.67	0.00	0.0	0.0	0.87	1.0	(0.6,0.3)
S-B-H-I-J	0	0	0	0	0.5	0.3	0.64	0.79	(0.4,0.4)

(資料來源：本研究整理)

4.4 設立目標

綜合考量風險與路徑長度作為關鍵路徑判斷的依據，將路徑長度最長且風險最高設為理想目標 $\widetilde{G}^+ = \{(1,1,1,1), (0,1)\}$ ，路徑長度最短且風險最小設為負理想目標 $\widetilde{G}^- = \{(0,0,0,0), (1,0)\}$ ，圖 4.2 為示意圖。若是綜合考量風險與寬放時間作為關鍵路徑判斷的依據，則是寬放時間最短且風險最高設為理想目標 $\widetilde{G}^+ = \{(0,0,0,0), (0,1)\}$ ，寬放時間最長且風險最小設為負理想目標 $\widetilde{G}^- = \{(1,1,1,1), (1,0)\}$ ，圖 4.3 為示意圖。

負理想目標 $\widetilde{G}^- = \{(0,0,0,0), (1,0)\}$

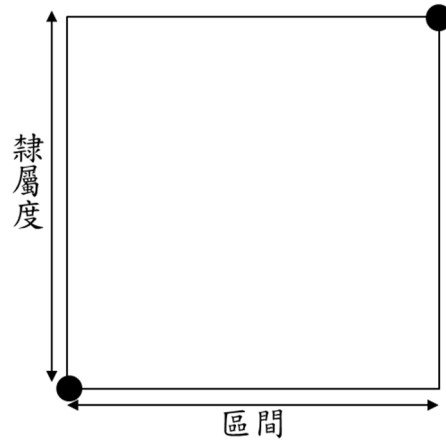


理想目標 $\widetilde{G}^+ = \{(1,1,1,1), (0,1)\}$

圖 4.2 目標示意圖

(資料來源：本研究整理)

負理想目標 $\widetilde{G}^- = \{(1,1,1,1), (1,0)\}$



理想目標 $\widetilde{G}^+ = \{(0,0,0,0), (0,1)\}$

圖 4.3 目標示意圖

(資料來源：本研究整理)

4.5 與目標差異

在此無法揣測決策者的心意，因此將隸屬度與區間的權重設為 $0.5(\beta=0.5)$ ，代表無特別偏頗任一指標，以利與其他方法的比較。再以公式 (25)、(26)、(27)、(28)，計算出各路徑與理想、負理想目標的距離，其結果統整如表 4.7、4.8。

表 4.7 與理想目標距離資料表

路徑名稱	路徑長度		寬放時間	
	區間	隸屬度	區間	隸屬度
S-A-D	0	0.8	0.84	0.8
S-B-E	0.57	1	0.06	1
S-C-G-H	0.57	0.6	0.47	0.6
S-B-F-H	1	0.7	0.54	0.7

(資料來源：本研究整理)

(資料來源：本研究整理)

表 4.8 與負理想目標距離資料表

路徑名稱	路徑長度		寬放時間	
	區間	隸屬度	區間	隸屬度
S-A-D	3.25	0.2	0.21	0.2
S-B-E	1.71	0	3.10	0.0
S-C-G-H	1.71	0.4	2.13	0.4
S-B-F-H	0	0.3	1.70	0.3

依照管理者對區間與隸屬度不同的重視度給予權重。表4.9、表4.10為模擬決策者心意，給予不同權重的比較。

表 4.9 與理想目標差異與排名表(風險+路徑長度)

$\beta=$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
S-A-C-F-J	0.80	0.72	0.64	0.56	0.48	0.40	0.32	0.24	0.16	0.08	0.00
排名	III	III	II	I	I	I	I	I	I	I	I
S-A-D-G-J	0.66	0.69	0.73	0.76	0.80	0.83	0.86	0.90	0.93	0.97	1.00
排名	II	II	III	III	III	III	III	IV	IV	IV	IV
S-B-E-G-J	0.58	0.58	0.58	0.58	0.58	0.58	0.58	0.58	0.57	0.57	0.57
排名	I	I	I	II	II	II	II	II	II	II	II
S-B-H-I-J	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87
排名	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	III	III	III	III

(資料來源：本研究整理)

表 4.10 與理想目標差異與排名表(風險+寬放時間)

$\beta=$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
S-A-C-F-J	0.80	0.80	0.81	0.81	0.82	0.82	0.83	0.83	0.83	0.84	0.84
排名	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	III	III	III
S-A-D-G-J	0.25	0.32	0.40	0.47	0.55	0.62	0.70	0.77	0.85	0.92	1.00
排名	I	I	I	I	II	III	III	III	IV	IV	IV
S-B-E-G-J	0.51	0.51	0.50	0.50	0.49	0.49	0.49	0.48	0.48	0.47	0.47
排名	II	II	II	II	I	I	I	I	I	I	I
S-B-H-I-J	0.61	0.61	0.61	0.61	0.61	0.61	0.61	0.61	0.61	0.61	0.61
排名	III	III	III	III	III	II	II	II	II	II	II

(資料來源：本研究整理)

4.6 關鍵程度排名與其他方法比較

將本研究所提出的方法拆成單獨以時間或風險為基準兩部分，再分別與五種既往研究所提出的方法做比較，以驗證本方法的可行性。最後比較本法與過往研究的差異。

1. Guo (2014)的方法

以公式(2)計算 $Z(\tilde{L}_i)$ ，再判斷路徑的關鍵程度。

$$Z(\tilde{L}_1) = \left(1 - \frac{1}{2} \times 0.1\right) \left(0.7 + \frac{1}{2} \times 0.1\right) = 0.7125$$

$$Z(\tilde{L}_2) = \left(1 - \frac{1}{2} \times 0.1\right) \left(0.9 + \frac{1}{2} \times 0.1\right) = 0.9025$$

$$Z(\tilde{L}_3) = \left(1 - \frac{1}{2} \times 0.1\right) \left(0.6 + \frac{1}{2} \times 0.1\right) = 0.6175$$

$$Z(\tilde{L}_4) = \left(1 - \frac{1}{2} \times 0.2\right) \left(0.4 + \frac{1}{2} \times 0.2\right) = 0.45$$

此方法所決定的關鍵程度： $L_2 > L_1 > L_3 > L_4$ 。

2. Song et al. (2015)

將四條路徑以公式(3)計算與正理想目標 \tilde{L}^+ 、負理想目標 \tilde{L}^- 的相似度。與正理想目標的相似度 $D_r(\tilde{S}_i, 0)$ 越高，關鍵程度越高；與負理想目標的相似度 $S_r(\tilde{L}_i, \tilde{L}^-)$ 越高，關鍵程度越低。

$$S_r(\tilde{L}_1, \tilde{L}^+) = \frac{1}{2} \left[\sqrt{0.7 \times 0} + 2 \times \sqrt{0.2 \times 1} + \sqrt{0.1 \times 0} + \sqrt{(1-0.2)(1-1)} \right] = 0.4472$$

$$S_r(\tilde{L}_2, \tilde{L}^+) = \frac{1}{2} \left[\sqrt{0.9 \times 0} + 2 \times \sqrt{0.0 \times 1} + \sqrt{0.1 \times 0} + \sqrt{(1-0)(1-1)} \right] = 0$$

$$S_r(\tilde{L}_3, \tilde{L}^+) = \frac{1}{2} \left[\sqrt{0.6 \times 0} + 2 \times \sqrt{0.3 \times 1} + \sqrt{0.1 \times 0} + \sqrt{(1-0.3)(1-1)} \right] = 0.5477$$

$$S_r(\tilde{L}_4, \tilde{L}^+) = \frac{1}{2} \left[\sqrt{0.4 \times 0} + 2 \times \sqrt{0.4 \times 1} + \sqrt{0.2 \times 0} + \sqrt{(1-0.4)(1-1)} \right] = 0.6325$$

此方法所決定的關鍵程度。： $L_4 > L_3 > L_1 > L_2$ 。

3. Chen 與 Chang (2015)

以公式(4)、(5)計算四條路徑與正理想目標 \tilde{L}^+ 的相似度。與正理想目標的相似度 $S_r(L_i, \tilde{L}^+)$ 越高，關鍵程度越高；

$$V_f(\tilde{L}_1) = \frac{15.8+18.5}{2} + \frac{22.8-15.8-18.5+12.6}{6} = 17.33$$

$$V_f(\tilde{L}_2) = \frac{19.8+23.1}{2} + \frac{25-19.8-23.1+14.2}{6} = 20.83$$

$$V_f(\tilde{L}_3) = \frac{25.2+32.2}{2} + \frac{40.9-25.2-32.2+13.7}{6} = 18.67$$

$$V_f(\tilde{L}_4) = \frac{17.5+25.2}{2} + \frac{33.24-17.5-25.2+9.1}{6} = 21.29$$

此方法所決定的關鍵程度。： $L_4 > L_3 > L_1 > L_2$ 。

再計算四條路徑計算負理想目標 \tilde{L}^- 的相似度與負理想目標的相似度 $S(\tilde{L}_i, \tilde{L}^-)$ 越高，關鍵程度越低。

$$S(\tilde{L}_1, \tilde{L}^-) = 1 - \left[|0.7-1| \times \left(1 - \frac{0.1+0}{2} \right) \right] - \left[\left(\frac{0.1+0}{2} \right) \times \frac{0.1-0}{2} \right] = 0.7175$$

$$S(\tilde{L}_2, \tilde{L}^-) = 1 - \left[|0.9-1| \times \left(1 - \frac{0.1+0}{2} \right) \right] - \left[\left(\frac{0.1+0}{2} \right) \times \frac{0.1-0}{2} \right] = 0.9075$$

$$S(\tilde{L}_3, \tilde{L}^-) = 1 - \left[|0.6-1| \times \left(1 - \frac{0.1+0}{2} \right) \right] - \left[\left(\frac{0.1+0}{2} \right) \times \frac{0.1-0}{2} \right] = 0.6225$$

$$S(\tilde{L}_4, \tilde{L}^-) = 1 - \left[|0.4-1| \times \left(1 - \frac{0.2+0}{2} \right) \right] - \left[\left(\frac{0.2+0}{2} \right) \times \frac{0.2-0}{2} \right] = 0.4325$$

此方法所決定的關鍵程度。： $L_4 > L_3 > L_1 > L_2$ 。

4. Wan et al. (2016a)的排序法

利用公式(6)計算出每條路徑的 $C(\tilde{L}_i)$ ，若值越大其關鍵程度越高。當值相等時，再以公式(7)計算 $S(\tilde{L}_i)$ 比較其大小，關鍵程度與 $S(\tilde{L}_i)$ 成正比。

$$C(\tilde{L}_1) = \frac{1-0.2}{1+0.1} = 0.7273$$

$$C(\tilde{L}_2) = \frac{1-0}{1+0.1} = 0.9091$$

$$C(\tilde{L}_3) = \frac{1-0.3}{1+0.1} = 0.6364$$

$$C(\tilde{L}_4) = \frac{1-0.4}{1+0.2} = 0.5$$

此方法所決定的關鍵程度。： $L_4 > L_3 > L_1 > L_2$ 。

5. Nguyen (2016)

將四條路徑利用公式(8)、(9)計算與正理想目標 \tilde{L}^+ 、負理想目標 \tilde{L}^- 的相似度。與正理想目標的相似度 $S_F(\tilde{L}_i, \tilde{L}^+)$ 越高，關鍵程度越高；與負理想目標的相似度 $S_F(\tilde{L}_i, \tilde{L}^-)$ 越高，關鍵程度越低。

$$K_F(\tilde{L}_1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{0.7^2 + 0.2^2 + (1-0.1)^2} = 0.8185$$

$$K_F(\tilde{L}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{0.9^2 + 0^2 + (1-0.1)^2} = 0.9$$

$$K_F(\tilde{L}_3) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{0.6^2 + 0.3^2 + (1-0.1)^2} = 0.7937$$

$$K_F(\tilde{L}_4) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{0.4^2 + 0.4^2 + (1-0.2)^2} = 0.6928$$

$$K_F(\tilde{L}^+) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{0^2 + 1^2 + (1-0)^2} = 1$$

$$K_F(\tilde{L}^-) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1^2 + 0^2 + (1-1)^2} = 0.7071$$

先判斷 $K_F(\tilde{L}_i) \times K_F(\tilde{L}^+)$ 的值：

$$K_F(\tilde{L}_1) \times K_F(\tilde{L}^+) = 0.8185 \times 1 \geq 0$$

$$K_F(\tilde{L}_2) \times K_F(\tilde{L}^+) = 0.9 \times 1 \geq 0$$

$$K_F(\tilde{L}_3) \times K_F(\tilde{L}^+) = 0.7937 \times 1 \geq 0$$

$$K_F(\tilde{L}_4) \times K_F(\tilde{L}^+) = 0.6928 \times 1 \geq 0$$

因此，與理想目標的相似度如下：

$$S_r(\tilde{L}_1, \tilde{L}^+) = 1 - |0.8185 - 1| = 0.8185$$

$$S_r(\tilde{L}_2, \tilde{L}^+) = 1 - |0.9 - 1| = 0.9$$

$$S_r(\tilde{L}_3, \tilde{L}^+) = 1 - |0.7937 - 1| = 0.7937$$

$$S_r(\tilde{L}_4, \tilde{L}^+) = 1 - |0.6928 - 1| = 0.6928$$

此方法所決定的關鍵程度。： $L_2 > L_3 > L_1 > L_4$ 。

接下來，計算與非理想目標的相似度。首先判斷 $K_F(\tilde{L}_i) \times K_F(\tilde{L}^-)$ 的值：

$$K_F(\tilde{L}_1) \times K_F(\tilde{L}^-) = 0.8185 \times 0.7071 \geq 0$$

$$K_F(\tilde{L}_2) \times K_F(\tilde{L}^-) = 0.9 \times 0.7071 \geq 0$$

$$K_F(\tilde{L}_3) \times K_F(\tilde{L}^-) = 0.7937 \times 0.7071 \geq 0$$

$$K_F(\tilde{L}_4) \times K_F(\tilde{L}^-) = 0.6928 \times 0.7071 \geq 0$$

因此，與負理想目標的相似度如下：

$$S_r(\tilde{L}_1, \tilde{L}^-) = 1 - |0.8185 - 0.7071| = 0.8886$$

$$S_r(\tilde{L}_2, \tilde{L}^-) = 1 - |0.9 - 0.7071| = 0.8071$$

$$S_r(\tilde{L}_3, \tilde{L}^-) = 1 - |0.7937 - 0.7071| = 0.9134$$

$$S_r(\tilde{L}_4, \tilde{L}^-) = 1 - |0.6928 - 0.7071| = 0.9867$$

此方法所決定的關鍵程度。： $L_2 > L_1 > L_3 > L_4$ 。

6. Rezvani (2013)

利用公式 (10)、(11) 計算出 $V_i(\tilde{L}_i)$ 與 $V_f(\tilde{L}_i)$ ：

$$V_i(\tilde{L}_1) = \frac{45.5 + 2 \times 72 + 2 \times 72 + 100.5}{6} = 72.33$$

$$V_i(\tilde{L}_2) = \frac{40.5 + 2 \times 67 + 2 \times 67 + 85.5}{6} = 64.67$$

$$V_i(\tilde{L}_3) = \frac{40.5 + 2 \times 67 + 2 \times 67 + 85.5}{6} = 64.67$$

$$V_i(\tilde{L}_4) = \frac{37.5 + 2 \times 57 + 2 \times 57 + 85.5}{6} = 58.5$$

依此方法判斷的關鍵程度。： $L_1 > L_2 = L_3 > L_4$ 。

$$V_f(\tilde{L}_1) = \frac{72+72}{2} + \frac{111.5-72-72+36.5}{6} = 72.67$$

$$V_f(\tilde{L}_2) = \frac{67+67}{2} + \frac{101.5-67-67+35.5}{6} = 67.5$$

$$V_f(\tilde{L}_3) = \frac{67+67}{2} + \frac{101.5-67-67+35.5}{6} = 67.5$$

$$V_f(\tilde{L}_4) = \frac{57+57}{2} + \frac{96.5-57-57+31.5}{6} = 59.33$$

依此方法判斷的關鍵程度： $L_4 > L_3 = L_2 > L_1$ 。

利用公式 (10)、(11) 計算出 $V_t(\tilde{S}_i)$ 與 $V_f(\tilde{S}_i)$ ：

$$V_t(\tilde{S}_1) = \frac{-3+2 \times 0+2 \times 0+0}{6} = -0.5$$

$$V_t(\tilde{S}_2) = \frac{-7.5+2 \times (-6.85)+2 \times (-6.85)+(-3.3)}{6} = -6.37$$

$$V_t(\tilde{S}_3) = \frac{(-7.95)+2 \times (-7.95)+2 \times (-0.9)+5.7}{6} = -3.33$$

$$V_t(\tilde{S}_4) = \frac{(-5.7)+2 \times (-5.7)+2 \times (-4.5)+3.8}{6} = -3.72$$

依此方法判斷的關鍵程度。： $L_2 > L_4 > L_3 > L_1$ 。

$$V_f(\tilde{S}_1) = \frac{0+0}{2} + \frac{0-0-0+0}{6} = 0$$

$$V_f(\tilde{S}_2) = \frac{(-6.85)+(-6.85)}{2} + \frac{(-3.3)-(-6.85)-(-6.85)+(-7.5)}{6} = -6.37$$

$$V_f(\tilde{S}_3) = \frac{(-7.95)+(-7.95)}{2} + \frac{0-(-7.95)-(-7.95)+(-3.4)}{6} = -5.87$$

$$V_f(\tilde{S}_4) = \frac{(-5.7)+(-2.5)}{2} + \frac{3.8-(-2.5)-(-5.7)+(-5.7)}{6} = -3.05$$

依此方法判斷的關鍵程度： $L_1 > L_4 > L_3 > L_2$ 。

7. Jayagowri 與 Geetharamani (2012)

利用公式(12)找出專案中的 i 條路徑的隸屬函數取最大值、非隸屬函數取最大值分別視為最優目標與最差目標。接著以公式(13)、(14)進行每條

路路徑分別與兩個目標做相似度分析，以最優目標相似程度 $SD(\widetilde{L}_i, \widetilde{L}_i^{\min})$ 與最差目標相似程度 $SD(\widetilde{L}_i, \widetilde{L}_f^{\max})$ 來做為排名依據。其算式如下：

$$\widetilde{L}_i = \left\{ (a_i, b_i, c_i, d_i), (a'_i, b'_i, c'_i, d'_i) \right\}, \text{ for } i=1, 2, \dots, n$$

$$\widetilde{L}_i^{\min} = \min(\widetilde{L}_i) = (37.5, 57, 57, 85.5)$$

$$\widetilde{L}_f^{\max} = \max(\widetilde{L}_i) = (36.5, 72, 72, 111.5)$$

$$SD(\widetilde{L}_1, \widetilde{L}_i^{\min}) = \frac{1}{2} \frac{(85.5 - 45.5)^2}{(85.5 - 57) + (72 - 45.5)} = 14.55$$

$$SD(\widetilde{L}_2, \widetilde{L}_i^{\min}) = \frac{1}{2} \frac{(85.5 - 40.5)^2}{(85.5 - 57) + (67 - 40.5)} = 18.41$$

$$SD(\widetilde{L}_3, \widetilde{L}_i^{\min}) = \frac{1}{2} \frac{(85.5 - 40.5)^2}{(85.5 - 57) + (67 - 40.5)} = 18.41$$

$$SD(\widetilde{L}_4, \widetilde{L}_i^{\min}) = \frac{1}{2} \frac{(85.5 - 37.5)^2}{(85.5 - 57) + (57 - 37.5)} = 24$$

依此方法判斷的關鍵程度： $L_1 > L_2 = L_3 > L_4$ 。

$$SD(\widetilde{L}_1, \widetilde{L}_f^{\max}) = \frac{1}{2} \frac{(85.5 - 45.5)^2}{(85.5 - 57) + (72 - 45.5)} = 14.55$$

$$SD(\widetilde{L}_2, \widetilde{L}_f^{\max}) = \frac{1}{2} \frac{(85.5 - 40.5)^2}{(85.5 - 57) + (67 - 40.5)} = 18.41$$

$$SD(\widetilde{L}_3, \widetilde{L}_f^{\max}) = \frac{1}{2} \frac{(85.5 - 40.5)^2}{(85.5 - 57) + (67 - 40.5)} = 18.41$$

$$SD(\widetilde{L}_4, \widetilde{L}_f^{\max}) = \frac{1}{2} \frac{(85.5 - 37.5)^2}{(85.5 - 57) + (57 - 37.5)} = 24$$

依此方法判斷的關鍵程度： $L_1 > L_2 = L_3 > L_4$ 。

以公式(12)找出專案中的 i 條路徑的寬放時間的隸屬函數取最大值、非隸屬函數取最大值分別視為最優目標與最差目標。接著以公式(13)、(14)每條路條路徑分別進行與兩個目標做相似度分析，以最優目標相似程度 $SD(\widetilde{S}_i, \widetilde{S}_i^{\min})$ 與最差目標相似程度 $SD(\widetilde{S}_i, \widetilde{S}_f^{\max})$ 來做為排名依據。其算式如下：

$$\tilde{L}_i = \left\{ (a_i, b_i, c_i, d_i), (a'_i, b'_i, c'_i, d'_i) \right\}, \text{ for } i=1,2,\dots,n$$

$$\widetilde{S}_i^{\min} = \min(\widetilde{S}_i) = (-7.95, -7.95, -6.85, -3.3)$$

$$\widetilde{S}_i^{\max} = \max(\widetilde{S}_i) = (0, 0, 0, 3.8)$$

$$SD(\widetilde{S}_1, \widetilde{S}_t^{\min}) = \frac{1}{2} \frac{(-3.3 - (-3))^2}{((-3.3) - (-6.85)) + (0 - (-3))} = 0.01$$

$$SD(\widetilde{S}_2, \widetilde{S}_t^{\min}) = \frac{1}{2} \frac{(-3.3 - (-7.5))^2}{((-3.3) - (-6.85)) + ((-6.85) - (-7.5))} = 2.1$$

$$SD(\widetilde{S}_3, \widetilde{S}_t^{\min}) = \frac{1}{2} \frac{(-3.3 - (-7.95))^2}{((-3.3) - (-6.85)) + ((-7.95) - (-7.95))} = 3.05$$

$$SD(\widetilde{S}_4, \widetilde{S}_t^{\min}) = \frac{1}{2} \frac{(-3.3 - (-5.7))^2}{((-3.3) - (-6.85)) + ((-5.7) - (-5.7))} = 0.81$$

依此方法判斷的關鍵程度： $L_3 > L_2 > L_4 > L_1$ 。

$$SD(\widetilde{S}_1, \widetilde{S}_f^{\max}) = \frac{1}{2} \frac{(-3.3 - (-3))^2}{((-3.3) - (-6.85)) + (0 - (-3))} = 0.01$$

$$SD(\widetilde{S}_2, \widetilde{S}_f^{\max}) = \frac{1}{2} \frac{(-3.3 - (-7.5))^2}{((-3.3) - (-6.85)) + ((-6.85) - (-7.5))} = 2.1$$

$$SD(\widetilde{S}_3, \widetilde{S}_f^{\max}) = \frac{1}{2} \frac{(-3.3 - (-7.95))^2}{((-3.3) - (-6.85)) + ((-7.95) - (-7.95))} = 3.05$$

$$SD(\widetilde{S}_4, \widetilde{S}_f^{\max}) = \frac{1}{2} \frac{(-3.3 - (-5.7))^2}{((-3.3) - (-6.85)) + ((-5.7) - (-5.7))} = 0.81$$

依此方法判斷的關鍵程度： $L_3 > L_2 > L_4 > L_1$ 。

8. Jayagowri 與 Geetharamani (2014a)

以式(15)、(16)計算 $P_t(\tilde{L}_i)$ 與 $P_f(\tilde{L}_i)$ ，判斷各路徑的關鍵程度：

$$P_t(\widetilde{L}_1) = \frac{45.5 + 2 \times 72 + 2 \times 72 + 100.5}{6} = 72.33$$

$$P_t(\widetilde{L}_2) = \frac{40.5 + 2 \times 67 + 2 \times 67 + 85.5}{6} = 65.67$$

$$P_t(\widetilde{L}_3) = \frac{40.5 + 2 \times 67 + 2 \times 67 + 85.5}{6} = 65.67$$

$$P_t(\widetilde{L}_4) = \frac{37.5 + 2 \times 57 + 2 \times 57 + 85.5}{6} = 58.5$$

依此方法判斷的關鍵程度： $L_1 > L_2 = L_3 > L_4$ 。

以式(15)、(16)計算 $P_t(\widetilde{S}_i)$ 與 $P_f(\widetilde{S}_i)$ ，判斷各路徑的關鍵程度：

$$P_t(\widetilde{S}_1) = \frac{-3 + 2 \times 0 + 2 \times 0 + 0}{6} = -0.5$$

$$P_t(\widetilde{S}_2) = \frac{-7.5 + 2 \times (-6.85) + 2 \times (-6.85) + (-3.3)}{6} = -6.37$$

$$P_t(\widetilde{S}_3) = \frac{(-7.95) + 2 \times (-7.95) + 2 \times (-0.9) + 5.7}{6} = -3.33$$

$$P_t(\widetilde{S}_4) = \frac{(-5.7) + 2 \times (-5.7) + 2 \times (-4.5) + 3.8}{6} = -3.72$$

依此方法判斷的關鍵程度： $L_1 > L_3 > L_4 > L_2$ 。

$$P_f(\widetilde{S}_1) = \frac{0 + 2 \times 0 + 2 \times 0 + 0}{6} = 0$$

$$P_f(\widetilde{S}_2) = \frac{(-7.5) + 2 \times (-6.85) + 2 \times (-6.85) + (-3.3)}{6} = -6.37$$

$$P_f(\widetilde{S}_3) = \frac{(-7.95) + 2 \times (-7.95) + 2 \times (-0.9) + 5.7}{6} = -3.33$$

$$P_f(\widetilde{S}_4) = \frac{(-5.7) + 2 \times (-5.7) + 2 \times (-4.5) + 3.8}{6} = -3.72$$

依此方法判斷的關鍵程度： $L_2 > L_4 > L_3 > L_1$ 。

9. Elizabeth 與 Sujatha (2015)

利用找出 \widetilde{L}_{\max} ，並以公式(17)計算 $ER(L_i)$ ：

$$\widetilde{L}^{\max} = \max(\widetilde{L}_i) = \{(45.5, 72, 72, 100.5), (36.5, 72, 72, 111.5)\}$$

$$ER_i(\widetilde{L}_1, \widetilde{L}^{\max}) = \left(\sqrt{(45.5 - 45.5)^2 + (72 - 72)^2 + (72 - 72)^2 + (100.5 - 100.5)^2} \right) = 0$$

$$ER_i(\widetilde{L}_2, \widetilde{L}^{\max}) = \left(\sqrt{(45.5 - 40.5)^2 + (72 - 67)^2 + (72 - 67)^2 + (100.5 - 85.5)^2} \right) = 17.32$$

$$ER_i(\widetilde{L}_3, \widetilde{L}^{\max}) = \left(\sqrt{(45.5 - 40.5)^2 + (72 - 67)^2 + (72 - 67)^2 + (100.5 - 85.5)^2} \right) = 17.32$$

$$ER_i(\widetilde{L}_4, \widetilde{L}^{\max}) = \left(\sqrt{(45.5 - 37.5)^2 + (72 - 57)^2 + (72 - 57)^2 + (100.5 - 85.5)^2} \right) = 27.18$$

依此方法判斷的關鍵程度： $L_1 > L_2 = L_3 > L_4$ 。

$$ER_f(\widetilde{L}_1, \widetilde{L}^{\max}) = \left(\sqrt{(36.5 - 36.5)^2 + (72 - 72)^2 + (72 - 72)^2 + (111.5 - 111.5)^2} \right) = 0$$

$$ER_f(\widetilde{L}_2, \widetilde{L}^{\max}) = \left(\sqrt{(36.5 - 35.5)^2 + (72 - 67)^2 + (72 - 67)^2 + (111.5 - 101.5)^2} \right) = 12.29$$

$$ER_f(\widetilde{L}_3, \widetilde{L}^{\max}) = \left(\sqrt{(36.5 - 35.5)^2 + (72 - 67)^2 + (72 - 67)^2 + (111.5 - 101.5)^2} \right) = 12.29$$

$$ER_f(\widetilde{L}_4, \widetilde{L}^{\max}) = \left(\sqrt{(36.5 - 31.5)^2 + (72 - 57)^2 + (72 - 57)^2 + (111.5 - 96.5)^2} \right) = 26.46$$

依此方法判斷的關鍵程度： $L_1 > L_2 = L_3 > L_4$ 。

將每條路徑的寬放時間取最大值，設為 \widetilde{S}^{\max} ，並以公式(17)計算 $ER(\widetilde{S}_i)$ ：

$$\widetilde{S}_{\max} = \max(\widetilde{S}_i) = \{(-3, 0, 0, 5.7), (0, 0, 0, 3.8)\}$$

$$ER_i(\widetilde{S}_1, \widetilde{S}^{\max}) = \left(\sqrt{(-3 - (-3))^2 + (0 - 0)^2 + (0 - 0)^2 + (5.7 - 0)^2} \right) = 5.7$$

$$ER_i(\widetilde{S}_2, \widetilde{S}^{\max}) = \left(\sqrt{(-3 - (-7.5))^2 + (0 - (-6.85))^2 + (0 - (-6.85))^2 + (5.7 - (-3.3))^2} \right) = 10.95$$

$$ER_i(\widetilde{S}_3, \widetilde{S}^{\max}) = \left(\sqrt{(-3 - (-7.95))^2 + (0 - (-7.95))^2 + (0 - (-0.9))^2 + (5.7 - 5.7)^2} \right) = 9.41$$

$$ER_i(\widetilde{S}_4, \widetilde{S}^{\max}) = \left(\sqrt{(-3 - (-5.7))^2 + (0 - (-5.7))^2 + (0 - (-4.5))^2 + (5.7 - 3.8)^2} \right) = 7.98$$

依此方法判斷的關鍵程度： $L_2 > L_3 > L_4 > L_1$ 。

$$ER_f(\widetilde{S}_1, \widetilde{S}^{\max}) = \left(\sqrt{(0-0)^2 + (0-0)^2 + (0-0)^2 + (3.8-0)^2} \right) = 3.8$$

$$ER_f(\widetilde{S}_2, \widetilde{S}^{\max}) = \left(\sqrt{(0-(-7.5))^2 + (0-(-6.85))^2 + (0-(-6.85))^2 + (3.8-(-3.3))^2} \right) = 14.16$$

$$ER_f(\widetilde{S}_3, \widetilde{S}^{\max}) = \left(\sqrt{(0-(-3.4))^2 + (0-(-7.95))^2 + (0-(-7.95))^2 + (3.8-0)^2} \right) = 12.35$$

$$ER_f(\widetilde{S}_4, \widetilde{S}^{\max}) = \left(\sqrt{(0-(-5.7))^2 + (0-(-5.7))^2 + (0-(-2.5))^2 + (3.8-3.8)^2} \right) = 8.44$$

依此方法判斷的關鍵程度： $L_2 > L_3 > L_4 > L_1$ 。

10. Jayagowri 與 Geetharamani (2015)

以公式(18)、(19)計算 $D_i(\widetilde{L}_i, 0)$ ，判斷各路徑的關鍵程度：

$$D_i(\widetilde{L}_1, 0) = \left[\frac{45.5^2 + 72^2 + 72^2 + 100.5^2 - 45.5 \times 72 - 72 \times 100.5}{3} \right]^{\frac{1}{2}} = 63.32$$

$$D_i(\widetilde{L}_2, 0) = \left[\frac{40.5^2 + 67^2 + 67^2 + 85.5^2 - 40.5 \times 67 - 67 \times 85.5}{3} \right]^{\frac{1}{2}} = 56.23$$

$$D_i(\widetilde{L}_3, 0) = \left[\frac{40.5^2 + 67^2 + 67^2 + 85.5^2 - 40.5 \times 67 - 67 \times 85.5}{3} \right]^{\frac{1}{2}} = 56.23$$

$$D_i(\widetilde{L}_4, 0) = \left[\frac{37.5^2 + 57^2 + 57^2 + 85.5^2 - 37.5 \times 57 - 57 \times 85.5}{3} \right]^{\frac{1}{2}} = 52.29$$

依此方法判斷的關鍵程度： $L_1 > L_2 = L_3 > L_4$ 。

$$D_f(\tilde{L}_1, 0) = \left[\frac{36.5^2 + 72^2 + 72^2 + 111.5^2 - 36.5 \times 72 - 72 \times 111.5}{3} \right]^{\frac{1}{2}} = 67.02$$

$$D_f(\tilde{L}_2, 0) = \left[\frac{35.5^2 + 67^2 + 67^2 + 101.5^2 - 35.5 \times 67 - 67 \times 101.5}{3} \right]^{\frac{1}{2}} = 61.54$$

$$D_f(\tilde{L}_3, 0) = \left[\frac{35.5^2 + 67^2 + 67^2 + 101.5^2 - 35.5 \times 67 - 67 \times 101.5}{3} \right]^{\frac{1}{2}} = 61.54$$

$$D_f(\tilde{L}_4, 0) = \left[\frac{31.5^2 + 57^2 + 57^2 + 96.5^2 - 31.5 \times 57 - 57 \times 96.5}{3} \right]^{\frac{1}{2}} = 56.29$$

依此方法判斷的關鍵程度： $L_1 > L_2 = L_3 > L_4$ 。

以公式(18)、(19)計算 $D_t(\tilde{S}_i, 0)$ ，判斷各路徑的關鍵程度：

$$D_t(\tilde{S}_1, 0) = \left[\frac{(-3)^2 + 0^2 + 0^2 + 0^2 - (-3) \times 0 - 0 \times 0}{3} \right]^{\frac{1}{2}} = 1.73$$

$$D_t(\tilde{S}_2, 0) = \left[\frac{(-7.5)^2 + (-6.85)^2 + (-6.85)^2 + (-3.3)^2 - \frac{(-7.5) \times (-6.85) - (-6.85) \times (-3.3)}{3}}{3} \right]^{\frac{1}{2}} = 5.39$$

$$D_t(\tilde{S}_3, 0) = \left[\frac{(-7.95)^2 + (-7.95)^2 + (-0.9)^2 + 5.7^2 - (-7.95) \times (-7.95) - (-0.9) \times 5.7}{3} \right]^{\frac{1}{2}} = 5.82$$

$$D_t(\tilde{S}_4, 0) = \left[\frac{(-5.7)^2 + (-5.7)^2 + (-4.5)^2 + 3.8^2 - (-5.7) \times (-5.7) - (-4.5) \times 3.8}{3} \right]^{\frac{1}{2}} = 5.3$$

依此方法判斷的關鍵程度： $L_1 > L_4 > L_2 > L_3$ 。

$$D_f(\widetilde{S}_1, 0) = \left[\frac{0^2 + 0^2 + 0^2 + 0^2 - 0 \times 0 - 0 \times 0}{3} \right]^{\frac{1}{2}} = 0$$

$$D_f(\widetilde{S}_2, 0) = \left[\frac{(-7.5)^2 + (-6.85)^2 + (-6.85)^2 + (-3.3)^2}{3} - \frac{(-7.5) \times (-6.85) - (-6.85) \times (-3.3)}{3} \right]^{\frac{1}{2}} = 5.39$$

$$D_f(\widetilde{S}_3, 0) = \left[\frac{(-3.4)^2 + (-7.95)^2 + (-7.95)^2 + 0^2 - (-3.4) \times (-7.95) - (-7.95) \times 0}{3} \right]^{\frac{1}{2}} = 6.08$$

$$D_f(\widetilde{S}_4, 0) = \left[\frac{(-5.7)^2 + (-5.7)^2 + (-2.5)^2 + 3.8^2 - (-5.7) \times (-5.7) - (-2.5) \times 3.8}{3} \right]^{\frac{1}{2}} = 4.57$$

依此方法判斷的關鍵程度： $L_3 > L_2 > L_4 > L_1$ 。

4.7 分析討論

將上節既有以風險為判別基準的方法與本研究所提出方法的比較結果結果統整於表4.11。使用時間為判別基準，且使用路徑長度進行比較的結果統整於表4.12，使用寬放時間進行比較的結果如表4.13，並與本法單獨討論時間的結果進行比較。

表 4.11 結果統整表(風險)

路徑	綜合考量時間 與風險		只考量風險因素				
	本研究方法	Guo (2014)	Song et al. (2015)	Chen 與 Chang (2015)	Wan et al. (2016a)	Nguyen (2016)	本研究方法
S-A-D	1	2	4	4	4	2	2
S-B-E	3	1	3	3	3	3	3
S-C-G-H	2	3	1	1	1	1	1
S-B-F-H	4	4	2	2	2	4	4

(資料來源：本研究整理)

表 4.12 結果統整表(路徑長度)

路徑	綜合考量 時間與風險		只考量時間因素				
	本研究方法	Rezvani (2013)	Jayagowri 與 Geetharamani (2012)	Jayagowri 與 Geetharamani (2014a)	Elizabeth 與 Sujatha (2015)	Jayagowri 與 Geetharamani (2015)	本研究方法
S-A-D	1	1	1	1	1	1	1
S-B-E	3	2	2	2	2	2	2
S-C-G-H	2	2	2	2	2	2	2
S-B-F-H	4	4	4	4	4	4	4

(資料來源：本研究整理)

表 4.13 結果統整表(寬放時間)

綜合考量 時間與風險		只考量時間因素					
路徑	本研究方法	Rezvani (2013)	Jayagowri 與 Geetharamani (2012)	Jayagowri 與 Geetharamani (2014)	Elizabeth 與 Sujatha (2015)	Jayagowri 與 Geetharamani (2015)	本研究方法
S-A-D	4	4	2	1	4	1	4
S-B-E	1	1	4	4	2	3	1
S-C-G-H	2	2	2	3	1	4	2
S-B-F-H	3	3	1	2	3	2	3

(資料來源：本研究整理)

若本法僅以路徑執行時的所遇到的風險為判斷基準(即 $\beta=0$)，所判斷出的路徑關鍵順序同於Nguyen(2016)，該法為最新穎的排名技術。且算判斷出的最關鍵的路徑皆為S-C-G-H，與既往研究中所提出的五個方法相同。Song et al. (2015)、Chen 與 Chang (2015)、Wan et al.(2016a)、Nguyen(2016)與本法皆以距離為概念為出發來判別直觀模糊數的優劣，雖有些許誤差，但是關鍵路徑的挑選皆一致。而企業大多僅關心關鍵程度最高的路徑，因只有此路徑會影響整個專案的進度。

當本研究方法僅以時間為判斷基準(即 $\beta=0$)，以路徑長度做為考量因素，結果如表4.12所示，關鍵順序與既往研究所提出方法皆相同。以寬放時間為考量因素時，本研究方法所得關鍵順序與Rezvani (2013)所提出的方法相同。而既往五法所判斷出的關鍵路徑各異，無從判別何種方法所得結果正確，因此以寬放時間並不適合做為關鍵路徑的判斷基準。

若改以傳統模糊結合相依結構矩陣進行調度，再以本研究所提出的排名方法進行關鍵程度的計算。因傳統模糊的風險隸屬度的頂點皆設為1，因此等同於只考慮時間(區間)來判斷關鍵路徑，所得結果同如表4.12、表4.13。無法考量活動本身的難易度與複雜度所帶來活動失敗的風險，無法全面性的評估。

將本研究所提出的關鍵路徑判斷法分為構面隸屬度(風險)、構面區間(時間)兩部分，並分別與既有的五個方法比較，可證明本研究方法在單獨以隸屬度或區間做為判斷基準時，所得結果具有可信度。而既有方法中只能探討單一基準對目標挑選的影響，而本研究方法綜合考量構面的隸屬度與區間。由表4.11、表4.12、表4.13可知，考量更多的基準時，對目標的挑選會產生不一樣的結果。且本研究方法可以依據管理者對隸屬度與區間不同的重視程度進行權重調整，提供一個更全面、彈性的決策依據。

第五章 實際案例

以Jayagowri 與 Geetharamani (2015)中的案例，提出以直觀模糊結合CPM進行專案排程。由前面敘述可知，CPM的排程方法並不符合實際情況。因此本研究將以其中的案例，改以本研究所提出的排程方法進行調度，在綜合評估隸屬度與區間判斷出關鍵路徑。

其案例為機台檢驗與修繕的專案，其中分為八項活動，每個活動的工作內容說明如表5.1。

表 5.1 工作內容說明表

工作代號	工作內容
A	工程師檢驗機台，紀錄需替換零件清單。
B	採購根據清單下訂單
C	機台需替換零件拆除
D	向現場人員說明修復內容
E	零件維修
F	零件安裝
G	檢查
H	試運轉

(資料來源：Jayagowri 與 Geetharamani, 2015)

5.1 以 IFS 表示活動時間與時間因子

該案例的專案中共有A~H八項活動，其活動間的邏輯關係與活動執行時間表示在表5.2，將活動持續時間與前活動的時間因子，表達在B矩陣。r活動的執行時間紀錄在 B_i ，i活動對j活動的時間因子紀錄在 B_{ij} 。將活動持續時間與後活動的時間因子，表達在C矩陣，j活動的執行時間紀錄在 C_{jj} ，j活動對i活動的時間因子紀錄在 C_{ji} 。B、C矩陣如表5.3、5.4。並依照活動間的邏輯關係，可得知專案的流程表如圖5.1所示。

表 5.2 活動資料表

活動名稱	活動執行時間	前項活動
A	(12,14,16,18) (10,15,16,18)	-
B	(8,16,20,24) (9,13,15,17)	-
C	(4,10,14,18) (6,10,12,14)	-
D	(5,10,15,20) (12,14,15,17)	A
E	(13,15,17,20) (11,15,18,19)	B
F	(6,10,16,24) (1,2,5,7)	B
G	(12,13,15,18) (16,18,20,22)	C
H	(5,7,9,15) (6,10,12,14)	F、G

(資料來源：Jayagowri 與 Geetharamani, 2015)

表 5.3 B 矩陣表

	A	B	C	D	E	F	G	H	
A	12 14 16 18 10 15 16 18								
B		8 16 20 24 9 13 15 17							
C			4 10 14 18 6 10 12 14						
D	0.2 0.3 0.6 0.8 0.3 0.4 0.5 0.7			5 10 15 20 12 14 15 17					
E		0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.6 0.7 0.8			13 15 17 20 11 15 18 19				
F		0.1 0.3 0.6 0.9 0.2 0.4 0.5 0.7				6 10 16 24 1 2 5 7			
G			0.4 0.5 0.8 1 0.5 0.6 0.8 0.9				12 13 15 18 16 18 20 22		
H						0.2 0.3 0.6 0.7 0.3 0.4 0.5 0.6	0.1 0.5 0.7 1 0.2 0.4 0.6 0.9	5 7 9 15 6 10 12 14	
Finish				0.4 0.5 0.8 0.9 0.5 0.6 0.7 0.9	0.3 0.5 0.8 0.9 0.4 0.4 0.8 0.9			0.3 0.5 0.8 0.9 0.3 0.4 0.6 0.7	0 0

(資料來源：本研究整理)

表 5.4 C 矩陣表

	A	B	C	D	E	F	G	H	
A	12 14 16 18 10 15 16 18								
B		8 16 20 24 9 13 15 17							
C			4 10 14 18 6 10 12 14						
D	0.1 0.3 0.5 0.7 0.2 0.3 0.3 0.4			5 10 15 20 12 14 15 17					
E		0.1 0.3 0.4 0.5 0.1 0.2 0.3 0.4			13 15 17 20 11 15 18 19				
F		0.1 0.3 0.5 0.6 0.2 0.3 0.3 0.4				6 10 16 24 1 2 5 7			
G			0.1 0.2 0.3 0.3 0.1 0.2 0.2 0.3				12 13 15 18 16 18 20 22		
H						0.1 0.3 0.4 0.5 0.2 0.2 0.3 0.4	0.1 0.2 0.4 0.6 0.2 0.2 0.3 0.5	5 7 9 15 6 10 12 14	
Finish				0.1 0.2 0.4 0.6 0.2 0.2 0.3 0.5	0.1 0.3 0.4 0.5 0.2 0.2 0.3 0.4			0.1 0.3 0.4 0.6 0.2 0.2 0.3 0.5	0 0

(資料來源：本研究整理)

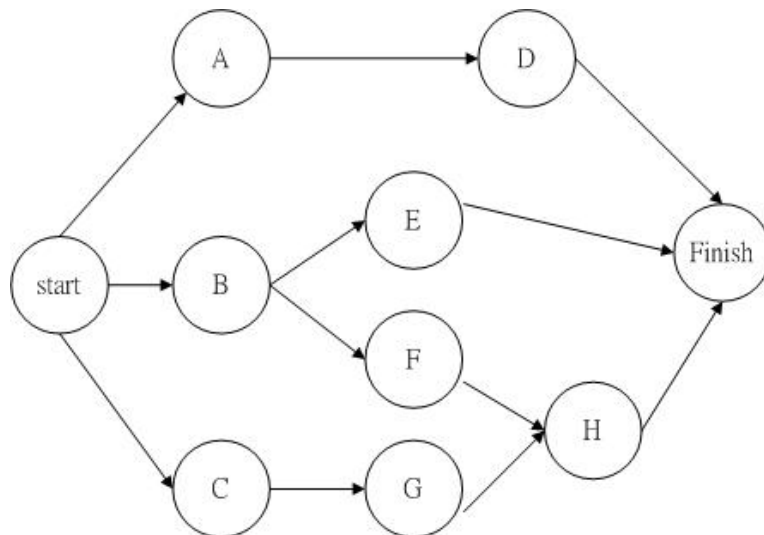


圖 5.1 專案流程圖

(資料來源：本研究整理)

5.2 以相依結構矩陣進行專案排程

根據公式(22)可計算出各活動的ES、EF、LS、LF與路徑長度與寬放時間，其資料統整於表5.5、5.6。

表 5.5 活動時間表

	ES				EF				LS				LF			
A	0	0	0	0	12	14	16	18	3.9	8.85	15.3	33.6	15.9	22.9	31.3	51.6
	0	0	0	0	10	15	16	18	3.62	9	13.4	16.5	13.6	24	29.4	34.5
B	0	0	0	0	8	16	20	24	2	2.45	5.75	22.9	10	18.5	25.8	46.9
	0	0	0	0	9	13	15	17	2.04	8.4	7.9	14	11	21.4	22.9	31
C	0	0	0	0	4	10	14	18	5.2	3.4	7.85	18.2	9.2	13.4	21.9	36.2
	0	0	0	0	6	10	12	14	4.62	7.74	7	7.66	10.6	17.7	19	21.7
D	1.9	1.2	2.1	0.4	6.9	11.2	17.1	20.4	5.8	10.1	17.4	34	10.8	20.1	32.4	54
	0.6	1.8	3.5	5.8	12.6	15.8	18.5	22.8	4.22	10.8	16.9	22.3	16.2	24.8	31.9	39.3
E	1.9	5.1	10.1	11.1	14.9	20.1	27.1	31.1	3.9	7.55	15.8	34	16.9	22.6	32.8	54
	3.18	4.8	5.1	6	14.2	19.8	23.1	25	5.22	13.2	13	20	16.2	28.2	31	39
F	0.2	1.8	4	7.2	6.2	11.8	20	31.2	5.6	10.3	16.2	29.2	11.6	20.3	32.2	53.2
	1.6	4.6	6	9.1	2.6	6.6	11	16.1	8.35	16.4	21.3	28.3	9.35	18.4	26.3	35.3
G	0.4	3.05	7.45	11.7	12.4	16.1	22.5	29.7	5.6	6.45	15.3	29.9	17.6	19.5	30.3	47.9
	0.78	2.26	4.8	5.74	16.8	20.3	24.8	27.7	5.4	10	11.8	13.4	21.4	28	31.8	35.4
H	6.3	11.6	22.2	38.5	11.3	18.6	31.2	53.5	6.3	11.6	22.2	38.5	11.3	18.6	31.2	53.5
	7.7	15.2	20.2	26.9	13.7	25.2	32.2	40.9	7.7	15.2	20.2	26.9	13.7	25.2	32.2	40.9
I	7.8	15.1	29.4	52	7.8	15.1	29.4	52	7.8	15.1	29.4	52	7.8	15.1	29.4	52
	9.62	19.2	27.4	36.7	9.62	19.2	27.4	36.7	9.62	19.2	27.4	36.7	9.62	19.2	27.4	36.7

(資料來源：本研究整理)

表 5.6 路徑資料表

代號	路徑	路徑長度	總寬放時間	風險度
L_1	S-A-D	(6.9, 11.2, 17.1, 20.4), (12.6, 15.8, 18.5, 22.8)	(7.8, 17.7, 30.6, 67.2), (7.2, 18, 26.8, 32.9)	(0.7, 0.2)
L_2	S-B-E	(14.9, 20.1, 27.1, 31.1), (14.2, 19.8, 23.1, 25)	(4.0, 4.9, 11.5, 45.8), (4.1, 16.8, 15.8, 27.9)	(0.4, 0.5)
L_3	S-C-G-H	(11.3, 18.6, 31.2, 53.5), (13.7, 25.2, 32.2, 40.9)	(6.8, 10.4, 15.7, 36.3), (9.24, 14, 15.32, 15.5)	(0.9, 0.0)
L_4	S-B-F-H	(6.1, 15.15, 23.4, 35.3), (9.1, 17.5, 25.2, 33.24)	(7.4, 11.0, 18.0, 44.9), (8.8, 20.2, 23.2, 33.2)	(0.6, 0.3)

(資料來源：本研究整理)

該案例中沒有提供隸屬度等資料，所以本研究隨機制定各路徑的風險程度，僅模擬類似情況時應用本法的結果。

5.3 資料正規化

為了使時間與風險站在同一個基準上，才能一齊比較。因此將資料正規化，始之皆介於0到1之間。根據公式(23)、(24)，各路徑的路徑長度與寬放時間正規化後，得到的值統整如表5.7。

表 5.7 資料正規化統整表

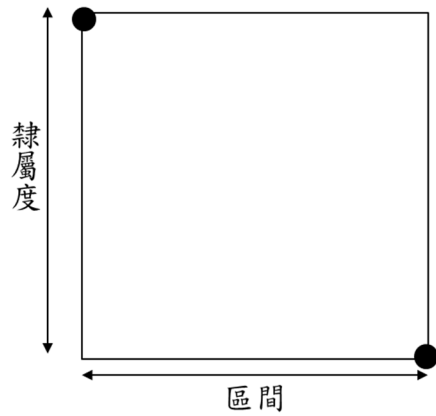
路徑	路徑長度				寬放時間				風險
S-A-D	0	0	0	0	1	1	1	1	(0.7,0.2)
S-B-E	1	1	0.71	0.32	0	0	0	0.3	(0.4,0.5)
S-C-G-H	0.59	0.83	1.00	1.00	0.7	0.4	0.2	0	(0.9,1.0)
S-B-F-H	0.00	0.44	2.87	0.45	0.9	0.5	0.3	0.3	(0.4,0.4)

(資料來源：本研究整理)

5.4 設立目標

綜合考量風險與路徑長度作為關鍵路徑判斷的依據，將路徑長度最長且風險最高設為理想目標 $\widetilde{G}^+ = \{(1,1,1,1), (0,1)\}$ ，路徑長度最短且風險最小設為負理想目標 $\widetilde{G}^- = \{(0,0,0,0), (1,0)\}$ ，圖 5.2 為示意圖。若是綜合考量風險與寬放時間作為關鍵路徑判斷的依據，則是寬放時間最短且風險最高設為理想目標 $\widetilde{G}^+ = \{(0,0,0,0), (0,1)\}$ ，寬放時間最長且風險最小設為負理想目標，圖 5.3 為示意圖。

負理想目標 $\widetilde{G}^- = \{(0,0,0,0), (1,0)\}$

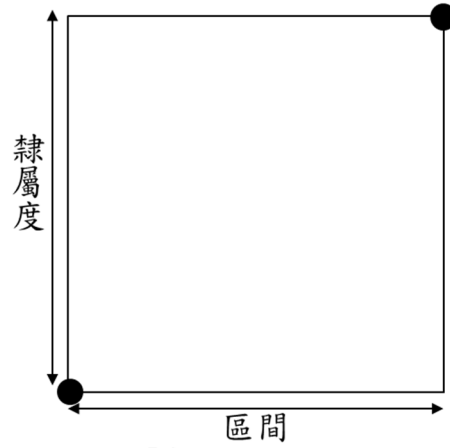


理想目標 $\widetilde{G}^+ = \{(1,1,1,1), (0,1)\}$

圖 5.2 目標示意圖

(資料來源：本研究整理)

負理想目標 $\widetilde{G}^- = \{(1,1,1,1), (1,0)\}$



理想目標 $\widetilde{G}^+ = \{(0,0,0,0), (0,1)\}$

圖 5.3 目標示意圖

(資料來源：本研究整理)

5.5 與目標差異

在此無法揣測決策者的心意，因此將隸屬度與區間的權重設為 $0.5(\beta=0.5)$ ，代表無特別偏頗任一指標，以利與其他方法的比較。再以公式(25)、(26)、(27)、(28)，計算出各路徑與理想、負理想目標的距離，其結果統整如表5.8、5.9。

表 5.8 與理想目標距離資料表

路徑名稱	區間	隸屬度
S-A-D	0.98	0.8
S-B-E	0.24	0.5
S-C-G-H	0.14	1.0
S-B-F-H	0.66	0.7

(資料來源：本研究整理)

表 5.9 與負理想目標距離資料表

路徑名稱	區間	隸屬度
S-A-D	0.02	0.2
S-B-E	0.76	0.5
S-C-G-H	0.86	0.0
S-B-F-H	0.34	0.3

(資料來源：本研究整理)

5.6 小結

表5.10為各路徑與理想目標的距離，表5.11為各路徑與負理想目標的距離，模擬管理者對兩指標不同的重視程度與路徑排名的關係。

表 5.10 與理想目標差異與排名表(風險+路徑長度)

$\beta=$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
S-A-D-I	0.80	0.82	0.84	0.85	0.87	0.89	0.91	0.92	0.94	0.96	0.98
排名	III	III	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV
S-B-E-I	0.50	0.47	0.45	0.42	0.40	0.37	0.35	0.32	0.29	0.27	0.24
排名	I	I	I	I	I	I	I	I	I	II	II
S-B-F-H-I	1.00	0.91	0.83	0.74	0.66	0.57	0.49	0.40	0.32	0.23	0.14
排名	IV	IV	III	III	II	II	II	II	II	I	I
S-C-G-H-I	0.70	0.70	0.69	0.69	0.69	0.68	0.68	0.68	0.67	0.67	0.66
排名	II	II	II	II	III	III	III	III	III	III	III

(資料來源：本研究整理)

表 5.11 與負理想目標差異與排名表(風險+路徑長度)

$\beta=$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
S-A-D-I	0.20	0.18	0.16	0.15	0.13	0.11	0.09	0.08	0.06	0.04	0.02
排名	III	III	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV
S-B-E-I	0.50	0.53	0.55	0.58	0.60	0.63	0.65	0.68	0.71	0.73	0.76
排名	I	I	I	I	I	I	I	I	I	II	II
S-B-F-H-I	0.00	0.09	0.17	0.26	0.34	0.43	0.51	0.60	0.68	0.77	0.86
排名	IV	IV	III	III	II	II	II	II	II	I	I
S-C-G-H-I	0.30	0.30	0.31	0.31	0.31	0.32	0.32	0.32	0.33	0.33	0.34
排名	II	II	II	II	III	III	III	III	III	III	III

(資料來源：本研究整理)

針對管理者對兩個準則有不同偏好的情形，可看出當有不同的決策偏好時，所得結果也大不相同。當 $0 \leq \beta \leq 0.1$ 時，路徑S-B-F-H-I的關鍵程度最為落後，而隨著 β 的增加其關鍵程度逐漸攀升，當 $0.9 \leq \beta \leq 1$ 時其關鍵程度最高。並以表5.11的與負理想目標距離以印證表5.10的結果，可發現兩者所得結論相同。本研究所提出方法能依據決策者喜好彈性調整，提供符合管理者心意的決策依據。

第六章 結論與未來方向

本研究根據現實專案中可能面臨到的不確定因素，設立適合的專案排程方法，並提供一個能多面向的評估目標優劣的方法。以下分節討論本研究所得結論與未來方向。

6.1 結論

1. 符合現實的排程方法：本研究結合直觀模糊與相依結構矩陣，提出新的專案排程與直觀模糊數比對的新方法。以相依結構矩陣調度處理重疊的活動與活動間的訊息流通，以達成專案的時間目標，縮短從投資到開始獲利的時間。以直觀模糊表達活動時間的不確定性，外在環境與活動本身的複雜度、難易度都會造成完成時間的變動。將活動時間與時間因子以直觀模糊數表示，以表達時間的變動，更能貼近實際情況。
2. 路徑長度適合作為關鍵路徑的判斷指標：既有方法以路徑長度作為關鍵路徑判斷指標時，其路徑關鍵程度順序皆一致。反之，當以寬放時間作為關鍵路徑判斷指標時，每個方法所判斷出的關鍵路徑大相逕庭，無法說明何者方法正確。
3. 符合決策者喜好：本研究方法可以依照管理者的決策偏好，彈性的針對決策指標進行調整，所得結果更符合其想法。

6.2 管理意涵

就以管理者的角度而言，歸納出以下管理意涵，區分兩點分述如下：

1. 提供管理者一個符合現實的專案調度方法，利用 DSM 調度法能縮短專案完成時間，達成企業目標。並結合直觀模糊集，處理專案執行中種種不確定因素，所造成專案活動時間的變動。
2. 綜合評估直觀模糊集的隸屬度與區間，建立新的目標評估方法，再針對管理者的決策偏好隨時調整權重，給予管理者全面且彈性的決策依據。

6.3 未來方向

透過本研究給予管理者一個明確、可信的決策依據。但現今的專案排程問題、決策分析越趨複雜，本研究礙於時間因素無法一一詳盡探討，因此提出幾點未來的研究方向。

1. 本研究採低風險的自然重疊方式，尚未考慮到強制重疊的現象，以及強制重疊帶來活動中斷等影響。
2. 本研究將活動間的訊息溝通視為一次，未來可以增加多次溝通後，後活動該如何調度等議題。
3. 本研究尚未考量資源分配的影響，現實中企業的人、機、料都是有限的，要如何妥善的分配資源，資源的多寡所造成活動時間的波動，都能繼續深入探討。
4. 本研究僅考量隸屬度、區間兩者與理想解以及負理想解的距離做為關鍵路徑\技術選擇的判斷，未來可以增加多項指標，使之更完備。

參考文獻

- [1] Atanassov, K, T. (1986). Intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 20(1), 87-96.
- [2] Browning, T. R. (1998, July). Use of dependency structure matrices for product development cycle time reduction. *Proceedings of the fifth ISPE international conference on concurrent engineering: research and applications*, Tokyo, Japan.
- [3] Chen, S. M. (1995). Measures of similarity between vague sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 74(2), 217-223.
- [4] Chen, S. M., Chang, C. H. (2015). A novel similarity between Atanassov's intuitionistic fuzzy sets based on transformation techniques with applications to pattern recognition. *Information Sciences*, 291(3), 96-114.
- [5] Chen, C.T., Huang, S.F., (2007). Applying fuzzy method for measuring criticality in project network. *Information Sciences*, 177 (12), 2448-2458.
- [6] Chen, S.P., Hsueh, Y.J., (2008). A simple approach to fuzzy critical path analysis in project networks. *Applied Mathematical Modelling*, 32 (7), 1289-1297.
- [7] Chen, S.M., Tan, J.M. (1994). Handling multicriteria fuzzy decision making problems based on vague set theory. *Fuzzy Sets and Systems*, 67(2), 163-172.
- [8] Chanas, S., Zieliński, P. (2001). Critical path analysis in the network with fuzzy activity times. *Fuzzy Sets and Systems*, 122(2), 195-204.
- [9] Eppinger, S.D. (2001). Innovation at the speed of information. *Harvard Business Review*, 79 (1), 149-158.
- [10] Elizabeth, S., Sujatha, L. (2015). Project scheduling method using triangular intuitionistic fuzzy numbers and triangular fuzzy numbers. *Applied Mathematical Sciences*, 9(4), 185-198.
- [11] Eppinger, S. D., Whitney, D. E., Smith, R. P., Gebala, D. A. (1994). A model based method for organizing tasks in product development. *Research in Engineering Design*, 6(1), 1-13.
- [12] Guo, K. H. (2014). Amount of information and attitudinal-based method for ranking Atanassov's intuitionistic fuzzy values, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 22(1), 177-188.

- [13] Hong, D. H., Choi, C. H. (2000). Multicriteria fuzzy decision-making problems based on vague set theory. *Fuzzy Sets and Systems*, 114(1), 103-113.
- [14] Jayagowri, P., Geetharamani, G. (2012, Feb). Using similarity degree approach for shortest path in intuitionistic fuzzy network. *International Conference on Computing, Communication and Applications*, College of Engineering and Technology Dindigul, India.
- [15] Jayagowri, P., Geetharamai, G. (2014a). A critical path problem using intuitionistic trapezoidal fuzzy number. *Applied Mathematical Sciences*, 8(52), 2555-2562
- [16] Jayagowri, P., Geetharamani, G. (2014b). A new approach to shortest paths in intuitionistic trapezoidal fuzzy numbers. *Pensee Journal*, 76(1), 22-30.
- [17] Jayagowri, P., Geetharamani, G. (2015). Using Metric Distance Ranking Method to Find Intuitionistic Fuzzy Critical Path. *Journal of Applied Mathematics*, 76(1), 22-30.
- [18] Kumar, S., Budin, E. M. (2006). Prevention and management of product recalls in the processed food industry: a case study based on an exporter's perspective. *Technovation*, 26(1), 739-750.
- [19] Ke, H., Liu, B.D. (2010). Fuzzy project scheduling problem and its hybrid intelligent algorithm. *Applied Mathematical Modelling*, 34 (2), 301-308.
- [20] Liberatore, M. J. (2008). Critical path analysis with fuzzy activity times. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 55 (2), 329-337.
- [21] Lee, I., Lee, B. C. (2010). An investment evaluation of supply chain RFID technology: a normative modeling approach. *International Journal of Production Economics*, 125(2), 313-323.
- [22] Li, J., Moselhi, O., Alkass, S., 2006. Forecasting project status by using fuzzy logic. *Journal of Construction Engineering and Management*, 132 (11), 1193-1202.
- [23] Liu, H.W., Wang, G.J. (2007). Multi-attribute decision making methods based on intuitionistic fuzzy sets. *European Journal of Operational Research*, 179(1), 220-233.
- [24] Maheswari, J. U., Varghese, K. (2005). Project scheduling using dependency structure matrix. *International Journal of Project Management*, 23 (3), 223-230.

- [25] Maheswari, J.U., Varghese, K., Sridharan, T. (2006). Application of dependency structure matrix for activity sequencing in concurrent engineering projects. *Journal of Construction Engineering and Management*, 132 (5), 482-490.
- [26] Nguyen, H. (2016). A novel similarity/dissimilarity measure for intuitionistic fuzzy sets and its application in pattern recognition. *Expert System with Applications*, 45(1), 97-107.
- [27] Oloufa, A. A., Hosni, Y. A., Fayez, M., Axelsson, P. (2004). Using DSM for modeling information flow in construction design projects. *Civil and Environmental Systems*, 21(2), 105-125.
- [28] Qian, Y. J., Goh, T.N. (2007). Development projects scheduling and design structure matrix. *Proceedings of IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management*, 1(4), 1042-1046.
- [29] Rezvani, S. (2013). Ranking method of trapezoidal intuitionistic fuzzy numbers. *Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics*, 5(3), 515-523.
- [30] Steward, D.V. (1981). The design structure system: a method for managing the design of complex systems. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 28 (3), 71-74.
- [31] Stalk, G. (1988). Time-The next source of competitive advantage, *Harvard Business Review*, 22 (6), 61-68.
- [32] Shi, Q., Blomquist, T. (2012). A new approach for project scheduling using fuzzy dependency structure matrix. *International Journal of Project Management*, 30(4), 503-510.
- [33] Szmidt, E. (2009). Amount of information and its reliability in the ranking of Atanassov's intuitionistic fuzzy alternatives. In J. Kacprzyk(Eds.), *Recent Advances in Decision Making*(pp. 7-19). New York, NY: Springer Berlin Heidelberg.
- [34] Song, Y., Wang, X., Lei, L., Xue, A. (2015). A new similarity measure between intuitionistic fuzzy sets and its application to pattern recognition. *Applied Intelligence*, 42(1), 252-261.
- [35] Wan, S. P., Wang, F., Dong, J. Y. (2016a). A novel risk attitudinal ranking method for intuitionistic fuzzy values and application to MADM. *Applied Soft Computing*, 40(1), 98-112.

- [36] Wan, S. P., Wang, F., Dong, J. Y. (2016b). A novel group decision making method with intuitionistic fuzzy preference relations for RFID technology selection. *Applied Soft Computing*, 38(1), 405-422.
- [37] Xu, Z. S. (2007). Intuitionistic fuzzy aggregation operators. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 15(6), 1179-1187.
- [38] Yassine, A., Braha, D. (2003). Complex concurrent engineering and the design structure matrix method. *Concurrent Engineering Research and Applications*, 11 (3), 165-176.
- [39] Yassine, A., Falkenburg, D., Chelst, K. (1999). Engineering design management: an information structure approach. *International Journal of Production Research*, 37(13), 2957-2975.
- [40] Zadeh, A. (1965). Fuzzy Sets. *Information and Control*, 8(3), 338-353.
- [41] Zareei, A., Zaerpour, F., Bagherpour, M., Noora, A.A., Vencheh, A.H. (2011). A new approach for solving fuzzy critical path problem using analysis of events. *Expert Systems with Applications*, 38(1), 87-93.