

# 隨機性專案網路在完成時間機率分佈 及最佳化資源分配之研究

學生：褚文明

指導教授：姚銘忠 副教授

曾宗瑤 副教授

東海大學工業工程與經營資訊研究所

## 摘要

本論文主要研究的主題有兩部分，第一個部份是針對隨機性專案網路，在專案內所有的作業時間均為隨機變數之情況下，發展出一有效率之演算法，估算專案網路完成時間之機率密度函數(Probability Density Function, *pdf*)。第二個部份同上述的條件及環境下，針對大型專案網路，執行專案作業之最佳資源分配，以期得到專案最小的總成本。

在確定性的專案網路環境中，每一個專案作業時間均為固定值，因此利用關鍵路徑法(Critical Path Method, CPM)，可以直接且容易的將專案完成時間計算出來。然而在現實的環境中，專案作業時間會因內、外在因素之影響而產生變化，故應視為隨機變數，因此專案的完成時間亦必然為一隨機變數，其機率分配值並不容易估算。對於專案者管理而言，掌握專案的完成時限是非常重要的決策項目之一，因為與專案相關之其它問題，包括專案排程問題、最佳化資源投入問題、專案成本分析及專案風險評估等問題，均須以專案完成時間作為參考之基礎。

本論文對於專案執行環境及條件之要求，除考慮其隨機性外，另要求專案作業之機率分配不得侷限於某特定的機率型態；所發展出來的演算法，必須能有效率的在大型的專案網路中執行。一般的文獻針對於此條件要求，所提出之估算方法均會承受大量的計算負擔，並無實際應用之效果。故本研究擬以離散式技術(Discretization technique)取代一般數理分析方式，執行專案完成時間之估算。然而利用該技術的同時，須克服下述兩個問題：首先要發展出一演算機制，使專案完成時間之估算能夠有系統且精確的進行，並要求在合理的時間內完成；另一須克服之問題，就是將專案網路各路徑間相依的問題納入考慮，因路徑間相依之因素，會造成專案完成時間估算之誤差。基於此，本論文提出兩種估算專案完成時間機率分配之演算法：

1. 標籤修訂追蹤演算法(Label-Correction Tracing Algorithm, LCTA)。
2. 區域積分演算法(Marginal Integration Algorithm, MIA)。

本論文主題的第二個部份是針對隨機性專案網路，如何決定每一專案作業之最佳資

源投入(Optimal Resource Allocation)量。專案作業之資源投入會減少專案的完成時間，減少專案因超過時限所產生的懲罰成本之機率，但同時亦會增加專案資源使用成本。因此專案管理者必須在這兩種成本間做權衡，對專案作業資源投入量作最佳的決策，以期求出最低的專案總成本。本論文擬以前述所發展出之 LCTA 為基礎，並以啟發式演算法(磁場機制演算法及基因演算法)為決策之工具，求解專案作業最佳化資源投入量。該問題亦可透過專案路徑關鍵指標(Path Critical Index, PCI)及作業關鍵指標(Activity Critical Index, ACI)之計算，來做為資源投入分析之參考，亦是本論文後續之研究目標。

**關鍵辭：**隨機性專案網路、專案資源分配、專案網路完成時間、關鍵路徑、計畫評核術

# On the Probability Distribution Function of the Project Completion Time and the Optimal Resource Allocation Problem in Stochastic Activity Networks

Student: Weng-Ming Chu

Advisors: Prof. Ming-Jong Yao

Prof. Tsueng-Yao Tseng

Department of Industrial Engineering and Enterprise Information  
Tunghai University

## Abstract

In this study, I focus myself on two major topics. First, I propose efficient approaches to determine the probability density function (*pdf*) of the *completion time* of a project when the durations of the activities are random variables. Second, I would like to solve the resource allocation problem for large-size stochastic projects (i.e., those projects with the durations of its activities being random variables).

When the durations of all the activities are constants, project managers may easily calculate the project completion time by the well-known Critical Path Method (CPM). However, the duration of an activity is a random variable for most of the cases in the real world, and obviously, the project completion time turns to be another random variable. Facing such a challenge, project managers should pay serious attention to monitor the uncertainty involved in stochastic projects. Project managers are highly interested in obtaining the *pdf* of the project completion time because it provides full insights into the randomness of the completion of the project so that project managers would have the basis for many subsequent decisions such as planning, budgeting, risk analysis and scheduling, etc.

For large-size stochastic projects with *general types* of *pdf* for the duration of activities, the project managers must turn to the techniques of discretization since the other approaches in the literature become too demanding in computational loading. In this study, we find that there are two problems when applying the techniques of discretization to obtain an approximated *pdf* of the project completion time. Namely, first, there exists neither exact data structure nor systematic scheme for the computer programming when applying the techniques of discretization; and second, error may arise from assuming independency between sub-paths in the activity network. Therefore, we are motivated to propose the following two approaches to improve the techniques of discretization.

1. The Label-Correction Tracing Algorithm(LCTA)
2. The Marginal Integration Algorithm(MIA)

The major concern of my second topic, i.e., the Resource Allocation Problem in Stochastic Projects, is to determine the amount of the resource allocated to each activity. Project managers may allocate more resources to shorten the durations of the activities to expedite the project to avoid possible tardiness penalty cost from delay. However, such a move increases the total resources usage costs. Therefore, project managers need efficient decision-support tools to deal with the trade-off relation between the total costs incurred from the resource usage and the tardiness penalty of the project. We are motivated to propose new approaches based on meta-heuristics (e.g., electromagnetism algorithm and genetic algorithms) and/or the Path Criticality Index and the Activity Criticality Index in the stochastic project for the futhur researches.

**Key words : Stochastic Project, Resource Allocation, Project Completion Time, Critical Path, PERT**

# 目錄

摘要 .....	III
ABSTRACT .....	III
目錄 .....	V
表目錄 .....	IX
圖目錄 .....	XI
第一章 緒論.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 研究動機.....	2
1.3 研究目的.....	5
1.4 研究方法與步驟.....	6
1.5 論文架構.....	11
第二章 文獻探討.....	13
2.1 PERT 網路模式的介紹.....	13
2.2 PERT 的不適性.....	14
2.3 隨機性專案網路完成時間之估算 .....	16
2.3.1 分析推導法.....	17
2.3.2 蒙地卡羅模擬法.....	19
2.3.3 近似解法.....	19
2.4 隨機性專案網路最佳化資源分配之處理 .....	22
2.4.1 數理分析解法(Analytical approach).....	23
2.4.1.1 整數規劃法(Integer programming, IP).....	23
2.4.1.2 分枝界限法(Branch and Bound algorithm).....	24
2.4.1.3 動態規劃法(Dynamic Programming, DP).....	24
2.4.2 模擬解法(Simulation approach).....	24
2.4.3 啟發式解法(Heuristic approach).....	25
第三章 標籤修訂演算法.....	27
3.1 DODIN ALGORITHM 之介紹.....	28
3.2 離散化技術之介紹 .....	30
3.2.1 離散化技術的種類及其優缺點.....	30
3.2.2 柴比契夫取樣點法.....	32
3.2.3 離散化 max 及 convolution 運算原理 .....	34
3.2.4 離散化重新取樣技術.....	35
3.3 路徑相依對網路完成時間求解的影響 .....	37
3.3.1 路徑相依性造成專案網路估算之偏差.....	37
3.3.2 最長路徑偏差(Longest Path Bias, LPB) .....	39

3.3.3 路徑相依性造成偏差之原因 .....	40
3.3.4 路徑相依因素納入估算之方法 .....	40
3.4 標籤修訂追蹤演算法 .....	43
3.4.1 擴張樹結構 .....	43
3.4.2 擴張樹節點資料結構 .....	44
3.4.3 擴張樹之追蹤程序 .....	45
3.4.4 LCTA 處理路徑相依性所造成估算之誤差 .....	52
3.4.5 LCTA 演算程序之綜整 .....	54
3.4.6 LCTA 複雜度分析 .....	55
3.5 LCTA 之實驗數據 .....	56
3.5.1 LCTA 第一組實驗 .....	58
3.5.2 LCTA 第二組實驗 .....	60
3.6 結論 .....	62
第四章 區域積分演算法 .....	64
4.1 MAX 運算複雜度之分析 .....	65
4.2 區域積分計算之原理 .....	65
4.2.1 MIA 計算公式推導 .....	66
4.2.2 MIA 執行效率之分析 .....	70
4.3 運用 MIA 估算隨機性專案網路完成時間 .....	71
4.3.1 MIA 對專案網路路徑相依性問題的處理能力 .....	71
4.3.2 LCTA_MIA 執行專案網路完成時間估算實例 .....	72
4.4 LCTA_MIA 之專案網路實驗數據 .....	73
4.4.1 LCTA_MIA 第一組實驗 .....	75
4.4.2 LCTA_MIA 第二組實驗 .....	76
4.5 結論 .....	78
第五章 隨機性專案網路最佳化資源分配問題之處理 .....	80
5.1 運用磁場機制演算法解單種類資源 SRAP 問題 .....	80
5.1.1 專案單種類資源分配問題之定義 .....	82
5.1.1.1 作業資源的投入 .....	82
5.1.1.2 專案成本的計算 .....	83
5.1.2 磁場機制演算法對 SRAP 之應用 .....	84
5.1.2.1 磁場機制演算法之架構 .....	85
5.1.2.2 磁場機制演算法之改進措施 .....	90
5.1.3 關鍵路徑叢集之概念 .....	91
5.1.4 關鍵路徑叢集演算法 .....	94
5.1.4.1 CPCA 相關的符號及參數定義 .....	94
5.1.4.2 CPCA 對專案作業資源投入之策略 .....	96
5.1.4.3 關鍵路徑叢集演算法之演算程序 .....	99
5.1.5 叢集區域搜尋演算法 .....	105

5.1.5.1 叢集區域搜尋演算法之概念 .....	105
5.1.5.2 叢集區域搜尋演算法之演算程序 .....	106
5.1.6 EM 解 SRAP 之數據實驗 .....	107
5.1.6.1 第一組實驗 .....	108
5.1.6.2 第二組實驗 .....	110
5.1.7 結論 .....	113
5.2 運用基因演算法解多種類資源 SRAP 問題 .....	114
5.2.1 專案多種類資源分配問題之定義 .....	114
5.2.1.1 多種類資源的投入 .....	115
5.2.1.2 多種類資源投入之範例 .....	119
5.2.2 基因演算法介紹 .....	120
5.2.2.1 基因演算法求解架構 .....	120
5.2.2.2 參數設定 .....	121
5.2.2.3 編碼表示法及解碼 .....	122
5.2.2.4 初始群組 .....	123
5.2.2.5 適應函數 .....	123
5.2.2.6 輪盤選擇機制 .....	124
5.2.2.7 交配機制 .....	124
5.2.2.8 突變機制 .....	125
5.2.3 多種類資源 SRAP 問題運用 CPCA 產生 GA 初始解 .....	125
5.2.4 數據實驗 .....	128
5.2.5 結論 .....	130
第六章 論文未來發展方向 .....	132
第七章 結論 .....	134
參考文獻 .....	136
附錄 A PERT 使用限制之推導 .....	143
附錄 B 離散式 MAX 及 CONVOLUTION 運算實例 .....	145
附錄 C LCTA 演算實例 .....	149
附錄 D 路徑相依 LCTA 演算實例 .....	152
附錄 E LCTA 執行 KOLISH 範例實驗 .....	153
附錄 F LCTA 執行大型專網路範例實驗 .....	156
附錄 G MCS 取樣精確度驗證及 K-S 檢驗 .....	162
附錄 H LCTA_MIA 執行大型專網路範例實驗 .....	166
附錄 I LCTA_MIA 之 K-S 檢驗 .....	172
附錄 J CPCA 演算法的流程圖 .....	175
附錄 K LCTA 演算法的流程圖 .....	179
附錄 L 14 項專案網路範例 .....	181

附錄 M 隨機性專案網路 KSP, PCI 及 ACI 相關問題探討.....	189
---	-----



## 表目錄

表 3.1	三種離散化技術對 EXP(0.25)取樣後動差值之比較 .....	32
表 3.2	$\gamma_4$ 之離散資料 .....	36
表 3.3	$\gamma_4$ 重新取樣後之資料 .....	37
表 3.4	路徑相依性考量與否的估算比較 .....	41
表 3.5	ETS 節點 $I$ 資料結構 .....	45
表 3.6	圖 3.7 之 ETS 初始的資料結構 .....	46
表 3.7	LCTA、DA 及 PERT 對不同專案網路複雜度估算結果之表較 (未使用 DRT) .....	59
表 3.8	LCTA、DA 及 PERT 對不同專案網路複雜度估算結果之表較 (使用 DRT) .....	59
表 3.9	LCTA、DA 及 PERT 對大型專案網路估算結果之比較 .....	61
表 4.1	$Z = \max(X, Y)$ 之矩陣資料結構 .....	68
表 4.2	MIA 對路徑相依性處理的能力之驗證 .....	71
表 4.3	圖 3.11 之專案網路之節點平均值 .....	72
表 4.4	LCTA_MIA、DA 及 PERT 對不同專案網路複雜度估算 結果之表較 .....	75
表 4.5	LCTA_MIA、DA 及 PERT 對大型專案網路估算結果之比較 .....	77
表 5.1	EM 採用 CPCA 及 CLSA 與隨機產生初始樣本點之結果 .....	109
表 5.2	LCTA、100 及 20000 次取樣之 MCS 結果比較 (估算專案網路完成時間) .....	110
表 5.3	LCTA、100 及 20000 次取樣之 MCS 結果比較 (估算專案總成本) .....	111
表 5.4	EM+CPCA、EM+(CPCA & CLSA)及 EM+MCS 處理 SRAP 問題結果之比較 .....	112
表 5.5	CPCA 所得專案網路總成本值小於 EM+MCS 最終結果之比較 ..	113
表 5.6	隨機取樣初始染色體之 GA 求解結果 .....	130
表 5.7	CPCA 產生初始染色體之 GA 求解結果 .....	130
表 E.1	LCTA 執行 120 次 KOLISH 範例實驗結果 .....	153
表 F.1	MCS 估算大型專案網路完成時間之結果 .....	156
表 F.2	LCTA 估算大型專案網路完成時間之結果-1 .....	157
表 F.3	LCTA 估算大型專案網路完成時間之結果-2 .....	158
表 F.4	DA 估算大型專案網路完成時間之結果-1 .....	159

表 F.5	DA 估算大型專案網路完成時間之結果-2 .....	160
表 F.6	PERT 估算大型專案網路完成時間之結果 .....	161
表 G.1	MCS 針對 20 組大型專案網路執行估算誤差之驗證 .....	162
表 G.2	關鍵檢驗值 $d_\alpha(N)$ .....	163
表 G.3	LCTA, DA 及 PERT 之 K-S 檢驗值 $D(N)$ .....	164
表 G.4	LCTA, DA 及 PERT 通過檢定假設 $H_0$ 之結果 .....	164
表 G.5	LCTA 及 DA 之 RMS 檢驗值 .....	165
表 H.1	MCS 估算大型專案網路完成時間之結果 .....	166
表 H.2	LCTA_MIA 估算大型專案網路完成時間之結果-1 .....	167
表 H.3	LCTA_MIA 估算大型專案網路完成時間之結果-2 .....	168
表 H.4	DA 估算大型專案網路完成時間之結果-1 .....	169
表 H.5	DA 估算大型專案網路完成時間之結果-2 .....	170
表 H.6	PERT 估算大型專案網路完成時間之結果 .....	171
表 I.1	關鍵檢驗值 $d_\alpha(N)$ .....	172
表 I.2	LCTA_MIA, DA 及 PERT 之 K-S 檢驗值 $D(N)$ .....	173
表 I.3	LCTA_MIA, DA 及 PERT 通過檢定假設 $H_0$ 之結果 .....	173
表 I.4	LCTA_MIA 及 DA 之 RMS 檢驗值 .....	174
表 M.1	圖 M.1 之隨機優勢值求解 .....	192
表 M.2	隨機優勢指標值矩陣 .....	192

## 圖目錄

圖 1.1	專案問題種類及其分析技術 .....	2
圖 1.2	研究架構之七個階段工作概述 .....	10
圖 1.3	論文架構.....	12
圖 3.1	四個節點之專案網路.....	29
圖 3.2	等機率取樣點法及等距取樣點法之執行 .....	31
圖 3.3	柴比契夫取樣點法之取樣點圖示 .....	32
圖 3.4	簡單專案網路結構.....	37
圖 3.5	未考慮到相依路徑與 MCS 結果之比較 .....	38
圖 3.6	圖 3.4 之節點樹狀結構.....	40
圖 3.7	在圖 3.1 之專案網路之擴張樹結構 .....	44
圖 3.8	一個簡單樹狀結構.....	47
圖 3.9	圖 3.7 後序追蹤順序.....	48
圖 3.10	專案網路最複雜之樹狀結構(WOREST CASE).....	56
圖 3.11	大型專案網路型態範例.....	60
圖 4.1	$X, Y$ 兩時間變數的機率分配函數.....	66
圖 4.2	MIA, PERT 及 MCS 執行圖 4.1 $Z = \max(X, Y)$ .....	66
圖 4.3	LCTA_MIA 執行圖 3.11 之結果.....	73
圖 5.1	資源投入對作業完成時間的影響 .....	83
圖 5.2	8 作業之專案網路圖例.....	83
圖 5.3	EM 初始化的程序產生的樣本點 .....	86
圖 5.4	EM 樣本點 $I$ 的總和力 $F^I$ 示意圖 .....	88
圖 5.5	EM 樣本點 $I$ 移動的示意圖 .....	89
圖 5.6	EM 樣本點執行區域搜尋示意圖 .....	89
圖 5.7	7 節點之圖例.....	91
圖 5.8	關鍵路徑叢集之示意圖.....	93
圖 5.9	專案網路路徑叢集示意圖 .....	97
圖 5.10	EM 採用 CPCA 及 CLSA 與隨機產生初始樣本點之結果比較 ..	109
圖 5.11	資源綜效值對 $\Delta r^i$ 之函數示意圖.....	116
圖 5.12	基因演算法流程圖.....	121
圖 5.13	群組染色體編碼示意圖.....	123
圖 5.14	GA 輪盤選擇機制示意圖.....	124

圖 5.15	GA 單點交配演算示意圖 .....	125
圖 5.16	GA 突變演算示意圖 .....	126
圖 C.1	圖 3.7 進行 LCTA 的執行步驟圖示 .....	151
圖 D.1	圖 3.4 進行 LCTA 的執行步驟圖示 .....	152
圖 J.1	CPCA 演算法流程圖 .....	177
圖 K.1	LCTA 演算法流程圖 .....	179
圖 L.1	SRAP 實驗之 14 個專案網路圖例 .....	188
圖 M.1	說明隨機優勢演算法之圖例 .....	191
圖 M.2	計算 ACI 值之圖例 .....	193