

## 摘要

本文主要探究金控架構下銀行下，隨時間變動效率值和不隨時間變動效率值的關係。使用隨機邊界模型來分析，可以解釋在實證資料中人為無法控制的無效率部分，可以推估出技術和配置的效率，銀行可以透過時間來改善他們的效率，這個部份的效率是隨時間變動的效率。還有不隨時間變動的效率值表示銀行的本質，例如企業文化、管理模式...等等，這些效率不能再改變。在過去的文獻在長期不隨時間變動效率的部分沒有探討，所以除了推估隨時間變動的效率值，也會再去推估不隨時間變動的效率值，進一步分析兩種效率值的關係，另外輔助使用 Hausman test 檢定效率的內生性。

本文是研究金融控股公司下銀行下隨時間變動和不隨時間變動的兩種效率，使用十三家銀行和三十六個季資料的追蹤資料作為研究，首先架構超越對數成本函數，再利用隨機邊界模型和追蹤資料模型推估效率值，輔助使用最大概似法和最小平方方法推估兩種效率。實證結果顯示隨時間變動效率值中中華開發金銀行、復華銀行、交通銀行、日盛銀行為高效率的銀行，而台北富邦銀行、中國國際商業銀行、國泰世華銀行、中國信託銀行為低效率的銀行，其他則為中效率銀行。不隨時間變動的效率值中看交通銀行、復華銀行、玉山銀行、華南銀行為高效率的銀行，而中國國際商業銀行、台北富邦銀行、國泰世華銀行、中國信託銀行為低效率的銀行。綜合兩種模型，整體銀行來看都沒有效率值達 1 的，代表金控體系底下的銀行都存在不隨時間變動的無效率的情況。Hausman test 結果落在接受域，所以代表模型的解釋變數和個別效果沒有相關性，代表金控體系銀行的效率值不具有內生性，不能夠透過人為的因素改善長期的效率。所以本模型使用隨機效果模型推估的時候具有一致性。 $h$  值我顯著異於零，代表推估的無效率值會受到時間的影響，會隨時間改變，而估計的  $h$  值為負，表示變動的趨勢是逐漸收斂到基礎無效率值，隨著時間減少到基礎無效率水準，換句話說，在金控業底下的銀行，他們的效率可以隨著時間慢慢的改善，這是好的現象，所以透過金控公司的管理，經營的成本可以逐漸的下降。

關鍵詞：效率、隨時間變動(time variant)、不隨時間變動(time invariant)、隨機邊界模型、Hausman test(Hausman 檢定)

## 目錄

第一章 緒論.....	5
第一節 研究動機和目的.....	5
第二節 研究方法.....	6
第三節 論文架構.....	7
第二章 文獻回顧.....	8
第一節 效率的文獻.....	10
第二節 隨機邊界模型理論基礎.....	11
一、不隨時間變動模型.....	12
二、隨時間變動模型.....	14
第三節 追蹤資料模型理論基礎.....	16
一、固定效果模型.....	16
二、隨機效果模型.....	18
三、固定效果模型和隨機效果模型的比較.....	21
四、Hausman test.....	21
第三章 模型設定.....	23
第一節 函數選定.....	23
第二節 實證模型.....	25
一、隨機邊界模型設定.....	25
二、追蹤資料模型設定.....	26
三、Hausman test.....	28
第三節 資料來源與說明.....	31
第四章 實證結果.....	36
第一節 隨機邊界模型結果.....	36
第二節 隨機效果模型結果.....	39
第三節 Hausman test 實證結果.....	43
第四節 合併前後效率.....	45
第五節 綜合分析結果.....	46
第五章 結論與建議.....	47
第一節 結論.....	47
第二節 建議和研究限制.....	48
參考文獻.....	49
附錄	

## 表目錄

表一、台灣金融控公司成立時間表.....	33
表二、隨機邊界模型估計結果.....	36
表三、隨時間變動平均效率值.....	38
表四 隨機效果模型估計結果.....	39
表五 個別銀行不隨時間變動效率值.....	40
表六 各銀行不隨時間變動效率排名.....	41
表七 固定效果係數,隨機效果係數,兩係數差.....	43
表八 合併前後不隨時間變動的效率值.....	45
表九 不隨時間變動與隨時間變動效率值排名.....	46

## 圖目錄

圖一、隨時間變動效率值.....	38
圖二、各銀行不隨時間變動效率值.....	41

## 第一章、緒論

### 第一節 研究動機和目的

本文以 Aigner, Lovell and Schmidt(1977)所提出的隨機邊界分析法來分析，主要的貢獻是考慮了隨機干擾項的部份，可以解釋實證資料裡面人為無法掌握的部份，而可以掌握的部份，是用無效率的部份處理。如果只使用橫斷面資料來分析，不能包含所有的資料資訊，因為效率本身會有隨時間改變的可能，所以使用 Schmidt and Sickel(1984)提出的可以採取追蹤資料模型進行分析，可以包含最充分的情報資訊。

在推估效率時，可以推估出隨時間變動的技術和配置的效率，本文還進一步推估長期不隨時間變動的效率值，由於這部份不隨時間變動的效率值，可以觀察銀行本身的績效，並且在使用 Hausman test 檢定不隨時間變動的效率值是否可以透過人為因素調整。

一般來說，當觀察到無效率情況，會改善技術水準和生產要素配置，但是本質的績效是無法輕易的改變，這些本質上的差異可能是個別銀行的企業文化、管理風格等因素，所以是否可以透過人為因素調整這是過去文獻沒有討論的部份。

經歷全球在經濟上的自由化國際化的影響，政府的政策鬆綁，所以許多行業有競爭者不斷的加入，在銀行業裡，要面臨的競爭者變多，因為有越來越多的金融機構和分行數量越來越多，所以既有的銀行的市佔率不斷下降獲利率也降低。逐漸的放寬金融管制的政策，大型的金融機構紛紛採取購併的方式進行整合，所以我國在 2001 年通過金融控股法，在 2001 年 11 月生效，之後金融業者都設法轉型為金融控股公司，除了會給予金融機構合併後租稅的獎勵和法律適用期間的延長外，政府也強制接收和合併不良基層金融機構的權利。

成立金融控股公司，著重在跨業的經營，金融控股公司包含銀行、保險、房地產等金融業務，擴大經營的規模，在金融控股公司集團下不同機構的資源加以運用，可以擴大金融版圖，發揮範疇經濟的效果。金融控股公司主要又是以銀行業為主，本文主要是想探討隸屬於金融控股集團的銀行經營上是否真的比較有效率，和還沒有加入金融控股集團前效率是否真的有改善。

本文推估隨時間變動和不隨時間變動的效率值，建構兩階段模型，首先使用隨機邊界分析方法估計隨時間變動的部份，進一步估計不隨時間變動的部份，將兩種的效率值比較分析，再使用 Hausman test 檢定長期效率值是否具有內生性。

本文主要研究對象是金融控股公司底下銀行業的經營效率，希望了解在加入金控體系後銀行業效率和本身的效率是否可以受到人為因素的影響，並且利用兩階段的模型估計出隨時間變動和不隨時間變動的效率值，觀察兩者之間的關係。

## 第二節 研究方法

本文使用成本面進行分析，建構超越對數函數，接下來收集金融控股公司銀行業的追蹤資料，第一階段使用隨機邊界模型估計隨時間變動的效率值，再把隨時間變動的效率值當作一個新的解釋變數加入第二階段的隨機效果模型，並且推估不隨時間動的長期效率值，再使用 Hausman test 檢定是否具有內生性，從兩模型估計的結果和效率值在分析計量意義，和兩種效率之間的關係。

### 第三節 論文架構

本文分成五章，第一章為緒論，包含動機和目的以及研究方法；第二章為文獻回顧和理論基礎，參考國內外相關的文獻，詳述兩模型的理論架構；第三章為模型的設定，選定成本函數，建立兩個實證模型，並且說明資料來源和變數的定義；第四章為實證結果，顯示兩種模型得到的結果，並且解釋經濟的涵義，以 Hausman test 檢定效率的內生性，比較兩種效率的相關性；第五章為結論。

## 第二章、文獻回顧

在討論廠商效率前，先確定廠商的投入和產出，在過去的研究中對於投入和產出的定義不是一致的，學者 Mackara(1975)提出銀行的產出和一般產出的不同：1.銀行的產出和投入難以劃分，2.銀行是多產品產出的廠商 3.銀行的生產不是實體的產出例如：民眾向銀行借貸，這種服務也是銀行的產出因為有這三種的差異所以一般的學者有以下的方法來定義研究，分述如下：

### 一、生產法(production approach)

生產法認為銀行是使用資本和勞動生產出不同種類的放款和存款帳戶的廠商。產出項是以交易數量及交易帳戶當作單位，總成本是以提供的服務性產出所投入的營業成本當作投入項。這種方法的優點在於是流量的觀念，是利用交易帳戶數目衡量產出，不會牽涉到價格的問題，所以不會受到通貨膨脹的影響而造成金額的偏差，但是銀行的不同帳戶所產生的服務和費用並不相同，而且銀行各種存款的帳戶數在資料上的取得比較困難，所以一般而言生產法的觀念比較少採用。

### 二、仲介法(intermediation approach)

仲介法是將銀行視為一個金融服務仲介機構，主要是幫助資金的流通，不是生產存放款的廠商。所以仲介法將放款和投資當作產出，將資金、資本、設備視為投入項目，以價格的方式來衡量投入項。但是存款項的爭議較大，有些學者認為是投入項，有些認為是產出。此法的優點是實證資料較容易從銀行的財務報表取得但缺點是容易受到通貨膨脹的影響。

### 三、資產法(Asset approach)

資產法是將銀行視為將資產負債表中的負債透過仲介的方式轉成資產，而支付利息給存款者的機構，目的是獲取資金再貸款給客戶以增加產出。所以資產法是以銀行資產負債表中借方資產，如放款和投資具有產出的特性，貸方的負債如存款及借入款等，具有要素投入的特性。所以在資產法下，是以資產負債表上科目的特性來區分銀行投入和產出。

### 四、使用者成本法( User cost approach)

使用者成本法是任一種金融產品對銀行的收益是否有淨貢獻來判定他的屬性。如果資產的財務報酬大於機會成本或是負債的財務成本小於機會成本就會視為銀行的產出項；相反就視為投入項。使用者成本在區分金融產品為投入或產出時較客觀，但是這種方法需要的報酬率和機會成本資料比較難估計，而且在界定投入和產出的程序很繁複，所以用到此法的情況很少。

### 五、附加價值法(Valued-added approach)

附加價值法是以某一資產和負債所具有的附加價值多寡來決定投入和產出變數。當某一種資產或是負債產生高的附加價值時就視為產出；反之，則視為投入這種方法不是以絕對的方式區分投入與產出主要的存款和放款視為產出例如活存、定存與抵押款等，因為這些有較高的附加價值；而勞動、資本視為投入，因為這些的附加

價值較低。

不管是生產法或是仲介法，都要考慮到銀行業多元的產出(multiproducts)的特性。仲介法是目前最普遍的觀念，Alhadeff(1954)、Gramley(1962)都採用仲介法的觀念。但是資產負債表的存量，和損益表的流量放在一起討論，可能會有偏誤，但目前還是以仲介法為主要的研究方法。另外在實証研究時，若將銀行業所有的產出項目和投入項目都納入實證模型的話，可能會因為估計參數過多而導致效率不高，特別是樣本數不是很大的時候。

## 第一節 效率的文獻

關於效率的研究，最早是由 Farrell(1957)提出一套嚴謹的測量生產效率(productive efficiency)的方法，我們對於效率的認知有較為明白。Farrell 利用實際的觀察投入、產出和等產量邊界的關係來求得技術效率，並且由投入要素價格的關係測量出配置效率。Leibenstein(1966)進一步定義如果投入要素沒有被有效利用時，會造成實際的產出量和潛在的產出量的差額就是技術的無效率(technical inefficiency)。在這裡的技術無效率是指生產理論裡面最適的生產量和實際生產的差距，所以生產行為會用產量的極大化的邊界或是用成本極小化的邊界來衡量，經濟學者會常以偏離此邊界的程度作為無效率的指標。

Farrell(1957)將總效率(total efficiency)區分為技術效率和配置效率。技術效率是指是否有效地利用生產要素，以既有的技術可以生產出最大產量，或是既有的產出水準下是否投入量最少；配置效率是指在既定的要素成本價格比率下，使用最適的要素投入比例來生產，而投入的要素成本是最低的，總效率是技術效率和配置效率的乘積。

Forsund (1980)將生產邊界實証研究模型歸納為確定性參數邊界模型、確定性非參數邊界模型、確定性統計邊界模型、和隨機性邊界模型，前三種模型統稱為確定性邊界模型。Aigner、Lovell&Schmidt(1997)就確定性邊界模型提出了疑問，他們認為廠商在生產的過程中，會遇到非人為可以控制的隨機因素，例如：颱風、地震、機器運作不良或是外在的因素造成投入要素的供給的不確定等等非技術性隨機干擾項。由於隨機干擾的因素不同，每一家廠商的生產邊界也就不同。生產邊界具有隨機性，衡量產出差異的誤差向不會只包含一項技術誤差，而是有兩項。也就是把迴歸式的殘差項加以考慮，用組合誤差的形式來討論。其中一項是廠商無法控制的部分稱為對稱性常態干擾項  $v_i$ (symmetric random disturbance)， $v_i$  是成本函數的隨機誤差項，呈現常態分配；另一項衡量人為可以控制的技術無效率項  $u_i$ ，技術無效率分配假設為單邊性的半常態分配(truncated normal distribution)或是迦瑪分配(gamma distribution)。 $v_i$ 和  $u_i$ 兩項干擾項相關係數為零，而誤差項就變成  $e=v_i+u_i$ ，換句話說由隨機邊界成本模型所估算的產業或是廠商的成本無效率就包含了技術無效率與配置無效率。雖然 Aigner、Lovell&Schmidt 所提出的隨機邊界的估計方法被廣泛的採用，但是只使用了單一各年度的橫斷面資料會有缺點，必須對誤差項做分配的假設。Battese 和 Coelli(1988、1992、1993、1995)使用混合資料在邊界生產函數模型中，就是使用橫斷面和時間序列混合資料(panel data)的處理方法去估算廠商在不同年度的生產無效率指標。

由於隨機邊界模型(Stochastic Frontier)包含隨機干擾項，使用這個方法來估計的效率指標較沒有偏誤，所以此模型常被用在很多地方，例如：家電、醫療。目前我國將隨機邊界模型大部分都應用在製造業進行技術的效率評估。相對於財金領域的文獻有：黃台心(民 86)以及林灼榮、徐啟升、吳義雄(民 93)運用隨機邊界模型探討銀

行在經營上的成本效率。

## 第二節 隨機邊界模型理論基礎

Aigner, Lovell and Schmidt(1977)對確定性邊界模型提出疑問，他認為廠商在生產過程中所遇到的隨機干擾因素必定有一些是屬於「非技術性」的，這些非技術性的因素是廠商無法控制的，但是隨機干擾項的因素在生產的過程中產生影響，所以我們在推估效率的時候不能忽略隨機干擾項的存在，所以隨機邊界模型的發展是要去解決的這個問題。

隨機邊界模型的誤差項包含了兩個元素，包含了無效率項和隨機干擾項，無效率項是服從半常態分配，隨機干擾項是服從對稱的常態分配。所以我們在推估效率的時候，隨機邊界的模型可以解決真實情形和實證的差異過大的問題，這是和過去使用模型不同的地方就是多增加的隨機干擾項的設定，可以更接近真實的情形，所以本文採用此模型進行分析。模型首先假設一個不存在無效率的最適生產函數：

$$q_{it} = f(z_{it}, \mathbf{b}) \quad ; \quad i = 1, \dots, N \quad (2-1)$$

$$t = 1, \dots, T$$

我們是使用追蹤資料所以(2-1)式中每一個變數都有兩個下標，而下標  $i$  代表廠商， $t$  代表時間。 $q_{it}$  是第  $i$  家廠商在  $t$  期的產出水準，在一定的要素  $z_{it}$  投入下可以得到的最大產出。 $\mathbf{b}$  是一個要推估的未知參數， $f$  是設定的生產函數。

現實生活中廠商的生產行為的確存在許多不確定的因素，例如：員工的素質、資源分配...等，這些都是會影響產量的不確定性，所以我們在觀察廠商生產效率的時候必須考量生產無效率的情形，如何讓廠商在最小成本下能夠生產最大的產出。因此要使廠商的產出水準小於或等於潛在最大產出。

$$q_{it} = f(z_{it}, \mathbf{b}) k_{it} \quad (2-2)$$

在(2-2)中我們增加新的變數  $k_{it}$ ，這個變數是代表對產量的影響程度，介於零到一之間。當  $k_{it}=1$  時，表示實際產出水準達到最大的產出水準，此時在生產過程沒有存在無效率；當  $0 < k_{it} < 1$  時，表示在一定要素  $z_{it}$  的投入下產能沒有充分的使用，因此產量並未達到最大，此時的生產過程存在無效率。

廠商在生產過程中除了無效率因素影響外，也會受到外生的因素影響，這是廠商無法預料到的因素，因此我們增加隨機干擾項  $\mathbf{n}_{it}$ 。

$$q_{it} = f(z_{it}, \mathbf{b}) k_{it} \exp(\mathbf{n}_{it}) \quad (2-3)$$

新的生產函數中我們假設隨機干擾項  $\mathbf{n}_{it} \sim iidN(0, \mathbf{S}_n^2)$ ，這個生產函數具有隨機性質，這樣的生產函數的設計較接近真實的情形。對(2-3)式取自然對數

$$\ln(q_{it}) = \ln\{f(z_{it}, \mathbf{b})\} + \ln(k_{it}) + \mathbf{n}_{it} \quad (2-4)$$

生產過程中假定有  $k$  個投入要素，並令  $u_{it} = -\ln(k_{it})$ ，設定為無效率項， $k_{it}$  的值介於零與一之間。

$$\ln(q_{it}) = a + \sum_{j=1}^m b_j \ln(z_{jit}) + n_{it} - m_{it}$$

(2-5)

(2-5)式中的  $m_{it}$  就是無效率項，服從單邊的常態分配，由於  $k_{it}$  的值介於零與一之間，所以  $m_{it}$  值恆大於等於零。所以當  $m_{it}$  的值越大， $\ln(q_{it})$  的值會變小，這代表當無效率值增加，產出的衰退情況會越嚴重。

生產函數在實證上的運用上有許多的缺失，所以 Schindt and Lovell(1977)根據對偶理論可以把生產函數轉換成成本函數的形式。

$$\ln(c_{it}) = a + b_q \ln(q_{it}) + \sum_{j=1}^m b_j \ln(p_{jit}) + n_{it} + m_{it} \quad (2-6)$$

(2-6)式中  $c_{it}$  是代表成本， $q_{it}$  表示產量， $p_{jit}$  表示要素價格。在此隨著無效率值  $m_{it}$  的增加， $\ln(c_{it})$  也隨著增加，所以無效率值的增加會造成總成本支出的增加。寫成一般化的形式：

$$y_{it} = a + \sum_{j=1}^m b_j x_{jit} + n_{it} - s m_{it} \quad (2-7)$$

(2-7)式中如果令  $s=1$ ， $y_{it} = \ln(q_{it})$ ， $x_{jit} = \ln(z_{jit})$ ，表示的是生產函數；如果令  $s=-1$ ， $y_{it} = \ln(c_{it})$ ， $x_{jit} = \ln(p_{jit})$  或是  $\ln(q_{it})$ ，表示的是成本函數。

在隨機邊界模型中同時存在兩個誤差項  $n_{it}$  與  $m_{it}$ ，純粹的隨機干擾項

$n_{it} \sim IIDN(0, \sigma_v^2)$ ， $m_{it}$  是無效率項，這樣的設定較接近真實的情形。隨機邊界模型有區分不隨時間變動和隨時間變動的模型，以下有分別進行討論。

## 一、不隨時間變動的模型

要討論廠商的效率時可以從成本面或生產面討論，生產函數在轉換過程中會有許多的限制和缺失，也會遺漏要素的投入沒有考慮進去，而且估計效率的時候只限定一個產出模型，比較不符合實際的情況，例如銀行的產出就不只一種。成本函數不但有考慮了投入要素的數量，也把要素價格考慮進去，不但可以對投入要素的差異性可以區別，也可以處理多種產出的情形。所以採用成本函數來當作效率估計的模型，我們令  $s=-1$  可得到下面的式子：

$$\ln c_{it} = a + \sum_{j=1}^m b_j x_{jit} + n_{it} + m_{it} \quad (2-8)$$

$n_{it}$  是隨機干擾項， $m_{it}$  是無效率項。不隨時間變動的模型是代表無效率項是不隨時間變動，所以我們可以把無效率項當做一個常數項，去除掉時間因素之後， $m_{it}$  就沒有下標  $t$ ， $m_{it}$  可以簡化成  $m_i$ ，表示每一家銀行在所有期間之內只有一個固定長期的無效率因子，不會隨著時間有所變動(time-invariant)，但是每一家銀行彼此的無效率因子不會是相同的，並且假定技術不會改變。 $m_i \sim NID^+(m, S_m^2)$  是服從不隨時間變動的截斷型常態分配 (time-invariant truncated-normal)，該分配是恆大於或是等於零。本模型相似於橫斷面資料的模型，但是本模型有存在時間因素。

$$\ln c_{it} = \mathbf{a} + \sum_{j=1}^m \mathbf{b}_j x_{jit} + n_{it} + m_i \quad (2-9)$$

模型的基本假設有， $n_{it} \sim iid(0, S_n^2)$ ， $m_i$  是恆大於等於零的常數項，因為這是常數項所以我們不對他做任何分配的假設，我們假設  $n_{it}$  和  $m_i$  互為獨立，共變異數為零。

$$\ln c_{it} = [\mathbf{a} - E(m_i)] + \sum_{j=1}^m \mathbf{b}_j x_{jit} + n_{it} + [m_i - E(m_i)] \quad (2-10)$$

$$\ln c_{it} = \mathbf{a}^* + \sum_{j=1}^m x_{jit} \mathbf{b}_j + n_{it} + m_i^* \quad (2-11)$$

在此無效率項  $m_i$  具有隨機的性質，利用兩階段式一般最小平方法(GLS)作為估計的方法，首先利用最小平方法(OLS)做第一階段的估計，可以估計所有的參數，而在此  $\mathbf{a}^*$  不會隨  $j$  變動，所以  $E[\mathbf{a}^*]$  是一個正的常數項。我們可以從殘差的平均值求得  $\hat{m}_i^*$ ：

$$\hat{m}_i^* = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_{it} - \hat{\mathbf{a}}^* - \sum_{j=1}^m \hat{\mathbf{b}}_j x_{jit}) \quad (2-12)$$

因為先假設無效率項是服從非負的半常態分配，把無效率項平減，所以其值恆大於等於零。

$$\hat{m}_i^* = \max\{\hat{m}_i^*\} - \hat{m}_i^* \quad (2-13)$$

最佳線性不偏估計值：

$$\tilde{m}_i^* = -\left[\frac{\hat{S}_m^2}{T\hat{S}_m^2 + \hat{S}_v^2}\right] \cdot \sum_{t=1}^T [\ln y_{it} - \hat{\mathbf{a}}^* - \sum_{j=1}^m \hat{\mathbf{b}}_j \ln x_{jit}] \quad (2-14)$$

所以可以得到更好的效率估計式：

$$\hat{m}_i = \max\{\tilde{m}_i^*\} - \tilde{m}_i^* \quad (2-15)$$

$\tilde{m}_i^*$  界於零到正無窮大，值越小代表廠商生產越有效率，當  $\hat{m}_i = 0$  時，代表廠商生產的無效率已經達到最小了。

## 二、隨時間變動模型

第一階段裡面的 pannel data 的模型，可以估計出隨時間變動的效率值。如果每一家銀行的無效率值  $m_{it}$  會隨著時間變動(time-variant)，就可以適用本模型進行分析。

$$\ln c_{it} = \mathbf{a} + \sum_{j=1}^m x_{jit} \mathbf{b} + \mathbf{m}_i^* \mathbf{b}_{k+1} + \mathbf{n}_{it} + \mathbf{m}_{it} \quad (2-16)$$

參數  $\mathbf{b}_{k+1}$  代表不隨時間變動的效率值  $\mathbf{m}_i^*$  對  $y_{it}$  的淨解釋能力，在隨時間變動的模型中，無效率項可以隨時間變動(time-variant)。先對誤差項  $\mathbf{n}_{it}$  和  $\mathbf{m}_{it}$  兩個誤差項做假設， $\mathbf{n}_{it}$  和  $\mathbf{m}_{it}$  彼此互相無關，如此假設可以使估計式滿足不偏性。

在隨時間變動的模型中， $\mathbf{m}_i$  和  $\mathbf{m}_{it}$  的關係如下：

$$\mathbf{m}_{it} = \exp\{-sh(t-T_i)\} \mathbf{m}_i \quad (2-17)$$

其中  $T_i$  第  $i$  家銀行最後一期的時間，所以當  $t=T_i$  時，由(2-17)式可以知道基礎的無效率水準  $\mathbf{m}_{T_i} = \mathbf{m}_i$ ，而  $\mathbf{m}_i \sim iid N^+(\mathbf{m}, \mathbf{S}_m^2)$  是服從非負的半常態分配， $h$  是要估計的參數，是代表  $\mathbf{m}_{it}$  的收斂速度。

我們分別就以下三種情形來討論生產函數和成本函數的影響，本文以  $h > 0$ 、 $h < 0$ 、 $h = 0$  這三種情況來探討，以下表表示其結果。

	生產函數	成本函數
$h > 0$	無效率值 $\mathbf{m}_{it}$ 隨著時間減少直到基礎的無效率水準	無效率值 $\mathbf{m}_{it}$ 隨著時間增加直到基礎的無效率水準
$h < 0$	無效率值 $\mathbf{m}_{it}$ 隨著時間增加直到基礎的無效率水準	無效率值 $\mathbf{m}_{it}$ 隨著時間減少直到基礎的無效率水準
$h = 0$	$\mathbf{m}_{it} = \mathbf{m}_i$ 無效率項不受到時間變動影響	$\mathbf{m}_{it} = \mathbf{m}_i$ 無效率項不受到時間變動影響

我們可以利用最大概似法求得估計式，概似函數如下：

$$\begin{aligned} \ln L = & -\frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N T_i \right) \{ \ln(2\mathbf{p}) + (\ln \mathbf{S}^2) \} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (T_i - 1) \ln(1-g) \\ & - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \ln \left\{ 1 + \left( \sum_{t=1}^{T_i} h_t^2 - 1 \right) g \right\} - N \ln \{ 1 - \Phi(-\tilde{z}) \} - \frac{1}{2} N \tilde{z}^2 \\ & + \sum_{i=1}^N \ln \{ 1 - \Phi(-z_i^*) \} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N z_i^{*2} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^{T_i} \frac{\mathbf{e}_{it}^2}{(1-g)\mathbf{S}^2} \end{aligned}$$

式中的  $z_i^* = \frac{\mathbf{m}(1-g) - s\mathbf{g}\sum_{t=1}^{T_i}\mathbf{h}_{it}\mathbf{e}_{it}}{\left[\mathbf{g}(1-g)\mathbf{s}^2\left\{1 + \left(\sum_{t=1}^{T_i}\mathbf{h}_{it}^2 - 1\right)\mathbf{g}\right\}\right]^{\frac{1}{2}}}$

其中  $\mathbf{s}^2 = (\mathbf{s}_m^2 + \mathbf{s}_v^2)^{1/2}$  ,  $\mathbf{g} = \mathbf{s}_m^2 / \mathbf{s}_v^2$  ,  $\mathbf{e}_{it} = y_{it} - x_{it}\mathbf{b}$  ,  $\bar{z} = \frac{\mathbf{m}}{(\mathbf{g}\mathbf{s}_s^2)^{1/2}}$  ,  $\Phi(\cdot)$  是代表標準常態累積機率分配函數。

準常態累積機率分配函數。

我們可以利用最大概似法求出下列參數  $\mathbf{h}$ 、 $\mathbf{m}$ 、 $\mathbf{s}_m^2$ 、 $\mathbf{s}_v^2$  的估計式，並可以求出  $\mathbf{m}_{it}$  的條件是和截斷特性。

$$\tilde{\mathbf{m}}_i = \frac{\mathbf{m}\mathbf{s}_v^2 - s\sum_{t=1}^{T_i}\mathbf{h}_{it}\tilde{\mathbf{e}}_{it}\mathbf{s}_m^2}{\mathbf{s}_v^2 + \sum_{t=1}^{T_i}\mathbf{h}_{it}^2\mathbf{s}_m^2}$$

$$\tilde{\mathbf{s}}_i^2 = \frac{\mathbf{s}_m^2\mathbf{s}_v^2}{\mathbf{s}_v^2 + \sum_{t=1}^{T_i}\mathbf{h}_{it}^2\mathbf{s}_m^2}$$

$$\mathbf{m}_{it} | \mathbf{e}_{it} = \tilde{\mathbf{m}}_i + \tilde{\mathbf{s}}_i \left\{ \mathbf{f}\left(-\frac{\tilde{\mathbf{m}}_i}{\tilde{\mathbf{s}}_i} / 1 - \Phi\left(-\frac{\tilde{\mathbf{m}}_i}{\tilde{\mathbf{s}}_i}\right)\right\}$$

$$\mathbf{m}_{it} | \mathbf{e}_{it} = \begin{cases} -\tilde{\mathbf{m}}_i & , \tilde{\mathbf{m}}_i \geq 0 \\ 0 & , otherwise \end{cases}$$

效率值  $CE_i$  可以由下面式子求出：

$$\exp(-s\mathbf{m}_i | \mathbf{e}_{it}) = [1 - \Phi\{s\mathbf{h}_{it}\tilde{\mathbf{s}}_i - (\tilde{\mathbf{m}}_i / \tilde{\mathbf{s}}_i)\} / 1 - \Phi(\tilde{\mathbf{m}}_i / \tilde{\mathbf{s}}_i)] \exp\left(-s\mathbf{h}_{it}\tilde{\mathbf{m}}_i + \frac{1}{2}\mathbf{h}_{it}^2\tilde{\mathbf{s}}_i^2\right)$$

從上式可以知道，如果我們使用生產函數的模型，令  $s=1$ ， $CE_i$  值介於零與一之間，當其值越接近一越有效率，相反等於零效率值是最小。如果使用成本函數，令  $s=-1$ ，其值越大表示成本的使用越有效率。

### 第三節 追蹤資料模型理論基礎

第一階段我們使用隨機邊界模型可以推估隨時間變動的效率值 CE，再將每一家銀行每一期的效率值 CE 代到第二階段的追蹤資料中，把 CE 當作新的解釋變數。

自從 Schmidt and Sickless(1984)提出 panel data 的模型，近來很多研究者大多使用這個方法來彌補橫斷面資料的缺失，可以幫助我們在探討不同時點的廠商他們的效率可以合理化，也可以運用 panel data 模型裡面不隨時間變動的個別效果，可以知道個別廠商在長期間不隨時間變動的效率值。

模型的假設如下：

$$y_{it} = \mathbf{a} + X_{it}'\mathbf{b} + e_{it} \quad \begin{matrix} i=1,\dots,N \\ t=1,\dots,T \end{matrix} \quad (2-18)$$

為截距項，是一個純量(scalar)， $\mathbf{b}$  是解釋變數的係數，維度為(K × 1)的行向量， $X_{it}$  為第 i 家公司在 t 個時間點的觀察值， $e_{it}$  是維度(N × T)的複合的誤差項。複合誤差項即為  $y_{it}$  去除了解釋變數  $X_{it}$  後剩下無法解釋的部份。我們可以把複合誤差項  $e_{it}$  分解成兩個部份：

$$e_{it} = \mu_i + v_{it} \quad (2-19)$$

(2-19)式中  $\mu_i$  是代表個別效果(individual effect)，其值不會受到時間影響，所以只有下標 i， $v_{it}$  表示純粹的隨機干擾項，並且是獨立可以認定的分配，平均數為零，變異數為  $\sigma_v^2$ ， $v_{it} \sim iid(0, \sigma_v^2)$ 。

個別效果的  $\mu_i$  雖然不會隨著時間變動，但是在同個廠商的資料裡面，不同的時間點時會產生自我相關的問題，所以如果採用最小平方估計會產生偏誤且不具有有效性，所以需要把估計的方法做一些處理步驟，我們必須對  $\mu_i$  不同的性質區分為固定效果和隨機效果，針對不同的效果做不同的調整，以下分別討論。

#### 一、 固定效果模型

在固定效果模型下，每一家廠商的個別效果  $\mu_i$  假設為一個固定值，所以  $\mu_i$  不存在任何變異， $v_{it}$  為純噪音(white noise)，必須做假設是  $X_{it}$  和  $v_{it}$  彼此無相關的條件，這樣得到的估計是具有不偏性的。

而要解決同一個廠商在不同時點會產生的自我相關的問題，可以利用最小平方虛擬變數法(Least Square Dummy Variable, LSDV)縮小變數之間共變異的程度，首先介紹推導模型會用到的向量和矩陣與特性。

$$I_N = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{N \times N} \quad ; \text{維度是 } N \times N \text{ 的單位矩陣}$$

$$L_T' = [1 \quad \cdots \quad 1] \quad ; \text{都為一的列向量}$$

$$L_T L_T' = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{T \times T} = J_T \quad ; L_T L_T' = T$$

$$\bar{J}_T = \begin{bmatrix} 1/T & \cdots & 1/T \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1/T & \cdots & 1/T \end{bmatrix}_{T \times T} \quad ; \bar{J}_T \bar{J}_T = \bar{J}_T \text{ 自乘不變}$$

$$E_T = I_N - \bar{J}_T \quad ; E_T E_T = E_T \quad ; \text{自乘不變}$$

$$Z_m = I_N \otimes L_T \quad ; Z_m' Z_m = T I_N \quad ; Z_m' Z_m = I_N \otimes J_T$$

$$P = Z_m (Z_m' Z_m)^{-1} Z_m' = I_N \otimes \bar{J}_T \quad ; PP = P, \text{ 自乘不變}$$

$$Q = I_{NT} - P = I_N \otimes E_T \quad ; QQ = Q, \text{ 自乘不變}$$

接下來進行模型的推導，使用虛擬矩陣  $Z_m$  轉換原迴歸式。

$$e = \mathbf{m} + v = z_m + v$$

$$y = \mathbf{a} L_{NT} + X \mathbf{b} + e$$

$$= Z_m \mathbf{d} + Z_m \mathbf{m} + v$$

其中  $y$  是維度  $NT \times 1$ ， $x$  是維度  $NT \times k$ 。

複合誤差的  $e_{it}$  中有包含個別效果因子  $m_i$ ，因此會產生自我相關的誤差，所以利用變數  $P$  和  $Q$  將個別效果去除掉，可以得到正確無誤的估計式。

其中  $P = Z_m (Z_m' Z_m)^{-1} Z_m' = I_N \otimes \bar{J}_T$ ， $\text{rank}(P) = N$ ，所以  $P$  是代表總觀察期間長度( $T$ )的平均效果， $P$  是  $Z_m$  的投射(projection)，在計量上的涵義是  $Z_m$  所可以解釋到的部份(projection)； $Q = I_{NT} - P = I_N \otimes \bar{J}_T$ ， $\text{rank}(Q) = N(T-1)$ ， $Q$  是去除了時間效果，在計量上是表示  $Z_m$  所不能解釋到的部份。

$$Py: \bar{y}_i = \mathbf{a} + \mathbf{b} \bar{x}_i + \mathbf{m}_i + v_i$$

$$Qy: y_{it} - \bar{y}_i = \mathbf{b}(x_{it} - \bar{x}_i) + (v_{it} - \bar{v}_i)$$

$$\Rightarrow \bar{y}_i = \mathbf{a} + \mathbf{b} \bar{x}_i + \bar{v}_i$$

P 與 Q 具備的三種特性:(1)是對稱矩陣(symmetric), 且自乘不變(idempotent)。 (2)P 與 Q 互為直交的關係(orthogonal), 表示  $P \times Q = 0$ 。 (3)P 與 Q 為單位矩陣, 所以  $P+Q=I^1$ 。 為了消除複合誤差項自我相關的個別效果, 我們把迴歸式同乘上 Q 可以排除  $\mu_i$  所產生的序列相關, 所以可以把複合誤差項的個別效果去除, 就可以使用普通最小平方方法推估, 這種方法就是最小平方虛擬變數法(Least Squares Dummy Variable, LSDV)。

$$Qy = QXb + QV$$

$$\tilde{b} = (X'QX)^{-1}X'Qy$$

$$\text{var}(\tilde{b}) = s_v^2 (X'QX)^{-1}$$

經過最小平方虛擬變數法處理後, 我們可以獲得最佳不偏估計式(BLUE), 但是使用這個方法還是有一些缺點。 我們必須先假設個別效果是固定的常數, 沒有具有統計性質, 所以經過最小平方虛擬變數法的處理之後, 同乘上 Q 的迴歸式會遺漏掉 P 的自由度(N), 所以每當增加廠商的數量, 所要增加的虛擬變數也變多, 會不斷的減少自由度, 虛擬變數之間也會有共線性的問題。

## 二、隨機效果模型

在固定效果模型下, 如果模型使用過多的參數會造成過多的自由度遺失, 為了避免這種缺失, 我們將假設  $m_i$  具有隨機性質。

在隨機效果模型之下,  $m_i$  不是一個固定的常數, 具有隨機性。 所以事先假設  $v_{it} \sim iid(0, s_v^2)$ ,  $m_i \sim iid(0, s_m^2)$ ,  $m_i$  和  $n_{it}$  彼此獨立,  $X_{it}$  與誤差項彼此無關,  $s_m$  和  $s_v$  都符合變異數齊一性(homoskedastic variance)。  $m_i$  有隨機的性質, 所以把複合誤差項寫成  $m_{it} = m_i + v_{it}$ 。 我們可以得到複合誤差項與共變異數矩陣(variance-covariance matrix)。

$$\begin{aligned} \text{Var}(e_{it}) &= s_m^2 + s_v^2, \forall i = t \\ \text{cov}(m_{it}, m_{jt}) &= s_m^2 + s_v^2, \forall i = j, t = s \\ &= s_m^2, \forall i = j, t \neq s \\ &= 0, \forall i \neq j, t \neq s \end{aligned}$$

在隨機效果模型下, 複合誤差項的個別效果仍然具有自我相關的問題, 為了解決這個問題, 我們可以裡用一般化最小平方方法(Generalized Least Square, GLS)估計, 首先推導出複合誤差項的共變異數( )。

$$\begin{aligned}
\Omega &= E\{(e - E(e))(e - E(e))'\} \\
&= Z_m\{E(\mathbf{m}\mathbf{m}') - E(\mathbf{m})E(\mathbf{m}')\}Z_m' + E(\mathbf{m}\mathbf{m}') \\
&= (T\mathbf{s}_m^2 + \mathbf{s}_v^2)(I_N \otimes \bar{J}_T) + \mathbf{s}_v^2(I_N \otimes E_T) \\
&= \mathbf{s}_1^2 P + \mathbf{s}_v^2 Q
\end{aligned} \tag{2-20}$$

(2-20)式中 $\mathbf{s}_1^2 = T\mathbf{s}_m^2 + \mathbf{s}_v^2$ ，且為一特性根，利用 P 與 Q 之前敘述，可以改寫為一般化的形式如下。

$$\Omega^r = (\mathbf{s}_1^2)^r P + (\mathbf{s}_v^2)^r Q \tag{2-21}$$

$$\Omega^{-1/2} = \mathbf{s}_1^{-1} P + \mathbf{s}_v^{-1} Q \tag{2-22}$$

(2-21)式中， $r$  為純量，把原本的迴歸式同乘上 $\mathbf{s}_n \Omega^{-1/2}$ 就可以解決複合誤差項內的自我相關的問題：

$$\begin{aligned}
\mathbf{s}_n \Omega^{1/2} \mathbf{y} &= \mathbf{s}_n \Omega^{1/2} Z_x \mathbf{d} + \mathbf{s}_n \Omega^{1/2} \mathbf{e} \\
\mathbf{y}^* &= Z_x^* \mathbf{d} + \mathbf{e}^* \\
\mathbf{y}^* &= \mathbf{s}_n \Omega^{1/2} \mathbf{y} \\
Z_x^* &= \mathbf{s}_n \Omega^{1/2} Z_x \\
\mathbf{e}^* &= \mathbf{s}_n \Omega^{1/2} \mathbf{e}
\end{aligned} \tag{2-23}$$

若 $\mathbf{s}_1^2$ 和 $\mathbf{s}_v^2$ 為已知，就可以直接用最小平方法來估計。但是 $\mathbf{s}_1^2$ 和 $\mathbf{s}_v^2$ 在實際操作上是未知數，所以沒辦法直接估計。因此 Swamy and Arora(1972)建議使用「執行兩條迴歸式的方式」，分別求得 $\mathbf{s}_1^2$ 和 $\mathbf{s}_v^2$ 的不偏估計式。

第一條迴歸式是組內(within)迴歸式，利用 Q 乘上原式估計的迴歸的殘差，可以得到 $\mathbf{s}_v^2$ ；第二條迴歸式是組間(between)的迴歸式，利用 P 乘上原式估計迴歸的殘差，可以得到 $\mathbf{s}_1^2$ ，可以得到以下的值：

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{s}}_v^2 &= [y'Qy - y'X(XPX)'XQy] / [N(T-1) - K] \\
\hat{\mathbf{s}}_1^2 &= [y'Py - y'PZ(ZPZ)^{-1}ZPy] / [N - K - 1]
\end{aligned} \tag{2-24}$$

將 P、Q 分別乘入原式，以矩陣的形式表示成(2-25)：

$$\begin{pmatrix} Qy \\ Py \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} QZ_x \\ PZ_x \end{pmatrix} \mathbf{d} + \begin{pmatrix} Qm \\ Pm \end{pmatrix} \tag{2-25}$$

其中 $P_e \sim (0, \mathbf{s}_1^2 P)$ ， $Q_e \sim (0, \mathbf{s}_v^2 Q)$ ，而其變異數矩陣如下：

$$\text{Cov}(Q_e, P_e) = \begin{pmatrix} \mathbf{s}_v^2 Q & 0 \\ 0 & \mathbf{s}_1^2 P \end{pmatrix} \tag{2-26}$$

原本的迴歸式有截距項，會在估計的結果產生微小的偏誤，所以要把截距項消除，將  $P$  改寫為  $(P - \bar{J}_{NT})$ ，這個方法是減去平均數當做平減的效果，消除截距項的效果，當去除截距項效果後的共變異數矩陣如下：

$$\text{Cov}(Q_e, (P - \bar{J}_{NT})e) = \begin{pmatrix} \mathbf{s}_n^2 Q & 0 \\ 0 & \mathbf{s}_1^2 (P - \bar{J}_{NT}) \end{pmatrix} \quad (2-27)$$

利用共變異數矩陣與  $\hat{\mathbf{s}}_n^2$  和  $\hat{\mathbf{s}}_1^2$  估計式，就可以求出一般化最小平方方法的係數估計式。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{b}}_{GLS} &= [\mathbf{s}_n^{-2} X' Q X + \mathbf{s}_1^{-2} X' (P - \bar{J}_T) X]^{-1} [\mathbf{s}_n^{-2} X' Q y + \mathbf{s}_1^{-2} X' (P - \bar{J}_T) y] \\ &= [(W_{XX} + \mathbf{f}^2 B_{XX})^{-1} W_{XX}] (W_{XY} / W_{XX}) + [(W_{XX} + \mathbf{f}^2 B_{XX})^{-1}] (B_{XY} / B_{XX}) \\ &= \mathbf{w}_1 \hat{\mathbf{b}}_{Within} + \mathbf{w}_2 \hat{\mathbf{b}}_{Between} \\ \text{Var}(\hat{\mathbf{b}}_{GLS}) &= (\mathbf{s}_n^{-2} W_{XX} + \mathbf{f}^2 B_{XX})^{-1} \end{aligned}$$

其中符號定義：

$$\begin{aligned} W_{XX} &= X' Q X, W_{XY} = X' Q y, \mathbf{f}^2 = \mathbf{s}_n^2 / \mathbf{s}_1^2 \\ B_{XX} &= X' (P - \bar{J}_{NT}) X, B_{XY} = X' (P - \bar{J}_{NT}) y \\ \mathbf{w}_1 &= (W_{XX} + \mathbf{f}^2 B_{XX})^{-1} W_{XX}, \mathbf{w}_2 = (W_{XX} + \mathbf{f}^2 B_{XX})^{-1} \mathbf{f}^2 B_{XX} \\ \hat{\mathbf{b}}_{Within} &= W_{XY} / W_{XX}, \hat{\mathbf{b}}_{Between} = B_{XY} / B_{XX} \end{aligned}$$

$\hat{\mathbf{b}}_{Within}$  是代表組內的估計值， $\hat{\mathbf{b}}_{Between}$  是代表組間的估計值， $\mathbf{w}_1$ 、 $\mathbf{w}_2$  分別表示其權重，其數值介於零到一之間，所以  $\hat{\mathbf{b}}_{GLS}$  是  $\hat{\mathbf{b}}_{Within}$  和  $\hat{\mathbf{b}}_{Between}$  的加權平均，而當  $\mathbf{w}_1 > \mathbf{w}_2$  時， $\hat{\mathbf{b}}_{GLS}$  會趨近於  $\hat{\mathbf{b}}_{Within}$ ，相反來  $\hat{\mathbf{b}}_{GLS}$  說會趨近於  $\hat{\mathbf{b}}_{Between}$ ，如果  $\mathbf{w}_1 = \mathbf{w}_2$ ， $\hat{\mathbf{b}}_{GLS}$  等於  $\hat{\mathbf{b}}_{OLS}$ 。

在  $\hat{\mathbf{b}}_{GLS}$  估計式中，若  $\mathbf{s}_m^2 = 0$  時，可知  $\mathbf{f}^2 = 1$ ，自我相關的  $m$  值不會存在變異，所以複合誤差項的變異數和一般迴歸的誤差項的變異數相同，因此就可以直接使用普通最小平方方法來估計， $\hat{\mathbf{b}}_{GLS}$  會退化變成  $\hat{\mathbf{b}}_{OLS}$ ；而當  $T \rightarrow \infty$  時，則可知  $\mathbf{f}^2 \rightarrow 0$ ，表示隨著時間長度越長， $\hat{\mathbf{b}}_{GLS}$  會趨近於  $\hat{\mathbf{b}}_{Within}$ ， $\hat{\mathbf{b}}_{Within}$  是固定效果下的估計值。

### 三、固定效果模型和隨機效果模型的比較

介紹固定效果和隨機效果的模型之後，我們要選擇哪一種模型較為適當，可以分別討論這兩種模型的優缺點來決定何種模型是比較適當的。

首先是固定效果的模型，優點是不需要假設無效率因子  $m_i$  和解釋變數  $X_{it}$  無相關，並且得到的估計式滿足最佳線性不偏性。而且當 N 和 T 趨近於無窮大時，估計式也會滿足一致性。缺點是我們無法估計無效率值，而且廠商的家數越多，遺漏的自由度也會跟著增加。

而在隨機效果模型中，事先假設效率因子  $m_i$  和解釋變數  $X_{it}$  無相關，才能夠得到的估計式滿足最佳線性不偏性。但是最大的優點則是可以避免固定效果模型損失自由度的問題，能夠充分的使用資訊情報。而且當 N 和 T 趨近於無窮大時，所有的估計式符合漸進有效性。在隨機效果的模型中，所估計的係數都比固定效果模型下更具備有效性。我們可以推得固定效果模型係數的變異數為  $Var(\tilde{\mathbf{b}}) = \mathbf{s}_v^2(X'QX)^{-1}$ ，

隨機效果模型係數的變異數為  $Var(\tilde{\mathbf{b}}_{GLS}) = \mathbf{s}_v^2[X'QX + X'(P - \bar{J}_{NT})X\mathbf{f}^2]^{-1}$ 。由於  $\mathbf{f}^2$  恆為正，所以  $Var(\tilde{\mathbf{b}}_{GLS}) \leq Var(\tilde{\mathbf{b}}_{within}) = Var(\tilde{\mathbf{b}})$ 。

Taylor(1980)提出在比較固定效果  $\hat{\mathbf{b}}_{within}$  和隨機效果的  $\hat{\mathbf{b}}_{GLS}$ ，認為在考慮一維的複合殘差模型(只考慮了個別效果)，在有限的樣本可以獲得以下三個重要的結論：(1)在自由度較少的情況下，且在有限的樣本下，則一般化最小平方方法將惠比最小平方虛擬變數法更具備有效性；(2)一般化最小平方方法的估計式的變異數不會大於 Gramer-Roa 下界；(3)複合誤差項的變異數滿足有效性，但是一般化最小平方方法估計式不一定會滿足有效性。

本文經過 Hausman test 檢定，結果顯示金融控股體系的銀行業不具有內生性，在隨機效果底下估計的估計式是具有不偏性的，且更具有有效性，所以本文選用隨機效果模型為研究方法。

### 四、Hausman test

實證上觀察，我們便可以觀察到廠商可以藉著改變要素的配置或是透過人為的管理來改善產能提升效率，而影響效率的因素是受到外在的影響，也就是具有外生性，所以廠商無法透過人為的因素調整來去改善效率。過去在討論廠商效率的情形中，直接假設解釋變數和誤差項之間沒有相關性，來討論要素的投入和產出之間的關係，所以如果討論長期生產的效率存在，廠商不能調整要素的投入影響長期的效率；換句話說，如果假設解釋變數和誤差項之間是無相關的，人為因素就不會影響

長期效率。所以這項假設其實是不合理的，因為在某些情況是可以透過人為的因素去影響效率，所以我們可以利用 Hausman Test 對生產函數在生產過程中是否具有內生性做檢定，是否可以透過人為的因素來改善效率呢？

Hausman Test 是 Hausman(1978)提出。在普通的迴歸模型在估計效率時都假設

$E(\mathbf{m}_i | x_{it}) = 0$ ，可以使估計式  $\hat{\mathbf{b}}$  符合一致性和不偏性  $E(\hat{\mathbf{b}}_{within}) = E(\hat{\mathbf{b}}_{GLS})$ ，如果上式

的假設沒有成立， $E(\mathbf{m}_i | x_{it}) \neq 0$ ， $\hat{\mathbf{b}}_{GLS}$  不具有不偏性， $\hat{\mathbf{b}}_{within}$  不具有 consistency，而

$\hat{\mathbf{b}}_{within} \neq \hat{\mathbf{b}}_{GLS}$ ，此時的效率具有內生性，我們可以透過  $\hat{\mathbf{b}}_{GLS}$  和  $\hat{\mathbf{b}}_{within}$  之間的關係來做效率的內生性的檢定。

$E(\mathbf{m}_i | x_{it}) = 0$  的假設下，固定效果模型估計的  $\hat{\mathbf{b}}_{within}$  會等於隨機效果模型估計的  $\hat{\mathbf{b}}_{GLS}$ ，模型的效率值不具有內生性。假設  $E(\mathbf{m}_i | x_{it}) = 0$  不成立，隨機效果模型估計的估計式會產生偏誤，此時  $\hat{\mathbf{b}}_{within} \neq \hat{\mathbf{b}}_{GLS}$ 。所以令  $\tilde{\mathbf{q}} = \hat{\mathbf{b}}_{GLS} - \hat{\mathbf{b}}_{within} = 0$ ，共變異數如下式：

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{q}} &= \hat{\mathbf{b}}_{GLS} - \hat{\mathbf{b}}_{within} \\ &= 0 \\ &= (X' \Omega^{-1} X)^{-1} X' \Omega^{-1} \mathbf{m} - (X' Q X)^{-1} X' Q \mathbf{m} \\ \text{cov}(\hat{\mathbf{b}}_{within}) &= \text{cov}(\hat{\mathbf{b}}_{GLS}) - 2\text{cov}(\hat{\mathbf{b}}_{GLS}, \hat{q}_1) + \text{cov}(\hat{q}_1) \\ &= \text{cov}(\hat{\mathbf{b}}_{GLS}) + \text{cov}(\hat{q}_1) \\ \text{cov}(\hat{q}_1) &= \text{cov}(\hat{\mathbf{b}}_{within}) - \text{cov}(\hat{\mathbf{b}}_{GLS}) \\ &= \mathbf{s}_v^2 (X' Q X)^{-1} - (X' \Omega^{-1} X)^{-1} \end{aligned}$$

$$\text{其中 } \text{cov}(\hat{\mathbf{b}}_{GLS}, \hat{q}_1) = 0, \Omega = E(uu') = (I_N \otimes J_T) \mathbf{s}_m^2 + (I_N \otimes J_T) \mathbf{s}_v^2 \quad (2-28)$$

檢定統計量為：

$$(\hat{q}_1)' [\text{var}(\hat{q}_1)]^{-1} (\hat{q}_1) \sim \chi^2 \quad (2-29)$$

### 第三章、模型設定

本文首先介紹各種函數型態的優缺點後，決定以超越對數作為研究函數，並且說明特性；在第二節，架構出兩階段的實證模型，再使用 Hausman test 檢定效率是否可藉由人為因素所影響；最後一節說明資料來源與變數定義，簡介金融控股公司的成立時間和其子公司。

#### 第一節 函數選定

分析效率的方法可以分為兩類：無參數分析法和參數分析法。參數分析法對於邊界性質的設定不同又可以分為：確定性參數參數邊界法和隨機性參數邊界法。本文是採用隨機性邊界分析，在考慮了實證上的經濟體系，不能避免的是受到非人為的隨機干擾，所以成本函數要包含隨機的性質，這是一個很重要的前提假設。而為了使模型有解並且是符合計量的理論，事先要假設誤差項和參數的限制，但是因為有這些假設的存在會跟真實的情況會有所偏差，因而會產生設定的誤差的缺失，所以要減少在函數上不必要的限制，只要包含最充分的訊息就可以。由此我們可以知道再進行隨機邊界分析之前，先要選定一個適當的函數分配，這是推估效率的一個重要步驟。

使用隨機邊界法可以從成本面或是生產面去著手，選擇哪一種函數較適合。從早期的文獻中都常採用生產函數來分析，但是在實際上的應用會受到限制，首先不能克服多產出的情況，只能就單一的產出來分析，在無效率值方面只有技術效率沒有包含總無效率。而在經濟理論而言，生產要素是假設為外生的，其實這是不合理的，其應為要素市場均衡所決定。

如果使用生產函數推估無效率並不完善，因此我們使用成本面來分析，而且銀行業也是屬於多產出的產業，所以使用成本函數來分析是較為適當的。成本函數不但可以用在多產出模型上，衡量的無效率值有包含技術和配置效率的無效率，此外成本函數的解釋變數，包括產出、要素價格等等，這些是較容易可以取的資訊，要素價格假設為外生也是較為合理的。本文使用成本面進行分析，成本函數形式如下：

$$TC = C(Y, P) = C(Y_1, \dots, Y_n; P_1, \dots, P_m) \quad (3-1)$$

決定好以成本函數來推估效率之後，需要選擇函數的型態，本文是使用超越對數函數，此種函數是較有彈性也比較容易估計的。Diewert(1974)將此定義為「可以二接近似滿足函數之必要條件的函數型態」，優點是不用對模型做太多的限制，規模報酬彈性和要素替代彈性可以充分反映樣本資料的特性，比 cobb-douglous 或 CES 模型函數更有彈性，例如使用 cobb-douglous 函數，廠商的規模限定生產是固定規模報酬，使用 CES 函數表示要素的替代彈性是常數；可是不一定每家廠商都會符合以上兩種的函數，所以超越對數函數較有彈性。此外也有考慮到解釋變數的平方項效果和彼此交互影響效果，可以得到的解釋結果較佳，但是相對模型存在大量的待估計

的參數。

超越對數成本函數形式如下：

$$\begin{aligned} \ln TC = & \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_q \ln Q + \sum_j \mathbf{b}_j \ln P_j + \frac{1}{2} \mathbf{b}_{qq} (\ln Q)^2 \\ & + \frac{1}{2} \sum_j \sum_{j'} \mathbf{b}_{jj'} \ln P_j \ln P_{j'} + \sum_j \mathbf{b}_{qj} \ln Q \ln P_j \end{aligned} \quad (3-2)$$

其中 TC 為成本函數，Q 為產出水準， $P_j$  和  $P_{j'}$  是投入要素價格， $\mathbf{b}$  待估的參數。

根據 Varian(1992)提出有意義的成本函數必須滿足以下五個正規條件(regularity condition)。

1. 成本函數為要素價格非遞減函數

$$\frac{\partial TC}{\partial P_j} \geq 0 \quad ; j=K,L$$

2. 成本函數為要素價格的一階齊次函數

3. 成本函數為要素價格的凹函數

$$\frac{\partial^2 TC}{\partial P_j^2} \leq 0 \quad ; j=K,L$$

4. 要素價格和產出為正值

$$P_j > 0, Q > 0$$

5. 成本函數是要素價格的二次可微分函數

$$\frac{\partial^2 TC}{\partial P_j^2} \text{ 須存在且有意義}$$

利用 Shephard ' s Lemma 可以進一步推導投入要素的條件需求函數(factor condition on Q)。

$$\frac{\partial TC}{\partial P_j} = S_j \geq 0 \quad (3-3)$$

$$\frac{\partial^2 TC}{\partial P_j^2} = \frac{\partial S_j}{\partial P_j} \leq 0 \quad (3-4)$$

由上面正規條件式子我們可以知道要素的條件需求函數  $S_j$  必須大於或等於零，代表要素投入量恆為正；也必須要求要素需求和要素的價格呈反向變動，要素之間可相互替代。

## 第二節 實證模型

本文探討金控公司體系銀行的效率值，並且把效率值區分為隨時間變動和不隨時間變動兩部份，參考過之前的文獻，依據銀行的特性決定是用隨機邊界模型分析，並假設函數為超越對數成本函數。

我們先以隨機效果模型求的長期不隨時間變動效率值，並以 Hausman test 探討其效率是否可以由人為因素所影響。

### 一、隨機邊界模型的設定

首先，假設成本函數內有三種產出  $Q\{Y_1, Y_2, Y_3\}$  和三種投入要素是資金( $X_1$ )、資本( $X_2$ )、勞動( $X_3$ )。

成本函數如下：

$$TC = C(Q, P_1, P_2, P_3) \quad (3-5)$$

將其轉換成超越對數的形式，並加入隨機干擾項與無效率項：

$$\begin{aligned} \ln TC_{it} = & \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 \ln Y_{1it} + \mathbf{b}_2 \ln Y_{2it} + \mathbf{b}_3 \ln Y_{3it} \\ & + \mathbf{b}_4 \ln P_{1it} + \mathbf{b}_5 P_{2it} + \mathbf{b}_6 P_{3it} \\ & + \mathbf{b}_7 (\ln Y_{1it})^2 + \mathbf{b}_8 (\ln Y_{2it})^2 + \mathbf{b}_9 (\ln Y_{3it})^2 \\ & + \mathbf{b}_{10} (\ln P_{1it})^2 + \mathbf{b}_{11} (\ln P_{2it})^2 + \mathbf{b}_{12} (\ln P_{3it})^2 \\ & + \mathbf{b}_{13} \{(P_{1it})(\ln Y_{1it})\} + \mathbf{b}_{14} \{(P_{2it})(\ln Y_{1it})\} + \mathbf{b}_{15} \{(P_{3it})(\ln Y_{1it})\} \\ & + \mathbf{b}_{16} \{(P_{1it})(\ln Y_{2it})\} + \mathbf{b}_{17} \{(P_{2it})(\ln Y_{2it})\} + \mathbf{b}_{18} \{(P_{3it})(\ln Y_{2it})\} \\ & + \mathbf{b}_{19} \{(P_{1it})(\ln Y_{3it})\} + \mathbf{b}_{20} \{(P_{2it})(\ln Y_{3it})\} + \mathbf{b}_{21} \{(P_{3it})(\ln Y_{3it})\} \\ & + \mathbf{b}_{22} \{(P_{1it})(P_{2it})\} + \mathbf{b}_{23} \{(P_{1it})(P_{3it})\} + \mathbf{b}_{24} \{(P_{2it})(P_{3it})\} \\ & + \mathbf{b}_{25} \{(\ln Y_{1it})(\ln Y_{2it})\} + \mathbf{b}_{26} \{(\ln Y_{1it})(\ln Y_{3it})\} + \mathbf{b}_{27} \{(\ln Y_{2it})(\ln Y_{3it})\} \\ & + \mathbf{n}_{it} + \mathbf{m}_i \end{aligned} \quad (3-6)$$

$$\mathbf{m}_i = \exp\{-sh(t-T_i)\} \mathbf{m}_i \quad (3-7)$$

變數定義如下：

$i$ ：代表個別廠商， $i=1, \dots, N$

$t$ ：代表不同時間， $t=1, \dots, T$

$TC_{it}$ ：代表第  $i$  家廠商在第  $t$  期的總成本

$Y_{1it}, Y_{2it}, Y_{3it}$ ：代表第  $i$  家廠商在第  $t$  期的投資總額、短期放款、中長期放款

$P_{1it}$ ：代表要素資金價格

$P_{2it}$ ：代表要素資本價格

$P_{3it}$ ：代表要素勞動價格

$m_{it}$ ：複合誤差項， $m_{it} \sim iidN(0, \mathbf{s}_m^2)$

$m_i$ ：每家廠商的個別效果， $m_i \sim iidN(m, \mathbf{s}_m^2)$

$v_{it}$ ：代表隨機干擾的誤差項， $v_{it} \sim iidN(0, \mathbf{s}_v^2)$

$h$ ：代表待估的參數，代表無效率項隨時間收斂到基礎無效率水準的速度；若  $h=0$ ，則無效率項不會隨時間變動；若  $h > 0$ ，則無效率會隨時間增加；若  $h < 0$ ，則無效率會隨時間而減少。

## 二、追蹤資料的設定

在第二階段的模型，我們是使用隨機效果模型，此方法可以避免損失自由度的問題，而且包含樣本的資訊是最多的。

第一階段是用隨機邊界成本模型分析，可以推估隨時間變動的效率值  $CE_{it}$ ，再帶入第二階段隨機效果模型，把  $CE_{it}$  當作一個新的解釋變數，成為一條新的迴歸式用隨機效果進行分析，可以得到每一家銀行的個別效果，也就是不隨時間變動的無效率值，就可以比較兩種不性質的效率。

$$CE_{it} = \exp(-m_{it})$$

$$\begin{aligned} \ln TC_{it} = & \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 \ln Y_{1it} + \mathbf{b}_2 \ln Y_{2it} + \mathbf{b}_3 \ln Y_{3it} \\ & + \mathbf{b}_4 \ln P_{1it} + \mathbf{b}_5 P_{2it} + \mathbf{b}_6 P_{3it} \\ & + \mathbf{b}_7 (\ln Y_{1it})^2 + \mathbf{b}_8 (\ln Y_{2it})^2 + \mathbf{b}_9 (\ln Y_{3it})^2 \\ & + \mathbf{b}_{10} (\ln P_{1it})^2 + \mathbf{b}_{11} (\ln P_{2it})^2 + \mathbf{b}_{12} (\ln P_{3it})^2 \\ & + \mathbf{b}_{13} \{(P_{1it})(\ln Y_{1it})\} + \mathbf{b}_{14} \{(P_{2it})(\ln Y_{1it})\} + \mathbf{b}_{15} \{(P_{3it})(\ln Y_{1it})\} \\ & + \mathbf{b}_{16} \{(P_{1it})(\ln Y_{2it})\} + \mathbf{b}_{17} \{(P_{2it})(\ln Y_{2it})\} + \mathbf{b}_{18} \{(P_{3it})(\ln Y_{2it})\} \\ & + \mathbf{b}_{19} \{(P_{1it})(\ln Y_{3it})\} + \mathbf{b}_{20} \{(P_{2it})(\ln Y_{3it})\} + \mathbf{b}_{21} \{(P_{3it})(\ln Y_{3it})\} \\ & + \mathbf{b}_{22} \{(P_{1it})(P_{2it})\} + \mathbf{b}_{23} \{(P_{1it})(P_{3it})\} + \mathbf{b}_{24} \{(P_{2it})(P_{3it})\} \\ & + \mathbf{b}_{25} \{(\ln Y_{1it})(\ln Y_{2it})\} + \mathbf{b}_{26} \{(\ln Y_{1it})(\ln Y_{3it})\} + \mathbf{b}_{27} \{(\ln Y_{2it})(\ln Y_{3it})\} \\ & + \mathbf{b}_{28} CE_{it} + m_i + n_{it} \end{aligned}$$

(3-8)

變數定義如下：

$CE_{it}$ ：由隨機邊界模型推估的效率值

$\mathbf{b}_{28}$ ：待估的參數，表示隨時間變動的效率值  $CE_{it}$  對總成本  $\ln TC_{it}$  的解釋能力

$m_i$ ：各家銀行的個別效果，不受到時間的影響，是不隨時間變動的無效率項，且

$$m_i \sim iidN(m, s_m^2)$$

$v_{it}$ ：代表純粹的隨機干擾誤差項， $v_{it} \sim iidN(0, s_v^2)$

其他的變數和隨機邊界模型下的定義相同，假設  $m_i$  和  $v_{it}$  互相獨立，共變數為零，兩者的變異數都滿足齊一性。

銀行的個別效果是不受到時間因子的影響，但是會隨著不同銀行而有不同的個別效果。無效率值必須為正值，因此  $m_i$  的期望值必須恆大於零，所以在分析廠商的個別效果時，無效率值必須進行調整，如此追蹤資料的模型才能應用在效率分析上。

無效率值修正如下：

$$m_i = |w_i| \quad ; \quad \text{其中 } w_i \sim iidN(0, s_w^2)$$

$$E(m_i) = s_w \sqrt{2/p}$$

上式的  $m_i$  是  $|w_i|$  分配取絕對值，可以保證是正值， $w_i$  服從對稱性常態分配， $m_i$  的期望值可由 Aginer et al.(1977)與 Schmidt and Lovell(1979)推導出的平均無效率值得知。

複合誤差項存在自我相關的問題，所以先推導出共變異數才能進行最小平方法來估計，使用最小平方法可解決問題。共變異數如下：

$$\begin{aligned} \Omega &= E\{(e - E(e))(e - E(e))'\} \\ &= z_m \{E(mm') - E(m)E(m)'\} z_m' \\ &= z_m s_m^2 I_N z_m' + E(nn') \end{aligned} \quad (3-9)$$

將  $s_m^2$  作修正如下：

$$\begin{aligned} s_m^{*2} &= E(mm') - E(m)E(m)' \\ &= s_w^2 \left(1 - \frac{2}{p}\right) \end{aligned} \quad (3-10)$$

將(3-10)帶回(3-9)可得下式：

$$\begin{aligned} \Omega^* &= z_m s_w^2 \left(1 - \frac{2}{p}\right) I_N z_m' + E(vv') \\ &= \left\{T s_w^2 \left(1 - \frac{2}{p}\right) + s_v^2\right\} (I_N \otimes \bar{J}T) + s_v^2 (I_N \otimes E_T) \\ &= s_1^{*2} P + s_v^2 Q \end{aligned} \quad (3-11)$$

經由(3-11)式所求出的複合變異數可以解決自我相關的問題，根據 Swamy 和 Arora(1972)的迴歸方法可以估計出  $s_1^{*2}$  和  $s_v^2$  的不偏估計式，也可以求得參數的估計

式和變異數的估計式，真實的效率值。

但是在實證的分析上，STATA 套裝軟體只能求得未修正的複合誤差變異數( $\Omega$ )，

所以最後的估計的個別效果  $m_i$  都加上  $s_m \sqrt{\frac{2/p}{1-(2/p)}}$ ，對個別效果  $m_i$  修正如下：

$$\begin{aligned} m^* &= m + E(m) \\ &= m + s_w \sqrt{2/p} \\ &= m + s_m \sqrt{\frac{2/p}{1-(2/p)}} \end{aligned} \quad (3-12)$$

最後將不隨時間變動無效率值轉換為效率值，其效率值  $\overline{CE}_i$  會介於零到一之間，當效率值  $\overline{CE}_i = 1$ ，表示效率最佳的情況；如果效率值  $\overline{CE}_i$  越小，表示效率越差。

不隨時間變動效率值如下：

$$\overline{CE}_i = \exp(-m_i) \quad (3-13)$$

### 三、Hausman Test

隨機效果模型可以估計長期不隨時間變動的效率值，但是如果產業具有內生性，使用隨機效果模型估計的模型會產生偏誤，因此我們可以利用 Hausman Test 判別產業是否適用隨機效果模型。

在一般的迴歸模型裡面已經包含個別效果，就是前面提到的效率值，模型中事先已經假設誤差項  $E(m_{it}/x_{it}) = 0$ ，如此意涵解釋變數和誤差向沒有相關性，模型不具有內生性。在評估效率的時候，已經排除了人為因素的影響，這是很不合理的。所以利用 Hausman Test 判定人為因素是否可以影響長期效率值，探討出影響長期效率值的因素。

Hausman(1978)提出如果  $E(m_{it}/x_{it}) \neq 0$ ，則  $\hat{b}_{GLS}$  將不為  $b$  的一致性估計式，而

$\hat{b}_{within}$  去除了  $m_i$  的效果，此為  $b$  的不偏估計式，因此吾人可以利用  $\hat{b}_{GLS}$  及  $\hat{b}_{within}$  是否具有的一致性來檢定期內生性，利用 Hausman Test 探討模型是否具有內生性，首先探討  $\hat{b}_{GLS} - \hat{b}_{within} = 0$ 。

虛無假設如下：

$$H_0: E(m_{it}/x_{it}) = 0$$

假設檢定方法如下：

$$\begin{aligned}\hat{q}_1 &= \hat{\mathbf{b}}_{GLS} - \hat{\mathbf{b}}_{within} \\ \text{Cov}(\hat{\mathbf{b}}_{GLS}, \hat{q}_1) &= E[(\hat{\mathbf{b}}_{GLS} - E(\hat{\mathbf{b}}_{GLS}))(\hat{q}_1 - E(\hat{q}_1))'] \\ &= (X'\Omega^{-1}X)^{-1} - (XQX)^{-1}XQX(X'\Omega^{-1}X)^{-1} \\ &= 0\end{aligned}\quad (3-14)$$

$$\begin{aligned}\text{var}(\hat{q}_1) &= \text{var}(\hat{\mathbf{b}}_{GLS}) + \text{var}(\hat{\mathbf{b}}_{within}) - 2\text{cov}(\hat{\mathbf{b}}_{GLS}, \hat{\mathbf{b}}_{within}) \\ &= \hat{\mathbf{s}}_v^2(XQX)^{-1} - (X'\Omega^{-1}X)^{-1}\end{aligned}\quad (3-15)$$

檢定統計量如下：

$$m_1 = \hat{q}_1'[\text{var}(\hat{q}_1)]^{-1}\hat{q}_1$$

檢定量在 5% 信賴區間下進行 Hausman Test，若檢定量落在棄卻域，模型具有內生性，長期效率值會受到人為因素改變；相反則無法透過人為因素來影響。

使用 Hausman Test 檢定金控背景的銀行產業效率結果具有內生性，代表可以透過人為因素去影響效率。因此如果是用隨機效果模型推估效率會產生偏誤，所以使用固定效果模型推估長期效率，固定效果模型假設個別效果是固定的參數。模型如下：

$$\begin{aligned}\ln TC_{it} &= (\mathbf{b}_0 + \mathbf{m}) + \mathbf{b}_1 \ln Y_{1it} + \mathbf{b}_2 \ln Y_{2it} + \mathbf{b}_3 \ln Y_{3it} \\ &+ \mathbf{b}_4 \ln P_{1it} + \mathbf{b}_5 P_{2it} + \mathbf{b}_6 P_{3it} \\ &+ \mathbf{b}_7 (\ln Y_{1it})^2 + \mathbf{b}_8 (\ln Y_{2it})^2 + \mathbf{b}_9 (\ln Y_{3it})^2 \\ &+ \mathbf{b}_{10} (\ln P_{1it})^2 + \mathbf{b}_{11} (\ln P_{2it})^2 + \mathbf{b}_{12} (\ln P_{3it})^2 \\ &+ \mathbf{b}_{13} \{(P_{1it})(\ln Y_{1it})\} + \mathbf{b}_{14} \{(P_{2it})(\ln Y_{1it})\} + \mathbf{b}_{15} \{(P_{3it})(\ln Y_{1it})\} \\ &+ \mathbf{b}_{16} \{(P_{1it})(\ln Y_{2it})\} + \mathbf{b}_{17} \{(P_{2it})(\ln Y_{2it})\} + \mathbf{b}_{18} \{(P_{3it})(\ln Y_{2it})\} \\ &+ \mathbf{b}_{19} \{(P_{1it})(\ln Y_{3it})\} + \mathbf{b}_{20} \{(P_{2it})(\ln Y_{3it})\} + \mathbf{b}_{21} \{(P_{3it})(\ln Y_{3it})\} \\ &+ \mathbf{b}_{22} \{(P_{1it})(P_{2it})\} + \mathbf{b}_{23} \{(P_{1it})(P_{3it})\} + \mathbf{b}_{24} \{(P_{2it})(P_{3it})\} \\ &+ \mathbf{b}_{25} \{(\ln Y_{1it})(\ln Y_{2it})\} + \mathbf{b}_{26} \{(\ln Y_{1it})(\ln Y_{3it})\} + \mathbf{b}_{27} \{(\ln Y_{2it})(\ln Y_{3it})\} \\ &+ \mathbf{b}_{28} CE_{it} + \mathbf{n}_{it}\end{aligned}\quad (3-16)$$

固定效果模型是以兩步驟推導出效率值，首先以最小平方虛擬變數法(LSDV)先估計出符合一致性和不偏性的估計式，由此方法估計出的個別效果恆為正值。調整截距項，平移截距項是第二部調整步驟，如下：

$$\hat{\mathbf{b}}_0^* = \hat{\mathbf{b}}_0 + \max \{ \mathbf{m} \} \quad (3-17)$$

固定效果的無效率可從上式中估計出效率值。

上式的誤差項  $\mathbf{m}_i$  是利用最小平方虛擬變數法(LSDV)估計，已經調整過誤差項估計式是具有不偏性。

$$-m_i^* = m_i - \max\{m_i\} \quad (3-18)$$

(3-17)經過轉換之後可以得到長期不隨時間變動的效率值。

### 第三節 資料來源和說明

本文是主要是針對金控公司為背景的銀行業進行效率的分析，是使用追蹤資料進行探討，如此可以獲得最多的樣本資訊，考慮到橫斷面和縱斷面資料交互的影響，資料來源所使用到的資產負債表、損益表等，都來自台灣經濟新報(TEJ)的資料庫，資料頻率都為季資料。

#### 一、樣本銀行

在 2000 年 11 月通過金融機構合併法，同年通過金融控股公司法，給予國內的金融機構一個進行同業購併及跨業經營的法源基礎，以此加速國內的金融產業走向業務的整合。本文主要研究對象為目前在台灣地區成立的金融控股公司，總共有 14 家底下的銀行業。分別為：華南金控的華南銀行，富邦金控的台北富邦銀行，國泰金控的國泰世華商業銀行，中華開發金控的中華開發工業銀行，玉山金控的玉山銀行，復華金控的復華商業銀行，兆豐金控的中國國際商業銀行和交通銀行，台新金控的台新銀行，建華金控的建華商業銀行，中國信託金控的中國信託商業銀行，第一金控的第一銀行，日盛金控的日盛銀行。其中新光金控的新光銀行是在金控公司成立之後才有的，和其他家銀行的觀察期間差距太大所以不列入樣本銀行，而國票金控沒有銀行設置，所以也沒有國票金控銀行業的樣本。

#### 二、研究期間

樣本期間是由民國 85 年 6 月到 94 年 3 月，採用季資料，總共有 36 個觀察時點，加入 13 家研究銀行後，總共有 468 筆平衡追蹤資料。各項金額皆以百萬元為單位，員工人數以人為單位。

#### 三、資料處理

本文使用的變數包括總成本，三種產出：投資總額、短期放款、中長期放款，三種投入要素價格：資金價格、勞動價格、資本價格。現將各變數定義如下：

1. 投資總額(Y1)：短期投資和長期投資總額。包含銀行持有政府發行的甲種或乙種國庫券、公司行號發行的公司債、商業本票、或上市公司股票。
2. 短期放款(Y2)：短期擔保放款、信用放款和買匯貼現的總額扣除貼現及放款的備抵呆帳，到期日接在一年之內，一年以上者，都劃分為中長期放款。
3. 中長期放款(Y3)：中期擔保放款、長期擔保放款、中期信用放款和長期信用放款

的加總。

4. 資金(X1)和資金價格(P1)：銀行的資金來源有兩大類，一為各天期的存款，如支票存款、活期存款、定期存款等，另一項為借入款，銀行使用此要素而支付的費用為利息費用，本文為資金成本。資金成本除以資金投入量就是銀行吸收每單位資金所支付的資金價格。
5. 資本使用量(X2)和資本價格(P2)：固定資產淨額(就是資本使用量)是由固定資產扣除固定資產累積折舊求得。資本成本包含土地成本、機器設備成本和其他設備成本總額扣除累積的成本。資本成本除以固定資產及可以獲得資本價格。
6. 員工人數(X3)和勞動價格(P3)：銀行雇用員工所支付的薪資(勞動成本)除以員工人數，即為勞動價格。
7. 總成本(TC)：包含資金成本、資本成本和勞動成本即為  
 $TC=P1*X1+P2*X2+P3*X3$

#### 四、金融控股公司的簡介

購併有包含兩種層次，一種是合併(merger)，一種是收購(acquisition)，前者是表示有兩家以上的企業合併的時候，只能有一家企業繼續經營，其他的企業就消滅；或是全部的企業都消滅但是再另外成立一家新的公司；而收購是指某一家公司購買另一家相當數量的股票並且取得經營權。

就經濟學觀點來看，購併有以下四種型態：

##### 1. 水平式購併

水平式購併是在相同的產業下，兩家是相同業務的公司合併，可以擴大產品和市場規模，發揮規模經濟的效果。

##### 2. 垂直整合購併

垂直整合購併是在相同的產業中，上游跟下游公司之間合併，可以獲得技術上的規模經濟，可以降低交易成本。

##### 3. 中心式購併

中心式購併是和併的公司在相關的產業中，但是從事不相同的業務，可以追求相關產業的多角化經營。

##### 4. 複合式購併

複合式購併是兩家以上完全不同產業的公司彼此之間的合併，可以發展事業或地區的多角化經營，使企業高度成長降低營運風險。

台灣的金融控固的購併型態是屬於「中心式購併」。

近年來在金融自由化與國際化的衝擊之下，政府陸續放寬了許多金融管制措施，尤其是自民國 80 年起開放新銀行的設立，使得我國銀行產業已經由當初的寡占市場逐漸趨向完全競爭的局面。但是由於家數過多，規模太小，銀行間同質性過高形成過度競爭的情形，再加上呆帳和逾放比率過高等問題，使得國內金融環境日漸惡化，而且在加入 WTO 之後，台灣的金融機構將面臨國際大型金融機構更直接的肉搏

戰，將會是不利的地位。

金融控股公司法第三十六條的規定：金融控股公司旗下可投資的子公司事業包含銀行業、票券金融業、信用卡業、信託業、保險業、證券業、期貨業、創業投資事業、經主管機關核准投資之外國對融機構及其他經主管機關認定與金融服務相關之事業。

金融控股公司法的制定，開啟了金融機構「異業合併」的大門，提供我國金融產業一個新的發展，擴大了金融機構的規模經濟與範疇經濟。金融控股法第一條開宗明義的宗旨，就是發揮金融機構的綜合經營效益，也就是所謂的「綜效」(synergy)。透過金融控股公司結合銀行、證券與保險等金融子公司，使投資的金融相關事業較原本個別金融機構範圍更擴大，可以集合機制，共同行銷，資源共享，經過有效分配資源，促進多角化經營，達到範疇經濟的目標。

到 93 年年初已經有十四家金融控股公司成立，下表有成立日期和子公司。

表一、台灣金融控公司成立時間表

金控公司名稱	股票代號	開業日期	子公司(基準日:94.3 月底)
華南金控	2880	2001/12/19	華南金創業投資股份有限公司. 華南金管理顧問股份有限公司. 華南永昌證券. 華南銀行. 華南永昌投信. 華南票券. 華南產險
富邦金控	2881	2001/12/19	富邦直效行銷顧問股份有限公司. 富邦金控創業投資股份有限公司. 港基國際銀行有限公司. 富邦證券投資信託股份有限公司. 富邦資產管理股份有限公司. 富邦創業投資管理顧問公司. 富邦產險. 富邦證券. 富邦人壽. 台北富邦銀行
國泰金控	2882	2001/12/31	怡泰貳創業投資股份有限公司. 怡泰管理顧問股份有限公司. 國泰世華商業銀行. 國泰人壽保險公司. 國泰創業投資股份有限公司. 國泰世紀產物保險公司. 國泰綜合證券股份有限公司. 怡泰二創業投資股份有限公司
中華開發金控	2883	2001/12/28	中華開發工業銀行. 大華證券股份有限公司.
玉山金控	2884	2002/1/28	玉山證券. 玉山票券. 玉山創業投資股份有限公司. 玉山保險經紀人股份有限公司. 玉山銀行. 玉山證券投資信託股份有限公司

復華金控	2885	2002/2/4	復華創業投資股份有限公司. 復華資產管理股份有限公司. 復華財務顧問股份有限公司. 復華商業銀行股份有限公司. 復華證券金融股份有限公司. 復華期貨股份有限公司. 金復華證券投資顧問股份有限公司. 復華綜合證券股份有限公司. 金復華證券投資信託股份有限公司
兆豐金控	2886	2002/2/4	中興票券. 中國國際商業銀行. 交通銀行. 兆豐資產管理股份有限公司. 兆豐國際證券投資信託股份有限公司. 中國產物保險公司. 倍利國際證券.
台新金控	2887	2002/2/18	台新資產管理公司. 台新行銷顧問公司. 台証綜合證券. 台欣創業投資股份有限公司. 台新銀行. 台新票券
新光金控	2888	2002/2/19	新壽綜合證券股份有限公司. 台灣新光商業銀行. 新壽保險經紀人股份有限公司. 新光人壽. 新昕證券投資信託股份有限公司
國票金控	2889	2002/3/26	國際票券. 國票綜合證券. 國票創業投資股份有限公司
建華金融控股公司	2890	2002/5/9	建華商業銀行股份有限公司. 建華證券投資信託股份有限公司. 安信信用卡股份有限公司. 建華證券股份有限公司. 建華行銷顧問股份有限公司. 建華客服科技股份有限公司. 建華財產保險代理人股份有限公司. 建華人壽保險代理人股份有限公司. 建華創業投資股份有限公司. 建華管理顧問股份有限公司
中國信託金控	2891	2002/5/17	中信票券金融股份有限公司. 中國信託資產管理股份有限公司. 中信銀綜合證券. 中信保險經紀人. 中信創投股份有限公司. 中國信託商業銀行
第一金控	2892	2003/1/2	建弘證券投資信託股份有限公司. 第一金融管理顧問股份有限公司. 第一創業投資股份有限公司. 第一財產保險代理人股份有限公司. 第一銀行.

			明台產物保險股份有限公司. 一銀證券股份有限公司. 第一金融資產管理股份有限公司
日盛金控	5820	2002/2/5	日盛商業銀行. 日盛證券. 日盛國際產物保險代理人股份有限公司.

附註:資料來源 財政部金融局

## 第四章、實證結果

### 第一節 隨機邊界模型結果

本文使用 STATA 套裝軟體進行分析,第一階段使用最大概似法來估計隨機邊界成本模型的參數。其結果表示在下表二中。

表二、 隨機邊界模型估計結果

變數	參數	係數	P 值
$\ln y_1$	$\beta_1$	2.448605*	0.000
$\ln y_2$	$\beta_2$	0.191747	0.715
$\ln y_3$	$\beta_3$	2.954534*	0.000
$\ln p_1$	$\beta_4$	-2.87502*	0.000
$\ln p_2$	$\beta_5$	5.507008*	0.000
$\ln p_3$	$\beta_6$	-2.75184	0.061
$(\ln y_1)^2$	$\beta_7$	0.027439	0.111
$(\ln y_2)^2$	$\beta_8$	0.010355	0.063
$(\ln y_3)^2$	$\beta_9$	0.036068	0.246
$(\ln p_1)^2$	$\beta_{10}$	0.037335*	0.022
$(\ln p_2)^2$	$\beta_{11}$	-0.34685*	0.000
$(\ln p_3)^2$	$\beta_{12}$	0.238029*	0.015
$(\ln p_1)(\ln y_1)$	$\beta_{13}$	0.03433	0.173
$(\ln p_2)(\ln y_1)$	$\beta_{14}$	0.03433*	0.000
$(\ln p_3)(\ln y_1)$	$\beta_{15}$	0.010874	0.835
$(\ln p_1)(\ln y_2)$	$\beta_{16}$	-0.06738*	0.002
$(\ln p_2)(\ln y_2)$	$\beta_{17}$	-0.25544*	0.000
$(\ln p_3)(\ln y_2)$	$\beta_{18}$	-0.01592	0.789
$(\ln p_1)(\ln y_3)$	$\beta_{19}$	0.149427*	0.000
$(\ln p_2)(\ln y_3)$	$\beta_{20}$	0.118491	0.229
$(\ln p_3)(\ln y_3)$	$\beta_{21}$	0.053489	0.547
$(\ln p_1)(\ln p_2)$	$\beta_{22}$	-0.21976*	0.000
$(\ln p_1)(\ln p_3)$	$\beta_{23}$	0.214028*	0.000
$(\ln p_2)(\ln p_3)$	$\beta_{24}$	-0.15204	0.547
$(\ln y_1)(\ln y_2)$	$\beta_{25}$	0.011211	0.657
$(\ln y_1)(\ln y_3)$	$\beta_{26}$	-0.17744*	0.000
$(\ln y_2)(\ln y_3)$	$\beta_{27}$	-0.04026	0.185

平均無效率值	$m$	2.223729*	0.002
無效率收斂速度	$h$	-0.0083073*	0.000

註:\*號代表 5%顯著水準

在實證的分析上，首先我們想檢定無效率項是不是服從截斷型的常態分配，檢定  $H_0: m=0$ ，想要了解無效率項的分配是否無誤。之後檢定  $H_0: h=0$ ，這是檢定無效率項會不會受到時間的影響，要使用隨時間變動的模型還是不隨時間變動的模型。由上表檢定的結果我們可以得知  $m$  值顯著異於零，代表推估的無效率值是恆大於或是等於零，無效率項確實服從截斷型的常態分配。 $h$  值也是顯著異於零，代表推估的無效率值會受到時間的影響，會隨時間改變，而估計的  $h$  值為負，表示變動的趨勢是逐漸收斂到基礎無效率值，隨著時間減少到基礎無效率水準，換句話說，在金控業底下的銀行，他們的效率可以隨著時間慢慢的改善，這是好的現象，所以透過金控公司的管理，經營的成本可以逐漸的下降。

接下來，觀察投入的解釋變數參數估計值，其中  $\ln y_1$ 、 $\ln y_3$ 、 $\ln p_1$ 、 $\ln p_2$ 、 $(\ln p_1)^2$ 、 $(\ln p_2)^2$ 、 $(\ln p_3)^2$ 、 $(\ln p_1)(\ln y_1)$ 、 $(\ln p_1)(\ln y_2)$ 、 $(\ln p_2)(\ln y_2)$ 、 $(\ln p_1)(\ln y_3)$ 、 $(\ln p_1)(\ln p_2)$ 、 $(\ln p_1)(\ln p_3)$ 、 $(\ln y_1)(\ln y_3)$  是顯著的。由估計值的正負號，可以知道產出對總成本都是正向的關係，也就是投資總額越高，總成本越多；中長期放款越多，總成本越多。由此可知當投資總額增加一單位，總成本提高 2.448605 單位；當中長期放款增加一單位，總成本增加 2.954534 單位。總投資總額和資本價格的乘積增加一單位，使總成本增加 0.03433 單位；短期放款和資金價格的乘積增加一單位，使成本減少 0.06738；短期放款和資本價格的乘積增加一單位，使總成本減少 0.25544 單位；中長期放款和資金價格的乘積增加一單位，使總成本增加 0.149427 單位。

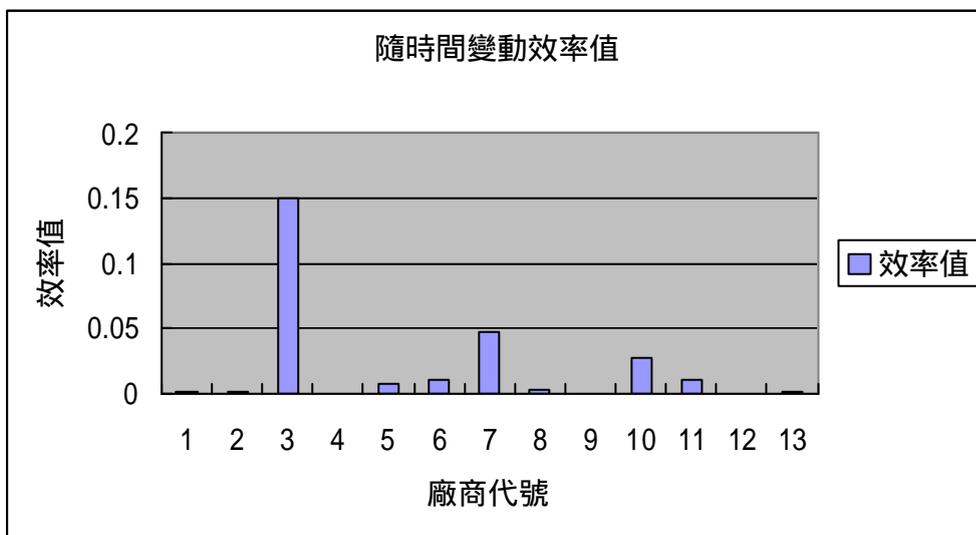
本文使用超越對數函數進行分析，對於成本和要素之間的關係不需要事先限制，可以為遞增、遞減或是固定規模函數，考慮要素之間的交互影響，在超越對數的交乘項中， $(\ln p_1)(\ln p_2)$  和  $(\ln p_1)(\ln p_3)$  這兩個變數是顯著的，參數的估計值前者是顯著的為負，後者是顯著的為正，利用 Shephard's Lemma 可知資金和資本兩要素有顯著的替代關係，也就是當某一要素的價格上升，廠商會使用另一要素替代；而資金和勞動兩要素有顯著的互補關係，也就是當某一要素價格上升，另一種使用要素也會減少使用。

本文的重點是效率值的估計。首先利用  $m_t$  與  $m_{t-1}$  的關係式可以推估無效率值，在轉換變成效率值的形式，就可以知道個別銀行在不同時間的效率值，其值越大代表效率越好，反之則效率越差。為了方便比較個別銀行，下表是個別銀行的隨時間變動的無效率值。

表三、 隨時間變動平均效率值

銀行	平均效率值
中華開發金銀行	0.150645328
復華銀行	0.047730445
交通銀行	0.02659405
日盛銀行	0.01023576
玉山銀行	0.01003913
建華商業銀行	0.007588708
台新銀行	0.00204411
華南銀行	0.001312264
第一銀行	0.000932283
台北富邦銀行	0.000134068
中國國際商業銀行	$5.77993 \times 10^{-5}$
國泰世華銀行	$2.82356 \times 10^{-7}$
中國信託銀行	$7.43 \times 10^{-19}$

圖一、 隨時間變動效率值



隨時間變動的效率值代表銀行的技術效率和配置效率可以透過時間而逐漸改善。我們可以區分隨時間變動的效率值最好的前四家是高效率銀行，最差的四家是低效率銀行，其他的銀行是中效率銀行。由資料顯示中華開發金銀行、復華銀行、交通銀行、日盛銀行為高效率的銀行，代表這四家銀行隨時間變動可以改善效率值的情形很明顯，而台北富邦、中國國際商業銀行、國泰世華、中國信託為低效率的銀行，其他則為中效率銀行。

## 第二節 隨機效果模型的結果

第二階段的估計是將隨機邊界模型推估隨時間變動的效率值 CE 代入追蹤資料模型，把 CE 當作新的解釋變數，使用隨機效果與一般化最小平方法來推估參數值和不隨時間變動的效率值，結果顯示在下表。

表四、隨機效果模型估計結果

變數	參數	係數	P
$\ln y_1$	$\beta_1$	5.779582*	0.000
$\ln y_2$	$\beta_2$	0.5868681	0.361
$\ln y_3$	$\beta_3$	-2.337664*	0.048
$\ln p_1$	$\beta_4$	-1.896304	0.065
$\ln p_2$	$\beta_5$	-13.38547*	0.000
$\ln p_3$	$\beta_6$	3.325688	0.188
$(\ln y_1)^2$	$\beta_7$	0.2108562*	0.000
$(\ln y_2)^2$	$\beta_8$	0.0093569	0.364
$(\ln y_3)^2$	$\beta_9$	0.2683611*	0.000
$(\ln p_1)^2$	$\beta_{10}$	0.2267398*	0.000
$(\ln p_2)^2$	$\beta_{11}$	1.147427*	0.000
$(\ln p_3)^2$	$\beta_{12}$	-0.0227524	0.904
$(\ln p_1)(\ln y_1)$	$\beta_{13}$	0.0140842	0.737
$(\ln p_2)(\ln y_1)$	$\beta_{14}$	-0.4062093*	0.000
$(\ln p_3)(\ln y_1)$	$\beta_{15}$	-0.0045969	0.963
$(\ln p_1)(\ln y_2)$	$\beta_{16}$	-0.1079338*	0.006
$(\ln p_2)(\ln y_2)$	$\beta_{17}$	0.0301354	0.644
$(\ln p_3)(\ln y_2)$	$\beta_{18}$	0.0388981	0.727
$(\ln p_1)(\ln y_3)$	$\beta_{19}$	0.3511236*	0.000
$(\ln p_2)(\ln y_3)$	$\beta_{20}$	1.342012*	0.000
$(\ln p_3)(\ln y_3)$	$\beta_{21}$	-0.2348882	0.174
$(\ln p_1)(\ln p_2)$	$\beta_{22}$	0.283522*	0.000
$(\ln p_1)(\ln p_3)$	$\beta_{23}$	-0.1357349	0.204
$(\ln p_2)(\ln p_3)$	$\beta_{24}$	-0.775172*	0.003
$(\ln y_1)(\ln y_2)$	$\beta_{25}$	-0.245541*	0.000
$(\ln y_1)(\ln y_3)$	$\beta_{26}$	-0.4436733*	0.000
$(\ln y_2)(\ln y_3)$	$\beta_{27}$	0.1625753*	0.000
CE	$\beta_{28}$	-14.30383*	0.000

個別效果標準差	$\mu$	0.40366679	
純粹干擾標準差		0.1687736	

註:\*代表 5%顯著水準

本文第二階段用隨機效果模型進行估計，隨機效果模型可以估計個別效果，由上表結果我們可以從個別效果標準差了解隨機影響，從純粹干擾項標準差可以知道成本函數還是包含複合誤差項。

由上表結果可以發現新的解釋變數 CE 值是-14.30383 並且相當的顯著，和總成本是顯著的負相關。隨時間變動的效率值是由無效率值取負號後再用指數作轉換，所以真正的 CE 應該是和總成本成正相關，我們可以了解當隨時間變動的效率值越大，為達到同一產出的目標銀行要投入的成本要越大。

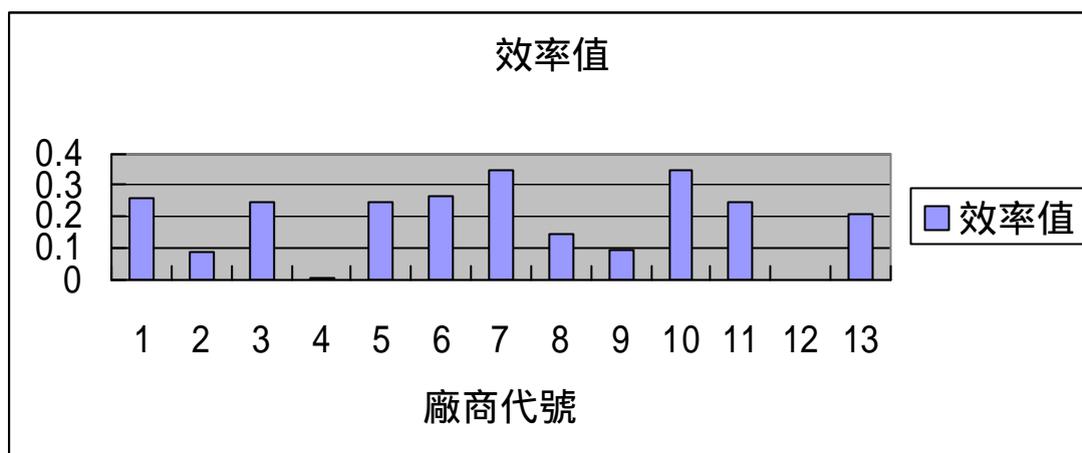
利用隨機效果的模型可以推估個別效果，也就是長期不隨時間變動的無效率值。確保無效率項的期望值恆大於零，必須處理複合誤差項的部份，將不隨時間變動的無效率值  $m_i$  加上  $s_m \sqrt{\frac{2/p}{1-(2/p)}}$ ，經過平移的效果得到的無效率值不會產生偏誤，為了和

方便比較各銀行間的效率值，把平移效果得到的無效率項轉換成效率形式，結果顯示在下表。

表五、個別銀行不隨時間變動效率值

銀行	無效率值	修正無效率值	效率值
華南銀行	1.19205	1.36749	0.254746
台北富邦銀行	1.841946	2.452534	0.086075
中華開發金銀行	1.218023	1.415017	0.242921
國泰世華	4.648828	6.185208	0.00206
建華商銀	1.211638	1.403376	0.245766
玉山銀行	1.166302	1.319905	0.267161
復華銀行	1.032294	1.063912	0.345103
台新銀行	1.515443	1.930916	0.145015
中國國際商銀	1.812033	2.406248	0.090153
交通銀行	1.02663	1.052773	0.348969
日盛銀行	1.218009	1.414992	0.242928
中國信託	10.55935	12.91613	0.00000246
第一銀行	1.31092	1.581415	0.205684

圖二、各銀行不隨時間變動效率值



表六、各銀行不隨時間變動效率排名

銀行	排名	效率值
交通銀行	1	0.348969
復華銀行	2	0.345103
玉山銀行	3	0.267161
華南銀行	4	0.254746
建華商銀	5	0.245766
日盛銀行	6	0.242928
中華開發金銀行	7	0.242921
第一銀行	8	0.205684
台新銀行	9	0.145015
中國國際商銀	10	0.090153
台北富邦銀行	11	0.086075
國泰世華	12	0.00206
中國信託	13	0.00000246

不隨時間變動的效率值是代表依各銀行的本質，包含企業文化、管理的模式。我們將銀行的效率區分為三部分，不隨時間變動的效率值最好的前四家是高效率銀行，最差的四家是低效率銀行，其他的銀行是中效率銀行。由表可以看出交通銀行、復華銀行、玉山銀行、華南銀行為高效率的銀行，而中國國際商業銀行、台北富邦銀行、國泰世華銀行、中國信託銀行為低效率的銀行。整體銀行來看都沒有效率值達 1 的，代表金控體系底下的銀行都存在不隨時間變動的無效率的情況，而中國信託銀行的效率值是和所有銀行業差距最大的，只有 0.00000246。分析中國信託銀行成本結構，發現他放款比例很高，尤其在新興的業務  $Y_2$  佔很大的比例，例如現金卡貸款的業務，這也使得他的成本提高很多，也使得他的效率值很低。

### 第三節 Hausman test 實證結果

從第二節使用隨機效果模型推估長期的效率值是否可以藉由人為的因素改善，所以使用 Hausman test 檢定，看模型是某適用隨機效果模型。

Hausman test 比較固定效果模型與隨機效果模型的係數的差異。在個別銀行生產如果沒有內生性，使用隨機效果模型的話解釋變數沒有存在個別效果，估計的係數具有一致性；而在固定效果模型的個別效果是不具有隨機的性質，估計的係數也一樣具有一致性，所以使用隨機效果模型和固定效果模型所估計的係數應該要相等，代表推估的效率值不具有內生性，不能透過人為的因素來改善長期的效率；相反的，如果二者模型估計的係數不相等，代表推估的效率值具有內生性，可以藉由人為的因素來改善長期的效率。

結果表示於下表

表七

變數	固定效果係數	隨機效果係數	兩係數差
$\ln y_1$	3.114366	5.779582	-2.66522
$\ln y_2$	-1.472062	0.5868681	-2.05893
$\ln y_3$	0.6131565	-2.337664	2.950821
$\ln p_1$	-2.948698	-1.896304	-1.05239
$\ln p_2$	0.5241733	-13.38547	13.90964
$\ln p_3$	-6.679376	3.325688	-10.0051
$(\ln y_1)^2$	0.0455045	0.2108562	-0.16535
$(\ln y_2)^2$	0.0152996	0.0093569	0.005943
$(\ln y_3)^2$	0.0323778	0.2683611	-0.23598
$(\ln p_1)^2$	0.0485853	0.2267398	-0.17815
$(\ln p_2)^2$	-0.3967875	1.147427	-1.54421
$(\ln p_3)^2$	0.2485224	-0.0227524	0.271275
$(\ln p_1)(\ln y_1)$	0.0088862	0.0140842	-0.0052
$(\ln p_2)(\ln y_1)$	-0.203061	-0.4062093	0.203148
$(\ln p_3)(\ln y_1)$	-0.1217497	-0.0045969	-0.11715
$(\ln p_1)(\ln y_2)$	-0.1157563	-0.1079338	-0.00782
$(\ln p_2)(\ln y_2)$	-0.211131	0.0301354	-0.24127
$(\ln p_3)(\ln y_2)$	0.1249315	0.0388981	0.086033
$(\ln p_1)(\ln y_3)$	0.2146282	0.3511236	-0.1365
$(\ln p_2)(\ln y_3)$	0.1740215	1.342012	-1.16799
$(\ln p_3)(\ln y_3)$	0.2498444	-0.2348882	0.484733
$(\ln p_1)(\ln p_2)$	-0.3686305	0.283522	-0.65215
$(\ln p_1)(\ln p_3)$	0.2454666	-0.1357349	0.381202

(lnp <sub>2</sub> )(lnp <sub>3</sub> )	0.2843619	-0.775172	1.059534
(lny <sub>1</sub> )(lny <sub>2</sub> )	-0.0445584	-0.245541	0.200983
(lny <sub>1</sub> )(lny <sub>3</sub> )	-0.1595189	-0.4436733	0.284154
(lny <sub>2</sub> )(lny <sub>3</sub> )	0.0417257	0.1625753	-0.12085
(lny <sub>2</sub> )(lny <sub>3</sub> )	-4.77224	-14.30383	9.53159

$$(\hat{q}_1)'[\text{var}(\hat{q}_1)]^{-1}(\hat{q}_1) = 2.75 \sim \chi^2(11)$$

$$\text{Prob} > \chi^2(11) = 0.9936$$

實證結果顯示，Hausman test 結果落在接受域，接受虛無假設，所以代表模型的解釋變數和個別效果沒有相關性，代表金控體系銀行的效率值不具有內生性，不能夠透過人為的因素改善長期的效率。所以本模型使用隨機效果模型推估的時候具有一致性。

#### 第四節 合併前後效率

本文主要是希望可以了解銀行加入金融控股公司後是否更有效率，所以推估不隨時間變動的無效率值，觀察是否再加入金融控股公司後銀行的本質的績效變好了。結果顯示於下表。

表八、合併前後不隨時間變動的效率值

銀行	合併前效率值	合併後效率值
華南銀行	0.014053806	0.016846809
台北富邦銀行	0.010369733	0.017094389
中華開發金銀行	0.305360052	0.344336535
國泰世華銀行	7.33186E-06	3.4957E-06
建華商業銀行	0.048636189	0.088144841
玉山銀行	0.046259987	0.063896717
復華銀行	0.13021959	0.33065766
台新銀行	0.031465612	0.001485212
中國國際商業銀行	0.011594563	0.027526079
交通銀行	0.120934924	0.126255443
日盛銀行	0.043422641	0.131286634
中國信託銀行	3.80169 $\times 10^{-6}$	2.308 $\times 10^{-7}$
第一銀行	0.009513951	0.01860831

從上表我們可以發現大部分的銀行經過合併後，長期不隨時間變動的效率值都有改善，但是其中國泰世華銀行、台新銀行、中國信託銀行這三家銀行的效率值反而下降了。這三家銀行其中國泰世華銀行和中國信託銀行本身就是屬於低效率的銀行，而台新銀行也是屬於中間偏後的效率，在加入金融控股的體系後，他們本身的績效還是沒有改善。

## 第五節 綜合分析結果

推估完兩種不同的效率，將其排序，並且綜合比較兩種效率所代表效率的意義，結果顯示在表九。

表九、不隨時間變動與隨時間變動效率值排名

排名	銀行	不隨時間變動效率值	銀行	隨時間變動效率值
1	交通銀行	0.348969	中華開發金銀行	0.150645
2	復華銀行	0.345103	復華銀行	0.04773
3	玉山銀行	0.267161	交通銀行	0.026594
4	華南銀行	0.254746	日盛銀行	0.010236
5	建華商銀	0.245766	玉山銀行	0.010039
6	日盛銀行	0.242928	建華商業銀行	0.007589
7	中華開發金銀行	0.242921	台新銀行	0.002044
8	第一銀行	0.205684	華南銀行	0.001312
9	台新銀行	0.145015	第一銀行	0.000932
10	中國國際商銀	0.090153	台北富邦銀行	0.000134
11	台北富邦銀行	0.086075	中國國際商業銀行	0.0000577993
12	國泰世華銀行	0.00206	國泰世華銀行	2.82E-07
13	中國信託銀行	0.00000246	中國信託銀行	7.43E-19

藉由 Hausman test 檢定我們可以發現金融控股底下的銀行業的長期不隨時間變動的效率沒辦法藉由人為的因素改善。而依照效率值大小排列的比較來探討哪幾家銀行需要對生產過程進行調整，提升效率。

從不隨時間變動模型可以看到大部分屬於高效率的銀行在隨時間變動模型也是屬於高效率的銀行例如：交通銀行和復華銀行，代表這兩家銀行的本身績效不錯，技術和配置效率也可以隨著時間有更好的現象。但是其中在不隨時間變動模型高效率的玉山銀行和華南銀行在隨時間變動模型是屬於中效率銀行，可能是玉山銀行和華南銀行本身的企業文化和管理風格雖然不錯，但是在技術和配置效率還有改善的空間，換句話說，這兩家銀行本身體質健全，如果透過改善要素的配置和技術水準，未來的發展應該可以更好。而中國國際商業銀行、台北富邦銀行、國泰世華銀行、中國信託銀行在兩種效率都在低效率的銀行，如果想要繼續在金融體系發展，除了需要提升本身的技術和要素的配置效率改善短期效率，還要逐步修正企業本身的管理模式，找到發展的目標，進而改善長期的效率。

## 第五章、結論與建議

### 第一節 結論

本文是研究金融控股公司下銀行下隨時間變動和不隨時間變動的兩種效率，使用十三家銀行和三十六個季資料的追蹤資料作為研究，首先架構超越對數成本函數，再利用隨機邊界模型和追蹤資料模型推估效率值，輔助使用最大概似法和最小平方方法推估兩種效率，並且使用 Hausman test 檢定效率值是否可以透過人為因素影響。所得到的結論：

1. 本文研究樣本資料適用隨機邊界模型，資金和資本兩要素有顯著的替代關係，而資金和勞動兩要素有顯著的互補關係。(從表二)
2.  $h$  值顯著異於零，代表推估的無效率值會受到時間的影響，會隨時間改變，而估計的  $h$  值為負，表示變動的趨勢是逐漸收斂到基礎無效率值，隨著時間減少到基礎無效率水準，代表在金控業底下的銀行，他們的效率可以隨著時間慢慢的改善，所以透過金控公司的管理，經營的成本可以逐漸的下降，提升效率。
3. 使用隨機邊界模型可以得到隨時間變動效率值中中華開發金銀行、復華銀行、交通銀行、日盛銀行為高效率的銀行，而台北富邦銀行、中國國際商業銀行、國泰世華銀行、中國信託為低效率的銀行，其他則為中效率銀行。不隨時間變動的效率值中看交通銀行、復華銀行、玉山銀行、華南銀行為高效率的銀行，而中國國際商業銀行、台北富邦銀行、國泰世華銀行、中國信託銀行為低效率的銀行。綜合兩種模型，整體銀行來看都沒有效率值達 1 的，代表金控體系底下的銀行都存在不隨時間變動的無效率的情況，而中國信託的效率值是和所有銀行業差距最大的，只有 0.00000246。
4. Hausman test 結果落在接受域，代表金控體系銀行的效率值不具有內生性，不能夠透過人為的因素改善長期的效率，也可以知道在加入金控體系後，資源的配置已經達到最適的水準。

## 第二節 建議和研究限制

本文使用兩階段的分析方法，把隨機邊界模型的效率值分為隨時間變動和不隨時間變動，在做完本篇研究還有很多改進的空間。

1. 本文只討論金融控股公司底下 13 家銀行的效率，未來可以在探討其他子公司的效率，也可以考慮使用不平衡追蹤資料模型(unbalanced panel data model)可以? 合比較了解金融控股公司的營運狀況。
2. 本文只考慮了個別效果的不同，後續可以加入時間效果(time-effect)因子，使用二維空間(two-way)追蹤資料的模型，捕捉隨廠商改變和隨時間改變的效率? 。

## 參考文獻

黃台心(1997),「台灣地區本國銀行成本效率之實証研究-隨機邊界模型之應用」,人文及社會科學期刊,第九卷第一期。

李宜帆(2004),「利用追蹤資料分析捕捉廠商長期固定效率-以台灣 IC 設計產業為例」,東海大學經濟學系碩士論文。

林灼榮、徐啟生、吳義雄(2004),「台灣新開放銀行成本效率與投入產出特性分析」,產業論壇,第六卷第二期,91-124。

林炳文(2001),「台灣地區商業銀行合併之效率分析」風險管理學報,第三卷第一期,1-21。

王譽穎(2004),「我國境外金融中心經營績效的分析—以隨機邊界模型為例」,私立中原大學企業管理學系碩士論文。

陳建宏(2004),「金控銀行與非金控銀行生產力之探討」,私立朝陽科技大學財務金融系碩士論文。

徐清俊、周孫宇(2004),「台灣地區金控銀行業成本效率之研究」,遠東學報,第二十一卷第一期。

Alhadeff, D.A.(1954), *Monopoly and Competition in Commercial Banking*. University of California Press, Berkeley.

Aigner, D. J., C. A. K. Lovell, and P.Schmidt(1997), "Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Model," *Journal of Econometrics*, 6,21-37.

Baltagi, B. H. (1995), "Econometric analysis of Panel data," John Wiley.

Baltagi, B. H. (2001), "Econometric analysis of panel data," John Wiley.

Battese, G.. E., and T. J. Coelli (1992), "Frontier Production, Technical Efficiency and Panel Data:With Application to Paddy Farmers in India," *The Journal of Productivity Analysis*, 3, 153,-169.

Battese, G. E., and T. J. Cocelli (1995), "A Model for Technical Inefficiency Effects in a Stochastic Frontier Production Function for Panel Data," *Empirical Economics*, 20(2), 325-332.

Coelli, T., Rao, D. S. P., and G. E. Battese (1998), "An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis," London:Kluwer Academic.

Farrell, M. J. (1957), "The Measurement of Productive Efficiency", *Journal of the Royal Statistical Society, Series A, General*, Vol. 120, No. 3, pp. 253-281.

Forsund,F. R., C. A. K. Lovell,and P.Schmidt, (1980), A Survey of Frontier Production Functions and of their Realationship to Efficiency Measurement, *Journal of Econometrics*, 13,5-25.

Gramley, L. (1962), "A Study of Scale Economics in Banking",Federal Reserve Bank of Kansas City.

Greene W, G, (1990), "A Ganner-Distributed to Stochastic Frontier Model," *Journal of Econometrics*, 46, 141-163.

Hausman, J. A. (1978), "Specification Test in Econometrics," *Econometrica*. 46, 1251-1271.

Leibenstein, H., (1966), Allocative Efficiency vs. X-Efficiency, *American Economic Review*, 56,392-415.

Mackara, w. "What Do Banks Produce ?" ,Federal Reserve Bank of Atlanta, May 1975, pp.70-74.

Schmidt, P. and R. C. Sickles (1984), " Production Frontier and Panel Data, " *Journal of Business and Economic Statistics*, 2(4), 367-394.

Swamy, P. A. V. B. and Arora, S. S. (1972), " The exact finite sample properties of the estimators of coefficients in the error components regression models, " *Econometrica*, 40,261-275.

Schmidt, Peter and C. A. Knox Lovell (1979), " Estimating Technical and Allocative Inefficiency Relative to Stochastic Production and Cost Frontiers, " *Journal of Econometrics*, 9, 343-366.

STATA XT Manual, (2003), STATA cross-sectional time-series reference manual release 8.

Varian, H. R. (1992), " Microeconomics Analysis, " W.W. Norton & Company.



附錄

代號	銀行
1	華南銀行
2	台北富邦銀行
3	中華開發金銀行
4	國泰世華商業銀行
5	建華商銀
6	玉山銀行
7	復華銀行
8	台新銀行
9	中國國際商銀
10	交通銀行
11	日盛銀行
12	中國信託商業銀行
13	第一銀行