

東 海 大 學

工業工程與經營資訊研究所

碩士論文

海運供應鏈中運送排程的最佳求解演算法

研 究 生：沈哲鋒

指 導 教 授：姚銘忠 博士

黃嘉彥 博士

中 華 民 國 九 十 五 年 七 月

Optimal Solution Approaches for the Distribution Scheduling and Replenishment Problem in a Sea Cargo Supply Chain

By
Che-Feng Shen

Advisor: Prof. Ming-Jong Yao
Prof. Jia-Yen Huang

A Thesis
Submitted to the Institute of Industrial Engineering and Enterprise
Information at Tunghai University
in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science
in
Industrial Engineering and Enterprise Information

July 2006
Taichung , Taiwan , Republic of China

海運供應鏈中運送排程的最佳求解演算法

研究生：沈哲鋒

指導教授：姚銘忠 博士

黃嘉彥 博士

東海大學工業工程與經營資訊研究所

摘要

本論文探討包含一個轉運港及多個原物料供應港與需求港的海運供應鏈之最佳配銷運送與補貨模式。在此海運供應鏈中，行經供應港的船隊在供應港裝載原物料後，先運送到其航程中的需求港，再到轉運港卸載原物料；然後裝載在轉運港中等待轉運的其他種原物料，再運送到其航程中各個需求港，以滿足其對於原物料的需求。未行經供應港的船隊，僅負責裝載在轉運港中等待轉運的其他種原物料，再運送到其航程中各個需求港。在海運供應鏈的營運過程中，會產生許多的成本，諸如：港口稅賦、裝卸載成本、運輸成本、在港與在途原物料的存貨持有成本等等。本研究的重點在於協調各個航程中貨輪到達轉運港的補貨時程，以滿足每個港口對於多種原物料的需求，並使整體海運供應鏈的平均營運總成本達到最低。

為求解海運供應鏈中最佳的配銷運送補貨排程策略，本研究參考實際營運的情境，並假設船隊轉運的補貨時程採用二冪策略(Power-of-Two policy；即船隊的補貨週期為一基本週期值的二冪整數倍)。據此所建立之數學模式，透過以基本週期為橫軸描繪其最佳目標函數曲線，可發現其具有片段凸性之特性。本研究探究其最佳目標函數曲線的理論特性，並依此設計搜尋演算法與遺傳演算法。根據數據實驗的驗證，本研究提出的啟發式演算法與遺傳演算法可有效地求得近似最佳解；本研究的成果可以提供海運供應鏈業者擬定配銷運送補貨排程策略時，一個優質的決策支援工具。

關鍵字：遺傳演算法、啟發式演算法、轉運、存貨、排程、二冪策略、轉運港。

Optimal Solution Approaches for the Distribution Scheduling and Replenishment Problem in a Sea Cargo Supply Chain

Student : Che-Feng Shen

Advisor : Dr. Ming-Jong Yao

Dr. Jia-Yen Huang

Department of Industrial Engineering and Enterprise Information
Tunghai University

ABSTRACT

This study considers a sea cargo supply chain that includes a hub, several supply ports and many demand ports. In such a sea cargo supply chain, any cargo, that arrives at a supply port, loads the raw material replenished at the supply port on its route, transships the loaded raw material to the hub, and takes other kinds of raw material from the hub back to the demand ports on its route to meet their demands. Those sea cargos never visiting any supply port deliver all kinds of raw material from the hub to the demand ports on their own route.

Many costs incur among the operations in the sea cargo supply chain, e.g., port charges, load/unload costs, transportation costs and inventory holding costs for raw material stored at ports and in-transit on the sea cargos. The focus of this study is to coordinate the replenishment schedule of the sea cargos, to deliver/replenish all kinds of raw materials to the hub to meet the demands of each port, so as to minimize the average total operations costs incurred in the whole sea cargo supply chain. In order to solve this problem, we assume that all the sea cargos follow a Power-of-Two policy (i.e., the replenishment cycle of each sea cargo is a power-of-two integer time of some basic period), and we formulate a mathematical model by referring to the real-world scenario in the sea cargo supply chain. The optimality structure of this problem was investigated by drawing the optimal objective-value curve with respect to the value of basic period. Utilizing the theoretical properties (e.g., the piece-wise convexity of the optimal objective-value curve), we devise a heuristic and a genetic algorithm for obtaining an optimal distribution and replenishment strategy. Based on our numerical experiment, both algorithms solve a close-to-optimal solution effectively. We conclude that the proposed algorithms could efficiently solve an excellent solution for replenishment strategy in a sea cargo supply chain problem. Therefore, our solution approach could serve as an efficient decision-support tool for the managers in sea cargo supply chains.

Keyword: Heuristic Algorithm, Genetic Algorithm, transshipment, inventory, scheduling, power-of-two, hub

致謝

在東海大學兩年的研究所生活中，回想起來感觸良多，種種回憶令人難以忘懷。在課業上的學習至完成此研究論文過程中，更讓我收益良多，這兩年來我的眼界變得寬廣，學習到東海人的傲骨精神，期許將來能保持著虛心的學習心態來面對未來的挑戰。

首先要感謝姚銘忠老師對我的指導，能有這麼一位良師益友是我的福氣，學業上嚴謹的指導態度讓我對事情能夠力求盡善盡美，生活上對我也是照顧有加。感謝黃嘉彥老師對我的指導，每個星期總是不辭辛勞的來研究室為我指導論文，在完成此論文的過程中給予我很多的指導與鼓勵。此外感謝口試委員巫哲緯老師於口試期間所給予的建議與指正，使這篇論文能夠更加完備。

感謝 E103A 的所有朋友，謝謝昕煒這兩年來在課業上與生活中陪著我一起努力，還有紹維、智鈞、勇盛、冠鶴、凡棋、光庭與學弟妹們，讓 E103A 充滿了溫暖與歡樂，另外特別感謝兆廷學長對我的指導與照顧，還要謝謝這兩年曾經給予我指教的師長與系上的助教。

最感謝的莫過於家人，沒有父母親的全力的支持與栽培，就沒有現在的我，誠摯的感謝我的家人，僅以此論文獻給我最親愛的家人及所有關心我的朋友。

哲鋒 謹誌於

東海大學工業工程與經營資訊研究所

最佳化應用研究室

中華民國九十五年七月

目錄

| | |
|--------------------------------|---------------|
| 摘要..... | I |
| ABSTRACT..... | II |
| 致謝..... | III |
| 目錄..... | IV |
| 圖目錄..... | VIII |
| 表目錄..... | IX |
| 符號定義..... | XII |
| 第一章 研究背景與目的..... | - 1 - |
| 1.1 研究背景..... | - 1 - |
| 1.2 研究問題描述..... | - 2 - |
| 1.3 本研究之重要假設與成本項..... | - 6 - |
| 1.3.1 重要假設..... | - 6 - |
| 1.3.2 成本項..... | - 7 - |
| 1.3.3 轉運站的運作方式..... | - 7 - |
| 1.4 研究目的..... | - 8 - |
| 1.5 研究工具..... | - 8 - |
| 1.6 論文架構..... | - 9 - |
| 第二章 文獻探討..... | - 11 - |
| 2.1 轉運站位置的分類..... | - 11 - |
| 2.2 軸輻路網的文獻探討..... | - 12 - |
| 2.1.1 單一指派模式..... | - 12 - |
| 2.1.2 多重指派模式..... | - 13 - |
| 2.1.3 具有固定軸輻位置的延伸..... | - 13 - |
| 2.1.4 具有內生軸輻位置的延伸..... | - 13 - |
| 2.3 存貨與途程問題的文獻探討..... | - 13 - |
| 2.4 存貨、途程及轉運站相關文獻探討..... | - 14 - |
| 2.5 研究動機..... | - 16 - |
| 第三章 海運供應鏈的運作方式之介紹..... | - 18 - |
| 3.1 海運供應鏈的運作方式..... | - 18 - |
| 3.2 航運途程的排程..... | - 25 - |
| 3.3 轉運站之裝貨與卸貨數量的計算..... | - 30 - |
| 第四章 數學模式的推導與成本模式分析..... | - 33 - |
| 4.1 數學模式的推導..... | - 33 - |

| | |
|-----------------------------------|---------------|
| 4.1.1 供應船在供應港的設置成本與港口費用成本..... | - 33 - |
| 4.1.2 供應/需求船在轉運站的設置成本與港口費用成本..... | - 33 - |
| 4.1.3 供應/需求船在需求港的設置成本與港口費用成本..... | - 34 - |
| 4.1.4 供應港、需求港與轉運站的裝貨/卸貨成本..... | - 34 - |
| 4.1.5 供應/需求間隔內供應港與需求港的存貨持有成本..... | - 35 - |
| 4.1.6 轉運站的存貨持有成本..... | - 37 - |
| 4.1.7 在途存貨成本..... | - 38 - |
| 4.1.8 等待成本..... | - 38 - |
| 4.1.9 平均總成本..... | - 38 - |
| 4.1.10 限制式..... | - 39 - |
| 4.1.11 數學模式..... | - 40 - |
| 4.2 平均總成本模式的整理..... | - 41 - |
| 4.3 判別成本模式正負參數..... | - 43 - |
| 第五章 啟發式演算法..... | - 46 - |
| 5.1 共同週期法..... | - 46 - |
| 5.2 海運供應鏈中配銷運送與補貨排程問題之解法..... | - 49 - |
| 5.2.1 參數設定..... | - 49 - |
| 5.2.2 成本函數圖示..... | - 55 - |
| 5.2.3 成本圖形性質分析..... | - 58 - |
| 5.2.4 接合點理論分析..... | - 60 - |
| 5.2.5 局部最佳解..... | - 62 - |
| 5.2.6 建立搜尋上界..... | - 62 - |
| 5.2.7 終止條件的設立..... | - 63 - |
| 5.2.8 窮舉法求解架構與步驟..... | - 63 - |
| 5.2.9 數據驗證..... | - 65 - |
| 5.2.10 所有補貨週期大小選取最佳解..... | - 69 - |
| 5.3 海運供應鏈配銷運送與補貨排程模式之啟發式演算法..... | - 71 - |
| 5.3.1 與順序性相關之成本的分析..... | - 71 - |
| 5.3.2 簡化平均總成本模式的整理..... | - 72 - |
| 5.3.3 四條途程的隨機範例..... | - 74 - |
| 5.3.4 啟發式演算法求解架構..... | - 74 - |
| 5.3.5 啟發式演算法步驟..... | - 76 - |
| 5.4 範例說明..... | - 77 - |
| 第六章 遺傳演算法..... | - 83 - |
| 6.1 遺傳演算法求解架構..... | - 83 - |
| 6.1.1 參數設定..... | - 85 - |
| 6.1.2 染色體編碼..... | - 85 - |
| 6.1.3 適應度函數正規化..... | - 86 - |

| | |
|--|----------------|
| 6.1.4 選擇機制..... | - 88 - |
| 6.1.5 交配..... | - 89 - |
| 6.1.6 突變..... | - 91 - |
| 6.2 遺傳演算法運算機制及運算因子比較 | - 92 - |
| 6.3 遺傳演算法參數實驗設計..... | - 95 - |
| 6.3.1 各參數的水準..... | - 95 - |
| 6.3.2 交配率(P_c)與突變率(P_m)實驗設計..... | - 96 - |
| 6.3.3 交配率(P_c)與突變率(P_m)成對檢定..... | - 97 - |
| 6.3.4 母體大小(populationsize)與終止條件(countersize)實驗設計 . | - 102 - |
| 6.3.5 母體大小(populationsize)與終止條件(countersize)成對檢定 . | - 103 - |
| 6.3.6 最適合的參數設定..... | - 111 - |
| 6.4 遺傳演算法染色體編碼方式 | - 111 - |
| 6.4.1 補貨乘數染色體編碼..... | - 111 - |
| 6.4.2 比較結果..... | - 112 - |
| 6.5 遺傳演算法交配率遞減與突變率遞增機制 | - 112 - |
| 6.6 海運供應鏈配銷運送與補貨排程模式之遺傳演算法 | - 113 - |
| 6.7 範例說明..... | - 114 - |
| 第七章 數據實驗..... | - 119 - |
| 7.1 四種方法的數據實驗與比較 | - 119 - |
| 7.1.1 平均總成本結果分析..... | - 119 - |
| 7.1.2 運算時間比較..... | - 121 - |
| 7.2 龐大途程數量情況之數據實驗與比較 | - 122 - |
| 7.2.1 五十條途程平均總成本分析..... | - 122 - |
| 7.2.2 五十條途程運算時間比較..... | - 122 - |
| 第八章 結論..... | - 123 - |
| 參考文獻..... | - 124 - |
| 附錄 A PROPOSITION 1 之證明 | - 126 - |
| 附錄 B THEOREM 1 之證明 | - 128 - |
| 附錄 C 海運供應鏈的平均總成本之詳細推導過程 | - 131 - |
| C.1 供應船在供應港平均設置成本與港口費用成本的推導 | - 131 - |
| C.2 供應/需求船在轉運站平均設置成本與港口費用成本的推導 | - 131 - |
| C.3 供應/需求船在需求港平均設置成本與港口費用成本的推導 | - 131 - |
| C.4 供應港、需求港與轉運站的平均裝貨/卸貨成本的推導 | - 131 - |
| C.5 供應/需求間隔內供應港與需求港的存貨持有成本的推導 | - 133 - |
| C.6 轉運站的存貨持有成本的推導 | - 134 - |
| C.7 在途存貨成本的推導 | - 135 - |
| C.8 等待成本的推導..... | - 135 - |

| | | |
|------|------------------------|---------|
| 附錄 D | 每條航運途程在轉運站上的成本函數 | - 137 - |
| 附錄 E | 四條途程基本資料(範例 1) | - 138 - |
| 附錄 F | 八條途程基本資料(範例 1) | - 143 - |
| 作者簡介 | | - 151 - |

圖目錄

| | | |
|-------|--|---------|
| 圖 1.1 | 輪胎產業之海運供應鏈..... | - 4 - |
| 圖 1.2 | 海運供應鏈的情境..... | - 5 - |
| 圖 1.3 | 研究論文架構..... | - 10 - |
| 圖 2.1 | 主幹與支線的網路..... | - 11 - |
| 圖 3.1 | 原物料 M_1 之轉運圖示..... | - 21 - |
| 圖 3.2 | 範例中原物料 M_1 之原本航運路線..... | - 24 - |
| 圖 3.3 | 範例中原物料 M_1 之移動後航運路線..... | - 25 - |
| 圖 3.4 | 供應港 O_1 在時間 T 內的存貨持有量(供應 M_1)..... | - 26 - |
| 圖 3.5 | 所有需求港與 O_2 、 O_3 及 O_4 時間 T 內存貨持有量(需求 M_1)..... | - 27 - |
| 圖 3.6 | 範例中原物料 M_1 之原本航運路線轉運站內存貨狀態圖..... | - 28 - |
| 圖 3.7 | 範例中原物料 M_1 之移動後航運路線轉運站內存貨狀態圖..... | - 29 - |
| 圖 5.1 | $TC(k_1, B)$ 為片段凸性曲線..... | - 56 - |
| 圖 5.2 | $TC(k_2, B)$ 為片段凸性曲線..... | - 56 - |
| 圖 5.3 | $TC(k_3, B)$ 為片段凸性曲線..... | - 57 - |
| 圖 5.4 | $TC(k_4, B)$ 為片段凸性曲線..... | - 57 - |
| 圖 5.5 | $TC_{PoT,r}(k_2, B)$ 的函數圖形..... | - 59 - |
| 圖 5.6 | 搜尋法對應圖形..... | - 68 - |
| 圖 5.7 | 啟發式演算法流程圖..... | - 75 - |
| 圖 5.8 | 啟發式搜尋法對應圖形..... | - 78 - |
| 圖 6.1 | 遺傳演算法流程圖..... | - 84 - |
| 圖 6.2 | 染色體編碼..... | - 86 - |
| 圖 6.3 | 輪盤選擇機制..... | - 88 - |
| 圖 6.4 | 補貨乘數的染色體編碼..... | - 111 - |
| 圖 6.5 | 競爭式選擇範例..... | - 116 - |
| 圖 6.6 | 染色體 LOX 交配範例..... | - 117 - |
| 圖 6.7 | 染色體 PBM 突變範例..... | - 118 - |

表目錄

| | | |
|--------|--|--------|
| 表 3.1 | 範例中所有港口的需求率 | - 19 - |
| 表 5.1 | 資料產生隨機範圍 | - 49 - |
| 表 5.2 | 所有港口需求率 | - 50 - |
| 表 5.3 | 所有港口每單位存貨持有成本 | - 51 - |
| 表 5.4 | 在途存貨與運輸每單位存貨持有成本 | - 51 - |
| 表 5.5 | 轉運站每單位存貨持有成本 | - 52 - |
| 表 5.6 | 在供應港與的設置成本與港口費用成本 | - 52 - |
| 表 5.7 | 轉運站的設置成本與港口費用成本 | - 52 - |
| 表 5.8 | 需求港的設置成本與港口費用成本 | - 52 - |
| 表 5.9 | 所有的港口間的航行時間 $t_{i,\ell}$ 值 | - 53 - |
| 表 5.10 | 所有港口每單位裝貨/卸貨成本 | - 54 - |
| 表 5.11 | 轉運站每單位裝貨/卸貨成本 | - 54 - |
| 表 5.12 | 所有航運途程的參數值 | - 55 - |
| 表 5.13 | $TC_{PoT}(B)$ 曲線上之接合點 | - 65 - |
| 表 5.14 | 航運途程 1 所有接合點 $\delta_1(i)$ 決定的 \bar{K}_i 值 | - 66 - |
| 表 5.15 | 海運供應鏈上之區域最佳解 | - 67 - |
| 表 5.16 | 所有補貨週期大小之最佳解 | - 69 - |
| 表 5.17 | \bar{R} 條途程的順序大小關係數目 | - 71 - |
| 表 5.18 | 與順序性相關之成本項所佔的比例 | - 74 - |
| 表 5.19 | 不考慮成本項所有航運途程的參數值 | - 77 - |
| 表 5.20 | 不考慮順序性成本項的曲線上之接合點 | - 79 - |
| 表 5.21 | 所有航運途程的參數值 | - 79 - |
| 表 5.22 | $TC_{PoT}(B)$ 曲線上之接合點 | - 80 - |
| 表 5.23 | 航運途程 1 所有接合點 $\delta_1(i)$ 決定的 \bar{K}_i 值 | - 80 - |
| 表 5.24 | 海運供應鏈上之區域最佳解 | - 82 - |
| 表 6.1 | 適應度函數的線性正規化 | - 87 - |
| 表 6.2 | 適應度函數的轉置正規化 | - 88 - |
| 表 6.3 | 不同運算機制與運算因子的搭配方式 | - 93 - |
| 表 6.4 | 不同運算機制與運算因子的實驗結果 | - 94 - |
| 表 6.5 | 實驗設計參數設定 | - 95 - |
| 表 6.6 | 平均總成本對交配率(P_c)與突變率(P_m)實驗設計 | - 96 - |
| 表 6.7 | 程式執行時間對交配率(P_c)與突變率(P_m)實驗設計 | - 96 - |
| 表 6.8 | 不同參數情形的平均總成本與程式執行時間 | - 97 - |
| 表 6.9 | 不同交配率(P_c)的平均總成本 | - 98 - |
| 表 6.10 | 不同突變率(P_m)的平均總成本 | - 98 - |

| | | |
|---------|---------------------------------|---------|
| 表 6.11 | 不同交配率(P_c)的程式執行時間 | - 99 - |
| 表 6.12 | 不同交配率(P_m)的程式執行時間 | - 99 - |
| 表 6.13 | 平均總成本的交配率(P_c)成對檢定 | - 100 - |
| 表 6.14 | 平均總成本的突變率(P_m)成對檢定 | - 101 - |
| 表 6.15 | 平均總成本對母體大小與終止條件實驗設計 | - 102 - |
| 表 6.16 | 程式執行時間對母體大小與終止條件實驗設計 | - 102 - |
| 表 6.17 | 不同參數的平均總成本與程式執行時間 | - 103 - |
| 表 6.18 | 不同母體大小(populationsize)的平均總成本 | - 104 - |
| 表 6.19 | 不同終止條件(countersize)的平均總成本 | - 105 - |
| 表 6.20 | 不同母體大小(populationsize)的程式執行時間 | - 105 - |
| 表 6.21 | 不同終止條件(countersize)的程式執行時間 | - 106 - |
| 表 6.22 | 平均總成本的母體大小(populationsize)成對檢定 | - 107 - |
| 表 6.23 | 平均總成本的終止條件(countersize)成對檢定 | - 108 - |
| 表 6.24 | 程式執行時間的母體大小(populationsize)成對檢定 | - 109 - |
| 表 6.25 | 程式執行時間的終止條件(countersize)成對檢定 | - 110 - |
| 表 6.26 | 運算時間比較結果 | - 112 - |
| 表 6.27 | 遺傳演算法基本週期與目標函數 | - 114 - |
| 表 7.1 | 四種方法平均總成本比較 | - 120 - |
| 表 7.2 | 四種方法時間比較 | - 121 - |
| 表 7.3 | 三種方法平均總成本比較 | - 122 - |
| 表 7.4 | 三種方法時間比較 | - 122 - |
| 表 13.1 | 所有港口需求率 | - 138 - |
| 表 13.2 | 所有港口每單位存貨持有成本 | - 139 - |
| 表 13.3 | 在途存貨與運輸每單位存貨持有成本 | - 139 - |
| 表 13.4 | 轉運站每單位存貨持有成本 | - 140 - |
| 表 13.5 | 在供應港與的設置成本與港口費用成本 | - 140 - |
| 表 13.6 | 轉運站的設置成本與港口費用成本 | - 140 - |
| 表 13.7 | 需求港的設置成本與港口費用成本 | - 140 - |
| 表 13.8 | 所有的港口間的航行時間 $t_{i,\ell}$ 值 | - 141 - |
| 表 13.9 | 所有港口每單位裝貨/卸貨成本 | - 142 - |
| 表 13.10 | 轉運站每單位裝貨/卸貨成本 | - 142 - |
| 表 14.1 | 所有港口需求率(A) | - 143 - |
| 表 14.2 | 所有港口需求率(B) | - 144 - |
| 表 14.3 | 所有港口每單位存貨持有成本(A) | - 145 - |
| 表 14.4 | 所有港口每單位存貨持有成本(B) | - 146 - |
| 表 14.5 | 在途存貨與運輸每單位存貨持有成本 | - 147 - |
| 表 14.6 | 轉運站每單位存貨持有成本 | - 147 - |

| | | |
|---------|------------------------------|---------|
| 表 14.7 | 在供應港與的設置成本與港口費用成本 | - 147 - |
| 表 14.8 | 轉運站的設置成本與港口費用成本 | - 147 - |
| 表 14.9 | 需求港的設置成本與港口費用成本 | - 147 - |
| 表 14.10 | 所有的港口間的航行時間 $t_{i,l}$ 值..... | - 148 - |
| 表 14.11 | 所有港口每單位裝貨/卸貨成本 | - 149 - |
| 表 14.12 | 所有港口每單位裝貨/卸貨成本(B)..... | - 150 - |
| 表 14.13 | 轉運站每單位裝貨/卸貨成本 | - 150 - |

符號定義

| | |
|-------------|--|
| \bar{R} | 海運供應鏈上一共有 \bar{R} 條船運途程。 |
| S | 在 \bar{R} 條船運途程中，有 S 條是供應途程，有 $(\bar{R}-S)$ 條是需求途程。 |
| O_r | 第 r 供應港口的索引(index), $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。 當 $r = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時， O_r 代表虛擬的供應港。 |
| M_j | 原物料 j 的索引, $j = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。 當 $j = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時， $M_j = 0$ 。 |
| y_r | 第 r 條途程中船的索引。當 $r = 1, 2, 3, \dots, S$ 時， y_r 表示供應船隊；當 $r = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時， y_r 表示需求船隊。 |
| h | 轉運站 |
| R_r | 供應/需求船 y_r 所行駛的途程, $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。 |
| m_r | R_r 途程中的需求港口數量是 m_r 個, $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。 |
| \hat{t}_r | R_r 實際的航行時間。當 $r = 1, 2, 3, \dots, S$ 時， R_r 為供應途程船隊的航行時間；當 $r = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時， R_r 為需求途程船隊的航行時間。 |
| t_r | R_r 途程決策的供應/需求航行時間間隔(supply/demand interval)，其中 $t_r = k_r B = 2^{P_r} B$ ， P_r 為非負整數， $B \in \mathfrak{R}^+$ ， $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ ， $t_r \geq \hat{t}_r$ 。 |
| Δ_r | 供應/需求船 y_r 在途程 R_r 上會產生的等待時間， $\Delta_r = t_r - \hat{t}_r$ 。 當 $r = 1, 2, 3, \dots, S$ 時，供應船 y_r 會在供應港 O_r 港口外等待；當 $r = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時，需求船 y_r 會在轉運站港口外等待。 |
| P | 所有需求港的索引集合(index set) |
| $D_{i,j}$ | 需求港口 i ，對原物料 M_j 的每單位時間需求率, $i = 1, 2, \dots, P $ ， $j = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。當 $j = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時， $D_{i,j} = 0$ 。 |
| $D_{O_r,j}$ | 供應港 O_r 需求原物料 M_j 的每單位時間需求率, $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ ， $j = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。當 $r = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 或 $j = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時， |

| | |
|----------------|--|
| | $D_{O_r,j} = 0$ 。假設 $r = j$ 時， $D_{O_r,j} = 0$ ，因為需求立刻被滿足。 |
| D_{O_j} | 在供應港口 O_j ，供應原物料 M_j 的每單位時間供應率， $j = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。當 $j = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時， $D_{O_j} = 0$ 。 |
| $D_{h,j}$ | 在轉運站 h ，對原物料 M_j 的每單位時間需求率， $j = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。 如： $D_{h,1}$ 表示 $R_2, R_3, \dots, R_{\bar{R}}$ 中所有需求港與 O_2, O_3, \dots, O_S 對於 M_1 每單位時間總需求率。當 $j = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時， $D_{h,j} = 0$ 。 |
| $\Gamma_{r,j}$ | 途程 R_r 中，所有的需求港與供應港 O_r 對原物料 M_j 的每單位時間總需求率， $\Gamma_{r,j} = \sum_{\substack{k \in R_r \\ k \neq h}} D_{k,j}$ ， $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ $j = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ ， $r \neq j$ 。 當 $j = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時， $\Gamma_{r,j} = 0$ 。 |
| q_j | 供應船 y_j ，每隔 t_j 年，攜帶 q_j 單位的原物料 M_j 到轉運站， $j = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。當 $j = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時， $q_j = 0$ 。 |
| $q_{r,j}$ | 途程 R_j 對途程 R_r 而言，每隔 t_j 年，供應船 y_j 攜帶 $q_{r,j}$ 單位的原物料 M_j 到轉運站， $q_j = \sum_r q_{r,j}$ ， $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ $j = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ ， $r \neq j$ 。 當 $j = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時， $q_{r,j} = 0$ 。 |
| d_r | 供應/需求船 y_r ，每隔 t_r 年，到轉運站上裝載的原物料數量， $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ |
| $d_{r,j}$ | 途程 R_r ，每隔 t_r 年，供應/需求船 y_r 裝載 $d_{r,j}$ 單位的原物料 M_j 離開轉運站， $d_r = \sum_j d_{r,j}$ ， $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ $j = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ ， $r \neq j$ 。 當 $j = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時， $d_{r,j} = 0$ 。 |
| T | 整個海運供應鏈運作方式的循環時間 |
| λ_r | 在週期 T 內，供應/需求船 y_r 完成途程 R_r 的次數， $\lambda_r = \frac{T}{t_r}$ ， $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ |

| | |
|---------------|--|
| $t_{i,\ell}$ | 從港口 i 到港口 ℓ 的航行所花的時間(此處的港口 i 及 ℓ 可能是需求港、供應港或是轉運站) |
| t_0^r | 供應船/需求船 y_r 初始在轉運站的時間點, $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。 |
| t_i^r | 供應船/需求船 y_r 在 T 內到達轉運站的時間點, $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。 |
| T_r | 供應船/需求船 y_r 到達轉運站時間的集合, $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。 |
| $S_r(t)$ | 供應船/需求船 y_r 在時間點 t 時, 供應原物料 M_r 的數量為 $S_r(t)$, $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。 |
| $D_r(t)$ | 供應/需求船 y_r 在時間點 t 時, 運走需要的原物料 M_j 的數量為 $D_r(t)$, $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$, $j = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$, $j \neq r$ 。 |
| I_t | 在時間點 t , 在轉運站內的淨存貨狀態, $t \in [0, T)$ 。 |
| $C_{i,j}^L$ | 需求港口 i , 每單位原物料 M_j 的裝貨/卸貨成本, $i \in P $, $j = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。當 $j = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時, $C_{i,j}^L = 0$ 。 |
| $C_{O_r,j}^L$ | 供應港口 O_r , 每單位原物料 M_j 的裝貨/卸貨成本, $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ $j = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。 當 $r = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 或 $j = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時, $C_{O_r,j}^L = 0$ 。 |
| $C_{h,j}^L$ | 轉運站 h , 每單位原物料 M_j 的裝貨/卸貨成本, $j = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。 當 $j = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時, $C_{h,j}^L = 0$ 。 |
| H_j^m | 每年每單位原物料 M_j 的在途存貨與運輸成本, $j = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。 當 $j = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時, $H_j^m = 0$ 。 |
| H_j^h | 轉運站 h , 每年每單位原物料 M_j 的存貨持有成本, $j = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。 當 $j = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時, $H_j^h = 0$ 。 |
| $H_{O_r,j}$ | 供應港口 O_r 每年每單位原物料 M_j 的存貨持有成本, $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ $j = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。當 $r = j$ 時, 此時 O_r 對於 M_j 而言是供 |

| | |
|------------|---|
| | <p>應港；當 $r \neq j$ 時，此時 O_r 對於 M_j 而言是需求港。</p> <p>當 $r = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 或 $j = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時，$H_{O_r, j} = 0$。</p> |
| $H_{i, j}$ | <p>需求港口 i，每年每單位原物料 M_j 的存貨持有成本，$i \in P$ $j = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$。當 $j = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時，$H_{i, j} = 0$。</p> |
| A_r | <p>供應船 y_r 在供應港 O_r 的設置成本與港口費用成本，$r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$。 當 $r = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時，$A_r = 0$。</p> |
| A_r^h | <p>供應/需求船 y_r 在轉運站的設置成本與港口費用成本，$r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$</p> |
| $a_{i, r}$ | <p>供應/需求船 y_r 在需求港口 i 的設置成本與港口費用成本， $i \in R_r, i \neq O_r, h, r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$</p> |

第一章 研究背景與目的

1.1 研究背景

二十一世紀，隨著高科技資訊以及通訊科技的發展，國內的企業面臨的是全球化的競爭。台灣位處於亞太地區極佳的地理中樞位置，在西太平洋地理中心的位置，高雄、台中與基隆等港口之客觀條件亦極為優越，且近幾年來全球的製造中心漸漸移轉到亞太地區，台灣擁有亞太地區門戶地緣之便，以及接近廣大的東南亞市場等優勢，政府在近幾年來一直致力於將台灣發展成亞太營運中心，積極推動製造、海運轉運、航空轉運、金融、媒體、電信等六大專業營運中心。在海運方面，亞太地區之海運業居世界之首，所以推動台灣發展為海運中心，成為東亞地區貨櫃轉口中心，對經濟發展的助益極大，更是六個營運中心中最可能實現的目標。鑑於轉運功能在全球供應鏈中將扮演越來越重要的角色，政府規劃以台中、高雄港設置海運倉儲轉運專區，以充分利用台灣的地理優勢。本文以高雄港為轉運中心為例，探討海運供應鏈中配銷運送與補貨排程等重要議題。

海運經營的基本原則，對於業者而言，不外：「減低成本」、「降低風險」、「擴大服務」。對於顧客要求而言，共有五項：「安全」、「迅速」、「低成本」、「便利」、「舒適穩妥」。因此如何減低成本、降低風險、增加服務與滿足顧客種種要求，是海運經營的主要目的。隨著產品的客製化與全球化，海運運輸業在過去數十年來穩定成長。為了提高競爭力，海運業者會用較便宜的價格來提供更好的服務。因此，如何安排航運途程作業的最佳化成為了一項重要的課題。

在海運供應鏈中，有原物料的供應港口、需求港口與轉運站。在供應港口上，它是原物料供應商，亦是產品製造商(會供應及需求原物料)。在需求港上，它是產品製造商，會將運至的原物料透過生產，轉為產品，再運到市場上去銷售。在轉運站上，它負責的是原物料的配銷運送。如何將各個供應港口所供應的原物料，利用海運與轉運站運送到每個港口，是一個重要的議題。在海運上會產生許多的成本，諸如港口成本、運輸成本與存貨成本等。如何考慮配送及補貨排程，使相關成本項降到最低，是海運業者最關心的議題。本研究旨於探討在多條途程的情況下，運用何種有效率的方法以得到合理的排程，期能提供海運業者決策時之參考。

1.2 研究問題描述

本研究假設在一個海運供應鏈上，有 S 個供應港口，分別表示為 $O_1, O_2, O_3, \dots, O_S$ 。供應港 O_1 提供原物料 M_1 ，供應港 O_2 提供原物料 M_2 ，供應港 O_3 提供原物料 M_3 ，...，供應港 O_S 提供原物料 M_S 。海運供應鏈上一共有 $|P|$ 個需求港，每個需求港與供應港 $O_1, O_2, O_3, \dots, O_S$ 都需求 $M_1, M_2, M_3, \dots, M_S$ 這 S 種原物料，而且每個需求港與供應港 $O_1, O_2, O_3, \dots, O_S$ 對每種原物料的需求率 $D_{i,j}$ 都不相同。所以對於供應港 O_1 而言，原物料 M_1 可以自給自足；供應港 O_2 而言，原物料 M_2 可以自給自足；供應港 O_3 而言，原物料 M_3 可以自給自足；...；供應港 O_S 而言，原物料 M_S 可以自給自足。海運供應鏈上，共有 \bar{R} 條船運途程，表示為 $R_1, R_2, R_3, \dots, R_{\bar{R}}$ 。其中有 S 條是供應途程，表示為 $R_1, R_2, R_3, \dots, R_S$ 會供應與需求原物料；其他 $\bar{R} - S$ 條是需求途程，表示為 $R_{S+1}, R_{S+2}, \dots, R_{\bar{R}}$ 只需求不供應原物料。在每一條船運供應途程 $R_r, r=1, 2, 3, \dots, S$ 上，只有一處供應港 O_r 與多個需求港在運輸的途程上，而且只有一艘供應船 y_r 負責運輸與轉運作業。在每一條船運需求途程 $R_r, r=S+1, S+2, \dots, \bar{R}$ 上，沒有供應港口，有多個需求港口在運輸的途程上，而且也只有一艘需求船 y_r 負責運輸與轉運作業。假設 R_r 途程上需求港的數量是 m_r 個，所以 $m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_{\bar{R}} = |P|$ 。對於某一條供應/需求船 y_r ，它會依照 R_r 的路線行駛，進行補貨及轉運的作業，而 y_r 的假設容量無限制。在海運供應鏈上的某處有一個轉運站，可以處理 S 種原物料的轉運作業；所以該轉運站為這 \bar{R} 條航運途程的交會點。將供應船運輸而來的 S 種原物料 $M_1, M_2, M_3, \dots, M_S$ 可以儲存在轉運站上，再用各個航運途程的供應/需求船轉運到其對應的需求港口與供應港口上。

\hat{t}_r 表示供應船 y_r 實際航行時間(已知)， t_r 是決策的供應時間間隔，是決策變數，而且 $t_r \geq \hat{t}_r$ ，所以 $\Delta_r = t_r - \hat{t}_r$ 表示供應船 y_r 在航運上會產生的等待時間，令 Δ_r 是供應船 y_r 會在供應港 O_r 的港口外等待(尚未進入供應港)，等待時間是 Δ_r ，如此會具有最低的額外產生在途存貨持有成本，其中 $r=1, 2, \dots, S$ 。同理，當 $r=S+1, S+2, \dots, \bar{R}$ 時， \hat{t}_r 表示需求船 y_r 實際航行時間(已知)， t_r 是決策的需求時間間隔，而且 $t_r \geq \hat{t}_r$ ，所以 $\Delta_r = t_r - \hat{t}_r$ 表示需求船 y_r 在航運上會產生的等待時間，令 Δ_r 是需求船 y_r 會在轉運站 h 的港口外等待(尚未進入轉運站)，等待時間是 Δ_r ，由於此時需求船 y_r 船上沒有貨物，

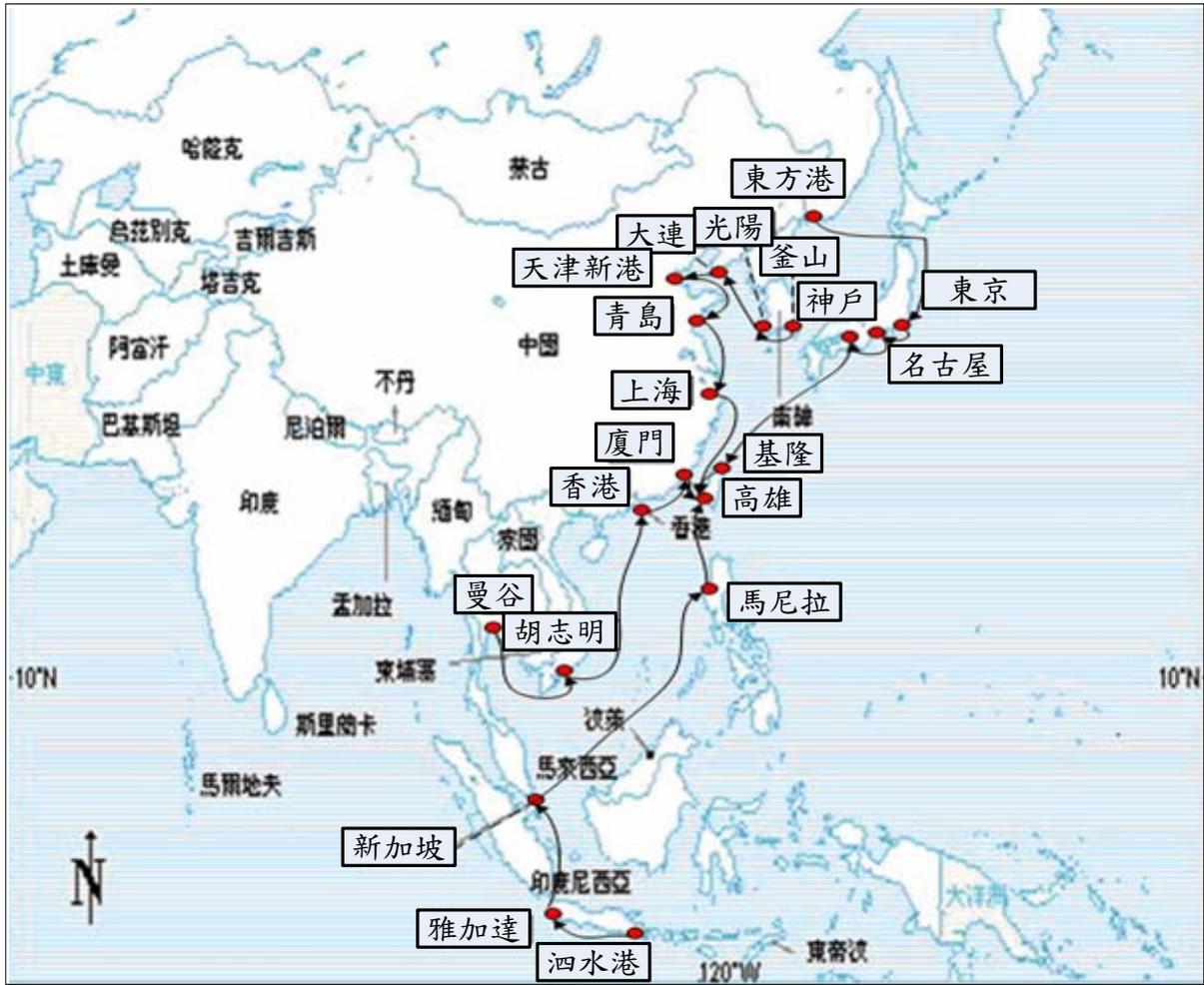
所以不會額外產生在途存貨持有成本。

對於供應途程 $R_1, R_2, R_3, \dots, R_S$ ，以原物料 M_1 而言，供應港 O_1 對於原物料 M_1 會自給自足，供應船 y_1 會從供應港 O_1 裝載原物料 M_1 ，依 R_1 途程，先把原物料 M_1 依序運送到 R_1 途程上的所有需求港，再到轉運站去卸下 $R_2, R_3, \dots, R_{\bar{R}}$ 中所有需求港與供應港 O_2, O_3, \dots, O_S 總共需要的原物料 M_1 數量，供應船 y_1 會在轉運站上裝載 R_1 途程上所有的需求港與供應港 O_1 總共需求的原物料 M_2, M_3, \dots, M_S 的數量離開轉運站，再依照 R_1 逆向途程往回走，將 M_2, M_3, \dots, M_S 依序運送到 R_1 途程上的所有需求港，最後到供應港 O_1 ，在進入供應港 O_1 之前，會在港口外等待 Δ_1 時間，然後才進入供應港 O_1 去卸下在供應港 O_1 所需求的原物料 M_2, M_3, \dots, M_S 數量，同時裝載原物料 M_1 。其它原物料 M_2, M_3, \dots, M_S 以同樣的方式運輸。

對於需求途程 R_r ，其中 $r = S+1, S+2, \dots, \bar{R}$ ，需求船 y_r 會在轉運站上裝載 R_r 途程上所有的需求港總共需求的原物料 $M_1, M_2, M_3, \dots, M_S$ 的數量離開轉運站，再依照 R_r 逆向途程往回走，把原物料 $M_1, M_2, M_3, \dots, M_S$ 依序運送到 R_r 途程上的所有需求港，全部運送完畢後， y_r 會依照 R_r 途程走到轉運站，在進入轉運站之前，會在轉運站外等待 Δ_r 時間，然後才進入轉運站裝載 R_r 途程上所有的需求港總共需求的原物料 $M_1, M_2, M_3, \dots, M_S$ 的數量。

為了數學模式推導方便，將需求途程 R_r 起點的需求港視為虛擬的 (virtual) 供應港 O_r ，會供應虛擬原物料 M_j ，所以 $O_r = M_j = 0$ 。其中 $r = S+1, S+2, \dots, \bar{R}$ 。

茲舉一輪胎產業實例說明海運供應鏈之運作，參見圖 1.1。其中， $S=3, \bar{R}=4$ ，高雄港為轉運港。對於製造汽機車業相當重要的輪胎所需的相關原物料包括橡膠、簾子布與石化物。橡膠的產地印度尼西亞，由供應港『泗水港』來供應。簾子布，佔輪胎總成本的 25% 左右，產地是韓國，由供應港『釜山』來供應。石化物的產地俄羅斯，由供應港『東方港』來供應。轉運站是位在『高雄港』。至於需求港假設供應途程 R_1 上有：泗水港、雅加達、新加坡、馬尼拉及高雄港。供應途程 R_2 上有：東方港、東京、名古屋、神戶、基隆與高雄港。供應途程 R_3 上有：釜山、光陽、大連、天津新港、青島、上海及高雄港。供應途程 R_4 上有：曼谷、胡志明、香港、廈門及高雄港。



供應港：泗水港(橡膠)、釜山(簾子布)、東方港(石化物)
 轉運站：高雄
 需求港：東京、名古屋、神戶、基隆、光陽、大連、天津新港、青島、上海、胡志明、香港、廈門、雅加達、新加坡、馬尼拉

圖 1.1 輪胎產業之海運供應鏈

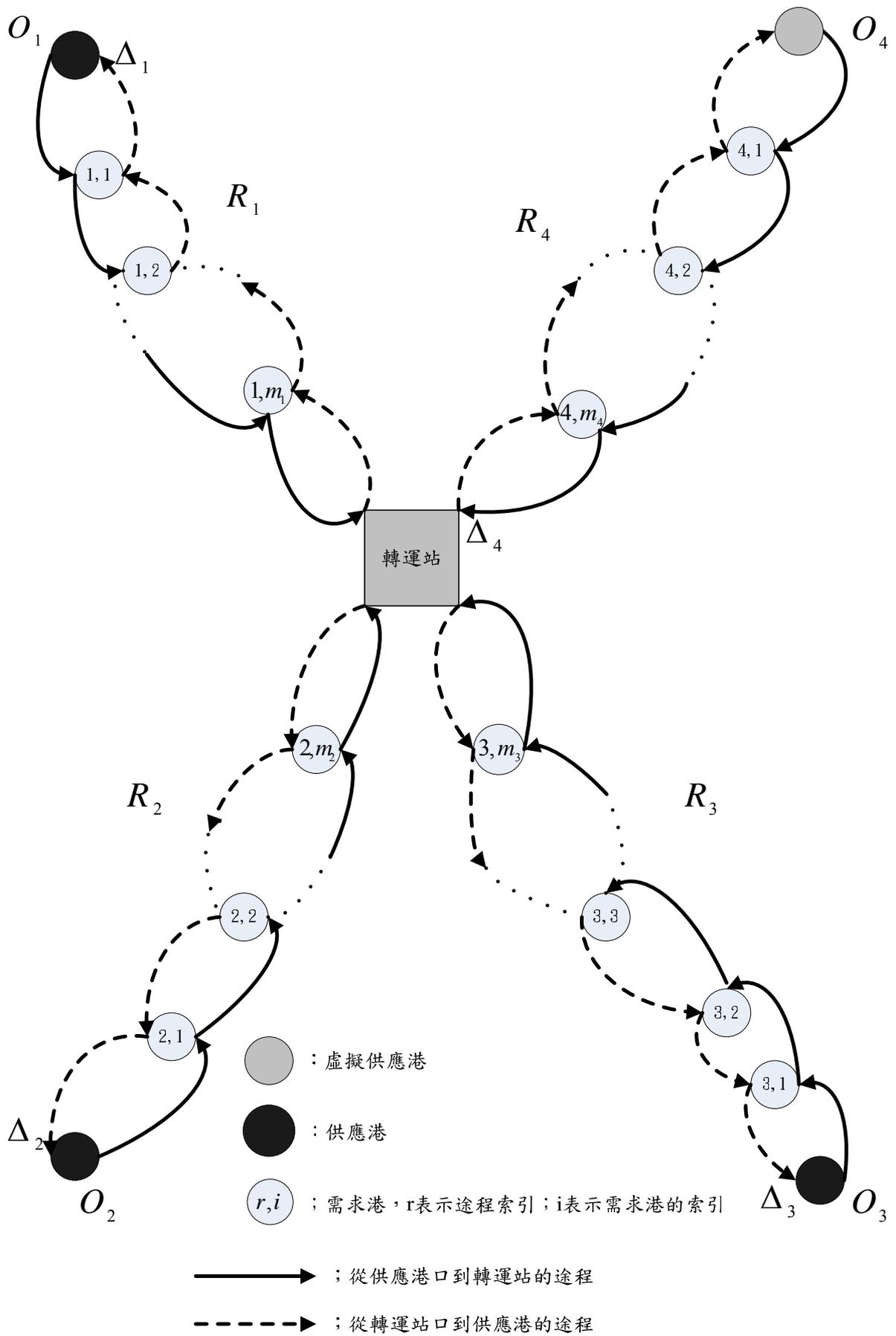


圖 1.2 海運供應鏈的情境

1.3 本研究之重要假設與成本項

本研究的數學模式具有幾個重要假設與許多的成本參數設定，決策的供應/需求間隔 t_r 是使用二冪策略(Power-of-Two)的環境，考慮供應港、需求港與轉運站上發生的成本項目，轉運站的運作方式則是類似於越庫作業(cross-docking)。

1.3.1 重要假設

令決策的供應/需求間隔 t_r 是符合二冪策略(Power-of-Two)，即 $t_r = k_r B = 2^{P_r} B$ ， P_r 為非負整數， $B \in \mathbb{R}^+$ ， $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ ， $t_r \geq \hat{t}_r$ ，而等待時間 $\Delta_r = t_r - \hat{t}_r$ 。本研究使用二冪策略的原因是時間間隔可以是單純的二次方倍數，而且對於掌握整個海運供應鏈運的循環時間 T 可更為簡單， $T = LCM(\{k_r\})B$ 。採用二冪策略的原因在於當已知整體海運供應鏈的決策補貨乘數時，若是需要掌握整體系統的循環時間，只需要尋找到在整體海運供應鏈系統下的最大乘數即可，假設在二冪策略下各途程的船隊啟航間距分別為 2 天、4 天與 16 天，而我們可以掌握海運供應鏈運的循環時間為 $T = LCM(2, 4, 16) = 16$ 天，而循環週期則代表著每 16 天的車輛排程會重複一次。反觀若是採用一般整數策略(General-Integer Policy, GI)，假設各路線的船隊啟航間距為 5 天、11 天與 13 天皆為質數，而此海運供應鏈的循環週期 $T = LCM(5, 11, 13) = 715$ 天，因此，若是以一般整數策略方式，則其需要 715 天才能夠形成一個循環週期，使得決策者難以掌握海運供應鏈船隊的排程規劃，而若是採用二冪策略其循環週期只需 16 天，只需尋找到在整體海運供應鏈系統所有途程中的最大決策的供應/需求間隔即可。

對於成本的設定，一般而言需求港在處理貨物的效率上會比轉運站來得差，使得其存貨持有成本較高。倉庫存放成本與使用的總倉庫需求空間也有密切的關係，Goh, Ou and Teo(2001)指出總倉庫需求空間越大，每單位原料存貨持有成本越低，因為在轉運站上，必須負責 S 種原物料的轉運與過度倉儲的處理，相對於需求港所有的倉庫，其使用的總倉庫需求空間為最大。所以我們可以合理的假設各條途程上需求港的總存貨持有成本會大於轉運站的總存貨持有成本，所以必須要符合以下的假設。

Assumption 1

$$\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} H_{i,j} D_{i,j} \geq H_j^h \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j} \quad (1.1)$$

每個供應港口 O_r 只提供一種原物料 M_j ，而且每一個供應港口會需求 $(S-1)$ 種原物料(自己供應的不會有需求量)；每個需求港口會需求 S 種原物料；轉運站上不需求也不提供原物料，只負責轉運作業。

在此我們假設在需求途程 R_r ，其中 $r = s+1, s+2, \dots, \bar{R}$ ，具有虛擬(virtual)供應港 O_r ，會供應虛擬原物料 M_j ，所以 $O_r = M_j = 0$ 。

假設每條航運途程是已知的，途程上的供應港與需求港也是固定的，在每一條航運途程 R_r 上，供應/需求船隊 y_r 負責運輸與轉運作業，而且 y_r 要依照既定的途程行走，不得迴轉。在供應途程上，供應船隊會在供應港 O_r 的港口外等待(尚未進入供應港)，等待時間是 Δ_r ；在需求途程上，需求船隊會在轉運站 h 的港口外等待(尚未進入轉運站)，等待時間是 Δ_r 。

1.3.2 成本項

本研究考慮的成本項如下所示：

1. 供應港口：裝貨及卸貨成本、存貨持有成本、港口設置成本與港口費用成本。
2. 需求港口：卸貨成本、存貨持有成本、港口設置成本與港口費用成本。
3. 轉運站：裝貨及卸貨成本、存貨持有成本、港口設置成本與港口費用成本。
4. 供應/需求船上：在途存貨與運輸成本及因為等候而產生的等候成本。

1.3.3 轉運站的運作方式

轉運站在本研究中扮演一個重要角色，它會將每個供應船裝載來的原物料放置在轉運站上存放(需求船沒有裝載原物料)，同時供應/需求船會將其所服務的途程上之所有港口需求的原物料裝載上船，這種情形類似於越

庫作業(cross-docking)，在轉運港上保有存貨不超過 10 到 15 小時。

1.4 研究目的

本研究針對多家供應港口、多家需求港口及一個轉運港口組成的供應鏈系統，前提是每家供應港口供應原物料，也同時會需求原物料；而每家需求港口只需求不供應原物料；轉運港口只負責轉運作業，依次推導供應鏈成員的成本項目，包括供應港、需求港及轉運站的存貨成本、港口設置成本、港口費用及裝卸貨成本，還有在途存貨成本與運輸成本。建構在 Chou et al.(2003)的模式上，本研究提出的模式與實際業界情形更為接近，根據以上的問題定義與描述，達到配送原物料及安排補貨排程，目標是將供應鏈上發生的平均總成本最小化，決定每一條航運途程上決策供應/需求間隔的航行時間。

為了延伸海運供應鏈中配銷運送與補貨排程問題，本研究分別利用啟發式演算法(Heuristic Algorithm)與遺傳演算法(Genetic Algorithms; GA)兩種方式求解。GA 可多點平行搜尋，且可同時找尋最佳補貨乘數與基本週期，有效降低平均總成本。但是因為 GA 搜尋最佳解較為耗時，本研究以啟發式演算法，改善最佳解的品質並縮短搜尋時間。總括來說，本研究的目的是以兩種方式求解海運供應鏈中配銷運送與補貨排程問題，第一種解法乃啟發式演算法，第二種解法則是 GA。經本研究的實驗數據顯示，第一種解法可迅速求得一個品質不錯的可行解，第二種解法雖有可能搜尋到較好的解，但是耗時較久，本研究也針對 GA 的運算機制與運算因子進行分析，藉此改善 GA 的求解情形與執行時間，使 GA 能夠發揮最佳的效能。管理者可依其需求，選擇適用的求解方式，以此作為配銷運送與補貨排程決策的參考。

1.5 研究工具

本研究主要使用 MATLAB、Excel 及 MINITAB 作為運算及驗證的工具，分別敘述如下：

1. MATLAB 撰寫程式

(1) 共同週期法程式。

- (2) 接合點理論程式。
- (3) 啟發式演算法程式。
- (4) 遺傳演算法程式。
- (5) 遺傳演算法參數實驗設計程式。

2. MATLAB 繪圖

- (1) 各途程成本曲線圖。
- (2) 平均總成本曲線圖。

3. 利用 Excel 驗證

- (1) 驗證所有決策的供應/需求間隔 t 下，各途程的總需求數量
- (2) 驗證啟發式演算法求算之決策的供應/需求間隔。
- (3) 驗證啟發式演算法算出之合理解的平均總成本。
- (4) 驗證遺傳演算法程式所算出的適應值。
- (5) 驗證遺傳演算法程式求算之合理解的平均總成本。

4. MINITAB 實驗設計

- (1) 進行遺傳演算法參數之多因子變異數分析。
- (2) 進行遺傳演算法個別參數之假設檢定。

1.6 論文架構

由於許多學者建議指出，Matlab 程式語言對於數值分析及演算法編碼有相當不錯的成效，故本研究使用 Matlab 程式語言作為演算法編碼的程式語言。本研究論文的內容共分為八章，研究架構如圖 1.3 所示，分別簡述如下。第一章敘述本論文之研究背景、目的、方法步驟及研究工具等相關內容。第二章整理及探討與本研究相關的文獻，包括轉運站位置的分類、軸輻路網、存貨與途程問題及存貨、途程及轉運站、遺傳演算法之文獻探討。第三章介紹問題之數學模式。第四章介紹數學公式推導、限制與整理。第五章結合啟發式演算法。第六章結合遺傳演算法，並且進行方法比較與實驗設計。第七章數據實驗，比較啟發式演算法與遺傳演算法的結果。第八章歸納本研究的結果。

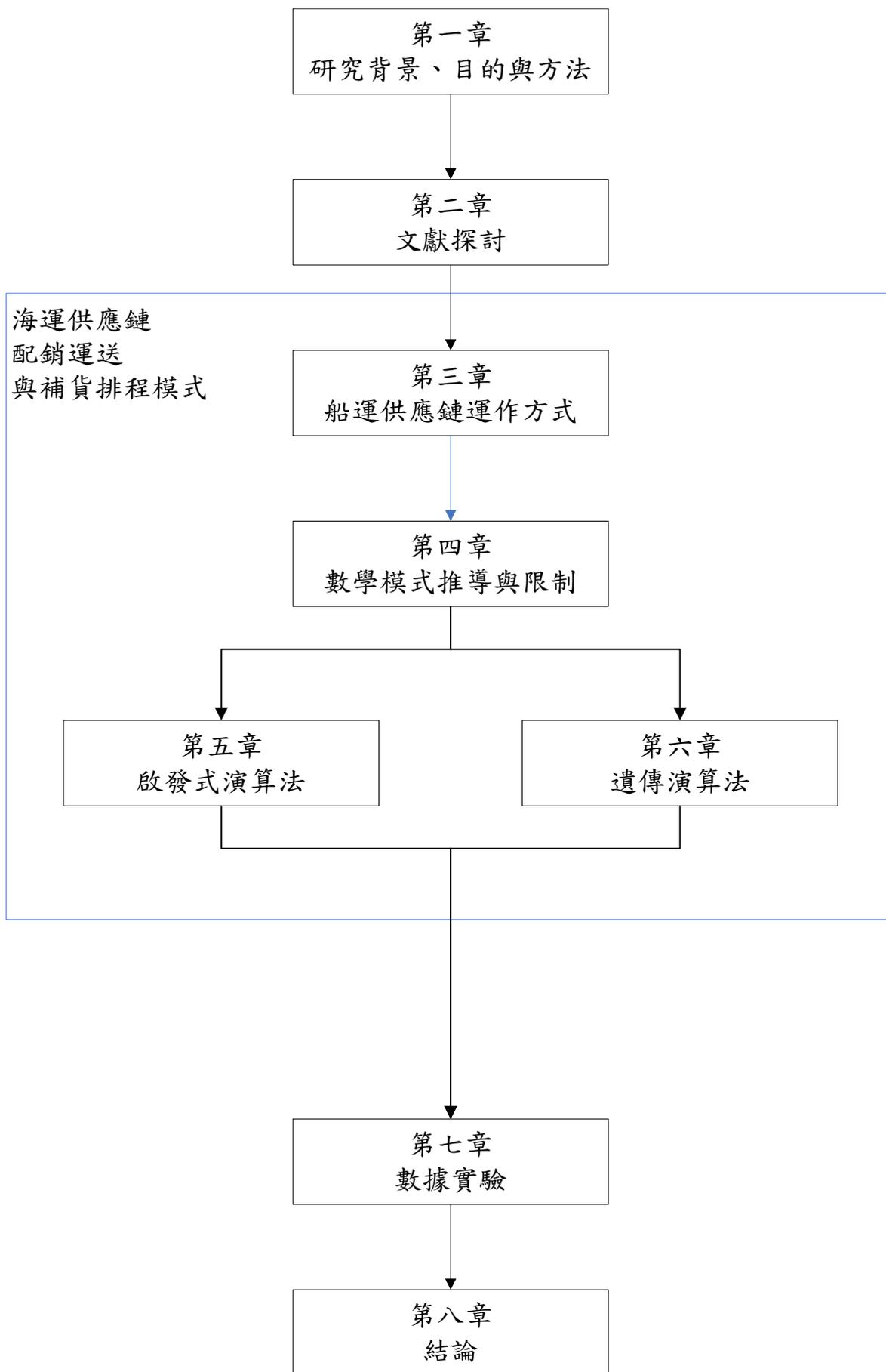


圖 1.3 研究論文架構

第二章 文獻探討

本研究是一個具有轉運站之配送與補貨的航運問題，決策者要決定每一條航運途程上決策供應/需求間隔的航行時間，以達到平均總成本最低。本章首先在第 2.1 節討論對於轉運站位置問題中的轉運站位置的分類，說明本研究模式的類型。第 2.2 節介紹軸輻路網的分類與定義，說明本研究與軸輻路網的關係。第 2.3 節則提出具有存貨與途程問題的文獻探討。第 2.4 節提出到目前為止，具有存貨、途程及轉運站相關文獻探討。最後在第 2.5 節提出研究動機，以及本研究的貢獻。

2.1 轉運站位置的分類

在 Hub location 問題研究中，具有主幹(backbone)與支線(tributary)網路設計的發展方面，Klincewicz(1998)對於具有主幹與支線的網路設計，如圖 2.1 所示。

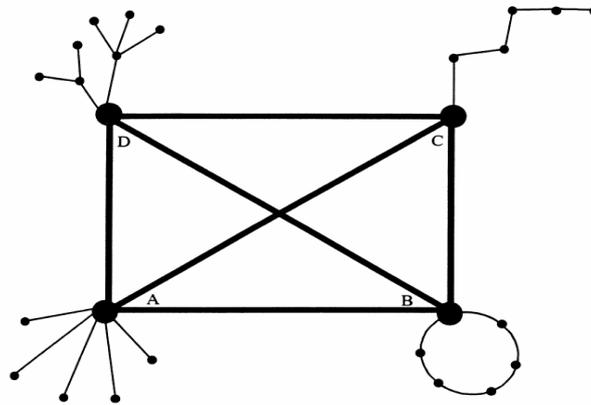


圖 2.1 主幹與支線的網路

圖 2.1 將這類型的網路設計分為基本的 4 種。A、B、C 與 D 分別表示轉運站節點，而連接轉運站的粗線表示主幹網路，非轉運站的節點要藉由支線網路相互到達，A 表示星形的(star)網路，B 表示環狀的(ring)網路，C 表示路徑的(path)網路，D 表示樹狀的(tree)網路。本研究所探討的就屬於這特殊的網路形態其中一種，它是主幹完全相互連接與支線網路是路徑的型態(Fully interconnected/path network)。由於本研究與軸輻路網相關，軸輻路

網是主幹完全相互連接與支線網路是星形的型態(Fully interconnected/star network)這類型的網路也就是軸輻路網(hub-and-spoke network)。

2.2 軸輻路網的文獻探討

軸輻路網的定義是在軸輻路網中，有一組節點(城市)，其必須相互連結，從起始節點到終點的所有流動必須經過至少一個轉運站，要如何設計這路網使得產生的運輸成本最小化，最早是由 O'Kelly(1987)所提出，

在軸輻路網(hub-and-spoke network)的問題下，O'Kelly(1999)將軸輻路網的分析研究分為以下四個部份，分別是單一指派模式、多重指派模式、具有固定軸輻位置的延伸及具有內生軸輻位置的延伸。這四個部份有許多的學者在最近 30 年都有提出相關的研究與求解演算法，由於這些文獻與本研究並無直接的相關所以並未列出，這裡只說明這些模式的定義。

2.1.1 單一指派模式

單一指派模式(Single assignment model)是在問題裡的所有節點中選擇 p 個作為轉運站，每一個非轉運站(non-hub)節點只能指派給一個轉運站，會形成星形的型態，而這 p 個轉運站要彼此相互連接。這樣一來，對所有非轉運站必須藉由轉運站與其他非轉運站作連接。這部分沒有去考慮有容量(capacity)限制，所有考慮的成本都是因為使用這些路徑而產生的使用成本。在節點 k 與 l 之間的連結(link)，每單位的運輸量成本是 c_{kl} 。若 k 與 l 是轉運站，這成本會產生一個折扣(discount)因子 a 。

這問題最早由 O'Kelly (1987)所提出，所有的非轉運站(non-hub)的節點只能指派給一個轉運站，而轉運站可以指派給多個節點，所有轉運站間的主幹線(interhub link)要完全的連結。使用二元變數 x_{ik} 代表節點 i 是否與節點 k 有連結，把模式化為一個二次的(quadratic)整數問題，目標函數是把總成本最小化。之後在單一指派模式上，專注在啟發式解法上的發展及線性化的發展上。

2.1.2 多重指派模式

多重指派模式(Multiple assignment model)允許非轉運站節點連接一個以上的轉運站。在給定轉運站位置情形下，會去選擇可降低總運輸成本的路徑。這模式最早是由 Campbell(1994)所提出。

2.1.3 具有固定軸輻位置的延伸

具有固定軸輻位置的延伸(Extension with fixed hub location)，有些學者把更為接近現實世界的軸輻路網特徵考慮到單一與多重指派模式中。由於它的複雜度，所以假設具有固定軸輻位置來簡化。這部份的延伸包含了使用非轉運站之間的直接連接(direct link)、對於包裹快遞系統軸輻路網的修改、網路的設計標準改用最大獲利為目標函數及考慮轉運站上的壅塞(congestion)。

2.1.4 具有內生軸輻位置的延伸

具有內生軸輻位置的延伸(Extension with endogenous hub location)，在基本軸輻路網模式中，轉運站(hub)數量 P 是外部決定的。當問題的目標包含固定成本時，轉運站數量 P 是由內部決定。模式會決定多少轉運站數量，是依據啟用轉運站的固定成本。當固定成本增加時，網路中的轉運站個數就會減少。

2.3 存貨與途程問題的文獻探討

存貨途程問題(Inventory Routing Problem,IRP)包含了要整合與協調其構成的兩項元件：存貨管理(inventory management)與運送途程(vehicle routing)。IRP 是考慮配送單一產品，在給定一個計畫時間橫軸 T 下(T 可能是無限大)，從單一設施配送到 n 家顧客。顧客消耗產品的速率是 u_i ，而且要滿足存貨水準到達 C_i ，在時間點 0 時，存貨水準假設是 C_i 。使用一群相同的運送工具而且容量為 Q 來配送這產品。目標函數是在計劃時間 T 內要如何配送這產品使得任何一家顧客不產生缺貨，同時總成本最小化。同時做 3 個決定：何時去服務一位顧客、要運送多少貨物給一位顧客、要走哪一條途程。

相關的文獻很多，IRP 問題最早在 70 年代的 Beltrami and Bodin(1974) 及 Russel and Igo(1979)出現。早期的研究，如 Federgruen and Zipkin (1984), Golden et al.(1984), Dror et al.(1985), Dror and Ball(1987), Chien et al.(1989) 以短期計畫為基礎，很明顯的無法使用在海運途程問題，因為其行程要具有週期性而且穩定。另一項在 IRP 廣泛使用的方法就是，根據顧客的需求與區位，區分顧客到不同集合上，如 Anily and Federgruen(1990a,1990b), Bramel and Simchi-Levi (1995), Chan et al.(1998)。本研究港口數量要遠小於傳統的 IRP 的顧客數量，所以很難去執行區分。

2.4 存貨、途程及轉運站相關文獻探討

具有存貨、途程及轉運站重要的相關文獻本研究整理如下：

Larson(1988)提出了一個具有存貨控制的船運途程問題。這個研究設計出一個後勤(logistic)系統，把紐約市中的污水沉澱物，從市立廢水處理廠，運送到離海岸 106 英里海中可以傾倒的位址(site)。這模式要考慮整合船隻大小、處理廠存貨持有容量大小及沉澱物生產的統計量，轉運站的數量與位置，使長期成本最小與執行效果最佳化。

Campbell(1993)從一個起始點透過轉運站配送多個終點站的運送架構下，提出最佳化兩種型態的近似(approximate)分析模式。從起始點到轉運站是由線拖車(linehaul vessel)運送貨物，從轉運站出去所產生的傳播的途程是由地區貨車(local vessel)來運送。分析運輸成本、存貨成本及轉運站營運成本之間的消長關係(tradeoff)，決定最佳的轉運站數量、每次運送途程所要停留的站數及配送成本。

Bookbinder and Fox(1998)是針對加拿大到墨西哥貨櫃貨物複合(intermodal)運輸之最適路線選擇。其中複合運輸的方式包括鐵路、公路及海運等兩種或三種的聯運方式。研究中將每對城市較不經濟的運送方式，先加以排除不納考慮的路線。之後再將較經濟的各種不同運輸組合，分別以其運輸成本多寡及運送時間的長短來評比，選出每對城市中最適合的複合運送方式。

Feng and Xiao(2001)提出一個具有多個起始點，一個轉運站(hub)及一個終點站的飛機座位存貨控制問題。旅客要從起始點經由轉運站才會到達終點站。從轉運站到終點站的座位數量是固定的。因為要將整個網路最佳化

幾乎不可能，所以管理者會專注在局部最佳化上。

Miller, Silver, and Robb(2003)介於零售店之間，提出一個緊急側邊(lateral)轉運模式。它可以有效的改善服務水準與降低成本。這研究提供我們一個決策法則：要從哪些零售商取得貨物，要取用多少，考慮對於未來的服務水準有無影響，以及之後供應商補貨的時間點。他們清楚的說明轉運站的固定成本與變動成本，及訂單資訊用它來對零售商排途程。

Chou, Song, and Teo(2003)提出在國際運輸業產生的一個問題，是考慮存貨的船隻途程(ship routing)問題。介於一個供應的港口與多家需求的港口間，一個船隊必須針對某個商品做運輸處理。這些被選擇的途程要把總運輸成本與存貨成本最小化。在海運中，考慮 2 個途程策略：多個港口的停靠(multiple ports of call)以及(直接)系統以及軸輻(hub-and spoke)(轉運)系統。該研究將多港口的停靠系統視為旅行銷售者(TSP)與旅行維修者問題(TRP)的結合，會運用啟發式解法來求解。至於軸輻系統，則是從傳統的一家倉庫與多家零售商系統裡，求得存貨成本模式。該研究使用在亞洲太平洋地區的港口，來比較這兩個系統的成效。研究主要的貢獻是：在直接系統中，列出具有傳統旅行銷售(TSP)與旅行維修問題(TRP)，並提出一個簡單的禁忌搜尋啟發法求解直接系統的問題。在轉運系統上，策略性地藉由支線(feeder)船，使用插入等待時間或插入中心的多次靠岸(multiple visits of the hub)，提出多種不同方法，安排轉運站裡的貨物運送，利用分析表示法，來同步化(synchronization)轉運站的平均存貨水準，提出一個有效的啟發法來計算轉運問題最佳途程策略。更重要的是，本文提出一個在直接與轉運模式的價值上的討論。

Teng(2005)是屬於主幹完全相互連接與支線網路是路徑的型態(Fully interconnected/path network)，而且轉運站的位置是固定的，就是軸輻路網中的具有固定軸輻位置的延伸，假設轉運站只有一個，所有的非轉運站的節點需求量要由支線網路彼此到達，支線網路是屬於路徑的(path)網路。研究中包含了存貨、途程與轉運站結合在一起的問題。

Teng(2005)的研究中提出的海運供應鏈模式，與 Chou et al.(2003)的研究之供應鏈模式差異處如下：

1. 使用的模式具有 \bar{R} 條海運途程，其中有 S 條供應途程，有 $\bar{R} - S$ 條需求途程。Chou et al.(2003)使用的模式只有 2 條海運途程，其中一條是供應途

程，另一條是需求途程。因此，本研究所提出的模式更接近現實世界的產業的實境。

2. 使用的決策的供應/需求航行時間間隔是二冪策略(Power-of-two)。Chou et al.(2003)使用的決策的供應/需求航行時間間隔是正整數。而本研究使用二冪策略，時間間隔可以是連續正數，而且在掌握整個海運供應鏈運的循環時間 T 中，更為精準。
3. 供應/需求船隊行駛的途程採取路徑(path)型態的行駛方式，Chou et al.(2003)供應/需求船隊採用環狀(ring)型態的行駛方式。
4. 相較於 Chou et al.(2003)的研究，考慮更多的成本項，除了 Chou et al.(2003)已經考慮過的成本項，還考慮了所有港口的設置成本與港口費用成本。

表 2.1 Teng(2005)與 Chou et al.(2003)的比較

| Teng(2005) | Chou et al.(2003) |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> ■ 具有 \bar{R} 條船運途程。 ■ 決策的供應/需求航行時間間隔是二冪策略。 ■ 供應/需求船行駛的途程採取路徑(path)型態的行駛方式。 ■ 考慮了所有港口的設置成本與港口費用成本。 | <ul style="list-style-type: none"> ■ 只有 2 條船運途程。 ■ 決策的供應/需求航行時間間隔是正整數。 ■ 供應/需求船採用環狀(ring)型態的行駛方式。 |

2.5 研究動機

由於使用轉運站完成配送系統的研究並不多，且在航運系統的探討更少。Teng(2005)的研究建構在 Chou et al.(2003)的模式上，新增若干在航運上應考慮的成本項，將前述的模式擴大，使其接近現實世界的產業的實境，因此可謂是一個同時考量存貨、途程與轉運站的新轉運系統模式。在這個轉運系統中，有一個轉運站，以及多條固定的供應與需求途程。在每條供應途程上會有一個供應港與許多的需求港，每條需求途程上會有許多的需求港，每家供應港口只供應一種原物料，每條途程上有一隊供應/需求船隊

負責運輸與轉運，供應船隊決策的供應間隔與需求船隊決策的需求間隔要滿足二幕策略(Power of two policy)。

Teng(2005)提出的海運供應鏈模式，計算平均總成本使用的是窮舉法，在途程數目增加的情況下，需要更多的求解時間，本研究針對 Teng(2005)的海運供應鏈模式，提出了一個啟發式解法，能夠在短時間求得一個滿意解。本研究也針對 Teng(2005) 的海運供應鏈模式，應用遺傳演算法尋找出滿意解，最後進行不同方法的比較。證明利用這兩個方法，能夠更有效率的解決海運供應鏈的問題。研究之目的在提出有效的求解方法，使轉運站之運作可滿足所有港口的需求，並將平均總成本最小化。

本研究採用的是實數遺傳演算法(Real-parameter GA,RGA；周鵬程，遺傳演算法原理與應用，2002)，有別於一般的二位元遺傳演算法(Binary GA,BGA)，省略了編碼(Encoding，把實數換成二進位，以利交配、突變運算的動作)的步驟，因此也不需要解碼的動作，例如在計算適應度函數時需要先解碼。一編一解都會花費電腦的運算時間，加上族群數大的情況下，總共要花費的時間更多，因此 RGA 的執行速度會比 BGA 快。由於本問題的參數均是完全正整數的實數型態，探討的是排程決策時間的大小順序，所以採用 RGA 的遺傳演算法。並且對遺傳演算法做運算機制與運算因子的方法比較，以及針對遺傳演算法的參數進行實驗設計，使遺傳演算法發揮最大的功效。

第三章 海運供應鏈的運作方式之介紹

本章主要介紹關於海運供應鏈的運作方式，使用一個簡單的範例做說明，接著介紹航運途程的排程所具有的特性，之後說明供應船在到達轉運站後的裝貨與卸貨數量的計算，整章節使用一個簡單的範例說明，最後提出一個 Proposition 與 Theorem。

3.1 海運供應鏈的運作方式

為了方便敘述，使用一個範例來說明(假設 $S=3, \bar{R}=4$)：

假設 R_1 上有 3 個需求港的集合， $m_1=3$ ；需求港的索引分別標示為 $(1,1), (1,2), (1,3)$ ， $\bar{R}_1 = \{O_1, (1,1), (1,2), (1,3), h\}$ ， $\bar{R}_1 = \{O_1, (1,1), (1,2), (1,3), h\}$ ， $t_1 = \bar{R}_1 + \bar{R}_1$ 所花的時間。

假設 R_2 上有 4 個需求港的集合， $m_2=4$ ；需求港的索引分別標示為 $(2,1), (2,2), (2,3), (2,4)$ ， $\bar{R}_2 = \{O_2, (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), h\}$ ， $\bar{R}_2 = \{h, (2,4), (2,3), (2,2), (2,1), O_2\}$ ， $t_2 = \bar{R}_2 + \bar{R}_2$ 所花的時間。

假設 R_3 上有 5 個需求港的集合， $m_3=5$ ；需求港的索引分別標示為 $(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5)$ ， $\bar{R}_3 = \{O_3, (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), h\}$ ， $\bar{R}_3 = \{h, (3,5), (3,4), (3,3), (3,2), (3,1), O_3\}$ ， $t_3 = \bar{R}_3 + \bar{R}_3$ 所花的時間。

假設 R_4 上有 4 個需求港的集合， $m_4=4$ ；需求港的索引分別標示為 $(4,1), (4,2), (4,3), (4,4)$ ， $\bar{R}_4 = \{O_4, (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), h\}$ ， $\bar{R}_4 = \{h, (4,4), (4,3), (4,2), (4,1), O_4\}$ ，而 $O_4 = 0$ 。 $t_4 = \bar{R}_4 + \bar{R}_4$ 所花的時間。

如果決策者使用實際的航行時間： $\hat{t}_1 = 5$ ， $\hat{t}_2 = 3$ ， $\hat{t}_3 = 2$ ， $\hat{t}_4 = 1$ 。

我們假設 $t_1 = 2^{P_1} B = 8$ ， $t_2 = 2^{P_2} B = 4$ ， $t_3 = 2^{P_3} B = 4$ ， $t_4 = 2^{P_4} B = 2$ 。

其中， $P_1 = 3, P_2 = 2, P_3 = 2, P_4 = 1, B = 1$ 。

假設這些需求港與供應港的每單位時間需求率如下：

表 3.1 範例中所有港口的需求率

| $D_{i,j}$ | | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| R_1 | O_1 | 0 | 3 | 4 | 0 |
| | (1,1) | 2 | 2 | 1 | 0 |
| | (1,2) | 3 | 3 | 4 | 0 |
| | (1,3) | 1 | 2 | 3 | 0 |
| R_2 | O_2 | 2 | 0 | 5 | 0 |
| | (2,1) | 2 | 5 | 4 | 0 |
| | (2,2) | 4 | 2 | 3 | 0 |
| | (2,3) | 3 | 2 | 4 | 0 |
| | (2,4) | 4 | 3 | 5 | 0 |
| R_3 | O_3 | 5 | 1 | 0 | 0 |
| | (3,1) | 4 | 2 | 1 | 0 |
| | (3,2) | 2 | 5 | 1 | 0 |
| | (3,3) | 1 | 4 | 3 | 0 |
| | (3,4) | 2 | 5 | 2 | 0 |
| | (3,5) | 1 | 4 | 5 | 0 |
| R_4 | O_4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | (4,1) | 3 | 2 | 2 | 0 |
| | (4,2) | 5 | 1 | 4 | 0 |
| | (4,3) | 2 | 3 | 1 | 0 |
| | (4,4) | 4 | 6 | 4 | 0 |
| sum | | 50 | 55 | 56 | 0 |

註：需求港 O_r 需求原物料 M_j ，當 $r = j$ 時，需求會立即被滿足。

供應港 O_j 供應原物料 M_j 的單位時間供應率，根據 1.2 節的問題描述，會有下列等式將成立：

$$D_{O_j} = \sum_{i=1}^{|P|} D_{i,j} + \sum_{r=1}^4 D_{O_r,j}, j=1,2,3,4 \quad (3.1)$$

在表(3.1)之範例中， $D_{O_1} = 50, D_{O_2} = 55, D_{O_3} = 56, D_{O_4} = 0$ 。

原物料 M_1 而言，等式(3.2)表示在轉運站 h 上會累積 R_2, R_3 與 R_4 上所有的需求港與供應港 O_2, O_3 及 O_4 對於原物料 M_1 的每單位時間總需求率即：

$$D_{h,1} = \sum_{\substack{i \in R_2, R_3, R_4 \\ i \neq h}} D_{i,1}, \quad (3.2)$$

同理對於原物料 M_2, M_3 及 M_4 則會有等式(3.3)、(3.4)與(3.5)成立：

$$D_{h,2} = \sum_{\substack{i \in R_1, R_3, R_4 \\ i \neq h}} D_{i,2}, \quad (3.3)$$

$$D_{h,3} = \sum_{\substack{i \in R_1, R_2, R_4 \\ i \neq h}} D_{i,3}, \quad (3.4)$$

$$D_{h,4} = \sum_{\substack{i \in R_1, R_2, R_3 \\ i \neq h}} D_{i,4}, \quad (3.5)$$

表(3.1)之範例中， $D_{h,1} = 44, D_{h,2} = 43, D_{h,3} = 44, D_{h,4} = 0$ 。

就原物料 M_1 之轉運系統，我們可以把這模式拆成 4 個子系統：

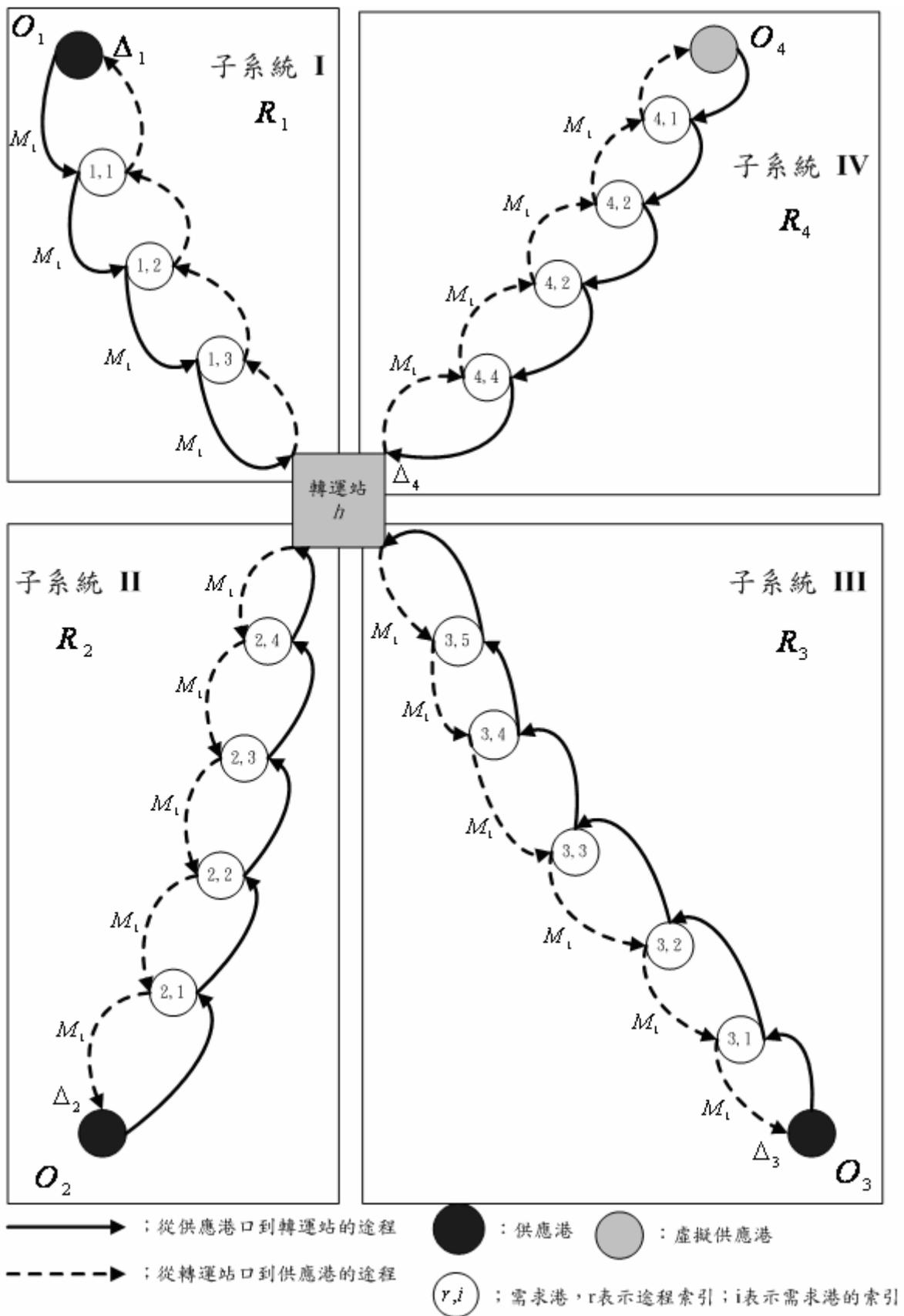


圖 3.1 原物料 M_1 之轉運圖示

$$\text{子系統 II 而言：} \Gamma_{2,1} = \frac{q_{2,1}}{t_1} = \frac{d_{2,1}}{t_2} \quad (3.6)$$

其中， $\Gamma_{2,1}$ 表示途程 R_2 上所有需求港與供應港 O_2 對於原物料 M_1 的每單位時間總需求率； t_1 表示完成途程 R_1 所需要的時間間隔； t_2 表示完成途程 R_2 所需要的時間間隔； $q_{2,1}$ 表示供應船 y_1 每隔時間 t_1 ，攜帶 $q_{2,1}$ 單位的原物料 M_1 到轉運站； $d_{2,1}$ 表示供應船 y_2 每隔時間 t_2 ，攜帶 $d_{2,1}$ 單位的原物料 M_1 離開轉運站。

$$\text{同理，子系統 III 而言：} \Gamma_{3,1} = \frac{q_{3,1}}{t_1} = \frac{d_{3,1}}{t_3} \quad (3.7)$$

$$\text{同理，子系統 IV 而言：} \Gamma_{4,1} = \frac{q_{4,1}}{t_1} = \frac{d_{4,1}}{t_4} \quad (3.8)$$

就表(3.1)之範例而言，

$$\Gamma_{2,1} = \sum_{\substack{k \in R_2 \\ k \neq h}} D_{k,1} = 15, \frac{q_{2,1}}{8} = \frac{d_{2,1}}{4} = 15, \text{所以 } q_{2,1} = 120, d_{2,1} = 60 \text{。}$$

$$\Gamma_{3,1} = \sum_{\substack{k \in R_3 \\ k \neq h}} D_{k,1} = 15, \frac{q_{3,1}}{8} = \frac{d_{3,1}}{4} = 15, \text{所以 } q_{3,1} = 120, d_{3,1} = 60 \text{。}$$

$$\Gamma_{4,1} = \sum_{\substack{k \in R_4 \\ k \neq h}} D_{k,1} = 14, \frac{q_{4,1}}{8} = \frac{d_{4,1}}{2} = 14, \text{所以 } q_{4,1} = 112, d_{4,1} = 28 \text{。}$$

$$q_1 = q_{2,1} + q_{3,1} + q_{4,1} = 120 + 120 + 112 = 352$$

$$\text{同理，} M_2 \text{ 而言，} \Gamma_{1,2} = \frac{q_{1,2}}{t_2} = \frac{d_{1,2}}{t_1}, \Gamma_{3,2} = \frac{q_{3,2}}{t_2} = \frac{d_{3,2}}{t_3}, \Gamma_{4,2} = \frac{q_{4,2}}{t_2} = \frac{d_{4,2}}{t_4} \quad (3.9)$$

$$\text{同理，} M_3 \text{ 而言，} \Gamma_{1,3} = \frac{q_{1,3}}{t_3} = \frac{d_{1,3}}{t_1}, \Gamma_{2,3} = \frac{q_{2,3}}{t_3} = \frac{d_{2,3}}{t_2}, \Gamma_{4,3} = \frac{q_{4,3}}{t_3} = \frac{d_{4,3}}{t_4} \quad (3.10)$$

$$\text{同理，} M_4 \text{ 而言，} \Gamma_{1,4} = \frac{q_{1,4}}{t_4} = \frac{d_{1,4}}{t_1}, \Gamma_{2,4} = \frac{q_{2,4}}{t_4} = \frac{d_{2,4}}{t_2}, \Gamma_{3,4} = \frac{q_{3,4}}{t_4} = \frac{d_{3,4}}{t_3} \quad (3.11)$$

T 表示整個海運供應鏈運作方式的循環時間。故 T 為 t_1, t_2, t_3 與 t_4 的最小公倍數(least common multiplier), $T = \lambda_1 t_1 = \lambda_2 t_2 = \lambda_3 t_3 = \lambda_4 t_4$ 。 R_1, R_2, R_3 及 R_4 運輸及轉運作業，每隔 T 年會再開始重複。因此，本研究的目標即必須把 T 年內的平均總成本最小化。

只要決策的供應/需求間隔 t_i 沒有改變，任意移動(shift)途程在港口的到達時間，不會改變運輸成本與在供應/需求港口的存貨持有成本，以表 3.1 的範例，在下列討論進行說明(針對 M_1 說明)， M_2, M_3 及 M_4 同理。只要 t_1, t_2, t_3 與 t_4 沒有改變，所以 $T = 8$ 不變，因此我們假設原本航運的路線如下：

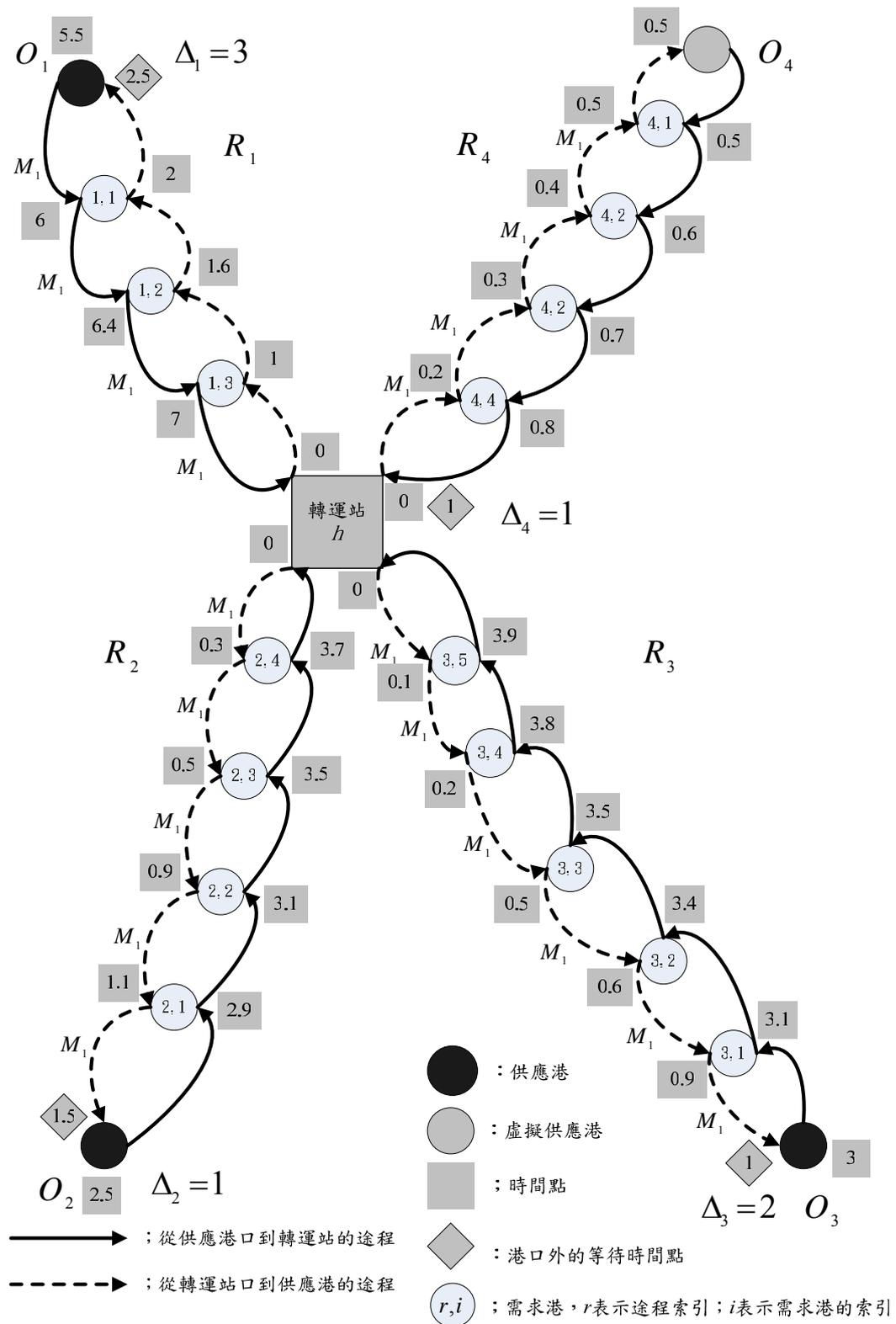


圖 3.2 範例中原物料 M_1 之原本航運路線

3.2 航運途程的排程

任意移動(shift)途程在港口的到達時間，我們假設將 R_2 往前移動 1 個單位時間， R_3 往前移動 2 個單位時間， R_4 往前移動 1 個單位時間後航運的路線如下：

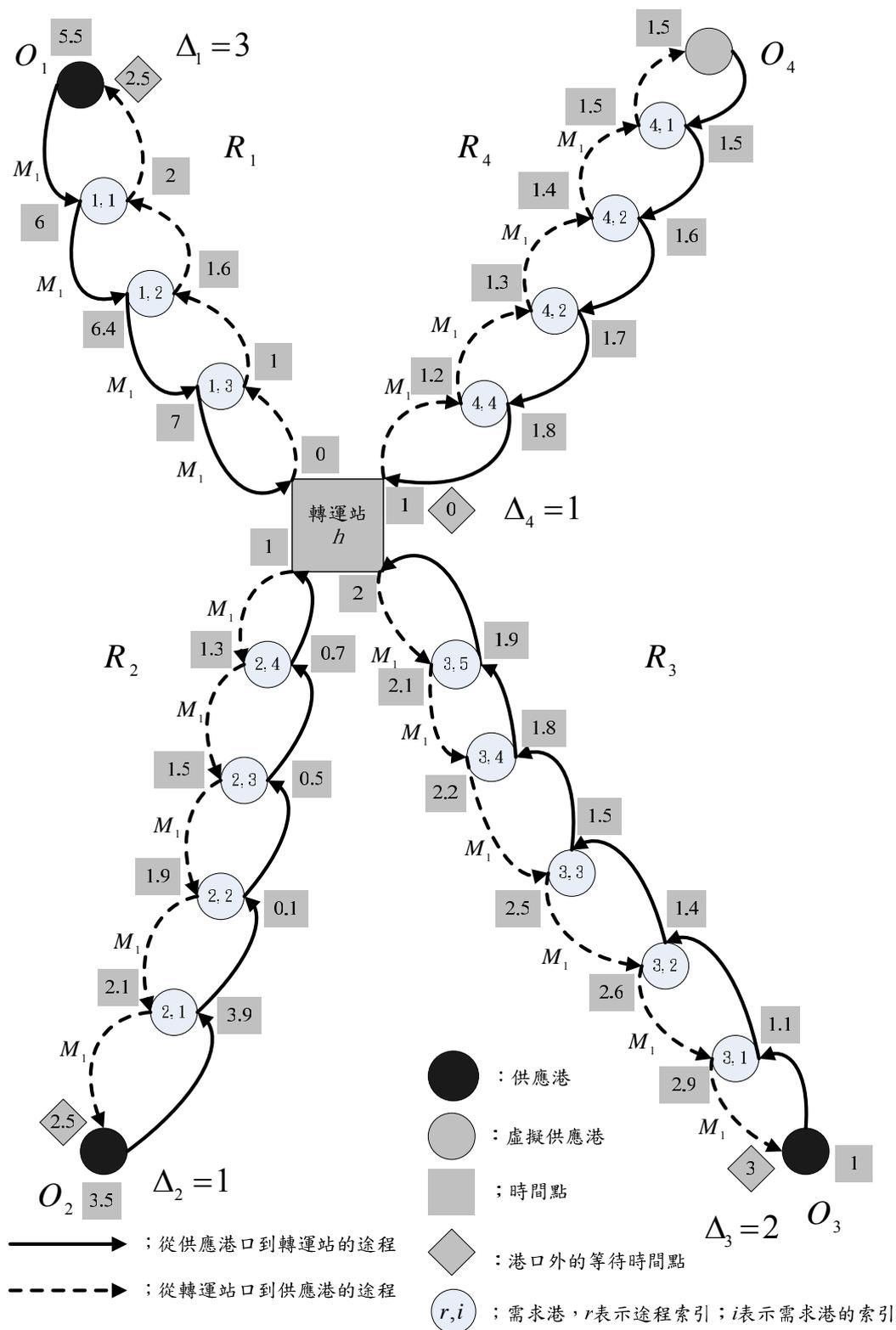


圖 3.3 範例中原物料 M_1 之移動後航運路線

所以，以下是供應港 O_1, O_2, O_3 及 O_4 與 R_1, R_2, R_3 及 R_4 上所有的需求港在時間 T 內的存貨持有成本圖。(此時 O_1 供應 M_1 ，而 O_2, O_3 及 O_4 是需求 M_1)。

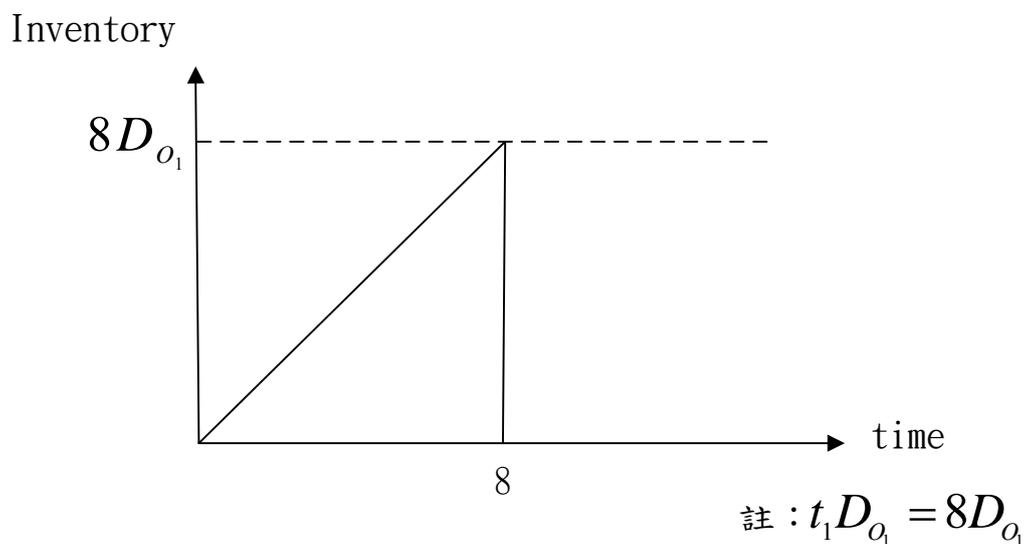


圖 3.4 供應港 O_1 在時間 T 內的存貨持有量(供應 M_1)

所以供應港 O_1 在時間 T 內的平均存貨持有量 $=\frac{1}{8}\left(1\cdot\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 8\cdot 50\right)=200$

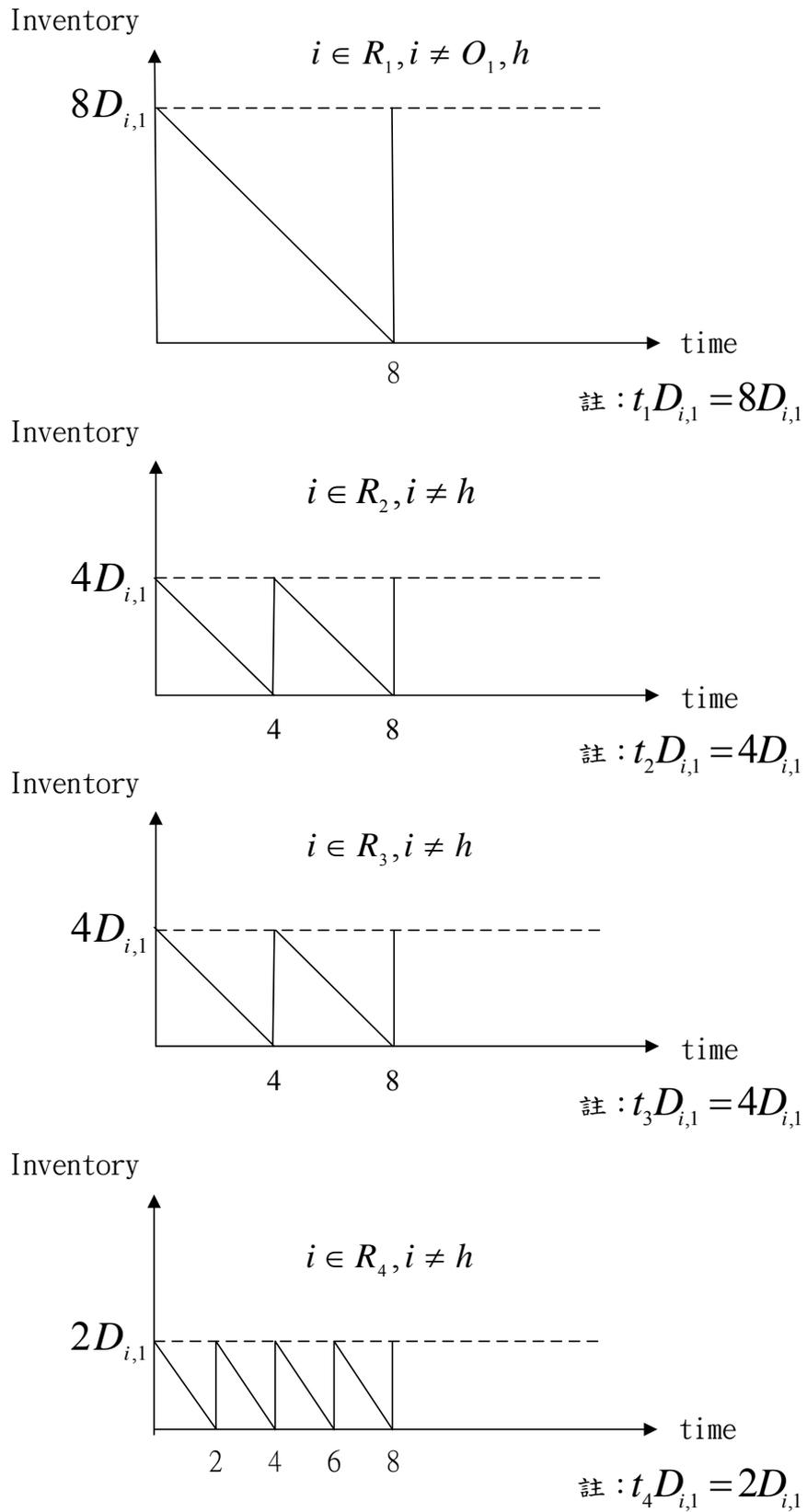


圖 3.5 所有需求港與 O_2 、 O_3 及 O_4 時間 T 內存貨持有量(需求 M_1)

所有需求港與 O_2 、 O_3 及 O_4 在時間 T 內的平均存貨持有量

$$= \frac{1}{8} \left[1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 \cdot (2+3+1) + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot (2+2+4+3+4) \right. \\ \left. + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot (5+4+2+1+2+1) + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot (3+5+2+4) \right] = 784$$

所以任意移動途程在港口的到達時間，只要決策的供應/需求間隔 (t_1, t_2, t_3 與 t_4) 不變，週期時間 $T = 8$ 就不變，所有港口存貨持有成本不會改變。

同樣的運輸成本也會不變，運輸成本包括每次造訪供應港與需求港就需要的設置成本與港口費用與裝貨及卸貨成本，還有在途存貨成本。由於船運途程沒有改變，而且 $T = 8$ 不變，於 T 的週期內，在途程 R_1 上，供應船 y_1 造訪供應港 O_1 與途程 R_1 上每個需求港次數還是 1 次；在途程 R_2 上，供應船 y_2 造訪供應港 O_2 與途程 R_2 上每個需求港次數還是 2 次；在途程 R_3 上，供應船 y_3 造訪供應港 O_3 與途程 R_3 上每個需求港次數還是 2 次；在途程 R_4 上，需求船 y_4 造訪供應港 O_4 與途程 R_4 上每個需求港次數還是 4 次。所以造訪供應港與需求港就需要的設置成本與港口費用成本不變。而且每個需求港的需求量 $D_{i,1}$ 及每個供應港的需求量 $D_{o,1}$ 不變，港與港之間的航行時間 $t_{i,t}$ 不變，所以裝貨/卸貨成本及在途存貨成本不變。

但是在轉運站內的存貨持有成本會因此而改變。在原本航運下，轉運站內的存貨狀態圖如下：(避免轉運站不足夠去供應 M_1 ，期初最低存貨=0)。

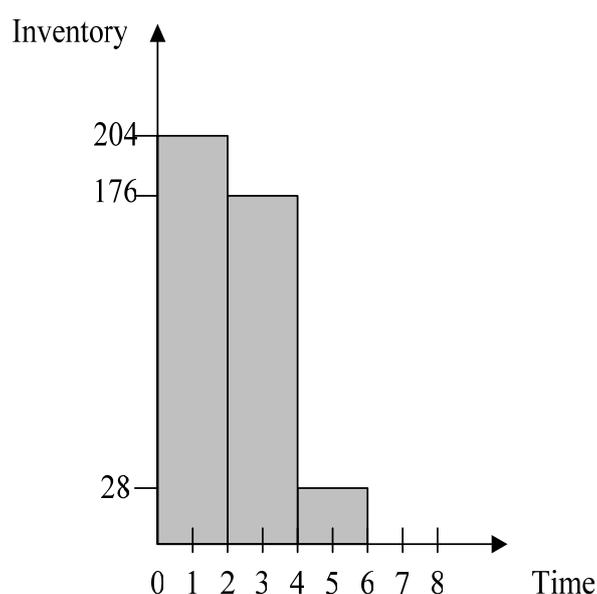


圖 3.6 範例中原物料 M_1 之原本航運路線轉運站內存貨狀態圖

$$\text{平均存貨水準} = \left(\frac{408 + 352 + 56 + 0}{8} \right) = 102$$

移動(shift)途程在港口的到達時間後，轉運站內之存貨狀態圖如下：(期初存貨=148)。

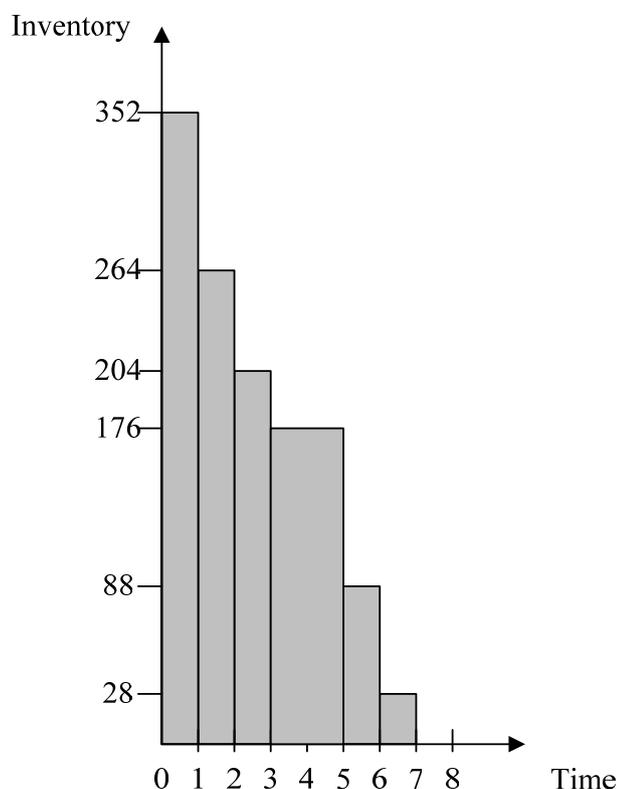


圖 3.7 範例中原物料 M_1 之移動後航運路線轉運站內存貨狀態圖

$$\text{平均存貨水準} = \left(\frac{352 + 264 + 204 + 352 + 88 + 28}{8} \right) = 161$$

由圖 3.6 及圖 3.7 中，很明顯的看到轉運站內的存貨狀態，在不同的港口到達時間上是不一樣的，而且平均存貨水準也不相同。在此海運供應鏈中，必須考慮航運路線的排程，使其轉運站內的平均存貨水準(平均存貨持有成本)達到最小。

假設 T_r 是供應船 y_r 到達轉運站時間的集合， t_i^r 是供應船 y_r 在 T 內到達轉運站的時間點， t_0^r 是供應船 y_r 初始在轉運站的時間點，則我們可以令 $T_r = \{t_i^r \mid t_i^r = t_0^r + it_r, i = 0, 1, \dots, \lambda_r - 1\}$ ， $r = 1, 2, 3, \dots, S$ ，而 $t_0^r \in [0, t_r)$ 。

假設 T_r 是需求船 y_r 到達轉運站時間的集合， t_i^r 是需求船 y_r 在 T 內到達

轉運站的時間點， t_0^r 是需求船 y_r 初始在轉運站的時間點，則我們可以令 $T_r = \{t_i^r \mid t_i^r = t_0^r + it_r, i = 0, 1, \dots, \lambda_r - 1\}$ ， $r = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ ，而 $t_0^r \in [0, t_r)$ 。

所以在這個範例中，分別得到， $T_1 = \{t_i^1 \mid t_i^1 = t_0^1 + 8i, i = 0\}$ ， $t_0^1 \in [0, 8)$ 。
 $T_2 = \{t_i^2 \mid t_i^2 = t_0^2 + 4i, i = 0, 1\}$ ， $t_0^2 \in [0, 4)$ 。 $T_3 = \{t_i^3 \mid t_i^3 = t_0^3 + 4i, i = 0, 1\}$ ， $t_0^3 \in [0, 4)$ 。
 $T_4 = \{t_i^4 \mid t_i^4 = t_0^4 + 2i, i = 0, 1, 2, 3\}$ ， $t_0^4 \in [0, 2)$ 。

3.3 轉運站之裝貨與卸貨數量的計算

在所有途程 $R_1, R_2, R_3, \dots, R_{\bar{R}}$ 上，其中在供應途程上，令在時間點 t 時，供應船 y_r 在轉運站供應原物料 M_r 的數量為 $S_r(t)$ ，若 $t \in T_r$ ，此時供應船 y_r 會在轉運站卸貨 q_r ，即 $S_r(t) = q_r$ ，而在其他時間點，供應船 y_r 未到轉運站，即 $S_r(t) = 0$ ，其中 $r = 1, 2, 3, \dots, S$ 。在需求途程上，由於需求船 y_r 在轉運站沒有供應原物料，所以需求船 y_r 在轉運站上不會有卸貨數量，即 $S_r(t) = 0$ ，其中 $r = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ ；令在時間點 t 時，供應/需求船 y_r 在轉運站運走需要的 M_j 的數量為 $D_r(t)$ ， $j \neq r$ ，若 $t \in T_r$ ，此時供應/需求船 y_r 會在轉運站裝貨 d_r ， $d_r = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq r}}^{\bar{R}} d_{r,j}$ ，即 $D_r(t) = d_r$ ，在其他時間點，供應/需求船 y_r 不在轉運站，即 $D_r(t) = 0$ 。其中 $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ ， $j = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。

以下是說明在一個 T 的循環週期中，轉運站內 \bar{R} 種原物料的存貨狀態

令 $I_t, t \in [0, T)$ 代表在時間點 t ，在轉運站內的淨存貨狀態。(3.12) 表示在在循環週期開始時 ($t = 0$)，轉運站內 \bar{R} 種原物料的存貨量，可表示如下。

$$I_0 = I_{T^-} + \sum_{i=1}^{\bar{R}} S_i(0) - \sum_{i=1}^{\bar{R}} D_i(0) \quad (3.12)$$

此處因為 t 是連續時間，所以 $T^- = T - \varepsilon$ ，而 ε 為非常微小的量。

在循環週期內某個時間點 t ，轉運站內 \bar{R} 種原物料的存貨量，可表示如下。

$$I_t = I_{T^-} + \sum_{i=1}^{\bar{R}} S_i(t) - \sum_{i=1}^{\bar{R}} D_i(t), \forall t \in (0, T) \quad (3.13)$$

同理， t 是連續時間，所以 $t^- = t - \varepsilon$ ，而 ε 為非常微小的量。

(3.14) 表示在循環週期內任何時間點 t ，轉運站內的存貨量要非負值。

$$I_t \geq 0, \forall t \in [0, T) \quad (3.14)$$

我們可選擇 $I_0, t_0^1, t_0^2, t_0^3, \dots, t_0^{\bar{R}}$ ，以使 T 年內的總存貨最小化： $\text{Min} \int_{t=0}^{T^-} I_t dt$ 。

首先針對原物料 M_j 而言： R_j 是供應途程，其他途程 $R_r (r \neq j)$ 皆為原物料 M_j 的需求途程。由於決策的供應間隔 t_j 與需求間隔 $t_r (r \neq j)$ 是具有週期性，假設 T 年內原物料 M_j 第一次供應的到達轉運站時間 $t_0^j = 0$ 。其中，其中 $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ ， $j = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。

首先我們要決定 $t_0^1, t_0^2, t_0^3, \dots, t_0^{\bar{R}}$ ，也就是所有供應船與需求船初始在轉運站的時間點，下面提出 **Proposition 1**，用來表示所有供應船與需求船會在 T 中某個時間點同時到達轉運站。

Proposition 1 對於原物料 M_j 而言，供應船 y_j 與需求船 y_r 兩者會在某個時間點 t 同時到達轉運站時，可使該原物料 M_j 於週期時間 T 中在轉運站內的總存貨水準降到最低，其中 $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ ， $0 \leq t \leq T - 1$ ， $j = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。

Proof. (將證明的過程放在附錄 A) ■

由 Proposition 1，可以假設 $t_0^1 = t_0^2 = t_0^3 = \dots = t_0^{\bar{R}} = 0$ ，如此所有供應船與需求船會在 T 中同時到達轉運站。現在只需要決定 I_0 ，使 T 年內的總存貨最小化： $\text{Min} \int_{t=0}^{T^-} I_t dt$ 。在 Theorem 1 證明過程中會決定 I_0 的值，在決定 I_0 值之後，Theorem 1 會去求得轉運站內最低的存貨水準。

Theorem 1 在轉運站內的最低存貨水準為

$$\sum_{j=1}^{\bar{R}} \left\{ \sum_{\substack{r=1 \\ r>j}}^{\bar{R}} \Gamma_{r,j} \left[\frac{1}{2} (t_j - t_r) \right] + \sum_{\substack{r=1 \\ r<j}}^{\bar{R}} \Gamma_{r,j} \left[\frac{1}{2} (t_r - t_j) \right] \right\} \quad (3.15)$$

，其中 $\Gamma_{r,j}$ 表示對於原物料 M_j ，途程 R_r 上所有的需求港與供應港 O_r 對於原物料 M_j 的每單位時間總需求率， $t_r(t_j)$ 表示途程 $R_r(R_j)$ 的供應/需求間隔。

Proof. (將證明的過程放在附錄 B) ■

在 Theorem 1 之中，為了數學模式推導方便，假設 $t_1 \geq t_2 \geq t_3 \geq \dots \geq t_{\bar{R}}$ 。以上我們已經求得 $I_0, t_0^1, t_0^2, t_0^3, \dots, t_0^{\bar{R}}$ ，可以將 T 年內的總平均存貨成本最小化。

在本章中我們了解海運供應鏈的運作方式及航運途程的排程會影響轉運站內的存貨水準，要決定 $I_0, t_0^1, t_0^2, t_0^3, \dots, t_0^{\bar{R}}$ 值，把 T 年內的總存貨最小化。根據 Proposition 1 及 Theorem 1 的推論，已經可以求得 $I_0, t_0^1, t_0^2, t_0^3, \dots, t_0^{\bar{R}}$ 值。在第四章，針對對於整個海運供應鏈中所有可能發生的成本進行推導。

第四章 數學模式的推導與成本模式分析

本章依序推導整個海運供應鏈中所有可能發生的成本，包括供應港、需求港、轉運站及供應/需求船上所發生的成本項目，並導出整個海運供應鏈的平均總成本，接著分析平均總成本模式判斷其正負情形。

4.1 數學模式的推導

本節針對整個海運供應鏈中所有可能發生的成本，包括設置成本與港口費用成本、裝貨/卸貨成本、港口的存貨持有成本、在途存貨成本與等待成本。加總所有成本項目，可得整個海運供應鏈的平均總成本。

4.1.1 供應船在供應港的設置成本與港口費用成本

供應港的設置成本(setup cost in supply port)：供應船到供應港所需啟動裝貨/卸貨機具所需要的固定成本(與裝貨/卸貨數量無關)、清點貨物成本與執行行政公文的成本。

供應港的港口費用成本(port charge in supply port)：供應船進入供應港的所需的入港費用成本。

供應船在供應港口平均設置成本與港口費用成本的數學式可表示如下：

$$\sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{A_r}{T} \lambda_r = \sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{A_r}{t_r} = \sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{A_r}{2^{P_r} B} \quad (4.1)$$

(4.1)之詳細推導過程請參閱 C.1。

4.1.2 供應/需求船在轉運站的設置成本與港口費用成本

轉運站的設置成本(setup cost in hub)：供應/需求船到轉運站所需啟動裝貨/卸貨機具所需要的固定成本(與裝貨/卸貨數量無關)、清點貨物成本與執行行政公文的成本。

轉運站的港口費用成本(port charge in hub)：供應/需求船進入轉運站的

所需的入港費用成本。

供應/需求船在轉運站平均設置成本與港口費用成本的數學式可表示如下：

$$\sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{A_r^h}{T} \lambda_r = \sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{A_r^h}{t_r} = \sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{A_r^h}{2^{P_r} B} \quad (4.2)$$

(4.2)之詳細推導過程請參閱附錄 C.2。

4.1.3 供應/需求船在需求港的設置成本與港口費用成本

需求港的設置成本(setup cost in demand port)：供應/需求船到需求港所需啟動裝貨/卸貨機具所需要的固定成本(與裝貨/卸貨數量無關)、清點貨物成本與執行行政公文的成本。

需求港的港口費用成本(port charge in demand port)：供應/需求船進入需求港的所需的入港費用成本。

供應/需求船在需求港口平均設置成本與港口費用成本的數學式可表示如下：

$$\frac{\sum_{r=1}^{\bar{R}} \lambda_r \left[\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} (a_{i,r}) \right]}{T} = \sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{\left[\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} (a_{i,r}) \right]}{t_r} = \sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{\left[\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} (a_{i,r}) \right]}{2^{P_r} B} \quad (4.3)$$

(4.3)之詳細推導過程請參閱附錄 C.3。

4.1.4 供應港、需求港與轉運站的裝貨/卸貨成本

供應港的裝貨/卸貨成本(loading/unloading cost in supply port)：供應船到供應港進行補貨及卸貨時發生成本，如進行補貨及卸貨所需的人工費用與機器費用成本(此成本項與數量成線性關係)。

需求港的卸貨成本(unloading cost in demand port)：供應/需求船到需求

港進行卸貨時發生成本，如進行卸貨所需的人工費用與機器費用成本(此成本項與數量成線性關係)。

轉運站的裝貨/卸貨成本(loading/unloading cost in hub)：供應/需求船進入轉運站進行卸貨與進行補貨時發生的成本，如進行補貨或卸貨所需的人工費用與機器費用成本(此成本項與數量成線性關係)。

供應港口平均裝貨成本的數學式可表示如下：

$$\sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{o_j,j}^L D_{o_j} \quad (4.4)$$

需求港口 1,2,3,...,|P|平均卸貨成本(的數學式可表示如下：

$$\sum_{i=1}^{|P|} \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{i,j}^L D_{i,j} \quad (4.5)$$

供應港口平均卸貨成本的數學式可表示如下：

$$\sum_{r=1}^{\bar{R}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{o_r,j}^L D_{o_r,j} \quad (4.6)$$

轉運站平均裝貨/卸貨成本的數學式可表示如下：

$$\sum_{j=1}^{\bar{R}} \left[C_{h,j}^L D_{h,j} + \sum_{\substack{i \in R_j, k=1 \\ i \neq h, k \neq j}}^{\bar{R}} C_{h,k}^L D_{i,k} \right] \quad (4.7)$$

(4.5)到(4.7)之詳細推導過程請參閱附錄 C.4。

4.1.5 供應/需求間隔內供應港與需求港的存貨持有成本

存貨持有成本：購置存貨的資金原可用於別處投資但目前被凍結於存貨的機會成本，發生在供應間隔內的供應港與需求港。

途程 R_1 而言，需求港口 $i, i \in R_1$ 對於原物料 $M_j, j=1,2,3,\dots,\bar{R}$ 的存貨模式如圖 4.1 所示。

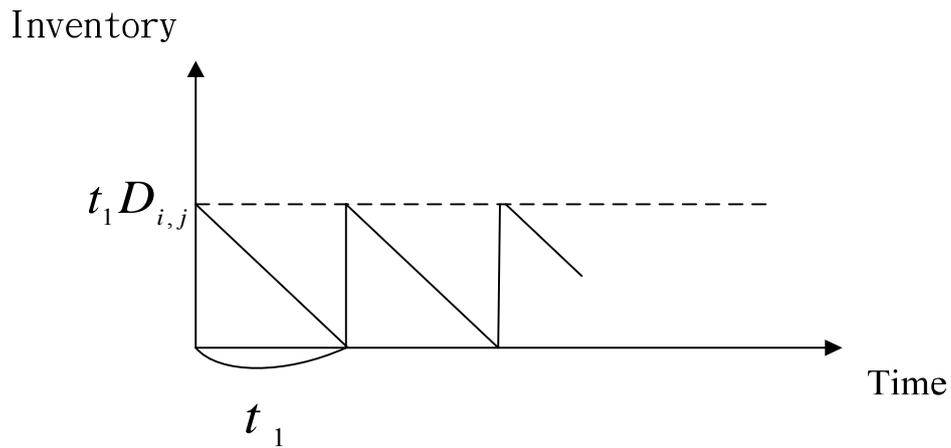


圖 4.1 途程 R_1 中需求港口 i 對於原物料 M_j 的存貨模式

供應港 O_1 對於原物料 M_1 的存貨模式(此時供應港 O_1 供應原物料 M_1)如圖 4.2 所示。

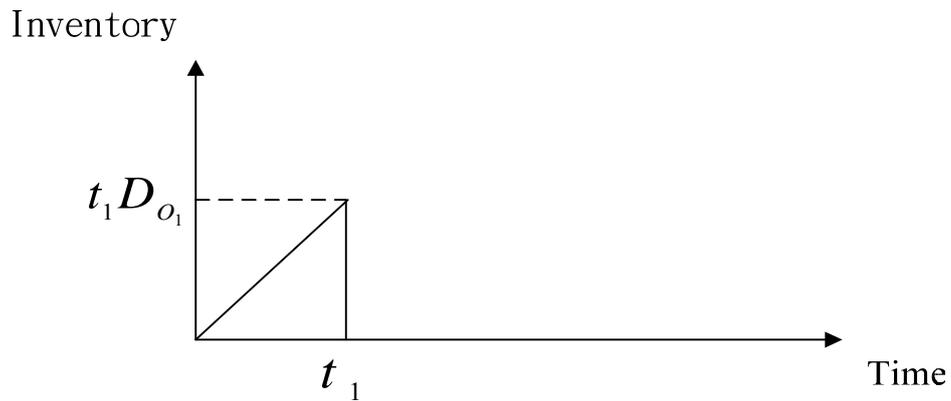


圖 4.2 供應港 O_1 對於原物料 M_1 的存貨模式

供應港 O_1 對於原物料 $M_j, j = 2, 3, \dots, \bar{R}$ 的存貨模式(此時供應港 O_1 需求原物料 $M_2, M_3, \dots, M_{\bar{R}}$)如圖 4.3 所示。

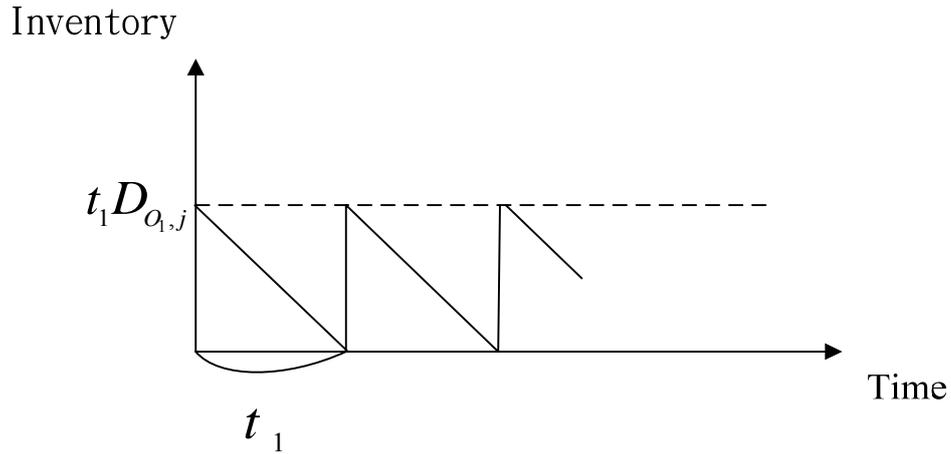


圖 4.3 供應港 O_1 對於原物料 $M_j, j = 2, 3, \dots, \bar{R}$ 的存貨模式

其他途程 $R_2, R_3, \dots, R_{\bar{R}}$ 同理可知也類似的存貨模式。

供應/需求間隔內供應港與需求港的平均存貨持有成本(average holding cost for supply and demand port in supply/demand interval)的數學式可表示如下：

$$\frac{1}{2} \left\{ \sum_{r=1}^{\bar{R}} (t_r) \left[H_{O_r, r} D_{O_r} + \left(\sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{O_r, j} D_{O_r, j} \right) \right] \right\} + \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left[\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} (t_r) \sum_{j=1}^{\bar{R}} D_{i, j} H_{i, j} \right] \quad (4.8)$$

(4.8)之詳細推導過程請參閱附錄 C.5。

4.1.6 轉運站的存貨持有成本

存貨持有成本：購置存貨的資金原可用於別處投資但目前被凍結於存貨的機會成本。

轉運站的平均存貨持有成本(average holding cost in hub)的數學式可表示如下：

$$\sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^h \left\{ \sum_{r=j}^{\bar{R}} \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i, j} \left[\frac{1}{2} (t_j - t_r) \right] + \sum_{r=1}^j \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i, j} \left[\frac{1}{2} (t_r - t_j) \right] \right\} \quad (4.9)$$

(4.9)之詳細推導過程請參閱附錄 C.6。

轉運站的平均存貨持有成本是根據第三章的 Theorem 1 的結果。

4.1.7 在途存貨成本

在途存貨成本：供應/需求船運送貨物到港口的航程中發生的成本，船隻上的貨物無法使用而目前被凍結的存貨成本(此成本項與數量成線性關係)。

供應/需求間隔內的平均在途存貨成本(average in-transit cost in supply/demand interval)的數學式可表示如下：

$$\sum_{r=1}^{\bar{R}} \left\{ \left[\sum_{i \in R_r} (H_r^m t_{O_r,i} D_{i,r}) \right] + \sum_{i \in R_r} \left[t_{h,i} \left(\sum_{j=1, j \neq r}^{\bar{R}} H_j^m D_{i,j} \right) \right] \right\} \quad (4.10)$$

(4.10)之詳細推導過程請參閱附錄 C.7。

4.1.8 等待成本

等待成本：供應/需求船運送貨物到港口後，在港口外等待時發生的成本。

供應/需求間隔內的平均等待成本(average queuing cost in supply/demand interval)的數學式可表示如下：

$$\sum_{r=1}^{\bar{R}} \left(t_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r,j} \right) - \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left(\hat{t}_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r,j} \right) \quad (4.11)$$

(4.11)之詳細推導過程請參閱附錄 C.8。

4.1.9 平均總成本

$$\begin{aligned}
TC(t_1, t_2, t_3, \dots, t_{\bar{R}}) &= \sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{A_r}{t_r} + \sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{A_r^h}{t_r} + \sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{\left[\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} (a_{i,r}) \right]}{t_r} + \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{O_j, j}^L D_{O_j} + \sum_{i=1}^{|P|} \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{i,j}^L D_{i,j} + \\
&\sum_{r=1}^{\bar{R}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{O_r, j}^L D_{O_r, j} + \sum_{j=1}^{\bar{R}} \left[C_{h,j}^L D_{h,j} + \sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} \sum_{k=1}^{\bar{R}} C_{h,k}^L D_{i,k} \right] \\
&+ \frac{1}{2} \left\{ \sum_{r=1}^{\bar{R}} (t_r) \left[H_{O_r, r} D_{O_r} + \left(\sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{O_r, j} D_{O_r, j} \right) \right] \right\} + \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left[\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} (t_r) \sum_{j=1}^{\bar{R}} D_{i,j} H_{i,j} \right] \\
&+ \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^h \left\{ \sum_{r=j}^{\bar{R}} \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j} \left[\frac{1}{2} (t_j - t_r) \right] + \sum_{r=1}^j \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j} \left[\frac{1}{2} (t_r - t_j) \right] \right\} \\
&+ \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left\{ \left[\sum_{i \in R_r} (H_r^m t_{O_r, i} D_{i,r}) \right] + \sum_{i \in R_r} \left[t_{h,i} \left(\sum_{j=1, j \neq r}^{\bar{R}} H_j^m D_{i,j} \right) \right] \right\} \\
&+ \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left(t_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r, j} \right) - \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left(\hat{t}_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r, j} \right) \tag{4.12}
\end{aligned}$$

4.1.10 限制式

推導出海運供應鏈的數學模式，求得平均總成本，此平均總成本即為海運供應鏈的目標式，接著歸納限制式如下：

需求港在處理貨物的效率上會比轉運站來得差，使得其存貨持有成本較高。倉庫存放成本與使用的總倉庫需求空間也有密切的關係，總倉庫需求空間越大，每單位原料存貨持有成本越低。

$$\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} H_{i,j} D_{i,j} \geq H_j^h \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j} \tag{4.13}$$

決策的供應/需求間隔 t_r 必須大於實際的供應/需求間隔 \hat{t}_r 。

$$t_r \geq \hat{t}_r, \quad r = 1, 2, \dots, \bar{R} \tag{4.14}$$

決策的供應/需求間隔 t_r 符合二幕策略(Power-of-Two)，使時間間隔可以是單純的二次方倍數，對於掌握整個海運供應鏈運的循環時間 T 可更為簡單，只需尋找到在整體海運供應鏈系統所有途程中的最大決策的供應/需求間隔即可。

$$t_r = k_r B = 2^{P_r} B, \quad P_r \text{ 為非負整數}, \quad B \in \mathfrak{R}^+, \quad r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R} \quad (4.15)$$

我們發現平均總成本的模式中，決策的供應/需求間隔 $t_1, t_2, t_3, \dots, t_{\bar{R}}$ 的順序會決定不同的平均總成本的模式。(4.12)係假設在 $t_1 \geq t_2 \geq t_3 \geq \dots \geq t_{\bar{R}}$ 情形下建構出的平均總成本，由於此目標式平均總成本具有可分開的特性，為了解不同決策的供應/需求間隔 $t_1, t_2, t_3, \dots, t_{\bar{R}}$ 的順序下，平均總成本模式的變化，我們將平均總成本，依每條航運途程進行整理，求得每條航運途程之平均成本。

4.1.11 數學模式

minimize : $TC(t_1, t_2, t_3, \dots, t_{\bar{R}})$

$$\begin{aligned} &= \sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{A_r}{t_r} + \sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{A_r^h}{t_r} + \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left[\frac{\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} (a_{i,r})}{t_r} \right] + \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{O_j, j}^L D_{O_j} + \sum_{i=1}^{|P|} \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{i, j}^L D_{i, j} \\ &+ \sum_{r=1}^{\bar{R}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{O_r, j}^L D_{O_r, j} + \sum_{j=1}^{\bar{R}} \left[C_{h, j}^L D_{h, j} + \sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{\bar{R}} C_{h, k}^L D_{i, k} \right] \\ &+ \frac{1}{2} \left\{ \sum_{r=1}^{\bar{R}} (t_r) \left[H_{O_r, r} D_{O_r} + \left(\sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{O_r, j} D_{O_r, j} \right) \right] \right\} + \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left[\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} (t_r) \sum_{j=1}^{\bar{R}} D_{i, j} H_{i, j} \right] \\ &+ \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^h \left\{ \sum_{r=j}^{\bar{R}} \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i, j} \left[\frac{1}{2} (t_j - t_r) \right] + \sum_{r=1}^j \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i, j} \left[\frac{1}{2} (t_r - t_j) \right] \right\} \\ &+ \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left\{ \left[\sum_{i \in R_r} (H_r^m t_{O_r, i} D_{i, r}) \right] + \sum_{i \in R_r} \left[t_{h, i} \left(\sum_{j=1, j \neq r}^{\bar{R}} H_j^m D_{i, j} \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$+ \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left(t_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r,j} \right) - \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left(\hat{t}_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r,j} \right) \quad (4.16)$$

$$\text{Subject to: } \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} H_{i,j} D_{i,j} \geq H_j^h \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j} \quad (4.17)$$

$$t_r \geq \hat{t}_r, \quad r = 1, 2, \dots, \bar{R} \quad (4.18)$$

$$t_r = k_r B = 2^P B, \quad P_r \text{ 為非負整數, } B \in \mathfrak{R}^+, \quad r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R} \quad (4.19)$$

4.2 平均總成本模式的整理

首先將 4.1.9 節求得的平均總成本，對於每條航運途程 R_r 作整理，產生 \bar{R} 條的平均成本函數。每條航運途程的成本模式如下， $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。

$$\begin{aligned} TC(t_r) = & \frac{A_r}{t_r} + \frac{A_r^h}{t_r} + \frac{\left[\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} (a_{i,r}) \right]}{t_r} + C_{O_r, r}^L D_{O_r} + \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{i,j}^L D_{i,j} + \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{O_r, j}^L D_{O_r, j} + \\ & C_{h,r}^L D_{h,r} + \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq r}}^{\bar{R}} C_{h,k}^L D_{i,k} + \frac{t_r}{2} \left\{ H_{O_r, r} D_{O_r} + \left(\sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{O_r, j} D_{O_r, j} \right) \right\} + \frac{t_r}{2} \left[\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{i,j} D_{i,j} \right] \\ & + \frac{t_r}{2} \left\{ H_r^h \left[\sum_{j=r}^{\bar{R}} \left(\sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i,r} \right) \right] - \sum_{j=1}^r \left(\sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i,r} \right) \right\} + \sum_{j=r}^{\bar{R}} \left(H_j^h \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j} \right) - \sum_{j=1}^r \left(H_j^h \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j} \right) \right\} \\ & + \left[\sum_{i \in R_r} (H_r^m t_{O_r, i} D_{i,r}) \right] + \sum_{i \in R_r} \left[t_{h,i} \left(\sum_{j=1, j \neq r}^{\bar{R}} H_j^m D_{i,j} \right) \right] + t_r \left(\sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r, j} \right) - \left(\hat{t}_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r, j} \right) \end{aligned} \quad (4.20)$$

每條航運途程在轉運站上的成本函數整理過程請參閱附錄 D

為了方便後續的理論分析，利用目標函數為一可分離函數(separable function)的特性，我們簡化每條航運途程 R_r 的平均成本如下：

$$TC(t_r) = \frac{Y_{1,r}}{t_r} + Y_{2,r} + t_r Y_{3,r} + Y_{4,r} + t_r Y_{5,r} - Y_{6,r}, \quad r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R} \quad (4.21)$$

其中：

$$Y_{1,r} = A_r + A_r^h + \left[\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} (a_{i,r}) \right] \quad (4.22)$$

$$Y_{2,r} = C_{O_r, r}^L D_{O_r} + \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{i,j}^L D_{i,j} + \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{O_r, j}^L D_{O_r, j} + C_{h,r}^L D_{h,r} + \sum_{\substack{i \in R_r, k=1 \\ i \neq h, k \neq r}}^{\bar{R}} C_{h,k}^L D_{i,k} \quad (4.23)$$

$$Y_{3,r} = \frac{1}{2} \left\{ H_{O_r, r} D_{O_r} + \left(\sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{O_r, j} D_{O_r, j} \right) + \left(\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{i,j} D_{i,j} \right) \right. \\ \left. + H_r^h \left[\sum_{j=r}^{\bar{R}} \left(\sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i,r} \right) - \sum_{j=1}^r \left(\sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i,r} \right) \right] + \sum_{j=r}^{\bar{R}} \left(H_j^h \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j} \right) - \sum_{j=1}^r \left(H_j^h \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j} \right) \right\} \quad (4.24)$$

$$Y_{4,r} = \left[\sum_{i \in R_r} (H_r^m t_{O_r, i} D_{i,r}) \right] + \sum_{i \in R_r} \left[t_{h,i} \left(\sum_{j=1, j \neq r}^{\bar{R}} H_j^m D_{i,j} \right) \right] \quad (4.25)$$

$$Y_{5,r} = \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r, j} \quad (4.26)$$

$$Y_{6,r} = \hat{t}_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r, j} \quad (4.27)$$

$$\text{平均總成本：} TC(t_1, t_2, t_3, \dots, t_{\bar{R}}) = \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left(\frac{Y_{1,r}}{t_r} + Y_{2,r} + t_r Y_{3,r} + Y_{4,r} + t_r Y_{5,r} - Y_{6,r} \right) \quad (4.28)$$

因為 $t_r = k_r B = 2^{P_r} B$ ，(4.28) 可以表示如下：

$$TC(k_r, B) = \frac{Y_{1,r}}{k_r B} + k_r B (Y_{3,r} + Y_{5,r}) + (Y_{2,r} + Y_{4,r} - Y_{6,r}) \quad (4.29)$$

其中， $k_r = 2^{P_r} B$ ， P_r 是非負整數， $B \in \mathfrak{R}^+$ ， $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。

在 k_r 已知情形下，分別求一階與二階導數。其中，一階必要條件 (the first-order necessary condition)：

$$\frac{dTC(k_r, B)}{dB} = \frac{-Y_{1,r}}{k_r B^2} + k_r (Y_{3,r} + Y_{5,r}) = 0 \quad (4.30)$$

因二階充分條件(the second-order sufficient condition)滿足

$$\frac{d^2TC(k_r, B)}{dB^2} = \frac{2Y_{1,r}}{k_r B^3} > 0 \quad (4.31)$$

所以 $TC(k_r, B)$ 是一個的凸函數(convex function)。

$$\text{在 } \frac{dTC(k_r, B)}{dB} = 0 \text{ 時，會有最佳值 } B^* = \frac{1}{k_r} \sqrt{\frac{Y_{1,r}}{Y_{3,r} + Y_{5,r}}} \quad (4.32)$$

$$\text{此時平均總成本是 } TC(k_r, B^*) = 2\sqrt{Y_{1,r}(Y_{3,r} + Y_{5,r})} + (Y_{2,r} + Y_{4,r} - Y_{6,r}) \quad (4.33)$$

4.3 判別成本模式正負參數

本小節對於每條航運途程 R_r 的成本模式內的參數，進行正負值分析，判斷參數的正負值，證明成本項的正負大小合理。

$$1. \quad Y_{1,r} = A_r + A_r^h + \left[\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} (a_{i,r}) \right] > 0, \text{ 在 } r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R} \quad (4.34)$$

$$2. \quad Y_{3,r} + Y_{5,r} = \frac{1}{2} \left\{ H_{O_r, r} D_{O_r} + \left(\sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{O_r, j} D_{O_r, j} \right) + \left(\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{i, j} D_{i, j} \right) \right. \\ \left. + H_r^h \left[\sum_{j=r}^{\bar{R}} \left(\sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i, r} \right) - \sum_{j=1}^r \left(\sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i, r} \right) \right] + \sum_{j=r}^{\bar{R}} \left(H_j^h \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i, j} \right) - \sum_{j=1}^r \left(H_j^h \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i, j} \right) \right\} + \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r, j} \quad (4.35)$$

(1) 當 $r = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時， $H_r^h = H_r^m = D_{O_r} = D_{O_r, j} = H_{i, r} = 0$

$$Y_{3,r} + Y_{5,r} = \frac{1}{2} \left\{ \left(\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} \sum_{j=1}^S H_{i, j} D_{i, j} \right) - \sum_{j=1}^S \left(H_j^h \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i, j} \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \left(\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}}^S \sum_{j=1}^S H_{i,j} D_{i,j} \right) - \sum_{j=1}^S \left(H_j^h \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j} \right) \right\} = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{j=1}^S \left(\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} H_{i,j} D_{i,j} - H_j^h \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j} \right) \right\} \quad (4.36)$$

因為 $\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} H_{i,j} D_{i,j} \geq H_j^h \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j}$

所以 $Y_{3,r} + Y_{5,r} = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{j=1}^S \left(\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} H_{i,j} D_{i,j} - H_j^h \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j} \right) \right\} \geq 0$

(2) 在 $r=1,2,\dots,S$ 中，當 $r=S$ 時，此時 $Y_{3,S}$ 的值會是 $r=1,2,\dots,S$ 中最小的。

$$\begin{aligned} Y_{3,S} + Y_{5,S} &= \frac{1}{2} \left\{ H_{O_S,S} D_{O_S} + \left(\sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{O_S,j} D_{O_S,j} \right) + \left(\sum_{\substack{i \in R_S \\ i \neq O_S,h}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{i,j} D_{i,j} \right) + \right. \\ & H_S^h \left[\sum_{j=S}^{\bar{R}} \left(\sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i,S} \right) - \sum_{j=1}^S \left(\sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i,S} \right) \right] + \sum_{j=S}^{\bar{R}} \left(H_j^h \sum_{\substack{i \in R_S \\ i \neq h}} D_{i,j} \right) - \sum_{j=1}^S \left(H_j^h \sum_{\substack{i \in R_S \\ i \neq h}} D_{i,j} \right) \left. \right\} + \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_S,j} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ H_{O_S,S} D_{O_S} + \left(\sum_{j=1}^S H_{O_S,j} D_{O_S,j} \right) + \left(\sum_{\substack{i \in R_S \\ i \neq O_S,h}} \sum_{j=1}^S H_{i,j} D_{i,j} \right) \right. \\ & + H_S^h \left[\sum_{j=S}^{\bar{R}} \left(\sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i,S} \right) - \sum_{j=1}^S \left(\sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i,S} \right) \right] + H_S^h \sum_{\substack{i \in R_S \\ i \neq h}} D_{i,S} - \sum_{j=1}^S \left(H_j^h \sum_{\substack{i \in R_S \\ i \neq h}} D_{i,j} \right) \left. \right\} + \sum_{j=1}^S H_j^m D_{O_S,j} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ H_{O_S,S} D_{O_S} + \left(\sum_{\substack{i \in R_S \\ i \neq h}} \sum_{j=1}^S H_{i,j} D_{i,j} \right) + H_S^h \sum_{j=S}^{\bar{R}} \left(\sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i,S} \right) - H_S^h \sum_{j=1}^S \left(\sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i,S} \right) \right. \\ & \left. + H_S^h \sum_{\substack{i \in R_S \\ i \neq h}} D_{i,S} - \sum_{j=1}^S \left(H_j^h \sum_{\substack{i \in R_S \\ i \neq h}} D_{i,j} \right) \right\} + \sum_{j=1}^S H_j^m D_{O_S,j} \quad (4.37) \end{aligned}$$

因為 $\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} H_{i,j} D_{i,j} \geq H_j^h \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j}$

所以 $\sum_{\substack{i \in R_S \\ i \neq h}} \sum_{j=1}^S H_{i,j} D_{i,j} - \sum_{j=1}^S \left(H_j^h \sum_{\substack{i \in R_S \\ i \neq h}} D_{i,j} \right) = \sum_{j=1}^S \left(\sum_{\substack{i \in R_S \\ i \neq h}} H_{i,j} D_{i,j} - H_j^h \sum_{\substack{i \in R_S \\ i \neq h}} D_{i,j} \right) \geq 0$

$$\begin{aligned} \text{而 } H_{O_s,S} D_{O_s} &= H_{O_s,S} \left(\sum_{\substack{i \in R_1 \\ i \neq h}} D_{i,S} + \sum_{\substack{i \in R_2 \\ i \neq h}} D_{i,S} + \dots + \sum_{\substack{i \in R_{\bar{R}} \\ i \neq h}} D_{i,S} \right) = H_{O_s,S} \left(\sum_{r=1}^{\bar{R}} \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,S} \right) \\ &\geq H_{O_s,S} \left(\sum_{r=1}^S \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,S} \right) \geq H_S^h \sum_{j=1}^S \left(\sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i,S} \right) \end{aligned}$$

$$\text{以此 } H_{O_s,S} D_{O_s} - H_S^h \sum_{j=1}^S \left(\sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i,S} \right) \geq 0, \text{ 所以 } Y_{3,r} + Y_{5,r} \geq 0$$

根據以上推導，可以得知 $Y_{3,r} + Y_{5,r} \geq 0$ ，在 $r=1,2,3,\dots,\bar{R}$

$$\begin{aligned} 3. \quad Y_{2,r} + Y_{4,r} - Y_{6,r} &= C_{O_r,r}^L D_{O_r} + \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{i,j}^L D_{i,j} + \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{O_r,j}^L D_{O_r,j} + C_{h,r}^L D_{h,r} \\ &+ \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq r}}^{\bar{R}} C_{h,k}^L D_{i,k} + \left[\sum_{i \in R_r} (H_r^m t_{O_r,i} D_{i,r}) \right] + \sum_{i \in R_r} \left[t_{h,i} \left(\sum_{j=1, j \neq r}^{\bar{R}} H_j^m D_{i,j} \right) \right] - \hat{t}_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r,j} \end{aligned} \quad (4.38)$$

因為 $\sum_{i \in R_r} t_{O_r,i} + \sum_{i \in R_r} t_{h,i}$ 會遠大於 \hat{t}_r 。 $Y_{2,r} + Y_{4,r} - Y_{6,r} > 0$ ，在 $r=1,2,3,\dots,\bar{R}$ 。

第五章 啟發式演算法

本章利用啟發式演算法，求解海運供應鏈中配銷運送與補貨排程問題。二冪策略的決策環境下(參考第 1.3 節)，決策者所要面對的是各途程的決策供應/需求時間間隔，在滿足條件限制的情況下，降低平均總成本 $TC_{PoT}(k_r, B)$ 。本研究提出一套啟發式演算法，配合第 5.2.4 節所提出的接合點理論(junction point)，找出一組滿足海運供應鏈配銷運送與補貨排程的可行解 (k_r, B) 後，計算決策的供應/需求間隔時間 $t_1, t_2, t_3, \dots, t_{\bar{R}}$ 的大小順序，以此所建構之平均總成本的模式，可大量節省求解的時間。

本章內容安排如下：第 5.1 節介紹共同週期法，使用共同週期法(Common Cycle Approach)，尋找 4.1.9 節所導出之平均總成本的上界(upper bound)，第 5.2 節介紹海運供應鏈配銷運送與補貨排程模式之窮舉法，說明最佳求解演算法的步驟與缺點，第 5.3 節介紹海運供應鏈配銷運送與補貨排程模式之啟發式演算法，說明啟發式演算法的步驟與優點，並在第七章數據實驗跟共同週期法、窮舉法與第六章的遺傳演算法作比較，第 5.4 節以一個範例說明本章所提出的啟發式演算法執行方式。

5.1 共同週期法

我們可以使用共同週期法尋找 4.1.9 節所導出之平均總成本的上界。此方法是設定所有航運途程的 k_r 皆為 1 的情況，在此所有的航運途程的航運決策時間 t_r 皆會相同，表示所有所有途程擁有共同的供應/需求間隔。決策時間為 $t_r = 2^r B = B$ ， $P_r = 0$ ，其中 $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。以共同週期法求解的 B 值，作為基本週期的搜尋上界。其中對 k_r 而言可以得到上界值及獨立解(independent solution)，參見方程式(4.26)。令 $TC_{cc}(B)$ 為共同週期法的平均總成本，且為此海運供應鏈模式平均總成本的上界值。此時平均總成本為：

$$\begin{aligned}
TC_{CC}(B) &= \sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{A_r}{B} + \sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{A_r^h}{B} + \sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{\left[\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} (a_{i,r}) \right]}{B} + \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{O_j, j}^L D_{O_j} \\
&+ \sum_{i=1}^{|P|} \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{i,j}^L D_{i,j} + \sum_{r=1}^{\bar{R}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{O_r, j}^L D_{O_r, j} + \sum_{j=1}^{\bar{R}} \left[C_{h,j}^L D_{h,j} + \sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h \\ k=1 \\ k \neq j}}^{\bar{R}} C_{h,k}^L D_{i,k} \right] \\
&+ \frac{1}{2} \left\{ \sum_{r=1}^{\bar{R}} (B) \left[H_{O_r, r} D_{O_r} + \left(\sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{O_r, j} D_{O_r, j} \right) \right] \right\} + \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left[\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} (B) \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{i,j} D_{i,j} \right] \\
&+ \sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{B}{2} \left\{ H_r^h \left[\sum_{j=r}^{\bar{R}} \left(\sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i,r} \right) - \sum_{j=1}^r \left(\sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i,r} \right) \right] + \sum_{j=r}^{\bar{R}} \left(H_j^h \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j} \right) - \sum_{j=1}^r \left(H_j^h \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j} \right) \right\} \\
&+ \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left\{ \left[\sum_{i \in R_r} (H_r^m t_{O_r, i} D_{i,r}) \right] + \sum_{i \in R_r} \left[t_{h,i} \left(\sum_{j=1, j \neq r}^{\bar{R}} H_j^m D_{i,j} \right) \right] \right\} \\
&+ \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left(B \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r, j} \right) - \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left(\hat{t}_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r, j} \right) \tag{5.1}
\end{aligned}$$

我們令：

$$Z_1 = \sum_{r=1}^{\bar{R}} A_r + \sum_{r=1}^{\bar{R}} A_r^h + \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left[\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} (a_{i,r}) \right] \tag{5.2}$$

$$\begin{aligned}
Z_2 &= \frac{1}{2} \left\{ \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left[H_{O_r, r} D_{O_r} + \left(\sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{O_r, j} D_{O_r, j} \right) \right] \right\} + \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left[\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{i,j} D_{i,j} \right] + \sum_{r=1}^{\bar{R}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r, j} \\
&+ \sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{1}{2} \left\{ H_r^h \left[\sum_{j=r}^{\bar{R}} \left(\sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i,r} \right) - \sum_{j=1}^r \left(\sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i,r} \right) \right] + \sum_{j=r}^{\bar{R}} \left(H_j^h \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j} \right) - \sum_{j=1}^r \left(H_j^h \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j} \right) \right\} \tag{5.3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Z_3 &= \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{O_j, j}^L D_{O_j} + \sum_{i=1}^{|P|} \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{i,j}^L D_{i,j} + \sum_{r=1}^{\bar{R}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{O_r, j}^L D_{O_r, j} + \sum_{j=1}^{\bar{R}} \left[C_{h,j}^L D_{h,j} + \sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h \\ k=1 \\ k \neq j}}^{\bar{R}} C_{h,k}^L D_{i,k} \right] \\
&+ \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left\{ \left[\sum_{i \in R_r} (H_r^m t_{O_r, i} D_{i,r}) \right] + \sum_{i \in R_r} \left[t_{h,i} \left(\sum_{j=1, j \neq r}^{\bar{R}} H_j^m D_{i,j} \right) \right] \right\} - \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left(\hat{t}_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r, j} \right) \tag{5.4}
\end{aligned}$$

$$\text{可得平均總成本：} TC_{CC}(B) = \frac{Z_1}{B} + BZ_2 + Z_3 \tag{5.5}$$

其中 Z_1, Z_2, Z_3 為常數值。

$$\text{在 } \frac{dTC_{cc}'(B)}{dB} = 0 \text{ 時，會有最佳值 } B^* = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}} \quad (5.6)$$

$$\text{所以，平均總成本的上界是 } TC_{cc}(B^*) = 2\sqrt{Z_1 Z_2} + Z_3 \quad (5.7)$$



5.2 海運供應鏈中配銷運送與補貨排程問題之解法

本節以Teng(2005)的理論為基礎，探討海運供應鏈中配銷運送與補貨排程模式。首先假設在 $t_1 \geq t_2 \geq t_3 \geq \dots \geq t_R$ 情形下，發展最佳成本函數曲線 $TC(k_r, B)$ 的理論性質，包括曲線上接合點(junction point)發生的位置、如何取得鄰近接合點之間的最佳補貨乘數 k_r 、以及解搜尋演算法。接著考慮所有可能的決策的供應/需求間隔 $t_1, t_2, t_3, \dots, t_R$ 大小順序的關係，並使用窮舉的概念尋找出最佳解，做為海運供應鏈中配銷運送與補貨排程問題的基本架構與比較的標準。

5.2.1 參數設定

首先針對海運供應鏈中配銷運送與補貨排程模式中的參數做設定，在第三章的範例說明，港口需求率參見(表 3.1)，在本節將根據 **Assumption 1** 隨機產生的方式重新設定(表 5.1)，所隨機產生之參數值如表 5.1 所示：

表 5.1 資料產生隨機範圍

| 成本項目 | 隨機範圍 |
|------------------|-------------|
| 所有港口需求率(TEU/年) | (500,2000) |
| 所有供應港每單位存貨持有成本 | (1,2) |
| 在途存貨與運輸每單位存貨持有成本 | (8,10) |
| 轉運站每單位存貨持有成本 | (0.6,1) |
| 供應港設置成本與港口費用成本 | (600,800) |
| 轉運站設置成本與港口費用成本 | (700,1000) |
| 需求港設置成本與港口費用成本 | (600,800) |
| 所有港口的航行時間(年) | (0.01,0.1) |
| 所有港口裝貨卸貨成本 | (0.1,0.5) |
| 轉運站每單位裝貨卸貨成本 | (0.15,0.25) |

表 5.2 所有港口需求率

| $D_{i,j}$ | | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| R_1 | O_1 | 0 | 1606 | 0 | 1923 |
| | (1,1) | 460 | 496 | 0 | 499 |
| | (1,2) | 463 | 462 | 0 | 500 |
| | (1,3) | 464 | 479 | 0 | 447 |
| | (1,4) | 419 | 497 | 0 | 428 |
| R_2 | O_2 | 1632 | 0 | 0 | 1693 |
| | (2,1) | 442 | 424 | 0 | 447 |
| | (2,2) | 433 | 450 | 0 | 413 |
| | (2,3) | 445 | 456 | 0 | 430 |
| | (2,4) | 463 | 494 | 0 | 439 |
| R_3 | O_3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | (3,1) | 406 | 417 | 0 | 446 |
| | (3,2) | 462 | 405 | 0 | 422 |
| | (3,3) | 438 | 452 | 0 | 425 |
| | (3,4) | 452 | 409 | 0 | 492 |
| R_4 | O_4 | 1751 | 1882 | 0 | 0 |
| | (4,1) | 481 | 411 | 0 | 479 |
| | (4,2) | 500 | 437 | 0 | 453 |
| | (4,3) | 477 | 428 | 0 | 456 |
| | (4,4) | 488 | 429 | 0 | 496 |
| sum | | 10676 | 10634 | 0 | 10888 |

表 5.3 所有港口每單位存貨持有成本

| $H_{i,j}$ | | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| R_1 | O_1 | 1.59 | 1.93 | 0 | 1.79 |
| | (1,1) | 1.67 | 1.31 | 0 | 1.45 |
| | (1,2) | 1.69 | 1.3 | 0 | 1.45 |
| | (1,3) | 1.64 | 1.24 | 0 | 1.39 |
| | (1,4) | 1.61 | 1.29 | 0 | 1.45 |
| R_2 | O_2 | 1.25 | 1.91 | 0 | 1.52 |
| | (2,1) | 1.6 | 1.31 | 0 | 1.37 |
| | (2,2) | 1.67 | 1.23 | 0 | 1.44 |
| | (2,3) | 1.61 | 1.3 | 0 | 1.36 |
| | (2,4) | 1.62 | 1.25 | 0 | 1.45 |
| R_3 | O_3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | (3,1) | 1.66 | 1.24 | 0 | 1.37 |
| | (3,2) | 1.69 | 1.26 | 0 | 1.43 |
| | (3,3) | 1.69 | 1.29 | 0 | 1.4 |
| | (3,4) | 1.64 | 1.28 | 0 | 1.42 |
| R_4 | O_4 | 1.69 | 1.25 | 0 | 1.44 |
| | (4,1) | 1.65 | 1.32 | 0 | 1.42 |
| | (4,2) | 1.69 | 1.24 | 0 | 1.38 |
| | (4,3) | 1.63 | 1.3 | 0 | 1.42 |
| | (4,4) | 1.69 | 1.25 | 0 | 1.44 |

表 5.4 在途存貨與運輸每單位存貨持有成本

| | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 |
|---------|-------|-------|-------|-------|
| H_j^m | 8.4 | 8.3 | 0 | 9.9 |

表 5.5 轉運站每單位存貨持有成本

| | | | | |
|---------|-------|-------|-------|-------|
| | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 |
| H_j^h | 0.7 | 0.8 | 0 | 0.9 |

表 5.6 在供應港與的設置成本與港口費用成本

| | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| | R_1 | R_2 | R_3 | R_4 |
| A_r | 692 | 691 | 0 | 631 |

表 5.7 轉運站的設置成本與港口費用成本

| | | | | |
|---------|-------|-------|-------|-------|
| | R_1 | R_2 | R_3 | R_4 |
| A_r^h | 797 | 910 | 771 | 806 |

表 5.8 需求港的設置成本與港口費用成本

| | | | | |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_{i,r}$ | R_1 | R_2 | R_3 | R_4 |
| 1 | 289 | 380 | 593 | 341 |
| 2 | 246 | 388 | 568 | 191 |
| 3 | 285 | 411 | 711 | 303 |
| 4 | 296 | 403 | 702 | 234 |

表 5.9 所有的港口間的航行時間 $t_{i,\ell}$ 值

| 途程 | 港口間的航行時間 $t_{i,\ell}$ 值 |
|---|--|
| $R_1 = \{O_1, (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), h\}$ | $\vec{R}_1 = \{0.005, 0.02, 0.045, 0.06, 0.08\}$ |
| $R_1^{-1} = \{h, (1,4), (1,3), (1,2), (1,1), O_1\}$ | $\vec{R}_1 = \{0.02, 0.035, 0.06, 0.075, 0.08\}$ |
| $R_2 = \{O_2, (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), h\}$ | $\vec{R}_2 = \{0.02, 0.04, 0.055, 0.08, 0.105\}$ |
| $R_2^{-1} = \{h, (2,4), (2,3), (2,2), (2,1), O_2\}$ | $\vec{R}_2 = \{0.025, 0.05, 0.065, 0.085, 0.105\}$ |
| $R_3 = \{O_3, (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), h\}$ | $\vec{R}_3 = \{0.025, 0.05, 0.06, 0.085, 0.105\}$ |
| $R_3^{-1} = \{h, (3,4), (3,3), (3,2), (3,1), O_3\}$ | $\vec{R}_3 = \{0.02, 0.045, 0.055, 0.08, 0.105\}$ |
| $R_4 = \{O_4, (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), h\}$ | $\vec{R}_4 = \{0.005, 0.03, 0.05, 0.07, 0.08\}$ |
| $R_4^{-1} = \{h, (4,4), (4,3), (4,2), (4,1), O_4\}$ | $\vec{R}_4 = \{0.01, 0.03, 0.05, 0.075, 0.08\}$ |

表 5.10 所有港口每單位裝貨/卸貨成本

| $C_{i,j}^L$ | | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| R_1 | O_1 | 0.3 | 0.19 | 0 | 0.25 |
| | (1,1) | 0.26 | 0.46 | 0 | 0.36 |
| | (1,2) | 0.49 | 0.38 | 0 | 0.5 |
| | (1,3) | 0.43 | 0.27 | 0 | 0.48 |
| | (1,4) | 0.39 | 0.32 | 0 | 0.49 |
| R_2 | O_2 | 0.2 | 0.18 | 0 | 0.21 |
| | (2,1) | 0.26 | 0.5 | 0 | 0.39 |
| | (2,2) | 0.37 | 0.49 | 0 | 0.26 |
| | (2,3) | 0.28 | 0.43 | 0 | 0.26 |
| | (2,4) | 0.45 | 0.41 | 0 | 0.43 |
| R_3 | O_3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | (3,1) | 0.45 | 0.42 | 0 | 0.5 |
| | (3,2) | 0.46 | 0.48 | 0 | 0.26 |
| | (3,3) | 0.44 | 0.45 | 0 | 0.45 |
| | (3,4) | 0.33 | 0.31 | 0 | 0.32 |
| R_4 | O_4 | 0.23 | 0.22 | 0 | 0.13 |
| | (4,1) | 0.38 | 0.48 | 0 | 0.44 |
| | (4,2) | 0.32 | 0.4 | 0 | 0.5 |
| | (4,3) | 0.49 | 0.35 | 0 | 0.39 |
| | (4,4) | 0.31 | 0.3 | 0 | 0.46 |

表 5.11 轉運站每單位裝貨/卸貨成本

| | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 |
|---------|-------|-------|-------|-------|
| C_h^L | 0.23 | 0.24 | 0 | 0.24 |

將參數值帶入 (4.15) 到 (4.20) 式子中，其中 $\bar{R} = 4, r = 1, 2, 3, \dots, 4$ ，可以得到下列的值：

表 5.12 所有航運途程的參數值

| r | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-----------|--------|--------|--------|--------|
| $Y_{1,r}$ | 2605 | 3183 | 3345 | 2506 |
| $Y_{2,r}$ | 10023 | 8339.3 | 3354.9 | 8342.2 |
| $Y_{3,r}$ | 21465 | 17927 | 3303.9 | 7554.4 |
| $Y_{4,r}$ | 10701 | 13433 | 2296 | 11539 |
| $Y_{5,r}$ | 32368 | 30470 | 0 | 30329 |
| $Y_{6,r}$ | 5178.8 | 6398.6 | 0 | 4852.6 |

根據 (4.22) 可得到

$$TC(k_1, B) = \frac{Y_{1,1}}{k_1 B} + k_1 B(Y_{3,1} + Y_{5,1}) + (Y_{2,1} + Y_{4,1} - Y_{6,1}) = \frac{2605}{k_1 B} + k_1 B(53833) + 15545.2$$

$$TC(k_2, B) = \frac{Y_{1,2}}{k_2 B} + k_2 B(Y_{3,2} + Y_{5,2}) + (Y_{2,2} + Y_{4,2} - Y_{6,2}) = \frac{3183}{k_2 B} + k_2 B(48397) + 15373.7$$

$$TC(k_3, B) = \frac{Y_{1,3}}{k_3 B} + k_3 B(Y_{3,3} + Y_{5,3}) + (Y_{2,3} + Y_{4,3} - Y_{6,3}) = \frac{3345}{k_3 B} + k_3 B(3303.9) + 5650.9$$

$$TC(k_4, B) = \frac{Y_{1,4}}{k_4 B} + k_4 B(Y_{3,4} + Y_{5,4}) + (Y_{2,4} + Y_{4,4} - Y_{6,4}) = \frac{2506}{k_4 B} + k_4 B(37883.4) + 15028.6$$

5.2.2 成本函數圖示

根據 5.2.1 小節之推導，所繪成本函數圖，如下所示：

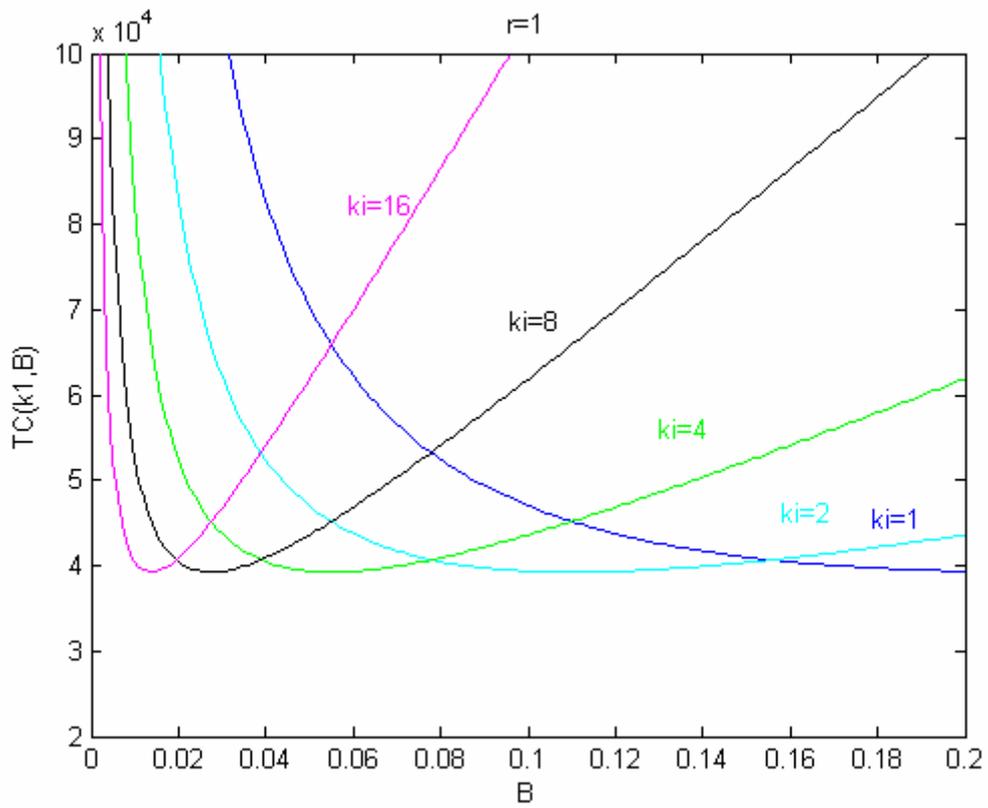


圖 5.1 $TC(k_1, B)$ 為片段凸性曲線

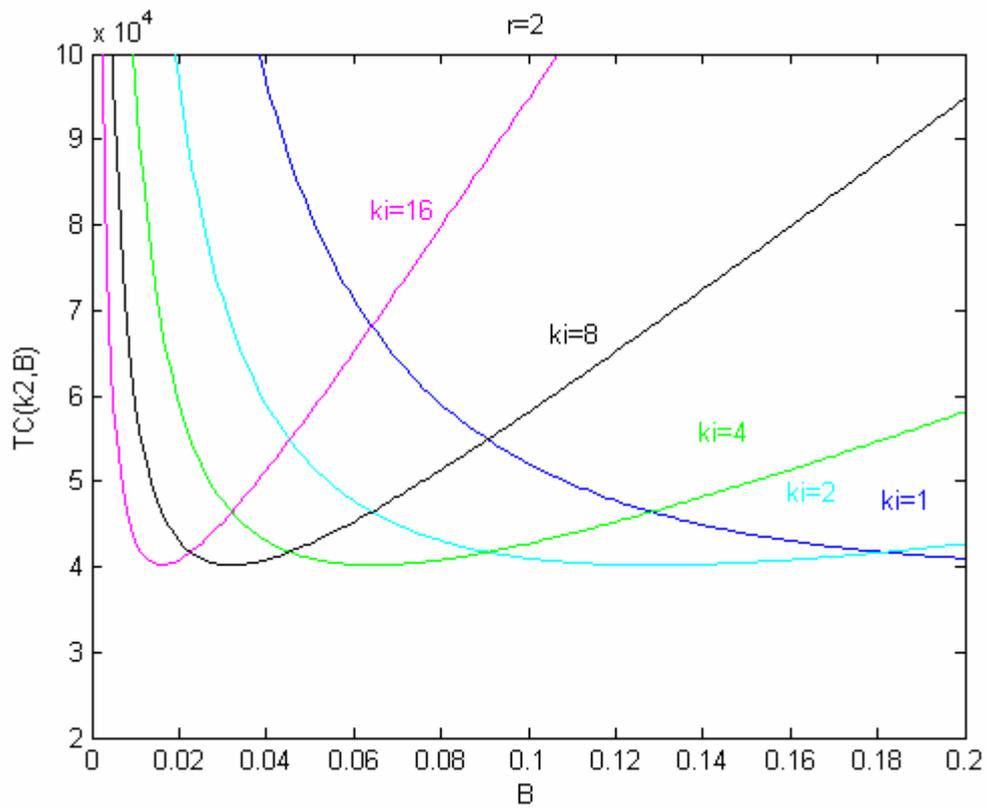


圖 5.2 $TC(k_2, B)$ 為片段凸性曲線

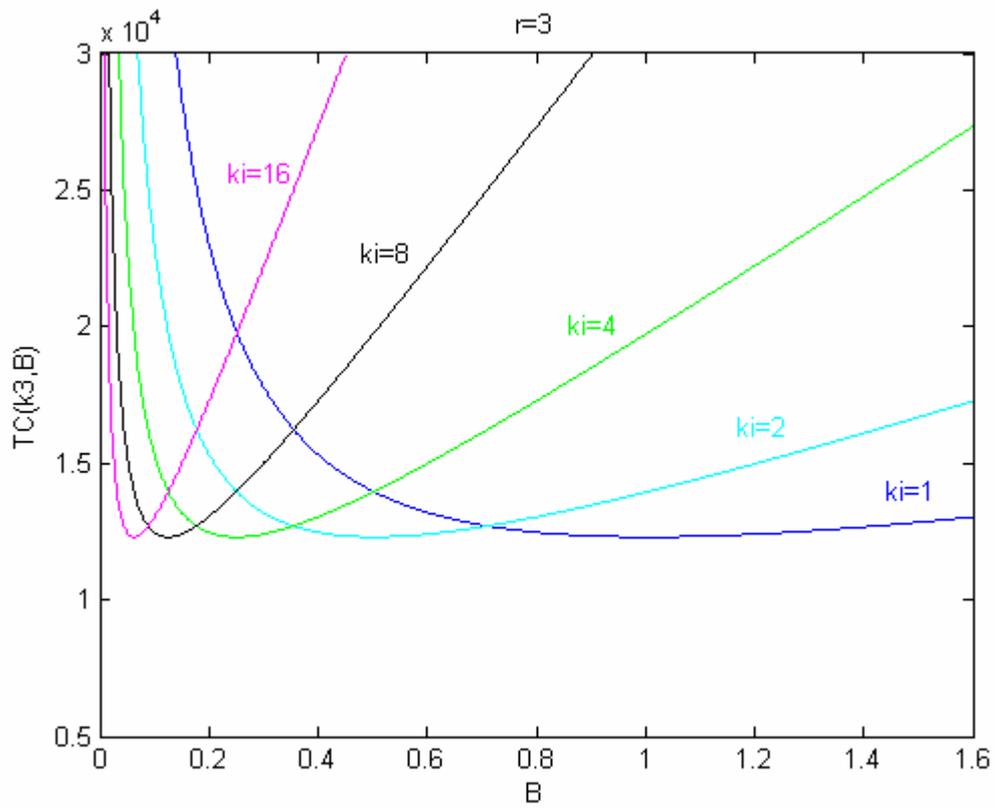


圖 5.3 $TC(k_3, B)$ 為片段凸性曲線

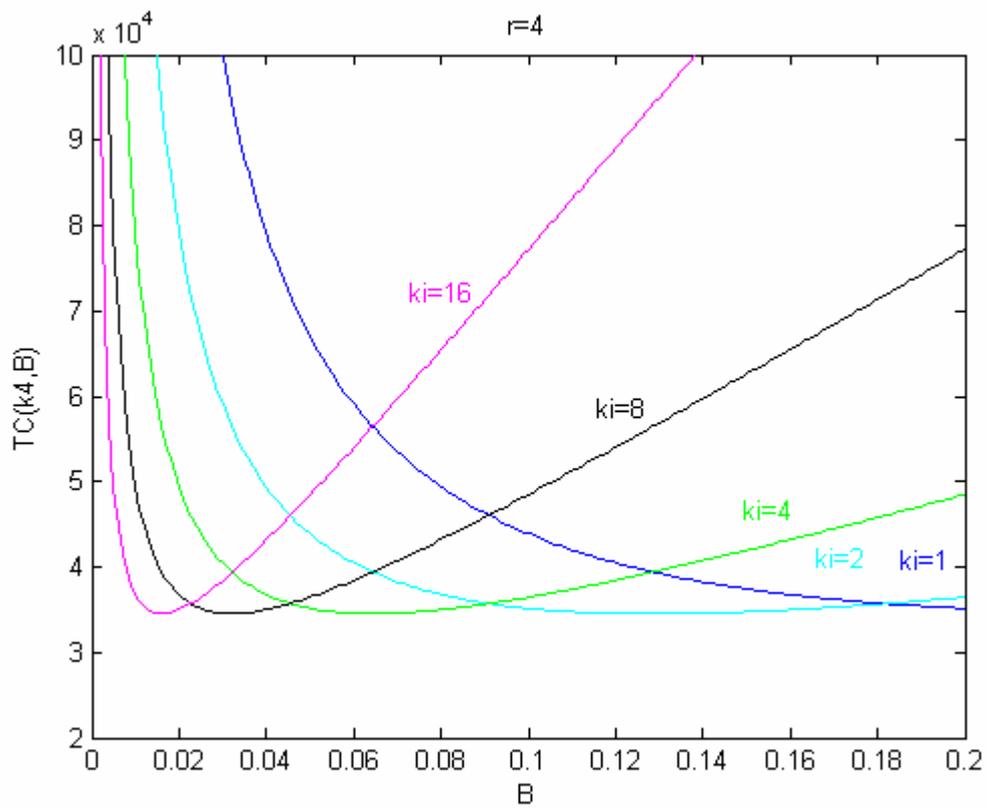


圖 5.4 $TC(k_4, B)$ 為片段凸性曲線

5.2.3 成本圖形性質分析

對於每條航運途程間隔 t_r 的平均成本函數，如方程式(5.8)所示。

$$TC_{PoT,r}(k_r, B) = \frac{Y_{1,r}}{k_r B} + k_r B(Y_{3,r} + Y_{5,r}) + (Y_{2,r} + Y_{4,r} - Y_{6,r}) \quad (5.8)$$

在二冪策略下，在給定一個 B 值情形下，可以求得一個最佳乘數(optimal multiplier) k_r ，並且最小化成本函數 $TC_{PoT,r}(k_r, B)$ 。我們對於每條航運間隔 t_r ，定義 $\underline{TC}_{PoT,r}(B)$ 為在一個任意 B 值下，最小的成本函數。如方程式(5.9)所示。

$$\underline{TC}_{PoT,r}(B) = \min_{k_r} \{TC_{PoT,r}(k_r, B)\} \quad (5.9)$$

Proposition 2 : $\underline{TC}_{PoT,r}(B)$ 對 B 是具有片段凸性函數(*piece-wise convex*)

Proof. 因為 $TC_{PoT,r}(k_r, B) = \frac{Y_{1,r}}{k_r B} + k_r B(Y_{3,r} + Y_{5,r}) + (Y_{2,r} + Y_{4,r} - Y_{6,r})$ ，可以針對每個 k_r 去求取最小成本，即 $\underline{TC}_{PoT,r}(B)$ 。在 k_r 已知情形下，開始計算一階必要及二階充分條件。在4.2節，已經證明過 $TC(k_r, B)$ 是一個的凸函數(*convex function*)，具有一個最佳值在 B^* 處。

$$B^* = \frac{1}{k_r} \sqrt{\frac{Y_{1,r}}{Y_{3,r} + Y_{5,r}}} \quad (5.10)$$

$\underline{TC}_{PoT,r}(B)$ 的最低成本是：

$$\underline{\underline{TC}}_{PoT,r} = \min_B \{\underline{TC}_{PoT,r}(B)\} = 2\sqrt{Y_{1,r}(Y_{3,r} + Y_{5,r})} + (Y_{2,r} + Y_{4,r} - Y_{6,r}) \quad (5.11)$$

假設 k_r^* 是在一個特定的 B 之區間中，為函數 $TC_{PoT,r}(k_r, B)$ 的最佳的 k_r

值。令 $Y(k_r^*) = \arg \min \{TC_{PoT,r}(k_r, B)\}$ 。在給定任意一個 k_r 值， $TC_{PoT,r}(k_r, B)$ 對 B 而言是一個連續可微分函數。又因為 $\underline{TC}_{PoT,r}(B) = \min_{k_r} \{TC_{PoT,r}(k_r, B)\}$ ，所以 $Y(k_r^*)$ 一定是連續、平滑的鄰近區間，也就是 $Y(k_r^*)$ 是 B 的間隔區段。因為 $\underline{TC}_{PoT,r}(B)$ 是由許多不同 k_r 的 $TC(k_r, B)$ 函數所組成，所以 $\underline{TC}_{PoT,r}(B)$ 對 B 是具有片段凸性函數。■

為了說明 Proposition 2，將 $\underline{TC}_{PoT,r}(k_2, B)$ 函數圖形繪出，如圖 5.5 所示。

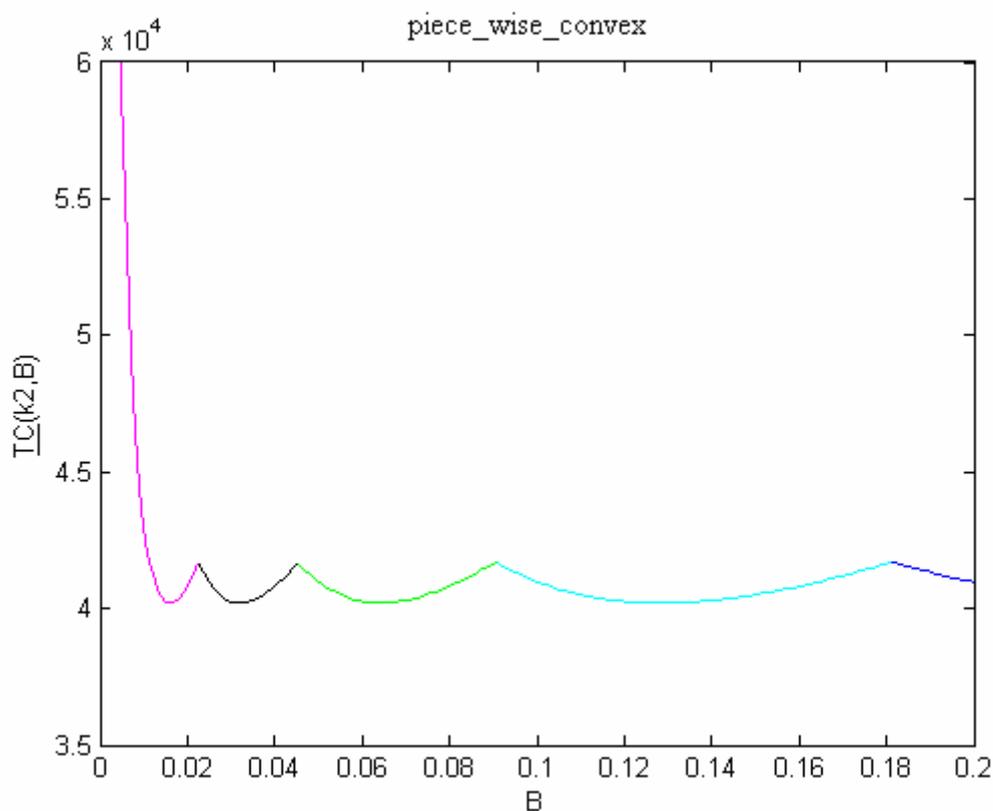


圖 5.5 $\underline{TC}_{PoT,r}(k_2, B)$ 的函數圖形

因此針對圖形定義方程式(5.12)

$$\underline{TC}_{PoT}(B) = \sum_{r=1}^{\bar{R}} \underline{TC}_{PoT,r}(B) = \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left[\min_{k_r} \{TC_{PoT}(k_r, B)\} \right] \quad (5.12)$$

接下來，我們以 **Proposition 3** 說明 $\underline{TC}_{PoT}(B)$ 的最佳結構的特性。

Proposition 3： $\underline{TC}_{PoT}(B)$ 對 B 是具有片段凸性函數(*piece-wise convex*)

Proof. 給定一個 B 值下， $TC_{PoT}(B)$ 的成本函數是 $TC_{PoT}(B) = \sum_{r=1}^{\bar{R}} \underline{TC}_{PoT,r}(B)$ ，而 $\sum_{r=1}^{\bar{R}} \underline{TC}_{PoT,r}(B)$ 是 \bar{R} 條具有片段凸性函數的總和，因此 $TC_{PoT}(B)$ 也是具有片段凸性函數。■

5.2.4 接合點理論分析

我們定義接合點是 $\underline{TC}_{PoT,r}(B)$ 函數中，某個 B 值它會將兩個連續的凸性曲線做連接的點。在 $\underline{TC}_{PoT,r}(B)$ 函數中，會有許多的結合點。

由圖 5.1 可以得知，當 k_r 值由 k_r 變成 $2k_r$ 時，會有接合點的產生。我們可以利用(5.8)，將兩個相鄰的 k_r 值的平均成本函數相減，利用差值的變化以求得接合點，如(5.13)所示。

$$\Delta_r(k_r, B) \equiv TC_{PoT,r}(k_r, B) - TC_{PoT,r}(2k_r, B) = \frac{Y_{1,r}}{2k_r B} - k_r B(Y_{3,r} + Y_{5,r}) \quad (5.13)$$

當兩個相鄰的 k_r 值的平均成本函數差值為零時，表示這兩個平均成本函數會相等時，就存在結合點，其所在位置如(5.14)所示。

$$\delta_r(2^{P_r}) = \frac{1}{2^{P_r}} \sqrt{\frac{Y_{1,r}}{2(Y_{3,r} + Y_{5,r})}} \quad (5.14)$$

所以在 $\delta_r(k_r = 2^{P_r})$ 是航運途程 r 在乘數 k_r 與 $2k_r$ 之間的結合點。為了要得到 $\underline{TC}_{PoT,r}(B)$ 的最小值，當 $B \geq \delta_r(2^{P_r})$ 時，最佳的乘數是 $k_r = 2^{P_r}$ ；相反的，當 $B < \delta_r(2^{P_r})$ 時，最佳的乘數是 $2k_r = 2^{P_r+1}$ 。

Lemma 1：假設 $k_r^{(L)}$ 與 $k_r^{(R)}$ 分別是 $\underline{TC}_{PoT,r}(B)$ 函數接合點的左邊與右邊的乘數，則 $k_r^{(L)} = 2k_r^{(R)}$ 。

Proof. 我們可以發現當 $k_r = 1, 2, 4, \dots, 2^{P_r}, 2^{P_r+1}, \dots, 2^{V_r}$ 時，接合點具有以下的關係式。

$$\delta_r(2^{V_r}) < \dots < \delta_r(2^{P_r+1}) < \delta_r(2^{P_r}) < \dots < \delta_r(4) < \delta_r(2) < \delta_r(1) \quad (5.15)$$

給定一個任意的 B 值，定義 $k_r^*(B)$ 是 $\underline{TC}_{PoT,r}(B)$ 的最佳乘數。由 proposition 2 得知， $\underline{TC}_{PoT,r}(B)$ 具有片段凸性性質，而且(5.15)說明了結合點的順序大小關係，可以容易地得到 $k_r^*(B)$ ，如下所示。

$$k_r^* = \left\{ \begin{array}{l} 1, \quad \text{if } B > \delta_r(1) \\ 2^{P_r+1}, \text{ if } \delta_r(2^{P_r+1}) < B \leq \delta_r(2^{P_r}), \text{ for } P_r = 0,1,2,\dots,V_r \end{array} \right\} \quad (5.16)$$

由(5.16)可以清楚的知道 $k_r^{(L)} = 2k_r^{(R)}$ 。■

Proposition 4: $\underline{TC}_{PoT}(B)$ 成本函數的接合點，會繼承所有途程函數 $\underline{TC}_{PoT,r}(B)$ 的接合點。

Proof. 此定理說明當 w 是 $\underline{TC}_{PoT,r}(B)$ 成本函數上的一個接合點，則 w 也會是 $\underline{TC}_{PoT}(B)$ 成本函數上的一個接合點。令 w 是航運途程 R_r 的一個接合點，但是對於其他 $\bar{R}-1$ 條航運途程， w 不是它們的接合點。則存在一個 $\varepsilon > 0$ ，並有下面兩種情形：

1. 在 $[w-\varepsilon, w+\varepsilon]$ 區間內，成本函數 $\sum_{j \neq r} \underline{TC}_{PoT,j}(B)$ 是凸性函數，因為對於每一條航運途程 $R_j (j \neq r)$ 的 $\underline{TC}_{PoT,j}(B)$ 在這個區間內是凸性函數。
2. 在 $[w-\varepsilon, w]$ 或 $[w, w+\varepsilon]$ 區間內，成本函數 $\underline{TC}_{PoT,r}(B)$ 是凸性函數。

可以預期在 $[w-\varepsilon, w]$ 或 $[w, w+\varepsilon]$ 區間內， $\underline{TC}_{PoT}(B) = \sum_{j \neq r} \underline{TC}_{PoT,j}(B) + \underline{TC}_{PoT,r}(B)$ 仍然是凸性函數。所以， w 是 $\underline{TC}_{PoT}(B)$ 成本函數的接合點。因此， $\underline{TC}_{PoT,r}(B)$ 成本函數的接合點，會繼承所有途程函數 $\underline{TC}_{PoT}(B)$ 的接合點。■

Theorem 2: 假設 $K^{(L)}$ 與 $K^{(R)}$ 分別是一組 $\underline{TC}_{PoT}(B)$ 函數接合點的左邊與右邊的乘數，則會存在 $k_r^{(L)} = 2k_r^{(R)}$ 。

Proof. Theorem 2 是 Lemma 1 與 Proposition 4 所產生的結果。■

5.2.5 局部最佳解

假設 w_{m_r} 與 w_{m_r+1} 是 $TC_{PoT}(B)$ 函數中的兩相臨接合點，而且 $w_{m_r+1} < w_{m_r}$ ，而 $\{k_r\}$ 是 $[w_{m_r+1}, w_{m_r}]$ 區間內的一組最佳乘數集合。對於 $\{k_r\}$ 而言，令 \tilde{B} 是 $[w_{m_r+1}, w_{m_r}]$ 區間內的局部最佳解，根據 $TC_{PoT}(B)$ 在 $[w_{m_r+1}, w_{m_r}]$ 區間內是凸性函數，所以局部最佳解會位在區間內或其中一個端點上。在給定 $\{k_r\}$ 下，對 $TC_{PoT}(B)$ 函數，針對 B 作一階微分，令其為 0，可以得到局部最佳解如下所示。

$$\tilde{B} = \sqrt{\frac{\sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{Y_{1,r}}{k_r}}{\sum_{r=1}^{\bar{R}} k_r (Y_{3,r} + Y_{5,r})}} \quad (5.17)$$

當 $\tilde{B} \in [w_{m_r+1}, w_{m_r})$ ，則 \tilde{B} 是 $TC_{PoT}(B)$ 的局部最佳解。

5.2.6 建立搜尋上界

在 5.1 節時，我們使用共同週期法來建立平均總成本上界。共同週期法表示所有船的航運間隔時間都是相同的情況，使用共同週期法得到搜尋上界 B_{CC}^* ，如下所示。

$$B_{CC}^* = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}} = \sqrt{\frac{\sum_{r=1}^{\bar{R}} Y_{1,r}}{\sum_{r=1}^{\bar{R}} (Y_{3,r} + Y_{5,r})}} \quad (5.18)$$

其中詳細推導見 5.1 節所示。

當每條途程 R_r 的 k_r 皆為 1，就是每條航運途程間隔 t_r 都是 B ， t_r 都會相同，此時方程式(5.18)是使用共同週期法的解。

Proposition 5：在 B 值大於 B_{CC}^* 時， $TC_{PoT}(B)$ 成本函數沒有局部最佳解

Proof. 在 Proposition 3， $TC_{PoT}(B)$ 對 B 是具有片段凸性函數，所以全域最佳

解(global optimal solution)一定是其中一個局部最佳解(local minimum solution)，而且是全部局部最佳解中最小的。對於任一組 $\{k_r\}_{r=1}^{\bar{R}}$ ，在

$$\bar{B}(\{k_r\}) = \sqrt{\frac{\sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{Y_{1,r}}{k_r}}{\sum_{r=1}^{\bar{R}} k_r (Y_{3,r} + Y_{5,r})}} \text{ 時，可得到局部最佳解。}$$

因為 B_{CC}^* 是在 $\{k_r = 1\}_{r=1}^{\bar{R}}$ 時，而 $\bar{B}(\{k_r\})$ 是在 $\{k_r\}_{r=1}^{\bar{R}}$ ， $k_r \geq 1$ 。所以

$$\sqrt{\frac{\sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{Y_{1,r}}{k_r}}{\sum_{r=1}^{\bar{R}} k_r (Y_{3,r} + Y_{5,r})}} \leq \sqrt{\frac{\sum_{r=1}^{\bar{R}} Y_{1,r}}{\sum_{r=1}^{\bar{R}} (Y_{3,r} + Y_{5,r})}} \text{，因此 } \bar{B}(\{k_r\}) \leq B_{CC}^* \text{。在 } (B_{CC}^*, \infty) \text{ 區間內時，}$$

$TC_{PoT}(B)$ 成本函數沒有局部最佳解。■

根據方程式(5.18)及 Proposition 3，可得到一個搜尋上界，因此在搜尋時可跳過 (B_{CC}^*, ∞) 區間，所以 B_{CC}^* 是搜尋的起點。

5.2.7 終止條件的設立

根據 Theorem 3， \bar{B}_1 為 $TC_{PoT}(B)$ 函數中最大的區域最佳解，令 $\bar{B}_1 / 2$ 為搜尋下界作為演算法終止條件。

Theorem 3： $TC_{PoT}(B)$ 成本函數的全域最佳基本補貨週期會落於 $(\bar{B}_1 / 2, B_{CC}^*]$ 區間。

Proof. $\{\bar{B}_i\}$ 表示經過大小排序的區域最佳解，滿足 $\bar{B}_{i+1} < \bar{B}_i, \forall i$ 。因此， \bar{B}_1 表示 $TC_{PoT}(B)$ 函數中最大的區域最佳解，最佳補貨乘數為 K_1 ，此時必會存在一個基本補貨週期 $\bar{B}_1 / 2$ 而決策補貨乘數為 2 倍 K_1 的重複解。因此 $TC_{PoT}(B)$ 成本函數的全域最佳基本補貨週期會落於 $(\bar{B}_1 / 2, B_{CC}^*]$ 區間，且 $\bar{B}_1 / 2$ 以下，成本函數曲線圖形的形態與走向會開始重複出現。■

5.2.8 窮舉法求解架構與步驟

本節主要探討海運供應鏈配銷運送與補貨排程模式，在二冪策略的決策環境下，假設補貨系統中有 \bar{R} 條途程，各港口之需求率、主要整備成本、次要整備成本、存貨持有成本皆為已知條件，搜尋最適的補貨週期乘數 k_r 與

基本週期 B ，使平均成本 $TC_{PoT}(B)$ 為最小且滿足限制。

令 B_{ub} 為搜尋最佳解的上界，最佳解位於 $(0, B_{ub}]$ 區間內。在搜尋的過程中要滿足限制式 $t_1 \geq t_2 \geq t_3 \geq t_4$ ，我們從搜尋上界 B_{ub} 開始往下搜尋，搜尋法如下：

1. 由上界 B_{ub} 往下搜尋。
2. 搜尋得到的解要滿足限制式 $t_1 \geq t_2 \geq t_3 \geq t_4$ 。
3. 全域最佳解是所有得到的解中最小的值，也就是 $TC_{PoT}(\check{K}_r, \check{B}_r)$ 最小的值。
4. 發現重複解時停止搜尋。

搜尋演算法從 B_{CC}^* 開始搜尋，在搜尋過程中要滿足 $t_1 \geq t_2 \geq t_3 \geq t_4$ ，也就是要滿足 $k_1 \geq k_2 \geq k_3 \geq k_4$ 。我們從 $\check{K}_1 = \{1,1,1,1\}$ 開始搜尋，之後針對結合點繼續搜尋。

搜尋演算法從 B_{CC}^* 開始搜尋，在搜尋過程中要滿足 $t_1 \geq t_2 \geq t_3 \geq t_4$ ，也就是要滿足 $k_1 \geq k_2 \geq k_3 \geq k_4$ 。我們從 $\check{K}_1 = \{1,1,1,1\}$ 開始搜尋，之後針對結合點繼續搜尋。令 $\delta_r(i)$ 表示航運途程 r ，第 i 個接合點，根據表 5.13，得知 $\delta_1(1) = 0.15555$ 。因為 $t_1 \geq t_2 \geq t_3 \geq t_4$ ，從 $\delta_1(1)$ 開始決定 \check{K}_1 值，首先 $k_1 = 2$ 。接著分別判斷 $\delta_1(1)$ 在航運途程 2、3 及 4 的成本圖中，具有最低成本的 k_r 值。

根據圖 5.6 的成本圖形，可以知道 $\delta_1(1)$ 在航運途程 2 的成本圖中，具有最小成本的 $k_2 = 2$ 。因為滿足 $k_1 \geq k_2 \geq k_3 \geq k_4$ ，所以 $k_1 = k_2 = 2$ ，在航運途程 3 的成本圖中，具有最小成本的 $k_3 = 8$ ，因為 $t_1 \geq t_2 \geq t_3 \geq t_4$ ，所以 $k_1 = k_3 = 2$ ，在航運途程 4 的成本圖中，具有最小成本的 $k_4 = 2$ 因此 $\check{K}_2 = \{2,2,2,2\}$ 。

接著從 $\delta_1(2)$ 開始決定 \check{K}_2 值，首先 $k_1 = 4$ 。根據圖 5.6，可以知道 $\delta_1(2)$ 在航運途程 2 的成本圖中，具有最小成本的 $k_2 = 4$ ，滿足 $k_1 \geq k_2$ 。繼續知道 $\delta_1(2)$ 在航運途程 3 的成本圖中，具有最小成本的 $k_3 = 16$ ，不滿足 $k_2 \geq k_3$ ，所以 $k_1 = k_3 = 4$ 。繼續知道 $\delta_1(2)$ 在航運途程 4 的成本圖中，具有最小成本的 $k_4 = 4$ ，滿足 $k_3 \geq k_4$ ，所以 $k_4 = k_3 = 4$ 。因此 $\check{K}_2 = \{4,4,4,4\}$ 。

可以繼續從 $\delta_1(3)$ 決定 \check{K}_3 值， $\delta_1(4)$ 決定 \check{K}_4 值，等等持續繼續下去搜尋。而當解重覆時則停止搜尋。

窮舉法的搜尋步驟如下所示。

步驟 1：搜尋初始建立參數及設立初始條件：

(a) 令 $i=1$ 。

(b) 由(5.18)計算 B_{CC}^* 以及計算出 $TC_{PoT}(B)$ 上所有的結合點。從搜尋上界 B_{CC}^* 開始搜尋， $\bar{K}_i = \{k_r = 1 | \forall r\}$ ，計算 $\bar{B}_i = \bar{B}(\bar{K}_i)$ 及 $TC_{PoT}(\bar{K}_i, \bar{B}_i)$ 。

步驟 2：尋找對應航運途程 1 的接合點 $\delta_1(i)$ 的最佳乘數集合 \bar{K}_i ，其中

$$\bar{K}_i = \{k_r\}, r=1,2,\dots,\bar{R} \text{ 並滿足 } k_r \geq k_{r+1} \text{ 條件限制。}$$

(a) 令 $i=i+1$ ， $r=0$ 。

(b) 令 $r=r+1$ 。

(c) 若 $k_r < k_{r+1}$ ，則 $k_{r+1} = k_r$ 。

(d) 若 $r < \bar{R}$ ，到步驟(b)。否則計算 $\bar{B}_i = \bar{B}(\bar{K}_i)$ ， $TC_{PoT}(\bar{K}_i, \bar{B}_i)$ ，到步驟 3。

步驟 3：迴圈與終止條件：如果出現重複解，到步驟 4。否則，回到步驟 2。

步驟 4：全域最佳解 $(K_{PoT}^*, B_{PoT}^*) = \min_i \{TC_{PoT}(\bar{K}_i, \bar{B}_i)\}$ 。

註：迴圈與終止條件應是當解重覆時則停止搜尋，為了避免搜尋時間太長，一般而言搜尋高達 8 次，求得的解大多已經開始重複。

5.2.9 數據驗證

根據 5.2 的範例，採用本節所介紹的窮舉法，演算法詳細步驟如下。首先找出 $TC_{PoT}(B)$ 曲線上所有的接合點，並且決定接合點 $\delta_1(i)$ 的 \bar{K}_i 值。

表 5.13 $TC_{PoT}(B)$ 曲線上之接合點

| 途程 r | $\delta_r(1)$ | $\delta_r(2)$ | $\delta_r(3)$ | $\delta_r(4)$ | $\delta_r(5)$ | $\delta_r(6)$ | $\delta_r(7)$ |
|--------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1 | 0.15555 | 0.07778 | 0.03889 | 0.01944 | 0.00972 | 0.00486 | 0.00243 |
| 2 | 0.18134 | 0.09067 | 0.04534 | 0.02267 | 0.01133 | 0.00567 | 0.00283 |
| 3 | 0.71149 | 0.35574 | 0.17787 | 0.08894 | 0.04447 | 0.02223 | 0.01112 |
| 4 | 0.18187 | 0.09093 | 0.04547 | 0.02273 | 0.01137 | 0.00568 | 0.00284 |

表 5.14 航運途程 1 所有接合點 $\delta_1(i)$ 決定的 \bar{K}_i 值

| | \bar{K}_1 | \bar{K}_2 | \bar{K}_3 | \bar{K}_4 | \bar{K}_5 | \bar{K}_6 | \bar{K}_7 | \bar{K}_8 |
|-------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| k_1 | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 |
| k_2 | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 |
| k_3 | 1 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 128 | 128 |
| k_4 | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 |

本節中窮舉法的搜尋步驟如下所示。

步驟 1：搜尋初始建立參數及設立初始條件：

(a) 令 $i=1$ 。

(b) 計算 $B_{CC}^* = 0.28488$ ，以及計算出 $TC_{PoT}(B)$ 上所有的結合點，如表 5.13 所示。從搜尋上界 B_{CC}^* 開始搜尋，此時 $\bar{K}_1 = \{1,1,1,1\}$ ， $\bar{B}_1 = B_{CC}^*$ ，計算 $\bar{B}_1 = \bar{B}(\bar{K}_1) = 0.28488$ 及 $TC_{PoT}(\bar{K}_1, \bar{B}_1) = 133310$ 。

步驟 2：尋找對應航運途程 1 的接合點 $\delta_1(i)$ 的最佳乘數集合 \bar{K}_i ，如表 5.14

所示，其中 $\bar{K}_i = \{k_r\}, r=1,2,\dots,\bar{R}$ 並滿足 $k_r \geq k_{r+1}$ 條件限制。

(a) 令 $i=i+1=2$ ， $r=0$ 。

(b) 令 $r=r+1=1$ 。 $\bar{K}_2 = \{2,2,8,2\}$ 。

(c) 若 $k_2 = 2 < k_3 = 8$ ，則 $k_4 = k_3 = 2$ 。

(d) 若 $r < \bar{R} = 4$ ，到步驟(b)，否則得 $\bar{K}_2 = \{2,2,2,2\}$ 。 $\bar{B}_2 = \bar{B}(\bar{K}_2) = 0.28488$ ， $TC_{PoT}(\bar{K}_2, \bar{B}_2) = 133310$ 。如表 5.15 所示，到步驟 3。此時已滿足 $k_r \geq k_{r+1}$ 條件限制。

步驟 3：迴圈與終止條件：如果出現重複解，到步驟 4。否則，回到步驟 2。

步驟 4：全域最佳解 $(K_{PoT}^*, B_{PoT}^*) = \min_i \{TC_{PoT}(\bar{K}_i, \bar{B}_i)\}$ 。在 $K_{PoT}^* = \{1,1,1,1\}$ ，

$B_{PoT}^* = 0.28488$ 時，可得到全域最佳解 $TC_{PoT}(\bar{K}_i, \bar{B}_i) = 133310$ 。

表 5.15 海運供應鏈上之區域最佳解

| i | k_1 | k_2 | k_3 | k_4 | \tilde{B}_i | $TC_{PoT}(\tilde{B}_i)$ |
|-----|-------|-------|-------|-------|---------------|-------------------------|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.28488 | 133310 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0.14244 | 133310 |
| 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 0.07122 | 133310 |
| 4 | 8 | 8 | 8 | 8 | 0.03561 | 133310 |
| 5 | 16 | 16 | 16 | 16 | 0.01781 | 133310 |
| 6 | 32 | 32 | 32 | 32 | 0.00890 | 133310 |
| 7 | 64 | 64 | 64 | 64 | 0.00445 | 133310 |
| 8 | 128 | 128 | 128 | 128 | 0.00223 | 133310 |

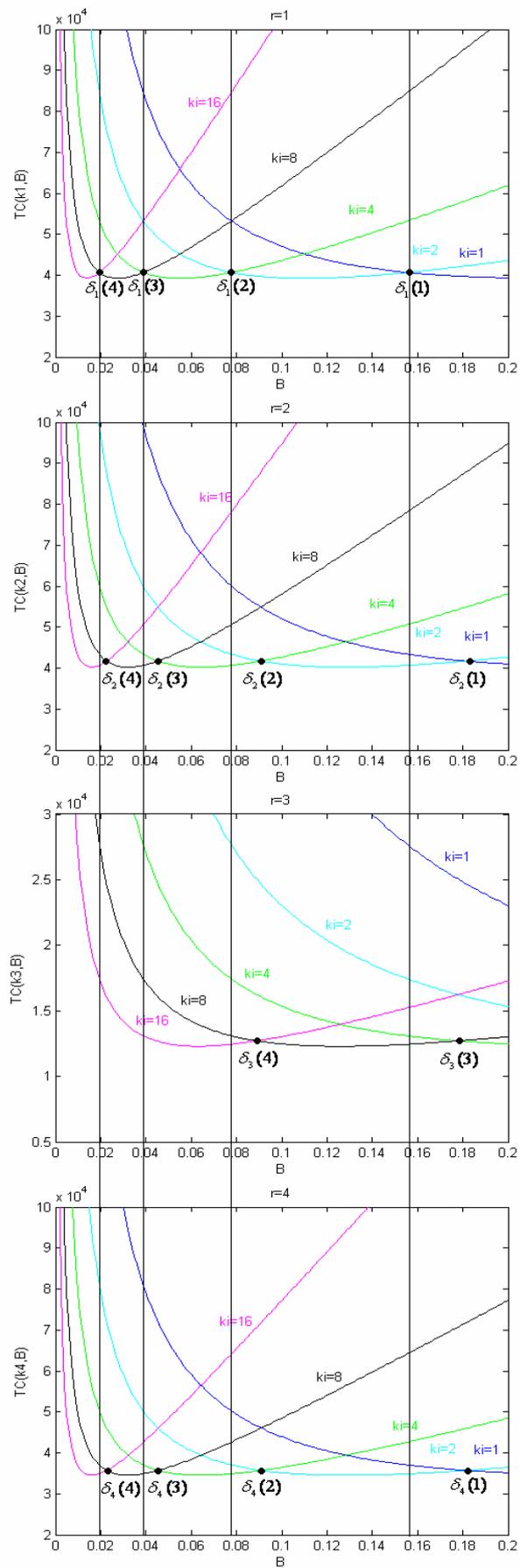


圖 5.6 搜尋法對應圖形

5.2.10 所有補貨週期大小選取最佳解

考慮所有可能的決策的供應/需求間隔大小順序，所有 t_r 的關係是一共有 $\bar{R}!$ 種，在這之中求取最佳解。先前的範例， $(S=3, \bar{R}=4)$ ，其補貨順序是 t_1, t_2, t_3, t_4 。4 條航運途程的所有的補貨週期大小順序共有 $4! = 24$ 種。所有補貨順序的平均總成本中只有在轉運站的平均存貨持有成本上會不同，其它的成本項式都相同。在 $t_1 \geq t_2 \geq t_3 \geq t_4$ 時，轉運站的平均存貨持有成本見附錄 D.3。為撰寫程式的方便，我們推導出以下轉運站平均存貨持有成本項的通式。

$$\begin{aligned}
 & t_a \geq t_b \geq t_c \geq t_d, a, b, c, d \in \{1, 2, 3, 4\}, a \neq b \neq c \neq d \\
 & \frac{t_a}{2} \left\{ H_a^h \sum_{\substack{i \in R_b \\ i \neq h}} D_{i,a} + H_a^h \sum_{\substack{i \in R_c \\ i \neq h}} D_{i,a} + H_a^h \sum_{\substack{i \in R_d \\ i \neq h}} D_{i,a} + H_b^h \sum_{\substack{i \in R_a \\ i \neq h}} D_{i,b} + H_c^h \sum_{\substack{i \in R_a \\ i \neq h}} D_{i,c} + H_d^h \sum_{\substack{i \in R_a \\ i \neq h}} D_{i,d} \right\} \\
 & + \frac{t_b}{2} \left\{ -H_a^h \sum_{\substack{i \in R_b \\ i \neq h}} D_{i,a} + H_b^h \sum_{\substack{i \in R_c \\ i \neq h}} D_{i,b} + H_b^h \sum_{\substack{i \in R_d \\ i \neq h}} D_{i,b} - H_b^h \sum_{\substack{i \in R_a \\ i \neq h}} D_{i,b} + H_c^h \sum_{\substack{i \in R_b \\ i \neq h}} D_{i,c} + H_d^h \sum_{\substack{i \in R_b \\ i \neq h}} D_{i,d} \right\} \\
 & + \frac{t_c}{2} \left\{ -H_a^h \sum_{\substack{i \in R_c \\ i \neq h}} D_{i,a} - H_b^h \sum_{\substack{i \in R_c \\ i \neq h}} D_{i,b} + H_c^h \sum_{\substack{i \in R_d \\ i \neq h}} D_{i,c} - H_c^h \sum_{\substack{i \in R_a \\ i \neq h}} D_{i,c} - H_c^h \sum_{\substack{i \in R_b \\ i \neq h}} D_{i,c} + H_d^h \sum_{\substack{i \in R_c \\ i \neq h}} D_{i,d} \right\} \\
 & + \frac{t_d}{2} \left\{ -H_a^h \sum_{\substack{i \in R_d \\ i \neq h}} D_{i,a} - H_b^h \sum_{\substack{i \in R_d \\ i \neq h}} D_{i,b} - H_c^h \sum_{\substack{i \in R_d \\ i \neq h}} D_{i,c} - H_d^h \sum_{\substack{i \in R_a \\ i \neq h}} D_{i,d} - H_d^h \sum_{\substack{i \in R_b \\ i \neq h}} D_{i,d} - H_d^h \sum_{\substack{i \in R_c \\ i \neq h}} D_{i,d} \right\}
 \end{aligned} \tag{5.19}$$

使用 6.2.3 節之最佳搜尋演算法，分別對這 24 種補貨週期大小順序求得最佳解，計算結果如表 5.16 所示。

表 5.16 所有補貨週期大小之最佳解

| 順序 | $t_a \geq t_b \geq t_c \geq t_d$ | k_1 | k_2 | k_3 | k_4 | \bar{B}_r | $TC_{PoT}(\bar{B}_r)$ | 上界 |
|----|----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------------|-----------------------|---------|
| 1 | $t_1 \geq t_2 \geq t_3 \geq t_4$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.28488 | 133310 | 0.28488 |
| 2 | $t_1 \geq t_2 \geq t_4 \geq t_3$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.28094 | 134460 | 0.28094 |
| 3 | $t_1 \geq t_3 \geq t_2 \geq t_4$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.28557 | 133110 | 0.28557 |

| | | | | | | | | |
|----|----------------------------------|---|---|---|---|---------|--------|---------|
| 4 | $t_1 \geq t_3 \geq t_4 \geq t_2$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.28165 | 134250 | 0.28165 |
| 5 | $t_1 \geq t_4 \geq t_2 \geq t_3$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.28469 | 133360 | 0.28469 |
| 6 | $t_1 \geq t_4 \geq t_3 \geq t_2$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.28474 | 133350 | 0.28474 |
| 7 | $t_2 \geq t_1 \geq t_3 \geq t_4$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.28473 | 133350 | 0.28473 |
| 8 | $t_2 \geq t_1 \geq t_4 \geq t_3$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.28080 | 134500 | 0.28080 |
| 9 | $t_2 \geq t_3 \geq t_1 \geq t_4$ | 1 | 2 | 2 | 1 | 0.20731 | 132390 | 0.28723 |
| 10 | $t_2 \geq t_3 \geq t_4 \geq t_1$ | 1 | 2 | 2 | 1 | 0.20695 | 132540 | 0.28080 |
| 11 | $t_2 \geq t_4 \geq t_1 \geq t_3$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.28634 | 132890 | 0.28634 |
| 12 | $t_2 \geq t_4 \geq t_3 \geq t_1$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.28387 | 133600 | 0.28387 |
| 13 | $t_3 \geq t_1 \geq t_2 \geq t_4$ | 1 | 1 | 4 | 1 | 0.24309 | 126720 | 0.28619 |
| 14 | $t_3 \geq t_1 \geq t_4 \geq t_2$ | 1 | 1 | 8 | 1 | 0.23822 | 124740 | 0.28225 |
| 15 | $t_3 \geq t_2 \geq t_1 \geq t_4$ | 1 | 1 | 2 | 1 | 0.26018 | 128210 | 0.28801 |
| 16 | $t_3 \geq t_2 \geq t_4 \geq t_1$ | 1 | 1 | 8 | 1 | 0.23764 | 124920 | 0.28153 |
| 17 | $t_3 \geq t_4 \geq t_1 \geq t_2$ | 1 | 1 | 2 | 1 | 0.26006 | 128240 | 0.28787 |
| 18 | $t_3 \geq t_4 \geq t_2 \geq t_1$ | 1 | 1 | 4 | 1 | 0.24240 | 126930 | 0.28531 |
| 19 | $t_4 \geq t_1 \geq t_2 \geq t_3$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.28528 | 133200 | 0.28528 |
| 20 | $t_4 \geq t_1 \geq t_3 \geq t_2$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.28533 | 133180 | 0.28533 |
| 21 | $t_4 \geq t_2 \geq t_1 \geq t_3$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.28708 | 132680 | 0.28708 |
| 22 | $t_4 \geq t_2 \geq t_3 \geq t_1$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.28459 | 133390 | 0.28459 |
| 23 | $t_4 \geq t_3 \geq t_1 \geq t_2$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.28784 | 132470 | 0.28784 |
| 24 | $t_4 \geq t_3 \geq t_2 \geq t_1$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.28528 | 133200 | 0.28528 |

在這 24 種情況中，第 14 種大小順序 $t_3 \geq t_1 \geq t_4 \geq t_2$ 之平均總成本值最小，其值是 124740。

5.3 海運供應鏈配銷運送與補貨排程模式之啟發式演算法

由於海運供應鏈中配銷運送與補貨排程之解法，每次求解均需決定 $t_1, t_2, t_3, \dots, t_{\bar{R}}$ 的大小順序，因此在四條航運途程的情況下，共有 $4!=24$ 種的順序大小關係。在多條途程的情況下， \bar{R} 條途程就要考慮 $\bar{R}!$ 種的順序大小關係，運算時間也呈現階層式增加的情況。

表 5.17 \bar{R} 條途程的順序大小關係數目

| 途程數目(\bar{R}) | 順序大小關係($\bar{R}!$) |
|-------------------|----------------------|
| 4 | 24 |
| 5 | 120 |
| 6 | 720 |
| 7 | 5040 |
| 8 | 40320 |
| 9 | 362880 |
| 10 | 3628800 |

5.3.1 與順序性相關之成本的分析

根據公式(4.20)可知，跟決策的供應/需求間隔大小順序相關的成本項為 $Y_{3,r}$ 後半段的部分，即

$$Y_{3,r}^{s,d} = H_r^h \left[\sum_{j=r}^{\bar{R}} \left(\sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i,r} \right) - \sum_{j=1}^r \left(\sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i,r} \right) \right] + \sum_{j=r}^{\bar{R}} \left(H_j^h \sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i,j} \right) - \sum_{j=1}^r \left(H_j^h \sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i,j} \right) \quad (5.20)$$

所以本研究啟發式演算法的概念在於，評估 $Y_{3,r}^{s,d}$ 佔總成本比例的大小，先將此成本項在運算過程移除，計算得到 $t_1, t_2, t_3, \dots, t_{\bar{R}}$ 後，再根據其大小順序重新求得最佳解。

5.3.2 簡化平均總成本模式的整理

根據(5.1)的每條平均總成本，移除與順序性相關的成本項得到新的啟發式解法，我們重新簡化每條航運途程 R_r 的平均成本如下：

$$TC(t_r) = \frac{Y_{1,r}}{t_r} + Y_{2,r} + t_r Y_{3,r}^{s,i} + Y_{4,r} + t_r Y_{5,r} - Y_{6,r}, \quad r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R} \quad (5.21)$$

其中

$$Y_{1,r} = A_r + A_r^h + \left[\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} (a_{i,r}) \right] \quad (5.22)$$

$$Y_{2,r} = C_{O_r, r}^L D_{O_r} + \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{i,j}^L D_{i,j} + \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{O_r, j}^L D_{O_r, j} + C_{h,r}^L D_{h,r} + \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq r}}^{\bar{R}} C_{h,k}^L D_{i,k} \quad (5.23)$$

$$Y_{3,r}^{s,i} = \frac{1}{2} \left\{ H_{O_r, r} D_{O_r} + \left(\sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{O_r, j} D_{O_r, j} \right) + \left(\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{i,j} D_{i,j} \right) \right\} \quad (5.24)$$

$$Y_{4,r} = \left[\sum_{i \in R_r} (H_r^m t_{O_r, i} D_{i,r}) \right] + \sum_{i \in R_r} \left[t_{h,i} \left(\sum_{j=1, j \neq r}^{\bar{R}} H_j^m D_{i,j} \right) \right] \quad (5.25)$$

$$Y_{5,r} = \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r, j} \quad (5.26)$$

$$Y_{6,r} = \hat{t}_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r, j} \quad (5.27)$$

平均總成本：

$$TC(t_1, t_2, t_3, \dots, t_{\bar{R}}) = \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left(\frac{Y_{1,r}}{t_r} + Y_{2,r} + t_r Y_{3,r}^{s,i} + Y_{4,r} + t_r Y_{5,r} - Y_{6,r} \right) \quad (5.28)$$

因為 $t_r = k_r B = 2^{P_r} B$ ，(5.20)可以表示如下：

$$TC(k_r, B) = \frac{Y_{1,r}}{k_r B} + k_r B (Y_{3,r}^{s,i} + Y_{5,r}) + (Y_{2,r} + Y_{4,r} - Y_{6,r}) \quad (5.29)$$

其中， $k_r = 2^{P_r} B$ ， P_r 是非負整數， $B \in \mathfrak{R}^+$ ， $r = 1, 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。

在 k_r 已知情形下，求一階與二階導數。

一階必要條件(the first-order necessary condition)：

$$\frac{dTC(k_r, B)}{dB} = \frac{-Y_{1,r}}{k_r B^2} + k_r (Y_{3,r}^{s,i} + Y_{5,r}) = 0 \quad (5.30)$$

二階充分條件(the second-order sufficient condition)：

$$\frac{d^2TC(k_r, B)}{dB^2} = \frac{2Y_{1,r}}{k_r B^3} > 0 \quad (5.32)$$

因為 $\frac{d^2TC(k_r, B)}{dB^2} > 0$ ，所以 $TC(k_r, B)$ 是一個的凸函數(convex function)。

$$\text{在 } \frac{dTC(k_r, B)}{dB} = 0 \text{ 時，會有最佳值 } B^* = \frac{1}{k_r} \sqrt{\frac{Y_{1,r}}{Y_{3,r}^{s,i} + Y_{5,r}}} \quad (5.33)$$

$$\text{此時平均總成本是 } TC(k_r, B^*) = 2\sqrt{Y_{1,r} (Y_{3,r}^{s,i} + Y_{5,r})} + (Y_{2,r} + Y_{4,r} - Y_{6,r}) \quad (5.34)$$

5.3.3 四條途程的隨機範例

根據 Teng(2005)的模式，利用隨機方式產生 10 組具有四條海運途程的範例(資料請見附錄 E)。每組範例均計算 $4! = 24$ 種決策的供應/需求間隔的情況，以得到最佳解。

表 5.18 與順序性相關之成本項所佔的比例

| 範例 | 最佳解 | 順序性成本比例 |
|----|-----------|---------|
| 1 | \$124,740 | 3.13% |
| 2 | \$138,860 | 4.33% |
| 3 | \$125,090 | 3.49% |
| 4 | \$122,250 | 3.56% |
| 5 | \$130,050 | 4.18% |
| 6 | \$123,710 | 4.31% |
| 7 | \$122,420 | 3.52% |
| 8 | \$127,900 | 1.21% |
| 9 | \$117,970 | 3.95% |
| 10 | \$130,840 | 3.47% |

根據表 5.17 所示，與順序性相關之成本項佔海運供應鏈中配銷運送與補貨排程總成本的比例，大約在 5% 以下。因此我們將移除順序性相關的成本項得到新的啟發式解法。

5.3.4 啟發式演算法求解架構

本節主要探討海運供應鏈配銷運送與補貨排程模式，在二幕策略的決策環境下，假設補貨系統中有 \bar{R} 條途程，各港口之需求率、主要整備成本、次要整備成本、存貨持有成本皆為已知條件，以啟發式演算法搜尋最適的補貨週期乘數 k_r 與基本週期 B 。我們先以藉由忽略與順序性相關成本項的模式搜尋合理解，使平均成本 $TC_{PoT}(k_r, B)$ 為最小且滿足限制，並取得這組決策的供應/需求間隔的順序大小關係。接著以完整的總成本模式重新運算該

情形的最佳解。本啟發式演算法流程圖如圖5.7所示。

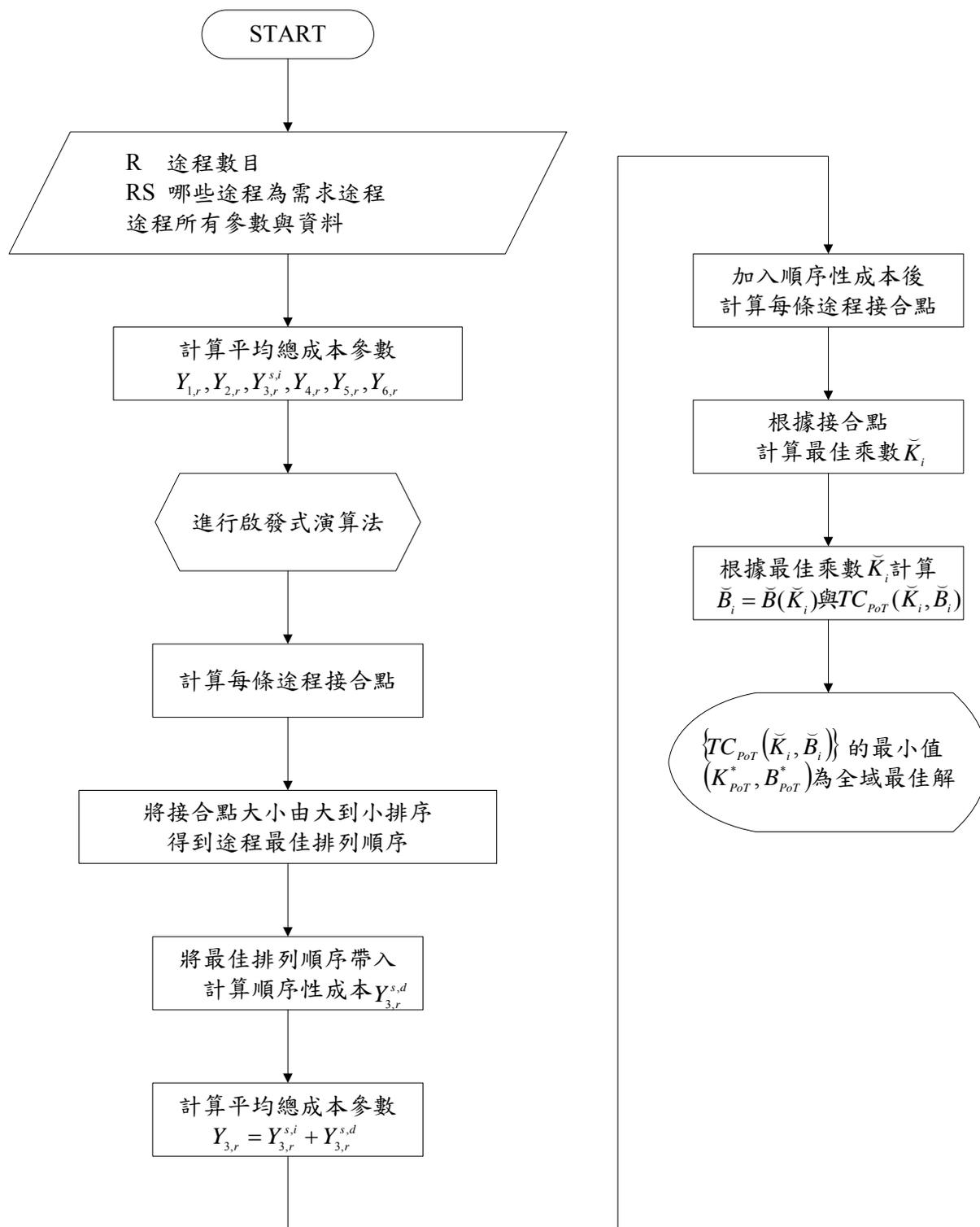


圖 5.7 啟發式演算法流程圖

5.3.5 啟發式演算法步驟

本節啟發式演算法步驟詳述如下，流程圖見圖 5.7。

步驟 1：搜尋初始建立參數及設立初始條件，先移除與順序性相關成本項，計算途程的平均成本函數，找出 $TC_{PoT}(B)$ 上所有的接合點，將所有接合點 $\delta_r(i)$ 由大到小排列，記錄相對的途程，即可得知最後決策的供應/需求間隔大小順序。

步驟 2：根據步驟一得到的決策的供應/需求間隔大小順序，計算出與順序性相關的成本項 $Y_{3,r}^{s,d}$ ，將 $Y_{3,r}^{s,i}$ 與 $Y_{3,r}^{s,d}$ 加總得到 $Y_{3,r}$ 。

(a) 令 $i=1$ 。

(b) 由(5.18)計算 B_{CC}^* 以及計算出 $TC_{PoT}(B)$ 上所有的結合點。從搜尋上界 B_{CC}^* 開始搜尋， $\bar{K}_i = \{k_r = 1 | \forall r\}$ ，計算 $\bar{B}_i = \bar{B}(\bar{K}_i)$ 及 $TC_{PoT}(\bar{K}_i, \bar{B}_i)$ 。

步驟 3：尋找對應航運途程 1 的接合點 $\delta_1(i)$ 的最佳乘數集合 \bar{K}_i ，其中 $\bar{K}_i = \{k_r\}, r=1,2,\dots,\bar{R}$ 並滿足 $k_r \geq k_{r+1}$ 條件限制。

(a) 令 $i=i+1, r=0$ 。

(b) 令 $r=r+1$ 。

(c) 若 $k_r < k_{r+1}$ ，則 $k_{r+1} = k_r$ 。

(d) 若 $r < \bar{R}$ ，到步驟(b)。否則得 $\bar{B}_i = \bar{B}(\bar{K}_i)$ ， $TC_{PoT}(\bar{K}_i, \bar{B}_i)$ ，到步驟 4。

步驟 4：迴圈與終止條件：如果找到重複解，到步驟 5。否則，回到步驟 3。

步驟 5：全域最佳解 $(K_{PoT}^*, B_{PoT}^*) = \min_i \{TC_{PoT}(\bar{K}_i, \bar{B}_i)\}$ 。

5.4 範例說明

根據 5.2 節的範例，採用本研究提出來的啟發式演算法，演算法詳細步驟如下。

表 5.19 不考慮成本項所有航運途程的參數值

| r | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-----------------|--------|--------|--------|--------|
| $Y_{1,r}$ | 2605 | 3183 | 3345 | 2506 |
| $Y_{2,r}$ | 10023 | 8339.3 | 3354.9 | 8342.2 |
| $Y_{3,r}^{s,i}$ | 15236 | 16890 | 3789.2 | 14335 |
| $Y_{4,r}$ | 10701 | 13433 | 2296 | 11539 |
| $Y_{5,r}$ | 32368 | 30470 | 0 | 30329 |
| $Y_{6,r}$ | 5178.8 | 6398.6 | 0 | 4852.6 |

首先在不考慮順序性相關成本項的情況下，計算所有航運途程的參數值，根據 (5.29) 可得到：

$$TC(k_1, B) = \frac{Y_{1,1}}{k_1 B} + k_1 B(Y_{3,1}^{s,i} + Y_{5,1}) + (Y_{2,1} + Y_{4,1} - Y_{6,1}) = \frac{2605}{k_1 B} + k_1 B(47604) + 15545.2$$

$$TC(k_2, B) = \frac{Y_{1,2}}{k_2 B} + k_2 B(Y_{3,2}^{s,i} + Y_{5,2}) + (Y_{2,2} + Y_{4,2} - Y_{6,2}) = \frac{3183}{k_2 B} + k_2 B(47360) + 15373.7$$

$$TC(k_3, B) = \frac{Y_{1,3}}{k_3 B} + k_3 B(Y_{3,3}^{s,i} + Y_{5,3}) + (Y_{2,3} + Y_{4,3} - Y_{6,3}) = \frac{3345}{k_3 B} + k_3 B(3789.2) + 5650.9$$

$$TC(k_4, B) = \frac{Y_{1,4}}{k_4 B} + k_4 B(Y_{3,4}^{s,i} + Y_{5,4}) + (Y_{2,4} + Y_{4,4} - Y_{6,4}) = \frac{2506}{k_4 B} + k_4 B(44664) + 15028.6$$

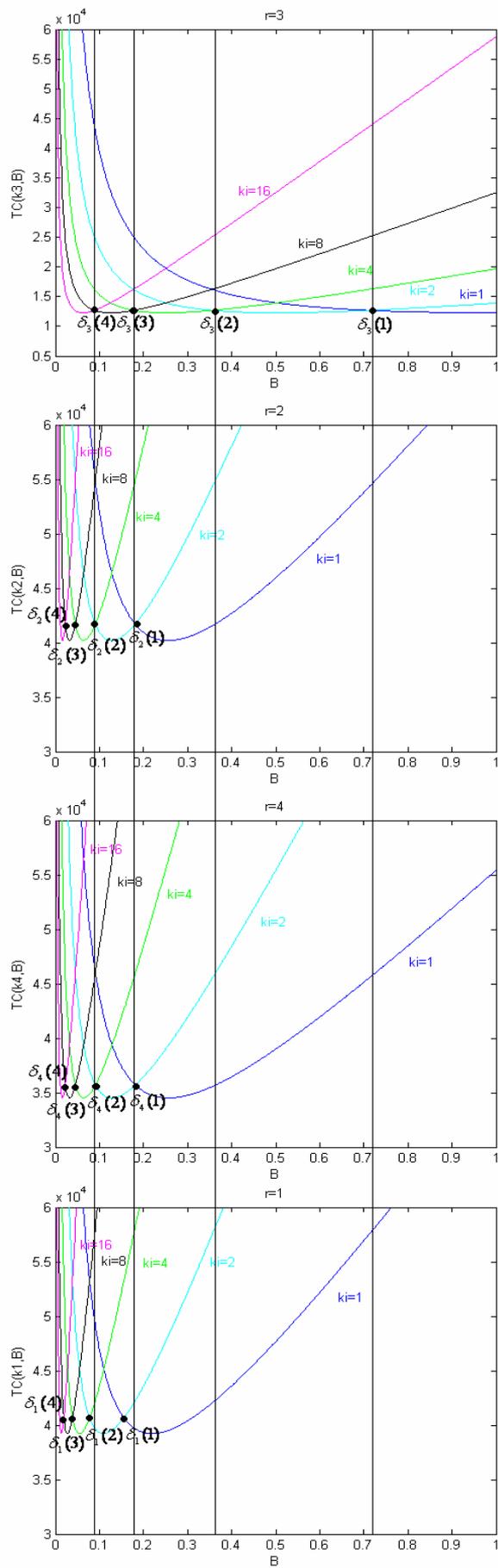


圖 5.8 啟發式搜尋法對應圖形

根據上面四條途程的平均成本函數，作出相對的成本函數圖，找出 $TC_{PoT}(B)$ 上所有的接合點，將接合點進行大小排列，得到接合點的大小關係為 $\delta_3(1) > \delta_2(1) > \delta_4(1) > \delta_1(1)$ ，即可得知最後決策的供應/需求間隔大小順序為 $t_3 \geq t_2 \geq t_4 \geq t_1$ ，如圖 5.8 所示。

表 5.20 不考慮順序性成本項的曲線上之接合點

| 途程 r | $k_r = 1$ | $k_r = 2$ | $k_r = 4$ | $k_r = 8$ | $k_r = 16$ | $k_r = 32$ | $k_r = 64$ |
|--------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|
| 1 | 0.16541 | 0.08271 | 0.04135 | 0.02068 | 0.01034 | 0.00517 | 0.00259 |
| 2 | 0.18332 | 0.09166 | 0.04583 | 0.02291 | 0.01146 | 0.00573 | 0.00286 |
| 3 | 0.66437 | 0.33219 | 0.16609 | 0.08305 | 0.04152 | 0.02076 | 0.01038 |
| 4 | 0.16749 | 0.08375 | 0.04187 | 0.02094 | 0.01047 | 0.00523 | 0.00262 |

根據決策的供應/需求間隔大小順序為 $t_3 \geq t_2 \geq t_4 \geq t_1$ ，帶入公式(5.20)計算出與順序性相關的成本項 $Y_{3,r}^{s,d}$ ，將 $Y_{3,r}^{s,i}$ 與 $Y_{3,r}^{s,d}$ 加總得到 $Y_{3,r}$ ，得到所有航運途程的參數值。

表 5.21 所有航運途程的參數值

| r | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-----------|--------|--------|--------|--------|
| $Y_{1,r}$ | 2605 | 3183 | 3345 | 2506 |
| $Y_{2,r}$ | 10023 | 8339.3 | 3354.9 | 8342.2 |
| $Y_{3,r}$ | 15236 | 16890 | 3789.2 | 14335 |
| $Y_{4,r}$ | 10701 | 13433 | 2296 | 11539 |
| $Y_{5,r}$ | 32368 | 30470 | 0 | 30329 |
| $Y_{6,r}$ | 5178.8 | 6398.6 | 0 | 4852.6 |

計算所有航運途程的參數值，根據 (5.29) 可得到

$$TC(k_1, B) = \frac{Y_{1,1}}{k_1 B} + k_1 B(Y_{3,1}^{s,i} + Y_{5,1}) + (Y_{2,1} + Y_{4,1} - Y_{6,1}) = \frac{2605}{k_1 B} + k_1 B(47604) + 15545.2$$

$$TC(k_2, B) = \frac{Y_{1,2}}{k_2 B} + k_2 B(Y_{3,2}^{s,i} + Y_{5,2}) + (Y_{2,2} + Y_{4,2} - Y_{6,2}) = \frac{3183}{k_2 B} + k_2 B(47360) + 15373.7$$

$$TC(k_3, B) = \frac{Y_{1,3}}{k_3 B} + k_3 B(Y_{3,3}^{s,i} + Y_{5,3}) + (Y_{2,3} + Y_{4,3} - Y_{6,3}) = \frac{3345}{k_3 B} + k_3 B(3789.2) + 5650.9$$

$$TC(k_4, B) = \frac{Y_{1,4}}{k_4 B} + k_4 B(Y_{3,4}^{s,i} + Y_{5,4}) + (Y_{2,4} + Y_{4,4} - Y_{6,4}) = \frac{2506}{k_4 B} + k_4 B(44664) + 15028.6$$

根據上面得到的函數，作出相對的函數圖，再次找出 $TC_{PoT}(B)$ 曲線上所有的接合點，並且決定接合點 $\delta_1(i)$ 的 \check{K}_i 值。

表 5.22 $TC_{PoT}(B)$ 曲線上之接合點

| 途程 r | $\delta_r(1)$ | $\delta_r(2)$ | $\delta_r(3)$ | $\delta_r(4)$ | $\delta_r(5)$ | $\delta_r(6)$ | $\delta_r(7)$ |
|--------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1 | 0.16626 | 0.08313 | 0.04157 | 0.02078 | 0.01039 | 0.00520 | 0.00260 |
| 2 | 0.18134 | 0.09067 | 0.04534 | 0.02267 | 0.01133 | 0.00567 | 0.00283 |
| 3 | 1.25590 | 0.62793 | 0.31397 | 0.15698 | 0.07849 | 0.03925 | 0.01962 |
| 4 | 0.15788 | 0.07894 | 0.03947 | 0.01974 | 0.00987 | 0.00494 | 0.00247 |

表 5.23 航運途程 1 所有接合點 $\delta_1(i)$ 決定的 \check{K}_i 值

| | \check{K}_1 | \check{K}_2 | \check{K}_3 | \check{K}_4 | \check{K}_5 | \check{K}_6 | \check{K}_7 | \check{K}_8 |
|-------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| k_1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 |
| k_2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 |
| k_3 | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 |
| k_4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 |

本研究啟發式演算法步驟詳述如下，流程圖見圖 5.7。

步驟 1：搜尋初始建立參數及設立初始條件，先移除與順序性相關成本項，計算途程的平均成本函數，找出 $TC_{PoT}(B)$ 上所有的接合點，如表 5.19 所示。作出相對的成本函數圖，如圖 5.8 所示，將所有的接合點 $\delta_r(i)$ 由大到小排列，記錄相對的途程，即可得知最後決策的供應/需求間隔大小順序為 $t_3 \geq t_2 \geq t_4 \geq t_1$ 。

步驟 2：根據步驟一得到的決策的供應/需求間隔大小順序，計算出與順序性相關的成本項 $Y_{3,r}^{s,d}$ ，將 $Y_{3,r}^{s,i}$ 與 $Y_{3,r}^{s,d}$ 加總得到 $Y_{3,r}$ 。

(a) 令 $i=1$ 。

(b) 由(5.18)計算 B_{CC}^* 以及計算出 $TC_{PoT}(B)$ 上所有的結合點。從搜尋上界 B_{CC}^* 開始搜尋， $\bar{K}_i = \{k_r = 1 | \forall r\}$ ，計算 $\bar{B}_i = \bar{B}(\bar{K}_i)$ 及 $TC_{PoT}(\bar{K}_i, \bar{B}_i)$ 。

步驟 3：尋找對應航運途程 1 的接合點 $\delta_1(i)$ 的最佳乘數集合 \bar{K}_i ，如表 5.22 所示，其中 $\bar{K}_i = \{k_r\}, r=1,2,\dots,\bar{R}$ 並滿足 $k_r \geq k_{r+1}$ 條件限制。

(a) 令 $i=i+1=2, r=0$ 。

(b) 令 $r=r+1=1, \bar{K}_2 = \{2,1,1,1\}$

(c) 若 $k_r < k_{r+1}$ ，則 $k_{r+1} = k_r$ 。

(d) 若 $r < \bar{R}$ ，到步驟(b)。否則得 $\bar{K}_2 = \{2,1,1,1\}$ ， $\bar{B}_2 = \bar{B}(\bar{K}_2) = 25958$ ， $TC_{PoT}(\bar{K}_2, \bar{B}_2) = 128390$ ，到步驟 4。

步驟 4：迴圈與終止條件：如果找到重複解，到步驟 5。否則，回到步驟 3。

步驟 5：全域最佳解 $(K_{PoT}^*, B_{PoT}^*) = \min_i \{TC_{PoT}(\bar{K}_i, \bar{B}_i)\} = 124920$ 。

表 5.24 海運供應鏈上之區域最佳解

| i | k_1 | k_2 | k_3 | k_4 | \bar{B}_i | $TC_{PoT}(\bar{B}_i)$ |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------------|-----------------------|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.28153 | 134280 |
| 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 0.25958 | 128390 |
| 3 | 1 | 1 | 4 | 1 | 0.24669 | 125620 |
| 4 | 1 | 1 | 8 | 1 | 0.23764 | 124920 |
| 5 | 2 | 2 | 16 | 2 | 0.11882 | 124920 |
| 6 | 4 | 4 | 32 | 4 | 0.05941 | 124920 |
| 7 | 8 | 8 | 64 | 8 | 0.02971 | 124920 |
| 8 | 16 | 16 | 128 | 16 | 0.01485 | 124920 |

第六章 遺傳演算法

本章討論如何利用遺傳演算法(genetic algorithm ; GA)，求解海運供應鏈中配銷運送與補貨排程的問題。二冪策略的決策環境下(參考第1.3節)，決策者所要面對的是各途程的決策補貨週期時間，在滿足條件限制的情況下，降低平均總成本 $TC_{PoT}(B)$ 。本章之研究利用GA，配合5.2.4節所提出的接合點理論(junction point)，找出一組滿足海運供應鏈配銷運送與補貨排程的可行解 (k_r, B) 。第6.1節介紹GA的求解架構，第6.2節介紹不同的運算機制與運算因子，第6.3節針對運算機制與運算因子不同的搭配去找出最適合本研究的遺傳演算法類型，第6.4節進行本遺傳演算法的參數實驗設計，第6.5節歸納出本研究的最佳遺傳演算法，第6.6節範例說明。

6.1 遺傳演算法求解架構

遺傳演算是基於自然選擇的一項最佳化搜尋方法，主要精神在於仿效自然生物“物競天擇、適優勝劣敗”的進化法則。首先隨機挑選幾個基因(Gene)去完成工作，其中表現較佳的就留下，不好的就淘汰。然後被留下來的基因就一對一對地互換(Crossover)產生後代，並予以突變(Mutation)再讓它們去完成工作，在這樣一代一代的遺傳演化中，基因會越來越優良，越來越能夠達成最佳工作目標。而GA主要目的在於建立一個保有自然特性的「人工遺傳系統」(Artificial Genetic System)並模擬和解釋生物自然進化的過程。而這種將模擬族群遺傳(Population Genetics)與適者生存法則融入問題求解的過程，已經成功的解決許多傳統系統無法克服的問題，而將此一系統稱為：「遺傳演算」(GAS)或「進化演算」(EAS)。

本節主要探討海運供應鏈中配銷運送與補貨排程模式，在二冪策略的決策環境下，假設補貨系統中有 \bar{R} 條途程，各港口之需求率、主要整備成本、次要整備成本、存貨持有成本皆為已知條件，以遺傳演算法搜尋最適的決策供應/需求間隔大小順序，藉由基因組合交換的方式，搜尋合理解，使平均成本 $TC_{PoT}(B)$ 為最小且滿足限制。遺傳演算法流程圖如圖6.1所示。

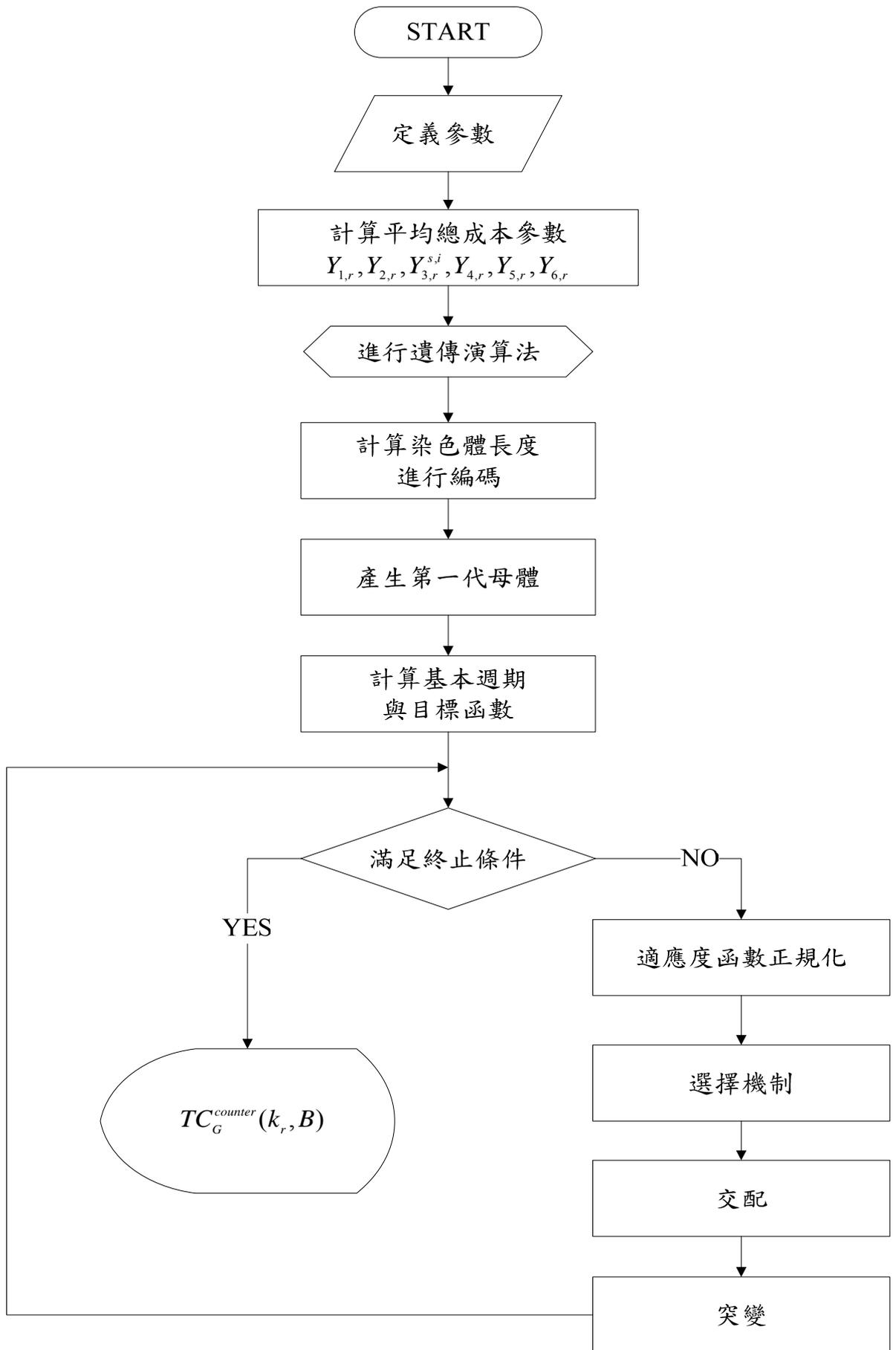


圖 6.1 遺傳演算法流程圖

再重複上述「正規化」、「選擇」、「交配」、「突變」等機制，直到滿足終止條件為止。應用於遺傳演算法的運算機制與運算因子有許多種，將在接下來的小節介紹，第6.1.1小節說明基本的參數設定，第6.1.2小節介紹染色體編碼的方式，第6.1.3小節說明適應性函數的計算與正規化，第6.1.4小節說明適應性函數選擇機制的運用，第6.1.5小節說明交配機制的執行與種類，第6.1.6小節說明突變機制的執行與種類。

6.1.1 參數設定

遺傳演算法主要包括五項參數：母體大小、交配率、突變率、終止條件與演化世代，本研究先給於基本的假設。在第 6.5 節本研究進行遺傳演算法參數實驗設計，找到這四個參數的最佳設定。

1. 交配率(p_c)：首先設定 $p_c=0.8$
2. 突變率(p_m)：首先設定 $p_m=0.2$
3. 母體大小(populationsize)：每代染色體有 8 條。
4. 終止條件(countersize)：經過連續 16 代的演化，最佳解都沒有改變時，即可視為找到最佳解，則停止搜尋。

6.1.2 染色體編碼

進行遺傳演算法之前必須先進行染色體編碼(Encoding)。遺傳演算結構中最常見的是以一字串(String) 代表某一個體(Individual)，而每一字串單位就是一個基因。每一個基因可為實數、整數，或是二進位的 0 和 1，這由實際解答的問題需求決定。而遺傳演算法第一步驟就是將表示問題的變數予以編碼。大部分最佳化問題都有固定變數(Variable)，最普通的編碼方式就是將變數對應到某個固定範圍內的整數，再以固定的二位元數目來表示。

應用於本研究的遺傳演算法的目的是要求解 \bar{R} 條途程的最適決策供應/需求間隔大小順序，因此要將所有決策的供應/需求間隔 $t_1, t_2, t_3, \dots, t_{\bar{R}}$ 大小順序關係，表現在染色體的位元上。本研究中因採用實數編碼，每一個個體皆代表一組可行解，而不需經過解碼之程序，因為此可行解可以直接視為一個獨立個體或是一組染色體。以八條途程的染色體編碼為例，產生長度為 8 的染色體，將 1 到 8 數字表現在染色體的位元上形成一組順序。

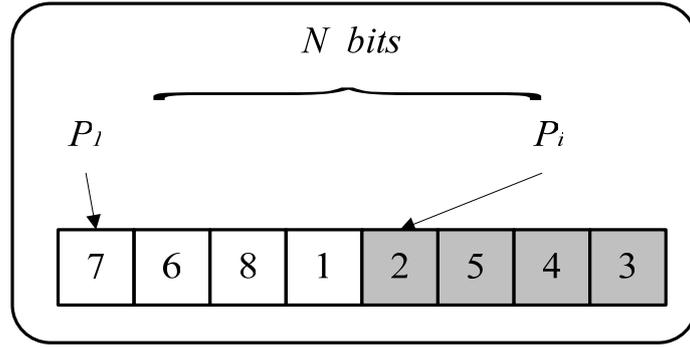


圖 6.2 染色體編碼

6.1.3 適應度函數正規化

正規化的主要方式共有兩種，線性正規化(liner ranking normalization)與轉置正規化(Inversion normalization)。Hunter(1995)與 Boesel(1999) 提出適應度函數值的正規化 (fitness normalization)，可以更有效地解決最小化的問題，計算出該代母體的適應度函數之後，進行適應度函數正規化，轉換全部的適應度函數，在接下來染色體選擇(selection)的過程中，能有更高的機率選到好的染色體，同時也保持偶然的機率選到較差的染色體。本遺傳演算法的適應度函數即為海運供應鏈的總成本。計算第 j 條染色體對應的基本週期 B_j 與目標函數 $TC_{PoT}(k_r, B)$ ，如式(6.2)與(6.3)所示。

$$B^* = \frac{1}{k_r} \sqrt{\frac{Y_{1,r}}{Y_{3,r} + Y_{5,r}}} \quad (6.2)$$

$$TC(k_r, B) = \frac{Y_{1,r}}{k_r B} + k_r B(Y_{3,r} + Y_{5,r}) + (Y_{2,r} + Y_{4,r} - Y_{6,r}) \quad (6.3)$$

1. 線性正規化(liner ranking normalization)

Marzouk and Moselhi(2003)提出適應度函數值的正規化(fitness normalization)，可以更有效地解決最小化的問題，線性正規化的方式主要是將所有的適應度函數依照大小順序排列，最佳的適應度函數給予最大的權數，帶入公式(6.4)進行線性正規化。

$$F_{i_{temp}} = 2 - SP + \frac{2(SP - 1)(i_{temp} - 1)}{N_{Population} - 1} \quad (6.4)$$

表 6.1 適應度函數的線性正規化

| i | TC_i | i_{temp} | $F_{i_{temp}}$ | $\sum_{y=1}^i F_{i_{temp}}$ |
|-----|--------|------------|----------------|-----------------------------|
| 1 | 17,594 | 3 | 0.8 | 0.8 |
| 2 | 14,697 | 4 | 1.2 | 2.0 |
| 3 | 10,582 | 6 | 2.0 | 4.0 |
| 4 | 12,324 | 5 | 1.6 | 5.6 |
| 5 | 23,789 | 1 | 0 | 5.6 |
| 6 | 19,459 | 2 | 0.4 | 6.0 |
| 總合 | | | 6 | |

令 $SP=2$ 。

根據表 6.1 所示，依 $TC_{PoT}(k_r, B)$ 由大至小排列，令平均總成本最大的染色體（即最差的染色體）為 $i_{temp} = 1$ ，平均總成本最小的染色體（即最好的染色體）為 $i_{temp} = N_{population}$ ，其中 $N_{population}$ 表示染色體的個數。Pohlheim(1996) 定義「選擇壓力」(selection pressure; SP) 為選擇最好染色體的機率和平均機率之相對比率，且 SP 為介於 [1.0, 2.0] 的數值。

以表 6.1 為例示，說明正規排序適應值作為輪盤選擇機制的運用。假設 $N_{population} = 6$ ，第 i 條染色體的平均總成本為 TC_i 。經過線性排序正規化，可計算出第 i 條染色體適應值與選擇機率，以此作為輪盤選擇機制的運作法則。

2. 轉置正規化(Inversion normalization)

轉置正規化方法是將所有適應度函數取其倒數，最小的適應度函數值經過轉置成為最大的值，在選擇的過程有最大的機率以選擇到該染色體。

表 6.2 適應度函數的轉置正規化

| i | TC_i | Inversion($\times 10^{-5}$) |
|-----|--------|-------------------------------|
| 1 | 17,594 | 5.684 |
| 2 | 14,697 | 6.804 |
| 3 | 10,582 | 9.450 |
| 4 | 12,324 | 8.114 |
| 5 | 23,789 | 4.204 |
| 6 | 19,459 | 5.139 |

6.1.4 選擇機制

染色體進行完適應度函數正規化後，進入選擇(selection)階段，選擇機制主要有兩種方式，輪盤選擇機制(roulette wheel selection)與競爭選擇機制(tournament selection)。

1. 輪盤選擇機制(roulette wheel selection)

輪盤選擇機制(roulette wheel selection)是透過機率原理，將染色體適應值，視為輪盤面積，因此在求解的過程中，選擇輪盤面積較大的染色體，即適應能力較高的染色體；淘汰輪盤面積較小的染色體，即適應能力差的染色體。輪盤選擇機制以圖 6.3 為例，將適應度函數正規化後的值加總，然後隨機產生一個變數 $R \in (0, \sum F_{i_{temp}})$ ，並判斷 R 屬於哪一區間。如果 $R = 1.7243 \in (0.8, 2.0)$ ，則選擇第 2 條染色體。

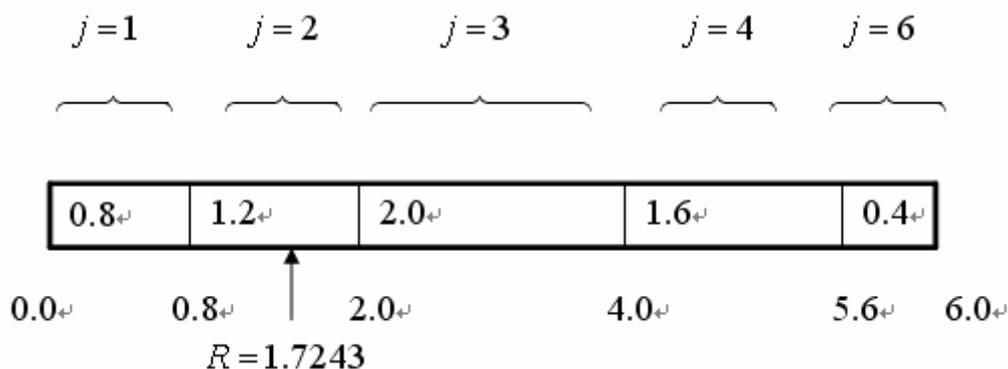


圖 6.3 輪盤選擇機制

2. 競爭選擇機制(tournament selection)

競爭選擇機制(tournament selection)是利用染色體之間比較的方式，選出染色體，有別於輪盤選擇機制有可能選到較差的染色體，競爭選擇機制選出的染色體都是好的。

6.1.5 交配

交配(crossover)的機制是避免演化的速度過於緩慢。目的是為了讓個體互相交換有用的資訊，使新個體有可能組合出更高的適合度，以達到不斷演化的目標。一般而言，都是隨機挑選兩個，稱之為雙親(Parents)，然後隨機在雙親染色體字串的 N 個位元(基因)中任意挑選一個點，稱之為交換點(Crossover Point)，再將位於交換點右側的雙親基因互換，也就是兩者交換一段基因鏈，形成兩個新的個體。但並非所有被選中的雙親，其染色體皆能進行交配，必須依照預設的交配機率來決定交配發生的頻率，而交配的頻率一般視問題情況而定；以上所言，是針對二元字串的基因交換方式。

排序問題之基因交換方式有最常見的交配方式 SX(Simple Crossover)、針對旅行者問題(Traveling Salesman Problem ; TSP)問題所發展的交配法，著重於保存各字元在母代染色體上位置資訊的 PMX(Partially Matched Crossover)與著重於保存母代染色體上各字元的順序關係的 LOX(Linear Order Crossover)。

1. SX(Simple Crossover)

單點交配為一般最常見的交配方式，這種交配方式簡單易懂，但是在遺傳演算法使用上效果有限，由單點交配發展出的還有雙點交配、多點交配與均勻交配。

(1)隨機產生一個切點。

個體 A : (9 8 4 | 5 7 6 1 3 2)

個體 B : (8 7 1 | 2 3 6 9 5 4)

(2)保留切點左邊的基因，切點右邊的位元以其在另一個體的順序填入。

個體 A : (9 8 4 | 7 1 2 3 6 5)

個體 B : (8 7 1 | 9 4 5 6 3 2)

2. PMX(Partially Matched Crossover)

此方法一開始是針對旅行者問題(Traveling Salesman Problem ; TSP)問題所發展的交配法，Goldberg(1989)建議較適合排程問題之基因運算子，PMX 著重於保存各字元在母代染色體上的位置資訊，其作法如下：

(1)隨機產生的兩個切點

個體 A : (9 8 4 | 5 7 6 | 1 3 2)

個體 B : (8 7 1 | 2 3 6 | 9 5 4)

(2)將個體 A 與個體 B 在兩個切點中的基因互調。

個體 A : (9 8 4 | 2 3 6 | 1 3 2)

個體 B : (8 7 1 | 5 7 6 | 9 5 4)

(3)將個體 A 位於切點之外重覆的基因與個體 B 位於切點之外重覆的基因互調。

個體 A : (9 8 4 | 2 3 6 | 1 7 5)

個體 B : (8 3 1 | 5 7 6 | 9 2 4)

3. LOX(Linear Order Crossover)

另一個 Goldberg(1989)建議較適合排程問題之基因運算子。LOX 和 PMX 交配法最主要的差別在於，LOX 著重於保存母代染色體上各字元的順序關係。Falkenauer and Bouffouix(1991) 研究中，推論出 LOX 較 PMX 有效率。其作法如下：

(1)隨機產生兩個切點。

個體 A : (9 8 4 | 5 7 6 | 1 3 2)

個體 B : (8 7 1 | 2 3 6 | 9 5 4)

(2)將個體 A 切點中的所有位元，在個體 B 中以*代替；B 者亦然。

個體 A : (9 8 4 | 5 7 * | 1 * *)

個體 B : (8 * 1 | 2 3 * | 9 * 4)

(3) 將 * 往中間移動，使得兩個切點中的位元皆為 *。

個體 A : (9 8 4 | * * * | 5 7 1)

個體 B : (8 1 2 | * * * | 3 9 4)

(4) 將原本個體 A、B 切點中的位元互調。

個體 A : (9 8 4 | 2 3 6 | 5 7 1)

個體 B : (8 1 2 | 5 7 6 | 3 9 4)

由於 PMX 著重於保存各字元在母代染色體上的位置資訊，TSP 問題的求解目的與順序性有關。Falkenauer and Bouffouix(1991)提出三種問題與四種方法進行模擬比較，研究排程受訂單先後順序與時間限制影響之訂單式生產線排程問題，在使用遺傳演算法之不同交配運算元，推斷使用不同的交配運算元在大型問題上，LOX(Linear Order Crossover)較 PMX(Partially Matched Crossover)有效率。因此本研究將兩者與常見的 SX 進行方法比較。

6.1.6 突變

突變(mutation)機制是為了防止搜尋最佳解的過程中掉入局部最佳解的窘境。在自然生物系統中，除了物競天擇外，生物往往會為了適應外在生存環境，而產生突變。二元突變的操作是將交配後所產生的子代，隨機選取一些個體，再隨機挑選某些基因位置將其位元反轉(0 變 1 或 1 變 0)以達到引進新基因的效果。基本上突變的機率可隨演化過程的進行而逐漸降低，為在演化後期如果突變率太高，則可能破壞好不容易找到的優良基因結構。Goldberg(1989)提出其在驗證研究中發現，經過一千個位元轉換後，進行一次突變可獲得較好的成果；以上所言為二元字串的突變方式，常見的排序問題基因突變方式為常見的 SM(Swap Mutation)與著重於保存各字元在父代染色體上的位置資訊之效果的 PBM(Position-based Mutation)。

1. SM(Swap Mutation)

交換突變為一般最常見的突變方式，這種交配方式簡單易懂，但是在

遺傳演算法使用上效果有限，任選兩個基因，將其互調即可。

(9 8 4 5 7 6 1 3 2)→(9 8 4 1 7 6 5 3 2)

2. PBM(Position-based Mutation)

任選兩個基因，假設為 5、1，將 7、6、1 往前移，再將 5 填入原本基因 1 的位置即可。

(9 8 4 5 7 6 1 3 2)→(9 8 4 7 6 1 5 3 2)

一般而言影響到突變的最重要因素是突變率的大小，突變的方式本身對求解的解答結果影響並不明顯。PBM 這種方式類似 PMX 著重於保存各字元在父代染色體上的位置資訊之效果 Goldberg(1989)，在順序性遺傳演算法問題有良好的效果，因此本研究在進行方法比較挑選 SM 與 PBM 兩種突變方式。

6.2 遺傳演算法運算機制及運算因子比較

根據 Teng(2005)的海運供應鏈模式，利用隨機方式產生 1 組具有八條海運途程的範例(一)(資料請見附錄 F)。經過各種不同運算機制運算因子的實驗組合，共有 24 種實驗組合，每種實驗組合的遺傳演算法分別進行 30 次的遺傳演算法程式運算，將平均總成本與平均時間進行比較。

根據表 6.13 與表 6.14 的實驗結果，可以知道第十八種的遺傳演算法可以得到最小的平均總成本，在此歸納出本研究的遺傳演算法適合的運算機制與運算因子：

1. 染色體正規化採用轉置正規化。
2. 染色體選擇機制採用輪盤選擇機制。
3. 染色體交配採用 LOX 交配。
4. 染色體突變採用 PBM 突變。

表 6.3 不同運算機制與運算因子的搭配方式

| Run No. | 染色體正規化 | 選擇機制 | 交配方式 | 突變方式 |
|---------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 線性正規化 | 輪盤選擇機制 | SX 交配 | SM 突變 |
| 2 | | | | PBM 突變 |
| 3 | | | PMX 交配 | SM 突變 |
| 4 | | | | PBM 突變 |
| 5 | | | LOX 交配 | SM 突變 |
| 6 | | | | PBM 突變 |
| 7 | 轉置正規化 | 競爭選擇機制 | SX 交配 | SM 突變 |
| 8 | | | | PBM 突變 |
| 9 | | | PMX 交配 | SM 突變 |
| 10 | | | | PBM 突變 |
| 11 | | | LOX 交配 | SM 突變 |
| 12 | | | | PBM 突變 |
| 13 | 轉置正規化 | 輪盤選擇機制 | SX 交配 | SM 突變 |
| 14 | | | | PBM 突變 |
| 15 | | | PMX 交配 | SM 突變 |
| 16 | | | | PBM 突變 |
| 17 | | | LOX 交配 | SM 突變 |
| 18 | | | | PBM 突變 |
| 19 | 轉置正規化 | 競爭選擇機制 | SX 交配 | SM 突變 |
| 20 | | | | PBM 突變 |
| 21 | | | PMX 交配 | SM 突變 |
| 22 | | | | PBM 突變 |
| 23 | | | LOX 交配 | SM 突變 |
| 24 | | | | PBM 突變 |

表 6.4 不同運算機制與運算因子的實驗結果

| Run No. | 演化代數 | Run time(s) | Total cost |
|---------|--------|-------------|------------|
| 1 | 37.033 | 2.4842 | 281040 |
| 2 | 37.7 | 2.8247 | 281240 |
| 3 | 33.4 | 2.8978 | 280920 |
| 4 | 33.933 | 2.2085 | 280550 |
| 5 | 33.1 | 2.1778 | 279460 |
| 6 | 32.4 | 2.1154 | 281240 |
| 7 | 38.4 | 3.0521 | 281540 |
| 8 | 30.333 | 2.5373 | 281640 |
| 9 | 34.367 | 2.5266 | 280250 |
| 10 | 31.1 | 2.0126 | 279030 |
| 11 | 37.567 | 2.4495 | 279600 |
| 12 | 33.067 | 2.1431 | 280750 |
| 13 | 42.1 | 3.0584 | 281460 |
| 14 | 40.3 | 2.746 | 279550 |
| 15 | 34.433 | 2.4993 | 280640 |
| 16 | 39.033 | 2.5283 | 280320 |
| 17 | 34.367 | 2.4218 | 279680 |
| 18 | 32.9 | 2.4185 | 278690 |
| 19 | 35.567 | 2.2766 | 282150 |
| 20 | 31.4 | 2.1611 | 279800 |
| 21 | 32.167 | 2.349 | 279900 |
| 22 | 34.2 | 2.2786 | 281840 |
| 23 | 34.833 | 2.7079 | 279200 |
| 24 | 30.933 | 1.9905 | 281660 |

6.3 遺傳演算法參數實驗設計

在 6.4 節，我們找到了最適合本研究的遺傳演算法運算機制與運算因子，本節要探討遺傳演算法中，參數設定對平均總成本與程式執行時間的影響。針對交配率(P_c)、突變率(P_m)、母體大小(populationsize)與終止條件(countersize)四個參數進行實驗設計，藉此得到最適合的參數設定，使遺傳演算法能發揮更好的效果，本研究利用 MINITAB 統計軟體進行實驗設計。

6.3.1 各參數的水準

分別針對四個參數設定水準以進行檢定，每個參數都設定五種水準，如表 6.5 所示。

表 6.5 實驗設計參數設定

| 參數 | 水準 1 | 水準 2 | 水準 3 | 水準 4 | 水準 5 |
|----------------------|------|------|------|------|------|
| 交配率(P_c) | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1 |
| 突變率(P_m) | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1 |
| 母體大小(Populationsize) | 8 | 16 | 24 | 32 | 40 |
| 終止條件(countersize) | 16 | 32 | 48 | 64 | 80 |

6.3.2 交配率(P_c)與突變率(P_m)實驗設計

首先針對交配率(P_c)與突變率(P_m)兩參數進行實驗設計，藉此找到最適合的參數水準，母體大小(populationsize)與終止條件(countersize)的設定則根據 6.1.1 小節使用初始的設定，母體大小(populationsize)設定為 8 條，終止條件(countersize)設定為 16 代，利用八條海運途程的範例(一)基本資料(資料請見附錄 F)，進行遺傳演算法的運算，每種參數水準執行遺傳演算法程式 30 次。

根據表 6.6 的結果，我們可以得知交配率(P_c)與突變率(P_m)對平均總成本有顯著的影響；根據表 6.7 的結果，我們可以得知交配率(P_c)與突變率(P_m)對程式執行時間均沒有顯著的影響。接著我們針對平均總成本的交配率(P_c)與(P_m)進行成對 t 檢定，來找出遺傳演算法最適合的參數。

表 6.6 平均總成本對交配率(P_c)與突變率(P_m)實驗設計

| Fractional Factorial Fit: TC versus pc, pm | | | | | |
|---|--------|--------|---------|---------|-------|
| Estimated Effects and Coefficients for TC (coded units) | | | | | |
| Term | Effect | Coef | SE Coef | T | P |
| Constan | | 279408 | 119.3 | 2342.33 | 0.000 |
| pc | -1299 | -649 | 168.7 | -3.85 | 0.000 |
| pm | -1373 | -687 | 168.7 | -4.07 | 0.000 |
| pc*pm | 502 | 251 | 238.6 | 1.05 | 0.293 |

表 6.7 程式執行時間對交配率(P_c)與突變率(P_m)實驗設計

| Fractional Factorial Fit: S versus pc, pm | | | | | |
|--|----------|----------|---------|-------|-------|
| Estimated Effects and Coefficients for S (coded units) | | | | | |
| Term | Effect | Coef | SE Coef | T | P |
| Constan | | 2.51544 | 0.04347 | 57.87 | 0.000 |
| pc | -0.09585 | -0.04792 | 0.06147 | -0.78 | 0.436 |
| pm | 0.03704 | 0.01852 | 0.06147 | 0.30 | 0.763 |
| pc*pm | 0.07020 | 0.03510 | 0.08694 | 0.40 | 0.687 |

6.3.3 交配率(P_c)與突變率(P_m)成對檢定

將交配率(P_c)與突變率(P_m)參數水準互相搭配的 25 種情形，執行遺傳演算法程式，將得到的 30 次平均總成本與程式執行時間加總平均，可以得知平均總成本最低發生在交配率(P_c)=0.6 與突變率(P_m)=1.0 時，程式執行時間最短發生在交配率(P_c)=0.4 與突變率(P_m)=0.2 時，如表 6.8 所示。

表 6.8 不同參數情形的平均總成本與程式執行時間

| 交配率 P_c | 突變率 P_m | 平均總成本 | 程式執行時間 |
|-----------|-----------|--------|----------|
| 0.2 | 0.2 | 281701 | 2.237233 |
| 0.2 | 0.4 | 279381 | 3.1472 |
| 0.2 | 0.6 | 279772 | 2.696533 |
| 0.2 | 0.8 | 280557 | 2.504267 |
| 0.2 | 1.0 | 279307 | 2.391433 |
| 0.4 | 0.2 | 280883 | 2.186833 |
| 0.4 | 0.4 | 278753 | 2.772967 |
| 0.4 | 0.6 | 279099 | 2.436167 |
| 0.4 | 0.8 | 279744 | 2.226567 |
| 0.4 | 1.0 | 279388 | 2.5947 |
| 0.6 | 0.2 | 282303 | 2.7129 |
| 0.6 | 0.4 | 279208 | 2.751567 |
| 0.6 | 0.6 | 278675 | 2.309 |
| 0.6 | 0.8 | 278990 | 2.476233 |
| 0.6 | 1.0 | 277772 | 3.110133 |
| 0.8 | 0.2 | 279849 | 2.366067 |
| 0.8 | 0.4 | 279310 | 2.587067 |
| 0.8 | 0.6 | 278844 | 2.197833 |
| 0.8 | 0.8 | 279097 | 2.222867 |
| 0.8 | 1.0 | 279161 | 2.318333 |
| 1.0 | 0.2 | 279084 | 2.33 |
| 1.0 | 0.4 | 278129 | 2.712233 |
| 1.0 | 0.6 | 279239 | 2.247233 |

| | | | |
|-----|-----|--------|----------|
| 1.0 | 0.8 | 278285 | 2.860467 |
| 1.0 | 1.0 | 278665 | 2.490233 |

針對不同的交配率(P_c)，得知最低的平均總成本發生在交配率(P_c)=1.0 的時候，如表 6.9 所示。

表 6.9 不同交配率(P_c)的平均總成本

| 交配率(P_c) | 平均總成本 |
|--------------|--------|
| 0.2 | 280144 |
| 0.4 | 279573 |
| 0.6 | 279390 |
| 0.8 | 279252 |
| 1.0 | 278681 |

針對不同的突變率(P_m)，最低的平均總成本發生在突變率(P_m)=1.0 的時候，如表 6.10 所示。

表 6.10 不同突變率(P_m)的平均總成本

| 突變率(P_m) | 平均總成本 |
|--------------|--------|
| 0.2 | 280764 |
| 0.4 | 278956 |
| 0.6 | 279126 |
| 0.8 | 279335 |
| 1.0 | 278859 |

針對不同的交配率(P_c)，得知最低的程式執行時間發生在交配率(P_c)=0.8 的時候，如表 6.11 所示。

表 6.11 不同交配率(P_c)的程式執行時間

| 交配率(P_c) | 程式執行時間 |
|--------------|----------|
| 0.2 | 2.595333 |
| 0.4 | 2.443447 |
| 0.6 | 2.671967 |
| 0.8 | 2.338433 |
| 1.0 | 2.528033 |

針對不同的突變率(P_m)，得知最低的程式執行時間發生在交配率(P_m)=0.2 的時候，如表 6.12 所示。

表 6.12 不同交配率(P_m)的程式執行時間

| 交配率(P_c) | 程式執行時間 |
|--------------|----------|
| 0.2 | 2.366607 |
| 0.4 | 2.794207 |
| 0.6 | 2.377353 |
| 0.8 | 2.45808 |
| 1.0 | 2.580967 |

表 6.13 平均總成本的交配率(P_c)成對檢定

| | |
|---|--------------------------------|
| Results for: TC | |
| Paired T-Test and CI: pc=0.2, pc=0.4 | |
| T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): | T-Value = 1.57 P-Value = 0.119 |
| Paired T-Test and CI: pc=0.2, pc=0.6 | |
| T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): | T-Value = 1.93 P-Value = 0.055 |
| Paired T-Test and CI: pc=0.2, pc=0.8 | |
| T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): | T-Value = 2.46 P-Value = 0.015 |
| Paired T-Test and CI: pc=0.2, pc=1.0 | |
| T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): | T-Value = 4.48 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: pc=0.4, pc=0.6 | |
| T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): | T-Value = 0.52 P-Value = 0.602 |
| Paired T-Test and CI: pc=0.4, pc=0.8 | |
| T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): | T-Value = 0.85 P-Value = 0.398 |
| Paired T-Test and CI: pc=0.4, pc=1.0 | |
| T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): | T-Value = 2.56 P-Value = 0.012 |
| Paired T-Test and CI: pc=0.6, pc=0.8 | |
| T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): | T-Value = 0.35 P-Value = 0.729 |
| Paired T-Test and CI: pc=0.6, pc=1.0 | |
| T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): | T-Value = 1.83 P-Value = 0.069 |
| Paired T-Test and CI: pc=0.8, pc=1.0 | |
| T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): | T-Value = 1.69 P-Value = 0.094 |

表 6. 14 平均總成本的突變率(P_m)成對檢定

| |
|---|
| Results for: TC |
| Paired T-Test and CI: pm=0.2, pm=0.4 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 4.02 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: pm=0.2, pm=0.6 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 3.48 P-Value = 0.001 |
| Paired T-Test and CI: pm=0.2, pm=0.8 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 3.51 P-Value = 0.001 |
| Paired T-Test and CI: pm=0.2, pm=1.0 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 4.78 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: pm=0.4, pm=0.6 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -0.47 P-Value = 0.640 |
| Paired T-Test and CI: pm=0.4, pm=0.8 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -1.04 P-Value = 0.298 |
| Paired T-Test and CI: pm=0.4, pm=1.0 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 0.29 P-Value = 0.775 |
| Paired T-Test and CI: pm=0.6, pm=0.8 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -0.64 P-Value = 0.523 |
| Paired T-Test and CI: pm=0.6, pm=1.0 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 0.85 P-Value = 0.398 |
| Paired T-Test and CI: pm=0.8, pm=1.0 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 1.57 P-Value = 0.118 |

根據成對檢定的結果，如表 6.13 與表 6.14 所示，了解各參數水準是否有顯著不同，經過推論得知，交配率(P_c)=0.8 率與(P_m)=0.4，遺傳演算法擁有最佳的求解品質與適合的執行時間。

6.3.4 母體大小(populationsize)與終止條件(countersize)實驗設計

針對母體大小(populationsize)與終止條件(countersize)兩參數進行實驗設計，藉此找到最適合的參數水準，交配率(P_c)與突變率(P_m)的設定則根據 6.3.3 小節得到的結果，交配率(P_c)設定為 0.8 與突變率(P_m)設定為 0.4，利用八條海運途程的範例(一)的基本資料，進行遺傳演算法的運算，每種參數水準執行遺傳演算法程式 30 次。

根據表 6.15 的結果，我們可以得知母體大小(populationsize)與終止條件(countersize)對平均總成本有顯著的影響；根據表 6.16 的結果，我們可以得知母體大小(populationsize)與終止條件(countersize)對程式執行時間有顯著的影響。接著我們分別對平均總成的母體大小(populationsize)與終止條件(countersize)進行成對 t 檢定，對程式執行時間的母體大小(populationsize)與終止條件(countersize)進行成對 t 檢定，來找出遺傳演算法最適合的參數。

表 6.15 平均總成本對母體大小與終止條件實驗設計

| Fractional Factorial Fit: TC versus psize, csize | | | | | |
|---|--------|--------|---------|---------|-------|
| Estimated Effects and Coefficients for TC (coded units) | | | | | |
| Term | Effect | Coef | SE Coef | T | P |
| Constan | | 277024 | 47.93 | 5779.99 | 0.000 |
| psize | -1262 | -631 | 67.78 | -9.31 | 0.000 |
| csize | -517 | -259 | 67.78 | -3.82 | 0.000 |
| psize*csize | 163 | 81 | 95.86 | 0.85 | 0.396 |

表 6.16 程式執行時間對母體大小與終止條件實驗設計

| Fractional Factorial Fit: S versus psize, csize | | | | | |
|--|--------|--------|---------|-------|-------|
| Estimated Effects and Coefficients for S (coded units) | | | | | |
| Term | Effect | Coef | SE Coef | T | P |
| Constan | | 17.714 | 0.2458 | 72.08 | 0.000 |
| psize | 23.031 | 11.516 | 0.3476 | 33.13 | 0.000 |
| csize | 21.034 | 10.517 | 0.3476 | 30.26 | 0.000 |
| psize*csize | 13.693 | 6.846 | 0.4915 | 13.93 | 0.000 |

6.3.5 母體大小(populationsize)與終止條件(countersize)成對檢定

將母體大小(populationsize)與終止條件(countersize)參數水準互相搭配的 25 種情形，執行遺傳演算法程式，將得到的 30 次平均總成本與程式執行時間加總平均，可以得知平均總成本最低發生在母體大小 (populationsize)=40 與終止條件(countersize)=80 時，程式執行時間最短發生在母體大小(populationsize)=8 與終止條件(countersize)=16 時，如表 6.17 所示。

表 6.17 不同參數的平均總成本與程式執行時間

| 母體大小 (populationsize) | 終止條件 (countersize) | 平均總成本 | 程式執行時間 |
|--------------------------|-----------------------|--------|---------|
| 8 | 16 | 278999 | 2.5914 |
| 8 | 32 | 277464 | 4.0732 |
| 8 | 48 | 277724 | 6.7871 |
| 8 | 64 | 277397 | 7.2344 |
| 8 | 80 | 278239 | 8.9823 |
| 16 | 16 | 277907 | 4.2968 |
| 16 | 32 | 276851 | 9.3832 |
| 16 | 48 | 276675 | 11.3583 |
| 16 | 64 | 277097 | 16.2227 |
| 16 | 80 | 277025 | 20.2818 |
| 24 | 16 | 277158 | 7.0571 |
| 24 | 32 | 276813 | 11.9248 |
| 24 | 48 | 276564 | 18.8825 |
| 24 | 64 | 276492 | 24.6311 |
| 24 | 80 | 276679 | 26.9124 |
| 32 | 16 | 277117 | 9.3895 |
| 32 | 32 | 276822 | 15.5607 |
| 32 | 48 | 276613 | 22.6886 |
| 32 | 64 | 276605 | 32.1609 |
| 32 | 80 | 276476 | 35.9133 |

| | | | |
|----|----|--------|---------|
| 40 | 16 | 276692 | 12.1034 |
| 40 | 32 | 276694 | 21.2589 |
| 40 | 48 | 276481 | 29.5305 |
| 40 | 64 | 276556 | 35.7017 |
| 40 | 80 | 276472 | 47.9339 |

針對不同的母體大小(populationsize)，得知最低的平均總成本發生在母體大小(populationsize)=40 的時候，如表 6.18 所示。

表 6.18 不同母體大小(populationsize)的平均總成本

| 母體大小(populationsize) | 平均總成本 |
|----------------------|--------|
| 8 | 277964 |
| 16 | 277111 |
| 24 | 276741 |
| 32 | 276727 |
| 40 | 276579 |

針對不同的終止條件(countersize)，得知最低的平均總成本發生在終止條件(countersize)=48 的時候，如表 6.19 所示。

表 6.19 不同終止條件(countersize)的平均總成本

| 終止條件(countersize) | 平均總成本 |
|-------------------|--------|
| 16 | 277575 |
| 32 | 276929 |
| 48 | 276811 |
| 64 | 276829 |
| 80 | 276978 |

針對不同的母體大小(populationsize)，得知最低的程式執行時間發生在母體大小(populationsize)=8 的時候，如表 6.20 所示。

表 6.20 不同母體大小(populationsize)的程式執行時間

| 母體大小(populationsize) | 程式執行時間 |
|----------------------|----------|
| 8 | 5.933667 |
| 16 | 12.30856 |
| 24 | 17.88157 |
| 32 | 23.14261 |
| 40 | 29.30568 |

針對不同的終止條件(countersize)，得知最低的平均總成本發生在終止條件(countersize)=16 的時候，如表 6.21 所示。

表 6.21 不同終止條件(countersize)的程式執行時間

| 終止條件(countersize) | 程式執行時間 |
|-------------------|----------|
| 16 | 7.08764 |
| 32 | 12.44016 |
| 48 | 17.8494 |
| 64 | 23.19015 |
| 80 | 28.00473 |

表 6. 22 平均總成本的母體大小(populationsize)成對檢定

| | |
|--|-----------------|
| Results for: TC | |
| Paired T-Test and CI: psize=8, psize=16 | |
| T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 4.08 | P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: psize=8, psize=24 | |
| T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 6.51 | P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: psize=8, psize=32 | |
| T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 6.49 | P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: psize=8, psize=40 | |
| T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 7.38 | P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: psize=16, psize=24 | |
| T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 2.95 | P-Value = 0.004 |
| Paired T-Test and CI: psize=16, psize=32 | |
| T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 3.07 | P-Value = 0.003 |
| Paired T-Test and CI: psize=16, psize=40 | |
| T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 4.45 | P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: psize=24, psize=32 | |
| T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 0.17 | P-Value = 0.863 |
| Paired T-Test and CI: psize=24, psize=40 | |
| T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 2.31 | P-Value = 0.022 |
| Paired T-Test and CI: psize=32, psize=40 | |
| T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 2.60 | P-Value = 0.010 |

表 6. 23 平均總成本的終止條件(countersize)成對檢定

| |
|---|
| Results for: TC |
| Paired T-Test and CI: csize=16, csize=32 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 4.36 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: csize=16, csize=48 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 5.33 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: csize=16, csize=64 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 4.95 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: csize=16, csize=80 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 3.51 P-Value = 0.001 |
| Paired T-Test and CI: csize=32, csize=48 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 0.87 P-Value = 0.383 |
| Paired T-Test and CI: csize=32, csize=64 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 0.83 P-Value = 0.409 |
| Paired T-Test and CI: csize=32, csize=80 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -0.32 P-Value = 0.750 |
| Paired T-Test and CI: csize=48, csize=64 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -0.13 P-Value = 0.896 |
| Paired T-Test and CI: csize=48, csize=80 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -1.12 P-Value = 0.263 |
| Paired T-Test and CI: csize=64, csize=80 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -0.94 P-Value = 0.348 |

表 6. 24 程式執行時間的母體大小(populationsize)成對檢定

| |
|--|
| Results for: time |
| Paired T-Test and CI: psize=8, psize=16 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -13.80 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: psize=8, psize=24 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -18.55 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: psize=8, psize=32 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -18.87 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: psize=8, psize=40 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -20.11 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: psize=16, psize=24 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -9.11 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: psize=16, psize=32 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -12.73 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: psize=16, psize=40 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -16.16 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: psize=24, psize=32 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -6.64 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: psize=24, psize=40 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -10.65 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: psize=32, psize=40 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -6.43 P-Value = 0.000 |

表 6.25 程式執行時間的終止條件(countersize)成對檢定

| |
|--|
| Results for: time |
| Paired T-Test and CI: csize=16, csize=32 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -11.49 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: csize=16, csize=48 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -15.05 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: csize=16, csize=64 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -18.05 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: csize=16, csize=80 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -17.87 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: csize=32, csize=48 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -7.83 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: csize=32, csize=64 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -12.46 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: csize=32, csize=80 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -14.68 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: csize=48, csize=64 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -7.30 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: csize=48, csize=80 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -10.12 P-Value = 0.000 |
| Paired T-Test and CI: csize=64, csize=80 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -4.74 P-Value = 0.000 |

根據成對檢定的結果，如表 6.22 至表 6.25 所示，了解各參數水準是否有顯著不同，經過推論得知，母體大小(populationsize)=40 與終止條件(countersize)=32 時，遺傳演算法擁有最佳的求解品質與適合的執行時間。

6.3.6 最適合的參數設定

根據實驗設計的結果，找出參數設定對平均總成本與程式執行時間的影響。當交配率(P_c)=0.8、突變率(P_m)=0.4、母體大小(populationsize)=40 與終止條件(countersize)=32 時，在八條途程情況下，海運供應鏈中的運送排程問題，遺傳演算法有最好的效率。所以推論在 \bar{R} 條途程的情況下的參數設定為：交配率(P_c)=0.8、突變率(P_m)=0.4、母體大小為 $5\bar{R}$ 與終止條件為 $4\bar{R}$ 。

6.4 遺傳演算法染色體編碼方式

本節要探討染色體編碼的選擇原因，Yao and Huang(2005)研究中，染色體的編碼方式是將補貨乘數 k_i ，表現在染色體的位元上。因此本研究的遺傳演算法採取這種方式，與原本的尋找接合點的方式作比較。

6.4.1 補貨乘數染色體編碼

此遺傳演算法是要求解 \bar{R} 途程的補貨乘數 k_i ，因此要將所有補貨乘數 k_i 的關係，表現在染色體的位元上，如圖6.6所示。

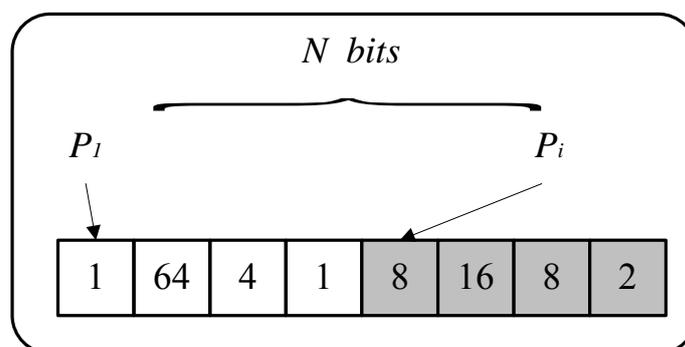


圖 6.4 補貨乘數的染色體編碼

6.4.2 比較結果

使用範例進行演算法運算 30 次，根據表 6.2 得知尋找補貨乘數 k_r 適合採用 Teng(2005) 的方式。

表 6.26 運算時間比較結果

| 途程順序尋找方式 | 補貨乘數 k_r 尋找方式 | 平均執行時間(秒) |
|----------|-----------------|-----------|
| 遺傳演算法 | Teng(2005) | 18.4277 |
| 遺傳演算法 | 遺傳演算法 | 8725.4237 |

6.5 遺傳演算法交配率遞減與突變率遞增機制

Yao and Huang(2003)提出，交配率隨代數增加線性下降，突變率隨代數增加線性上升，會使演算法執行的過程中，開拓更多的搜尋空間，提升母體的變異性，而增加搜尋到最佳解的機率。因此本研究的遺傳演算法採取這種方式，與原本交配率 p_c 與突變率 p_m 每代演算不變動的情況作比較。

1. 交配率 (p_c): p_c 從上界 $p_c^{UB}=0.8$ 開始，每代演化下降 0.001 至 $p_c^{LB}=0.4$ 止。
2. 突變率 (p_m): p_m 從下界 $p_m^{LB}=0.4$ 開始，每代演化上升 0.001 至 $p_m^{UB}=0.8$ 止。

將此機制加入本研究的遺傳演算法，使用八條途程的範例(一)，執行運算 30 次，針對平均總成本與平均執行時間與原來的的方法作比較，發現在結果與時間上均並沒有顯著的差異。

| 加入交配率遞減突變率遞增的機制 | 平均執行時間(秒) | 平均總成本 |
|-----------------|-----------|--------|
| 否 | 20.1316 | 276628 |
| 是 | 21.7590 | 277090 |

6.6 海運供應鏈配銷運送與補貨排程模式之遺傳演算法

經過 6.4 節與 6.5 節的探討，我們找到了最適合本研究的遺傳演算法設定，本研究的遺傳演算法步驟詳述如下。

- 步驟 1：定義參數：交配率(p_c)=0.8、突變率(p_m)=0.4、母體大小 (populationsize)= $5\bar{R}$ 、終止條件(countersize)= $4\bar{R}$ 、選擇壓力 (SP)=2。令執行代數計+次器 countersize=1。
- 步驟 2：計算染色體長度進行染色體編碼，令染色體長度為途程數目 \bar{R} 個。
- 步驟 3：產生染色體長度為 \bar{R} ，母體大小 (populationsize) 的初始母體。
- 步驟 4：計算基本週期與目標函數(適應度函數值)。
- 步驟 5：進行染色體轉置正規化。
- 步驟 6：染色體進入競爭式選擇機制。
- 步驟 7：染色體進行 LOX 交配，交配率(p_c)。
- 步驟 8：染色體進行 PBM 突變，突變率(p_m)。
- 步驟 9：令 $counter = counter + 1$ 。重複步驟 4 至步驟 8，輸出可行解 $TC_G^{counter}(k_r, B)$ ，直到 $TC_G^{counter}(k_r, B)$ 達到設定的終止條件(countersize) 都沒有改善，表示最佳解趨於收斂，則停止搜尋。

6.7 範例說明

使用八條途程的範例(資料請見附錄 F)，進行遺傳演算法的範例說明，本研究遺傳演算法步驟詳述如下，流程圖見圖 6.1。

步驟 1：定義參數：交配率(p_c)=0.8、突變率(p_m)=0.4 母體大小

(populationsize)=16、終止條件(countersize)=32、選擇壓力(SP)=2。

令執行代數計次器 countersize=1。

步驟 2：計算染色體長度進行染色體編碼，令染色體長度為途程數目 8 個。

步驟 3：產生染色體長度為 8，母體大小為 40 的初始母體。

步驟 4：計算基本週期與目標函數(適應度函數值)，如表 6.27 所示。

步驟 5：進行染色體正規化，如表 6.27 所示。

表 6.27 遺傳演算法基本週期與目標函數

| j | 途程順序 | | | | | | | | B_j | TC_j | 轉置正規化($\times 10^5$) |
|----|------|---|---|---|---|---|---|---|--------|--------|------------------------|
| 1 | 6 | 4 | 5 | 7 | 8 | 2 | 1 | 3 | 0.2672 | 295020 | 0.3390 |
| 2 | 2 | 5 | 3 | 4 | 8 | 1 | 6 | 7 | 0.2795 | 300730 | 0.3325 |
| 3 | 5 | 6 | 8 | 3 | 4 | 1 | 7 | 2 | 0.1966 | 277340 | 0.3606 |
| 4 | 6 | 2 | 3 | 7 | 4 | 1 | 8 | 5 | 0.2672 | 295010 | 0.3390 |
| 5 | 1 | 3 | 8 | 6 | 4 | 2 | 5 | 7 | 0.2782 | 301470 | 0.3317 |
| 6 | 7 | 1 | 2 | 8 | 5 | 6 | 4 | 3 | 0.2818 | 299310 | 0.3341 |
| 7 | 6 | 3 | 1 | 8 | 5 | 2 | 4 | 7 | 0.2457 | 292180 | 0.3423 |
| 8 | 5 | 8 | 4 | 1 | 3 | 7 | 6 | 2 | 0.2462 | 292910 | 0.3414 |
| 9 | 6 | 3 | 1 | 2 | 7 | 5 | 4 | 8 | 0.2396 | 292520 | 0.3419 |
| 10 | 6 | 7 | 2 | 1 | 8 | 5 | 4 | 3 | 0.2606 | 292250 | 0.3422 |
| 11 | 4 | 2 | 6 | 7 | 1 | 8 | 3 | 5 | 0.2825 | 298930 | 0.3345 |
| 12 | 5 | 3 | 2 | 8 | 6 | 1 | 4 | 7 | 0.2518 | 289410 | 0.3455 |
| 13 | 2 | 7 | 6 | 4 | 8 | 1 | 5 | 3 | 0.2825 | 298930 | 0.3345 |
| 14 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 4 | 1 | 7 | 0.2085 | 297040 | 0.3367 |

| | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|--------|--------|--------|
| 15 | 6 | 1 | 3 | 4 | 2 | 8 | 7 | 5 | 0.2627 | 290930 | 0.3437 |
| 16 | 7 | 3 | 8 | 6 | 1 | 2 | 4 | 5 | 0.2858 | 296960 | 0.3367 |
| 17 | 3 | 1 | 8 | 4 | 6 | 5 | 7 | 2 | 0.2682 | 294410 | 0.3397 |
| 18 | 8 | 4 | 6 | 5 | 2 | 3 | 1 | 7 | 0.2782 | 301470 | 0.3317 |
| 19 | 3 | 8 | 7 | 6 | 1 | 2 | 5 | 4 | 0.2824 | 298960 | 0.3345 |
| 20 | 3 | 2 | 1 | 7 | 5 | 6 | 8 | 4 | 0.2708 | 297270 | 0.3364 |
| 21 | 7 | 2 | 1 | 6 | 8 | 5 | 3 | 4 | 0.2828 | 298740 | 0.3347 |
| 22 | 8 | 2 | 6 | 3 | 5 | 7 | 4 | 1 | 0.2683 | 298750 | 0.3347 |
| 23 | 8 | 2 | 4 | 7 | 5 | 3 | 1 | 6 | 0.2636 | 297190 | 0.3365 |
| 24 | 7 | 8 | 6 | 4 | 1 | 5 | 3 | 2 | 0.2854 | 297190 | 0.3365 |
| 25 | 2 | 1 | 5 | 6 | 4 | 8 | 7 | 3 | 0.2789 | 301080 | 0.3321 |
| 26 | 5 | 3 | 8 | 7 | 2 | 1 | 4 | 6 | 0.2312 | 282600 | 0.3539 |
| 27 | 5 | 2 | 7 | 6 | 1 | 4 | 8 | 3 | 0.2650 | 297060 | 0.3366 |
| 28 | 7 | 5 | 8 | 2 | 6 | 1 | 4 | 3 | 0.2835 | 298320 | 0.3352 |
| 29 | 4 | 6 | 7 | 2 | 1 | 8 | 5 | 3 | 0.2798 | 300500 | 0.3328 |
| 30 | 7 | 8 | 5 | 6 | 2 | 3 | 4 | 1 | 0.2858 | 296960 | 0.3367 |
| 31 | 7 | 3 | 8 | 5 | 4 | 2 | 6 | 1 | 0.2855 | 297160 | 0.3365 |
| 32 | 7 | 4 | 2 | 6 | 5 | 3 | 8 | 1 | 0.2850 | 297420 | 0.3362 |
| 33 | 8 | 6 | 5 | 1 | 3 | 2 | 7 | 4 | 0.2131 | 284140 | 0.3519 |
| 34 | 6 | 4 | 1 | 3 | 8 | 7 | 2 | 5 | 0.2798 | 300500 | 0.3328 |
| 35 | 5 | 2 | 4 | 6 | 8 | 1 | 7 | 3 | 0.2647 | 290760 | 0.3439 |
| 36 | 7 | 5 | 3 | 1 | 2 | 4 | 6 | 8 | 0.2815 | 299520 | 0.3339 |
| 37 | 4 | 5 | 6 | 2 | 1 | 8 | 3 | 7 | 0.2798 | 300500 | 0.3328 |
| 38 | 8 | 3 | 4 | 1 | 5 | 2 | 7 | 6 | 0.2507 | 291350 | 0.3432 |
| 39 | 3 | 7 | 2 | 8 | 5 | 4 | 6 | 1 | 0.2748 | 294830 | 0.3392 |
| 40 | 4 | 7 | 6 | 1 | 8 | 5 | 3 | 2 | 0.2812 | 299700 | 0.3337 |

步驟 6：進入選擇機制。以第 20 組與第 21 組為例，比較正規化後的適應度函數值，選擇第 20 組染色體進入步驟 7。

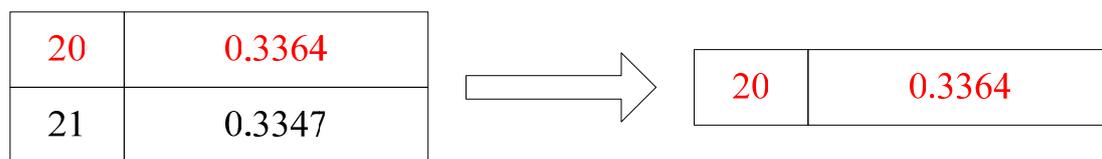


圖 6.5 競爭式選擇範例

步驟 7：染色體進行交配，如圖 6.6 所示。

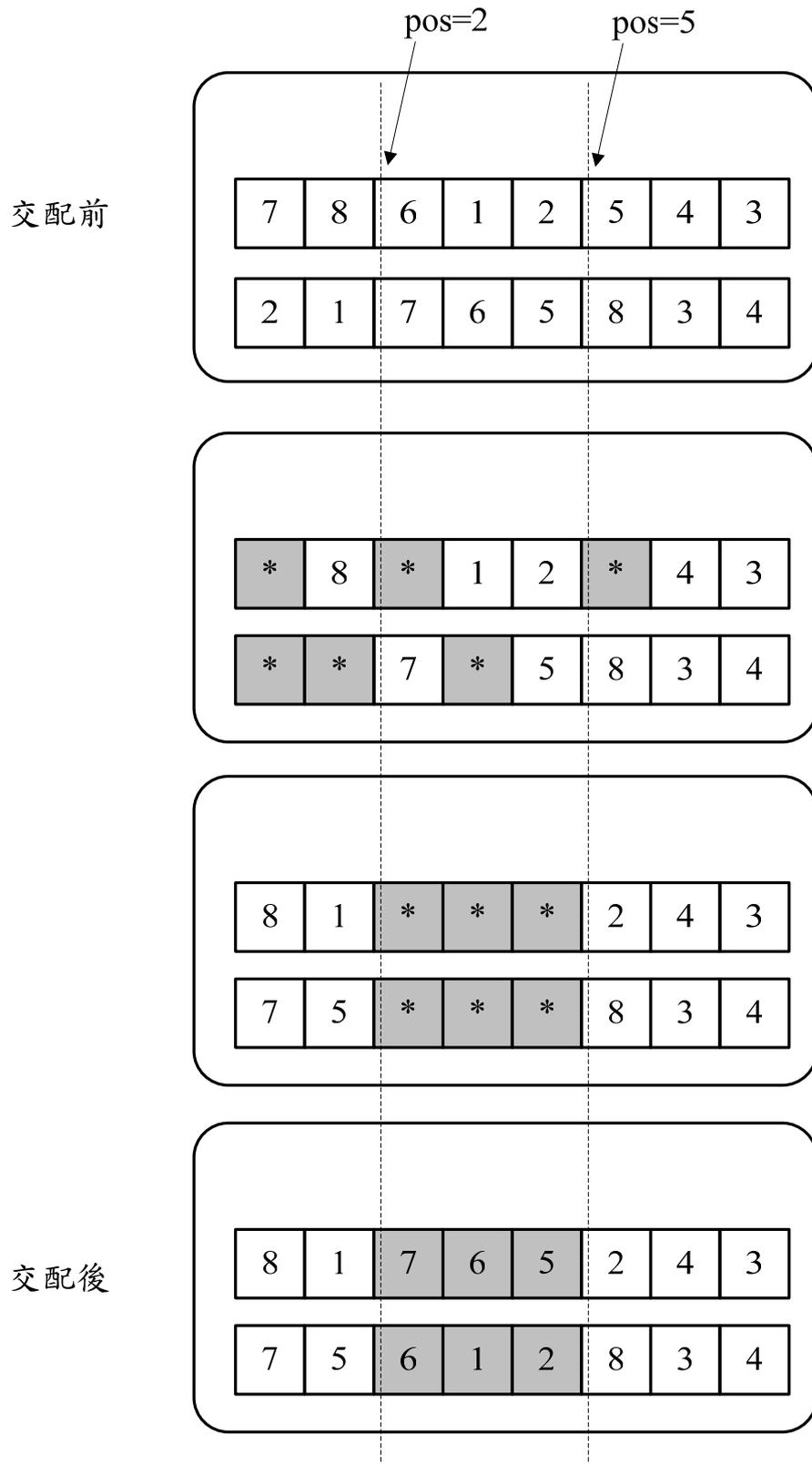


圖 6.6 染色體 LOX 交配範例

步驟 8：染色體進行突變，如圖 6.7 所示。

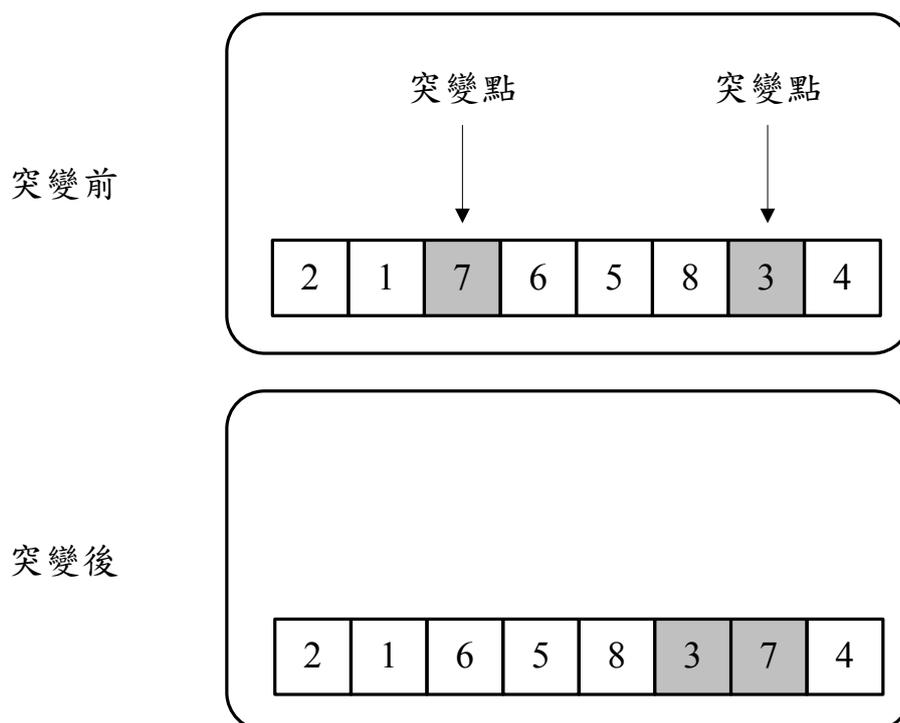


圖 6.7 染色體 PBM 突變範例

步驟 9：令 $counter = counter + 1$ 。重複步驟 4 至步驟 8，輸出可行解

$TC_G^{counter}(k_r, B)$ ，直到 $TC_G^{counter}(k_r, B)$ 達到設定的終止條件

(countersize)=32 都沒有改善，表示最佳解趨於收斂，則停止搜尋。

第七章 數據實驗

本研究針對海運供應鏈中配銷運送與補貨排程問題，提出了共同週期法、啟發式演算法與遺傳演算法，本章目的在測試此三種演算法之求解效率。本章節將分成兩部分進行說明。在第 7.1 節將隨機產生 10 組具有八條海運途程的範例(資料請見附錄 F)，驗證本研究所提出之共同週期法、啟發式演算法與遺傳演算法求解績效，並以 Teng(2005)之解法所得之目標函數值作為求解品質之比較基準。第 7.2 節將探討決策者面臨龐大途程數量時，該使用何種方法可以在合理的時間得到滿意的解。本節以隨機產生五十條海運途程的範例進行方法分析與比較。

7.1 四種方法的數據實驗與比較

根據隨機產生實驗資料，針對四種方法的求解與品質與時間作分析與比較，以提供管理者做為參考。

7.1.1 平均總成本結果分析

本研究針對海運供應鏈中運送排程問題，提出了三種求解方式：共同週期法、啟發式演算法與遺傳演算法。本節的目的在測試此三種演算之求解效率。根據 **Assumption 1** 隨機產生 10 組具有八條海運途程的範例(資料請見附錄 F)，驗證本研究所提出方法的求解績效，並與 Teng(2005)之解法(窮舉法)所得目標函數值作為求解品質之比較基準。根據表 7.1 的結果可以得知，共同週期法與窮舉概念得到的最佳解有相當大的誤差；啟發式解法與最佳解有 2.604%的誤差；遺傳演算法與最佳解有 0.04%的誤差。因此證明了本研究提出的方法具有良好的求解能力。

表 7.1 四種方法平均總成本比較

| 範例 | 窮舉法 Teng(2005) | 共同週期法 | | 啟發式演算法 | | 遺傳演算法 | |
|----------|-------------------|-----------|--------|-----------|-------|-----------|-------|
| | 平均總成本 | 平均總成本 | 誤差 | 平均總成本 | 誤差 | 平均總成本 | 誤差 |
| 1 | \$272,560 | \$301,130 | 10.48% | \$281,930 | 3.44% | \$273,210 | 0.24% |
| 2 | \$272,740 | \$300,060 | 10.02% | \$280,420 | 2.82% | \$272,740 | 0.00% |
| 3 | \$255,210 | \$287,420 | 12.62% | \$260,920 | 2.24% | \$255,210 | 0.00% |
| 4 | \$266,930 | \$294,190 | 10.21% | \$271,430 | 1.69% | \$266,930 | 0.00% |
| 5 | \$266,540 | \$298,690 | 12.06% | \$270,330 | 1.42% | \$266,540 | 0.00% |
| 6 | \$255,240 | \$290,800 | 13.93% | \$259,050 | 1.49% | \$255,240 | 0.00% |
| 7 | \$259,860 | \$289,950 | 11.58% | \$266,670 | 2.62% | \$259,940 | 0.03% |
| 8 | \$269,010 | \$298,010 | 10.78% | \$281,140 | 4.51% | \$269,010 | 0.00% |
| 9 | \$255,040 | \$287,070 | 12.56% | \$260,740 | 2.23% | \$255,360 | 0.13% |
| 10 | \$273,800 | \$302,860 | 10.61% | \$283,610 | 3.58% | \$273,800 | 0.00% |
| 平均 誤差 | | 11.48% | | 2.60% | | 0.04% | |

7.1.2 運算時間比較

本小節所要探討的是四種方法的效率，根據表 7.2 的 10 組範例求解平均時間，可以了解共同週期法的平均運算時間約 0.0671 秒；啟發式演算法平均運算時間約 0.1240 秒；遺傳演算法的平均運算時間約 17.5457 秒；Teng(2005)提出的解法平均運算時間高達 4251.0547 秒。因此證明了本研究提出的方法具有良好的效率。

表 7.2 四種方法時間比較

| 演算法 | 執行時間(秒) | 倍數(與共同週期法比較) |
|-----------|-----------|--------------|
| Teng(窮舉法) | 4251.0547 | 63354 |
| 共同週期法 | 0.0671 | 1 |
| 啟發式演算法 | 0.1240 | 2 |
| 遺傳演算法 | 17.5457 | 261 |

7.2 龐大途程數量情況之數據實驗與比較

接著本研究要探討在五十條途程的情況下，各種方法的求解情形，在五十條途程的情況下，由 Teng(2005)提出的解法，要計算 $50! = 3 \times 10^{64}$ 種順序排列，所要耗費的時間非常龐大，所以本研究只探討共同週期法、啟發式解法與遺傳演算法這三種方法。

7.2.1 五十條途程平均總成本分析

根據表 7.3 五十條途程範例執行 10 次求解平均總成本結果，證明本研究提出的啟發式演算法與遺傳演算法具有良好的求解品質，並且這兩種方法求得的平均總成本均比共同週期法好。

表 7.3 三種方法平均總成本比較

| 演算法 | 平均總成本 |
|--------|---------|
| 共同週期法 | 2510200 |
| 啟發式演算法 | 2281200 |
| 遺傳演算法 | 2261400 |

7.2.2 五十條途程運算時間比較

本小節所要探討的是三種方法的效率，根據表 7.4 五十條途程範例執行 10 次求解平均時間結果，證明本研究提出的啟發式演算法與遺傳演算法的執行時間，跟 Teng(2005)方法的執行時間相比，具有良好的效率，在程式的執行時間方面，依照管理者的需求選擇適合的求解方式。

表 7.4 三種方法時間比較

| 演算法 | 執行時間(秒) | 倍數(與共同週期法比較) |
|--------|-----------|--------------|
| 共同週期法 | 0.1515 | 1 |
| 啟發式演算法 | 0.2814 | 2 |
| 遺傳演算法 | 1246.2544 | 8226 |

第八章 結論

本研究探討由多供應港口、多需求港口及一個轉運港口組成的海運供應鏈系統的最佳運送排程問題。其中，各供應港口供應原物料，同時也需求原物料；所有需求港口只需求不供應原物料；轉運港口只負責轉運作業。本研究參考 Chou et al.(2003)的模式，並提出與實際業界情形更為接近的模式。本研究提出航運的時間間隔滿足二幕策略下的平均總成本模式，探討理論特性與成本結構之圖形，再根據圖形的特性與理論性質，建立一個演算法來求解每條航運途程的最佳航運時間間隔，使此海運供應鏈系統所發生的平均總成本最小化。

本研究針對遺傳演算法的運算機制與運算因子進行比較與分析，找出最適合本研究的染色體正規化、染色體選擇、基因交配方式與基因突變方式。接著針對遺傳演算法參數設定進行比較與分析，找出最適合本研究的交配率與突變率，使遺傳演算法能夠發揮最好的功能。

本研究針對海運供應鏈運送排程問題提出兩種解法：啟發式演算法與遺傳演算法。根據數據試驗的結果，證明啟發式解法與遺傳演算法具有良好的求解品質與運算效率，使用者可以根據需求選擇適當的方法。啟發式解法花的時間短但是求解品質比遺傳演算法差，遺傳演算法求解品質好但是花費時間長。本研究將可提供國際物流業思考如何以最適當的時間，以及最經濟的方式，利用本研究提出的解法，進行海運供應鏈運送排程的規劃，做為決策資源的依據，滿足顧客需求的重要參考。

參考文獻

1. 李芳娟,「二冪策略下合併補貨問題之理論分析與最佳解搜尋法」, 碩士論文, 私立東海大學工業工程與經營資訊研究所, 2000。
2. 賴崇璋,「二機開放工場具有工作連接性限制之排程演算法效率比較」, 碩士論文, 私立東海大學工業工程與經營資訊研究所, 2001。
3. 周鵬程, 遺傳演算法原理與應用, 全華科技, 2002。
4. 林晏妃,「配銷倉儲具空間限制下批量排程問題之研究」, 碩士論文, 私立東海大學工業工程與經營資訊研究所, 2004。
5. 鄧兆廷,「在海運供應鏈中最佳配銷運送與補貨排程之研究」, 碩士論文, 私立東海大學工業工程與經營資訊研究所, 2005。
6. Anily, S., Federgruen, A., "One warehouse multiple retailer systems with vehicle routing costs.," *Management Science* , 36, pp.92-114, 1990a.
7. Anily, S., Federgruen, A., "Rejoinder to comments on one warehouse multiple retailer systems with vehicle routing costs.," *Management Science* , 37, pp.1497-1499, 1990b.
8. Beltrami, E., Bodin, L., "Network and vehicle routing for municipal waste collection.," *Network* , 4, pp.65-94, 1974.
9. Bramel, J., Simchi-Levi, D., "A location based heuristic for general routing problems.," *Operations research* , 43, pp.649-660, 1995.
10. Bookbinder, J., Fox, N., "Intermodal routing of Canada-Mexico shipments under NAFTA.," *Transportation Research-E* , 34(4), pp.289-303, 1998.
11. Chien, T., Balakrishnan, A., Wong, R., "An integrated inventory allocation and vehicle routing problem.," *Transportation Science* , 23, pp.67-76, 1989.
12. Campbell, James, F., "Continuous and discrete demand hub location problems.," *Transportation Research-B* , 27B(6), pp.473-482, 1993.
13. Campbell, James, F., "Integer programming formulations of discrete hub location problems.," *European Journal of Operation Research* , 72, pp.387-405, 1994.
14. Chan, L.M.A., Federgruen, A., Simchi-Levi, D., "Probabilistic analysis and practical algorithms for inventory-routing models.," *Operations Research* , 46(1), pp.96-106, 1998.
15. Chou, M., Song, M., Teo, C., "Inventory-routing problem in sea freight : direct versus transshipment model.," *working paper*, under the review of *Operations Research*, 2003.
16. Dror, M., Ball, M., Golden, B., "Computational comparison of algorithms for the inventory routing problem.," *Annals of Operations Research* , 4, pp.3-23, 1985.
17. Dror, M., Ball, M., "Inventory/routing : reduction from an annual to a short period problem.," *Naval Research Logistics Quarterly* , 34, pp.891-905, 1987.
18. Federgruen, A., Zipkin, P., "A combined vehicle routing and inventory allocation problem.," *Operations Research* , 32, pp.1019-1036, 1984.

19. Feng, Y., Xiao, B., "A dynamic airline seat inventory control model and its optimal policy," *Operation Research*, 49(6), pp.938-949, 2001.
20. Falkenauner, E. and S. Bouffouix, "A genetic algorithm for job shop scheduling," Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation Sacramento, pp.824-829, 1991.
21. Golden, B., Assad, A., Dahl, R., "Analysis of a large scale vehicle routing problem with an inventory component," *Large Scale Systems*, 7, pp.181-190, 1984.
22. Goldberg, D. E., "Genetic Algorithm in Search, Optimization, and Machine Learning", Addison-Wesley, Mitchell, 1989.
23. Goldberg, D. E., "Genetic and evolutionary algorithm come of age", Communications of the ACM, Vol.37, 3, pp.113-119, 1994.
24. Holland, J. H., *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, Ann Arbor, MI: The University of Michigan Press, 1975.
25. Klincewicz, John, G., "Hub location in backbone/ tributary network design : a review.," *Location Science* , 6, pp.307-335, 1998.
26. Larson, R., "Transporting sludge to the 106 mile site: an inventory/routing model for fleet sizing and logistics system design.," *Transportation Science* , 22, pp.186-198, 1988.
27. Mark, Goh, Ou Jihong, Teo Chung-Piaw., " Warehouse sizing to minimize inventory and storage costs.," *Naval Research Logistics* , 48, pp.299-312, 2001.
28. Minner, S., Silver, E., Robb, D., "An improved heuristic for deciding on emergency Transshipments.," *European Journal Of Operational Research* , 148, pp.384-400, 2003.
29. O'Kelly, Morton, E., "A quadratic Integer problem for the location of interacting hub facilities.," *European Journal of Operational Research* , 32, pp.393-404, 1987.
30. O'Kelly, Morton, E., "Hub-and-spoke networks in air transportation : an analytical review.," *Journal of regional science* , 39(2), pp.275-295, 1999.
31. Russel, R., Igo, W, "An assignment routing problem.," *Network* 9, pp.1-17, 1979.
32. Ming-Jong Yao , Jian-Xiong Huang "Solving the economic lot scheduling problem with deteriorating items using genetic algorithms" *Journal of Food Engineering* , 70, pp.309-322, 2005.

附錄 A Proposition 1 之證明

對於原物料 M_1 而言，需求間隔 $t_i^2 \in T_2, t_i^3 \in T_3, \dots, t_i^{\bar{R}} \in T_{\bar{R}}$ 。定義一個集合 $T_i^<$ 表示供應到達轉運站時間在 $t_i^2, t_i^3, \dots, t_i^{\bar{R}}$ 之前的集合，

$$T_i^< = \{t \mid t \in T_1, (t < t_i^2) \cap (t < t_i^3) \cap \dots \cap (t < t_i^{\bar{R}})\} \quad (\text{A.1})$$

令 $k_r = \min\{t_i^r - t : i = 0, 1, \dots, \lambda_r - 1, t \in T_i^<\}, r = 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。

考慮一個轉運站存貨問題的合理解(feasible solution)，具有存貨 I_t 與到達時間的集合 $T_1, T_2, T_3, \dots, T_{\bar{R}}$ 。假設沒有存在一個時間點 t ，使得 $y_1, y_2, y_3, \dots, y_{\bar{R}}$ 同時到達轉運站，也就是 $(k_2 > 0) \cap (k_3 > 0) \cap \dots \cap (k_{\bar{R}} > 0)$ 。根據 k_r 的定義與 $t_0^1 = 0, t_0^r \geq k_r, r = 2, 3, \dots, \bar{R}$ 的事實。因此，可以分別把 $y_2, y_3, \dots, y_{\bar{R}}$ 的到達時間向前移動(shift) $k_2, k_3, \dots, k_{\bar{R}}$ 年，可以得到另一個可行解。如下：

$$\begin{aligned} t_i^1 &= t_i^1 & \forall i = 0, 1, \dots, \lambda_1 - 1 \\ t_i^r &= t_i^r - k_r, r = 2, 3, \dots, \bar{R} & \forall i = 0, 1, \dots, \lambda_r - 1 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

令 $I_t^1 = I_t$

對於 t_i^2 而言

$$I_t^2 = \begin{cases} I_t^1 - d_2 & \text{if } t_i^2 - k_2 \leq t < t_i^2, t_i^2 \in T_2 \\ I_t^1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall t \in [0, T) \quad (\text{A.3})$$

對於 t_i^3 而言

$$I_t^3 = \begin{cases} I_t^2 - d_3 & \text{if } t_i^3 - k_3 \leq t < t_i^3, t_i^3 \in T_3 \\ I_t^2 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall t \in [0, T) \quad (\text{A.4})$$

如此同理類推

對於 $t_i^{\bar{R}}$ 而言

$$I_t^{\bar{R}} = \begin{cases} I_t^{\bar{R}-1} - d_{\bar{R}} & \text{if } t_i^{\bar{R}} - k_{\bar{R}} \leq t < t_i^{\bar{R}}, t_i^{\bar{R}} \in T_{\bar{R}} \\ I_t^{\bar{R}-1} & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall t \in [0, T) \quad (\text{A.5})$$

在這個新解上， $y_1, y_2, y_3, \dots, y_{\bar{R}}$ 一定會在某個時間點 t 到達轉運站， $t \in [0, T)$ ，總存貨水準也就減少了 $\lambda_2 \times k_2 \times d_2 + \lambda_3 \times k_3 \times d_3 + \dots + \lambda_{\bar{R}} \times k_{\bar{R}} \times d_{\bar{R}}$ 。

因此，在 $t_r = k_r B = 2^{P_r} B$ ， P_r 為非負整數， $B \in \mathfrak{R}^+$ 情形下，對於 $y_1, y_2, y_3, \dots, y_{\bar{R}}$ 會在某個時間點 t 到達轉運站， $t \in [0, T)$ 。所以，對於原物料 $2, 3, \dots, \bar{R}$ 而言，同理可知。證明了 proposition。■

附錄 B Theorem 1 之證明

由 Proposition 1，可以假設 $t_0^1 = t_0^2 = t_0^3 = \dots = t_0^{\bar{R}} = 0$ 。只需要去決定相關的最佳值 I_0 。

首先針對原物料 1 而言： R_1 是供應途程，而 $R_2, R_3, \dots, R_{\bar{R}}$ 是需求途程。

在 $R_2, R_3, \dots, R_{\bar{R}}$ 所服務的所有需求港與供應港 $O_2, O_3, \dots, O_{\bar{R}}$ 對於 M_1 有需求。這些港口分別在 $R_2, R_3, \dots, R_{\bar{R}}$ 上，對於 M_1 ，有總體(aggregate)需求速率 $\Gamma_{2,1}, \Gamma_{3,1}, \dots, \Gamma_{\bar{R},1}$ 。由需求間隔 $t_2, t_3, \dots, t_{\bar{R}}$ ，這些港口的 M_1 平均存貨水準是

$$\frac{1}{2}(\Gamma_{2,1}t_2 + \Gamma_{3,1}t_3 + \dots + \Gamma_{\bar{R},1}t_{\bar{R}}) = \frac{1}{2}(d_{2,1} + d_{3,1} + \dots + d_{\bar{R},1}) = \frac{\sum_{r=2}^{\bar{R}} d_{r,1}}{2} \quad (\text{B.1})$$

轉運站內階層(echelon)的存貨水準會在 I_{0,M_1} 與 $I_{0,M_1} + q_1$ 之間變動(fluctuate)，具有平均階層存貨 $I_{0,M_1} + \frac{q_1}{2}$ 。所以在轉運站的平均存貨水準是

$$I_{0,M_1} + \frac{1}{2}(q_1 - \sum_{r=2}^{\bar{R}} d_{r,1}) = I_{0,M_1} + \frac{1}{2}[\Gamma_{2,1}(t_1 - t_2) + \Gamma_{3,1}(t_1 - t_3) + \dots + \Gamma_{\bar{R},1}(t_1 - t_{\bar{R}})] \quad (\text{B.2})$$

在轉運站，為了去達到最小的原物料 M_1 平均存貨水準，需要把 I_{0,M_1} 盡可能越小越好。為了避免轉運站中 M_1 缺貨(stock out)(不足夠的供應去滿足需求)，需要把 I_{0,M_1} 設定在合適的水準上。因為 $t_0^1 = t_0^2 = t_0^3 = \dots = t_0^{\bar{R}} = 0$ 。

$\int_0^t S_1(u)du = (\Gamma_{2,1} + \Gamma_{3,1} + \dots + \Gamma_{\bar{R},1})t_1(\lfloor t/t_1 \rfloor + 1)$ ：表示從時間 0 到時間 t 供應原物料 M_1 的數量。

$\int_0^t D_r(u)du = \Gamma_{r,1}t_r(\lfloor t/t_r \rfloor + 1)$ ：表示需求途程 R_r 從時間 0 到時間 t 需求原物料 M_1 的數量， $r = 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。

為了避免缺貨(stock out)，對於所有 t ， $I_{0,M_1} + \int_0^t S_1(u)du \geq \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left[\int_0^t D_r(u)du \right]$ 。

$$\text{所以 } I_{0,M_1} \geq \max_{t \in [0, T)} \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left[\int_0^t D_r(u)du \right] - \int_0^t S_1(u)du \quad (\text{B.3})$$

$$I_{0,M_1} \geq \max_{t \in [0, T)} \Gamma_{2,1} \{ [t_2(\lfloor t/t_2 \rfloor + 1)] - [t_1(\lfloor t/t_1 \rfloor + 1)] \} + \Gamma_{3,1} \{ [t_3(\lfloor t/t_3 \rfloor + 1)] - [t_1(\lfloor t/t_1 \rfloor + 1)] \} + \dots + \Gamma_{\bar{R},1} \{ [t_{\bar{R}}(\lfloor t/t_{\bar{R}} \rfloor + 1)] - [t_1(\lfloor t/t_1 \rfloor + 1)] \} \quad (\text{B.4})$$

令 $\lfloor t/t_1 \rfloor = A_1(t), \lfloor t/t_2 \rfloor = A_2(t), \lfloor t/t_3 \rfloor = A_3(t), \dots, \lfloor t/t_{\bar{R}} \rfloor = A_{\bar{R}}(t)$

$$\text{令 } t = t_1 A_1(t) + a_1(t) = t_2 A_2(t) + a_2(t) = t_3 A_3(t) + a_3(t) = \dots = t_{\bar{R}} A_{\bar{R}}(t) + a_{\bar{R}}(t)$$

而 $A_1(t), A_2(t), A_3(t), \dots, A_{\bar{R}}(t), a_1(t), a_2(t), a_3(t), \dots, a_{\bar{R}}(t)$ 為非負數，而且

$$a_1(t) < t_1, a_2(t) < t_2, a_3(t) < t_3, \dots, a_{\bar{R}}(t) < t_{\bar{R}} \quad ,$$

$$A_1(t) < T/t_1, A_2(t) < T/t_2, A_3(t) < T/t_3, \dots, A_{\bar{R}}(t) < T/t_{\bar{R}} \quad \circ$$

$g.c.d.(t_2, t_1)$ 可除(divide) $a_2(t) - a_1(t)$ 。

$g.c.d.(t_3, t_1)$ 可除(divide) $a_3(t) - a_1(t)$ 。

同理， $g.c.d.(t_{\bar{R}}, t_1)$ 可除(divide) $a_{\bar{R}}(t) - a_1(t)$ 。

注意 $g.c.d.(t_r, t_1)$ 可除(divide) $a_r(t) - a_1(t)$ ， $r = 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。

所以

$$\begin{aligned} & \{t_2(\lfloor t/t_2 \rfloor + 1) - [t_1(\lfloor t/t_1 \rfloor + 1)]\} + \{t_3(\lfloor t/t_3 \rfloor + 1) - [t_1(\lfloor t/t_1 \rfloor + 1)]\} \\ & + \dots + \{t_{\bar{R}}(\lfloor t/t_{\bar{R}} \rfloor + 1) - [t_1(\lfloor t/t_1 \rfloor + 1)]\} \\ & = \{t_2 A_2(t) + t_2 - t_1 A_1(t) - t_1\} + \{t_3 A_3(t) + t_3 - t_1 A_1(t) - t_1\} + \dots + \{t_{\bar{R}} A_{\bar{R}}(t) + t_{\bar{R}} - t_1 A_1(t) - t_1\} \\ & = \{t_2 A_2(t) - t_1 A_1(t)\} + t_2 - t_1 + \{t_3 A_3(t) - t_1 A_1(t)\} + t_3 - t_1 + \dots + \{t_{\bar{R}} A_{\bar{R}}(t) - t_1 A_1(t)\} + t_{\bar{R}} - t_1 \\ & = \{a_1(t) - a_2(t) + t_2 - t_1\} + \{a_1(t) - a_3(t) + t_3 - t_1\} + \dots + \{a_1(t) - a_{\bar{R}}(t) + t_{\bar{R}} - t_1\} \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

因為 $a_1(t) < t_1, a_2(t) \geq 0$ ，所以 $a_1(t) - t_1 - a_2(t) < 0$

所以 $a_1(t) - t_1 - a_2(t) \leq -g.c.d.(t_2, t_1)$

同理 $a_1(t) - t_1 - a_3(t) \leq -g.c.d.(t_3, t_1)$

同理 $a_1(t) - t_1 - a_{\bar{R}}(t) \leq -g.c.d.(t_{\bar{R}}, t_1)$

注意 $a_1(t) - t_1 - a_r(t) \leq -g.c.d.(t_r, t_1)$ ， $r = 2, 3, \dots, \bar{R}$ 。

可得到

$$\begin{aligned} & \{t_2(\lfloor t/t_2 \rfloor + 1) - [t_1(\lfloor t/t_1 \rfloor + 1)]\} + \{t_3(\lfloor t/t_3 \rfloor + 1) - [t_1(\lfloor t/t_1 \rfloor + 1)]\} \\ & + \dots + \{t_{\bar{R}}(\lfloor t/t_{\bar{R}} \rfloor + 1) - [t_1(\lfloor t/t_1 \rfloor + 1)]\} \\ & \leq t_2 + t_3 + \dots + t_{\bar{R}} - g.c.d.(t_2, t_1) - g.c.d.(t_3, t_1) - \dots - g.c.d.(t_{\bar{R}}, t_1) \\ & = \sum_{r=2}^{\bar{R}} [t_r - g.c.d.(t_r, t_1)] \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

利用歐幾里得(Euclidean)演算法可保證存在具有此性質的 t ，從簡單的數字理論上可知：

$$\begin{aligned}
& \max_{t \in \{0,1,\dots,T-1\}} \{[t_2(\lfloor t/t_2 \rfloor + 1) - [t_1(\lfloor t/t_1 \rfloor + 1)]] + [t_3(\lfloor t/t_3 \rfloor + 1) - [t_1(\lfloor t/t_1 \rfloor + 1)]]\} \\
& + \dots + \{[t_{\bar{R}}(\lfloor t/t_{\bar{R}} \rfloor + 1) - [t_1(\lfloor t/t_1 \rfloor + 1)]]\} \\
& = t_2 + t_3 + \dots + t_{\bar{R}} - g.c.d.(t_2, t_1) - g.c.d.(t_3, t_1) - \dots - g.c.d.(t_{\bar{R}}, t_1) \\
& = \sum_{r=2}^{\bar{R}} [t_r - g.c.d.(t_r, t_1)]
\end{aligned} \tag{B.7}$$

對於 I_{0,M_1} 的最小值可避免缺貨(stock out)是

$$\begin{aligned}
& \Gamma_{2,1}[t_2 - g.c.d.(t_2, t_1)] + \Gamma_{3,1}[t_3 - g.c.d.(t_3, t_1)] + \dots + \Gamma_{\bar{R},1}[t_{\bar{R}} - g.c.d.(t_{\bar{R}}, t_1)] \\
& = \sum_{r=2}^{\bar{R}} \Gamma_{r,1}[t_r - g.c.d.(t_r, t_1)]
\end{aligned} \tag{B.8}$$

所以對於 M_1 最小的平均轉運站存貨水準是

$$\begin{aligned}
& \Gamma_{2,1}[t_2 - g.c.d.(t_2, t_1)] + \Gamma_{3,1}[t_3 - g.c.d.(t_3, t_1)] + \dots + \Gamma_{\bar{R},1}[t_{\bar{R}} - g.c.d.(t_{\bar{R}}, t_1)] \\
& + \frac{1}{2}[\Gamma_{2,1}(t_1 - t_2) + \Gamma_{3,1}(t_1 - t_3) + \dots + \Gamma_{\bar{R},1}(t_1 - t_{\bar{R}})] = \Gamma_{2,1}\left[\frac{1}{2}(t_2 + t_1) - g.c.d.(t_2, t_1)\right] \\
& + \Gamma_{3,1}\left[\frac{1}{2}(t_3 + t_1) - g.c.d.(t_3, t_1)\right] + \dots + \Gamma_{\bar{R},1}\left[\frac{1}{2}(t_{\bar{R}} + t_1) - g.c.d.(t_{\bar{R}}, t_1)\right] \\
& = \sum_{r=2}^{\bar{R}} \Gamma_{r,1}\left[\frac{1}{2}(t_r + t_1) - g.c.d.(t_r, t_1)\right]
\end{aligned} \tag{B.9}$$

對於其他原物料 M_j $j = 2, 3, \dots, \bar{R}$ 同理可證。

$$I_{0,M_j} \text{ 的最小值可避免缺貨(stock out)是 } \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq j}}^{\bar{R}} \Gamma_{r,j}[t_r - g.c.d.(t_r, t_j)] \tag{B.10}$$

$$\text{對於 } M_j \text{ 最小的平均轉運站存貨水準是 } \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq j}}^{\bar{R}} \Gamma_{r,j}\left[\frac{1}{2}(t_r + t_j) - g.c.d.(t_r, t_j)\right] \tag{B.11}$$

$$\text{轉運站內所有原物料最低存貨水準為 } \sum_{j=1}^{\bar{R}} \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq j}}^{\bar{R}} \Gamma_{r,j}\left[\frac{1}{2}(t_r + t_j) - g.c.d.(t_r, t_j)\right] \tag{B.12}$$

這裡我們先假設 $t_1 \geq t_2 \geq t_3 \geq \dots \geq t_{\bar{R}}$ ，轉運站內所有原物料最低存貨水準為

$$\begin{aligned}
& \sum_{j=1}^{\bar{R}} \left\{ \sum_{\substack{r=1 \\ r > j}}^{\bar{R}} \Gamma_{r,j}\left[\frac{1}{2}(t_j - t_r)\right] + \sum_{\substack{r=1 \\ r < j}}^{\bar{R}} \Gamma_{r,j}\left[\frac{1}{2}(t_r - t_j)\right] \right\} = \sum_{j=1}^{\bar{R}} \left\{ \sum_{r=j}^{\bar{R}} \Gamma_{r,j}\left[\frac{1}{2}(t_j - t_r)\right] + \sum_{r=1}^{j-1} \Gamma_{r,j}\left[\frac{1}{2}(t_r - t_j)\right] \right\} \\
& = \sum_{j=1}^{\bar{R}} \left\{ \sum_{r=j}^{\bar{R}} \Gamma_{r,j}\left[\frac{1}{2}(t_j - t_r)\right] - \sum_{r=1}^{j-1} \Gamma_{r,j}\left[\frac{1}{2}(t_j - t_r)\right] \right\} \blacksquare
\end{aligned} \tag{B.13}$$

附錄 C 海運供應鏈的平均總成本之詳細推導過程

C.1 供應船在供應港平均設置成本與港口費用成本的推導

供應船 y_r 每次進入供應港 O_r 就需要設置成本與港口費用成本 = A_r

供應船 y_r 在週期時間 T 內一共進入供應港 O_r 的次數 = λ_r

供應船在 T 內供應港口總設置成本與港口費用成本 = $\sum_{r=1}^{\bar{R}} A_r \lambda_r$

所以，供應船在 T 內供應港口平均設置成本與港口費用成本 = $\sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{A_r}{T} \lambda_r$

C.2 供應/需求船在轉運站平均設置成本與港口費用成本的推導

供應/需求船 y_r 每次進入轉運站就需要設置成本與港口費用成本 = A_r^h

供應/需求船 y_r 在週期時間 T 內一共進入轉運站的次數 = λ_r

供應/需求船在 T 內轉運站總設置成本與港口費用成本 = $\sum_{r=1}^{\bar{R}} A_r^h \lambda_r$

所以，供應/需求船在 T 內轉運站平均設置成本與港口費用成本 = $\sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{A_r^h}{T} \lambda_r$

C.3 供應/需求船在需求港平均設置成本與港口費用成本的推導

供應/需求船 y_r 每次進入需求港口 i 就需要設置成本與港口費用成本 = $a_{i,r}$ ，

其中 $(i \in R_r, i \neq O_r, h)$ 。

供應/需求船 y_r 在週期時間 T 內一共進入需求港口 i 的次數 = λ_r

供應/需求船在 T 內需求港口 i 總設置成本與港口費用成本 = $\sum_{r=1}^{\bar{R}} \lambda_r \left[\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} a_{i,r} \right]$

所以，供應/需求船在 T 內需求港口 i 平均設置成本與港口費用成本

$$= \frac{\sum_{r=1}^{\bar{R}} \lambda_r \left[\sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} (a_{i,r}) \right]}{T}$$

C.4 供應港、需求港與轉運站的平均裝貨/卸貨成本的推導

供應港口 O_j 在時間 T 內的總裝貨數量(裝貨原物料 M_j) = $D_{O_j} T$

所有供應港口 O_j 在時間 T 內的總裝貨數量 = $\sum_{j=1}^{\bar{R}} D_{o,j} T$

所有供應港口 O_j 在時間 T 內的總裝貨成本 = $\sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{o,j}^L D_{o,j} T$

所有供應港口 O_j 在時間 T 內的平均裝貨成本 = $\sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{o,j}^L D_{o,j}$

其中， $j=1,2,\dots,\bar{R}$ 。

需求港口 i 在時間 T 內的總卸貨數量(卸貨原物料 M_j) = $\sum_{j=1}^{\bar{R}} D_{i,j} T$

所有需求港口 i 在時間 T 內的總卸貨數量 = $\sum_{i=1}^{|P|} \sum_{j=1}^{\bar{R}} D_{i,j} T$

所有需求港口 i 在時間 T 內的總卸貨成本 = $\sum_{i=1}^{|P|} \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{i,j} D_{i,j} T$

所有需求港口 i 在時間 T 內的平均卸貨成本 = $\sum_{i=1}^{|P|} \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{i,j} D_{i,j}$

其中 $i=1,2,3,\dots,|P|, j=1,2,\dots,\bar{R}$ 。

供應港口 O_r 在時間 T 內的總卸貨數量(卸貨原物料 M_j) = $\sum_{j=1}^{\bar{R}} D_{o,r,j} T$

所有供應港口 O_r 在時間 T 內的總卸貨數量 = $\sum_{r=1}^{\bar{R}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} D_{o,r,j} T$

所有供應港口 O_r 在時間 T 內的總卸貨成本 = $\sum_{r=1}^{\bar{R}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{o,r,j}^L D_{o,r,j} T$

所有供應港口 O_r 在時間 T 內的平均卸貨成本 = $\sum_{r=1}^{\bar{R}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{o,r,j}^L D_{o,r,j}$

其中 $r=1,2,3,\dots,\bar{R}, j=1,2,3,\dots,\bar{R}$ 。

轉運站在時間 T 內總卸貨原物料 M_j 的數量 = $D_{h,j} T$

轉運站在時間 T 內總卸貨所有原物料的數量 = $\sum_{j=1}^{\bar{R}} D_{h,j} T$

轉運站在時間 T 內總卸貨所有原物料的成本 = $\sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{h,j}^L D_{h,j} T$

轉運站在時間 T 內平均卸貨所有原物料的成本 = $\sum_{j=1}^{\bar{R}} C_{h,j}^L D_{h,j}$

其中 $j=1,2,3,\dots,\bar{R}$

$$\text{轉運站在時間 } T \text{ 內裝貨給供應/需求船 } y_j \text{ 的總數量} = \sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{\bar{R}} D_{i,k} T$$

$$\text{轉運站在時間 } T \text{ 內裝貨給供應/需求船 } y_j \text{ 的總成本} = \sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{\bar{R}} C_{h,k}^L D_{i,k} T$$

$$\text{轉運站在時間 } T \text{ 內裝貨給供應/需求船 } y_j \text{ 的平均成本} = \sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{\bar{R}} C_{h,k}^L D_{i,k}$$

$$\text{轉運站在時間 } T \text{ 內裝貨給所有供應/需求船的平均成本} = \sum_{j=1}^{\bar{R}} \sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{\bar{R}} C_{h,k}^L D_{i,k}$$

其中 $j=1,2,3,\dots,\bar{R}$

C.5 供應/需求間隔內供應港與需求港的存貨持有成本的推導

途程 R_r 中，在時間 T 內，需求港口 i 對於原物料 M_j 的總存貨持有數量

$$= \frac{1}{2} \left[t_r t_r \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} D_{i,j} \right] \lambda_r$$

途程 R_r 中，在時間 T 內，需求港口 i 對於所有原物料的總存貨持有數量

$$= \frac{1}{2} \left[t_r t_r \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} D_{i,j} \right] \lambda_r = \frac{T}{2} \left[t_r \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} D_{i,j} \right]$$

途程 R_r 中，在時間 T 內，需求港口 i 對於所有原物料的總存貨持有成本

$$= \frac{T}{2} \left[t_r \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{i,j} D_{i,j} \right]$$

途程 R_r 中，在時間 T 內，需求港口 i 對於所有原物料的平均存貨持有成本

$$= \frac{1}{2} \left[t_r \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{i,j} D_{i,j} \right]$$

所有途程 R_r 中，在時間 T 內，需求港口 i 對於所有原物料的平均存貨持有

$$\text{成本} = \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left[t_r \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq O_r, h}} \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{i,j} D_{i,j} \right]$$

其中 $r=1,2,3,\dots,\bar{R}$, $j=1,2,3,\dots,\bar{R}$

在時間 T 內，供應港 O_r ，供應的原物料 M_j 的總存貨持有數量

$$= \frac{1}{2} [t_r t_r D_{O_r}] \lambda_r = \frac{T}{2} [t_r D_{O_r}]$$

在時間 T 內，供應港 O_r ，供應的原物料 M_j 的總存貨持有成本 = $\frac{T}{2} [t_r H_{O_r,r} D_{O_r}]$

在時間 T 內，所有供應港 O_r ，供應的原物料 M_j 的總存貨持有成本

$$= \frac{T}{2} \left[\sum_{r=1}^{\bar{R}} t_r H_{O_r,r} D_{O_r} \right]$$

在時間 T 內，所有供應港 O_r ，供應的原物料 M_j 的平均存貨持有成本

$$= \frac{1}{2} \left[\sum_{r=1}^{\bar{R}} t_r H_{O_r,r} D_{O_r} \right]$$

其中 $r = j = 1,2,3,\dots,\bar{R}$

在時間 T 內，供應港 O_r ，需求的原物料 M_j 的總存貨持有數量

$$= \frac{1}{2} [t_r t_r D_{O_r,j}] \lambda_r = \frac{T}{2} [t_r D_{O_r,j}]$$

在時間 T 內，供應港 O_r ，需求的所有原物料的總存貨持有數量 = $\frac{T}{2} \left[t_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} D_{O_r,j} \right]$

在時間 T 內，供應港 O_r ，需求的所有原物料的總存貨持有成本

$$= \frac{T}{2} \left[t_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{O_r,j} D_{O_r,j} \right]$$

在時間 T 內，供應港 O_r ，需求的所有原物料的平均存貨持有成本

$$= \frac{1}{2} \left[t_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{O_r,j} D_{O_r,j} \right]$$

在時間 T 內，所有供應港 O_r ，需求的所有原物料的平均存貨持有成本

$$= \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left[t_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_{O_r,j} D_{O_r,j} \right]$$

其中 $r=1,2,3,\dots,\bar{R}$, $j=1,2,3,\dots,\bar{R}$

C.6 轉運站的存貨持有成本的推導

根據附錄 B 的結果，轉運站內所有原物料最低存貨水準為

$$= \sum_{j=1}^{\bar{R}} \left\{ \sum_{r=j}^{\bar{R}} \Gamma_{r,j} \left[\frac{1}{2} (t_j - t_r) \right] + \sum_{r=1}^j \Gamma_{r,j} \left[\frac{1}{2} (t_r - t_j) \right] \right\}$$

轉運站的平均存貨持有成本

$$= \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^h \left\{ \sum_{r=j}^{\bar{R}} \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j} \left[\frac{1}{2} (t_j - t_r) \right] + \sum_{r=1}^j \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j} \left[\frac{1}{2} (t_r - t_j) \right] \right\}$$

C.7 在途存貨成本的推導

供應/需求間隔內的總在途存貨成本

$$\begin{aligned} &= \sum_{i \in R_1} \{t_1 H_1^m t_{O_1,i} D_{i,1}\} \lambda_1 + \sum_{i \in R_1} \left\{ t_{h,i} \left[\sum_{j=2}^{\bar{R}} t_1 H_j^m D_{i,j} \right] \right\} \lambda_1 \\ &+ \sum_{i \in R_2} \{t_2 H_2^m t_{O_2,i} D_{i,2}\} \lambda_2 + \sum_{i \in R_2} \left\{ t_{h,i} \left[\sum_{j=1, j \neq 2}^{\bar{R}} t_2 H_j^m D_{i,j} \right] \right\} \lambda_2 \\ &+ \sum_{i \in R_3} \{t_3 H_3^m t_{O_3,i} D_{i,3}\} \lambda_3 + \sum_{i \in R_3} \left\{ t_{h,i} \left[\sum_{j=1, j \neq 3}^{\bar{R}} t_3 H_j^m D_{i,j} \right] \right\} \lambda_3 \\ &+ \dots + \sum_{i \in R_{\bar{R}}} \{t_{\bar{R}} H_{\bar{R}}^m t_{O_{\bar{R}},i} D_{i,\bar{R}}\} \lambda_{\bar{R}} + \sum_{i \in R_{\bar{R}}} \left\{ t_{h,i} \left[\sum_{j=1, j \neq \bar{R}}^{\bar{R}} t_{\bar{R}} H_j^m D_{i,j} \right] \right\} \lambda_{\bar{R}} \\ &= \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left\{ T \left[\sum_{i \in R_r} (H_r^m t_{O_r,i} D_{i,r}) \right] + \sum_{i \in R_r} \left[t_{h,i} \left(\sum_{j=1, j \neq r}^{\bar{R}} H_j^m D_{i,j} \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

供應/需求間隔內的平均在途存貨成本

$$= \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left\{ \left[\sum_{i \in R_r} (H_r^m t_{O_r,i} D_{i,r}) \right] + \sum_{i \in R_r} \left[t_{h,i} \left(\sum_{j=1, j \neq r}^{\bar{R}} H_j^m D_{i,j} \right) \right] \right\}$$

C.8 等待成本的推導

供應途程 R_r 內的總等待成本：供應船 y_r 在供應港 O_r 外海等待時，船上的貨

物有 $\sum_{j=1}^{\bar{R}} t_r D_{O_r,j}$ 。

所以，在時間 T 內，總等待成本 = $\left[\Delta_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} t_r H_j^m D_{O_r,j} \right] \lambda_r = T \Delta_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r,j}$

所有供應途程 R_r 內的總等待成本 = $\sum_{r=1}^S \left[T \Delta_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r,j} \right]$

$$\text{所有供應途程 } R_r \text{ 內的平均等待成本} = \sum_{r=1}^S \left[\Delta_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r,j} \right]$$

其中 $r = 1, 2, \dots, S$

需求途程 R_r 內的總等待成本 = 0，其中 $r = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$

$$\text{供應/需求途程內的平均等待成本} = \sum_{r=1}^S \left[\Delta_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r,j} \right]$$

當 $r = S + 1, S + 2, \dots, \bar{R}$ 時， $D_{O_r,j} = 0$

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^S \left[\Delta_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r,j} \right] &= \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left[\Delta_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r,j} \right] = \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left((t_r - \hat{t}_r) \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r,j} \right) \\ &= \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left(t_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r,j} \right) - \sum_{r=1}^{\bar{R}} \left(\hat{t}_r \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^m D_{O_r,j} \right) \blacksquare \end{aligned}$$

附錄 D 每條航運途程在轉運站上的成本函數

根據 4.6 節，轉運站的平均存貨持有成本(average holding cost in hub)的數學

$$\text{式可表示如下：} \sum_{j=1}^{\bar{R}} H_j^h \left\{ \sum_{r=j}^{\bar{R}} \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j} \left[\frac{1}{2}(t_j - t_r) \right] + \sum_{r=1}^j \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j} \left[\frac{1}{2}(t_r - t_j) \right] \right\} \quad (\text{D.1})$$

所以當 $\bar{R} = 3$ 時，轉運站內的最低存貨水準如下：

$$\begin{aligned} & \frac{t_1}{2} \left\{ H_1^h \sum_{\substack{i \in R_2 \\ i \neq h}} D_{i,1} + H_1^h \sum_{\substack{i \in R_3 \\ i \neq h}} D_{i,1} + H_2^h \sum_{\substack{i \in R_1 \\ i \neq h}} D_{i,2} + H_3^h \sum_{\substack{i \in R_1 \\ i \neq h}} D_{i,3} \right\} \\ & + \frac{t_2}{2} \left\{ -H_1^h \sum_{\substack{i \in R_2 \\ i \neq h}} D_{i,1} + H_2^h \sum_{\substack{i \in R_3 \\ i \neq h}} D_{i,2} - H_2^h \sum_{\substack{i \in R_1 \\ i \neq h}} D_{i,2} + H_3^h \sum_{\substack{i \in R_2 \\ i \neq h}} D_{i,3} \right\} \\ & + \frac{t_3}{2} \left\{ -H_1^h \sum_{\substack{i \in R_3 \\ i \neq h}} D_{i,1} - H_2^h \sum_{\substack{i \in R_3 \\ i \neq h}} D_{i,2} - H_3^h \sum_{\substack{i \in R_1 \\ i \neq h}} D_{i,3} - H_3^h \sum_{\substack{i \in R_2 \\ i \neq h}} D_{i,3} \right\} \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

當 $\bar{R} = 4$ 時，轉運站內的最低存貨水準如下：

$$\begin{aligned} & \frac{t_1}{2} \left\{ H_1^h \sum_{\substack{i \in R_2 \\ i \neq h}} D_{i,1} + H_1^h \sum_{\substack{i \in R_3 \\ i \neq h}} D_{i,1} + H_1^h \sum_{\substack{i \in R_4 \\ i \neq h}} D_{i,1} + H_2^h \sum_{\substack{i \in R_1 \\ i \neq h}} D_{i,2} + H_3^h \sum_{\substack{i \in R_1 \\ i \neq h}} D_{i,3} + H_4^h \sum_{\substack{i \in R_1 \\ i \neq h}} D_{i,4} \right\} \\ & + \frac{t_2}{2} \left\{ -H_1^h \sum_{\substack{i \in R_2 \\ i \neq h}} D_{i,1} + H_2^h \sum_{\substack{i \in R_3 \\ i \neq h}} D_{i,2} + H_2^h \sum_{\substack{i \in R_4 \\ i \neq h}} D_{i,2} - H_2^h \sum_{\substack{i \in R_1 \\ i \neq h}} D_{i,2} + H_3^h \sum_{\substack{i \in R_2 \\ i \neq h}} D_{i,3} + H_4^h \sum_{\substack{i \in R_2 \\ i \neq h}} D_{i,4} \right\} \\ & + \frac{t_3}{2} \left\{ -H_1^h \sum_{\substack{i \in R_3 \\ i \neq h}} D_{i,1} - H_2^h \sum_{\substack{i \in R_3 \\ i \neq h}} D_{i,2} + H_3^h \sum_{\substack{i \in R_4 \\ i \neq h}} D_{i,3} - H_3^h \sum_{\substack{i \in R_1 \\ i \neq h}} D_{i,3} - H_3^h \sum_{\substack{i \in R_2 \\ i \neq h}} D_{i,3} + H_4^h \sum_{\substack{i \in R_3 \\ i \neq h}} D_{i,4} \right\} \\ & + \frac{t_4}{2} \left\{ -H_1^h \sum_{\substack{i \in R_4 \\ i \neq h}} D_{i,1} - H_2^h \sum_{\substack{i \in R_4 \\ i \neq h}} D_{i,2} - H_3^h \sum_{\substack{i \in R_4 \\ i \neq h}} D_{i,3} - H_4^h \sum_{\substack{i \in R_1 \\ i \neq h}} D_{i,4} - H_4^h \sum_{\substack{i \in R_2 \\ i \neq h}} D_{i,4} - H_4^h \sum_{\substack{i \in R_3 \\ i \neq h}} D_{i,4} \right\} \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

所以，航運途程有 \bar{R} 條時，航運途程 r 之轉運站內的最低存貨水準如下：

$$\frac{t_r}{2} \left\{ H_r^h \left[\sum_{j=r}^{\bar{R}} \left(\sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i,r} \right) - \sum_{j=1}^r \left(\sum_{\substack{i \in R_j \\ i \neq h}} D_{i,r} \right) \right] + \sum_{j=r}^{\bar{R}} \left(H_j^h \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j} \right) - \sum_{j=1}^r \left(H_j^h \sum_{\substack{i \in R_r \\ i \neq h}} D_{i,j} \right) \right\} \blacksquare \quad (\text{D.4})$$

附錄 E 四條途程基本資料(範例 1)

表 13.1 所有港口需求率

| $D_{i,j}$ | | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| R_1 | O_1 | 0 | 1606 | 0 | 1923 |
| | (1,1) | 460 | 496 | 0 | 499 |
| | (1,2) | 463 | 462 | 0 | 500 |
| | (1,3) | 464 | 479 | 0 | 447 |
| | (1,4) | 419 | 497 | 0 | 428 |
| R_2 | O_2 | 1632 | 0 | 0 | 1693 |
| | (2,1) | 442 | 424 | 0 | 447 |
| | (2,2) | 433 | 450 | 0 | 413 |
| | (2,3) | 445 | 456 | 0 | 430 |
| | (2,4) | 463 | 494 | 0 | 439 |
| R_3 | O_3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | (3,1) | 406 | 417 | 0 | 446 |
| | (3,2) | 462 | 405 | 0 | 422 |
| | (3,3) | 438 | 452 | 0 | 425 |
| | (3,4) | 452 | 409 | 0 | 492 |
| R_4 | O_4 | 1751 | 1882 | 0 | 0 |
| | (4,1) | 481 | 411 | 0 | 479 |
| | (4,2) | 500 | 437 | 0 | 453 |
| | (4,3) | 477 | 428 | 0 | 456 |
| | (4,4) | 488 | 429 | 0 | 496 |
| sum | | 10676 | 10634 | 0 | 10888 |

表 13.2 所有港口每單位存貨持有成本

| $H_{i,j}$ | | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| R_1 | O_1 | 1.59 | 1.93 | 0 | 1.79 |
| | (1,1) | 1.67 | 1.31 | 0 | 1.45 |
| | (1,2) | 1.69 | 1.3 | 0 | 1.45 |
| | (1,3) | 1.64 | 1.24 | 0 | 1.39 |
| | (1,4) | 1.61 | 1.29 | 0 | 1.45 |
| R_2 | O_2 | 1.25 | 1.91 | 0 | 1.52 |
| | (2,1) | 1.6 | 1.31 | 0 | 1.37 |
| | (2,2) | 1.67 | 1.23 | 0 | 1.44 |
| | (2,3) | 1.61 | 1.3 | 0 | 1.36 |
| | (2,4) | 1.62 | 1.25 | 0 | 1.45 |
| R_3 | O_3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | (3,1) | 1.66 | 1.24 | 0 | 1.37 |
| | (3,2) | 1.69 | 1.26 | 0 | 1.43 |
| | (3,3) | 1.69 | 1.29 | 0 | 1.4 |
| | (3,4) | 1.64 | 1.28 | 0 | 1.42 |
| R_4 | O_4 | 1.69 | 1.25 | 0 | 1.44 |
| | (4,1) | 1.65 | 1.32 | 0 | 1.42 |
| | (4,2) | 1.69 | 1.24 | 0 | 1.38 |
| | (4,3) | 1.63 | 1.3 | 0 | 1.42 |
| | (4,4) | 1.69 | 1.25 | 0 | 1.44 |

表 13.3 在途存貨與運輸每單位存貨持有成本

| | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 |
|---------|-------|-------|-------|-------|
| H_j^m | 8.4 | 8.3 | 0 | 9.9 |

表 13.4 轉運站每單位存貨持有成本

| | | | | |
|---------|-------|-------|-------|-------|
| | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 |
| H_j^h | 0.7 | 0.8 | 0 | 0.9 |

表 13.5 在供應港與的設置成本與港口費用成本

| | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| | R_1 | R_2 | R_3 | R_4 |
| A_r | 692 | 691 | 0 | 631 |

表 13.6 轉運站的設置成本與港口費用成本

| | | | | |
|---------|-------|-------|-------|-------|
| | R_1 | R_2 | R_3 | R_4 |
| A_r^h | 797 | 910 | 771 | 806 |

表 13.7 需求港的設置成本與港口費用成本

| | | | | |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_{i,r}$ | R_1 | R_2 | R_3 | R_4 |
| 1 | 289 | 380 | 593 | 341 |
| 2 | 246 | 388 | 568 | 191 |
| 3 | 285 | 411 | 711 | 303 |
| 4 | 296 | 403 | 702 | 234 |

表 13.8 所有的港口間的航行時間 $t_{i,\ell}$ 值

| 途程 | 港口間的航行時間 $t_{i,\ell}$ 值 |
|---|--|
| $R_1 = \{O_1, (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), h\}$ | $\vec{R}_1 = \{0.005, 0.02, 0.045, 0.06, 0.08\}$ |
| $R_2^{-1} = \{h, (1,4), (1,3), (1,2), (1,1), O_1\}$ | $\vec{R}_1 = \{0.02, 0.035, 0.06, 0.075, 0.08\}$ |
| $R_2 = \{O_2, (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), h\}$ | $\vec{R}_2 = \{0.02, 0.04, 0.055, 0.08, 0.105\}$ |
| $R_2^{-1} = \{h, (2,4), (2,3), (2,2), (2,1), O_2\}$ | $\vec{R}_2 = \{0.025, 0.05, 0.065, 0.085, 0.105\}$ |
| $R_3 = \{O_3, (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), h\}$ | $\vec{R}_3 = \{0.025, 0.05, 0.06, 0.085, 0.105\}$ |
| $R_3^{-1} = \{h, (3,4), (3,3), (3,2), (3,1), O_3\}$ | $\vec{R}_3 = \{0.02, 0.045, 0.055, 0.08, 0.105\}$ |
| $R_4 = \{O_4, (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), h\}$ | $\vec{R}_4 = \{0.005, 0.03, 0.05, 0.07, 0.08\}$ |
| $R_4^{-1} = \{h, (4,4), (4,3), (4,2), (4,1), O_4\}$ | $\vec{R}_4 = \{0.01, 0.03, 0.05, 0.075, 0.08\}$ |

表 13.9 所有港口每單位裝貨/卸貨成本

| $C_{i,j}^L$ | | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| R_1 | O_1 | 0.3 | 0.19 | 0 | 0.25 |
| | (1,1) | 0.26 | 0.46 | 0 | 0.36 |
| | (1,2) | 0.49 | 0.38 | 0 | 0.5 |
| | (1,3) | 0.43 | 0.27 | 0 | 0.48 |
| | (1,4) | 0.39 | 0.32 | 0 | 0.49 |
| R_2 | O_2 | 0.2 | 0.18 | 0 | 0.21 |
| | (2,1) | 0.26 | 0.5 | 0 | 0.39 |
| | (2,2) | 0.37 | 0.49 | 0 | 0.26 |
| | (2,3) | 0.28 | 0.43 | 0 | 0.26 |
| | (2,4) | 0.45 | 0.41 | 0 | 0.43 |
| R_3 | O_3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | (3,1) | 0.45 | 0.42 | 0 | 0.5 |
| | (3,2) | 0.46 | 0.48 | 0 | 0.26 |
| | (3,3) | 0.44 | 0.45 | 0 | 0.45 |
| | (3,4) | 0.33 | 0.31 | 0 | 0.32 |
| R_4 | O_4 | 0.23 | 0.22 | 0 | 0.13 |
| | (4,1) | 0.38 | 0.48 | 0 | 0.44 |
| | (4,2) | 0.32 | 0.4 | 0 | 0.5 |
| | (4,3) | 0.49 | 0.35 | 0 | 0.39 |
| | (4,4) | 0.31 | 0.3 | 0 | 0.46 |

表 13.10 轉運站每單位裝貨/卸貨成本

| | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 |
|---------|-------|-------|-------|-------|
| C_h^L | 0.23 | 0.24 | 0 | 0.24 |

附錄 F 八條途程基本資料(範例 1)

表 14.1 所有港口需求率(A)

| $H_{i,j}$ | | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 | M_5 | M_6 | M_7 | M_8 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| R_1 | O_1 | 0 | 1829 | 0 | 1584 | 0 | 0 | 1623 | 0 |
| | (1,1) | 429 | 444 | 0 | 454 | 0 | 0 | 456 | 0 |
| | (1,2) | 489 | 458 | 0 | 445 | 0 | 0 | 402 | 0 |
| | (1,3) | 450 | 480 | 0 | 474 | 0 | 0 | 420 | 0 |
| | (1,4) | 439 | 406 | 0 | 425 | 0 | 0 | 413 | 0 |
| R_2 | O_2 | 1995 | 0 | 0 | 1926 | 0 | 0 | 1713 | 0 |
| | (2,1) | 440 | 449 | 0 | 485 | 0 | 0 | 489 | 0 |
| | (2,2) | 454 | 480 | 0 | 458 | 0 | 0 | 438 | 0 |
| | (2,3) | 423 | 469 | 0 | 437 | 0 | 0 | 490 | 0 |
| | (2,4) | 404 | 402 | 0 | 420 | 0 | 0 | 497 | 0 |
| R_3 | O_3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | (3,1) | 463 | 438 | 0 | 471 | 0 | 0 | 444 | 0 |
| | (3,2) | 434 | 489 | 0 | 448 | 0 | 0 | 493 | 0 |
| | (3,3) | 487 | 429 | 0 | 489 | 0 | 0 | 460 | 0 |
| | (3,4) | 411 | 423 | 0 | 433 | 0 | 0 | 459 | 0 |
| R_4 | O_4 | 1702 | 1911 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1575 | 0 |
| | (4,1) | 417 | 492 | 0 | 481 | 0 | 0 | 497 | 0 |
| | (4,2) | 480 | 496 | 0 | 480 | 0 | 0 | 404 | 0 |
| | (4,3) | 429 | 421 | 0 | 469 | 0 | 0 | 401 | 0 |
| | (4,4) | 494 | 416 | 0 | 480 | 0 | 0 | 488 | 0 |

表 14.2 所有港口需求率(B)

| | | | | | | | | | |
|-------|-------|------|------|---|------|---|---|-----|---|
| R_5 | O_5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | (5,1) | 445 | 437 | 0 | 406 | 0 | 0 | 452 | 0 |
| | (5,2) | 459 | 460 | 0 | 493 | 0 | 0 | 466 | 0 |
| | (5,3) | 449 | 419 | 0 | 443 | 0 | 0 | 450 | 0 |
| | (5,4) | 466 | 446 | 0 | 495 | 0 | 0 | 454 | 0 |
| R_6 | O_6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | (6,1) | 468 | 497 | 0 | 422 | 0 | 0 | 456 | 0 |
| | (6,2) | 410 | 468 | 0 | 433 | 0 | 0 | 423 | 0 |
| | (6,3) | 401 | 410 | 0 | 463 | 0 | 0 | 402 | 0 |
| | (6,4) | 483 | 473 | 0 | 497 | 0 | 0 | 411 | 0 |
| R_7 | O_7 | 1766 | 1981 | 0 | 1921 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | (7,1) | 476 | 449 | 0 | 467 | 0 | 0 | 432 | 0 |
| | (7,2) | 445 | 489 | 0 | 439 | 0 | 0 | 430 | 0 |
| | (7,3) | 410 | 468 | 0 | 469 | 0 | 0 | 486 | 0 |
| | (7,4) | 425 | 489 | 0 | 487 | 0 | 0 | 493 | 0 |
| R_8 | O_8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | (8,1) | 430 | 430 | 0 | 453 | 0 | 0 | 489 | 0 |
| | (8,2) | 426 | 466 | 0 | 466 | 0 | 0 | 489 | 0 |
| | (8,3) | 451 | 410 | 0 | 434 | 0 | 0 | 419 | 0 |
| | (8,4) | 433 | 457 | 0 | 408 | 0 | 0 | 475 | 0 |

表 14.3 所有港口每單位存貨持有成本(A)

| $H_{i,j}$ | | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 | M_5 | M_6 | M_7 | M_8 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| R_1 | O_1 | 1.32 | 1.64 | 0 | 1.4 | 0 | 0 | 1.42 | 0 |
| | (1,1) | 1.67 | 1.43 | 0 | 1.32 | 0 | 0 | 1.53 | 0 |
| | (1,2) | 1.66 | 1.39 | 0 | 1.24 | 0 | 0 | 1.51 | 0 |
| | (1,3) | 1.72 | 1.35 | 0 | 1.25 | 0 | 0 | 1.51 | 0 |
| | (1,4) | 1.69 | 1.42 | 0 | 1.28 | 0 | 0 | 1.59 | 0 |
| R_2 | O_2 | 1.64 | 1.63 | 0 | 1.18 | 0 | 0 | 1.59 | 0 |
| | (2,1) | 1.7 | 1.34 | 0 | 1.29 | 0 | 0 | 1.55 | 0 |
| | (2,2) | 1.75 | 1.36 | 0 | 1.27 | 0 | 0 | 1.52 | 0 |
| | (2,3) | 1.75 | 1.39 | 0 | 1.27 | 0 | 0 | 1.54 | 0 |
| | (2,4) | 1.72 | 1.36 | 0 | 1.31 | 0 | 0 | 1.54 | 0 |
| R_3 | O_3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | (3,1) | 1.73 | 1.35 | 0 | 1.27 | 0 | 0 | 1.5 | 0 |
| | (3,2) | 1.67 | 1.41 | 0 | 1.29 | 0 | 0 | 1.59 | 0 |
| | (3,3) | 1.73 | 1.42 | 0 | 1.3 | 0 | 0 | 1.51 | 0 |
| | (3,4) | 1.73 | 1.4 | 0 | 1.32 | 0 | 0 | 1.5 | 0 |
| R_4 | O_4 | 1.48 | 1.75 | 0 | 1.07 | 0 | 0 | 1.72 | 0 |
| | (4,1) | 1.66 | 1.42 | 0 | 1.31 | 0 | 0 | 1.59 | 0 |
| | (4,2) | 1.67 | 1.41 | 0 | 1.32 | 0 | 0 | 1.56 | 0 |
| | (4,3) | 1.75 | 1.41 | 0 | 1.29 | 0 | 0 | 1.52 | 0 |
| | (4,4) | 1.67 | 1.4 | 0 | 1.24 | 0 | 0 | 1.54 | 0 |

表 14.4 所有港口每單位存貨持有成本(B)

| | | | | | | | | | |
|-------|-------|------|------|---|------|---|---|------|---|
| R_5 | O_5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | (5,1) | 1.75 | 1.42 | 0 | 1.27 | 0 | 0 | 1.55 | 0 |
| | (5,2) | 1.73 | 1.37 | 0 | 1.3 | 0 | 0 | 1.57 | 0 |
| | (5,3) | 1.67 | 1.34 | 0 | 1.26 | 0 | 0 | 1.53 | 0 |
| | (5,4) | 1.71 | 1.43 | 0 | 1.26 | 0 | 0 | 1.5 | 0 |
| R_6 | O_6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | (6,1) | 1.69 | 1.43 | 0 | 1.3 | 0 | 0 | 1.55 | 0 |
| | (6,2) | 1.71 | 1.41 | 0 | 1.3 | 0 | 0 | 1.52 | 0 |
| | (6,3) | 1.7 | 1.36 | 0 | 1.3 | 0 | 0 | 1.51 | 0 |
| | (6,4) | 1.75 | 1.39 | 0 | 1.27 | 0 | 0 | 1.57 | 0 |
| R_7 | O_7 | 1.25 | 1.52 | 0 | 1.52 | 0 | 0 | 1.43 | 0 |
| | (7,1) | 1.74 | 1.42 | 0 | 1.27 | 0 | 0 | 1.5 | 0 |
| | (7,2) | 1.75 | 1.38 | 0 | 1.26 | 0 | 0 | 1.5 | 0 |
| | (7,3) | 1.67 | 1.36 | 0 | 1.28 | 0 | 0 | 1.57 | 0 |
| | (7,4) | 1.73 | 1.36 | 0 | 1.32 | 0 | 0 | 1.56 | 0 |
| R_8 | O_8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | (8,1) | 1.71 | 1.39 | 0 | 1.25 | 0 | 0 | 1.57 | 0 |
| | (8,2) | 1.66 | 1.36 | 0 | 1.26 | 0 | 0 | 1.58 | 0 |
| | (8,3) | 1.72 | 1.37 | 0 | 1.28 | 0 | 0 | 1.59 | 0 |
| | (8,4) | 1.71 | 1.41 | 0 | 1.32 | 0 | 0 | 1.52 | 0 |

表 14.5 在途存貨與運輸每單位存貨持有成本

| | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 | M_5 | M_6 | M_7 | M_8 |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| H_j^m | 8.4 | 8.4 | 0 | 9.1 | 0 | 0 | 9.6 | 0 |

表 14.6 轉運站每單位存貨持有成本

| | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 | M_5 | M_6 | M_7 | M_8 |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| H_j^h | 1 | 1 | 0 | 0.9 | 0 | 0 | 1 | 0 |

表 14.7 在供應港與的設置成本與港口費用成本

| | R_1 | R_2 | R_3 | R_4 | R_5 | R_6 | R_7 | R_8 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| A_r | 609 | 699 | 0 | 695 | 0 | 0 | 737 | 0 |

表 14.8 轉運站的設置成本與港口費用成本

| | R_1 | R_2 | R_3 | R_4 | R_5 | R_6 | R_7 | R_8 |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| A_r^h | 920 | 729 | 848 | 865 | 1000 | 928 | 982 | 863 |

表 14.9 需求港的設置成本與港口費用成本

| $a_{i,r}$ | R_1 | R_2 | R_3 | R_4 | R_5 | R_6 | R_7 | R_8 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 389 | 309 | 296 | 231 | 389 | 309 | 296 | 231 |
| 2 | 477 | 489 | 523 | 412 | 477 | 489 | 523 | 412 |
| 3 | 424 | 420 | 340 | 366 | 424 | 420 | 340 | 366 |
| 4 | 348 | 463 | 282 | 434 | 348 | 463 | 282 | 434 |

表 14.10 所有的港口間的航行時間 $t_{i,\ell}$ 值

| 途程 | 港口間的航行時間 $t_{i,\ell}$ 值 |
|---|---|
| $R_1 = \{O_1, (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), h\}$ | $\bar{R}_1 = \{0.02, 0.035, 0.06, 0.08, 0.105\}$ |
| $R_1^{-1} = \{h, (1,4), (1,3), (1,2), (1,1), O_1\}$ | $\bar{R}_1 = \{0.025, 0.045, 0.07, 0.085, 0.105\}$ |
| $R_2 = \{O_2, (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), h\}$ | $\bar{R}_2 = \{0.02, 0.03, 0.04, 0.06, 0.085\}$ |
| $R_2^{-1} = \{h, (2,4), (2,3), (2,2), (2,1), O_2\}$ | $\bar{R}_2 = \{0.025, 0.045, 0.055, 0.065, 0.085\}$ |
| $R_3 = \{O_3, (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), h\}$ | $\bar{R}_3 = \{0.005, 0.015, 0.04, 0.05, 0.075\}$ |
| $R_3^{-1} = \{h, (3,4), (3,3), (3,2), (3,1), O_3\}$ | $\bar{R}_3 = \{0.025, 0.035, 0.06, 0.07, 0.075\}$ |
| $R_4 = \{O_4, (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), h\}$ | $\bar{R}_4 = \{0.02, 0.035, 0.06, 0.07, 0.08\}$ |
| $R_4^{-1} = \{h, (4,4), (4,3), (4,2), (4,1), O_4\}$ | $\bar{R}_4 = \{0.01, 0.02, 0.045, 0.06, 0.08\}$ |
| $R_5 = \{O_5, (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), h\}$ | $\bar{R}_5 = \{0.02, 0.025, 0.035, 0.05, 0.055\}$ |
| $R_5^{-1} = \{h, (5,4), (5,3), (5,2), (5,1), O_5\}$ | $\bar{R}_5 = \{0.005, 0.02, 0.03, 0.035, 0.055\}$ |
| $R_6 = \{O_6, (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), h\}$ | $\bar{R}_6 = \{0.025, 0.04, 0.055, 0.07, 0.095\}$ |
| $R_6^{-1} = \{h, (6,4), (6,3), (6,2), (6,1), O_6\}$ | $\bar{R}_6 = \{0.025, 0.04, 0.055, 0.07, 0.095\}$ |
| $R_7 = \{O_7, (7,1), (7,2), (7,3), (7,4), h\}$ | $\bar{R}_7 = \{0.005, 0.015, 0.04, 0.06, 0.07\}$ |
| $R_7^{-1} = \{h, (7,4), (7,3), (7,2), (7,1), O_7\}$ | $\bar{R}_7 = \{0.01, 0.03, 0.055, 0.065, 0.07\}$ |
| $R_8 = \{O_8, (8,1), (8,2), (8,3), (8,4), h\}$ | $\bar{R}_8 = \{0.025, 0.045, 0.065, 0.09, 0.115\}$ |
| $R_8^{-1} = \{h, (8,4), (8,3), (8,2), (8,1), O_8\}$ | $\bar{R}_8 = \{0.025, 0.05, 0.07, 0.09, 0.115\}$ |

表 14.11 所有港口每單位裝貨/卸貨成本

| $C_{i,j}^L$ | | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 | M_5 | M_6 | M_7 | M_8 |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| R_1 | O_1 | 0.25 | 0.29 | 0 | 0.24 | 0 | 0 | 0.27 | 0 |
| | (1,1) | 0.28 | 0.37 | 0 | 0.38 | 0 | 0 | 0.37 | 0 |
| | (1,2) | 0.49 | 0.3 | 0 | 0.28 | 0 | 0 | 0.34 | 0 |
| | (1,3) | 0.32 | 0.43 | 0 | 0.41 | 0 | 0 | 0.31 | 0 |
| | (1,4) | 0.48 | 0.5 | 0 | 0.49 | 0 | 0 | 0.5 | 0 |
| R_2 | O_2 | 0.11 | 0.3 | 0 | 0.27 | 0 | 0 | 0.23 | 0 |
| | (2,1) | 0.39 | 0.48 | 0 | 0.32 | 0 | 0 | 0.41 | 0 |
| | (2,2) | 0.36 | 0.26 | 0 | 0.27 | 0 | 0 | 0.32 | 0 |
| | (2,3) | 0.41 | 0.49 | 0 | 0.26 | 0 | 0 | 0.44 | 0 |
| | (2,4) | 0.36 | 0.32 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.45 | 0 |
| R_3 | O_3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | (3,1) | 0.43 | 0.38 | 0 | 0.28 | 0 | 0 | 0.49 | 0 |
| | (3,2) | 0.41 | 0.5 | 0 | 0.39 | 0 | 0 | 0.35 | 0 |
| | (3,3) | 0.32 | 0.41 | 0 | 0.47 | 0 | 0 | 0.48 | 0 |
| | (3,4) | 0.31 | 0.34 | 0 | 0.41 | 0 | 0 | 0.48 | 0 |
| R_4 | O_4 | 0.15 | 0.19 | 0 | 0.11 | 0 | 0 | 0.3 | 0 |
| | (4,1) | 0.35 | 0.36 | 0 | 0.35 | 0 | 0 | 0.26 | 0 |
| | (4,2) | 0.28 | 0.38 | 0 | 0.49 | 0 | 0 | 0.39 | 0 |
| | (4,3) | 0.46 | 0.29 | 0 | 0.31 | 0 | 0 | 0.31 | 0 |
| | (4,4) | 0.41 | 0.29 | 0 | 0.28 | 0 | 0 | 0.48 | 0 |

表 14.12 所有港口每單位裝貨/卸貨成本(B)

| | | | | | | | | | |
|-------|-------|------|------|---|------|---|---|------|---|
| R_5 | O_5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | (5,1) | 0.29 | 0.48 | 0 | 0.41 | 0 | 0 | 0.49 | 0 |
| | (5,2) | 0.47 | 0.26 | 0 | 0.29 | 0 | 0 | 0.44 | 0 |
| | (5,3) | 0.47 | 0.37 | 0 | 0.49 | 0 | 0 | 0.47 | 0 |
| | (5,4) | 0.37 | 0.47 | 0 | 0.34 | 0 | 0 | 0.36 | 0 |
| R_6 | O_6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | (6,1) | 0.44 | 0.45 | 0 | 0.33 | 0 | 0 | 0.5 | 0 |
| | (6,2) | 0.42 | 0.48 | 0 | 0.46 | 0 | 0 | 0.5 | 0 |
| | (6,3) | 0.43 | 0.37 | 0 | 0.41 | 0 | 0 | 0.32 | 0 |
| | (6,4) | 0.33 | 0.43 | 0 | 0.33 | 0 | 0 | 0.45 | 0 |
| R_7 | O_7 | 0.13 | 0.22 | 0 | 0.16 | 0 | 0 | 0.16 | 0 |
| | (7,1) | 0.39 | 0.48 | 0 | 0.29 | 0 | 0 | 0.42 | 0 |
| | (7,2) | 0.33 | 0.4 | 0 | 0.34 | 0 | 0 | 0.44 | 0 |
| | (7,3) | 0.26 | 0.49 | 0 | 0.44 | 0 | 0 | 0.38 | 0 |
| | (7,4) | 0.46 | 0.42 | 0 | 0.32 | 0 | 0 | 0.38 | 0 |
| R_8 | O_8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | (8,1) | 0.35 | 0.48 | 0 | 0.39 | 0 | 0 | 0.4 | 0 |
| | (8,2) | 0.49 | 0.34 | 0 | 0.41 | 0 | 0 | 0.35 | 0 |
| | (8,3) | 0.48 | 0.48 | 0 | 0.35 | 0 | 0 | 0.26 | 0 |
| | (8,4) | 0.37 | 0.44 | 0 | 0.28 | 0 | 0 | 0.47 | 0 |

表 14.13 轉運站每單位裝貨/卸貨成本

| | | | | | | | | |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 | M_5 | M_6 | M_7 | M_8 |
| C_h^L | 0.2 | 0.16 | 0 | 0.21 | 0 | 0 | 0.21 | 0 |

作者簡介

姓名：沈哲鋒

性別：男

出生地：桃園縣平鎮市

生日：1982 年 8 月 28 日

聯絡電話：0919367389

聯絡信箱：ertai0828@yahoo.com.tw

研究室：最佳化應用研究室(Optimization Application Laboratory)

興趣：遺傳演算法、供應鍊管理、企業電子化、生產規劃與排程、作業研究及統計學之應用。

學歷：

私立東海大學工業工程與經營資訊學系研究所

私立中原大學工業工程系