

東海大學化學工程研究所
碩士論文

指導教授：張有義 博士

探討布朗運動膠體粒子具擴散泳行為時
在楔型管中的吸附行為

The Adsorption in Constricted Tubes of Brownian
Particles with Diffusiophoresis

研究生：鄭偉佑 撰

中華民國 九十五年六月

摘要

本論文主要在模擬具布朗運動(Brownian motion)行為之膠體粒子於單一楔型管中(constricted tube)的吸附行為，並分別探討幾何形狀為 SCT、PCT 和 HCT 三種不同楔型管對其吸附行為的影響。

本論文採用軌跡分析理論來描述膠體粒子於收集器中的吸附行為，同時考慮不同楔型管管型，以及各種不同作用於膠體粒子表面的作用力所產生的影響。其中作用力可包含有因膠體粒子的移動速度與流場的速度差所造成的拖曳力(drag force)；膠體粒子受周圍介質分子的熱運動而產生的布朗運動擴散力；膠體粒子與收集器之間因凡得瓦爾力(van der Waals force)與電荷排斥力(electrostatic repulsion force)所產生的 DLVO 作用力；膠體粒子受到溶液中溶質分子濃度梯度差而引起的擴散泳(diffusiophoresis)效應...等。

由模擬的結果發現，當膠體有擴散泳現象發生時，有利於膠體粒子吸附在收集器的表面；當表面電位下降時，會降低膠體粒子與收集器的電荷排斥力，而有利於膠體粒子的吸附，若表面電位增加時，DLVO 理論能障會隨之上升，而不利於膠體粒子的吸附。在本文的最後，將會利用此楔型管吸附模式，與相關的實驗結果作比較，以瞭解本論文所採用模擬方法的準確性。

Abstract

The deposition of colloidal particles onto the collector surfaces of porous media is investigated by utilizing the Brownian dynamics simulation method. The pore structure in a filter bed was characterized by the three different constricted tube models: the parabolic (PCT), the sinusoidal (SCT) and the hyperbolic (HCT) constricted tube. The effect of various shapes of the total interaction energy curves of DLVO theory and of diffusiophoresis on the collection efficiencies of particles are also examined. The simulation results show that the particle collection efficiency is strongly dependent on the shape of the total interaction energy curve, but less dependent on the geometry of the tube. The diffusiophoresis effect will increase the collection efficiency of Brownian particles. The present theoretical model is also compared with the available experimental data at the end of this thesis.

目錄

中文摘要	I
英文摘要	II
目錄	III
表目錄	VI
圖目錄	VII
符號說明	IX
第一章 緒論	1
1-1 前言	1
1-2 研究方向	3
第二章 基本方程式與理論分析	7
2-1 楔型管模型內的流場分佈	7
2-2 布朗運動	15
2-3 DLVO 理論	16
2-3-1 凡得瓦爾吸引力	16
2-3-2 電荷排斥力	18
2-3-3 電雙層理論	19
2-3-4 DLVO 內部作用能量	20

2-4	擴散泳.....	24
2-4-1	球型膠體粒子垂直於收集器表面之擴散泳運動.....	28
2-4-2	球型膠體粒子平行於收集器表面之擴散泳運動.....	29
2-5	減速效應.....	33
第三章	模擬方法.....	34
3-1	模擬流程.....	34
3-2	Langevin 方程式.....	34
3-3	軌跡分析.....	35
3-3-1	球型膠體粒子垂直於收集器之軌跡分析.....	38
3-3-2	球型膠體粒子平行於收集器之軌跡分析.....	39
3-4	吸附判定與吸附效率的計算.....	39
3-5	收集器表面的微觀現象.....	40
第四章	結果與討論.....	43
4-1	四種 DLVO 理論能障的影響探討.....	43
4-1-1	DLVO 作用總能量 V_t 與 H 之關係.....	45
4-1-2	DLVO 作用力 F 與 H 之關係.....	48
4-2	DLVO 理論能障與擴散泳現象對不同幾何形狀之收集器.....	51
4-2-1	不具有擴散泳現象的膠體粒子的吸附效率.....	51
4-2-2	具有擴散泳現象的膠體粒子對其吸附效率的影響.....	57

4-2-3	表面電位的改變對膠體粒子吸附效率的影響.....	62
4-3	理論模擬結果和實驗結果的比較	65
4-3-1	Anderson & Prieve (1990) ^[36] 的計算結果比較	65
4-3-2	Jun et al. (2005) ^[37] 的模擬結果比較	69
4-3-3	Elmielech & O' Melia(1990) ^[38] 的實驗結果比較	72
4-3-4	Bai & Tien(1999) ^[39] 的實驗結果比較.....	76
第五章	結論與展望.....	79
參考文獻	81
附錄	86

表目錄

表(2-1) 本研究所使用的四套 DLVO 理論參數值.....	22
表(4-1) 模擬參數表.....	44
表(4-2) 使用愛因斯坦方程式計算膠體粒子的擴散係數： (a) Jun et al. (2005) ^[37] 所發表的擴散係數值；(b)本論文的計算結果(具布朗運動)；(c)本論文的計算結果(具布朗運動及擴散泳效應).....	71
表(4-3) 膠體粒子與收集器在電解質 KCl 濃度不同時，表面所帶的電位值以及其他的模擬參數值.....	74
表(4-4) 膠體粒子與收集器在電解質 NaCl 濃度不同時，表面所帶的電位值以及其他的模擬參數值.....	77

圖目錄

圖(2-1) 膠體粒子進入此楔型管吸附系統的示意圖.....	13
圖(2-2) 楔型管邊界及流場的示意圖($N_{RE}=1.0$)：(a)SCT；(b)PCT； (c)HCT.....	14
圖(2-3) DLVO 作用總能量 V_t 與 H 之關係圖.....	23
圖(2-4) 表面擴散層(虛線以內之薄層)發生極化現象之膠體粒子進行 擴散泳時的示意圖.....	31
圖(2-5) 表示徑方向的擴散泳速度項與膠體粒子和收集器之間之無因 次距離項的關係，圖中實線部分表示圓柱型的膠體粒子，虛 線表示球型的膠體粒子.....	32
圖(3-1) 模擬方法流程圖.....	42
圖(4-1) DLVO 作用總能量 V_T 與 H 之關係圖.....	47
圖(4-2) DLVO 作用力 F 與 H 之關係圖.....	50
圖(4-3) 模擬不具有擴散泳現象的膠體粒子之雷諾數與吸附效率的關	

係圖.....	55
圖(4-4) 模擬不具有擴散泳現象的膠體粒子之雷諾數與吸附效率的關係圖.....	56
圖(4-5) 模擬具有擴散泳現象的膠體粒子之雷諾數與其吸附效率的關係圖:(a)SCT;(b)PCT;(c)HCT.....	60
圖(4-6) 模擬具有擴散泳現象的膠體粒子之雷諾數與其吸附效率的關係圖:(a)SCT;(b)PCT;(c)HCT.....	61
圖(4-7) 模擬 SCT 楔型管之雷諾數 N_{Re} 與吸附效率 h_s 之關係圖.....	64
圖(4-8) 幾何形狀為 SCT 的楔型管, 在 DLVO 能障為曲線 B 的情形下, 對於不同的雷諾數值, 各個速度項與 H 之關係圖.....	68
圖(4-9) 分別以 SCT、PCT、HCT 所得的模擬結果和 Bai & Tien 的半經驗方程式與 Elmielech & O'Melia(1990) ^[39] 的實驗值相互比較.....	75
圖(4-10)分別以 SCT、PCT、HCT 所得的模擬結果和 Bai & Tien 模擬的半經驗方程式與 Bai & Tien(1999) ^[38] 實驗值相互比較.....	78

符號說明

英文字母

A	Hamaker 常數
C_0	溶液中溶質濃度 (M)
C_{in}	膠體粒子濃度 (ppm)
C_s	Cunningham 修正因子
d	膠體粒子中心到收集器表面的距離 (cm)
D	擴散係數 (mm^2/s)
d_c	楔型管的最窄直徑 (cm)
d_f	收集器直徑 (cm)
d_{max}	楔型管的入口直徑 (cm)
d_p	膠體粒子直徑 (cm)
e	電子的電荷數 (1.6×10^{-19} coulombs)
F	作用力大小 (dyne)
$F_1(H)$	正向減速因子 (-)
$F_2(H)$	拖曳力減速因子 (-)
$F_3(H)$	切線方向減速因子 (-)

$F_1(I)$	徑方向的擴散泳速度校正項 (-)
$F_2(I)$	軸方向的擴散泳速度校正項 (-)
F_d	流體拖曳力 (dyne)
F_{DL}	電荷排斥力 (dyne)
F_e	外力 (dyne)
F_{LO}	凡得瓦爾力 (dyne)
F_r	隨機碰撞力 (dyne)
h	膠體粒子表面到收集器表面的距離 (cm)
H	無因次膠體粒子表面到收集器表面的距離 (-) $H = h/r_p$
I_{dep}	楔型管中吸附的膠體粒子顆數 (-)
k_B	Boltzmann 常數 (1.38048×10^{-16} erg/K)
K	無因次溶質分子在膠體粒子表面的 Gibbs 吸附長度 (-)
l_f	楔型管的長度 (cm)
L^*	無因次膠體粒子和溶質分子交互作用的特徵長度 (-)
m_p	膠體粒子的質量 (g)
n	楔型管界面向外垂直方向的單位向量 (-)
N_A	Avogadro 常數 (6.03×10^{23} mole ⁻¹)
N_{DL}	電雙層數 (-) $N_{DL} = kr_p$

N_{E1} 第一電力數 (-) $N_{E1} = \frac{n r_p (j_1^2 + j_2^2)}{4k_B T}$

N_{E2} 第二電力數 (-) $N_{E2} = \frac{2 \left(\frac{j_1}{j_2} \right)}{\left[1 + \left(\frac{j_1}{j_2} \right)^2 \right]}$

N_{gen} 進入楔型管中總體的膠體粒子個數

N_{LO} 凡得瓦爾力數 (-) $N_{LO} = \frac{A}{6k_B T}$

$N_{Re,m}$ 平均雷諾數 (-) $N_{Re,m} = \frac{u_m r_m \mathbf{r}_f}{\mathbf{m}}$

Pe 皮克列數 (-) $Pe = \frac{k_B T}{\mathbf{m} D} L^* K C_0$

r 楔型管內軸向的位置

r_c 楔型管的最窄半徑 (cm)

r_f 收集器半徑 (cm)

r_m 楔型管的平均半徑 (cm)

r_{max} 楔型管的入口半徑 (cm)

r_p 膠體粒子的半徑 (cm)

r_w 楔型管管壁到軸的距離 (cm)

R 無因次楔型管內軸向的位置 (-) $R = r/r_w$

R_m 無因次楔型管的平均半徑 (-) $R_m = r_m/l_f$

R_w	無因次楔型管管壁到軸的距離 (-) $R_w = r_w / r_m$
S	膠體粒子位移 (cm)
S_{\perp}	膠體粒子在徑方向位移 (cm)
S_{\square}	膠體粒子在軸方向位移 (cm)
S_{wi}	不可還原飽和度 (-)
t	時間 (sec)
T	絕對溫度 (K)
u_m	楔型管內的平均速度 (cm/sec)
u_r	楔型管內軸向的速度 (cm/sec)
u_z	楔型管內徑向的速度 (cm/sec)
U	流體的速度 (cm/sec)
U_0	流體的初始速度 (cm/sec)
U_{∞}	距離膠體粒子無窮遠處的流體速度 (cm/sec)
V	膠體粒子的速度 (cm/sec)
V_0	膠體粒子的初始速度 (cm/sec)
V_0'	Gaussian 隨機變數 (-)
V_{\perp}	膠體粒子的徑方向速度 (cm/sec)
V_{\square}	膠體粒子的軸方向速度 (cm/sec)
V_{diff0}	無邊界及非電解質溶液的擴散泳速度 (cm/sec)

$V_{diff}^{(0)}$	具極化現象及非電解質溶液的擴散泳速度 (cm/sec)
$V_{diff,r}$	徑方向的擴散泳速度 (cm/sec)
$V_{diff,z}$	軸方向的擴散泳速度 (cm/sec)
$V_{diff,z}^*$	軸方向無擴散滲透現象的擴散泳速度 (cm/sec)
V_{DL}	電荷排斥能 (erg)
V_{LO}	凡得瓦爾能 (erg)
V_t	外力總能量 (erg)
y_n	沿楔型管界面之法線向量的距離 (cm)
Y_0	控制窗大小 (cm)
z	楔型管內徑方向的位置 (cm)
Z	無因次楔型管內徑方向的位置 (-) $Z = z/l_f$

希臘字母

∇C_∞	溶質的濃度梯度 (mol/cm ⁴)
a	過濾係數 (-)
b	摩擦係數 (sec ⁻¹)
d	鬆弛係數 (-)
e	孔隙度 (-)
h_s	吸附效率 (-)

q	擴散滲透流的指示參數 (-)
y	流線函數 (-)
k	電雙層厚度的倒數 (cm^{-1}) $\left[\frac{8pe^2}{nk_B T} \left(\frac{N_A C_0}{10^3} \right) \right]^{1/2}$
l	無因次膠體粒子半徑與收集器距離的比值 (-) $l = r_p/d$
m	流體的黏度 (cp)
p	圓周率 (-)
r_f	流體密度 (g/cm^3)
r_p	膠體粒子密度 (g/cm^3)
n	流體介電常數 ($89 \times 10^{-12} \text{ coulombs } V^{-1} \text{ cm}^{-1}$)
n'	無因次膠體粒子和溶質間的交互作用長度 (-)
j_1	膠體粒子表面電位 (Mv)
j_2	收集器表面電位 (Mv)
t	極短暫的時間過程 (sec)
$w(t-t)$	脈衝函數 (-)
$\Phi(y_n)$	位能函數 (erg)

第一章 緒論

1-1 前言

微小的膠體粒子(colloidal particle)在低雷諾數(Reynolds number)的情況下，於一連續相(continuous phase)中之輸送行為，是近代科學中相當重要且實用的研究領域。

膠體科學所討論的系統，其組成成份之粒子大小變異甚大，因此是一種很難有明確定義的系統，舉凡溶劑中懸浮著巨大粒子的系統皆可稱之，可利用「微不均質性」(micro heterogeneous)之概念來形容大多數之膠體溶液系統。膠體態(colloidal state)的形成必須由膠體粒子本身和膠體粒子所懸浮其中的溶劑兩者共同存在才能組成，而膠體系統常見的實際應用為：氣膠(aerosols)、化妝品(cosmetics)、染料(dyestuff)、印墨(ink)、油漆(paint)、藥物(pharmaceuticals)...等，因此膠體系統幾乎都是所謂的「多成份系統(multi-component system)」。

由於膠體粒子的大小通常遠超過溶劑分子，而人們所感興趣的大部分也是膠體粒子本身的膠凝吸附行為，所以在膠體科學的理論計算上，膠體系統中的溶劑影響，常常被處理成一種「背景係數」，如此可將膠體系統從「多成份系統」簡化成「單成份系統(one component system)」來加以計算。

膠體系統的粒子大小差異甚大，其粒徑大小分佈從 10 奈米 (nanometer)至 10 微米(micrometer)都有，在此系統中，懸浮粒子的分佈狀況常存在著不同的豐富變化，而依據膠體粒子懸浮在溶液中的結構與動態行為，常常被引入「固態、液態、氣態」等概念與理論，來描述各種不同之膠體粒子的分佈狀況。

若膠體粒子懸浮於極性之水溶劑介質時，膠體粒子經由離子化 (ionization)、離子吸附及離子分解(ion dissolution)等反應機制，使得膠體表面的分子解離而產生表面電荷(surface electric charge)，這些表面電荷會影響鄰近極性溶液中電荷離子的分佈情形，即與表面電荷帶相反電荷(counter-ions)的離子會被吸引至膠體表面，而帶相同電荷(co-ions)的離子則會被排斥而遠離膠體表面，加上離子的熱攪拌作用，會使得極性溶液中與固體表面帶相反的離子吸附在固體表面，造成溶液中存在與固體表面帶相同電荷的離子過剩，而游離擴散於溶液中，因此在膠體粒子表面電荷的分佈仍可維持電中性，此即為電雙層理論(electric double layer)的電荷分佈現象。

此理論可用來解釋溶液中電荷離子的分佈情形及膠體表面局部位置所產生的電位(electric potentials)問題，以探討有關帶電荷膠體溶液中的電荷動力學性質(electrokinetic properties)及膠體溶液的穩定性。所以膠體粒子在溶液中分佈狀況的變化，與其表面的電荷分佈有

關，因此在實驗上常常會以加入電解質的方式，影響膠體粒子系統的行為表現，過去凝態物理中的許多涉及電物理、多體物理、凝態理論、統計力學、熱力學...等理論便紛紛的被引介到膠體科學的理論計算上，尤其在實驗設備日新月異的進步下，讓許多微觀現象得以觀察，更逐漸吸引許科學家投入膠體科學的研究。

1-2 研究方向

探討具有布朗運動(Brownian motion)之膠體粒子，在楔型管收集器中的輸送與吸附現象，需要考慮到膠體粒子在其中運動所受到的驅動力(driving force)，包括膠體粒子受到本身濃度梯度的影響所做的擴散運動(diffusion)；受到溶液總體速度影響所作的對流運動(convection)；以及受到重力或是離心力影響所作的沉降運動(sedimentation)。以上所提及造成膠體粒子運動的驅動力，在過去已經被探討的相當詳盡，因此另外亦會引發膠體粒子運動的範疇，例如：電位梯度、溫度梯度和溶質濃度梯度等，這些作用力場(field)皆會與粒子的表面產生作用，而促使膠體粒子產生運動的現象，則是目前較值得探討的部分。受到驅動力場和膠體粒子表面交互作用而引起的運動，即所謂的泳動(phoretic motion)現象，Anderson(1989)^[1]曾對此機制提出一回顧的文章，其中對於泳動的現象有相當詳盡的探討。

因溶液中巨觀溶質分子濃度梯度的影響，而促使膠體粒子發生泳

動的現象，稱之為擴散泳(diffusiophoresis)(Dukhin & Derjaguin, 1974^[2])。對於溶質分子為電解質(Ebel et al., 1988^[3])或是非電解質(Staffeld et al., 1989^[4])之情況，擴散泳的現象均已經由實驗證實。當膠體粒子為朝向高溶質或低溶質濃度方向運動時，需視溶質分子和膠體粒子表面之長距交互作用(long-range interaction)而定。若膠體粒子受溶質分子的作用力為吸引力[例如凡得瓦爾力(van der Waals force)或由感應效應(induction effect)所引起的感應偶極作用力(induced dipole attraction)或由分散交互作用(dispersion interaction)所引起的倫敦力(London force)]，則其在高濃度區所受的引力必較大，此將使膠體粒子往溶質濃度高的方向移動，反之，若膠體粒子受溶質分子的作用力為排斥力[例如當溶質分子與粒子相互接近時所產生之尺寸排斥效應(size exclusion effect)所形成的作用力]，則膠體粒子會往溶質濃度低的方向移動。

以微觀的角度來判斷膠體粒子在收集器中之吸附與輸送現象的探討，可以利用Payatakes et al., (1973)^[5,6]所提出的軌跡吸附理論(trajjectory theory)加以描述，其中假設過濾器內的收集器具有一均勻的幾何形狀，並且平均地隨機分佈於過濾器內，則此過濾器可視為由unit bed element(UBE)所構成。一般而言可以將UBE分為三類：毛細管型、球型(Guzy et al., 1983^[7]; Chang et al., 2002^[8])及楔型管型

(Payatakes et al., 1973^[5,6]; Pendse et al., 1983^[9])，而在本文中所討論的部分則以楔型管型為主。

在UBE的過濾研究中，主要是以作用於膠體粒子上的力平衡方程式，來計算膠體粒子於收集器內的運動情形，並利用軌跡分析的方法描繪出膠體粒子在不同時間下的速度和位移的關係。在進行理論分析的過程中，需要描述在受不同楔型管幾何形狀的影響下，收集器周圍的流場變化情形；各種外力施於膠體粒子表面上，而達到動態的平衡；考慮膠體粒子接近收集器表面時的減速效應(Spielman & Fitzpatrick, 1973^[10])；當粒子的粒徑小於 $5\text{ }\mu\text{m}$ 時，受到布朗運動所造成的影響。一般而言楔型管的模型常使用Chow & Soda (1972)^[11]所建立的二階近似方程式來表示，而作用力的部分則考慮到膠體粒子和收集器之間凡得瓦爾力、電荷排斥力(Prieve & Ruckenstein, 1974^[12])、重力和浮力...等。

本論文的主要目的是在模擬膠體粒子在收集器中的吸附與輸送現象的探討，利用到軌跡分析理論進行分析，並且考慮到楔型管收集器幾何形狀、擴散泳理論、DLVO理論(Ruckenstein & Prieve, 1976^[13]; Rajagopalan & Kim, 1981^[14]; Bhattacharjee et al., 1998^[15])、布朗運動(Ramarao et al., 1994^[16]; Chang & Whang, 1997^[17], 1998^[18]; Chang et al., 2002^[19])與減速效應...等因素，以得到在更接近真實收集器中的

膠體過濾情形。

第二章 基本方程式與理論分析

在皮克列數(Peclet number)及雷諾數(Reynolds number)相當小的情形下，本論文將探討球型的膠體粒子懸浮於一含有電荷離子(溶質)溶液中，並在鄰近於固體邊界的情況下，其受到離子濃度梯度的影響所作的擴散泳運動，而此時泳動的狀態假設為一擬穩態系統。

對具布朗運動之膠體粒子在楔型管中的吸附行為有許多不同的模擬方式與種類，常使用微分方程式來表示，再利用實驗值找出其解的相關校正參數，但是此參數值會隨著系統的改變而有所不同，因此對於特殊的過濾系統較難以描述。本論文將以膠體粒子在吸附時所受到的作用力平衡關係，並且利用軌跡分析理論對膠體粒子在收集器中的吸附與否進行分析。

然而膠體粒子在收集器中的吸附受力情形相當複雜，本論文將以下五節來介紹此軌跡吸附分析方法，分別為：()楔型管模型內的流場分佈，()布朗運動，()DLVO 理論，()擴散泳和()減速效應。

2-1 楔型管模型內的流場分佈

在敘述楔型管中流場的分佈情形之前，需要先知道楔型管的幾何形狀為何，其主要的形狀有三種：PCT(parabolic constricted

tube)(Payatakes et al., 1973^[5,6]; Neira & Payatakes, 1978^[20])、
 SCT(sinusoidal constricted tube)(Fedkiw & Newman, 1977^[21],
 1979^[22])、HCT(hyperbolic constricted tube)(Venlatesan & Rajagopalan,
 1980^[23])，可利用下列方程式加以描述

PCT：

$$r_w = r_c + 4(r_{\max} - r_c) \left(0.5 - \frac{z}{l_f} \right)^2 \quad [2.1a]$$

SCT：

$$r_w = \frac{r_c + r_{\max}}{2} \left[1 + \left(\frac{r_{\max} - r_c}{r_{\max} + r_c} \right) \cos \left(2\mathbf{p} \frac{z}{l_f} \right) \right] \quad [2.1b]$$

HCT：

$$r_w = (1 - \mathbf{z}_0^2)^{1/2} \left[\mathbf{a}_0^2 + \frac{(z/l_f - 0.5)^2}{\mathbf{z}_0^2} \right]^{1/2} \quad [2.1c]$$

其中

$$r_c = \frac{d_c}{2} = 0.175d_f \quad [2.2a]$$

$$r_{\max} = \frac{d_{\max}}{2} = \frac{1}{2} \left[\frac{\mathbf{e}(1 - S_{wi})}{1 - \mathbf{e}} \right]^{1/3} d_f \quad [2.2b]$$

$$\mathbf{z}_0 = \left\{ 4r_c^2 \left[\left(\frac{r_{\max}}{r_c} \right)^2 - 1 \right] + 1 \right\}^{-1/2} \quad [2.2c]$$

$$\mathbf{a}_0 = \frac{\left\{ 4r_c^2 \left[\left(\frac{r_{\max}}{r_c} \right)^2 - 1 \right] + 1 \right\}^{1/2}}{2 \left[\left(\frac{r_{\max}}{r_c} \right)^2 - 1 \right]^{1/2}} \quad [2.2d]$$

在[2.1]至[2.5]式中， r_w 為楔型管管壁到軸的距離； z 為楔型管內徑向的位置； r_c 為楔型管的最窄半徑(Pendse & Tien, 1982^[24])； d_c 為楔型管的最窄直徑； r_{\max} 為楔型管的入口半徑(Pendse & Tien, 1982^[24])； d_{\max} 為楔型管的入口直徑； l_f 為楔型管的長度； d_f 為收集器直徑； e 為過濾床的孔隙度； S_{wi} 為過濾床的不可還原飽和度，其中 S_{wi} 可由壓力飽和圖得之，對於較為常見的過濾床則是玻璃珠濾床 $S_{wi}=0.111$ 和砂濾床 $S_{wi}=0.127$ (Payatakes et al., 1973^[5,6])。在此可藉由楔型管的邊界形狀，而可描述膠體粒子進入此楔型管中時的流場分佈情形。圖(2-1)表示膠體粒子進入楔型管中的示意圖。

一般而言，流場的描述常使用 Navier-Stokes 方程式求解，但是對於二維或三維 Navier-Stokes 方程式的求解非常困難，因此在本論文中則以流線函數(stream function)來描述楔型管中的流場分佈情形，但是在使用此方法求解的假設前提為流體的密度與黏度是一定值，並且為不可壓縮之牛頓流體，而在 $r_w \leq r \leq -r_w$ 的範圍內，其流線函數 y 可表示為

$$E^4 y = 0 \quad [2.3]$$

將速度分量以軸對稱的二維圓柱座標系表示，則

$$u_r = \frac{1}{r} \frac{\partial y}{\partial z} \quad [2.4]$$

$$u_z = -\frac{1}{r} \frac{\partial y}{\partial r} \quad [2.5]$$

$$E^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad [2.6]$$

由[2.4]至[2.6]式，可以求得零階、一階及二階的拖曳力擾動解為
(Chow & Soda, 1972^[11])

$$\mathbf{y}^* = \frac{\mathbf{y}}{u_m r_m^2} = \mathbf{y}_0^* + R_m \mathbf{y}_1^* + R_m^2 \mathbf{y}_2^* \quad [2.7]$$

$$\mathbf{y}_0^* = 0.5(R^4 - 2R^2) \quad [2.8a]$$

$$\mathbf{y}_1^* = 0.25 N_{Re,m} \frac{dR_w/dZ}{R_w} \left[\frac{1}{9} (R^8 - 6R^6 + 9R^4 - 4R^2) \right] \quad [2.8b]$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_2^* = & -0.5 \left[5 \left(\frac{dR_w}{dZ} \right)^2 - R_w \frac{d^2 R_w}{dZ^2} \right] \frac{(R^2 - 1)^2 R^2}{3} \\ & - 0.125 N_{Re,m} \left(\frac{dR_w/dZ}{R_w} \right)^2 \left[32R^{12} - 305R^{10} + 750R^8 - 713R^6 + 236R^4 \right] / 3600 \end{aligned} \quad [2.8c]$$

其中

$$r_m = \frac{1}{l_f} \int_0^{l_f} r_w dz \quad [2.9a]$$

$$Z = z/l_f \quad [2.9b]$$

$$R_w = r_w/r_m \quad [2.9c]$$

$$R = r/r_w \quad [2.9d]$$

$$R_m = r_m/l_f \quad [2.9e]$$

$$N_{Re,m} = \frac{u_m r_m \mathbf{r}_f}{\mathbf{m}} \quad [2.9f]$$

在[2.4]至[2.9f]式中， u_r 為楔型管內軸向的速度； u_z 為楔型管內徑向的速度； u_m 為楔型管內的平均速度； r 為楔型管內軸向的位置； r_m 為楔型管內的平均半徑； Z 為無因次楔型管內徑向的位置； R_w 為無因次楔型管管壁到軸的距離； R 為無因次楔型管內軸向的位置； R_m 為無因次楔型管內的平均半徑； $N_{Re,m}$ 為平均雷諾數； m 為流體的黏度。

假設流體在收集器表面不產生滑動的情形(no-slip condition)，且在管中央的流速為最大時，則此流場的邊界條件為

$$\text{當 } r = r_w \rightarrow u_r = u_z = 0 \quad [2.10]$$

$$\text{當 } r = 0 \rightarrow u_r = 0, \quad \frac{\partial u_z}{\partial r} = 0 \quad [2.11]$$

利用[2.10]、[2.11]兩式，可以求得軸方向與徑方向的速度分佈(Chiang & Tien, 1985^[25])為

$$u_r = u_m \left(u_{r0}^* + R_m u_{r1}^* + R_m^2 u_{r2}^* \right) \frac{r_m^2}{r_w l_f} \quad [2.12]$$

$$u_{r0}^* = -2 \frac{dR_w/dZ}{R_w} (R^3 - R) \quad [2.13a]$$

$$u_{r1}^* = \frac{0.25}{R} N_{Re,m} \left\{ F \left[\frac{d^2 R_w/dZ^2}{R_w} - \left(\frac{dR_w/dZ}{R_w} \right)^2 \right] + \frac{dF}{dZ} \frac{dR_w/dZ}{R_w} \right\} \quad [2.13b]$$

$$u_{r2}^* = -0.5 \left\{ \left(9 \frac{dR_w}{dZ} \frac{d^2 R_w}{dZ^2} - R_w \frac{d^3 R_w}{dZ^3} \right) \frac{G}{R} + \left[5 \left(\frac{dR_w}{dZ} \right)^2 - R_w \frac{d^2 R_w}{dZ^2} \right] \frac{dG}{RdZ} \right\} \\ - 0.125 N_{Re,m} \left\{ 2 \frac{dR_w/dZ}{R_w} \left[\frac{d^2 R_w/dZ^2}{R_w} - \left(\frac{dR_w/dZ}{R_w} \right)^2 \right] \frac{E}{R} + \left(\frac{dR_w/dZ}{R_w} \right)^2 \frac{dE}{RdZ} \right\} \quad [2.13c]$$

$$u_z = u_m \left(u_{z0}^* + R_m u_{z1}^* + R_m^2 u_{z2}^* \right) \frac{r_m^2}{r_w^2} \quad [2.14]$$

$$u_{z0}^* = 2(1 - R^2) \quad [2.15a]$$

$$u_{z1}^* = -\frac{0.25}{R} N_{Re,m} \frac{dF}{dR} \frac{dR_w/dZ}{R_w} \quad [2.15b]$$

$$u_{z2}^* = 0.5 \left[5 \left(\frac{dR_w}{dZ} \right)^2 - R_w \frac{d^2 R_w}{dZ^2} \right] \frac{dG}{RdR} + 0.125 N_{Re,m} \left(\frac{dR_w/dZ}{R_w} \right)^2 \frac{dE}{RdR} \quad [2.15c]$$

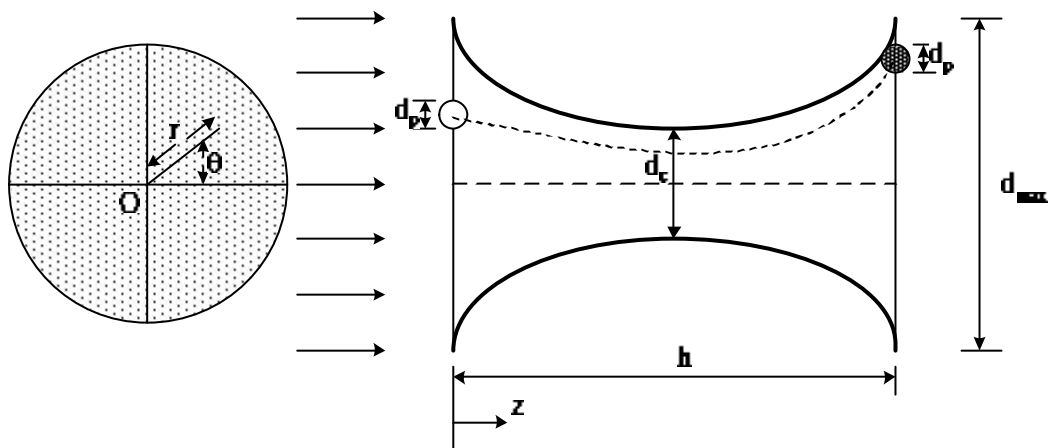
其中

$$F = (R^8 - 6R^6 + 9R^4 - 4R^2) / 9 \quad [2.16a]$$

$$G = (R^2 - 1)R^2 / 3 \quad [2.16b]$$

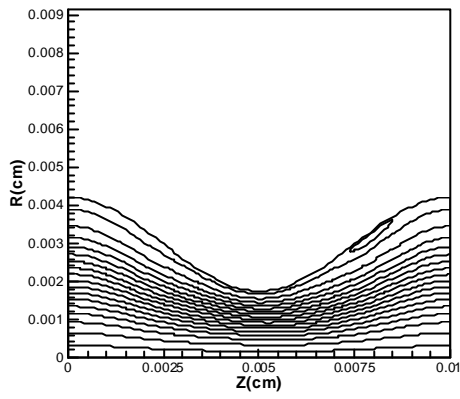
$$E = (32R^{12} + 305R^{10} + 750R^8 - 713R^6 + 236R^4) / 3600 \quad [2.16c]$$

我們可以藉由流場圖來瞭解不同的楔型管模型中的流場差異性，並藉此瞭解膠體粒子在收集器中受到此流場的影響而有不同的吸附與輸送現象。其中圖(2-2-a)、圖(2-2-b)及圖(2-2-c)分別為 SCT、PCT 及 HCT 的流場圖。

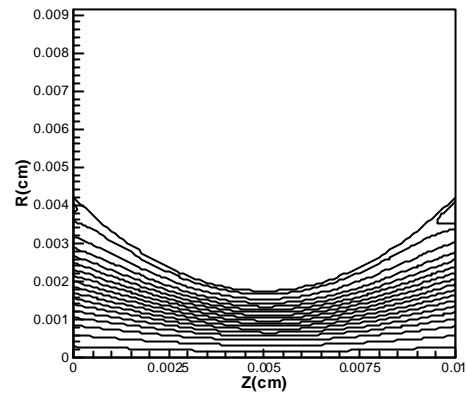


圖(2-1) 膠體粒子進入此楔型管吸附系統的示意圖。

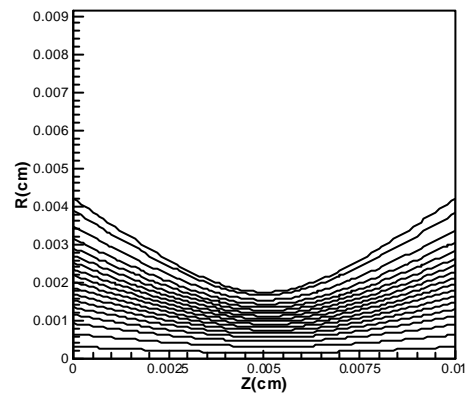
(a)



(b)



(c)



圖(2-2) 楔型管邊界及流場的示意圖($N_{RE}=1.0$) : (a)SCT ; (b)PCT ; (c)HCT。

2-2 布朗運動

膠體粒子的粒徑在 $5\ \mu\text{m}$ 以上時，布朗運動的效應不顯著，但是當膠體粒子的粒徑小於 $5\ \mu\text{m}$ 時，其布朗運動現象則對膠體粒子的吸附行為有相當明顯的影響。

1827 年英國植物學家布朗在顯微鏡下觀察到懸浮在水中的花粉粒子處於不停地無規則的運動之中，後來發現其他微粒(如碳末和礫石粉末等)也有這種現象。處在分散介質中的膠體粒子之所以能不斷地運動，是由於周圍介質分子的熱運動不斷地撞擊這些膠體粒子的表面所引起的。如果膠體粒子相當大，則在某一瞬間液體分子從各方向對此粒子的撞擊可以彼此抵銷掉；但當膠體粒子相當小時，此種的撞擊現象會造成膠體粒子受力的不平均，因而造成膠體粒子會向某一方向運動，而在另一個瞬間，又會從其他的方向得到較多的動量，因此可以觀察到較小的膠體粒子會出現連續而不規則的折線運動現象(zigzag motion)。

由於布朗運動是無規則的，因而就單一膠體粒子而言，它們向各個方向運動的機率均等，但是在膠體濃度較高的區域，由於單位溶液體積內膠體粒子數較周圍多，因此必定會往濃度低的方向進行運動，所表現出因濃度差而產生的擴散現象，可以說是擴散布朗運動的巨觀表現。

若將布朗運動視為一個隨機的過程(又稱為 Gaussian white noise 過程), 並令 $A(t)$ 獨立於膠體粒子速度 $V(t)$ 外, 則

$$\begin{cases} \langle A(t) \rangle = 0 \\ \langle A(t)A(t-t) \rangle = K_1 w(t-t) \end{cases} \quad [2.17]$$

其中 $w(t-t)$ 為脈衝函數(impulse function), 而 t 為一極短暫的時間過程。

2-3 DLVO 理論

此理論是由 Derjaguin 和 Landau^[26]及 Verwey 和 Overbeek^[27]在 1941 年所發表的理論, 故取其字首命名為 DLVO 理論。內容在探討膠體粒子與粒子之間的內部作用力, 其中包含凡得瓦爾吸引力及靜電排斥力, 此理論可對膠體粒子的穩定性做出解釋, 並建立膠體間作用能量與其間隔距離的關係。

2-3-1 凡得瓦爾吸引力

是由 van der Waal 氏提出, 來描述兩個中性化學飽和分子(neutral chemically saturated molecules)間的吸引力, 可以用來解釋非理想氣體(non-ideal gas)間的作用力。

而分子間的作用力可以分為三種形式:

1. 具永久性偶極分子間的相互配向(mutually orientate each other)所導致的分子間吸引力。

2. 偶極分子誘導(induce)其他分子偶極化，而產生的分子間作用力。
3. 非偶極分子間所產生的吸引力。

London曾在1930年提出分子因不規則振動(fluctuations)所造成分子間的萬有吸引力，其力與分子間距離的六次方成反比關係，對分子集團而言，此吸引力具有可加成性。

根據 Ruckenstein & Prieve (1976)^[13]，無因次凡得瓦爾作用的能量 (V_{LO})可表示如下

$$V_{LO} = -N_{LO} \left[\frac{2(H+1)}{H(H+2)} + \ln H - \ln(H+2) \right] \quad [2.18]$$

其中

$$N_{LO} = \frac{A}{6k_B T} \quad [2.19a]$$

$$H = h/r_p \quad [2.19b]$$

$$A = -\mathbf{a}B/4 \quad [2.19c]$$

$$\mathbf{a} = 1 - \mathbf{e} \quad [2.19d]$$

$$B = -4 / (2 \ln \mathbf{a} + 3 - 4\mathbf{a} - \mathbf{a}^2) \quad [2.19e]$$

在[2.18]至[2.19e]式中， N_{LO} 為凡得瓦爾力參數； h 為粒子表面到收集器表面的距離； A 為Hamaker常數； k_B 為波茲曼常數； T 為絕對溫度。

將無因次凡得瓦爾作用能量 (V_{LO}) 對 h 微分可以求得凡得瓦爾作用力 (F_{LO}) 如下

$$F_{LO} = \frac{k_B T dV_{LO}}{dh} = \frac{k_B T dV_{LO}}{r_p dH} = \frac{A}{6r_p} \left[\frac{1}{(H^2 + 2H)^2} \right] \quad [2.20]$$

2-3-2 電荷排斥力

大部分物質接觸到極性介質時，會經由其表面的離子化 (ionization)、離子吸附 (ion adsorption)、離子分解 (ion dissolution) . . . 等反應機制，而產生表面電荷 (surface electric charge)。當兩膠體粒子靠近至某一距離時，兩帶電粒子表面的電子雲會發生重疊現象 (overlap)，而產生一巨大的電荷排斥力，如此會使得此兩膠體粒子無法再繼續靠近。

根據 Ruckenstein & Prieve (1976)^[13]，無因次電荷排斥作用能量 (V_{DL}) 可表示如下

$$V_{DL} = N_{E1} \left\{ N_{E2} \ln \left[\frac{1 + \exp(-X)}{1 - \exp(-X)} \right] + \ln [1 - \exp(-2X)] \right\} \quad [2.21]$$

其中

$$N_{E1} = \frac{nr_p (j_1^2 + j_2^2)}{4k_B T} \quad [2.22a]$$

$$N_{E2} = \frac{2 \left(\frac{j_1}{j_2} \right)}{\left[1 + \left(\frac{j_1}{j_2} \right)^2 \right]} \quad [2.22b]$$

$$X = N_{DL} H \quad [2.22c]$$

$$N_{DL} = k r_p \quad [2.22d]$$

在[2.21]至[2.22d]式中, N_{DL} 為電雙層參數; N_{E1} 為第一電力參數; N_{E2} 為第二電力參數; n 為流體介電常數; j_1 為粒子表面電位; j_2 為收集器表面電位; k 為電雙層厚度的倒數。

將無因次電荷排斥作用能量 (V_{DL}) 對 h 微分可以求得電荷排斥作用力 (F_{DL}) 如下

$$F_{DL} = \frac{k_B T dV_{DL}}{dh} = \frac{k_B T dV_{DL}}{r_p dH} = -\frac{2N_{E1} k_B T}{r_p} \left[N_{DL} \exp(-N_{DL} H) \right] \left[\frac{-N_{E2} + \exp(-N_{DL} H)}{1 - \exp(-2N_{DL} H)} \right] \quad [2.23]$$

2-3-3 電雙層理論

當極性溶液接近表面帶有電荷的膠體粒子時, 會影響此膠體周圍溶液中電荷離子的分佈情形。與膠體粒子表面相反的電荷離子會被吸引至膠體表面附近, 但是具有相同電荷的離子則相反而游離擴散於溶液中, 此種膠體表面電荷的分佈現象稱之為電雙層電荷分佈現象。

電雙層可視為由兩種電荷分佈區域所組成, 包括靠近膠體表面包

含吸附電荷離子之內電荷層及電荷離子藉由電場力及隨機熱運動分佈在溶液中之擴散區(diffuse region)。1910年 Gouy^[28]及 1913年 Chapman^[29]分別利用不同的簡化步驟及近似解法發展出描述電雙層中電荷擴散區電荷分佈的理論，其理論模式依據為：

1. 膠體的表面假定為平面狀且攜帶均勻的電荷。
2. 電雙層擴散區域部分的電荷離子為點電荷(point charge)，且按 Boltzmann 理論分佈。
3. 溶劑分子影響此電雙層中電荷分佈情形的唯一方式為其介電常數(dielectric constant)的大小，此常數在內電荷區和擴散區均相同。
4. 電解質假定為單一對稱的電解質。

2-3-4 DLVO 內部作用能量

可以藉由 DLVO 能量圖來討論此 DLVO 內部作用能量對膠體粒子吸附行為的影響，表(2-1)為本研究中所使用的四套 DLVO 作用力的參數值，而圖(2-3)為其中第一套參數值所計算出來的 DLVO 作用力總能量 V_t 與 H 之關係圖。其中 V_t 為 V_{LO} 與 V_{DL} 的總和(即 $V_t = V_{LO} + V_{DL}$)。類似的圖形也可以在 Rajagopalan & Kim(1981)^[14]的論文中發現。

膠體粒子在 primary maximum 的位置會遇到很大的吸附能障 (energy barrier)，而在 secondary minimum 的位置會有粒子積聚

(accumulation)的現象，所以 primary maximum 的高度與 secondary minimum 的深度將對膠體粒子的吸附行為產生很重要的影響。從圖(2-3)可以發現，曲線 A 具有很大的 primary maximum，並同時具備 secondary minimum，這兩個陡峭的能障斜率變化將非常不利於膠體粒子的吸附。曲線 B 具有很大的 primary maximum，但其 secondary minimum 並不顯著，所以膠體粒子只有在接近 primary maximum 的位置才會遇到吸附阻礙，但其阻礙將不如曲線 A 來的高。曲線 C 則與曲線 B 相反，膠體粒子在 secondary minimum 的位置會有積聚的現象，此時若流體的剪切力過大時，這些積聚的膠體粒子反而會被沖走，而不會吸附於收集器的表面。曲線 D 則無電荷排斥力，只有凡得瓦爾作用力，對於膠體粒子的吸附來說相當有利。

1.

No. of Case	N_{EI}	N_{E2}	N_{DL}	N_{LO}
A	105	1	10.75	7
B	50	1	5.02	7
C	77	1	10	7
D	0	1	-	7

2.

No. of Case	N_{EI}	N_{E2}	N_{DL}	N_{LO}
A	210	1	10.75	7
B	100	1	5.02	7
C	154	1	10	7
D	0	1	-	7

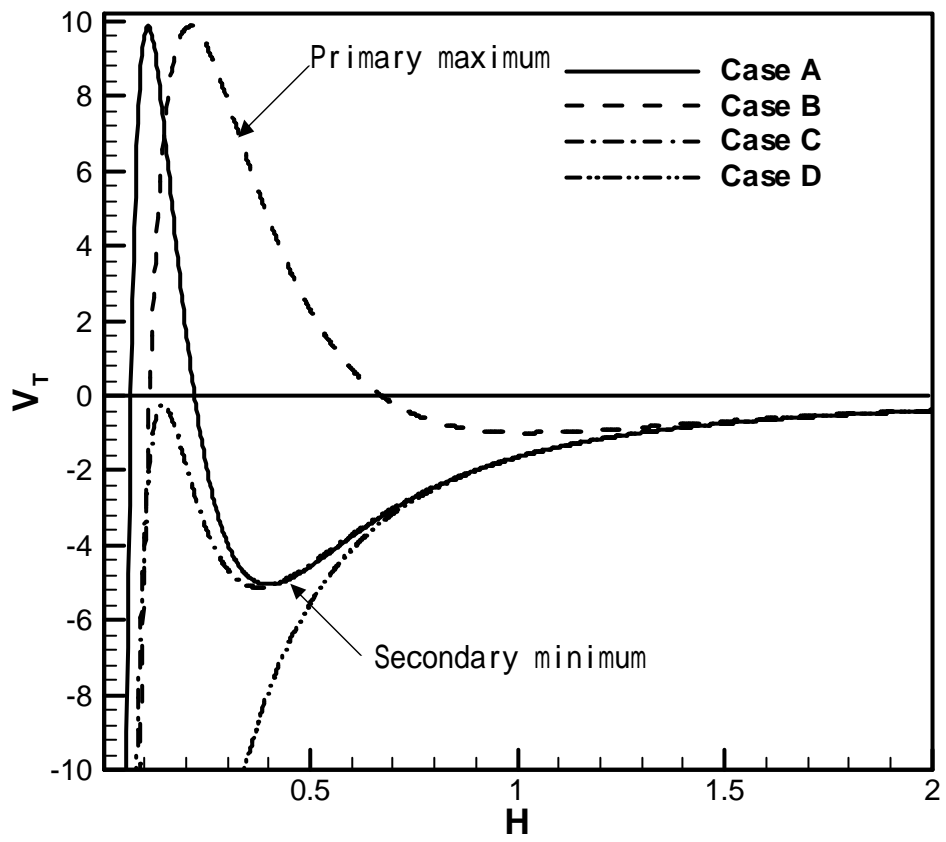
3.

No. of Case	N_{EI}	N_{E2}	N_{DL}	N_{LO}
A	315	1	10.75	7
B	150	1	5.02	7
C	231	1	10	7
D	0	1	-	7

4.

No. of Case	N_{EI}	N_{E2}	N_{DL}	N_{LO}
A	420	1	10.75	7
B	200	1	5.02	7
C	308	1	10	7
D	0	1	-	7

表(2-1) 本研究所使用的四套 DLVO 理論參數值。



圖(2-3) DLVO 作用總能量 V_t 與 H 之關係圖。

2-4 擴散泳

膠體粒子在溶液中受到巨觀溶質分子濃度梯度的影響時，會產生泳動的現象，此現象則稱之為擴散泳現象，而無論溶質分子為電解質或是非電解質時，在實驗上均被證明會引起此種擴散泳現象。

當膠體粒子在一無邊界且存在固定溶質濃度梯度的非電解質溶液中時，其擴散泳速度為(Anderson et al., 1982^[30])

$$V_{diff0} = \frac{k_B T}{m} L^* K \nabla C_\infty \quad [2.24]$$

其中

$$K = \int_0^\infty \left\{ \exp\left[-\Phi(y_n)/k_B T\right] - 1 \right\} dy_n \quad [2.25a]$$

$$L^* = K^{-1} \int_0^\infty y_n \left\{ \exp\left[-\Phi(y_n)/k_B T\right] - 1 \right\} dy_n \quad [2.25b]$$

在[2.24]至[2.25b]式中， L^* 為膠體粒子和溶質分子間交互作用之與作用距離有關的特徵長度； K 為描述溶質分子吸附在膠體粒子表面多寡的 Gibbs 吸附長度； $\Phi(y_n)$ 為單一溶質分子與固液界面間因交互作用所產生之位能函數； y_n (或 y'_n) 為沿界面法線方向 \mathbf{n} 的距離； \mathbf{n} 為界面向外垂直界面方向之單位向量。

由[2.24]式知道，膠體粒子的擴散泳速度與其形狀和大小無關。

然而該式的成立必須基於下列的基本假設：膠體粒子表面的曲率半徑 (radii of curvature) 須遠大於膠體粒子表面和溶質間交互作用層

[particle-solute interaction layer , 或稱為擴散層(diffuse layer)]的厚度，且擴散溶質分子在此交互作用層內由於不均勻的滲透流(osmotic flow)所造成作用層扭曲的極化效應[polarization effect, 或稱為鬆弛效應(relaxation effect) , 如圖(2-4)所示]可以被忽略。

Anderson & Prieve (1991)^[31]曾對於擴散層很厚且具有極化現象的球型膠體粒子之擴散行為進行研究，在非電解質濃度梯度中，在粒子半徑 r_p 的長度範圍(length scale)內的溶質濃度變化量遠小於溶液中的溶質濃度(即 $r_p |\nabla C_\infty| \ll C_0$)時，膠體粒子的擴散泳速度可以下列解析式表示為

$$V_{diff}^{(0)} = \frac{k_B T}{\mathbf{m}} L^* K \left(1 + \frac{\mathbf{d}}{r_p} \right)^{-1} \nabla C_\infty \quad [2.26]$$

其中

$$\mathbf{d} = (1 + \mathbf{n}' Pe) K \quad [2.27a]$$

$$\mathbf{n}' = (L^* K^2)^{-1} \int_0^\infty \left\{ \int_{y_n}^\infty \left[\exp(-\Phi(y'_n)/k_B T) - 1 \right] dy'_n \right\}^2 dy_n \quad [2.27b]$$

$$Pe = \frac{k_B T}{\mathbf{m} D} L^* K C_0 \quad [2.27c]$$

在[2.26]至[2.27c]式中， \mathbf{d} 為鬆弛係數(relaxation coefficient)； \mathbf{n}' 為無因次膠體粒子和溶質間的交互作用長度； Pe 為皮克列數； D 為溶質的擴散係數； C_0 為溶液中溶質濃度。

對強吸附性的溶質(例如界面活性劑)而言，其鬆弛參數 \mathbf{d}/r_p 可以

遠大於 1。當所有的溶質分子為整個固黏在膠體粒子表面上時，則此時吸附層已無擴散的作用，即 $L^* = 0$ ，且膠體粒子將無擴散泳動的現象。對於吸附性質極弱的溶質而言，即在 $d/r_p \rightarrow 0$ 的條件下，此時交互作用層內的擴散溶質無極化效應發生，則 [2.26] 式可以簡化為 [2.24] 式。

由 [2.24] 及 [2.26] 式的比較可以明顯的發現，若擴散作用層內出現極化的現象，則會減緩膠體粒子的擴散泳速度，此現象是因為溶質在交互作用層內傳送時，在沿著膠體粒子的表面會產生一反向的作用力場，因而會抵銷溶質的濃度梯度所造成的移動現象，造成膠體的擴散泳速度會被減慢。

在膠體擴散泳的吸附理論分析上，一般是以膠體粒子的表面作為周圍流體的邊界，所以邊界位置的決定對於膠體粒子運動方式有很大的關連。在膠體粒子表面擴散層無極化的情形下，其周圍的流體由於膠體粒子的拖曳所造成的正規化速度場(normalized velocity field)，與具有極薄電雙層之不導電的帶電膠體粒子在外加電場作用下進行電泳時(electrophoresis)的周圍流場相同(Anderson et al., 1989^[1])；因此，在過去已經被充分研究的電泳邊界效應(Morrison et al., 1970^[32]； Keh et al., 1985^[33], 1996^[34])，亦可以用來解釋擴散泳的邊界效應。在這些研究中，發現到擴散泳和電泳的邊界效應較沈降泳運動的邊界效應為

弱，主要的原因是因為膠體粒子的泳動所造成周圍流體速度場的擾動較因沈降泳所造成的擾動衰減為快。

球型膠體粒子在一非電解質溶液濃度梯度中的擴散泳速度及在電解質溶液中的電泳速度，皆會隨著膠體粒子中心與收集器之間的距離減少而呈現單調遞減。對擴散泳現象而言，收集器對膠體粒子運動之阻礙效應隨鬆弛參數 d/r_p 之增加而呈單調遞減；對電泳現象而言，此邊界效應為膠體粒子及外圍電解質的性質之函數。

當膠體粒子的粒徑與電雙層厚度的倒數相乘積遠大於 1 的時候 ($kr_p \gg 1$)，可以忽略擴散電雙層的現象，即為 $r_p \gg k^{-1}$ ， k 值可以表示為

$$k = \left[\frac{8pe^2}{nk_B T} \left(\frac{N_A C_0}{10^3} \right) \right]^{1/2} \quad [2.28]$$

在[2.28]式中， e 為電子的電荷數，其值為 1.6×10^{-19} coulombs； n 為流體介電常數，其值為 89×10^{-12} coulombs $V^{-1} cm^{-1}$ ； T 為絕對溫度，其值為 $298.15K$ ； N_A 為 Avogadro's 常數，其值為 $6.03 \times 10^{23} mole^{-1}$ 。

經由計算的結果， k 值可以表示為

$$k^{-1} \approx \frac{3.07 \times 10^{-8}}{\sqrt{C_0}} \quad [2.29]$$

在模擬的過程中，假設膠體粒子的粒徑 r_p 為 $1\mu m$ 和溶液中電解質濃度 C_0 為 $10^{-4} M$ 時，可以得到 $k^{-1} = 3.07 \times 10^{-2} \mu m$ ，與膠體粒子的粒徑 r_p 相

比較，可以發現 $r_p \ll \lambda^{-1}$ ，此時鬆弛效應可以忽略。

2-4-1 球型膠體粒子垂直於收集器表面之擴散泳運動

本節係考慮一半徑為 r_p 之球型膠體粒子，在垂直其中心點與楔型管距離為 d 的擴散泳運動。若在距離膠體粒子極遠處之溶質濃度梯度 ∇C_∞ 為一常數值 $E_\infty e_x$ ，其中 e_x 為直角座標系統 (x,y,z) 之一單位向量。假設膠體粒子表面擴散作用層的厚度遠較粒子半徑和粒子表面與收集器的間隙為薄，即 $L/a^* \ll 1$ ，其中 L 為溶質分子與膠體粒子表面之交互作用層的厚度，而 a^* 為 a 與 $d-a$ 兩者中較小者，而溶質分子與膠體粒子表面間之交互作用能可以位能函數 $\Phi(y_n)$ 來描述。當 $y_n/L \ll 1$ 時，此位能函數將趨近於零，則根據 Keh & Hsu (2000)^[35]提出在無極化現象時，球型膠體粒子垂直於收集器之擴散泳運動可表示為

$$V_{diff,r} = \left(\frac{k_B T}{\mathbf{m}} L^* K \nabla C_\infty \right) F_1(I) \quad [2.28]$$

其中

$$I = r_p/d \quad [2.29a]$$

$$F_1(I) = 15.095I^6 - 39.083I^5 + 38.002I^4 - 17.093I^3 + 2.3135I^2 - 0.2374I + 1.0006 \quad [2.29b]$$

在[2.28]至[2.29b]式中， I 為膠體粒子半徑 r_p 與圓球中心至收集器之距離 d 之比值。圖(4-5)引用 Keh & Hsu^[35]於 2000 年發表有關不同電

荷鬆弛效應的情形下,垂直於收集器表面的擴散泳速度項 $V_{diff,r}$ 與膠體粒子和收集器間的無因次距離項 d 的關係式 $F_1(I)$ 。

2-4-2 球型膠體粒子平行於收集器表面之擴散泳運動

本節係考慮一半徑為 r_p 的球型膠體粒子,在垂直其中心軸且平行於收集器表面方向的擴散泳運動。若外加趨動力場為一固定溶質濃度梯度,以 $E_\infty e_y$ 表示。若前一節提及關於界面擴散層的假設條件 $L/a^* \ll 1$,在此仍然可以沿用,即球型膠體粒子的表面擴散作用層不具有極化效應,則膠體粒子具擴散滲透流現象時,平行於收集器之擴散泳運動可根據 Keh & Hsu (2000)^[35]提出的方程式描述之

$$V_{diff,z} = \left(\frac{k_B T}{m} L^* K \nabla C_\infty \right) (1 - q) F_2(I) \quad [2.30]$$

其中

$$q = \frac{L_w^* K_w}{L^* K} = \frac{-U_\infty}{V_{diff,0}} \quad [2.31a]$$

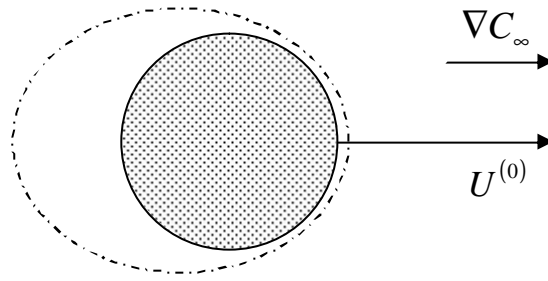
$$F_2(I) = 1 - \frac{1}{16} I^3 + \frac{1}{8} I^5 - \frac{25}{256} I^6 \quad [2.31b]$$

在[2.30]至[2.31b]式中, L_w^* 為收集器表面上膠體粒子和溶質分子間交互作用之作用距離有關的特徵長度; K_w 為描述收集器表面上溶質分子吸附在膠體粒子表面多寡的 Gibbs 吸附長度; U_∞ 為距離膠體粒子無窮遠處之流體速度,即為擴散滲透流流速。

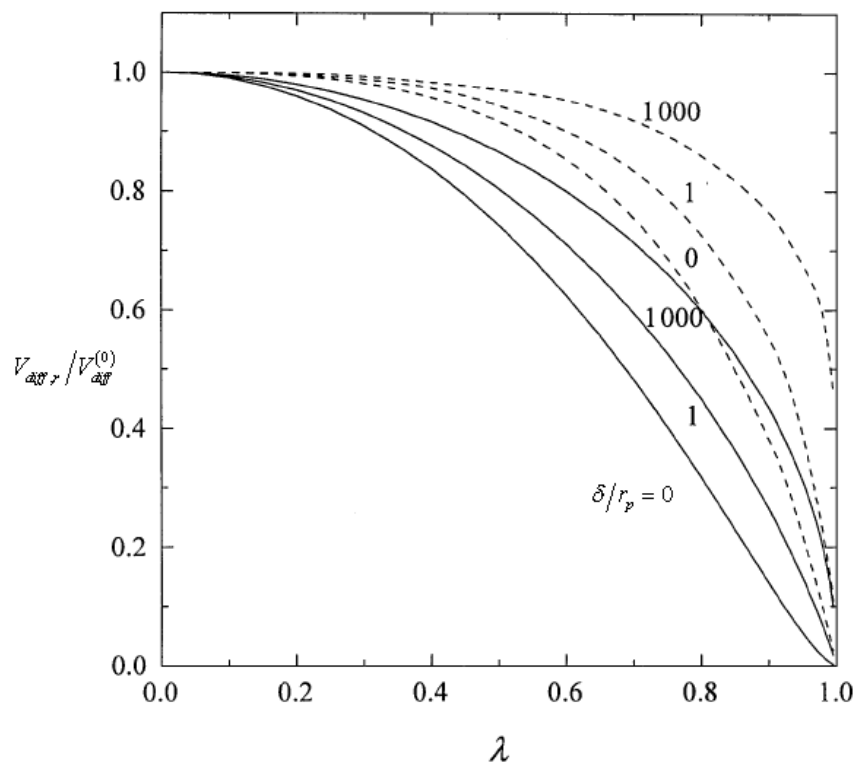
為了簡化本論文模擬的條件，假設溶質分子在接近收集器表面時，不具擴散滲透流現象且無極化現象時，[2.30]式可以簡化為

$$V_{diff,z}^* = \left(\frac{k_B T}{\mathbf{m}} L^* K \nabla C_\infty \right) F_2(\mathbf{l}) \quad [2.32]$$

由[2.32]式可以發現，其表示方法和垂直於收集器所得到的擴散泳運動速度相似。



圖(2-4) 表面擴散層(虛線以內之薄層)發生極化現象之膠體粒子進行擴散泳時的示意圖。



圖(2-5) 表示徑方向的擴散泳速度項與膠體粒子和收集器之間之無因次距離項的關係，圖中實線部分表示圓柱型的膠體粒子，虛線表示球型的膠體粒子。

2-5 減速效應

根據 Spielman & Fitzpatrick (1973)^[10]的定義，在水溶膠中，當膠體粒子靠近一收集器表面時會產生一個減速的效應，稱之為 retardation effect，包含三個減速因子 (retardation factor)： $F_1(H)$ 、 $F_2(H)$ 、 $F_3(H)$ 。其中 H 的定義與[2.19b]式相同。而 $F_1(H)$ 、 $F_2(H)$ 、 $F_3(H)$ 分別為正向、拖曳力及切線方向的減速因子。

第三章 模擬方法

本研究的目的是在考慮具有布朗運動及擴散泳行為之膠體粒子在楔型管中的輸送與吸附行為，在此假設流體流經楔型管之平均流速相等且為一定值，再利用軌跡分析理論來探討膠體粒子受到不同之 DLVO 作用力能量的影響，造成膠體粒子在收集器中吸附效率的變化情形。

雖然膠體粒子在進入收集器的起始位置對於其吸附與否有相當重要的關連性，但是仍需要考量當膠體粒子相當接近於收集器表面時，其在流體之中所受到的各種作用力項與速度項的影響。

3-1 模擬流程

在本研究中所使用的基本概念與方法，將其繪製成流程圖，如圖 (3-1) 所示。

3-2 Langevin 方程式

在分析膠體粒子的吸附現象時，常使用作用於粒子上的力平衡關係來建立膠體的吸附軌跡方程式，在此使用 Langevin 方程式 (Ramarao et al., 1994^[16]; Chang & Whang, 1997^[17], 1998^[18]) 來表示。Langevin 方程式表示如下：

$$m_p \frac{dV}{dt} = F_d + F_e + F_r \quad [3.1]$$

其中

$$m_p = \frac{4}{3} \rho r_p^3 \quad [3.2a]$$

$$F_d = m_p \mathbf{b} (U - V) \quad [3.2b]$$

$$F_r = m_p A(t) \quad [3.2c]$$

$$F_e = F_{LO} + F_{DL} \quad [3.2d]$$

$$\mathbf{b} = \frac{6\rho r_p m}{C_s m_p} \quad [3.2e]$$

在[3.1]至[3.2e]式中， m_p 為膠體粒子的質量； V 為膠體粒子的速度； t 為時間； F_d 為流體拖曳力； F_e 為外力； F_r 為隨機碰撞力； \mathbf{b} 為摩擦係數； $A(t)$ 為隨機布朗加速度； m 為流體黏度； C_s 為 Cunningham 修正因子。

一般討論的外力包含了重力、浮力、粒子與收集器之間的內部作用力，但是在這裡討論的粒子非常的小，而且與流體的密度又十分相近，所以在此忽略重力與浮力，只考慮當膠體粒子與收集器相當接近時，其內部作用力的影響為何。而在內部作用力的影響方面，在此採用 DLVO 理論進行描述，其內容已經在第二章中有詳細的介紹。

3-3 軌跡分析

為了要求得收集器之收集效率，需要知道膠體粒子的吸附運動軌

跡為何。將[3.2b]式、[3.2c]式與[3.2d]式代入[3.1]式可得

$$\frac{dV}{dt} = \mathbf{b}(U - V) + \frac{F_{LO} + F_{DL}}{m_p} + A(t) \quad [3.3]$$

在此假設流體的流速為一定值，所以[3.3]式可以改寫為

$$\frac{dV}{dt} + \mathbf{b}V = \mathbf{b}U + \frac{F_{LO} + F_{DL}}{m_p} + A(t) \quad [3.4]$$

若定義布朗運動速度為

$$R_V(t) = \int_0^t \exp[\mathbf{b}(z - t)] A(z) dz \quad [3.5]$$

初始定義條件如下

$$\text{當 } t = 0 \text{ 時 } \begin{cases} V = V_0 \\ R_V(t) = 0 \end{cases} \quad [3.6]$$

利用[3.6]式將[3.4]式積分求得膠體粒子的速度向量為

$$V = V_0 \exp(-\mathbf{b}t) + U[1 - \exp(-\mathbf{b}t)] + R_V(t) + \frac{1}{\mathbf{b}} \left(\frac{F_{LO} + F_{DL}}{m_p} \right) [1 - \exp(-\mathbf{b}t)] \quad [3.7]$$

又因為

$$V = \frac{dS}{dt} \quad [3.8]$$

且定義布朗運動位移為

$$R_r(t) = \int_0^t \left[\int_0^t \exp(\mathbf{b}z) A(z) dz \right] \exp(-\mathbf{b}n) dn \quad [3.9]$$

加上初始條件

$$\text{當 } t=0 \text{ 時 } \begin{cases} S = S_0 \\ R_r(t) = 0 \end{cases} \quad [3.10]$$

可以積分求得膠體的位移向量為

$$\begin{aligned} S = S_0 + \frac{V_0}{b} [1 - \exp(-bt)] + U \left\{ t - \frac{1}{b} [1 - \exp(-bt)] \right\} + R_r(t) \\ + \left(\frac{F_{LO} + F_{DL}}{b m_p} \right) \left[t + \frac{\exp(-bt)}{b} - \frac{1}{b} \right] \end{aligned} \quad [3.11]$$

$R_v(t)$ 及 $R_r(t)$ 同時也是雙變數 Gaussian 分佈的隨機變量, 常用以下方法計算

$$\begin{bmatrix} R_{v_i} \\ R_{r_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{v_i} & 0 \\ \mathbf{s}_{v_i}/\mathbf{s}_{v_i} & (\mathbf{s}_{r_i}^2 - \mathbf{s}_{v_i}^2/\mathbf{s}_{v_i}^2)^{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_i \\ m_i \end{bmatrix} \quad [3.12]$$

其中 n_i 與 m_i 為常態分佈數(normal distributed number), 若我們取 N_i 與 M_i 為 $[0,1]$ 的隨機數, 則 n_i 與 m_i 可以表示如下

$$A_i = \frac{1}{\sqrt{2p}} \int_{-\infty}^{a_i} \exp(-z^2/2) dz \quad [3.13]$$

其中 $A_i = N_i$ 或 M_i 而 $a_i = n_i$ 或 m_i , 而其他的變數則定義為

$$\mathbf{s}_{v_i}^2 = \frac{\bar{q}}{b} [1 - \exp(-2b\Delta t)] \quad [3.14a]$$

$$\mathbf{s}_{r_i}^2 = \frac{\bar{q}}{b^3} [2b\Delta t - 3 + 4\exp(-b\Delta t) - \exp(-2b\Delta t)] \quad [3.14b]$$

$$\mathbf{s}_{v_{ri}}^2 = \frac{\bar{q}}{b^2} [1 - \exp(-b\Delta t)]^2 \quad [3.14c]$$

$$\bar{q} = \frac{\mathbf{b}k_B T}{m_p} \quad [3.14d]$$

在我們計算布朗粒子的初始速度時，假設膠體粒子本身初始在流體的熱力學平衡下，膠體粒子的速度與流體相同，並且包含有布朗運動的情形，因此可以運用 Maxwellian 分佈來描述(Chandrasekhar, 1943)

$$V_0 = U_0 + V_0' \quad [3.15]$$

其中

U_0 為 $S = S_0$ 時的流體速度

V_0' 為 Gaussian 隨機變數可以表示如下

$$\langle V_0' \rangle = 0 \quad [3.16a]$$

$$\langle V_0' V_0' \rangle = \frac{3\mathbf{b}k_B T}{m_p} \quad [3.16b]$$

3-3-1 球型膠體粒子垂直於收集器之軌跡分析

另外當考慮到前一章所提及的擴散泳現象與減速效應時，可以將

[3.7] 式及 [3.11] 式分別改寫為

$$\begin{aligned} V_{\perp} = & \left\{ V_0 \exp(-\mathbf{b}t) + U [1 - \exp(-\mathbf{b}t)] \right\} F_1(H) F_2(H) F_3(H) \\ & + \left\{ R_V(t) + \frac{1}{\mathbf{b}} \left(\frac{F_{LO} + F_{DL}}{m_p} \right) [1 - \exp(-\mathbf{b}t)] \right\} F_1(H) F_3(H) + \left(\frac{k_B T}{\mathbf{h}} L^* K \nabla C_{\infty} \right) F_1(\mathbf{1}) \end{aligned} \quad [3.17]$$

$$\begin{aligned}
S_{\perp} = S_0 + & \left\{ \frac{V_0}{b} [1 - \exp(-bt)] + U \left[t - \frac{1}{b} (1 - \exp(-bt)) \right] \right\} F_1(H) F_2(H) F_3(H) \\
& + \left\{ R_r(t) + \left(\frac{F_{LO} + F_{DL}}{bm_p} \right) \left[t + \frac{\exp(-bt)}{b} - \frac{1}{b} \right] \right\} F_1(H) F_3(H) + \left(\frac{k_B T}{m} L^* K \nabla C_{\infty} \right) F_1(\mathbf{I}) t
\end{aligned}
\tag{3.18}$$

3-3-2 球型膠體粒子平行於收集器之軌跡分析

可以得到和前一節所提及之垂直於收集器時，相似的速度與軌跡分佈情形為

$$\begin{aligned}
V_{\square} = & \left\{ V_0 \exp(-bt) + U [1 - \exp(-bt)] \right\} F_1(H) F_2(H) F_3(H) \\
& + \left\{ R_v(t) + \frac{1}{b} \left(\frac{F_{LO} + F_{DL}}{m_p} \right) [1 - \exp(-bt)] \right\} F_1(H) F_3(H) + \left(\frac{k_B T}{m} L^* K \nabla C_{\infty} \right) F_2(\mathbf{I})
\end{aligned}
\tag{3.19}$$

$$\begin{aligned}
S_{\square} = S_0 + & \left\{ \frac{V_0}{b} [1 - \exp(-bt)] + U \left[t - \frac{1}{b} (1 - \exp(-bt)) \right] \right\} F_1(H) F_2(H) F_3(H) \\
& + \left\{ R_r(t) + \left(\frac{F_{LO} + F_{DL}}{bm_p} \right) \left[t + \frac{\exp(-bt)}{b} - \frac{1}{b} \right] \right\} F_1(H) F_3(H) + \left(\frac{k_B T}{m} L^* K \nabla C_{\infty} \right) F_2(\mathbf{I}) t
\end{aligned}
\tag{3.20}$$

3-4 吸附判定與吸附效率的計算

進行膠體粒子的吸附軌跡分析時，判定膠體粒子是否會吸附於收集器表面的方法，對於收集結果的好壞有相當程度的影響。本研究將吸附的判定定為：當膠體粒子觸碰到楔型管管壁的一瞬間，若膠體粒子的中心與管壁的垂直距離等於或是小於一個膠體粒子的半徑時，即

判定為吸附；當膠體粒子的位置超過有效管長時，即判定脫離收集器表面而不會被吸附。

在此吸附效率定義為

$$h_s = \frac{Y_0}{r_f} P_p \quad [3.21]$$

其中

$$P_p = \frac{I_{dep}}{N_{gen}} \quad [3.22]$$

在[3.21]式與[3.22]式中， Y_0 為膠體粒子進入楔型管前控制窗的大小； r_f 為收集器的半徑； I_{dep} 為楔型管中吸附的膠體粒子顆數； N_{gen} 為進入楔型管中總體的膠體粒子個數。

3-5 收集器表面的微觀現象

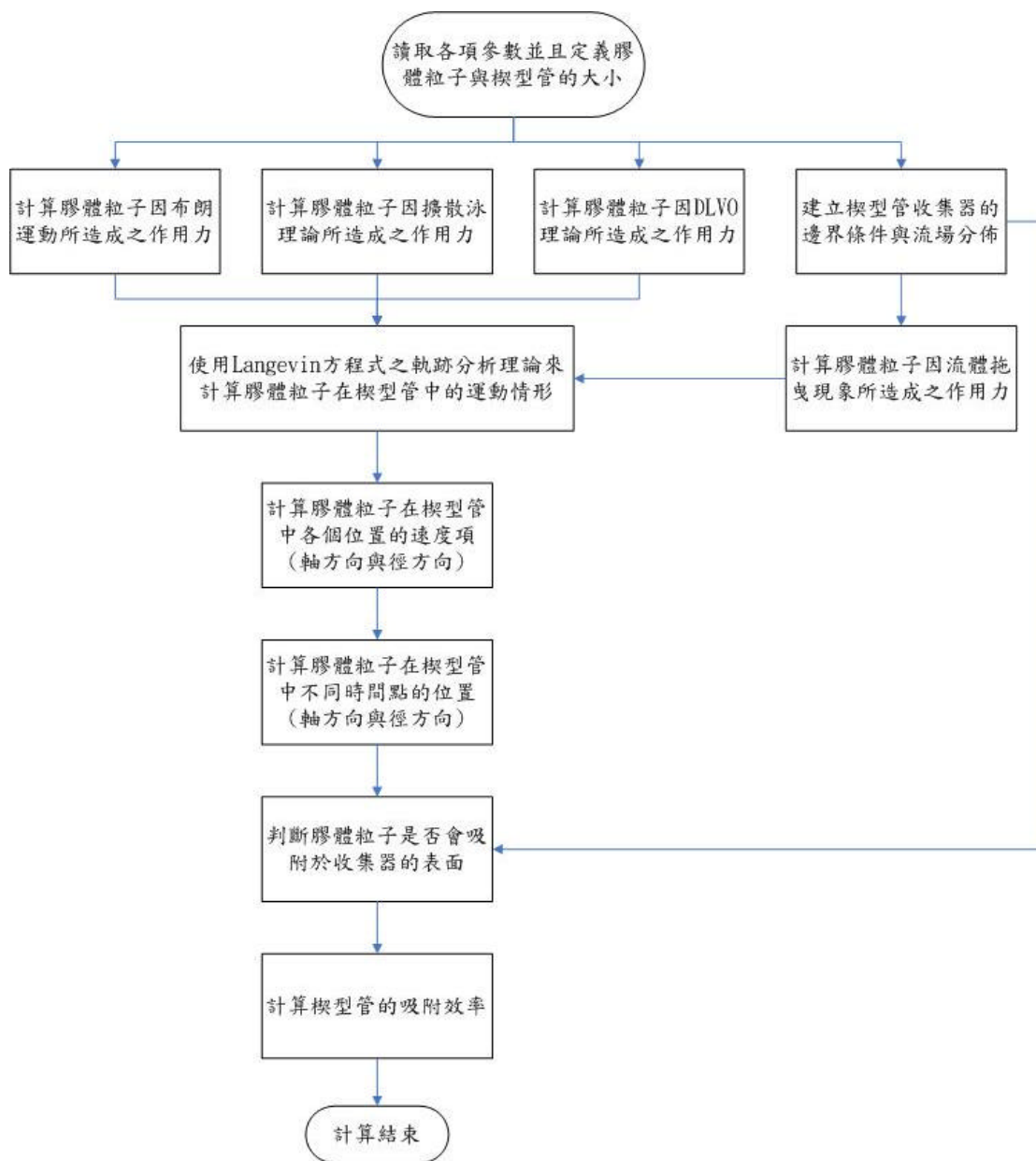
膠體粒子在楔型管中的軌跡吸附情形，與各式作用於膠體粒子表面的作用力大小有關，在此使用基本牛頓運動定律表示各項作用力的大小

$$F = m_p \frac{dV}{dt} \quad [3.23]$$

當兩者之間的距離越來越接近以及流場速度改變的情形下，其中造成各項作用力的變化對於膠體粒子是否會進行吸附有很大的影響。

在本論文中討論到四種不同 DLVO 能障的參數值，因此作用力在

不同能障大小的情形下,受到距離與流速變化條件的影響也需要一併加以考慮。



圖(3-1) 模擬方法流程圖。

第四章 結果與討論

研究在四種不同的 DLVO 理論能障以及膠體粒子具有布朗運動與擴散泳現象時，於楔型管收集器中吸附現象的探討。在固定膠體粒子的粒徑與收集器的管徑條件下，判斷其吸附效率受到不同機制所造成的影響以及考慮膠體粒子在接近收集器表面時所受到的作用力和能障大小的影響，並利用電腦模擬的結果與實驗值進行比較，驗證此模擬理論的可靠性。

4-1 四種 DLVO 理論能障的影響探討

探討在不同 DLVO 理論的能障下，膠體粒子接近楔型管時所受到的作用力對其吸附效率的影響，其中關於四種 DLVO 理論能障的基本物理意義已經於(2-3)節中提過，表(2-1)為描述 DLVO 理論能障的參數值，而表(4-1)則是本模擬過程中所需要用到的其他參數值。

本模擬主要使用的過濾床為玻璃床，其孔隙度與收集器的粒徑分別為 0.39 與 100 μm ，收集器為 SCT(或為 PCT 和 HCT)幾何形狀形的楔型管，膠體粒子的粒徑為 1 μm 並假設其密度與流體相同，故可忽略因重力所引起的吸附效應，膠體粒子的濃度為 1000 ppm ，流體的黏度為 1 cp ，而平均流速為 2.0 cm/sec ，因此平均雷諾數為 $N_{Re,m} = 2.0$ 。

parameters	value
∇C_{∞}	$1 \times 10^{-3} \text{ mol/cm}^4$
C_{in}	1000 ppm
d_f	100 mm
d_p	1 mm
k_B	$1.38 \times 10^{-16} \text{ erg/K}$
K	1×10^{-5}
L^*	1×10^{-7}
S_{wi}	0.111
T	293 K
u_m	2.0 cm/sec
e	0.39
m	1 cp
r_f	1 g/cm^3
r_p	1 g/cm^3

表(4-1) 模擬參數表

4-1-1 DLVO 作用總能量 V_t 與 H 之關係

圖(4-1)為討論 DLVO 理論能障在不同表面電位的影響下，各曲線能障值與距離之間的關係。

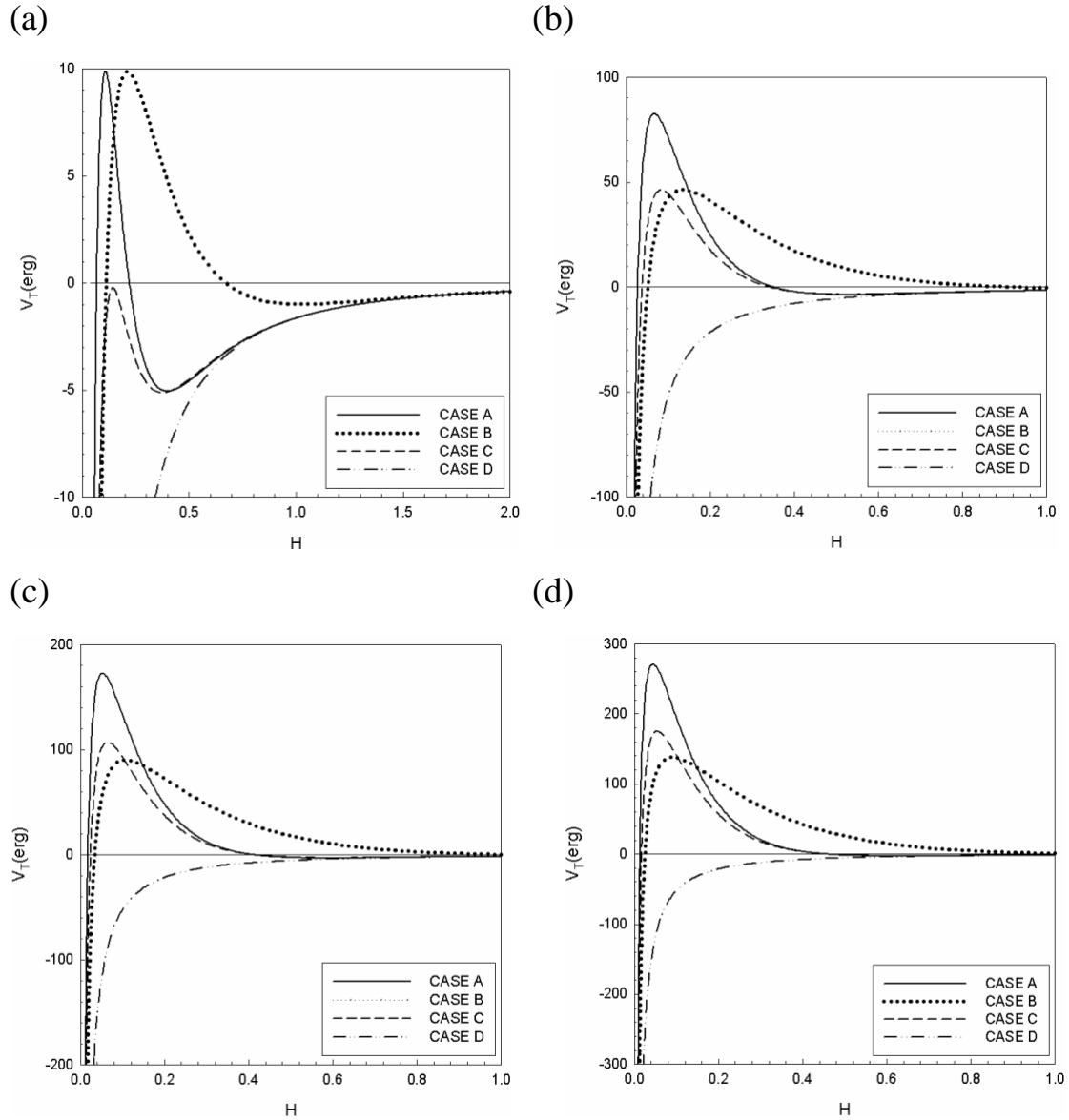
當 DLVO 理論能障為曲線 A 時，此曲線同時具備有 primary maximum 及 secondary minimum 的能障，這兩個陡峭能障的斜率(即作用力)將非常不利於膠體粒子的吸附，當表面電位增加時(由圖 a 至圖 d)，膠體粒子與楔型管表面的 DLVO 理論能障也會隨之增加，而造成較大的電荷排斥效應，因而降低膠體粒子於收集器表面上的收集效率。與其他的曲線相較，曲線 A 的能障皆比其他三種曲線來的陡峭，因此是最不利於膠體粒子的吸附。

曲線 B 的能障具有較大的 primary maximum，但是 secondary minimum 則較不顯著，所以當膠體粒子接近收集器的表面時，在靠近 primary maximum 的位置才會遇到阻礙，但是此阻礙仍較曲線 A 來的小，當表面電位增加時(由圖 a 至圖 d)，primary maximum 的能障會隨之上升，而 secondary minimum 的能障相較之下則變化較不明顯。

曲線 C 的能障則與 B 相反，膠體粒子在 secondary minimum 的位置會出現積聚的現象，若此時流體的剪切力過大，積聚的膠體粒子易被流體所帶走而不利於吸附，當表面電位增加時(由圖 a 至圖 d)，

primary maximum 的能障會隨之上升，而 secondary minimum 的能障相較之下則變化較不明顯。

曲線 D 不具有電荷排斥力，僅有凡得瓦爾吸引力，因此對於膠體粒子的吸附相當有利，當表面電位增加時(由圖 a 至圖 d)，因為此時不具有電荷排斥力的特性，所以對於曲線形狀的改變沒有影響。



圖(4-1) DLVO 作用總能量 V_T 與 H 之關係圖，其中 $N_{E2} = 1.0$ 和 $N_{LO} = 7.0$ 。
 (a) CASE A: $N_{E1} = 105.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$; CASE B: $N_{E1} = 50.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$; CASE C: $N_{E1} = 77.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$; CASE D: $N_{E1} = 0.0$ 、 $N_{DL} = 0.0$; (b) CASE A: $N_{E1} = 210.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$; CASE B: $N_{E1} = 100.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$; CASE C: $N_{E1} = 154.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$; CASE D: $N_{E1} = 0.0$ 、 $N_{DL} = 0.0$; (c) CASE A: $N_{E1} = 315.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$; CASE B: $N_{E1} = 150.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$; CASE C: $N_{E1} = 231.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$; CASE D: $N_{E1} = 0.0$ 、 $N_{DL} = 0.0$; (d) CASE A: $N_{E1} = 420.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$; CASE B: $N_{E1} = 200.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$; CASE C: $N_{E1} = 308.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$; CASE D: $N_{E1} = 0.0$ 、 $N_{DL} = 0.0$ 。

4-1-2 DLVO 作用力 F 與 H 之關係

圖(4-2)為討論 DLVO 理論能障在不同表面電位的影響下，各曲線作用力大小與距離之間的關係，圖形中正值的作用力表示膠體粒子與收集器之間為相互排斥，而負值的作用力表示膠體粒子與收集器之間為相互吸引。

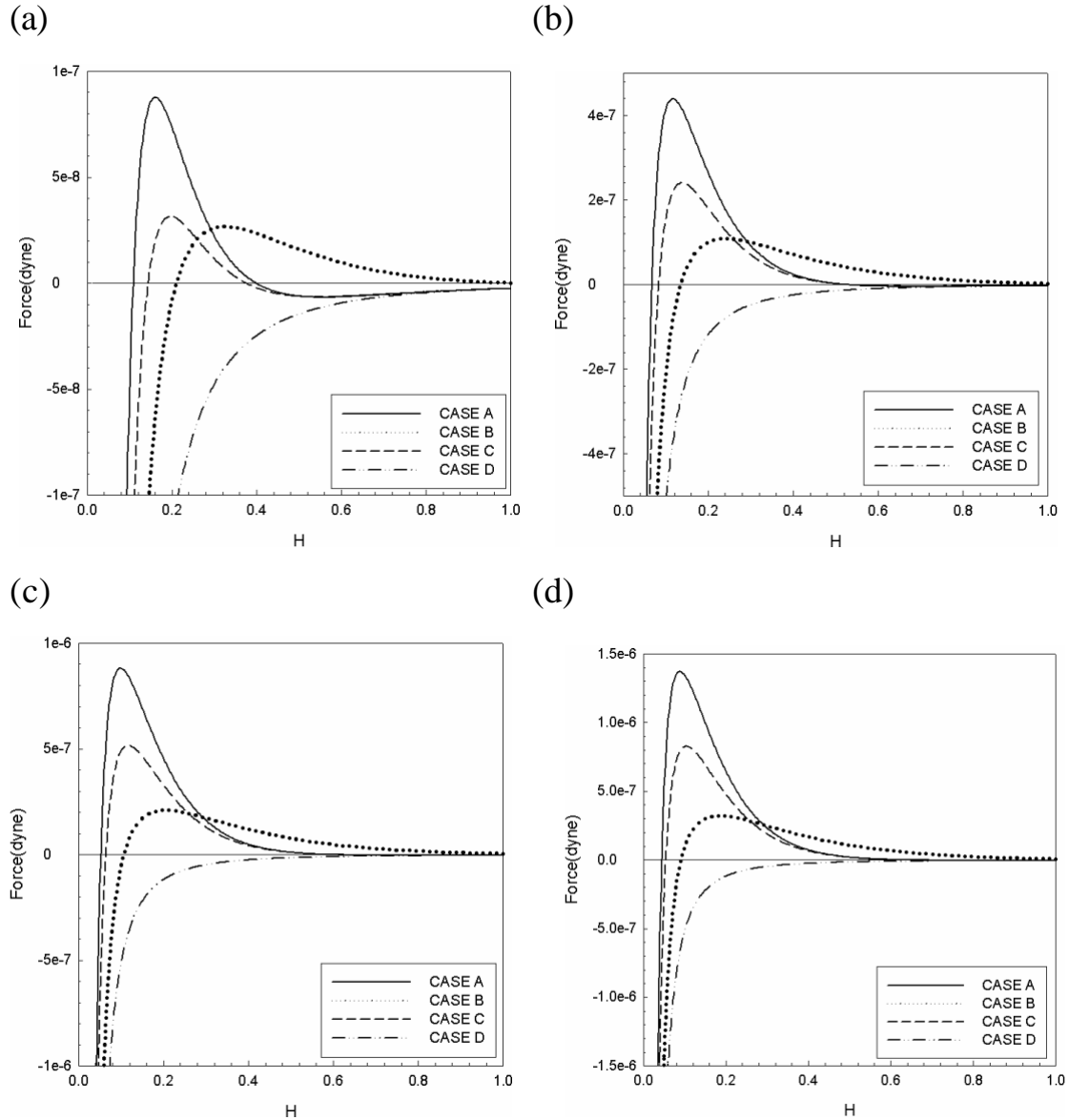
當為曲線 A 時，此曲線同時具備有 primary maximum 及 secondary minimum 的作用力能障，因此其較為陡峭的曲線形狀將會造成不利於膠體粒子的吸附。當表面電位增加時(由圖 a 至圖 d)，膠體粒子與收集器之間的 DLVO 作用力增加，造成較大的吸附排斥效應，因而降低膠體粒子在收集器表面的吸附效率。與其他的曲線相較，曲線 A 皆比其他三種曲線來的陡峭，因此曲線 A 具有最大的排斥作用力。

曲線 B 具有較大的 primary maximum，但是 secondary minimum 則較不顯著，但是此能障阻礙仍較曲線 A 小，較為平緩的斜率將會造成作用於膠體粒子與收集器之間的排斥力較小。當表面電位增加時(由圖 a 至圖 d)，曲線 B 的能障會隨之上升時，斜率會由平緩轉為陡峭，因此排斥作用力的效應將會隨之變大。

曲線 C 和曲線 B 相反，具有 secondary minimum 的能障，因此也不利於膠體粒子的吸附。當表面電位增加時(由圖 a 至圖 d)，primary

maximum 的能障上升的趨勢和曲線 A 相似，所以膠體粒子與收集器之間的排斥作用力亦會隨之變大。

曲線 D 不具有電荷排斥力，僅有凡得瓦爾吸引力，因此對於膠體粒子的吸附相當有利。當表面電位增加時(由圖 a 至圖 d)，因為此曲線不具有電荷排斥力的特性，所以對於表面電位的改變沒有影響，因此是最有利於膠體粒子吸附的作用力曲線。



圖(4-2) DLVO 作用力 F 與 H 之關係圖, 其中 $N_{E2} = 1.0$ 和 $N_{LO} = 7.0$ 。(a) CASE A : $N_{E1} = 105.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$; CASE B : $N_{E1} = 50.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$; CASE C : $N_{E1} = 77.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$; CASE D : $N_{E1} = 0.0$ 、 $N_{DL} = 0.0$; (b) CASE A : $N_{E1} = 210.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$; CASE B : $N_{E1} = 100.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$; CASE C : $N_{E1} = 154.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$; CASE D : $N_{E1} = 0.0$ 、 $N_{DL} = 0.0$; (c) CASE A : $N_{E1} = 315.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$; CASE B : $N_{E1} = 150.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$; CASE C : $N_{E1} = 231.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$; CASE D : $N_{E1} = 0.0$ 、 $N_{DL} = 0.0$; (d) CASE A : $N_{E1} = 420.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$; CASE B : $N_{E1} = 200.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$; CASE C : $N_{E1} = 308.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$; CASE D : $N_{E1} = 0.0$ 、 $N_{DL} = 0.0$ 。

4-2 DLVO 理論能障與擴散泳現象對不同幾何形狀之收集器

吸附效率的影響

膠體粒子在收集器中的吸附與輸送現象，在受到許多的作用力影響之下，呈現不同的吸附行為。本節考慮具有布朗運動現象的膠體粒子，在受到 DLVO 理論能障、擴散泳現象和流體流速改變的影響下，在不同形狀的楔型管中(SCT、PCT 和 HCT)，判斷其吸附效率的變化情形。在此討論表面電位由低至高變化時，也就是說膠體粒子與收集器之間的 DLVO 理論能障由低到高遞增的影響。

4-2-1 不具有擴散泳現象的膠體粒子的吸附效率

在此針對具有布朗運動但不具有擴散泳現象的膠體粒子，在不同幾何形狀的楔型管中的吸附效率。

圖(4-3-a)中，當楔型管為 SCT 的幾何形狀時，可以發現四種不同 DLVO 理論能障中，當 $N_{Re} \leq 0.7$ 時，吸附效率大小的順序為曲線 D > 曲線 C > 曲線 B > 曲線 A；當 $N_{Re} > 0.7$ 時，吸附效率大小的順序為曲線 D > 曲線 B > 曲線 C > 曲線 A。因為曲線 D 不具有 primary maximum 和 secondary minimum 的能障，所以有利於膠體粒子的吸附，因此可以發現到此曲線 D 的吸附效率會比其他三種能障高。在 $N_{Re} = 0.5$ 時，曲線 D 可以獲得最高的吸附效率。當 $N_{Re} \leq 0.5$ 時，膠體

粒子的吸附機制受到布朗運動效應的影響較為明顯，所以在流速增加時(即雷諾數增加)，膠體粒子所受到的慣性力也會因而增加，膠體並會維持起初進入楔型管時的行進方向，而有利於膠體粒子吸附於收集器的前端區域；當 $N_{Re} > 0.5$ 時，布朗運動效應變的較弱，隨著流速的增加，膠體粒子容易被流體導入楔型管的深處，並隨著流體脫離楔型管，而降低膠體粒子在收集器中的吸附效率。

曲線 A、曲線 B 和曲線 C 與曲線 D 有著相反的吸附效率結果，曲線 A 曲線 B 和曲線 C 的吸附效率均會隨著雷諾數的增加而增加，但是由於這些曲線均具有 primary maximum 和 secondary minimum 的能障，所以不利於膠體粒子的吸附，但流速增加所產生的慣性力可以克服因 DLVO 理論能障而造成的吸附阻礙。然而就能障而言，primary maximum 會比 secondary minimum 能障較不利於膠體粒子的吸附，因此曲線 C 的吸附效率會比曲線 B 來的高，但是當 $N_{Re} \geq 0.7$ 時，容易產生積聚現象的曲線 C，膠體粒子會因為流速增加所造成的高剪切力將膠體粒子沖走，而不利於膠體的吸附。對於同時具有 primary maximum 和 secondary minimum 能障的曲線 A，膠體粒子在接近收集器的表面時易被排斥並可能因流速的增加而不利於膠體粒子的吸附，因此曲線 A 的吸附效率會比其餘的三者來的低。

圖(4-3-b)和圖(4-3-c)中，楔型管為 PCT 和 HCT 的幾何形狀，其吸

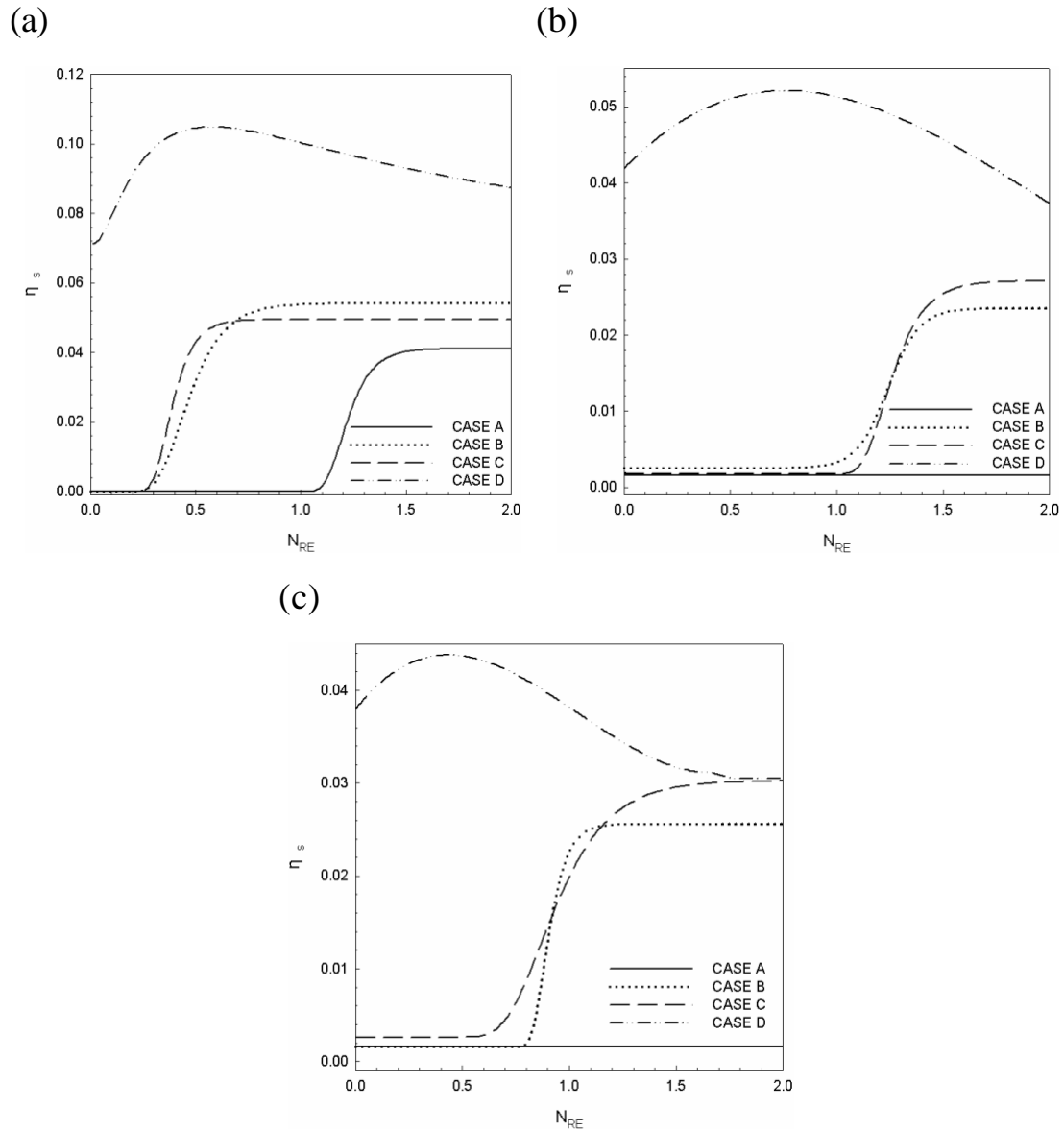
附效率的結果和前述的 SCT 相似, 曲線 D 分別在 $N_{Re} = 0.8$ 和 $N_{Re} = 0.4$ 有最大的吸附效率; 曲線 B 和曲線 C 分別在 $N_{Re} = 1.25$ 和 $N_{Re} = 0.9$ 時, 與 SCT 有相反的結果; 曲線 A 在楔型管斜率較平緩的 PCT 和 HCT 中, 膠體粒子幾乎不會在收集器的表面產生吸附現象 ($h_s \approx 0$), 而在楔型管形狀較為陡峭的 SCT 中, 在 $N_{Re} = 0.5$ 時, 曲線 A 的吸附效率遠大於其在 PCT 和 HCT 楔型管中的吸附效率。

同理, 如圖(4-4), 所對應的 DLVO 理論能障見圖(4-1-b), 因為曲線 D 不具有 primary maximum 和 secondary minimum 的能障, 因此可以發現到此曲線 D 的吸附效率會比其他三種能障高。當 $N_{Re} \leq 0.5$ 時, 膠體粒子的吸附機制受到布朗運動效應的影響較為明顯, 所以在流速增加時, 膠體粒子所受到的慣性力也會因而增加, 膠體並會維持起初進入楔型管時的行進方向, 而有利於膠體粒子吸附於收集器的前端區域; 當 $N_{Re} > 0.5$ 時, 布朗運動效應變的較弱, 隨著流速的增加, 膠體粒子容易被流體導入楔型管的深處, 並隨著流體脫離楔型管, 而降低膠體粒子在收集器中的吸附效率。

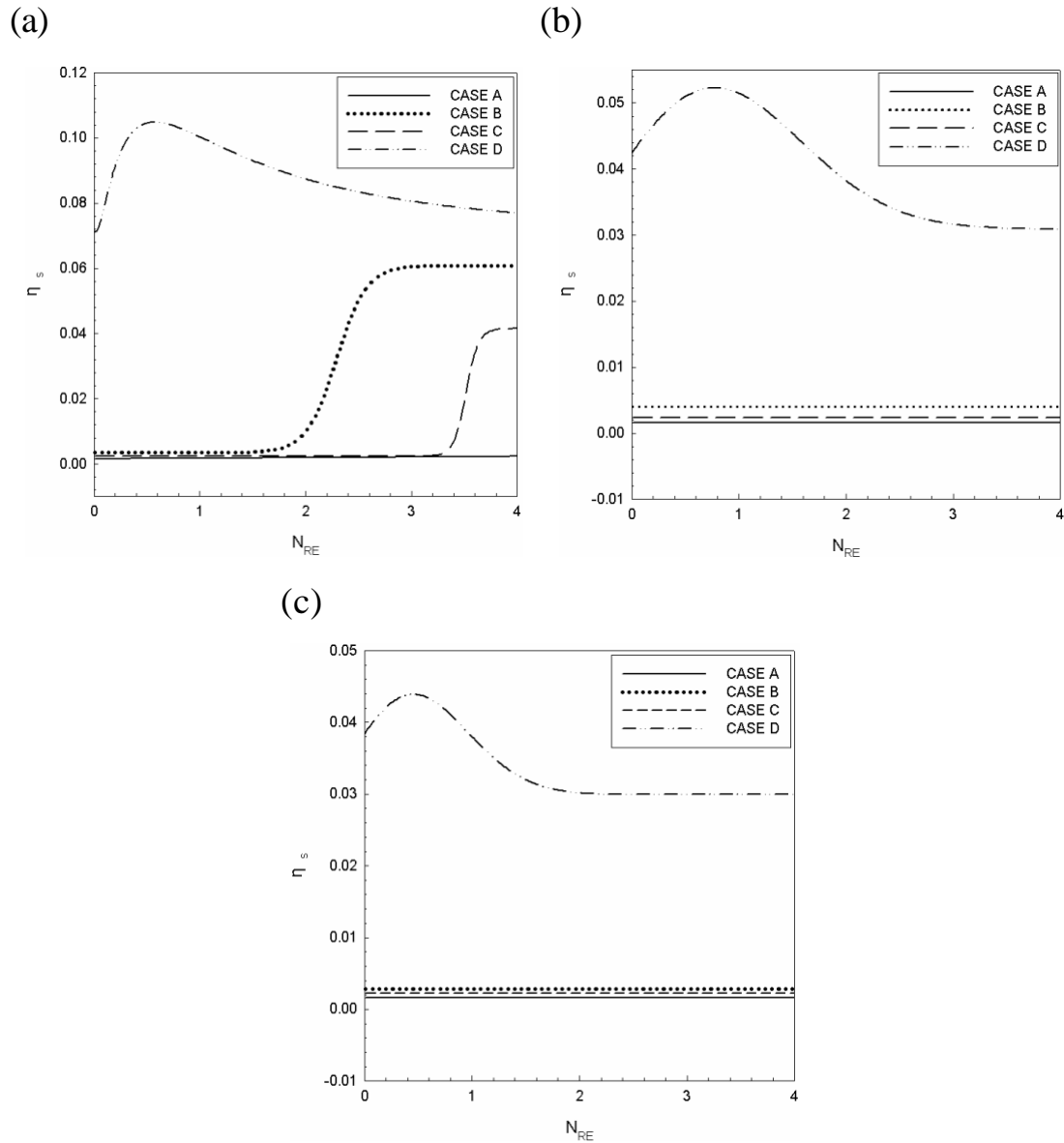
當曲線 A 之 $N_{E1} = 105.0$ 增加至 $N_{E1} = 210.0$, 在楔型管為 SCT 的幾何形狀時, 如圖(4-4-a), 此時因 DLVO 作用力增加而造成較大的吸附排斥效應, 即使增加流體流速所產生的慣性力仍無法抵銷因 DLVO 理論能障而造成的吸附阻礙, 所以膠體粒子幾乎不會在收集器的表面

產生吸附現象。當曲線 B 之 $N_{E1} = 50.0$ 增加至 $N_{E1} = 100.0$ ，和曲線 C 之 $N_{E1} = 77.0$ 增加至 $N_{E1} = 154.0$ 時，這些曲線均具有 primary maximum 和 secondary minimum 的能障，所以在流速較低的時候（分別為 $N_{Re} \leq 2.0$ 和 $N_{Re} \leq 3.4$ ），此時不利於膠體粒子的吸附，但隨著流速增加所產生的慣性力可以克服因 DLVO 理論能障而造成的吸附阻礙，由於曲線 B 的 DLVO 理論能障較曲線 C 來的小，因此曲線 B 的吸附效率會比曲線 C 來的高。

圖(4-4-b)和圖(4-4-c)中，楔型管為 PCT 和 HCT 的幾何形狀，其曲線 D 吸附效率的結果和前述的 SCT 相似，分別在 $N_{Re} = 0.8$ 和 $N_{Re} = 0.4$ 有最大的吸附效率；曲線 A、曲線 B 和曲線 C 在具有高 DLVO 作用力能障和楔型管斜率較平緩的情形下，膠體粒子幾乎不會在收集器的表面產生吸附現象 ($h_s \approx 0$)。



圖(4-3) 模擬不具有擴散泳現象的膠體粒子之雷諾數與吸附效率的關係圖：(a)SCT；(b)PCT；(c)HCT。其中 $N_{E2} = 1.0$ 和 $N_{LO} = 7.0$ 。CASE A： $N_{E1} = 105.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$ ；CASE B： $N_{E1} = 50.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$ ；CASE C： $N_{E1} = 77.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$ ；CASE D： $N_{E1} = 0.0$ 、 $N_{DL} = 0.0$ 。



圖(4-4) 模擬不具有擴散泳現象的膠體粒子之雷諾數與吸附效率的關係圖：(a)SCT；(b)PCT；(c)HCT。其中 $N_{E2} = 1.0$ 和 $N_{LO} = 7.0$ 。CASE A： $N_{E1} = 210.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$ ；CASE B： $N_{E1} = 100.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$ ；CASE C： $N_{E1} = 154.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$ ；CASE D： $N_{E1} = 0.0$ 、 $N_{DL} = 0.0$ 。

4-2-2 具有擴散泳現象的膠體粒子對其吸附效率的影響

本節將針對同時具有布朗運動和擴散泳現象的膠體粒子，在不同幾何形狀的楔型管中，同時考慮在低表面電位下，討論其吸附效率的變化情形。

在圖(4-5-a)至圖(4-5-c)中，所對應的 DLVO 理論能障見圖(4-1-a)，分別表示楔型管為 SCT、PCT 和 HCT 的幾何結構，同時考慮膠體粒子具有布朗運動和擴散泳現象的發生，在低表面電位的情形下，發現四種不同 DLVO 能障曲線中，無論是曲線 A、曲線 B、曲線 C 和曲線 D 其吸附效率都相當的接近，主要的原因是在於具有擴散泳效應的影響及在表面電位很低的情形下，膠體粒子在受到溶液中溶質分子濃度梯度的影響下，所造成泳動的現象足以克服 DLVO 理論能障而引起的排斥效應，造成膠體粒子於收集器中的吸附效率與曲線 D 相同，而與楔型管的幾何結構無太大的關係。

而在圖(4-6-a)中，所對應的 DLVO 理論能障見圖(4-1-a)，楔型管為 SCT 的幾何形狀，此時同時考慮到膠體粒子具有布朗運動和擴散泳現象的發生。可以發現在四種不同 DLVO 能障的曲線中，曲線 B、曲線 C 和曲線 D 三者的吸附效率相當的接近，皆會隨著雷諾數的增加而下降。當 $N_{Re} \leq 1.0$ 時，膠體粒子於收集器中的吸附效率隨著雷諾

數的增加而出現相當陡峭的下降趨勢。

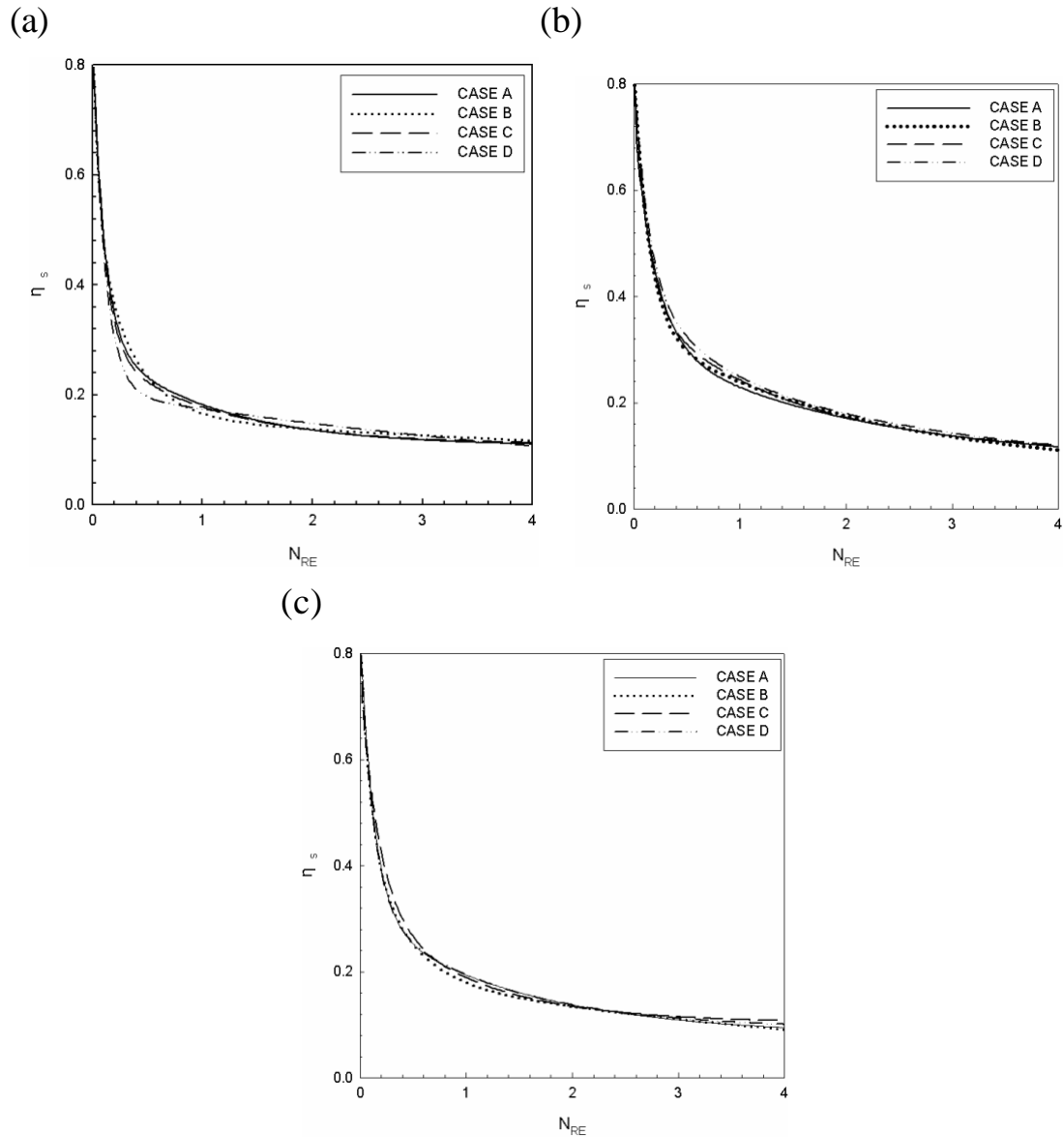
在流速較低的情形下，擴散泳現象會使得膠體粒子因溶質濃度梯度差而產生一股往楔型管表面的擴散泳作用力，因而增加膠體粒子在徑方向的速度項，所以對於僅有 primary maximum 能障的曲線 C 和 secondary minimum 能障的曲線 B 而言，膠體粒子在受到溶液中溶質分子濃度梯度的影響下，所造成泳動的現象足以克服 DLVO 理論能障而引起的排斥效應，造成膠體粒子於收集器中的吸附效率與曲線 D 相同。對不具有 primary maximum 和 secondary minimum 能障的曲線 D 而言，因為此曲線本身就是有利於吸附的能障曲線，因此在考慮擴散泳現象的同時，是有利於增加膠體粒子於收集器中的吸附效率。

當 $N_{Re} > 1.0$ 時，膠體粒子於收集器中的吸附效率將下降並趨於平緩，此是因為當流速增加時，膠體粒子所受到流體的慣性力會隨之增加，相對的，其所受到擴散泳的效應也會下降，因此膠體粒子容易被流體導入楔型管的深處，並隨著流體的慣性而脫離楔型管，而降低膠體粒子在收集器中的吸附效率。在此可以發現到在表面電位較低，即 DLVO 理論能障的阻礙較低時，擴散泳現象可以克服膠體粒子與收集器之間的排斥效應，使得能障較低的三種曲線：曲線 B、曲線 C 和曲線 D，有相當接近的吸附效率。

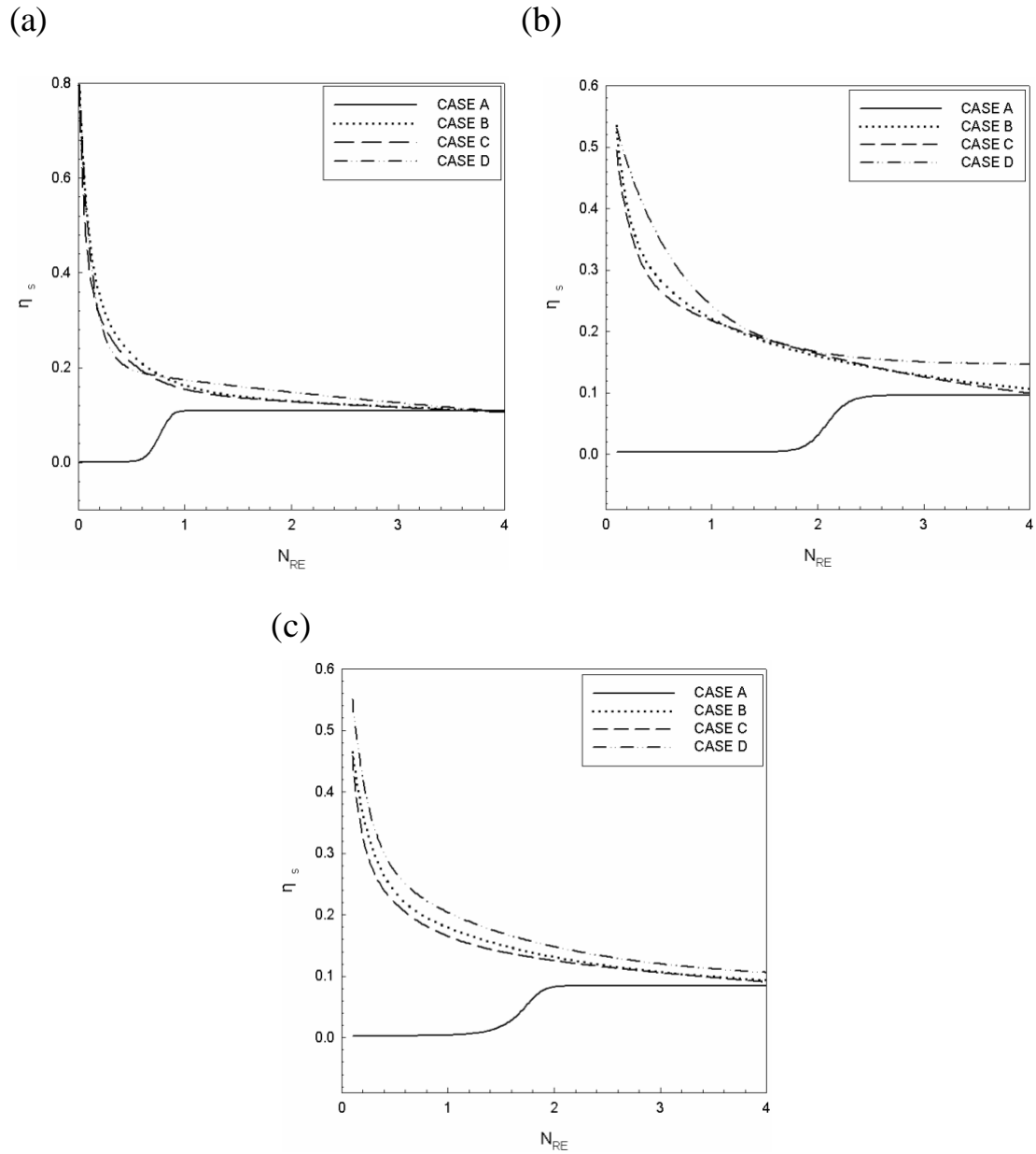
對於同時具有 primary maximum 和 secondary minimum 能障的曲

線 A 而言，當 $N_{Re} > 0.6$ 時(見圖 4-6-a)，因為此時 DLVO 理論能障所造成的阻礙大於擴散泳的效應，而在同時考慮因流體流速增加所產生的慣性力和溶質濃度梯度所產生的擴散泳作用力，可以克服此曲線 A 能障所造成的排斥現象，因此膠體粒子的吸附效率會隨著流速的增加而增加。

圖(4-6-b)及圖(4-6-c)中，楔型管為 PCT 和 HCT 的幾何形狀，此時同時考慮到膠體粒子具有布朗運動和擴散泳現象的發生。可以發現到在這兩圖中，膠體粒子於收集器中的吸收效率值不易受到幾何形狀的影響。曲線 B 至 D 的吸附效率和 SCT 所得到的結果相似，而曲線 A 在 PCT 和 HCT 的楔型管模型中，分別當 $N_{Re} \leq 2.0$ 和 $N_{Re} \leq 1.6$ 時，因曲線 A 同時具有 primary maximum 和 secondary minimum 能障，此時 DLVO 能障所造成的阻礙大於擴散泳的效應而造成膠體粒子有較低的吸附效率，但當分別在 $N_{Re} > 2.0$ 和 $N_{Re} > 1.6$ 時，同時因流體流速增加所產生的慣性力和溶質濃度梯度所產生的擴散泳作用力，可以克服此 DLVO 能障所造成的排斥現象，因此膠體粒子的吸附效率會隨著流速的增加而增加。



圖(4-5) 模擬具有擴散泳現象的膠體粒子之雷諾數與其吸附效率的關係圖：(a)SCT；(b)PCT；(c)HCT。其中 $N_{E2} = 1.0$ 和 $N_{LO} = 7.0$ 。CASE A： $N_{E1} = 105.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$ ；CASE B： $N_{E1} = 50.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$ ；CASE C： $N_{E1} = 77.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$ ；CASE D： $N_{E1} = 0.0$ 、 $N_{DL} = 0.0$ 。



圖(4-6) 模擬具有擴散泳現象的膠體粒子之雷諾數與其吸附效率的關係圖：(a)SCT；(b)PCT；(c)HCT。其中 $N_{E2} = 1.0$ 和 $N_{LO} = 7.0$ 。CASE A： $N_{E1} = 210.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$ ；CASE B： $N_{E1} = 100.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$ ；CASE C： $N_{E1} = 154.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$ ；CASE D： $N_{E1} = 0.0$ 、 $N_{DL} = 0.0$ 。

4-2-3 表面電位的改變對膠體粒子吸附效率的影響

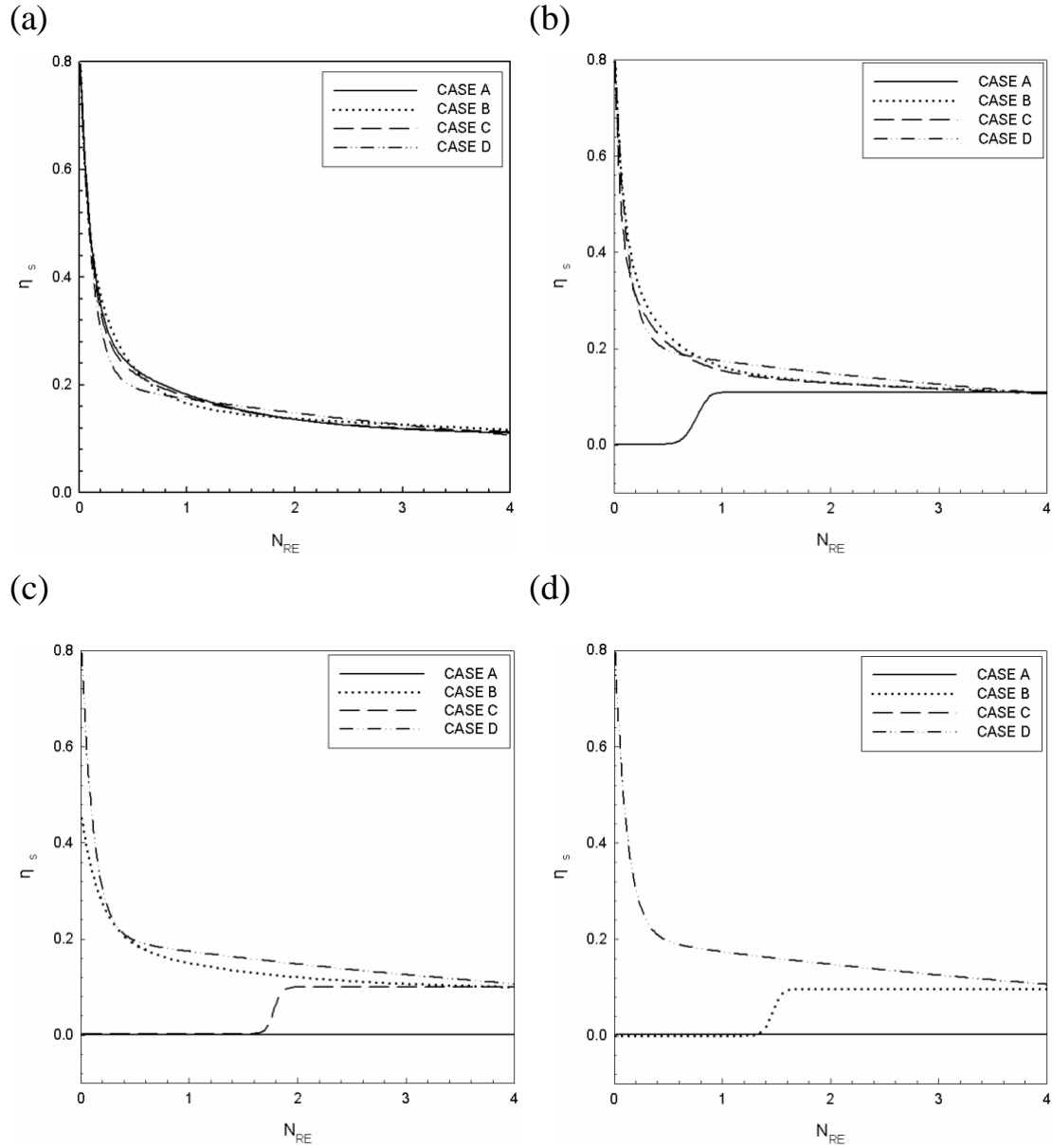
在此使用幾何形狀為 SCT 的楔型管進行模擬,同時考慮膠體粒子具有布朗運動和擴散泳的現象。已知 DLVO 能障會隨著表面電位的改變而有所影響,利用表(2-1)的四套不同理論參數值來探討膠體粒子在楔型管為 SCT 幾何形狀收集器中的吸附效率變化情形。圖(4-7-a)至圖(4-7-d),分別表示表面電位由低至高的吸附效率 h_s 變化情形,意即膠體粒子與收集器之間的 DLVO 能障會由低至高遞增。

圖(4-7-a)表示,膠體吸附效率會隨著流速的增加而下降,但是不會受到 DVLO 能障的影響,亦即在膠體粒子受到溶液中溶質分子濃度梯度的影響下,所造成泳動的現象可以克服 DLVO 能障而引起的排斥效應,而增加膠體粒子於收集器中的吸附效率,因此可以發現到表面電位很低時,吸附效率僅隨流速的大小而有所差異。曲線 D 在表面電位增加時,可以由圖(4-7-a)至圖(4-7-d)發現到其吸附效率不會隨 DLVO 能障的增加而產生變化,主要是因為曲線 D 不具有 primary maximum 和 secondary minimum 的能障,所以是有利於膠體粒子的吸附。

曲線 A 在表面電位增加時(N_{E1} 由 $N_{E1} = 105.0$ 增至 $N_{E1} = 210.0$ 、 $N_{E1} = 315.0$ 和 $N_{E1} = 420.0$), 因為同時具備有 primary maximum 和

secondary minimum 的能障，此時 DLVO 能障所造成的膠體吸附阻礙會大於擴散泳的效應，所以其吸附效率會隨著 DLVO 理論能障的增加而下降。在圖(4-7-b)中，當 $N_{Re} \leq 0.6$ 時，因為此時 DLVO 能障所造成的吸附阻礙大於擴散泳的效應，所以造成膠體粒子較低的吸附效率，但在 $N_{Re} > 0.6$ 時，同時因流體流速增加所產生的慣性力和溶質濃度梯度所產生的擴散泳作用力，可以克服此能障所造成的排斥現象，因此膠體粒子的吸附效率會隨著流速的增加而增加。圖(4-7-c)和圖(4-7-d)中，由於曲線 A 的 DLVO 理論能障斜率相當大，導致於膠體粒子和收集器之間大的排斥作用力，所以即使考慮擴散泳現象，仍相當不利於膠體粒子的吸附。

曲線 B 和曲線 C 與曲線 A 的結果相似，而曲線 C 較容易隨表面電位高低的影響，如圖(4-7-b)和圖(4-7-c)所示。但是當表面電位持續增加時，能障較低的曲線 B 便開始受到影響，如圖(4-7-d)所示。



圖(4-7) 模擬 SCT 楔型管之雷諾數 N_{Re} 與吸附效率 h_s 之關係圖，其中 $N_{E2} = 1.0$ 和 $N_{LO} = 7.0$ 。(a) CASE A : $N_{E1} = 105.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$; CASE B : $N_{E1} = 50.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$; CASE C : $N_{E1} = 77.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$; CASE D : $N_{E1} = 0.0$ 、 $N_{E1} = 0.0$; (b) CASE A : $N_{E1} = 210.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$; CASE B : $N_{E1} = 100.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$; CASE C : $N_{E1} = 154.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$; CASE D : $N_{E1} = 0.0$ 、 $N_{E1} = 0.0$; (c) CASE A : $N_{E1} = 315.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$; CASE B : $N_{E1} = 150.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$; CASE C : $N_{E1} = 231.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$; CASE D : $N_{E1} = 0.0$ 、 $N_{E1} = 0.0$; (d) CASE A : $N_{E1} = 420.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$; CASE B : $N_{E1} = 200.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$; CASE C : $N_{E1} = 308.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$; CASE D : $N_{E1} = 0.0$ 、 $N_{E1} = 0.0$ 。

4-3 理論模擬結果和實驗結果的比較

在理論計算和實驗結果的比較部分，分別採用 Anderson & Prieve (1990)^[36] 和 Jun et al.(2005)^[37] 的計算結果以及與 Elmielech & O'Melia(1990)^[38]和 Bai & Tien(1999)^[39]所發表的實驗結果來做比較，探討擴散泳速度、擴散係數和在不同 DLVO 理論能障下，膠體粒子於收集器中的吸附效率。

4-3-1 Anderson & Prieve (1990)^[36]的計算結果比較

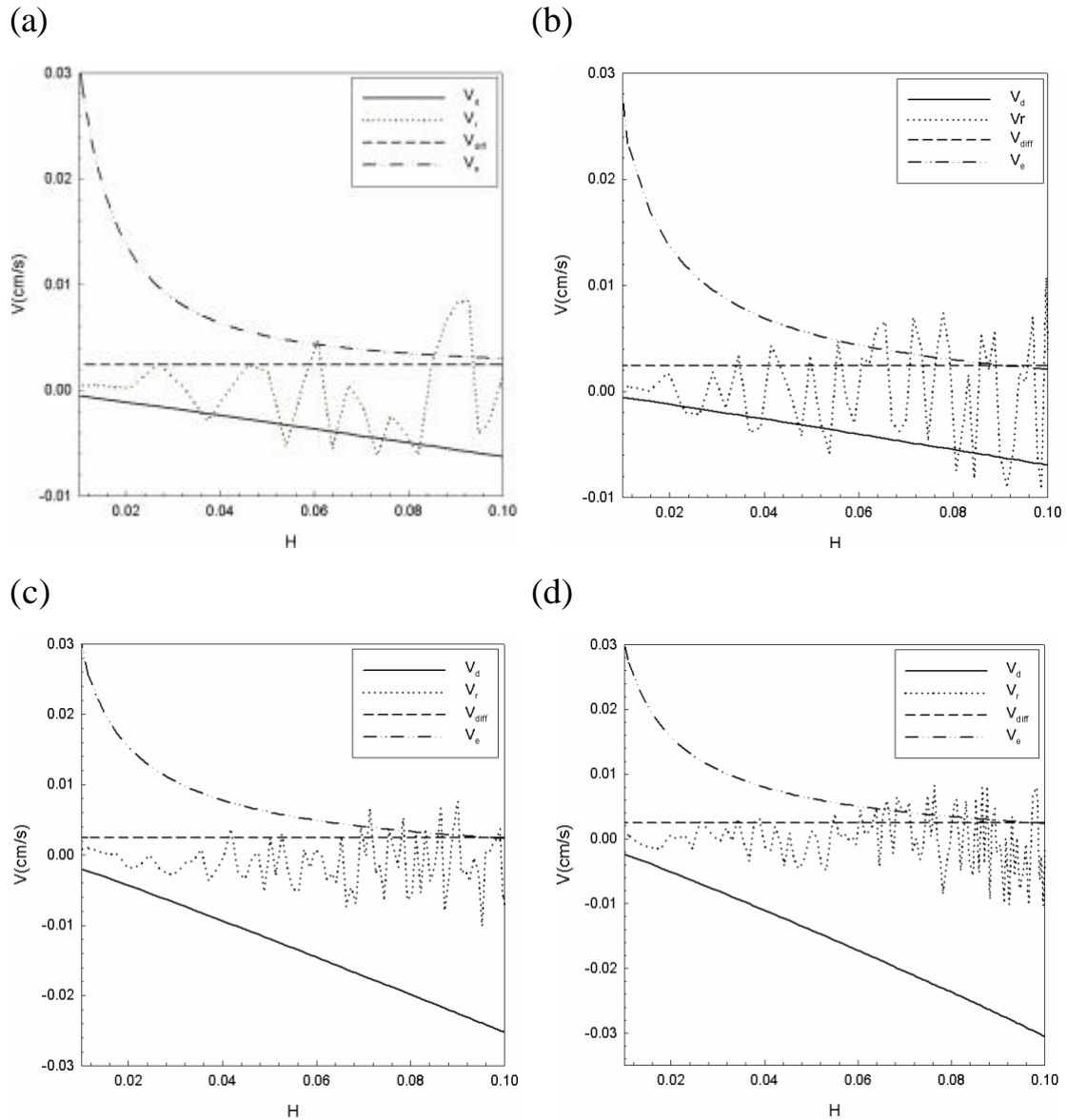
Anderson & Prieve 在 1990 年發表的論文中，發表有關膠體粒子受到溶質濃度梯度差而造成擴散泳速度的解析解。其中假定溶質濃度梯度為 $\nabla C_{\infty} = 10^{-3} \text{ mol/cm}^4$ ；描述膠體粒子和溶質分子間交互作用強弱程度有關的作用距離特徵長度為 $L^* = 10^{-7} \text{ cm}$ ；膠體粒子的粒徑為 $d_p = 10^{-4} \text{ cm}$ ，描述溶質分子吸附在膠體粒子表面強弱多寡的任何吸附特徵長度下，可以預測膠體粒子在水中因擴散泳效應而得到最大的擴散泳速度為 $V_{diff} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$ 。

圖(4-8)表示膠體粒子在接近楔型管時，在徑方向所受到各種作用力而引起的速度項，其中 V_d 為流體拖曳力所引起的速度項； V_r 為隨機碰撞力所引起的速度項； V_{diff} 為擴散泳作用力所引起的速度項； V_e 為 DLVO 外力所引起的速度項。假設在溶質濃度梯度均一的條件下，發

現膠體粒子在受到擴散泳效應的影響下，可以得到此擴散泳速度項的範圍在 $2.4 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$ 至 $2.5 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$ 之間。其值變化量不大的主要原因是因為考慮濃度梯度在徑方向的變化量為固定值，並忽略膠體粒子在接近收集器表面所產生的擴散滲透現象，我們將此值與 Anderson & Prieve 所預測的擴散泳速度項相比較，可以得到相似的結果。

在圖(4-8)中可以發現到，在不同的雷諾數中 ($N_{Re} = 0.5$ 、 $N_{Re} = 1.0$ 、 $N_{Re} = 1.5$ 和 $N_{Re} = 2.0$)，流體拖曳力所造成的速度項 V_d ，在接近收集器的表面時呈現負值，當流速增加的同時，反向作用力會更為明顯，表示當膠體粒子接近收集器的表面時，流速的增加會降低膠體粒子於收集器中的吸附效率；隨機碰撞力所造成的速度項 V_r ，在接近收集器的表面時呈現不規則的現象，當流體流速較低時，隨機碰撞力的影響較為明顯，相反的，當流體流速較高時，隨機碰撞力所造成的效應平均而言可以忽略；擴散泳作用力所引起的速度項 V_{diff} ，在接近收集器的表面時呈現規律的正值，表示當膠體粒子接近收集器的表面時，有利於膠體粒子於收集器中的吸附；外力所引起的速度項 V_e ，在此主要表示為凡得瓦爾吸引力和電荷排斥力所引起的速度變化，可以發現在膠體粒子接近收集器表面時呈現正值，表示當膠體粒子接近收集器的表面時，有利於膠體粒子於收集器中的吸附，將此結果與圖(4-1-a)中的曲線 B 比較，當膠體粒子和楔型管之間的無因次距

離 $H \leq 2.0$ 時，可以克服 primary maximum 所造成的吸附能障，當膠體粒子與收集更接近 $H \leq 1.0$ 時，此時的 DLVO 能障為負值，表示為有利於膠體粒子的吸附，因此可以發現到圖(4-8)中外力所引起的速度項 v_e 皆為正值。



圖(4-8) 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 B 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個速度項與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 50.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。

4-3-2 Jun et al. (2005)^[37]的模擬結果比較

Jun et al. 在 2005 年發表的論文中，發表有關具布朗運動現象的膠體粒子，位於不具滑動邊界條件的正方形通道中，判斷膠體在受到熱運動碰撞的影響下，測得單一膠體粒子平行與垂直於邊界方向的擴散係數值。

我們在此選用楔型管為 SCT 的幾何結構，將考慮具有布朗運動和擴散泳現象與否的膠體粒子在受到 DLVO 能障曲線 A 影響時，由其平均位移量所算出的擴散係數值，與 Jun et al. (2005)^[37]的結果做比較。其中參數的設定包括： $N_{Re} = 0.05$ 、 $N_{E1} = 105.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$ 。利用愛因斯坦方程式(Einstein equation)由平均位移量計算膠體粒子的擴散係數，可以表示為

$$\bar{X} = (2Dt)^{1/2} \quad [4.1]$$

在[4.1]式中， \bar{X} 為膠體粒子的平均位移量； D 為膠體粒子在移動距離 \bar{X} 時所得的擴散係數。

在此設定楔型管的長度為 100mm ，計算膠體粒子從楔型管的初始位置 $l_f = 0\text{mm}$ 處進入楔型管中，分別計算 $l_f = 20\text{mm}$ 、 $l_f = 40\text{mm}$ 、 $l_f = 60\text{mm}$ 、 $l_f = 80\text{mm}$ 和 $l_f = 100\text{mm}$ 時，平行與垂直於楔型管邊界方向的擴散係數值。

表(4-2-a)表示 Jun et al. 在 2005 年發表的擴散係數值，而表(4-2-b)

和表(4-2-c)分別表示本論文模擬出來，當是否考慮布朗運動或擴散泳運動時的擴散係數值，其中可以發現到本論文所模擬出來的擴散係數值仍略高於 Jun et al. 在 2005 年發表的擴散係數值，但具有相同的 order。

(a)

l_f (mm)	20	40	60	80	100
$D_{\square} \times 10^5$ (mm ² /s)	1.61	1.06	0.87	0.77	0.72
$D_{\perp} \times 10^5$ (mm ² /s)	0.64	0.67	0.67	0.67	0.67

(b)

l_f (mm)	20	40	60	80	100
$D_{\square} \times 10^5$ (mm ² /s)	1.43	1.56	1.21	1.33	1.65
$D_{\perp} \times 10^5$ (mm ² /s)	0.31	0.35	0.41	0.35	0.23

(c)

l_f (mm)	20	40	60	80	100
$D_{\square} \times 10^5$ (mm ² /s)	1.85	1.66	2.41	2.27	2.11
$D_{\perp} \times 10^5$ (mm ² /s)	0.36	0.11	0.24	0.12	0.13

表(4-2) 使用愛因斯坦方程式計算膠體粒子的擴散係數： (a) Jun et al. (2005)^[37]所發表的擴散係數值；(b)本論文的計算結果(具布朗運動)；(c)本論文的計算結果(具布朗運動及擴散泳效應)。

4-3-3 Elmielech & O'Melia(1990)^[38]的實驗結果比較

在與膠體過濾實驗結果的比較部分，選擇了 Elmielech & O'Melia 在 1990 年所發表的過濾實驗結果比較，而分別討論在不同的楔型管幾何形狀以及 DLVO 理論能障曲線時，判斷具有布朗運動和擴散泳現象的膠體粒子於不同的 KCl 電解質濃度時，在收集器中的過濾係數，而其模擬參數值如表(4-3)所示。

在圖(4-9)中所提及的過濾係數 a 與前述的 h_s 有所不同，可以下列方程式表示之

$$a = \frac{h_s}{h_0} \quad [4.2]$$

在[4.2]式中，其中 h_0 為表示當電解質濃度很高時，膠體粒子和收集器的表面沒有電荷排斥力時的吸附效率。

圖(4-9)中分別以 SCT、PCT、HCT 的模擬結果和 Bai & Tien^[38]的半經驗方程式($a = 1.0118 \times 10^{-3} (N_{Lo})^{0.8459} (N_{E1})^{-0.2676} (N_{E2})^{3.8328} (N_{DL})^{1.6776}$)與實驗值相比較，可以發現到 SCT、PCT 和 HCT 三種楔型管的電腦模擬結果相當相近，這結果與圖(4-5)及圖(4-6)發現的結果相似。當電解質濃度小於 $0.01M$ 時，膠體粒子於此三種楔型管中的吸附效率下降相當快速，表示此時膠體粒子與收集器表面的電雙層厚度增加，而造成兩者間表面的電子雲相互重疊而具有大的電荷排斥力，使得 DLVO 理

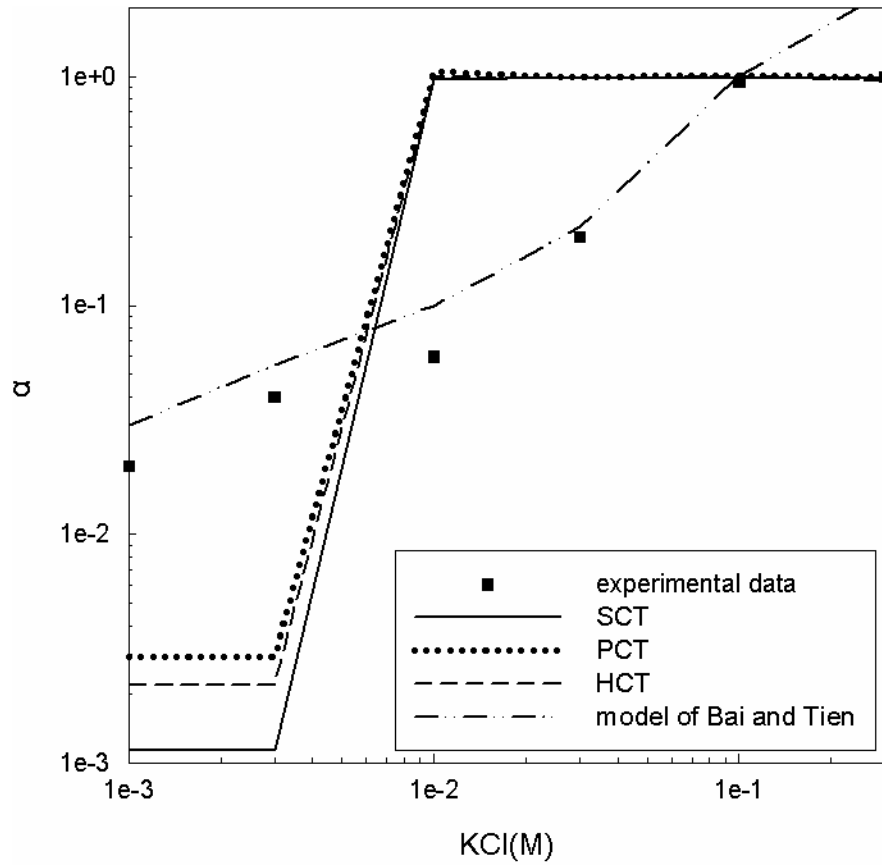
論能障中的 primary maximum 能障增加，而不利於膠體粒子的吸附。

發現到電腦的模擬值與實驗值間，有很大的誤差。

然而在電解質濃度較高的情形下 ($M_{KCl} \geq 1.0M$)，有較佳的模擬結果。若將膠體粒子表面因擴散泳現象而產生的鬆弛效應、擴散滲透現象以及其他可能作用於膠體粒子表面的外力(如重力和浮力等)也考慮時，應該可以得到與實驗結果更為接近的預測結果。

	$KCl(mol/l)$	$f_p(mV)$	$f_f(mV)$
Exp. 1	0.3	-28.2	-17.5
Exp. 2	0.1	-41.0	-29.3
Exp. 3	0.03	-62.3	-39.0
Exp. 4	0.01	-80.0	-47.5
Exp. 5	0.003	-89.5	-56.4
Exp. 6	0.001	-89.0	-60.0
d_f		200mm	
d_p		0.753mm	
U		0.136cm/s	
L		20cm	

表(4-3) 膠體粒子與收集器在電解質 KCl 濃度不同時，表面所帶的電位值以及其他的模擬參數值。



圖(4-9) 分別以 SCT、PCT、HCT 所得的模擬結果和 Bai & Tien 的半經驗方程式與 Elmielech & O'Melia(1990)^[39]的實驗值相互比較。

4-3-4 Bai & Tien(1999)^[39]的實驗結果比較

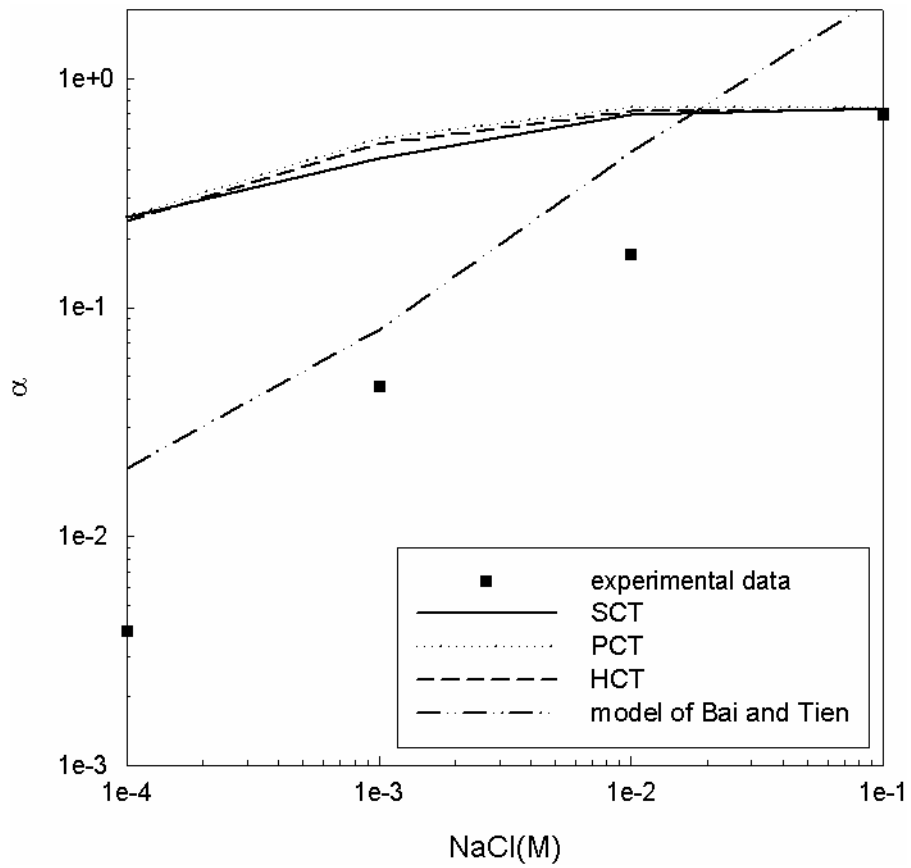
選擇 Bai & Tien 在 1999 年所發表單一粒徑的聚苯乙烯球型膠體粒子於玻璃珠濾床中的過濾實驗結果與本論文的模擬結果來比較，而分別討論在不同的楔型管幾何形狀以及 DLVO 理論能障曲線時，判斷具有布朗運動和擴散泳現象的膠體粒子於不同的 NaCl 電解質濃度時，在收集器中的過濾係數，而其模擬參數值如表(4-4)所示。

圖(4-10)中分別以 SCT、PCT、HCT 的模擬結果和 Bai & Tien 的半經驗方程式與實驗值相比較，可以發現到 SCT、PCT 和 HCT 三種楔型管的電腦模擬結果相當接近，這結果與圖(4-5)及圖(4-6)發現的結果相似，但是和實驗值相比較時，可以發現我們所得的預測結果仍較實際狀況來的高，可能在低電解質濃度下，膠體粒子與收集器間的 DLVO 能障估計值較實際情況低，或者是施於膠體粒子表面的作用力仍考慮的不夠詳盡。

然而在電解質濃度較高的情形下 ($M_{KCl} \geq 1.0M$)，則有較佳的模擬結果，而 Bai & Tien 所建立的半經驗方程式在此模擬條件下與實驗值相當接近。若將膠體粒子表面因擴散泳現象而產生的鬆弛效應、擴散滲透現象以及其他可能作用於膠體粒子表面的外力(如重力和浮力等)也考慮其中時，應該可以得到與實驗結果更為接近的預測結果。

	$NaCl(mol/l)$	$f_p(mV)$	$f_f(mV)$
Exp. 1	0.1	-7.0	-11.2
Exp. 2	0.01	-15.7	-18.1
Exp. 3	0.001	-19.3	-21.2
Exp. 4	0.0001	-20.7	-22.8
d_f		460 μm	
d_p		0.802 μm	
U		0.103 cm/s	
L		10.3 cm	

表(4-4) 膠體粒子與收集器在電解質 NaCl 濃度不同時, 表面所帶的電位值以及其他的模擬參數值。



圖(4-10) 分別以 SCT、 PCT、 HCT 所得的模擬結果和 Bai & Tien 模擬的半經驗方程式與 Bai & Tien(1999)^[38]的實驗值相互比較。

第五章 結論與展望

由本研究的模擬結果可以知道，當 DLVO 理論能障愈不利於膠體粒子吸附時，會使得收集器的吸附效率下降，尤其在 DLVO 作用力中，primary maximum 與 secondary minimum 的能障都同時發生時，其吸附效率值會達到最小；反之，若 DLVO 作用力不具排斥能障而只有凡得瓦爾力時，膠體粒子會直接進行吸附，因此其吸附效率也較高。而對於不同楔型管的模型而言，在不同表面電位的情形下，我們發現管型對於膠體吸附效率的影響並不大。

在與實驗值相比較時，我們發現在膠體粒子與收集器表面電位較小時，並不能以本論文的理論模式準確地預測其過濾係數，其主要的�原因可能是此時預測的 DLVO 能障值較實際的情況來的小，以及在考慮擴散泳現象時，當膠體粒子接近收集器的表面時，忽略擴散滲透的效應以及膠體粒子表面電雙層因膠體粒子移動時所造成的扭曲變形現象，這與實際情況有所差異，而造成模擬結果無法精確的預測。

為了使本研究可以達到更為準確的預測，可以考慮膠體粒子於楔型管中進行多層吸附的現象，而造成楔型管中流場的變化情形，以及膠體粒子在進入楔型管的過程中，並非為單顆粒子進入，而是整體一起進入其中。另外，加入擴散泳因為流體接近收集器表面所引起的擴

散滲透現象，以及施予膠體粒子表面各種作用力所引起的速度項，而造成膠體粒子表面的電荷鬆弛效應等，會使得模擬結果與實際的現象較為吻合。此外，可將單一楔型管的模擬情形，衍生為網絡模型結構的模擬。其中可以考慮規則型與隨機分佈型的網絡排列方式，膠體粒子的粒徑與收集器的管徑分佈並非為一固定的數值，而應該是呈現隨機分佈的情形。最後可以考慮更多膠體粒子於收集器中進行吸附行為時可能受到的各種作用力，包括重力、浮力等。如此，可以讓模擬的結果更接近於實際的狀況，以達到建立最佳的理論預測模型。

參考文獻

- [1] Anderson, J. L. “Colloid transport by interfacial”, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 21, 61 (1989).
- [2] Dukhin, S. S., and Derjaguin, B. V., “Electrokinetics phenomena.” in “Surface and Colloid Science” (E. Matijevic, Ed.), Vol. 7, Wiley, New York (1974).
- [3] Ebel, J. P., Anderson, J. L., and Prieve, D. C., “Diffusiophoresis of latex particles in electrolyte gradients”, *Langmuir* 4, 396 (1988).
- [4] Staffeld, P. O., and Quinn, J. A., “Diffusio-induced banding of colloid particles via diffusiophoresis. 2. Non-electrolytes”, *J. Colloid and Interface Sci.* 130, 88 (1989).
- [5] Payatakes, A. C., Tien, C., and Turian, R. M., “A New Model for Granular Porous Media: Part I. Model Formulation”, *AICHE J.* 19(1), 58 (1973).
- [6] Payatakes, A. C., Tien, C., and Turian, R. M., “A New Model for Granular Porous Media: Part II. Numerical Solution of Steady State Incompressible Newtonian Flow Through Periodically Constricted Model”, *AICHE J.* 19(1), 67 (1973).
- [7] Guzy, C. J., Bonano, E. J., and Davis, E. J., “The Analysis of Flow and Colloidal Particle Retention”, *J. Colloid and Interface Sci.* 95(2), 523 (1983).
- [8] Chang, Y. I., Chen, S. C., and Chern, D. K., “Hydrodynamic Field Effect on Brownian Particles Deposition in Porous Media”,

- Separation and Purification Technology* 27, 97 (2002).
- [9] Pendse, H., Chiang, H. W., and Tien, C. “Analysis of Transport Processes with Granular Media Using the Constricted Tube Model”, *Chemical Engineering Sci.* 38(8), 1137 (1983).
- [10] Spielman, L. A., and Fitzpatrick, J. A., “Theory for Particle Collection under London and Gravity Force”, *J. Colloid and Interface Sci.* 42(3), 607 (1973).
- [11] Chow, J. C. F., and Soda, K., “Laminar Flow in Tubes with Constriction”, *The Physics of Fluids* 15(10), 1700 (1972).
- [12] Prieve, D. C., and Ruckenstein, E., “Effect of London Force upon the Rate of Deposition of Brownian Particles”, *AICHE J.* 20(6), 1178 (1974).
- [13] Ruckenstein, E., and Prieve, D. C., “Adsorption and Desorption of Particles and their Chromatographic Separation”, *AICHE J.* 22(2), 276 (1976).
- [14] Rajagopalan, R., and Kim, J. S., “Adsorption of Brownian Particles in the Presence of Potential Barriers: Effect of Different Models of Double-Layer Interaction”, *J. Colloid and Interface Sci.* 83(2), 428 (1981).
- [15] Bhattacharjee, S., Ko, C. H., and Elimelech, M., “DLVO Interaction between Rough Surface”, *Langmuir* 14, 3365 (1998).
- [16] Ramarao, B. V., Tien, C., and Mohan, S., “Calculation of Single Fiber Efficiencies for Interception and Impaction with Superposed Brownian Motion”, *J. Aerosol Sci.* 25(2), 295 (1994).
- [17] Chang, Y. I., Whang, J. J., “Theoretical Simulation of the Collection Efficiencies of Brownian Particles”, *Colloids and Surfaces A:*

- Physicochemical and Engineering Aspect* 125, 137 (1997).
- [18] Chang, Y. I., and Whang, J. J., “Deposition of Brownian Particles in the Presence of Energy Barriers of DLVO Theory: Effect of the Dimensionless Group”, *Chemical Engineering Sci.* 53(23), 3923 (1998).
- [19] Chang, Y. I., Chen, S. C., and Chern, D. K., “Hydrodynamic Field Effect on Brownian Particles Deposition in Porous Media”, *Separation and Purification Technology* 30, 11 (2003).
- [20] Neira, M. A., and Payatakes, A. C., “Collection Solution of Creeping Newtonian Flow through Periodically Constricted Tubes with Piecewise Continuous Wall Profile”, *AICHE J.* 24(1), 43 (1978).
- [21] Fedkiw, P., and Newman, J., “Mass Transfer at High Peclet Number for Creeping Flow in a Packed-Bed Reactor”, *AICHE J.* 23(3), 255 (1977).
- [22] Fedkiw, P., and Newman, J., “Entrance Region Mass Transfer Coefficients in Packed Bed Reactors”, *AICHE J.* 25(6), 1077 (1979).
- [23] Venlatesan, M., and Rajagopalan, R., “Hyperboloidal Constricted Tube Model of Porous Media”, *AICHE J.* 26(4), 694 (1980).
- [24] Pendse, H., and Tien, C., “A Simulation Model of Aerosol Collection in Granular Media”, *J. Colloid and Interface Sci.* 87(1), 225 (1982).
- [25] Chiang, H. W., and Tien, C., “Dynamics of Deep-Bed Filtration Part I: Analysis of Two Limiting Cases”, *AICHE J.* 31(8), 1349 (1985).
- [26] Deerjaguin, B., and Landau, L., “Theory of the Stability of Strongly Charged Lyophobic Sols and of the Adhesion of Strongly Charged Particles in Solutions of Electrolytes”, *Progress in Surface Sci.* 43(1-4), 30 (1993).

- [27] Verwey, E. J. W., and Overbeek, J. T. G., “Theory of the Stability of Lyophobic Colloids”, *J. Colloid Sci.* 10(2), 224 (1955).
- [28] Gouy, G., *J. Phys.* 9, 457 (1910).
- [29] Chapman, D. L., *Phil. Mag.* 25, 475 (1913).
- [30] Anderson, J. L., Lowell, M. E., and Prieve, D. C., “Motion of a Particle Generated by Chemical Gradients. Part I. Non-electrolytes”, *J. Fluid Mech.* 117, 107 (1982).
- [31] Anderson, J. L., and Prieve, D. C., “Diffusiophoresis Caused by Gradients of Strongly Adsorbing Solutes”, *Langmuir* 7, 403 (1991).
- [32] Morrison, F. A., and Stukel, J. J., “Electrophoresis of an Insulating Sphere Normal to a Conducting Plane”, *J. Colloid and Interface Sci.* 33, 88 (1970).
- [33] Keh, H. J., and Anderson, J. L., “Boundary Effects on Electrophoretic Motion of Colloidal Spheres”, *J. Fluid Mech.* 153, 417 (1985).
- [34] Keh, H. J., and Jan, J. S., “Boundary Effects on Diffusiophoresis and Electrophoresis Motion of a Colloidal Sphere Normal to a Plane Wall”, *J. Colloid and Interface Sci.* 183, 458 (1996).
- [35] Keh, H. J., and Hsu, J. H., “Boundary Effects on Diffusiophoresis of Cylindrical Particles in Nonelectrolyte Gradients”, *J. Colloid and Interface Sci.* 221, 210 (2000).
- [36] Anderson, J. L., and Prieve, D. C., “Diffusiophoresis Caused by Gradients of Strongly Adsorbing Solutes”, *Langmuir* 7, 403 (1990).
- [37] Jun, C., Peng, X. F., and Lee, D. J., “Diffusion Coefficient of Brownian Particle in Rough Micro-channel”, *J. Colloid and Interface Sci.* 296, 737 (2006).
- [38] Bai, R., and Tien, C., “Particle Deposition under Unfavorable Surface

- Interactions”, *J. Colloid and Interface Sci.* 218, 488 (1999).
- [39] Elimelech, M., and O’Melia, R. C., *Langmuir* 6, 1153 (1990).
- [40] Chang, Y. I., Chen, S. J., and Lee, E., “Prediction of Brownian Particle Deposition in Porous Media Using the Constricted Tube Model”, *J. Colloid and Interface Sci.* 266, 48 (2003).

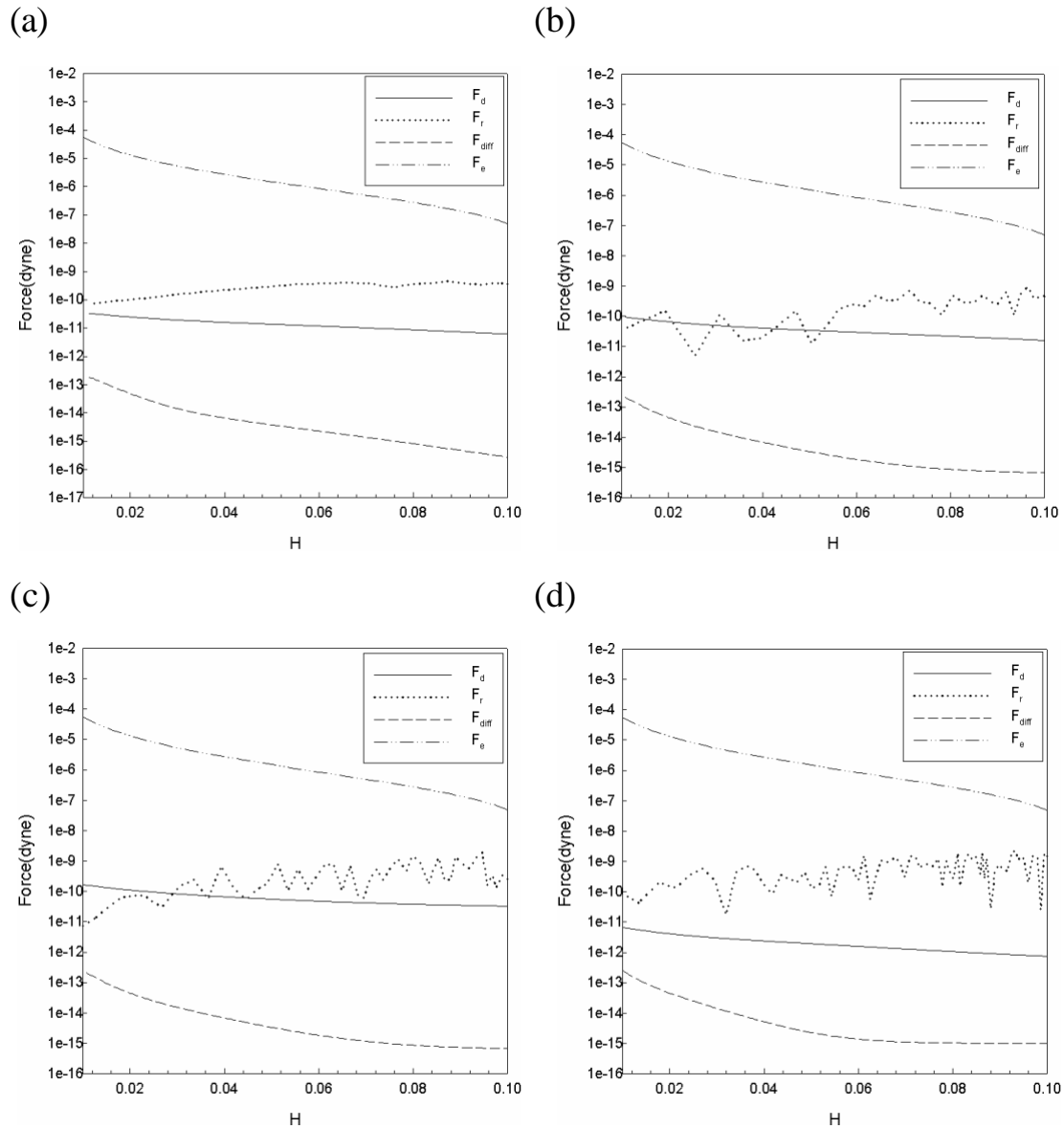
附錄

附錄 A :

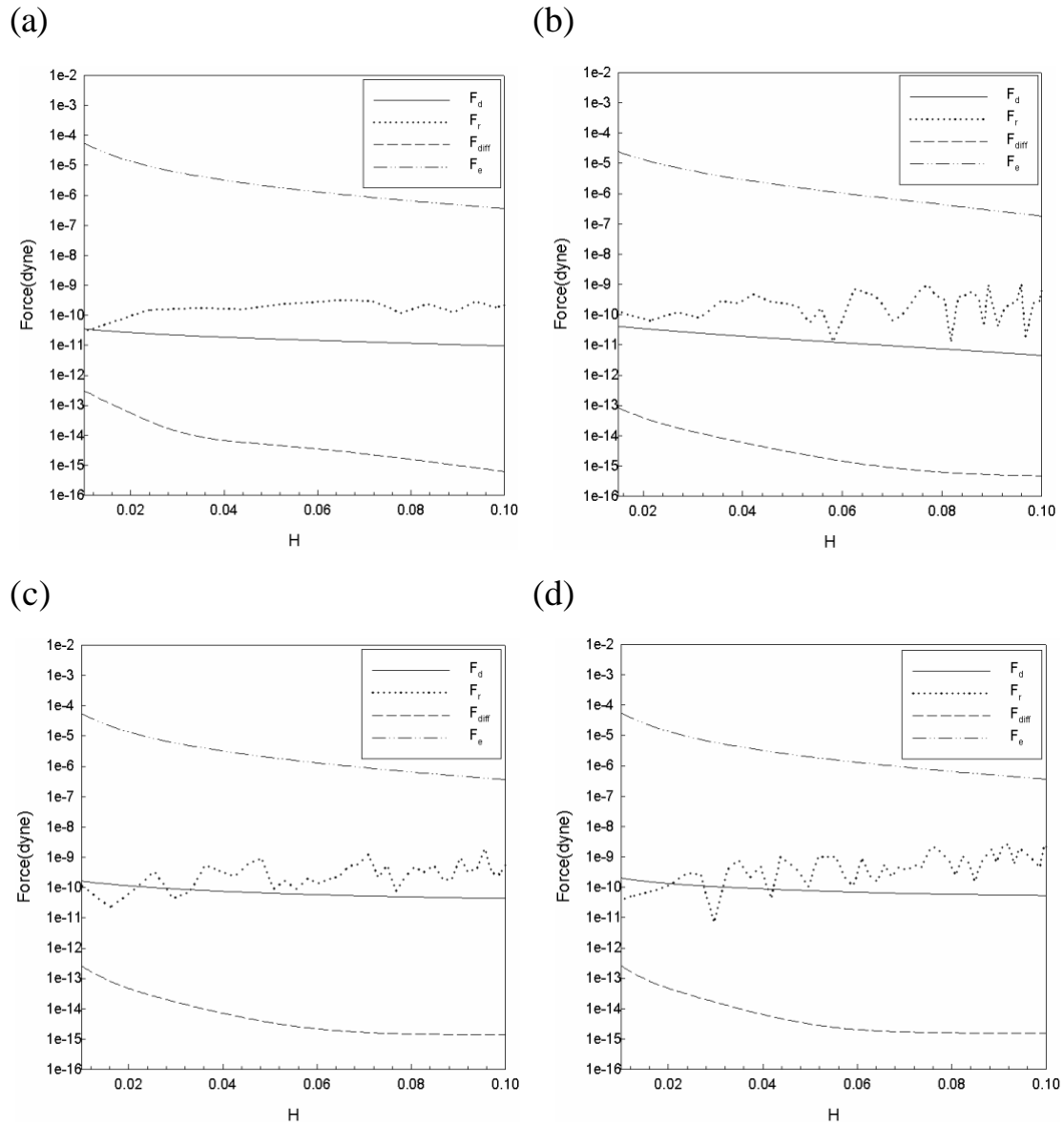
幾何形狀為 SCT 的楔型管，對於不同的雷諾數值，各個作用於膠體粒子表面之作用力與距離 H 的關係。

附錄 B :

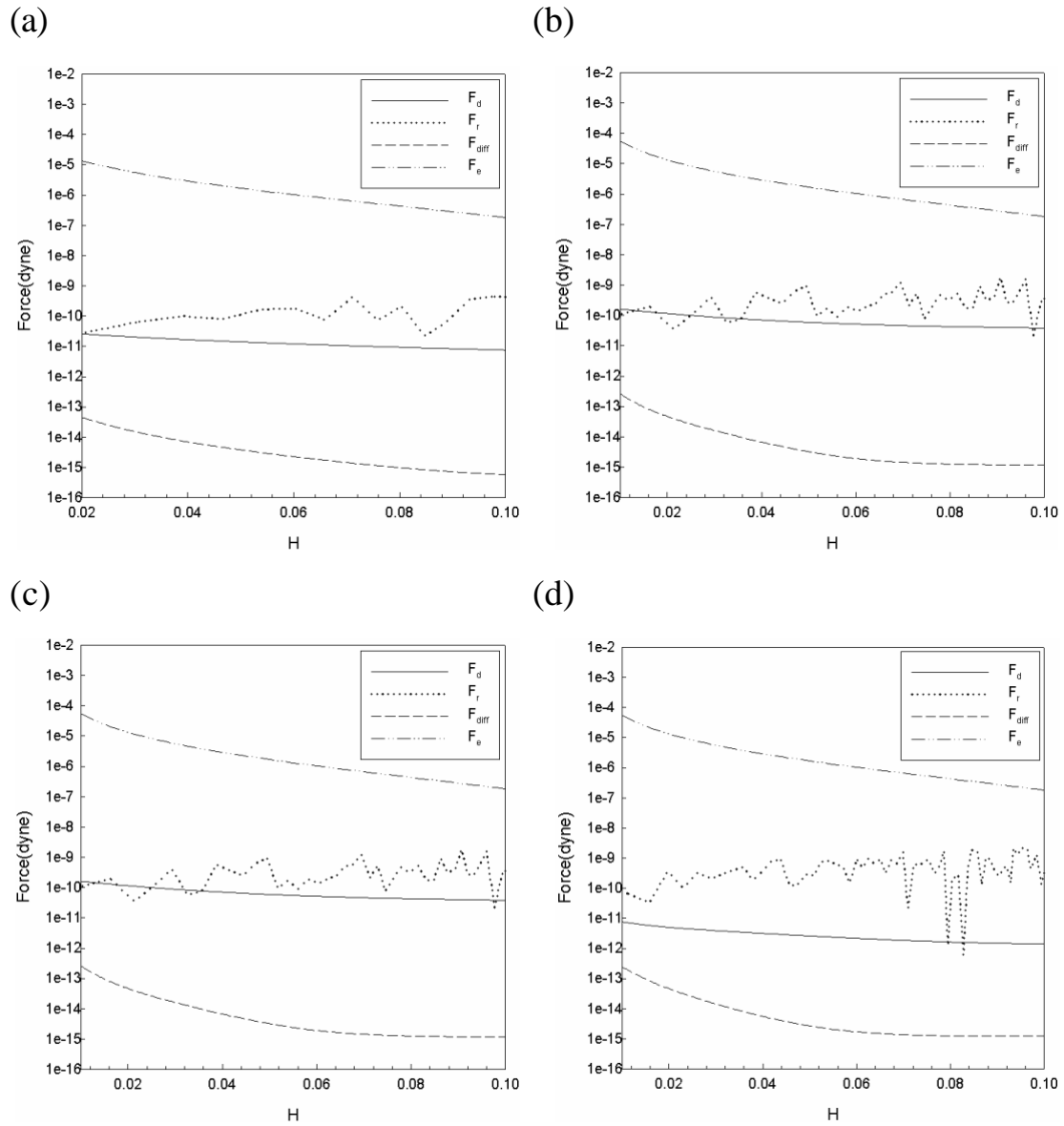
幾何形狀為 SCT 的楔型管，對於不同的雷諾數值，各個作用於膠體粒子表面之速度大小與距離 H 的關係。



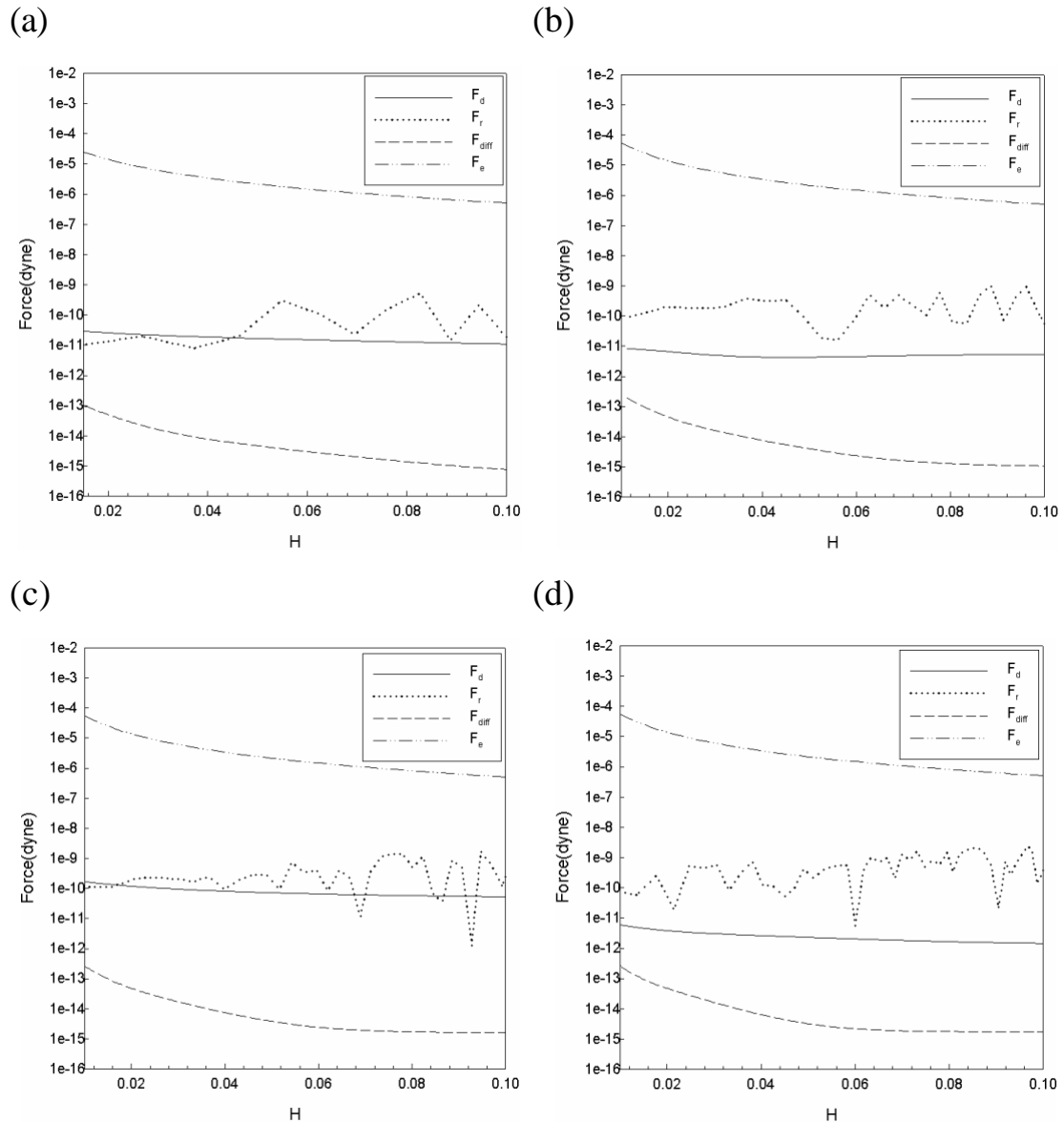
A-1 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 A 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個作用力大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 105.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



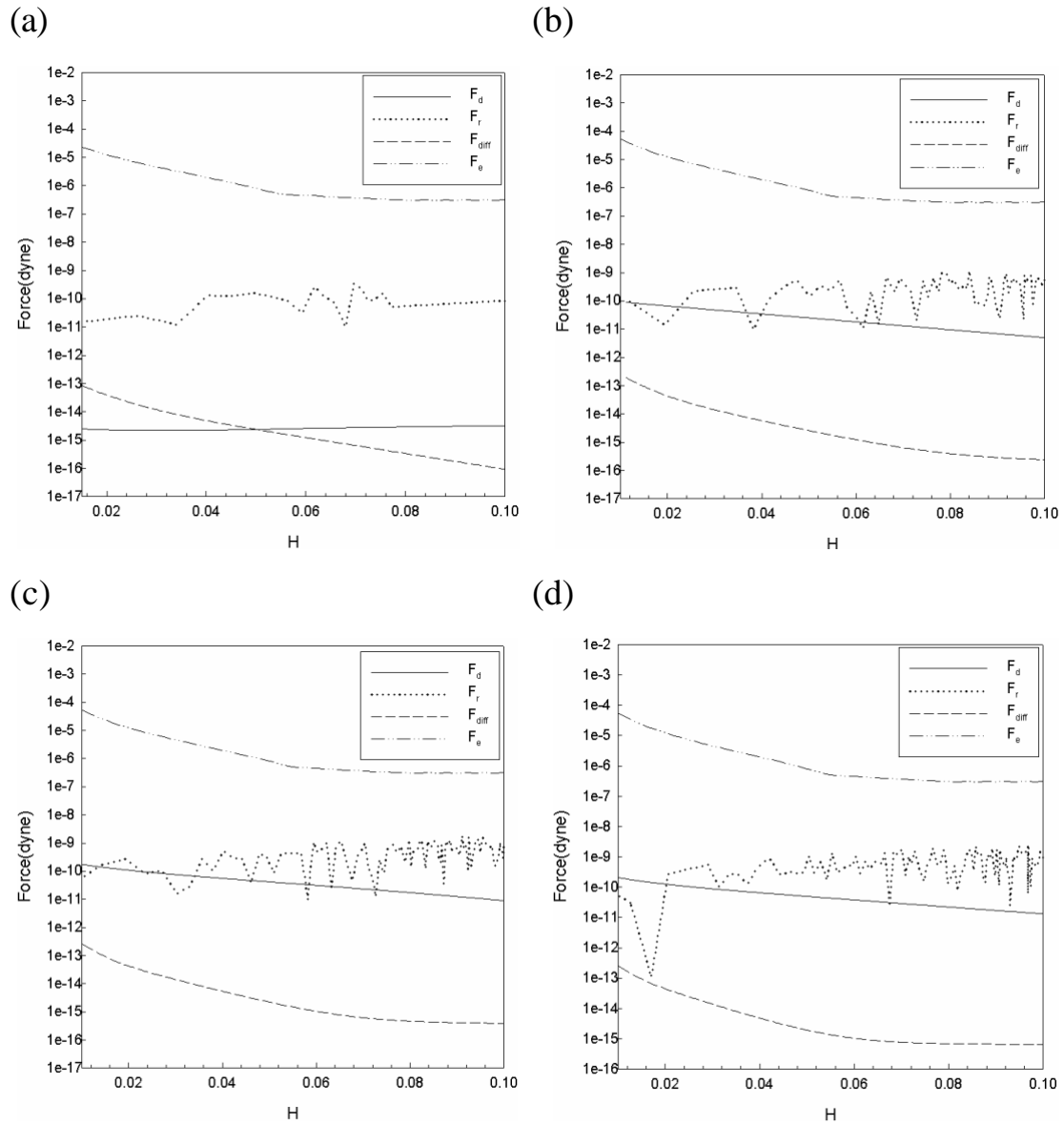
A-2 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 B 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個作用力大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 50.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



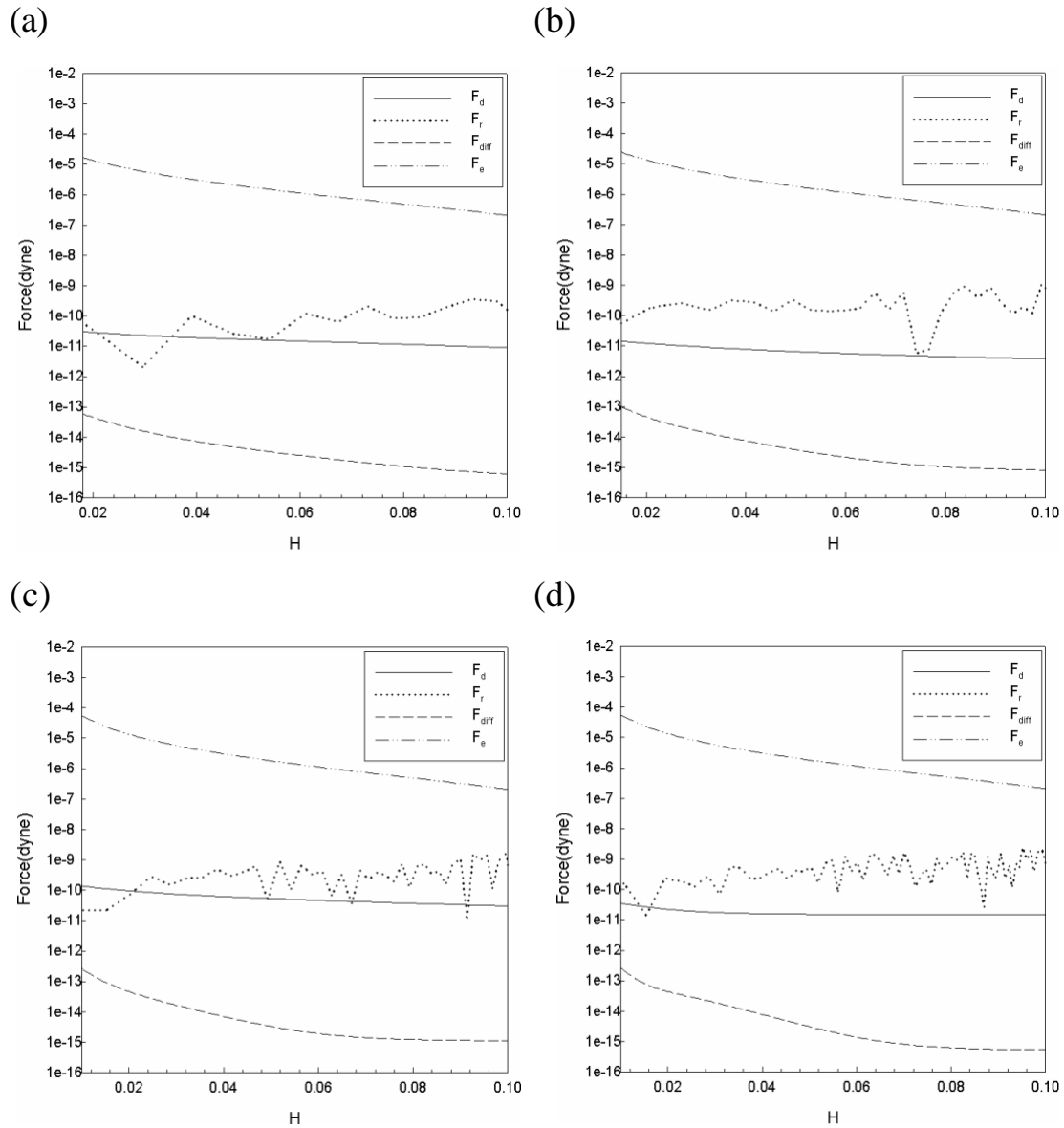
A-3 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 C 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個作用力大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 77.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



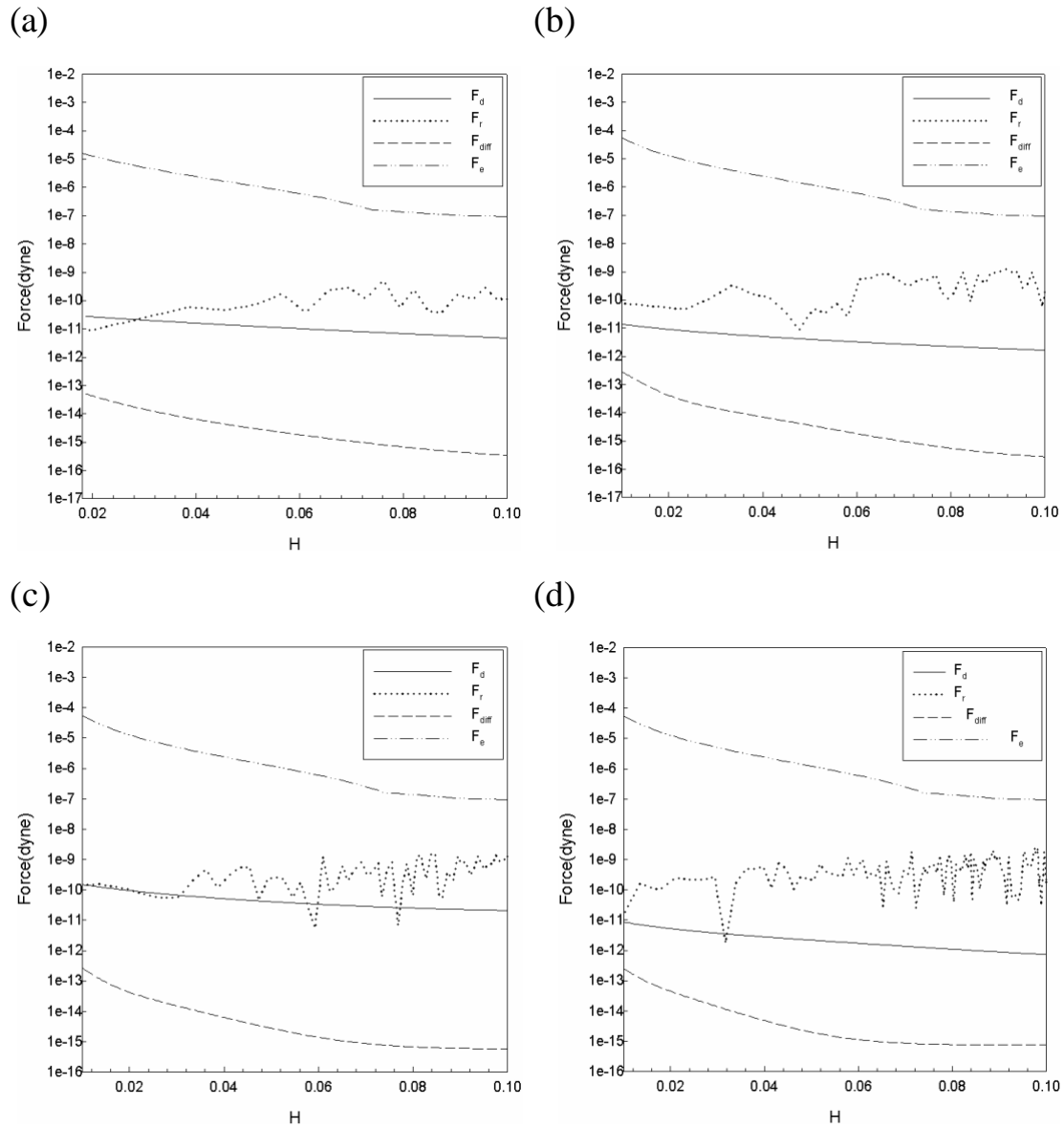
A-4 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 D 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個作用力大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 0.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 0.0$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



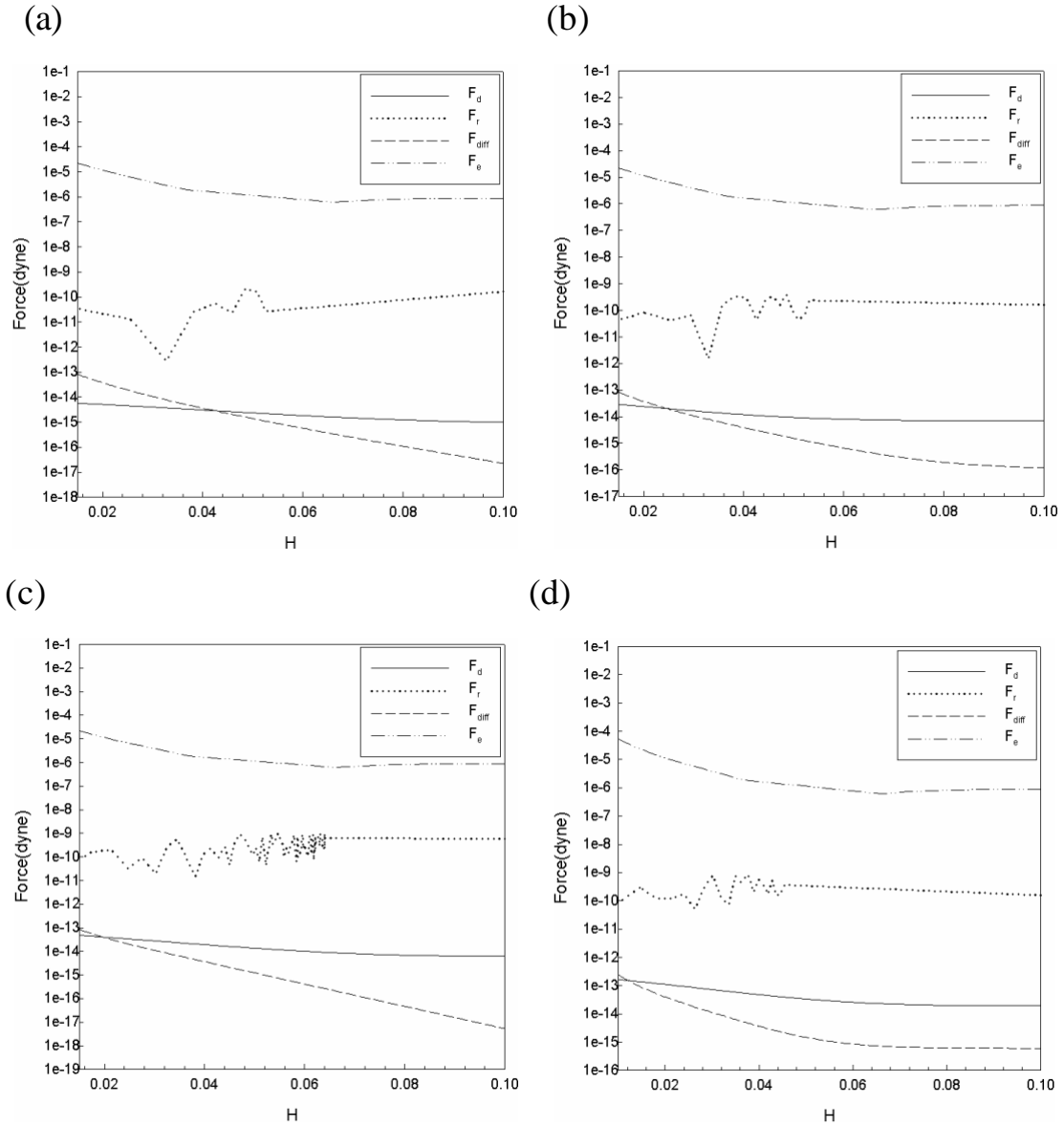
A-5 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 A 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個作用力大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 210.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



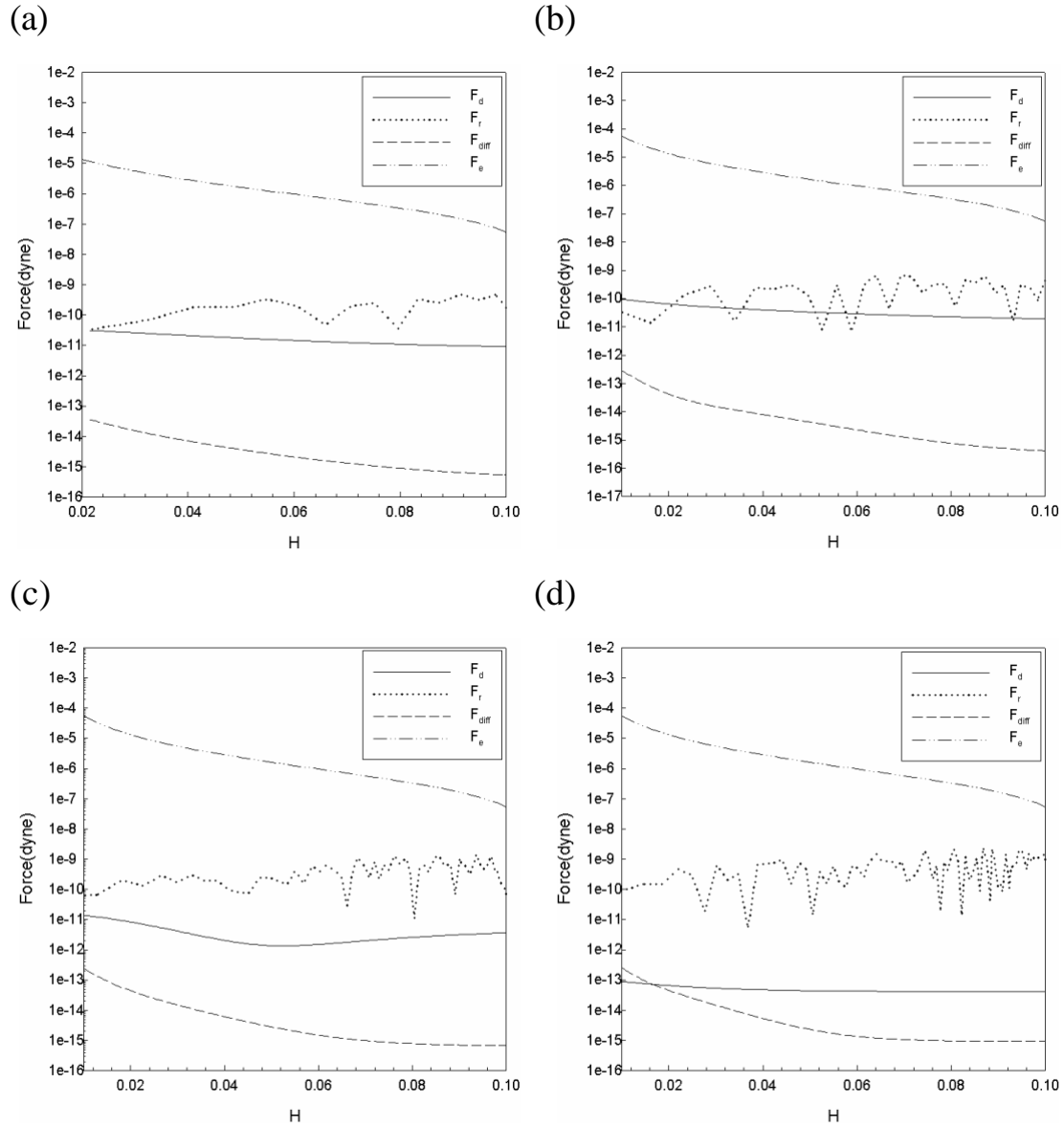
A-6 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 B 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個作用力大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 100.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



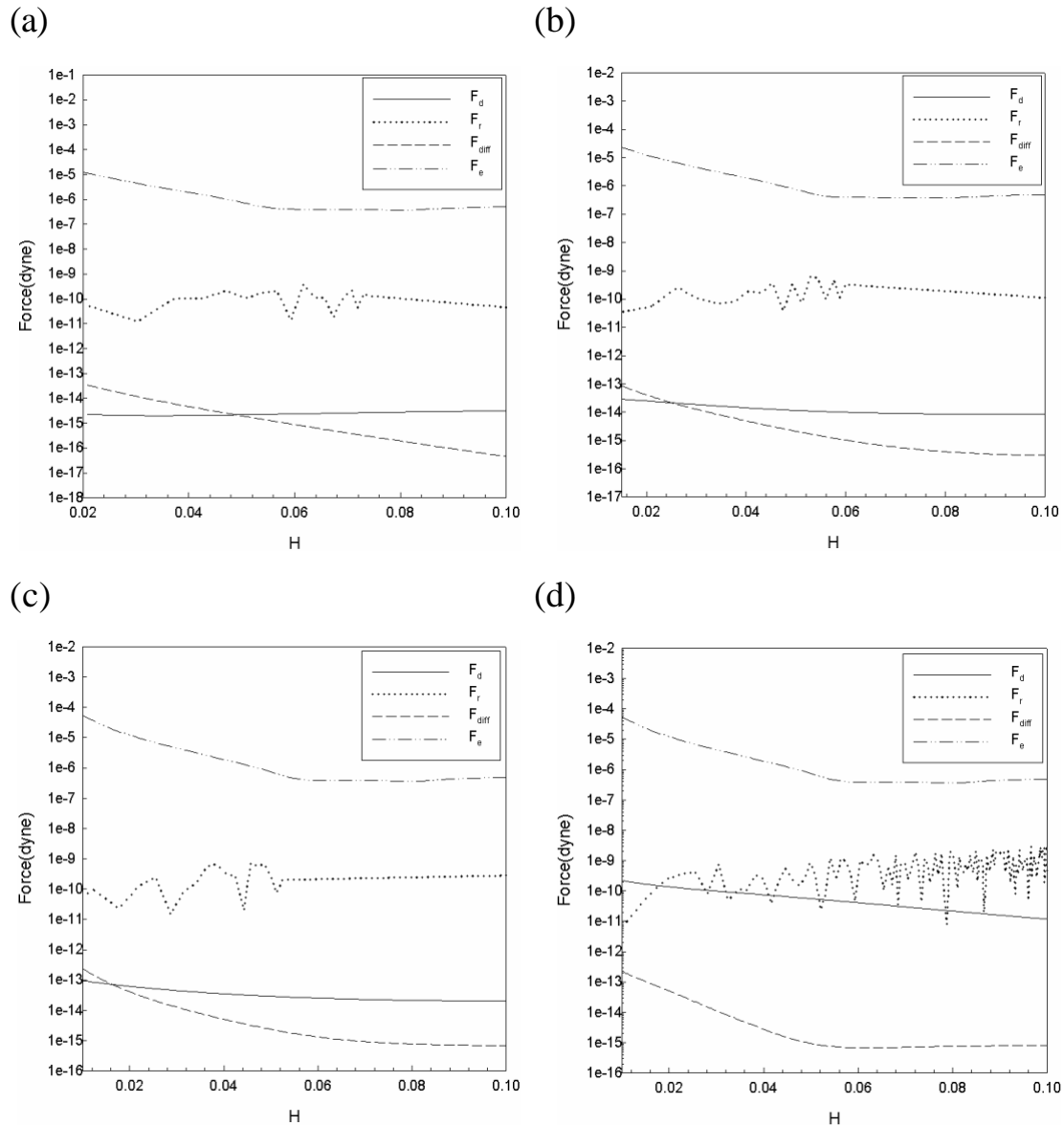
A-7 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 C 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個作用力大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 154.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



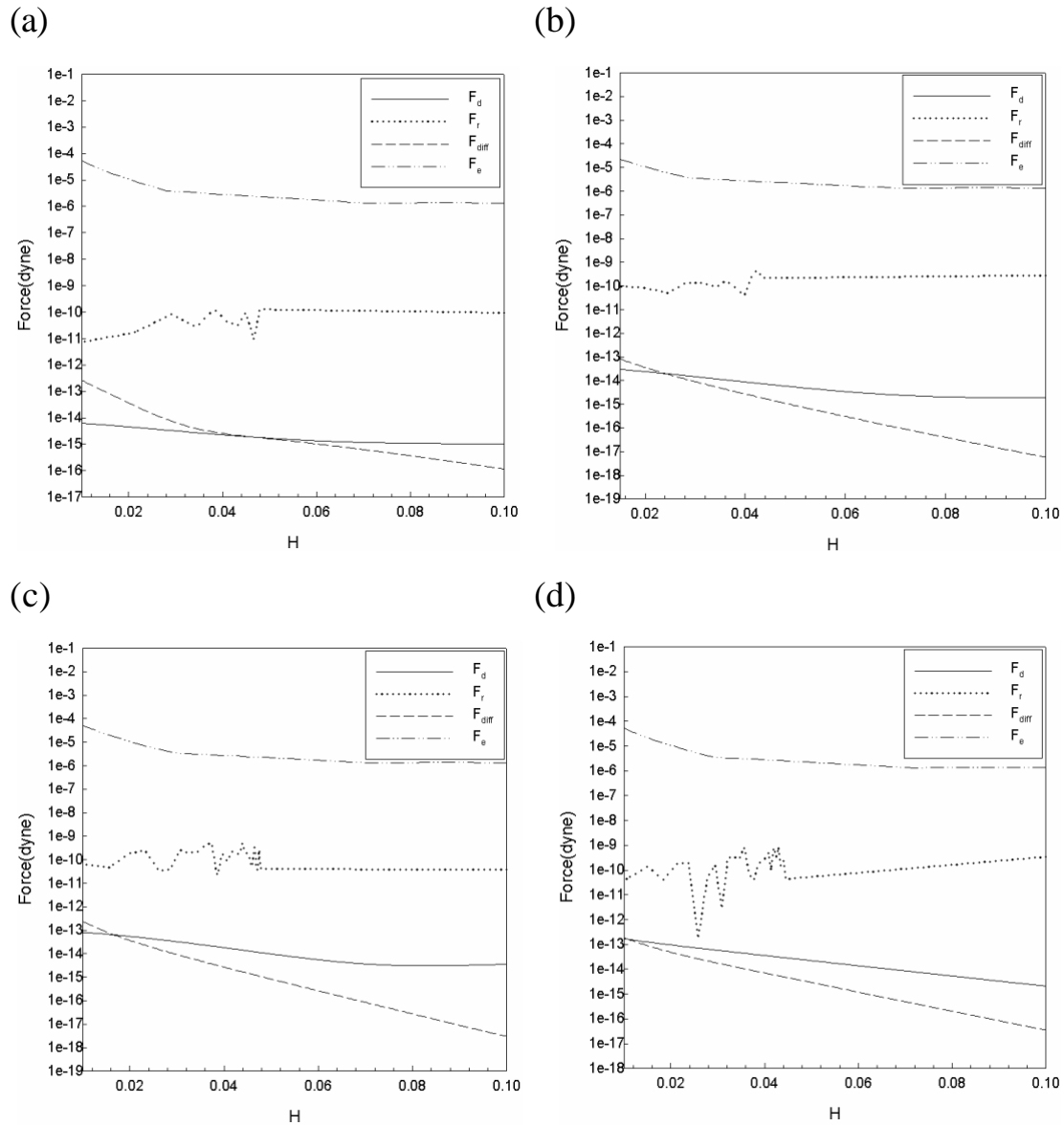
A-8 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 A 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個作用力大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 315.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



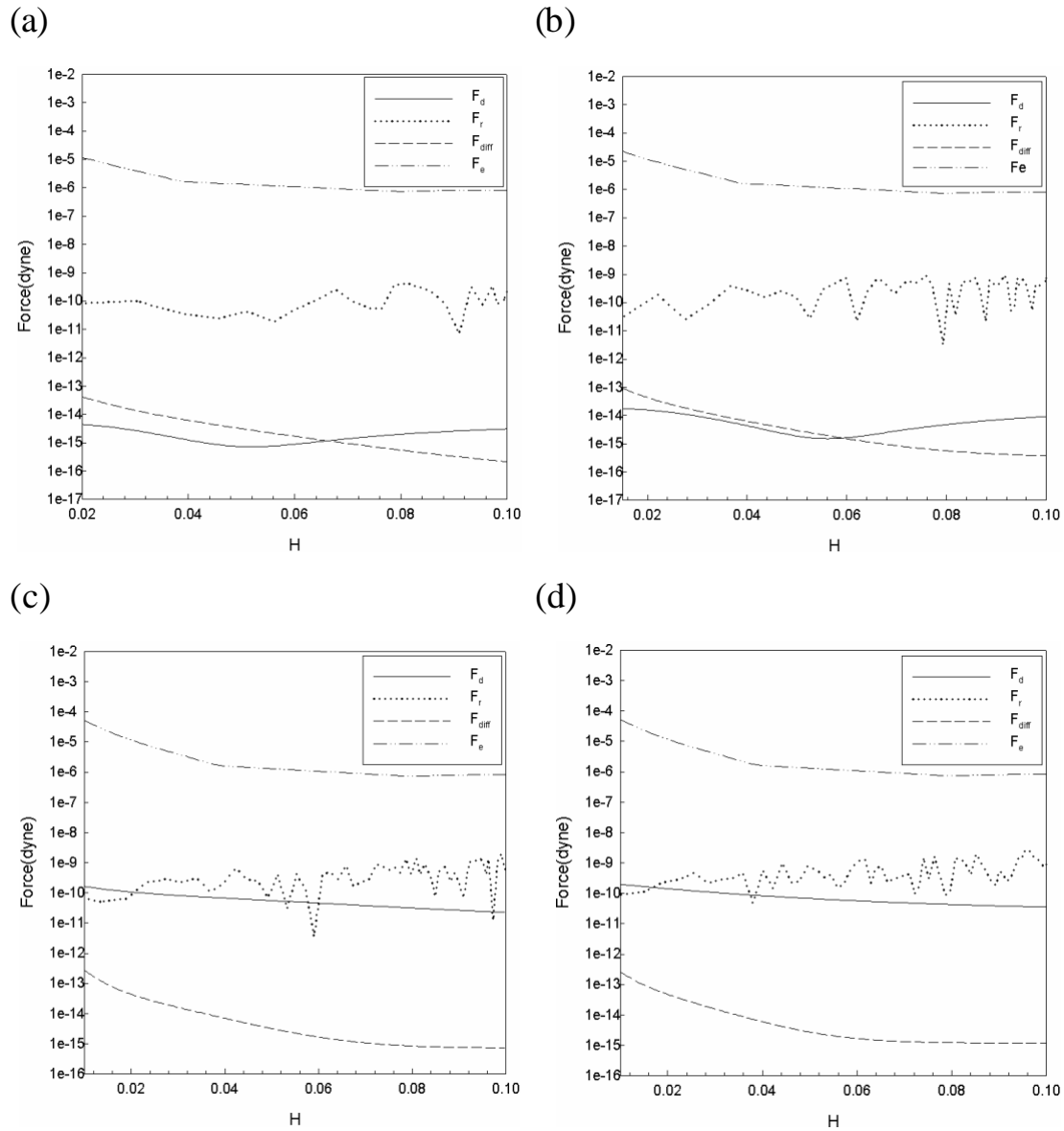
A-9 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 B 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個作用力大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 150.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



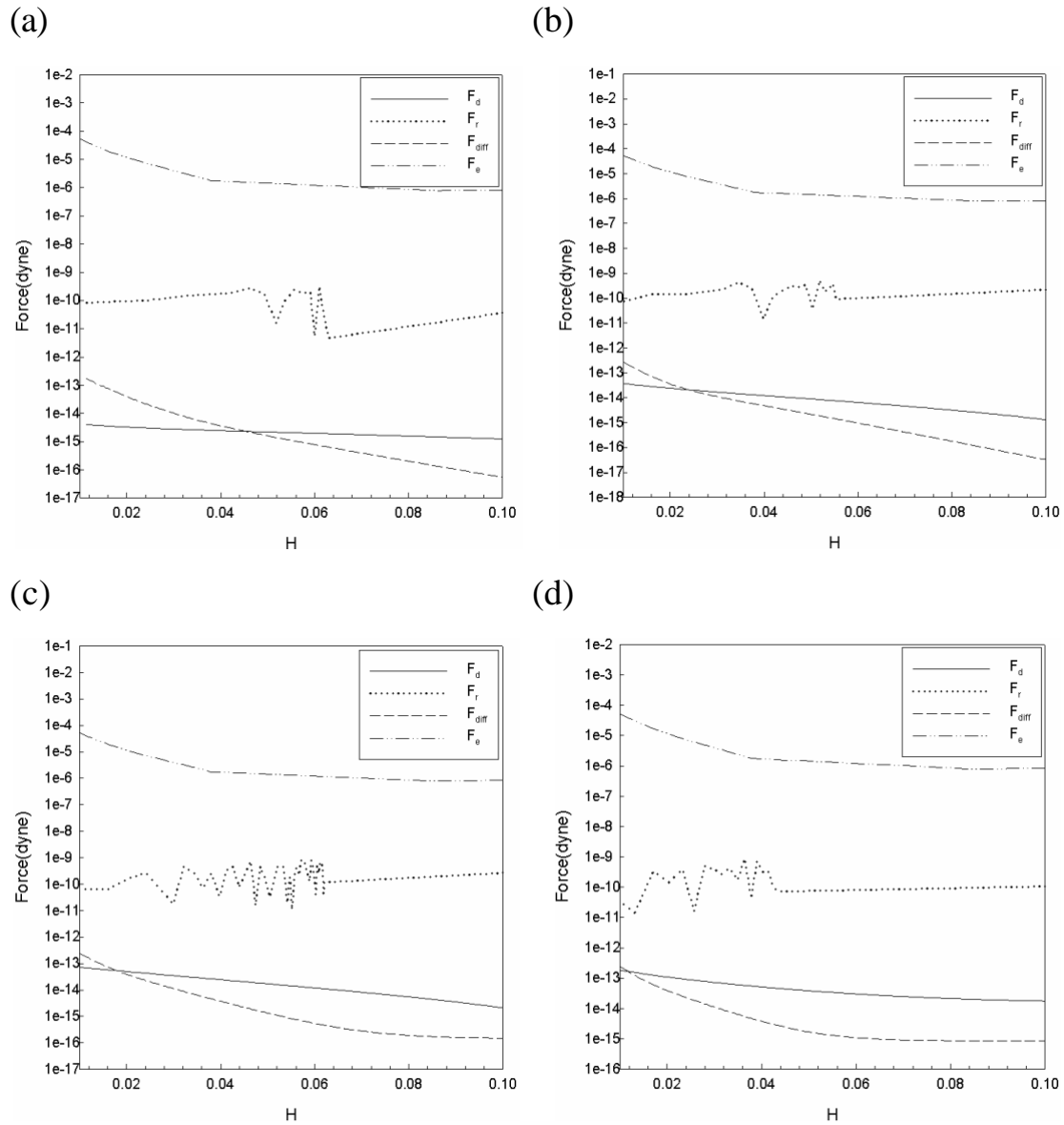
A-10 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 C 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個作用力大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 231.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



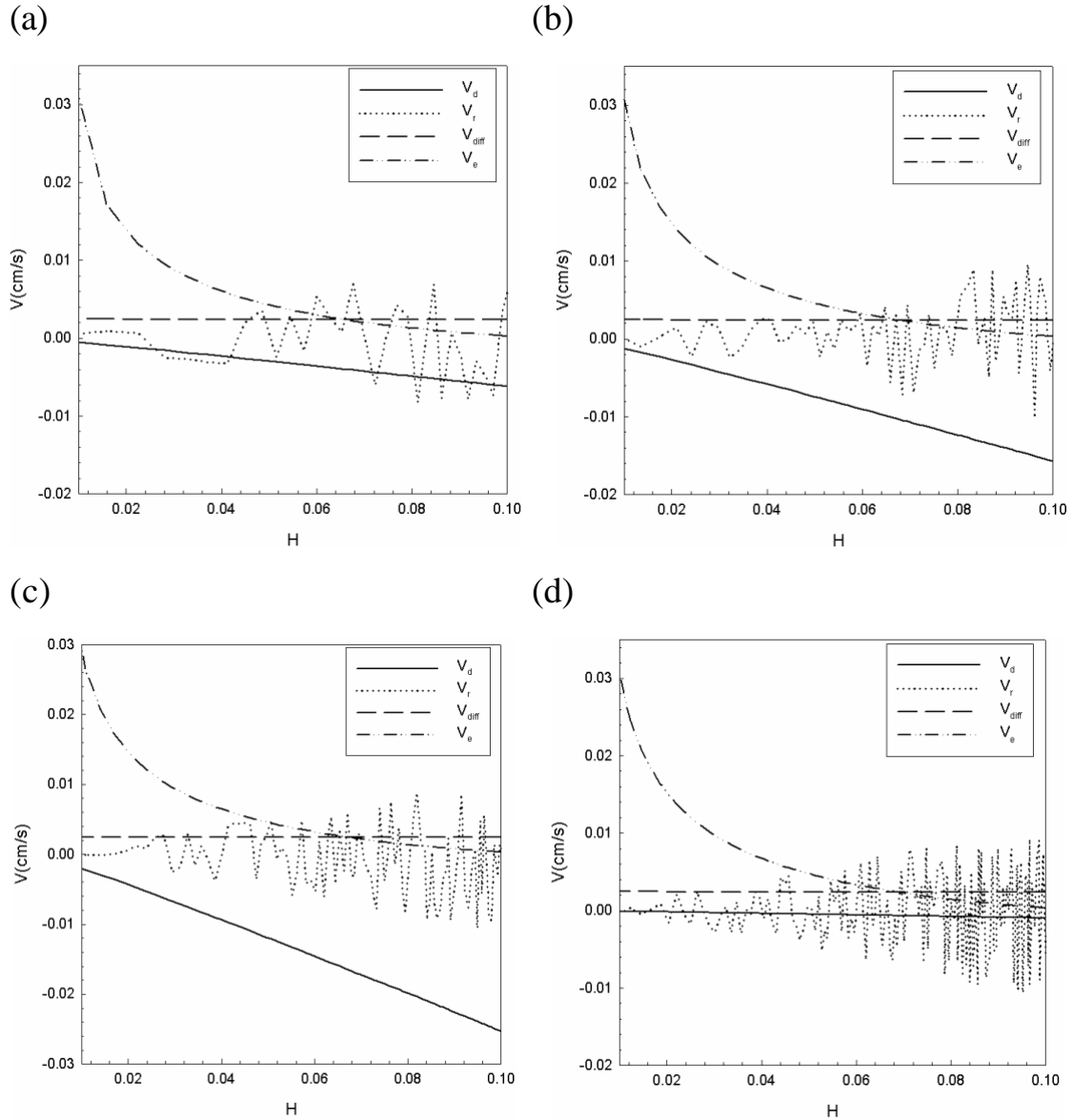
A-11 幾何形狀為 SCT 的楔型管, 在 DLVO 能障為曲線 A 的情形下, 對於不同的雷諾數值, 各個作用力大小與 H 之關係圖, 其中 $N_{E1} = 420.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$; (b) $N_{Re} = 1.0$; (c) $N_{Re} = 1.5$; (d) $N_{Re} = 2.0$ 。



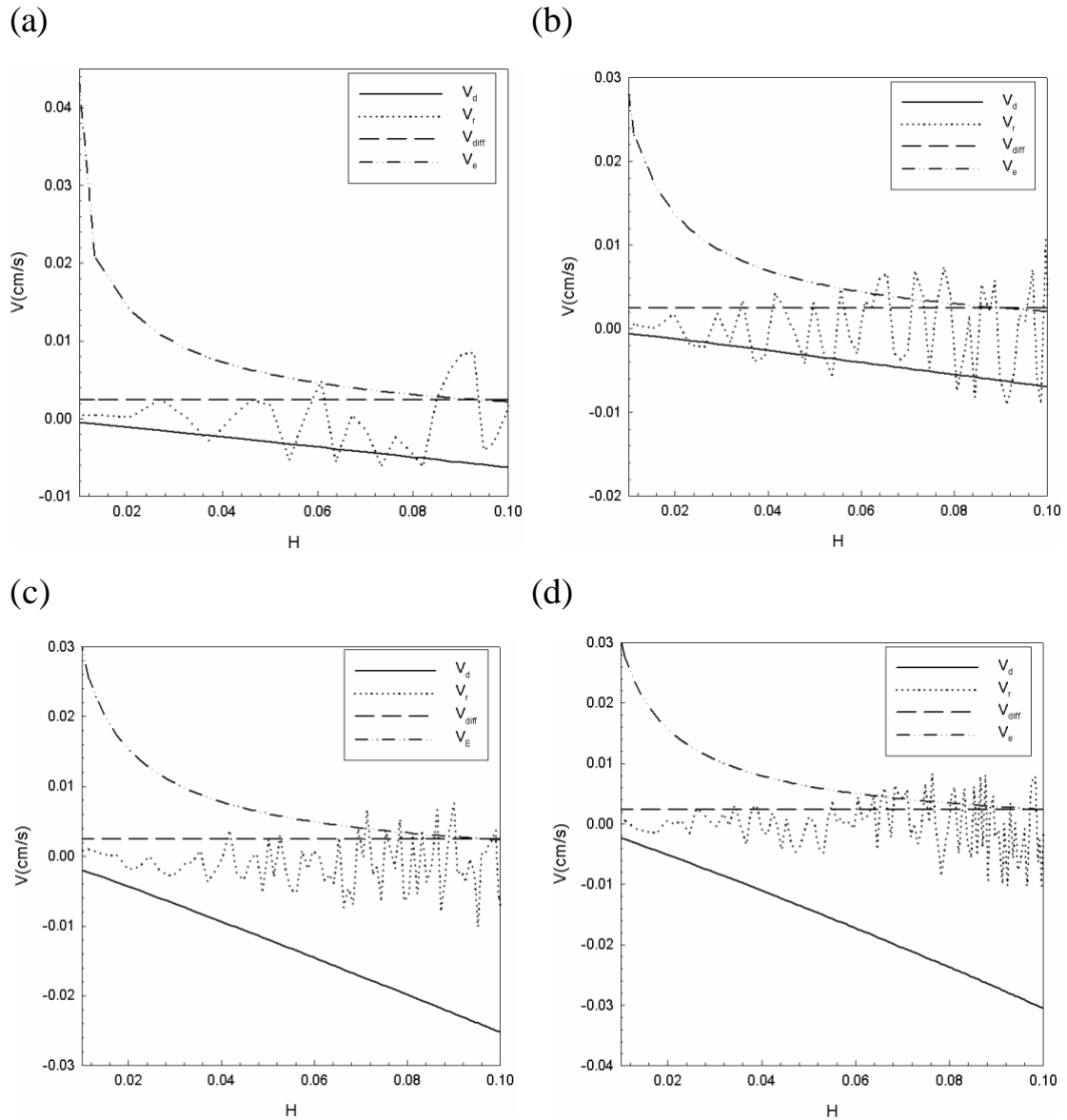
A-12 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 B 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個作用力大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 200.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



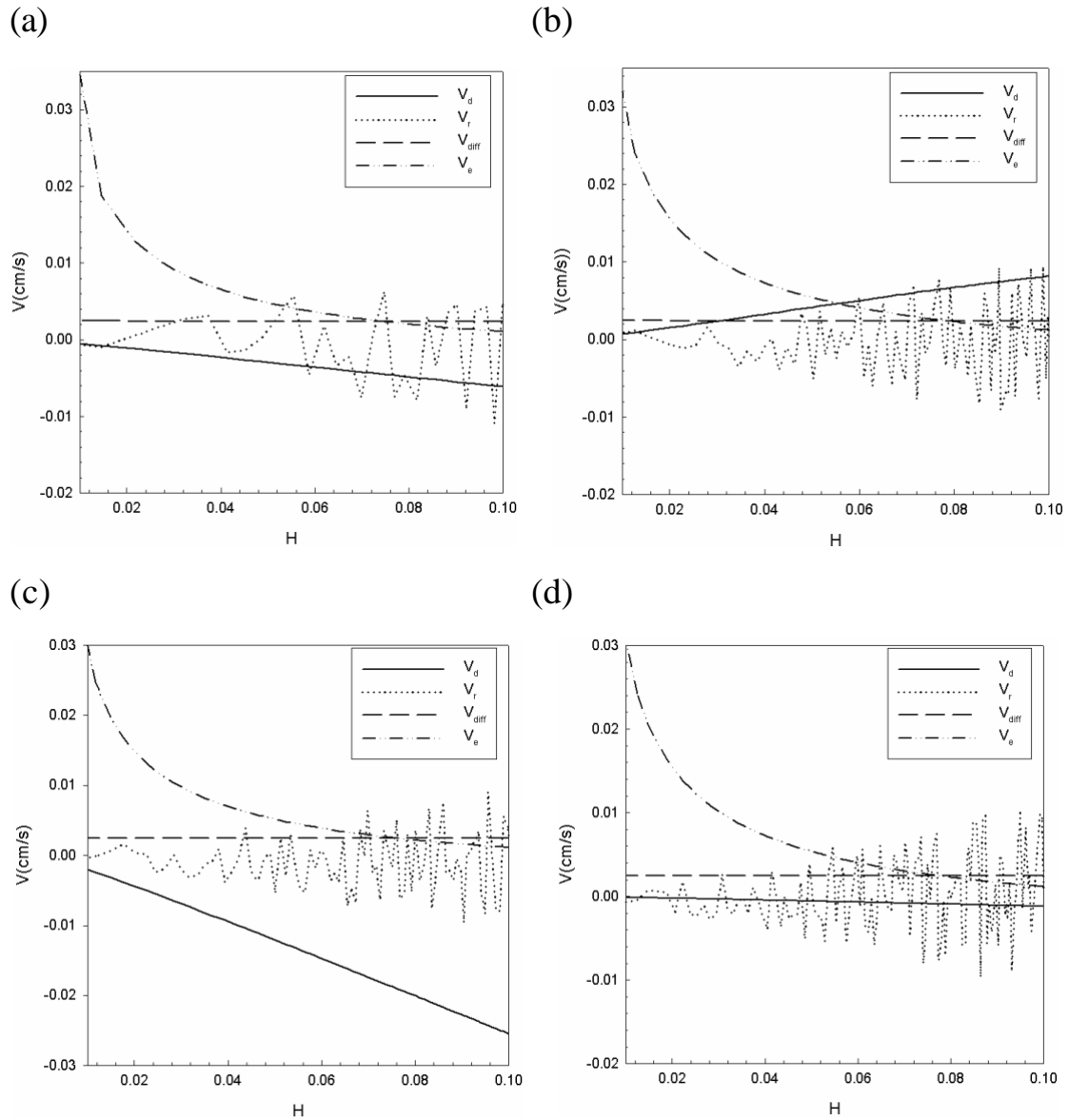
A-13 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 C 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個作用力大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 308.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



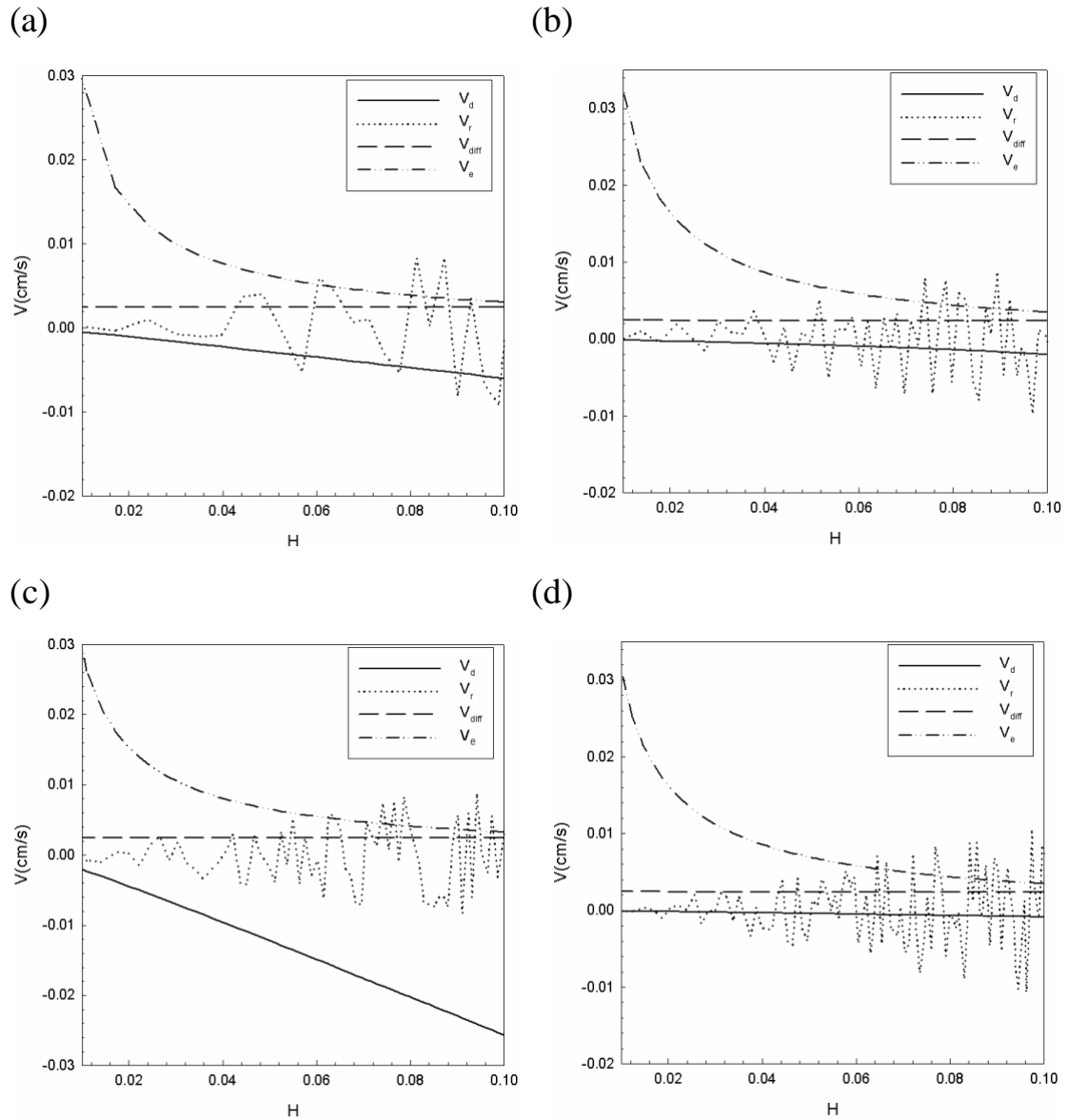
B-1 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 A 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個速度大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 105.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



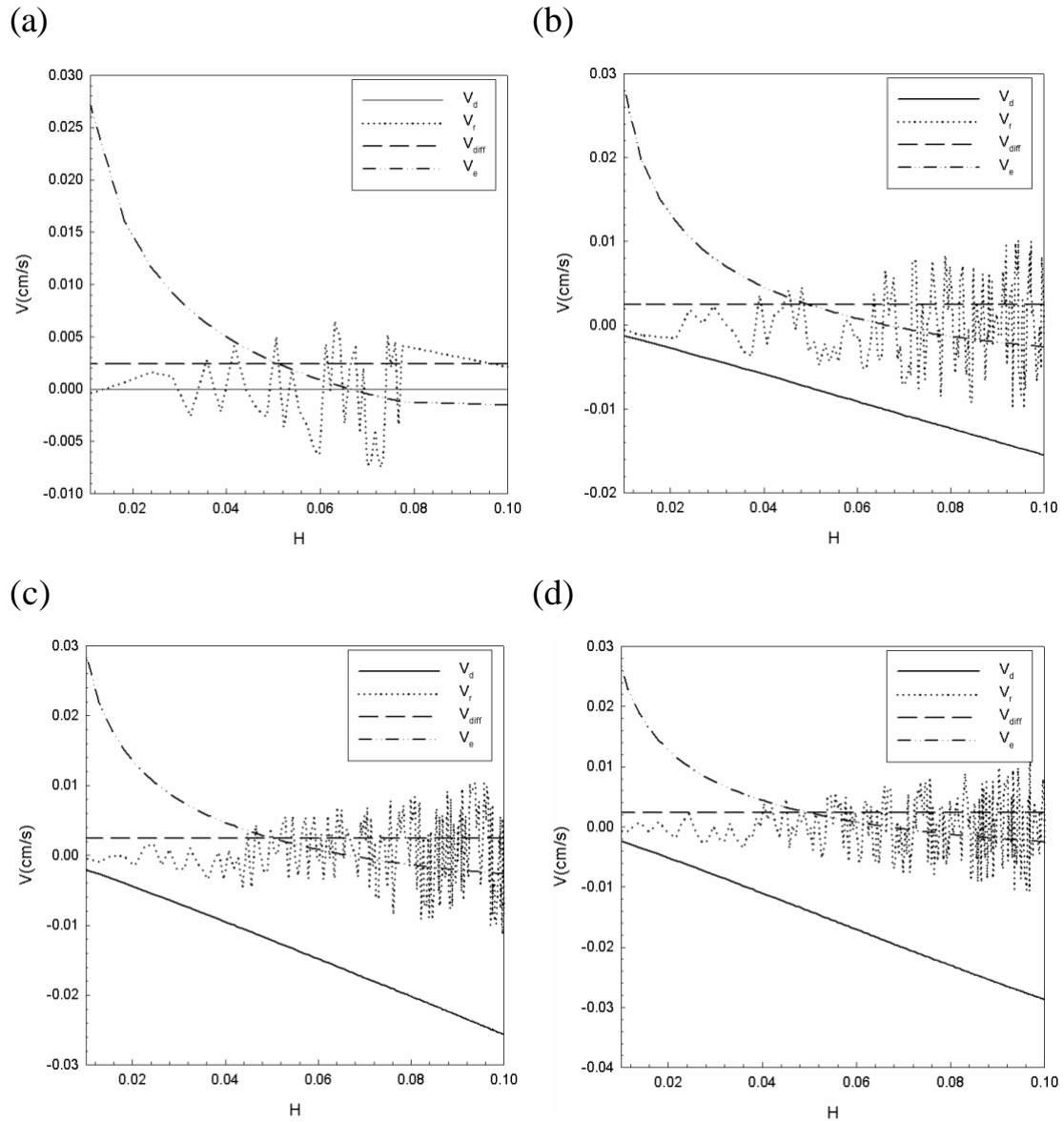
B-2 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 B 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個速度大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 50.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



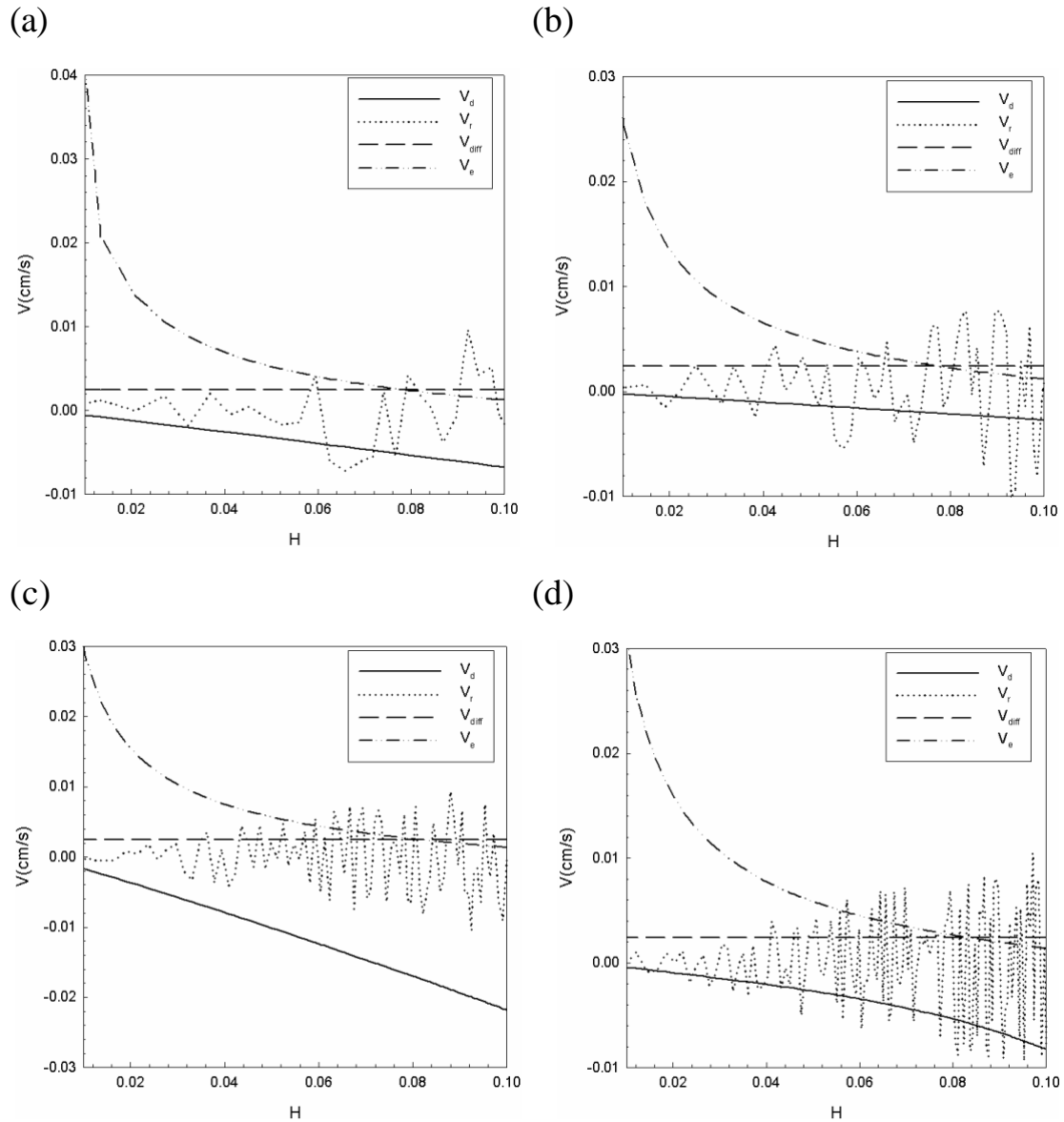
B-3 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 C 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個速度大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 77.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



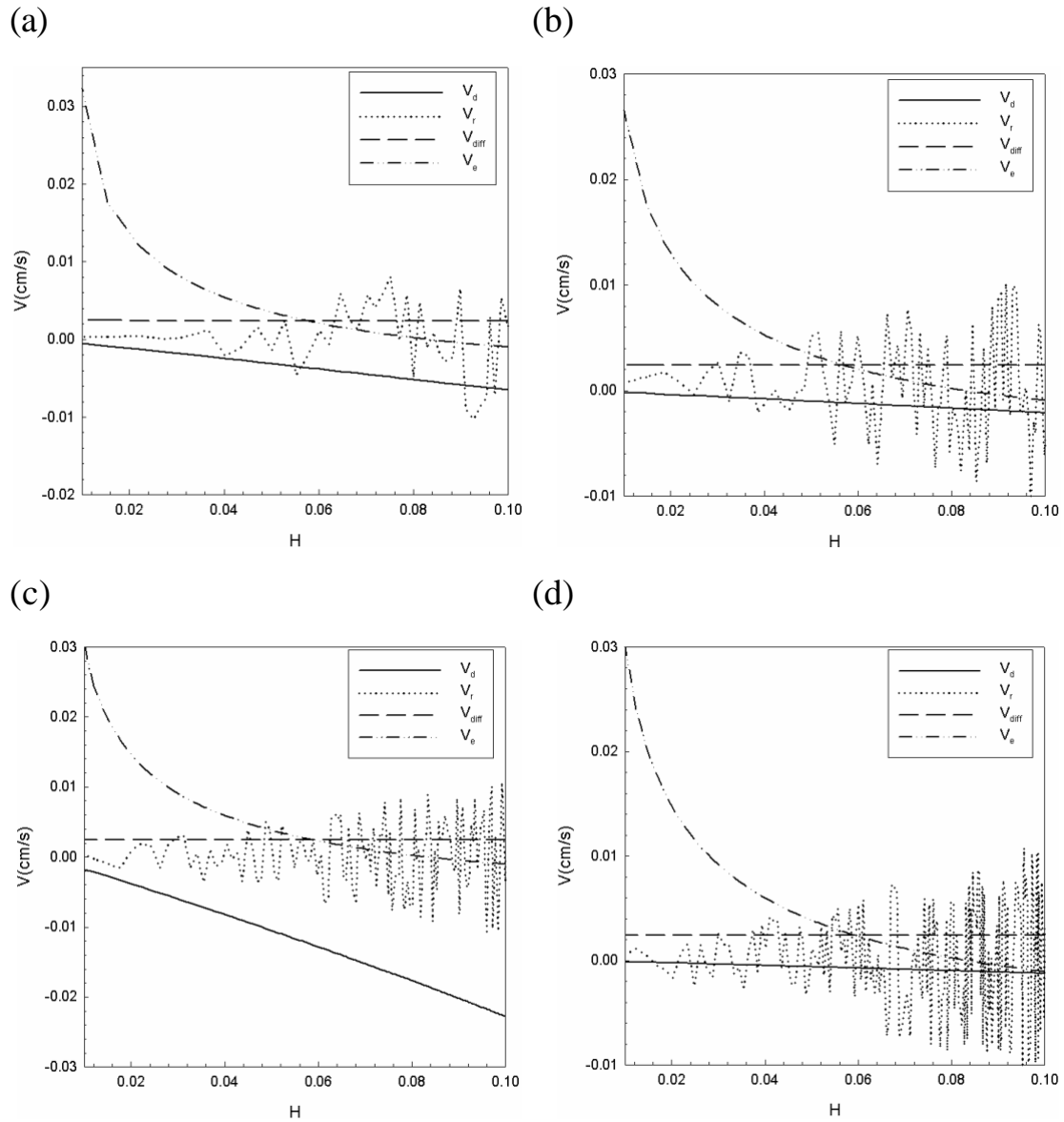
B-4 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 D 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個速度大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 0.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 0.0$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



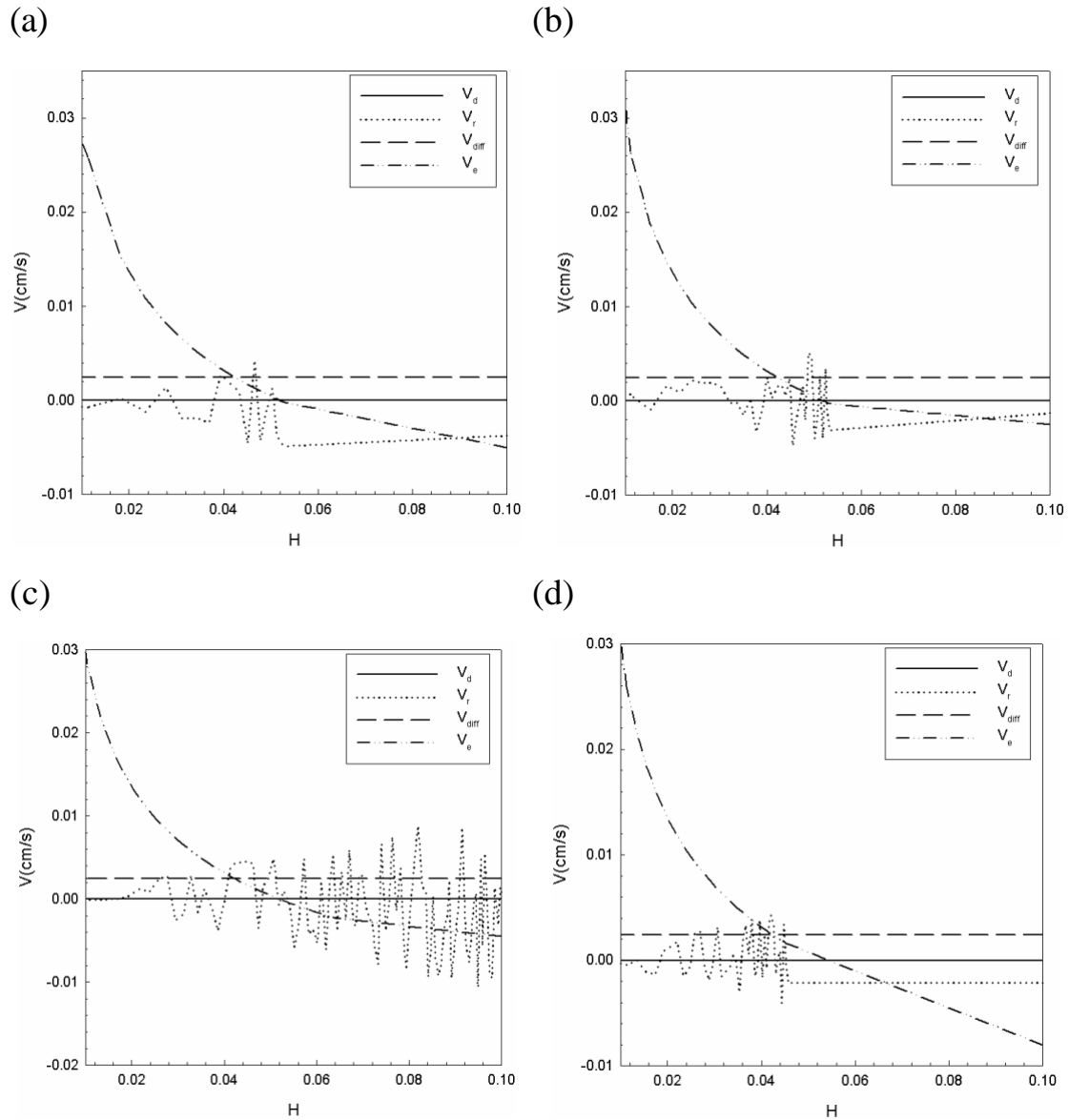
B-5 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 A 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個速度大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 210.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



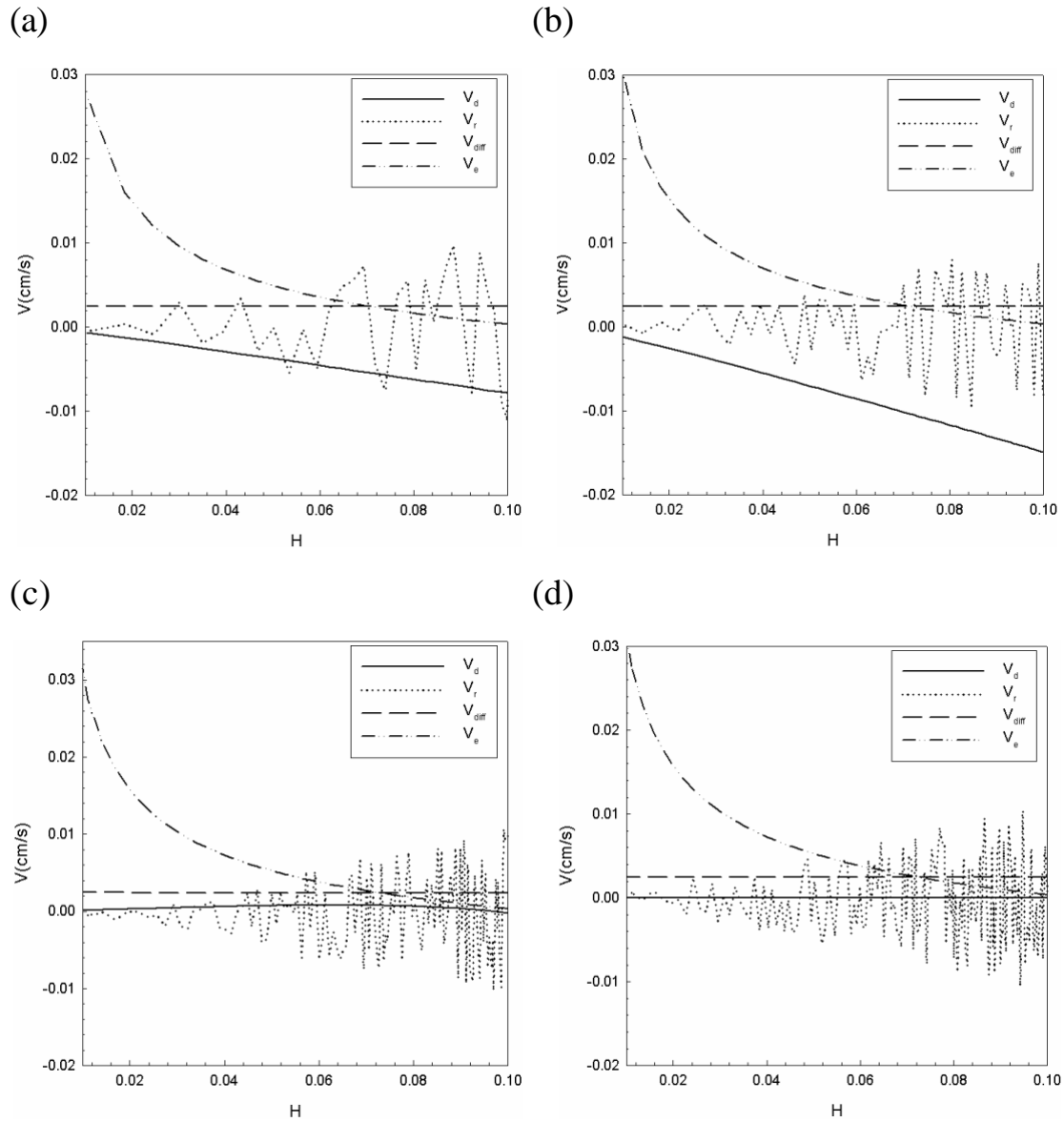
B-6 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 B 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個速度大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 100.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



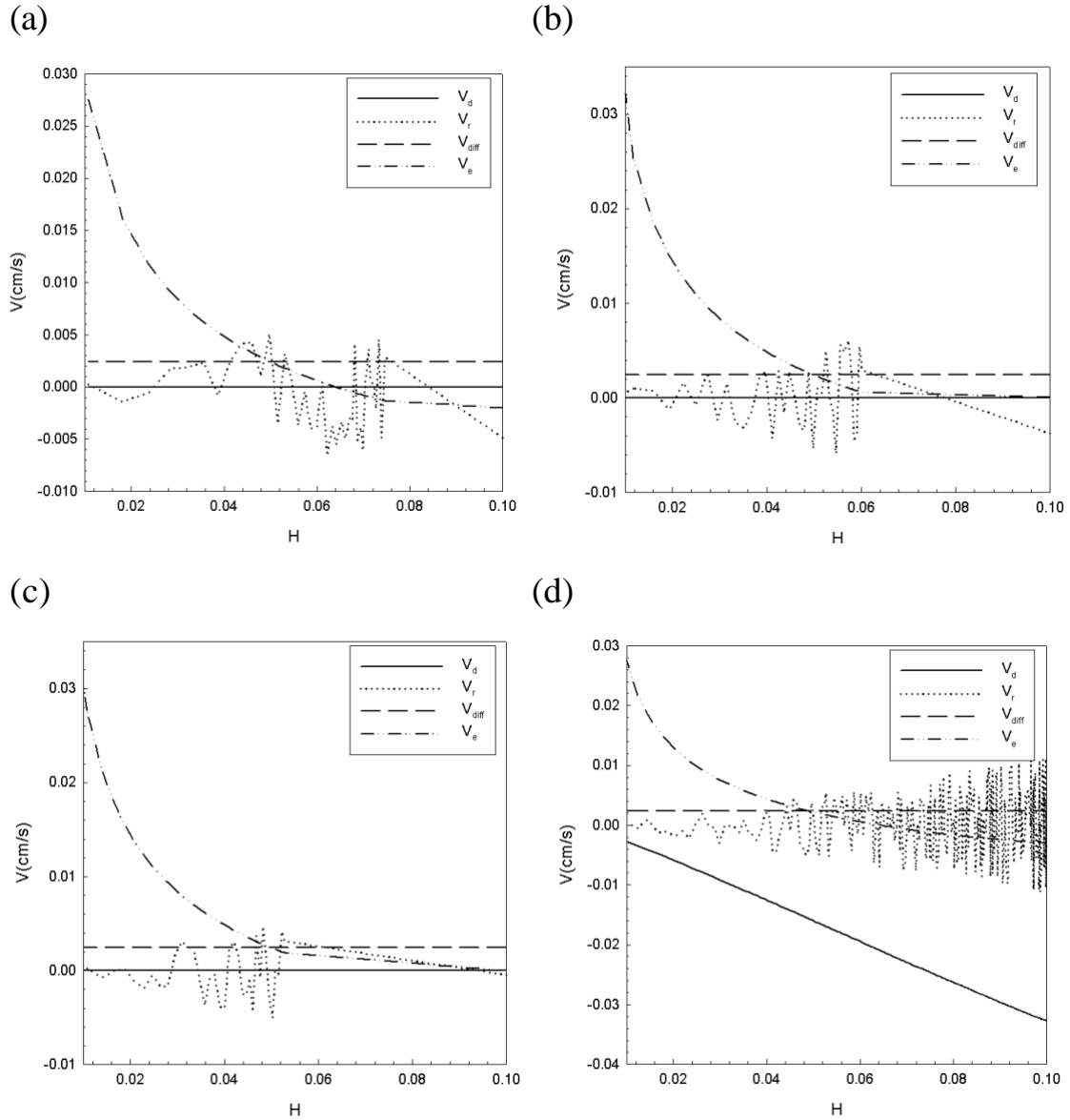
B-7 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 C 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個速度大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 154.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



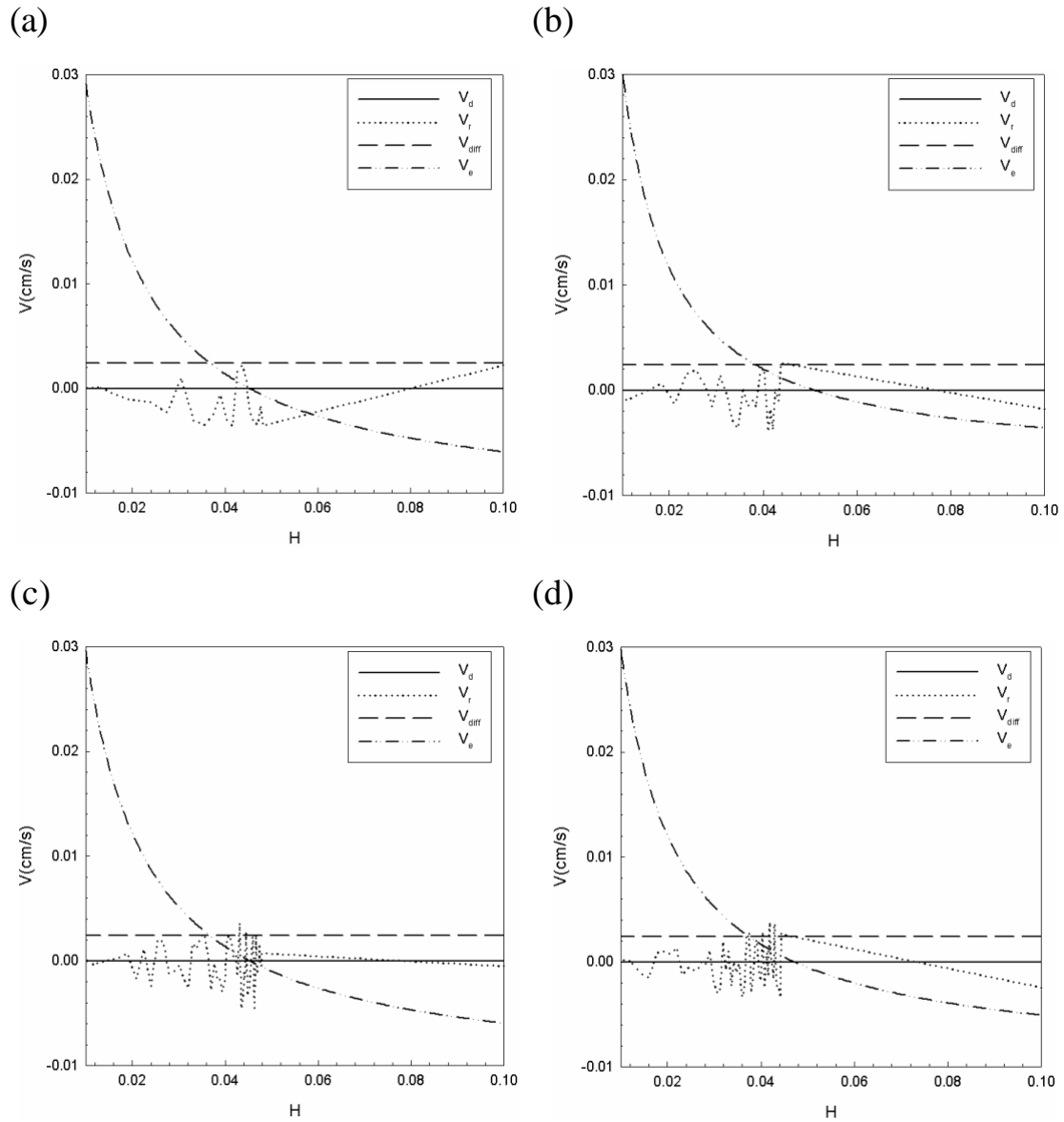
B-8 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 A 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個速度大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 315.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



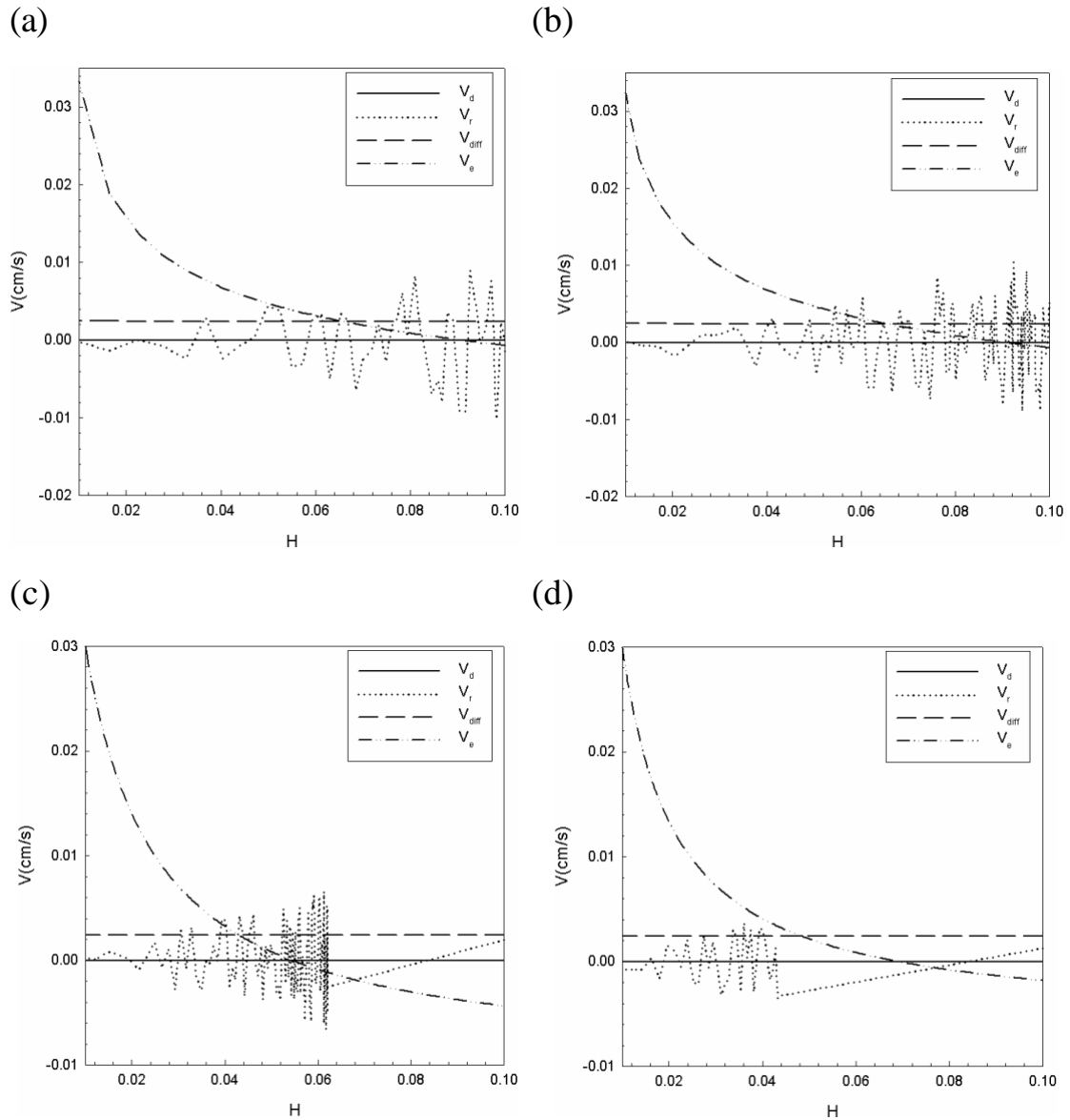
B-9 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 B 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個速度大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 150.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



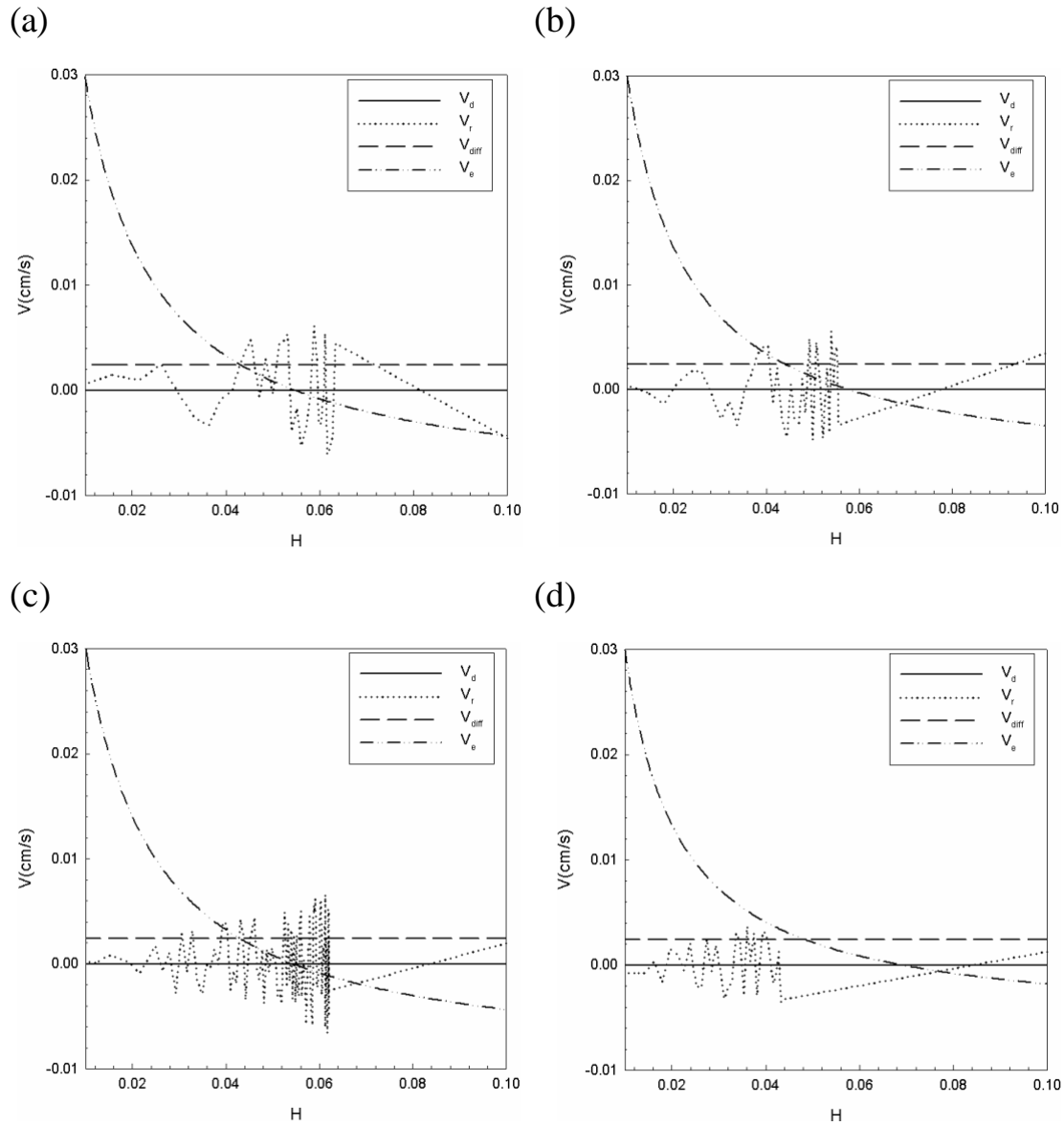
B-10 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 C 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個速度大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 231.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



B-11 幾何形狀為 SCT 的楔型管, 在 DLVO 能障為曲線 A 的情形下, 對於不同的雷諾數值, 各個速度大小與 H 之關係圖, 其中 $N_{E1} = 420.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 10.75$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$; (b) $N_{Re} = 1.0$; (c) $N_{Re} = 1.5$; (d) $N_{Re} = 2.0$ 。



B-12 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 B 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個速度大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 200.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 5.02$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。



B-13 幾何形狀為 SCT 的楔型管，在 DLVO 能障為曲線 C 的情形下，對於不同的雷諾數值，各個速度大小與 H 之關係圖，其中 $N_{E1} = 308.0$ 、 $N_{E2} = 1.0$ 、 $N_{LO} = 7.0$ 、 $N_{DL} = 10.0$ 。(a) $N_{Re} = 0.5$ ；(b) $N_{Re} = 1.0$ ；(c) $N_{Re} = 1.5$ ；(d) $N_{Re} = 2.0$ 。