


東 海 大 學

工業工程與經營資訊研究所

碩士論文初稿

在三階供應鏈中最佳製造商

存貨代管策略之研究



研 究 生：蔡承達
指 導 教 授：王文清 教授
姚銘忠 教授

中 華 民 國 九 十 三 年 六 月

On the Optimal Vendor-Managed Inventory Strategies in Three-Tier Supply Chains

By
Chen-Ta Tsai

Advisor: Dr. Wen-Ching Wang
Dr. Ming-Jong Yao

A Thesis
Submitted to the Institute of Industrial Engineering and Enterprise
Information at Tunghai University
in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science
in
Industrial Engineering and Enterprise Information

June 2004
Taichung, Taiwan, Republic of China

致謝

時光飛逝、歲月如梭，在東海的日子又將告一個段落。回想起這兩年的研究所生活，收穫實在很多。本論文得以順利完成，首先要感謝指導教授—王文清老師以及姚銘忠老師，除在學習上鼓勵我多涉獵不同領域外，並悉心指導，使論文漸趨完備。在生活上也給予關心和指導，令我受益良多。

此外，由衷感謝口試委員古思明博士、陸行博士、呂俊德博士的指導，對論文詳加閱讀並給予意見，使論文品質得以提昇。在學期間，也承蒙主任王偉華老師在學業上提供寶貴意見，使學生在兩年的研究中有許多的啟發，在專注的研究領域上有更多的見解，使我更能順利完成論文。

另一方面，要謝謝昱鈞學長一路上的指導跟打氣，岳庭、晏妃、曉玲、建伯、翰林，在這段期間一起打拼的奮鬥精神，帶給我許多美好的回憶，我永遠不會忘記。謝謝研究室的學弟兆廷、賢原以及研一的學弟妹，有你們熱心的幫助，使我在口試前更能心無旁騖的專心應試。而系上的助教素卿姊、雅慧姊、俊良兄、玟媛姊等，感謝你們對我的照顧與協助。

最後，感謝我的雙親在我求學的生涯中，給予我最大的支持與鼓勵，這些力量皆為我的後盾與支柱，讓我無後顧之憂的全力衝刺。

承達 謹誌於

東海大學工業工程與經營資訊研究所

中華民國九十三年七月

論文目錄

圖目錄	iii
表目錄	iv
中文摘要.....	v
英文摘要.....	vi
第一章 研究背景與目的.....	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究動機	1
1.3 研究目的	2
1.4 論文架構	5
第二章 文獻探討.....	7
2.1 供應鏈的起源	8
2.2 二階供應鏈相關文獻的探討	9
2.2.1 聯合補貨及數量折扣問題.....	10
2.2.2 單一供應商與單一零售商模式.....	11
2.2.3 單一供應商與多個零售商模式.....	11
2.3 三階供應鏈相關文獻的探討	12
2.3.1 單一供應商、單一製造商及單一零售商的存貨問題	12
2.3.2 單一供應商、單一製造商及多個零售商的存貨問題	13
2.3.3 單一供應商、多個製造商及多個零售商的存貨問題	13
2.4 使用製造商存貨代管策略對供應鏈管理之助益	15
第三章 數學模式建構.....	18
3.1 相關假設及限制	18
3.2 參數的定義	19
3.3 目標函數	20
3.3.1 製造商原物料的成本分析.....	20
3.3.2 製造商完成品的成本分析.....	22
3.3.3 製造商所屬零售商的成本分析.....	22
3.3.4 平均聯合總成本.....	24
3.4 三階供應鏈存貨示意圖	24

第四章 理論性質分析.....	26
4.1 接合點	26
4.1.1 接合點的位置.....	27
4.2 片段凹性	28
4.3 演算法的上、下界	33
4.3.1 演算法的上界.....	33
4.3.2 演算法的下界.....	33
第五章 求解演算法.....	41
5.1 研究工具	41
5.2 演算法之特性與證明	42
5.2.1 演算法之理論.....	42
5.3 搜尋方法及步驟	44
5.3.1 搜尋方法.....	44
5.3.2 搜尋步驟.....	46
5.4 搜尋步驟流程圖	47
第六章 數據驗證.....	49
6.1 隨機數據的產生	50
6.2 演算法範例	51
6.3 隨機數據實驗：	55
第七章 結論與未來研究發展.....	60
7.1 結論	60
7.2 研究限制.....	61
7.3 未來研究發展.....	61
參考文獻.....	62
附錄	67
附錄 A	67
附錄 B	68

圖目錄

圖 1-1 VMI 在供應鏈中的運作模式	3
圖 1-2 三階供應鏈實際情境示意圖	4
圖 1-3 本論文之研究架構	6
圖 2-1 文獻探討主要架構	8
圖 3-1 製造商的原物料存貨水準	20
圖 3-2 製造商完成商品之存貨水準	22
圖 3-3 製造商 i 的第 j 個零售商完成品之存貨水準	23
圖 3-4 三階供應鏈存貨水準變化關係圖	25
圖 4-1 不同 k_i 值所對應之接合點示意圖	26
圖 4-2 兩個緊鄰平均總成本曲線之接合點	27
圖 4-3 製造商 i 的最好平均總成本曲線	29
圖 4-4 最好平均聯合總成本曲線與其個別製造商之最好平均總成本曲線之 接合點的關係圖	32
圖 4-5 不同 k_i 值對應之 $\Phi_i(k_i, T)$ 多為開口向上的凹型曲線	35
圖 4-6 $\pi_i(T)$ 與 $\theta_i(T)$ 之函數圖	35
圖 5-1 搜尋演算法之最佳 $K(w_{jp})$ 之搜尋方法	45
圖 5-2 搜尋步驟流程圖	49
附圖 A-1 構成零售商完成品的存貨持有成本之相關成本圖	67
附圖 B-1 製造商 i 接合點區間中最大的成本遞減量	68

表目錄

表 2-1 在協同的供應鏈架構中採取不同週期之策略表	14
表 2-2 企業採用 VMI 之有形效益彙整表	16
表 2-3 企業採用 VMI 之無形效益彙整表	17
表 6-1 參數範圍設定	50
表 6-2 三階供應鏈中單一供應商、三個製造商及其零售商範例參數	52
表 6-3 範例利用搜尋演算法得到的結果	54
表 6-4 不同的製造商數目對平均聯合總成本影響之分析	55
表 6-5 五個製造商中對不同製造商所屬零售商數量之分析	56
表 6-6 五個製造商中對不同製造商原物料採購成本之分析	56
表 6-7 五個製造商中對不同製造商完成品存貨成本之分析	56
表 6-8 五個製造商中對不同零售商完成品存貨成本之分析	57
表 6-9 五個製造商中對不同製造商原物料存貨成本之分析	57
表 6-10 五個製造商中對不同原物料生產消耗率之分析	57
表 6-11 五個製造商中對不同製造商生產設置成本之分析	58
表 6-12 五個製造商中對不同生產率之分析	58
表 6-13 五個製造商中對不同零售商訂購成本之分析	598
表 6-14 五個製造商中對不同零售商產品需求率之分析	58
表 6-15 供應鏈中五個製造商對不同合併補貨訂購成本之分析	58

在三階供應鏈中最佳製造商存貨代管策略之研究

研究生：蔡承達

指導教授：王文清

姚銘忠

東海大學工業工程與經營資訊研究所

摘要

現今面對國際化商業競爭與挑戰，企業競爭優勢不再只是公司本身的能力，還須更與外部組織結合，並與供應商及零售商合作，以掌握品質、交期、成本等競爭因素。而供應鏈管理已被認為是一個新競爭優勢的來源。同時，在利益考量上，不再只單方面針對供應商或採購者，而必須考慮整個供應鏈成員的共同利益。

本研究問題的背景為：在一個三階供應鏈中，由單一原物料供應商供應原物料給多個製造商，經過多個不同地區的製造商加工生產製造成完成品，再將完成品配送給各製造商的零售商。期望透過製造商存貨代管(VMI)運作模式，由製造商取得訂單或預測零售商的存貨資訊後，生產符合需求數量的產品，並在固定補貨週期中進行零售商成品的數量控管。

本文透過數學模式，尋找最佳的原物料補貨週期及製造商、零售商之完成品生產週期與補貨週期，以最小化平均聯合總成本。在成本分析的探討中，導出所有製造商所組成的平均聯合總成本，再探討聯合總成本函數最佳解的結構特性。藉由上述理論分析的結果，本文提出一個有效的搜尋演算法，以求取本模式的最小成本值。論文中舉了一個範例與多個隨機實驗數據，以驗證並說明本研究所得到的理論結果。

關鍵字：三階供應鏈、製造商存貨代管、搜尋演算法、存貨

On the Optimal Vendor-Managed Inventory Strategies in Three-Tier Supply Chains

Student : Chen-Ta Tsai

Advisor : Wen-Ching Wang

Ming-Jong Yao

Department of Industrial Engineering and Enterprise Information,
Tunghai University.

ABSTRACT

In this paper, we consider an integrated inventory model with multiple vendors and multiple buyers. In this three-tier supply chain, on the strategy of Vendor Managed Inventory (VMI), the vendors purchase raw material, produces into finished items, and delivers finished items to multiple buyers. The focus of this study is to secure the optimal common cycle for the vendor's production and all the buyers' replenishment to minimize the average total cost. To approach this problem, we first derive the joint total average cost that occurs from the members of the supply chain system. Then, we analyze the optimality structure of the optimal joint total average cost curve with respect to the value of common cycle (T). We show that the joint total average cost curve is piece-wise convex. We also introduce the characteristic of junction points on the optimal joint total average cost curve. Then, we propose an efficient search algorithm for securing the optimal solution of this problem. In order to improve the effectiveness of the search algorithm, we derive an upper and a lower bound on the value of common cycle. A numerical example demonstrate that our search algorithm secures the optimal solution in a very short run time.

Keywords: *Three-Tier Supply Chain, Vendor-Managed Inventory, Search Algorithm, Inventory Problem*

第一章 研究背景與目的

1.1 研究背景

隨著國際化趨勢的潮流來臨，面對國際化商業競爭與挑戰，企業開始注意內部控管。因此，現今的經營管理著重在降低成本與贏得顧客滿意度。因顧客對產品及服務品質的要求越來越高，所以企業競爭優勢不再只是公司本身的能力，還須與外部組織結合，而與供應商及零售商密切合作，以掌握品質、交期、成本等競爭因素。供應鏈管理已被公認為是一個新競爭優勢的來源。藉由供應鏈管理結合上下游供應鏈上的整體性合作，來降低成本、有效應用資源及利用顧客需求引導產品生產，企業因此可以大幅提昇其產業競爭力。

Christopher(1992)的論文中，將供應鏈定義為一個由許多組織，經上、下游連結而組成的網路。這些組織參與許多不同的流程與活動（生產、供給等），其目的在以產品或服務型態來產出價值。因此，供應鏈是企業間跨功能部門之運作整合、協調的合作策略。供應鏈管理則在有效整合供應商、製造商及零售商的企業流程。因此，在 Simchi-Levi et al.(2000)的研究中也提到，供應鏈是指企業自取得原物料，至產品於適當時間、適當數量及適當地點配送給消費者之過程中，做最佳化資源分配的一系列活動。

因此，供應鏈是企業藉有效供應鏈管理，以降低成本及減少產品配送時間，俾能提高市場佔有率、增加公司利益為其主要目標。這過程中促使上下游廠商在互信基礎上合作，以分享彼此的資訊，共同完成滿足客戶需求。

1.2 研究動機

近年來，由於民生需求增加，企業的生產規模也因此不斷擴大。製造商為了地域性需要，減少運輸以及時間耗費所花費的成本，並提高其產能，因此，製造商的數量不斷增加，並在各地建立自己的配銷通路。因應資訊科技的發展，許多學者也進一步研究，如何透過資訊傳遞來增加供應鏈成員之間的合作關係，然後藉製造商與零售商的協同合作，達成雙贏的目的。

為了更能符合現實情況，本論文試著更改傳統單一製造商或單一零售商的模式，發展多個製造商及多個零售商的供應鏈模式。對於製造商代管存貨所須面臨的問題，包含了原物料該多久補貨一次、該使用什麼策略才能在生產的時候不致發生缺料而停工？零售商的完成品存貨究竟該在多少的時間內進行補貨，才能達到最大經濟效益？因此，本文針對製造商進行存貨代管策略下，進行探討原物料的補貨週期、製造商的生產週期以及零售商的補貨週期。企圖透過數學最佳化求解模式，可以減少不必要的成本支出，而能以最合適的週期時間進行供應鏈的運作，能讓決策者達到整個供應鏈達到最大經濟效益。

1.3 研究目的

傳統供應鏈，上游廠商對市場需求資訊的取得，一直以來就有資訊不足的現象。Lee et al.(1997)說明此一現象，常會在供應鏈管理中產生長鞭效應(Bullwhip Effect)。因此，近年來，透過資訊科技的進步，藉由電子資料交換系統 (Electronic Data Interchange ,EDI) 的發展，讓供應鏈管理增加了上下游廠商資訊的對稱性。不論公司內部的資訊整合或供應鏈成員間的訊息交換，都變得比以前更快速、準確，使供應鏈能在最有效時間內，達到滿足。企業間藉由溝通與互動，相互調整內部的流程與資源分配，讓資訊可以流暢地平行傳遞、市場策略可以共同計畫。這也是供應鏈體制，能在現今蓬勃發展的關鍵因素。

供應鏈管理的最終目的，就是要讓企業和上下游廠商之間的連結，達到及時同步、迅速反應的協同合作關係，讓銷售和生產同步化，進而減低庫存壓力(黎漢林，1999)。因此，透過資訊科技的發展，為了更加有效控管存貨，我們採取製造商存貨代管 (Vendor Managed Inventory, VMI) 的運作模式與管理策略。

林宏澤(2003)在其論文中定義，VMI 是由製造商依照契約決定適當存貨水準。這是一種供應鏈整合化運作的決策代理模式。它是透過買賣雙方之間共同庫存資訊，將所有庫存決策權交給製造商，由製造商採取適當的存貨政策以維持合約庫存，並以實際或預測的消費需求進行補貨。換言

之，VMI 是完全由製造商行使存貨控管及配送；Yossi(1998)則認為，VMI 與直接補貨相似。主要是製造商被要求負予責任，來管理零售商的產品供應與存貨管理。但林宏澤(2003)卻說明了，使用 VMI 的策略，必須透過資訊之精準傳遞，以正確掌握庫存狀態。因而產生須準確預測補貨週期及生產時程安排的問題，俾能達到成本最小化及增加資金週轉率。

因此，VMI 在供應鏈的運作方式，主要是利用 EDI 提供供應鏈成員間的資訊交換，由製造商針對原物料及零售商的存貨進行控管。VMI 運作模式可由圖 1-1 表示：在一個三階供應鏈中，以第二階的製造商(V)為主要決策者，它必須以整個供應鏈的最佳利益為首要考量。藉由本文所推導出，以製造商及其上游的原物料供應商(R)及下游零售商(B)的最適生產週期及補貨週期作為供應鏈運作的依據。透過電子資訊交換系統(EDI)傳遞需求資訊及分享庫存數量，期望製造商能在最適當的時間，將正確數量的物品送達正確的地點，使供應鏈發揮最大的經濟效益。

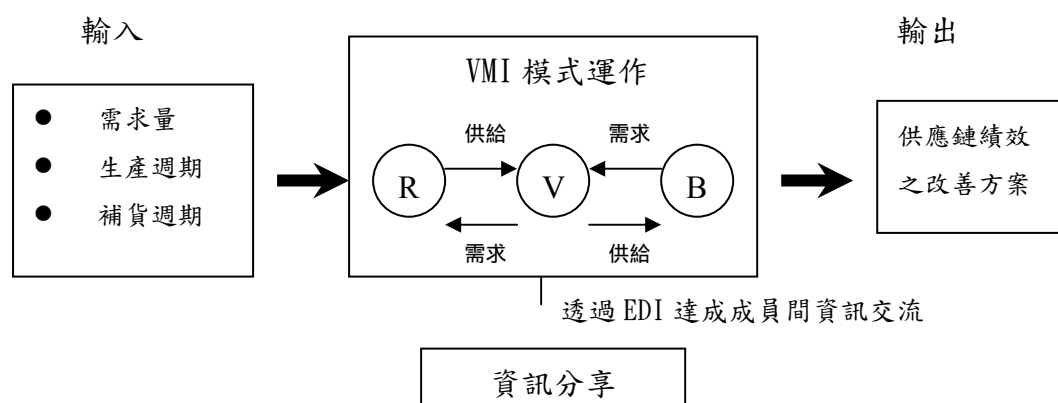


圖 1-1 VMI 在供應鏈中的運作模式

鄧祖漢(2001)與黃建文(2002)在其論文中，述及利用 VMI 管理機制對供應鏈的主要整體效益如下：

1. 建立上下游廠商的緊密合夥關係，提升企業供應鏈的競爭力。
2. 有效運用資訊科技技術，整合企業內部與外部資訊流的活動，進而發揮供應鏈管理的效益。
3. 供應鏈成員共同承擔風險、成本及分享利益，維繫雙方合作關係。

4. 透過製造商存貨代管，可以直接得到消費者真正的需求資訊，來決定訂單的數量，進而改善預測、需求計畫的相關技術，促進供應鏈整體運作績效。

因此，透過前述資訊傳遞及 VMI 對供應鏈的整體效益的介紹，本論文的研究問題為三階供應鏈中最佳製造商存貨代管策略。我們可由圖 1-2 的三階供應鏈示意圖瞭解到，在一個三階供應鏈中，第二階的製造商是整個供應鏈中的主要決策者。期望透過製造商存貨控管模式，由上游的原物料供應商供應原物料，將原物料經由共同補貨運送給多個地區的製造商儲存，經製造商加工生產製造成完成品，最後再由製造商將完成品在固定補貨週期中，配送給各所屬零售商。因此，決策者（製造商）不但得進行產品生產，還要進行原物料及零售商完成品的數量控管。在控管的過程，我們透過數學模式尋找最佳的原物料補貨週期及製造商、零售商對於完成品的生產週期與補貨週期，使製造商的平均聯合總成本為最小，而讓供應鏈管理發揮其最大功效。

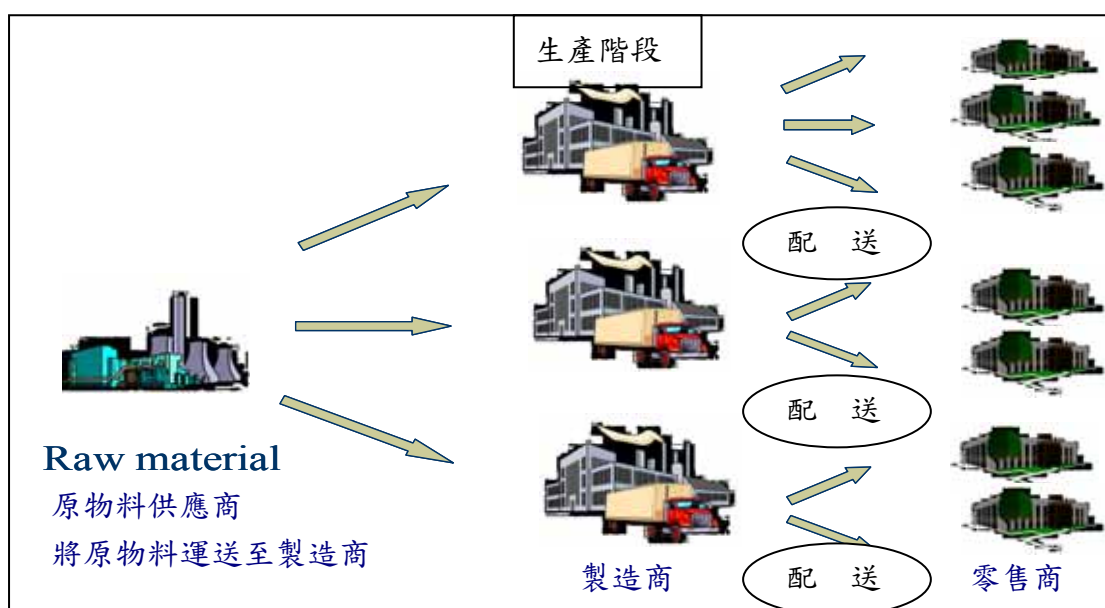


圖 1-2 三階供應鏈實際情境示意圖

在現實企業環境，有許多企業之供應鏈運作，可以滿足三階供應鏈之製造商存貨代管策略模式。例如：一個生產電腦機殼的企業經營者，其生產所需原物料為生產機殼的鍍鋅鋼板。它為了減少訂購成本及運輸時間的

花費，在台灣北、中、南三地區皆成立製造商，且各區製造商都有各自的零售商通路，例如各地區的電子商場、NOVA 資訊廣場或是一般的電腦公司。因此，各區製造商必須向第一階的原物料供應商，購買足夠的原物料鍍鋅鋼板，然後將原物料製成電腦機殼後，再將完成品運送到所屬的零售商或賣場。鍍鋅鋼板是一種成本較低廉且可以長久保存的原物料，並且生產所需的數量龐大。因此，一般製造商必須存有大量庫存，以因應生產所需的足夠物料。企業可以採取製造商存貨代管策略，由製造商來控管原物料及完成品的存貨。主要目的在製造商不缺鍍鋅鋼板，零售商也不缺完成品的狀態下，將製造商所面臨的決策情境轉換成數學模式。

我們以第二階的製造商代管存貨，在整個供應鏈的最佳利益為首要考量下，利用最佳化求解方法，求出原物料的補貨週期、完成品的生產週期及補貨週期的配套措施，期望以最小的平均聯合總成本達到滿足顧客需求下，使整個供應鏈獲得最大利益。

1.4 論文架構

本論文分為七章。研究架構如圖 1-3 所示。第一章是緒論。說明本論文的研究背景、研究目的及研究架構；第二章是文獻探討。內容包括：歷史文獻對於各種供應鏈模式架構的探討、製造商管理庫存(VMI)及資訊分享，在供應鏈中的價值；第三章是數學模式建構。即針對製造商存貨代管模式，關於整合性三階供應鏈，推導出由供應商、製造商及零售商所產生的平均聯合總成本函數；第四章是理論分析。探討與證明平均聯合總成本函數的性質；第五章是求解演算法。提供一套最佳解搜尋演算法，並且找出最佳解的上、下界，作為搜尋最佳解的依據；第六章為數據驗證。給予多組隨機數據，實驗證明此一演算法之有效性及效益評估；第七章是結論與未來發展。總結本研究成果，並對本研究所建構之模式，提出它對於企業的貢獻及未來發展建議，俾供自己或他人日後進行後續研究。

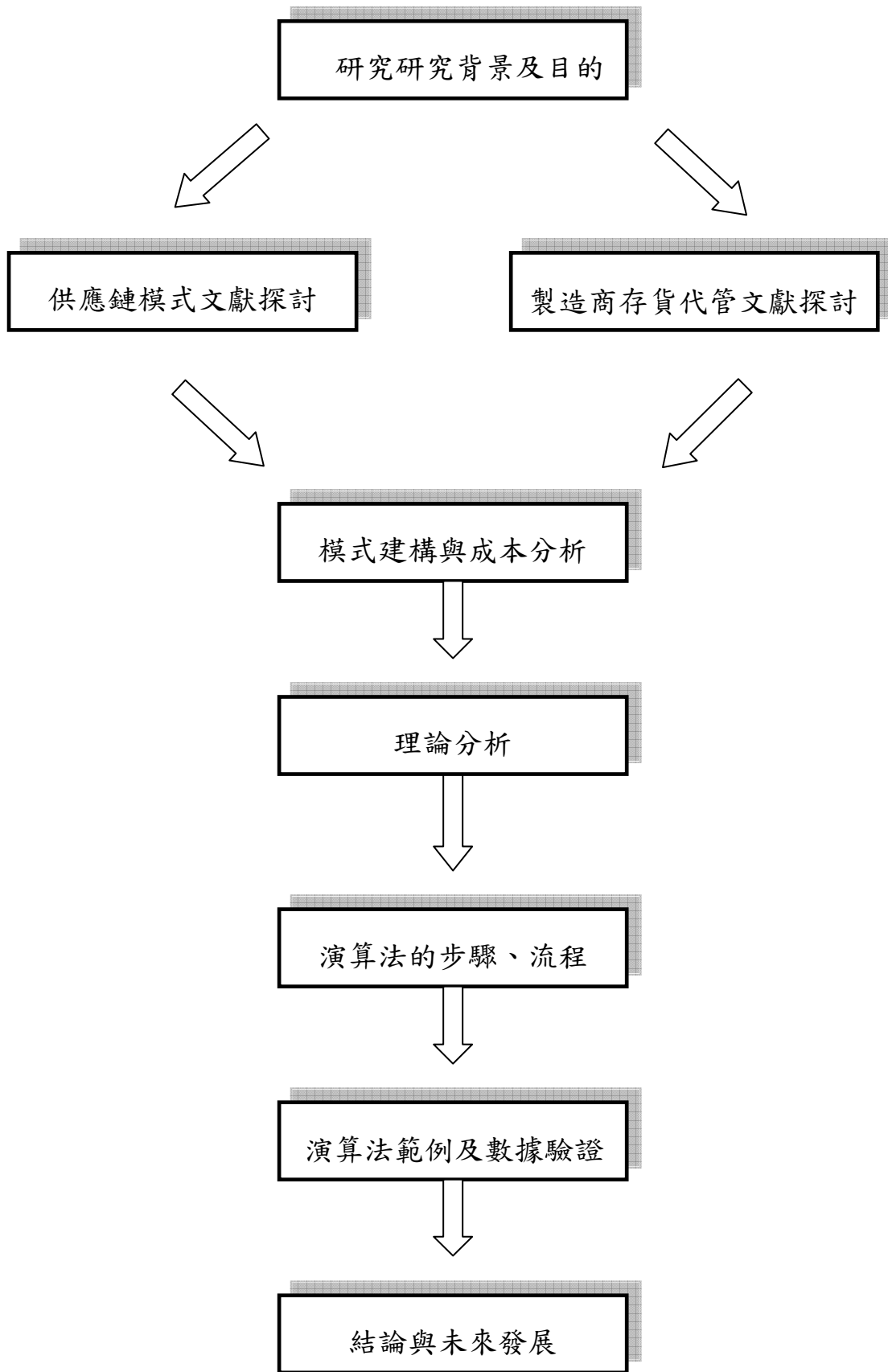


圖 1-3 本論文之研究架構

第二章 文獻探討

在全球化市場中，隨著全球化貿易日益頻繁，企業競爭不再像過去，只是企業與企業間的競爭，而已演變為供應鏈間的競爭。而整個供應鏈的運作過程，是由許多上、下游成員共同合作而成。因此，成員數量的多寡及運作方式，也就決定了整個供應鏈的大小及反應速度。供應鏈每一成員必須以整個供應鏈的最大利益為優先考量，才能提昇自己的競爭優勢。企業都希望藉有效的供應鏈管理，做到在正確的地方，以準確的時間，將正確數量與符合品質水準的產品，送達顧客手中。

近年來，供應鏈管理在學術界及實務界引起了廣大的研究。學者與企業管理者都在這個領域，投入了無數時間與龐大金額。期望能透過相關研究的資訊，給予企業界及全球化競爭市場更多正面的幫助。

本文首先針對文獻中，探討供應鏈管理之開始的源由，目的為何？透過供應鏈管理，可以達成什麼樣的效益？以及所牽涉到的範疇有多廣？隨著供應鏈的發展，規模不斷擴大，從傳統單一工廠生產販賣給單一零售商，發展成現今的供應鏈網路。其存在的成員以及複雜度，也隨著供應鏈階層的演進而增加。因此，有許多學者致力於各種模式中面臨的各種問題，進行研究。我們將針對不同的問題、不同的策略，而產生不同的效益，在下面進行更深入的探討。

文獻探討主要架構分為四個部份：

- 1、 供應鏈的起源
- 2、 二階供應鏈相關文獻的探討
 - 2-1 聯合補貨問題
 - 2-2 單一供應商與單一零售商之模式
 - 2-3 單一供應商與多個零售商之模式
- 3、 三階供應鏈相關文獻的探討
 - 3-1 單一供應商、單一製造商 vs. 單一零售商
 - 3-2 單一供應商、單一製造商 vs. 多個零售商

3-3 單一供應商、多個製造商 vs. 多個零售商

4、使用 EDI-VMI 策略對供應鏈管理之助益

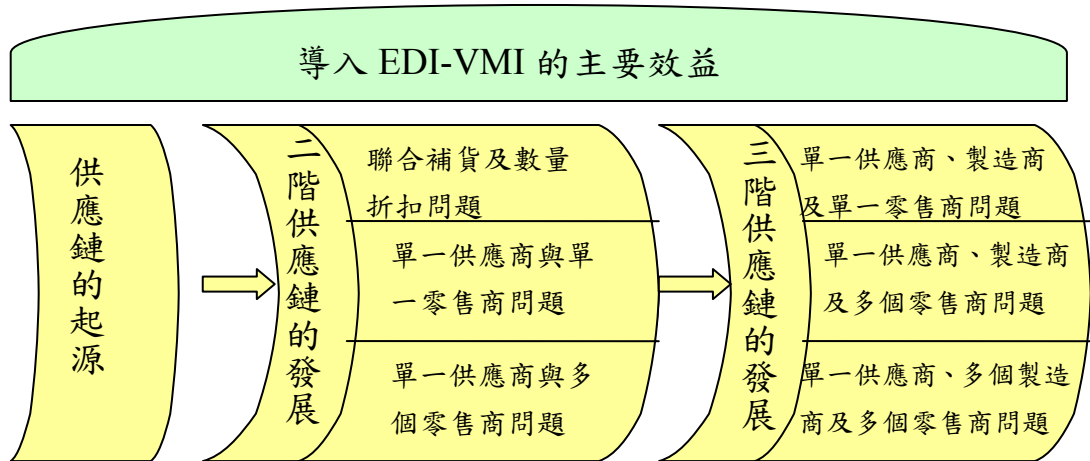


圖 2-1 文獻探討主要架構

2.1 供應鏈的起源

近年來，供應鏈管理的重要性備受強調與重視。整體而言，供應鏈涵蓋管理產品流、服務流及資訊流。

對於供應鏈管理的定義，已有很多學者提出他們的觀點。在 1960 年代，Clark 與 Scarf 提出了在多階層的買賣方概念下，獲得最佳利益的策略模式。這雖然不是很完整的供應鏈架構，但目前的供應鏈，多階層的概念皆由此模式所衍生；接著，Geoffrion 及 Graves(1974)利用混合整數規劃法，建構一多產品的配銷模式。從這篇文獻中可知，整個「鏈」的架構已成形；而在 Tan(1998)的文獻中，更清楚地說明了，供應鏈管理主要在於公司如何運用網路與資訊科技，強化整合他們供應商品的過程、技術及能力，以提升其競爭優勢。主要的目的是：降低庫存、降低運作成本、確保產品的可用性、增強企業管理其領域的能力，進而追求資產的利用及成本的降低。

在供應鏈管理觀念的風行下，吳元功(2000)提出企業與供應商的關

係，逐漸由議價談判之對立者變為長期合作的交易夥伴。對於買賣雙方協調存貨決策，以改善物流成本的趨勢，就以美國的零售業來說，物流成本平均可達其銷售額的 35% (Moanhan, 1984)。

為了消除不必要的浪費，交易雙方可藉由協調存貨決策，來降低物流成本。因此，本文將探討聯合決策與個別決策下，以上、下游存貨相關成本之最適化為目標。藉由數據範例說明模式運用的結果說明了：聯合存貨決策相較於個別利益觀點之決策，買賣雙方的確可以獲得相當改善。藉由成本的分配，雙方可以達成雙贏的局面。因此，本文呼應了目前供應鏈中，企業間藉著協調供貨作業，消除不必要的物流成本，以增加市場競爭力的趨勢。

2.2 二階供應鏈相關文獻的探討

多階層的模式最初由 Clark and Scarf (1960) 提出，利用「階層存貨」的觀念作為研究的基礎。Woo, Hsu and Wu (2001) 的研究中延伸 Banerjee 和 Banerjee (1992) 的模式，針對二階層的供應鏈，假設製造商的原物料不能發生缺貨，但購買者可以發生延遲交貨的情況，並假設製造商採購原料生產成品並將其共同配送週期配送至零售商的手中。單一製造商購買原物料，製成完成品後運給其多個零售商。目的在利用整合存貨的決策，以減少原物料的訂購成本。因為實際上大部分的公司，都希望能夠減少與其交易伙伴訂購物料、產品所花費的時間和成本，但卻沒有很多的探討模式。因此他們提出整合性存貨模式，期望能夠減少訂購所花費的成本。

另有很多學者，對二階層的存貨模型做了很多研究。但其中所探討的成本，除了減少訂購成本、製造成本外，另透過模式的數學運算，提出許多達成成本最小化的策略。其中包含了：Haq et al. (1991) 在一個多階層的製造-存貨-配送環境下，以系統成本最小化為目標，決定製造與配送的批量大小與配送次數；Chandra and Fisher (1994) 結合生產計畫與運輸問題，在單一製造商、多個零售商的環境下，決定最佳的生產與運送策略；Ernst and Pyke (1993) 結合單一倉庫和零售商的環境下，提出一個需求隨機的二階層存貨策略。

2.2.1 聯合補貨及數量折扣問題

在多階層存貨中，近年來，很多學者開始著手於聯合補貨的問題。Weng(1995)針對了以單一供應商及單個或多個同性質的零售商之聯合補貨模式下，探討聯合決策規則所造成的影響。在初期研究中，作者皆假設操作成本(如訂購成本、存貨成本等)為一函數，需求則為固定常數。在第二階段的研究中，則假設需求是隨價格而遞減的函數，操作成本則視為固定常數。這兩階段的研究都指出：在供應鏈合作的聯合補貨機制當中，數量折扣能使供應商和零售商有最大獲利。

另在階層數量折扣研究中，從 1980 開始，就有許多研究學者針對銷售者來發展數量折扣計劃，為的是降低操作成本。最早期，Crowther 在 1964 年即針對供應商銷售的觀點，發展了數量折扣模式，但並未提供此模式的解決方法。Lee and Rosenblatt(1986)的研究則以 Moanhan(1984)的依量生產模式為主要架構，推論出在許多案例之下都可以得到區域最佳解，同時得到理想的零售商訂購批量，以及供應商的銷售批量等。Monahan(1984)的研究則根據供應商的依量生產方式，在無限產能的條件下，發展數量折扣計劃。Monahan 的研究中針對主要顧客提供數量折扣，藉此促使顧客們增加其訂購量，透過此種方式，可以補償及減少顧客所多付出的訂購成本。

Rosenblatt and Lee(1985)使用和 Lee and Rosenblatt(1986)同樣的利潤函數，以供應商提供一連續性的數量折扣計劃模式，並與 All-units 的數量折扣計劃模式作一比較。Goyal(1987)在研究中也針對 Lee and Rosenblatt(1986)的演算法進行改善與修正。而 Banerjee(1986a)、Joglekar(1988)以及 Drezner and Wesolowsky(1989)等多位學者皆以 Moanhan(1984)的研究為基礎，提出了許多不同的模式。

然而，除了聯合補貨及數量折扣的問題，針對存貨階層模式的整合，黃惠民(2002)的研究將階層式存貨模式分為：

- 1.連續的存貨系統(serial inventory model)，指單一供應商、單一零售商。
- 2.單一供應商，多零售商系統。
- 3.樹枝狀結構，指多個供應商及多個零售商。

而模式的發展都由單一供應商開始展開。以下針對各種模式發展進行探討：

2.2.2 單一供應商與單一零售商模式

關於聯合存貨模式的研究，大部分的文獻主要探討運用不同的決策模式及策略，來達到整個供應鏈的最小成本。Goyal(1976)首先針對單一供應商與單一零售商存貨系統，分析聯合決策下買賣雙方的批量。其模式中假設供應商為一買賣商，且進貨批量可為零售商採購批量的整數倍。但對於供應商的進貨批量，該研究並未提出精確解。之後，延續 Goyal(1976)的研究，Goyal(1987)處理了供應商生產批量精確解的問題。而 Banerjee(1986b)則取消 Goyal(1976)供應商須為買賣商的限制，使模式可適用於供應商為買賣商或製造商的情況，但加入供應商採取批量對批量生產的規定，而限制了模式的適用性。Goyal(1988)進一步解除，Banerjee(1986)模式中批量對批量的限制，考慮供應商批量可為買方訂購批量整數倍的情形，其模式規定供應商在生產過程中不能出貨，需在整個生產批次完工後才可進行供貨。其後，Goyal and Srinivasan(1992)解除了上述供應商，需在整個生產批次完工後才可出貨的限制，允許供應商在生產過程中供貨的情況。有關單一供應商與單一零售商存貨系統，Goyal and Srinivasan(1992)的研究可說是目前最一般性的聯合存貨模式。

2.2.3 單一供應商與多個零售商模式

近來有很多學者對單一供應商與單一零售商的整合存貨模式，作相當深入的研究；但關於單一供應商與多個零售商的整合存貨模型之研究，仍不多見。Lu (1995)提出一整合型模型，其假設為需求率及生產率都為已知且確定的情況下，並在同一生產批量中允許多次配送，且每次配送數量均等之條件下，欲求供應商平均年總成本之最小值。在模型中，生產批量之週期(T)與每一個買方的配送次數(k_i)都是未知。已知產品的生產速率大於零售商的需求率，且每一位買方所需產品的生產時間亦不相同，如此欲求得該模式的最佳解，變得相當困難。Lu(1995)提出一遞迴啟發式解法(iterative heuristic)，但無法保證求得的是全域最佳解(global optimum)。

Viswanathan and Piplani(1998)提出共同補貨週期模型。在此模型中，單一供應商提供單一產品給多個零售商，供應商與零售商約定下單週期為每

日、每週、雙週、每月、每雙月、每季等共同補貨週期。供應商採用此協調策略的目的在結合訂單，以利於訂單處理及節省配銷成本。為了吸引各零售商採用此策略，供應商則提供價格折扣來彌補零售商。目的係以供應商的角度，考量彌補各零售商成本上升與滿足其成本節省誘因的要求下，決定共同訂購週期、價格折扣、及各零售商的補貨週期等決策變數，以尋求供應商最低的平均總成本。

Chen, Federgruen and Zheng(2001)也針對二階層供應鏈，提出了數量折扣的模式。其研究是以單一供應商配送單一產品給多個零售商，再由零售商將產品銷售給消費者。模式中假設零售商的需求是連續且固定，並以集中式系統發展出最佳策略，促使整個供應鏈系統的利益最大化。

2.3 三階供應鏈相關文獻的探討

在 1985 及 1988 年，Cohen 及 Lee 提出了由原料採購的供應商開始，經過製造工廠、倉儲中心，最後到達零售商。很顯然的，整個「鏈」的架構又多了一層。在這個模式中又提出：(1)原料控制，(2)生產，(3)存貨，(4)配銷等四個子模式。每個子模式在給定的需求條件下，使用隨機過程的方法，可以對成本作最佳化的動作。

在三階供應鏈模式中，隨著企業規模的增加，使得供應鏈的大小也不斷演進，其中主要包含了製造商及零售商數量上的變化。而隨著供應鏈的擴大，供應鏈網路的複雜度也逐步增加。我們也將在下面，詳細說明三階供應鏈演進的過程，以及許多學者所面臨的問題和解決方法：

2.3.1 單一供應商、單一製造商及單一零售商的存貨問題

Munson and Rosenblatt(2001)亦以三階層（包含單一供應商、製造商及單一零售商）模式，考慮供應鏈協調的機制。其研究是以賣方利益最大化為目標函數，但前提是不能使買方的利益有所變化。同時，也假設在其模式中的所有參數皆為已知，而零售商是以經濟訂購批量(EOQ)的方式下訂

單，但製造商有能力引導採購者改變其訂購量。若訂購量大於原先採購者的經濟訂購批量，所多出的操作成本可以透過數量折扣完全加以抵銷。

2.3.2 單一供應商、單一製造商及多個零售商的存貨問題

陳宗輝(2002)提出一個考慮單一供應商、製造商與多個採購者的聯合總成本。並利用最佳解的結構資訊，找尋出有效之搜尋演算法。並且參考 Wildeman, Frenk 和 Dekker (1997)的方法，透過將其供應商的生產週期個數 m 的限制寬鬆後(令 $m=1,2,\dots,n$ ，改為 $m \geq 1$)，使其成為 convex programming problem，如此可以找出最佳解的上、下界限，進而減少許多最佳解的搜尋時間。而此演算法在不同的採購者數目及不同的生產效能下，皆能迅速得到一個品質不錯的最小成本解。

Sarker and Parija (1996)的研究中也提出，在一個三階供應鏈中，單一製造商為了配合多個零售商所具有的變動性需求，以及為了配合高效率生產所必需擁有的原物料，他必須在原物料及完成品的存貨同時維持在經濟的水準之上。而對在上一個週期過多的存貨，則將其平移到下一週期生產計劃的存貨水準，並且改變最佳生產週期的開始時間。這個模式必須符合的假設，包括原物料及完成品的存貨是不易敗壞的存貨，並且關於物料與完成品的補貨能夠立即完成。本文為了達到最小的總成本，針對原物料的採購，訂定了最佳訂購策略。並且利用批量生產及配送完成品給多個零售商。另外，在整合製造商及零售商的三階存貨模式中，Yilmaz(1992)、Parlar and Rempala(1992)也針對最佳訂購量及生產批量做了深入的研究。

2.3.3 單一供應商、多個製造商及多個零售商的存貨問題

在 Khouja(2003)的研究中，提出一個非連續性的多製造商與多零售商的三階供應鏈。在這個模式中，假設產能及使用率為已知且固定的常數。另在相同階層的供應鏈成員，擁有每單位時間、每單位存貨都相同的存貨持有成本，以及同等階層之成員都具有相同的訂購及設置成本。而在垂直性整合存貨的過程中，發現零售商的訂購成本較低，且製造商的製造成本

也降低。

而本研究首先在一個 JIT (Just In Time) 的模式中，所有階層採用共同週期 T 來進行供應鏈運作，發現在最佳化求解的結果與真實的 JIT 有很大的差距。因此提出每個階層中使用相同的週期，但此週期為原本週期 T 的整數倍。透過最佳化運算結果，發現較使用共同週期 T 的成本值為小。為了推論更進一步符合最佳存貨策略，我們再採用原始週期的二次方整數倍週期，而採用啟發演算法來尋找此模式的最佳解。以下表 2-1 為介紹此篇文章在協同的供應鏈架構中，採取不同週期之策略的方法：

表 2-1 在協同的供應鏈架構中採取不同週期之策略表

(由 Khouja(2003)所提出)

Coordination mechanism	供應商 cycle time	製造商 cycle time	零售商 cycle time
Equal cycle time	T	T	T
Integer multipliers	$(Integer_1 * Integer_2)T$	$Integer_2 * T$	T
Integer powers of two	$2^{Integer_{supplier}} T$	$2^{Integer_{manufacturer}} T$	$2^{Integer_{retailer}} T$

本論文主要在擴展 Munson and Rosenblatt(2001)所提出的三階供應鏈架構，與 Khouja(2003)之研究不同的地方，在於本研究所提出的原物料補貨週期為完成品生產週期及補貨週期的整數倍。為了簡化模式的複雜度而不牽涉到生產產能及生產排程的問題，所以完成品的生產週期及零售商的補貨週期，我們採用共同週期來進行此供應鏈的運作機制。本文也藉陳宗輝(2002)之搜尋演算法，來完成全域最佳解的搜尋。其詳細內容，我們將在第三、四、五章加以說明。

2.4 使用製造商存貨代管策略對供應鏈管理之助益

由於電子交換系統(Electronic Data Interchange)的普遍應用，Gottarrdi 和 Bolisani(1996)針對以 EDI 為主的訂購系統，探討買賣雙方完成交易時所需的文件、標準交易程序及相關應用等。Udo(1993)、Lambert, Stock and Ellram (1998)等也提出，很多在製造商與零售商之間，使用 EDI 達到存貨資訊分享的成功案例。Clark and Hammond(1997)及 Cachon and Fisher(1997)的研究中也指出，在資訊分享的前提下，使用製造商存貨代管策略比未使用製造商存貨代管策略，可以獲取更大的利益。

陳秋妙(2003)在其論文中，建立製造商之運送變異量、最適運送量上限(optimal delivery-up to level)及預期成本的模型。並將資訊分享程度分為完全沒有資訊分享、部份資訊分享及完全資訊分享三種。主要結果為，分享需求資訊會讓製造商運送量穩定，也降低了製造商的最適運送量上限及預期成本。

VMI 在供應鏈策略上的應用，包含了在二階供應鏈中，Dana 及 Petruzzi (2001)所提出，在單一製造商及單一供應商的前提下，導入 VMI 系統後，促使整個供應鏈的批發價格降低及生產數量提高；莊仁傑(2004)提出，經過 VMI 策略垂直整合整個供應鏈的總成本，藉由推行共同訂購週期(CRE)的整合策略減低二階供應鏈系統的總成本。實驗結果顯示，零售商的整個供應鏈系統能節省超過 10% 的總成本。此外，供應鏈系統的每個成員，也能有至少約 10% 的節省費用。而在三階供應鏈中，Banerjee and Banerjee (1992)也提出，針對利用 EDI 系統整合的架構下，發展出單一產品、單一製造商和購買商的供應鏈模式。對於製造商給予購買者的補貨決策，採取 VMI 的策略，以降低整個供應鏈的總成本。

在 1986 年，Wal-Mart 推動製造商管理存貨 (VMI) 之效益顯著後，帶動企業學習 Wal-Mart 標竿典範與提升自我競爭力的一股風潮，使 VMI 成為供應鏈管理最熱門的議題之一(Matthew et al.,1999)。VMI 策略的效用，也成為主要的論點之一。楊佩佩(2003)在其論文中，採用 VMI 策略對供應鏈每一成員的成本影響力，也探討應用共同訂購週期方法對整個供應鏈的影響。研究結果顯示，透過模擬方式在 VMI 的策略下，對於經銷商、零售商和供應鏈的成本，約分別節省 19%、22%與 34%。VMI 系統可以幫助零

售商達到存貨充足及高水準的顧客服務率，進而更精確地達到更有效的存貨管理。因此，在供應鏈中使用 VMI 策略證實可行，也較有獲利的空間。

黃建文(2003)比較零售商，在傳統模型與 VMI 模型下的進貨數量差異，經過計算後發現：

- (1)VMI 存貨制度下的進貨數量，會大於傳統存貨制度下的進貨數量。
- (2) VMI 存貨制度下的服務率，會大於傳統存貨制度下的服務率。
- (3) VMI 存貨制度下的產品價格，會大於傳統存貨制度下的產品價格。

另外還有許多，關於供應鏈使用 VMI 策略對企業所造成的有形利益、無形利益分別彙整如下表 2-2 及表 2-3：

表 2-2 企業採用 VMI 之有形效益彙整表（資料來源：何琇雯，2003）

有形效益	
VMI 效益	提出學者
1. 降低平均存貨庫存週轉率與減少資金積壓。 2. 減少製造商的倉庫支出，並可將倉庫轉為擴充生產線，增加產能及產值。 3. 減低因缺貨而導致的銷售損失。 4. 減少因預測不準確所產生的誤備、誤購材料成本。	林宏澤（2003）
重新檢討公司的營運成本、降低庫存成本	Yossi(1998)、 王裕文(1998)、 Wild(2003)、 Holmstrom(1998)
降低物流成本	翟志剛(1998)

表 2-3 企業採用 VMI 之無形效益彙整表（資料來源：何琇雯，2003）

無形效益	
VMI 效益	提出學者
1. 創造競爭優勢，強化供應鏈的夥伴關係。 2. 提升產品達交率，及時滿足客戶需求，有助於業務及業績的推展。 3. 縮短採購前置時間，提供原物料準時達交率。 4. 提升供應鏈接單彈性，即時回應市場變化。	林宏澤（2003）
去除不合理的營運流程	王裕文(1998)、 翟志剛(1998)、 Benedit & Margeridis(1999)
提升客戶滿意程度	王裕文(1998)、 翟志剛(1998)、 Benedit & Margeridis(1999)、 Wild(2003)
衡量公司執行 VMI 的能力	翟志剛(1998)
因應市場快速且有效的補貨方式	王裕文(1998)、 翟志剛(1998)

以上這些研究，大都專注於供應商、製造商及零售商之間的彼此合作模式、策略應用，以及如何降低聯合總成本的探討。但卻沒有提供，針對聯合總成本最小值的結構分析，及一套最小聯合總成本有效搜尋方法。因此，本研究在第三章，針對製造商存貨代管策略下，就整合性三階供應鏈模式，分析、推導供應商、製造商及零售商所產生的聯合總成本函數。同時，也探討與證明聯合總成本之最小值的結構資訊及分析。

第三章 數學模式建構

透過文獻分類及探討，本文綜合上述的研究問題及模式，提出針對三階供應鏈模式的建構及演算法擴展之研究。此研究的背景為：以整個供應鏈獲取最大利益的前提下，透過供應商、製造商和零售商的共同合作，整合、協調出適合整個供應鏈的存貨規則，並由製造商來管理原物料及完成品之存貨的問題。其中的過程包含，製造商購買原物料，原物料經過合併補貨策略運到各個製造商，經過加工生產製造成完成品，最後再將完成品配送給多個零售商。期望透過尋找最佳原物料補貨週期，及製造商、零售商之完成品生產週期與補貨週期，以最小化平均聯合總成本。

為了完成整個數學模式的建構，以求取最佳策略之研究。我們首先說明，關於建構模式所需要的假設及參數定義，並且針對模式中所考慮的成本，進行完整的定義及推導。另外，目標函數及決策者所關心的決策變數，也會在此章加以說明之。

3.1 相關假設及限制

1. 假設製造商完成品的生產週期與零售商的補貨週期為共同週期時間 (the common cycle time) T ，但製造商原物料的補貨週期為各個製造商生產週期的整數倍 (*i.e.*: $k_i T$, $k_i \in N$)
2. 製造商不允許原物料供應商發生缺貨，原物料的供貨數量不加限制。
3. 所有零售商不允許製造商存貨代管機制下發生缺貨。
4. 所有製造商及零售商的需求是已知的固定常數。
5. 製造商與製造商之間為互相獨立，不考慮供應鏈活動中相關成本。
6. 製造商與零售商之間補貨決策的參數資料，可以彼此流通、採取資訊透明化方式。
7. 所有零售商與原物料供應商，願意接受製造商所提出的補貨決策，來達到最小平均聯合總成本。

3.2 參數的定義

n = 供應鏈中製造商的總數。

m_i = 製造商 i 所擁有的零售商總數。

a_{ri} = 第 i 個製造商每批原物料的訂購成本。

h_{ri} = 第 i 個製造商每單位時間每單位原物料之存貨持有成本。

$TC_{ri}(k_i, T)$ = 第 i 個製造商原物料之單位時間總成本。

P_i = 第 i 個製造商的生產速率，為一已知常數。

k_i = 第 i 個製造商之原物料補貨週期中，生產週期之倍數。

S_i = 第 i 個製造商之生產設置成本。

u_i = 第 i 個製造商生產一完成品，所需原物料之使用率。

h_{fi} = 第 i 個製造商完成品，每單位時間每單位完成品之存貨持有成本。

$TC_{fi}(T)$ = 第 i 個製造商完成品的單位時間總成本。

D_{ij} = 第 i 個製造商之第 j 個零售商的產品需求率，為一已知常數。

T = 製造商的生產週期及零售商的補貨週期。

a_{ij} = 第 i 個製造商之第 j 個零售商，每批產品的訂購成本。

h_{ij} = 第 i 個製造商之第 j 個零售商，每單位時間每單位完成品之存貨持有成本。

$TC_{bi}(T)$ = 第 i 個製造商所屬零售商，單位時間之產品總成本。

A = 在共同週期 T ，供應鏈中對原物料供應商的訂購成本。

$\Gamma_i(k_i, T)$ = 製造商 i 所擁有之全部零售商，所組成之產品總成本。

$\Gamma(\mathbf{K}, T)$ = 所有製造商所組成之平均聯合總成本。

$\mathbf{K} = (k_1^*, k_2^*, \dots, k_n^*)$ ， n 個製造商最佳補貨週期乘數的組合。

$\{J_i(k_i)\}$ 為製造商 i 所有接合點的集合。

$\mathbf{J} = \text{RANK}(\{J_i(k_i)\})$ ，代表所有製造商全部的接合點排序的集合。

3.3 目標函數

本研究所考慮的成本中，是由製造商控管整個三階供應鏈所負擔的成本。其中的三階供應鏈，包括了單一原物料供應商、多個製造商及多個零售商。以下將分別介紹原物料供應商、多個製造商及多個零售商所造成的成本項目，同時，並說明本研究所待解決的目標函數。

在這個完整的供應鏈架構下，我們所探討的成本項目包含：

1. 製造商的原物料訂購成本及原物料的存貨持有成本。
2. 製造商完成品的生產設置成本及完成品的存貨持有成本。
3. 製造商將完成品配送至零售商之訂購成本及完成品的存貨持有成本。
4. 整個供應鏈對原物料供應商合併補貨的訂購成本。

以下我們將逐一推導上述三個成本項目。

3.3.1 製造商原物料的成本分析

在製造商的原物料總成本中，我們考慮的是：「在單位時間內，製造商 i 之原物料訂購成本及原物料的存貨持有成本」。其中原物料訂購成本及存貨持有成本，是指在一個原物料補貨週期 ($k_i T$) 內。其推導過程如下：

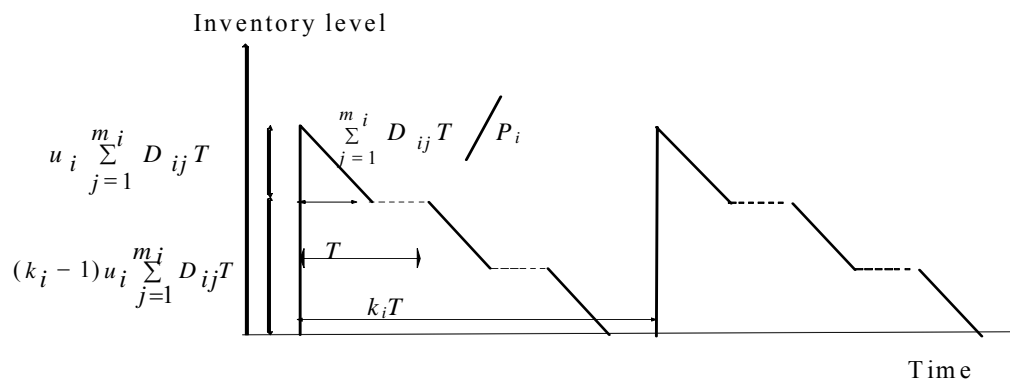


圖 3-1 製造商的原物料存貨水準

今考慮製造商 i 在一個原物料補貨週期內 ($k_i T$)，其原物料的存貨持有成本。我們從圖 3-1 瞭解到，在單一生產週期 T 中，存貨量由一個三角形與一個矩形所組成。因此，在週期 ($k_i T$) 內，存貨量是由 k_i 個三角形與 k_i 個矩形所組成。又

$$k_i \text{ 個三角形的面積} = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T / P_i \right] \left[u_i \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T \right] \quad (3.3.1)$$

因矩形的面積隨週期而遞減，而每次遞減的高度為每次使用掉原物料的存貨水準 $u_i \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T$ 。因此， k_i 個矩形面積值為：

$$\begin{aligned} & T \cdot (k_i - 1) u_i \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T + T \cdot (k_i - 2) u_i \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T + \dots + T \cdot (k_i - (k_i - 1)) u_i \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T \\ &= u_i \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T^2 ((k_i - 1) + (k_i - 2) + (k_i - 3) + \dots + (k_i - (k_i - 1))) \\ &= \sum_{Z=1}^{k_i-1} Z \left[u_i \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T^2 \right] \\ &= \frac{k_i (k_i - 1)}{2} \left[u_i \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T^2 \right] \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

原物料每單位的存貨成本 (h_{ri}) * [k_i 個三角形面積 + k_i 個矩形面積]，得：

$$\text{原物料的存貨成本} = h_{ri} \left(\frac{k_i}{2} \left[\sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T / P_i \right] \left[u_i \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T \right] + \sum_{Z=1}^{k_i-1} Z \left[u_i \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T^2 \right] \right) \quad (3.3.3)$$

因此，在單位時間內，製造商 i 之原物料訂購成本及原物料的存貨持有成本為 $TC_{ri}(k_i, T) = (1/k_i T)$ (訂購成本 + 存貨持有成本)，即

$$\begin{aligned} TC_{ri}(k_i, T) &= \frac{1}{k_i T} \left(a_{ri} + h_{ri} \left[\frac{k_i}{2} \left[\frac{\sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T}{P_i} \right] \left[u_i \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T \right] + \sum_{Z=1}^{k_i-1} Z \left[u_i \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T^2 \right] \right] \right) \\ &= \frac{1}{k_i T} \left(a_{ri} + u_i h_{ri} \left[\frac{k_i}{2 P_i} \left[\sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T \right]^2 + \frac{k_i (k_i - 1)}{2} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T^2 \right] \right) \\ &= \frac{a_{ri}}{k_i T} + \frac{u_i h_{ri} T}{2} \left(\left[\sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right]^2 / P_i + (k_i - 1) \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right), \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (3.3.4)$$

3.3.2 製造商完成品的成本分析

在製造商的完成品成本中，我們所考慮的是：「在單位時間內，完成品的生產設置成本及完成品存貨持有成本」。其中完成品的生產設置成本及存貨持有成本，是指在一個生產週期（ T ）內。其推導過程如下：

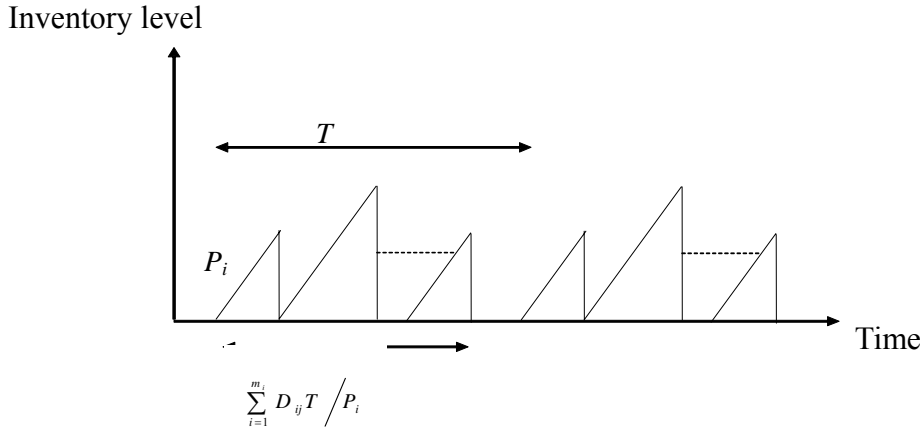


圖 3-2 製造商完成商品之存貨水準

在一個生產週期 T 內，製造商 i 針對零售商 j 的生產時間為 $\frac{D_{ij}T}{P_i}$ 。因此，

製造商 i 在一週期 T 內的生產時間總和為 $\sum_{j=1}^{m_i} \frac{D_{ij}T}{P_i}$ 。又製造商 i 之完成品的

存貨成本 = h_{fi} * (所有三角形的面積和)

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{h_{fi}}{P_i} \right) \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}^2 T^2 \quad (3.3.5)$$

因此，製造商 i 在生產週期 T 內，完成品的生產設置成本及完成品存貨持有

有成本為 $S_i + \frac{1}{2} \left(\frac{h_{fi}}{P_i} \right) \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}^2 T^2$ ，故其在單位時間內的平均成本為：

$$\begin{aligned} TC_{fi}(T) &= (1/T)(\text{訂購成本} + \text{存貨成本}) \\ &= \frac{S_i}{T} + \left(\frac{Th_{fi}}{2P_i} \right) \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}^2, \quad i=1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (3.3.6)$$

3.3.3 製造商所屬零售商及原物料供應商合併補貨的成本分析

製造商所屬零售商在總成本中所扮演的角色。我們所考慮的是：「在單

位時間內，製造商 i 所擁有的零售商之完成品的存貨持有成本及完成品的訂購成本」。其中完成商品的存貨持有成本，是指在一個補貨週期 (T) 內而言。其推導過程如下：

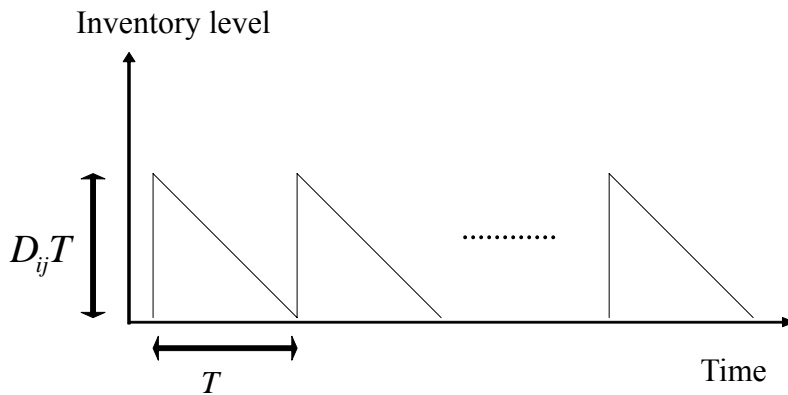


圖 3-3 製造商 i 的第 j 個零售商完成品之存貨水準

製造商 i 的第 j 個零售商，完成品在一個補貨週期內之存貨成本為 h_{ij} * (三角形面積) = 存貨成本為 $h_{ij} \frac{T}{2} D_{ij} T$ 。因此，製造商 i 的第 j 個零售商，在一個補貨週期 T 內，其完成品的存貨持有成本及完成品的訂購成本為 $a_{ij} + h_{ij} \frac{1}{2} D_{ij} T^2$ 。故製造商 i 所屬第 j 個零售商的平均成本為：

$$\begin{aligned}
 TC_{ij}(T) &= \left(\frac{1}{T}\right) (\text{訂購成本} + \text{存貨成本}) \\
 &= \frac{1}{T} \left[a_{ij} + h_{ij} \frac{T}{2} D_{ij} T \right] \\
 &= \frac{a_{ij}}{T} + \frac{T}{2} [h_{ij} D_{ij}] \quad (3.3.7)
 \end{aligned}$$

所以，製造商 i 所屬所有零售商的平均總成本為：

$$TC_{bi}(T) = \sum_{j=1}^{m_i} TC_{ij}(T) = \sum_{j=1}^{m_i} \left[\frac{a_{ij}}{T} + \frac{T}{2} (h_{ij} D_{ij}) \right], \quad i=1, 2, \dots, n \quad (3.3.8)$$

另外，原物料供應商合併補貨的成本我們所考慮的是：「在單位時間內，完成品對於整個供應鏈合併補貨的訂購成本」。其中合併補貨的訂購成本，是指在一個補貨週期 (T) 內而言。而成本為 $\frac{A}{T}$ 。

3.3.4 平均聯合總成本

製造商 i 的平均總成本 $\Gamma_i(k_i, T)$ 中，我們考慮的成本項目，包括了製造商的原物料平均總成本、製造商的完成品平均總成本及其所屬零售商之平均總成本的和，即

$$\Gamma_i(k_i, T) = TC_{ri}(k_i, T) + TC_{fi}(T) + TC_{bi}(T), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.3.9)$$

$$\Gamma_i(k_i, T) = \frac{1}{T} \left[S_i + \frac{a_{ri}}{k_i} + \sum_{j=1}^{m_i} a_{ij} \right] + \frac{T}{2} \left[(k_i - 1) u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right] \\ + \frac{T}{2} \left[\frac{1}{P_i} \left[u_i h_{ri} \left(\sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right)^2 + h_{fi} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}^2 \right] + \sum_{j=1}^{m_i} h_{ij} D_{ij} \right]. \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.3.10)$$

因此，我們若想要瞭解整個供應鏈之製造商的平均聯合總成本 $\Gamma(K, T)$ ，則必需對所有製造商的平均總成本加總以及原物料供應商合併補貨的成本，即：

$$\Gamma(K, T) = \sum_{i=1}^n \Gamma_i(k_i, T) + \frac{A}{T} \quad (3.3.11)$$

對一個不允許缺貨的三階供應鏈，本文旨在提出一個數學模式。內容包含單一原物料供應商、多個製造商及多個零售商所組成的三階供應鏈，而供應鏈成員採取製造商存貨代管策略，使製造商能滿足零售商的需求及控制運輸決策。本研究中，我們期望使供應鏈所有製造商的平均聯合總成本為最小。目標函數如下：

$$\text{Min: } \Gamma(K, T) = \frac{A}{T} + \sum_{i=1}^n TC_{ri}(k_i, T) + \sum_{i=1}^n TC_{fi}(T) + \sum_{i=1}^n TC_{bi}(T) \quad (3.3.12)$$

$$\text{s.t. } k_i \in N^+, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

3.4 三階供應鏈存貨示意圖

在三階供應鏈中，我們針對單一製造商(vendor 1)，探討其在供應鏈中與其他成員所面臨的物料生產、存貨及物流的關係，其中以製造商與一個供應商及三個零售商為例($m_1=3$)。

首先，在第一個週期 T 中，製造商(vendor 1)先取用 $u_i \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T$ 的原料，依照其三個零售商(buyer 1-1、buyer 1-2、buyer 1-3)的需求以 P_i 的生產率進行生產，再將生產的完成品配送到零售商。我們所關心的決策變數，是原物料經過幾個整數倍週期的生產後，必須進行一次補貨，以及完成品的生

產週期及給零售商的補貨週期 T 。下圖 3-4 中說明了，三階供應鏈每一階層的存貨水準變化關係圖：

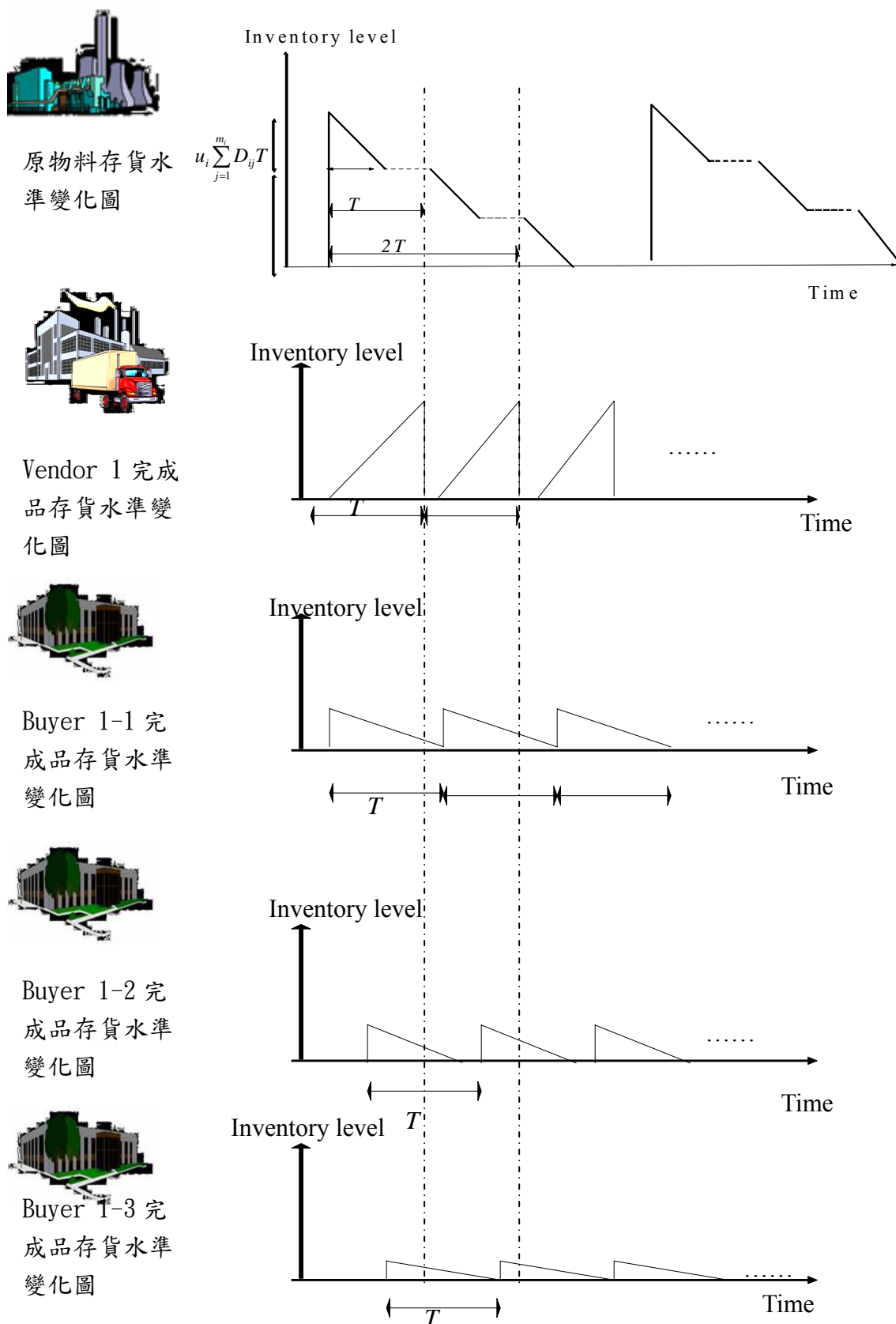


圖 3-4 三階供應鏈存貨水準變化關係圖

第四章 理論性質分析

有了目標函數之後，我們得進一步瞭解目標函數的特性，以及如何透過這些特性，找出求目標函數最佳解的演算法。

我們先分析製造商 i 的成本函數，其中包括不同 k_i 所對應之平均總成本曲線、兩緊鄰平均總成本曲線的接合點(junction point)、最好平均總成本曲線之片段凹性、及其所對應之 k_i 。這些都是未來建立搜尋演算法之重要理論依據。

4.1 接合點

我們將在本節推導出，目標函數之接合點的位置及特性。所謂的接合點(junction point)，是兩個緊鄰平均總成本曲線的交點。我們將證明，平均聯合總成本函數 $\Gamma(K,T)$ 之曲線上的接合點，是承接自個別製造商 $\Gamma_i(k_i,T)$ 函數曲線上的接合點。在此先證明，如何決定 $\Gamma_i(k_i,T)$ 之接合點的位置及特性。

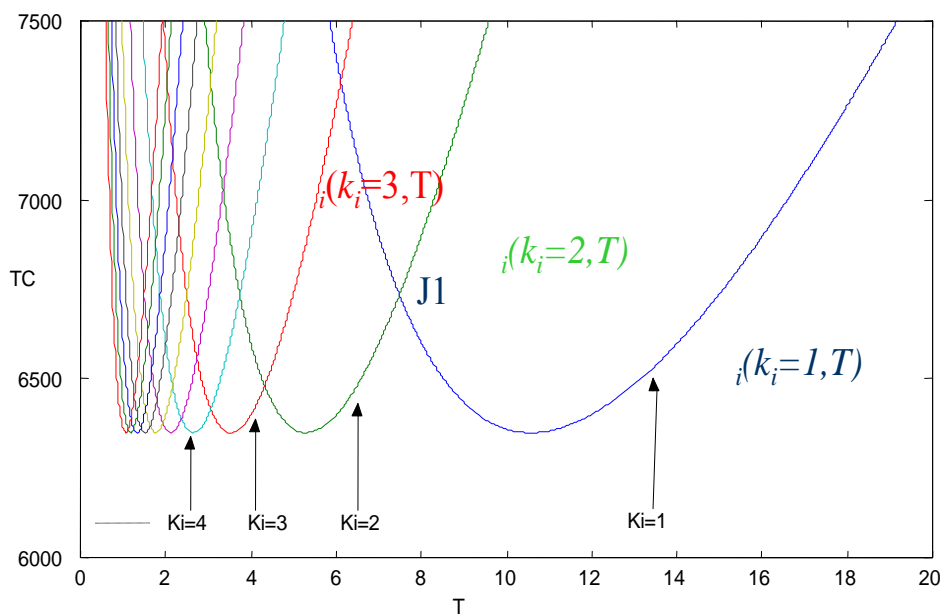


圖 4-1 不同 k_i 值所對應之接合點示意圖

4.1.1 接合點的位置

以如前述， $\Gamma_i(k_i, T)$ 為製造商 i 的平均總成本函數。今求 $\Gamma_i(k_i, T)$ 與 $\Gamma_i(k_i + 1, T)$ 接合點的位置。首先，令兩個緊鄰函數 $\Gamma_i(k_i, T)$ 之差為 $\Delta\Gamma_i$ ，則

$$\Delta\Gamma_i = \Gamma_i(k_i + 1, T) - \Gamma_i(k_i, T) = -\frac{a_{ri}}{k_i(k_i + 1)T} + \frac{T}{2}u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \quad (4.4.1)$$

因此， $\Delta\Gamma_i$ 為生產週期為 T 時，製造商 i 的原物料補貨週期為 $(k_i + 1)T$ 與 $k_i T$ 之平均總成本差。令 $J_i(k_i)$ 為 $\Delta\Gamma_i$ 之值為零的時間點。因此，當 $\Delta\Gamma_i = 0$ 時， $\Gamma_i(k_i, T)$ 與 $\Gamma_i(k_i + 1, T)$ 兩曲線必有交點 w_{jp} 存在。此為兩曲線的接合點。由圖 4-2 中知道：當 $T > J_i(k_i)$ 時， $\Gamma_i(k_i, T)$ 小於 $\Gamma_i(k_i + 1, T)$ 。因此，製造商 i 採用 $k_i T$ 為最佳原物料補貨週期。在此時間範圍內， $\Gamma_i(k_i, T)$ 的平均總成本值較 $\Gamma_i(k_i + 1, T)$ 之平均總成本值小；當 $T < J_i(k_i)$ 時， $\Gamma_i(k_i + 1, T)$ 的平均總成本值較 $\Gamma_i(k_i, T)$ 為小。因此，製造商 i 以 $(k_i + 1)T$ 為其最佳原物料補貨週期。

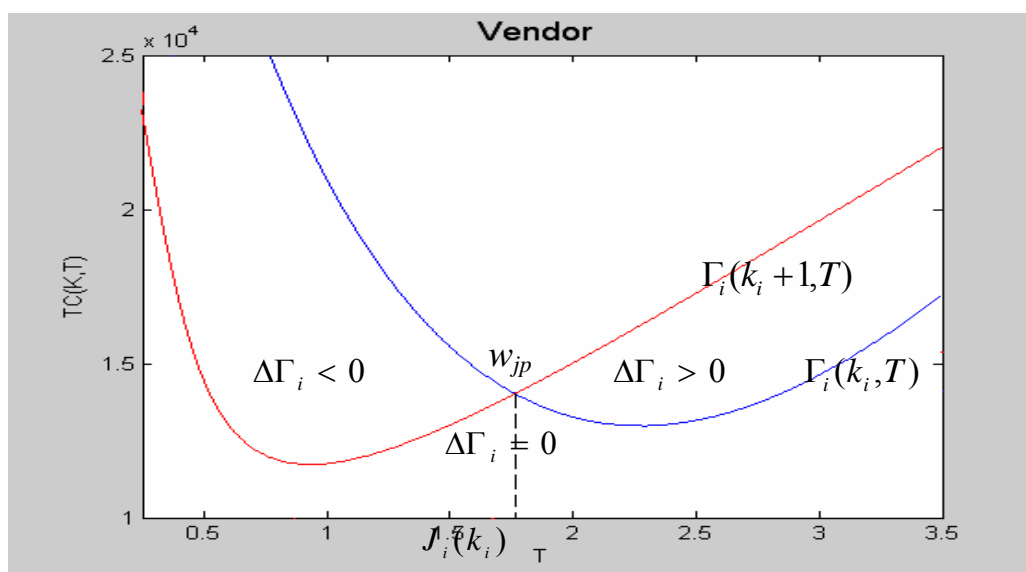


圖 4-2 兩個緊鄰平均總成本曲線之接合點

$J_i(k_i)$ 是兩個緊鄰凹型曲線 $\Gamma_i(k_i + 1, T)$ 與 $\Gamma_i(k_i, T)$ 之接合點，所對應之時間點。重要的是，接合點提供了在那個時間點 $J_i(k_i)$ 上，當搜尋經過該點，最佳原物料補貨週期會改變。令 $\Delta\Gamma_i = 0$ ，解(4.4.1)式得到接合點之時間點如下：

$$J_i(k_i) = \sqrt{\frac{2a_{ri}}{k_i(k_i+1)u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}} \quad (4.4.2)$$

綜合上述， $J_i(k_i=q)$ 代表製造商 i 之第 q 個接合點所對應之生產週期，其中 $q \in N^+$ 。因此，製造商 i 選擇最佳原物料補貨週期時，當生產週期 $T > J_i(k_i=q)$ 時，則應選擇的生產週期倍數為 $k_i=q$ ；反之，當 $T < J_i(k_i=q)$ 時，則選擇 $k_i=q+1$ ，以達成製造商 i 有較小的平均總成本。

以上說明了，兩緊鄰平均總成本曲線有接合點。另外，再透過平均總成本函數的分析，發現該類函數具有凹性之另一重要性質。

4.2 片段凹性

首先以單一製造商 i 的生產週期 T 來看，不同的 k_i 可以得到不同的平均總成本曲線 $\Gamma_i(k_i, T)$ 。從圖 4.3 可以清楚地知道，對應不同 k_i 之所有平均總成本曲線，會產生許多不同的接合點。我們把所有平均總成本曲線，位於接合點與接合點之間較低部份的曲線連接之，所形成之曲線命名為 $\Gamma_i^*(T)$ ，即

$$\Gamma_i^*(T) = \begin{cases} \Gamma_i(1, T) & , & T > J_i(1) \\ M & & M \\ \Gamma_i(k_i, T) & , & J_i(k_i) < T \leq J_i(k_i-1) \\ \Gamma_i(k_i+1, T) & , & J_i(k_i+1) < T \leq J_i(k_i) \\ \Gamma_i(k_i+2, T) & , & J_i(k_i+2) < T \leq J_i(k_i+1) \\ M & & M \end{cases} \quad (4.2.1)$$

我們稱 $\Gamma_i^*(T)$ 為製造商 i 的最好平均總成本函數(the best average total cost function of Vendor i)， $i=1, 2, \dots, n$ 。其函數圖如圖 4-3 之粗黑部份，叫做製造商 i 的最好平均總成本曲線(curve of the best average total cost function)。

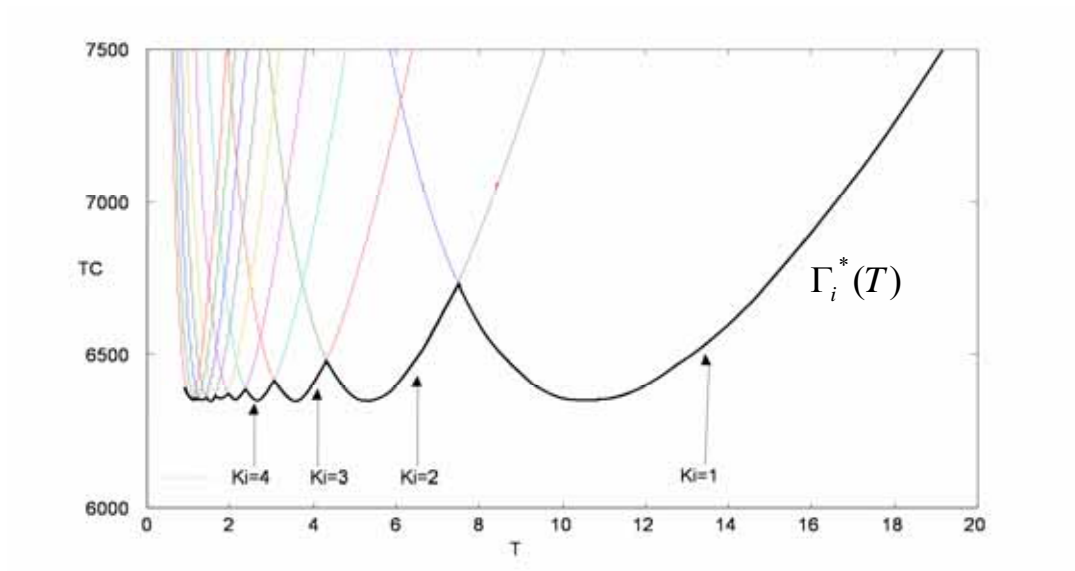


圖 4-3 製造商 i 的最好平均總成本曲線

預備定理 4.2.1： $\Gamma_i^*(T)$ 是 T 的片段凹性連續函數 (piece-wise convex continuous function)。

證明：

製造商 i 的平均總成本函數為：

$$\begin{aligned} \Gamma_i(k_i, T) = & \frac{1}{T} \left[S_i + \frac{a_{ri}}{k_i} + \sum_{j=1}^{m_i} a_{ij} \right] + \frac{T}{2} \left[(k_i - 1) u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right] \\ & + \frac{T}{2} \left[\frac{1}{P_i} \left[u_i h_{ri} \left(\sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right)^2 + h_{fi} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}^2 \right] + \sum_{j=1}^{m_i} h_{ij} D_{ij} \right]. \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

我們先對函數 $\Gamma_i(k_i, T)$ 分別求一階偏導數和二階偏導數如下：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Gamma_i(k_i, T)}{\partial T} = & \frac{-(S_i + \frac{a_{ri}}{k_i} + \sum_{j=1}^{m_i} a_{ij})}{T^2} + \frac{\left[(k_i - 1) u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right]}{2} \\ & + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{P_i} \left[u_i h_{ri} \left(\sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right)^2 + h_{fi} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}^2 \right] + \sum_{j=1}^{m_i} h_{ij} D_{ij} \right] \end{aligned} \quad (4.2.3)$$

$$\frac{\partial^2 \Gamma_i(k_i, T)}{\partial T^2} = \frac{2}{T^3} (S_i + \frac{a_{ri}}{k_i} + \sum_{j=1}^{m_i} a_{ij}) > 0, \quad \forall T > 0 \quad (4.2.4)$$

因此，由(4.2.4)式知，對任一特定 k_i 值，曲線 $\Gamma_i(k_i, T)$ 之開口永遠向上的凹型連續曲線 (convex continuous curve)，且在 T^* 有極小值，其中

$$T^* = \sqrt{2(S_i + \frac{a_{ri}}{k_i} + \sum_{j=1}^{m_i} a_{ij}) \left/ \left[(k_i - 1)u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} + \frac{1}{P_i} \left[u_i h_{ri} (\sum_{j=1}^{m_i} D_{ij})^2 + h_{fi} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}^2 \right] + \sum_{j=1}^{m_i} h_{ij} D_{ij} \right]} \right.} \quad (4.2.5)$$

由(4.2.1)知道， $\Gamma_i^*(T)$ 是所有 $\Gamma_i(k_i, T)$ 的接合點間，所截取曲線較低凹性部份連接而成。因此， $\Gamma_i^*(T)$ 為對 T 具有片段凹性的曲線(piece-wise convex curve)。■

今定義 $\Gamma^*(T) = \sum_{i=1}^n \Gamma_i^*(T)$ 。換言之， $\Gamma^*(T)$ 為所有製造商之「最好平均總成本函數」的和。我們稱之為製造商的「最好平均聯合總成本函數(the best average joint total cost function)」。

定理 4.2.1： $\Gamma^*(T)$ 為 T 的片段凹性連續函數(piece-wise convex continuous function)。

證明：

由預備定理 4.2.1 知，所有 $\Gamma_i^*(T)$ 為片段凹性連續函數。因此， n 個片段凹性連續函數之和 $\Gamma^*(T)$ ，亦必為片段凹性連續函數。故得製造商的最好平均聯合總成本函數，是生產週期 T 的片段凹性連續函數。■

介紹完 $\Gamma^*(T)$ 具有片段凹性函數之特性後，我們亦可證明， $\Gamma^*(T)$ 曲線上的接合點是承接自 $\Gamma_i^*(T)$ 曲線上的接合點，如定理 4.2.2。

定理 4.2.2： $\Gamma^*(T)$ 函數曲線上的接合點承接自 $\Gamma_i^*(T)$ 函數曲線上的接合點。

證明：

因接合點是一個尖點，故函數在接合點連續，但不可微分。對於所有製造商之最好平均總成本函數的加總，函數相加時也會產生一個連續但不可微分的點。因此，最好平均聯合總成本函數具有承接自個別最好平均總成本函數之接合點的特性。■

由圖 4-4 中發現，最好平均聯合總成本函數 $\Gamma^*(T)$ ，為各別製造商 1 與

製造商 2 之最好平均總成本函數之和 ($\Gamma^*(T) = \Gamma_1^*(T) + \Gamma_2^*(T)$)，而最好平均聯合總成本曲線上的接合點 w_1 ，承接自接合點 J_{11} 。因為 $\Gamma_1^*(T)$ 在接合點 J_{11} 是連續但不可微，加上 J_{11} 中的 T 值所對應到 $\Gamma_2^*(T)$ 成本函數為連續平滑的曲線。因此，在最好平均聯合總成本函數 $\Gamma^*(T)$ 亦會在相同位置產生接合點。

我們證明了 $\Gamma^*(T)$ 是具有片段凹性的連續函數。我們將介紹由函數曲線上的接合點與片段凹性的性質所構成與最佳求解演算法的理論依據。

預備定理 4.2.2：任何週期 T 之下，存在著唯一正整數 $k_i^*(T)$ ，使得 $k_i^*(T)T$ 為製造商 i 的最佳原物料補貨週期。其中

$$k_i^*(T) = \begin{cases} 1, & T \in \left(\sqrt{\frac{a_{ri}}{m_i}}, \infty \right) \\ q, & T \in \left(\sqrt{\frac{2a_{ri}}{q(q+1)u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}}, \sqrt{\frac{2a_{ri}}{q(q-1)u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}} \right), q > 1 \end{cases} \quad (4.2.6)$$

證明：

由(4.2.1)式知， $\Gamma_i^*(T)$ 曲線上，由 $\Gamma_i(k_i + 1, T)$ 與 $\Gamma_i(k_i, T)$ 兩曲線之接合點

$$w_{jp} \text{ 的時間點為： } J_i(k_i) = \sqrt{\frac{2a_{ri}}{k_i(k_i + 1)u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}}。$$

由 $\Gamma_i^*(T)$ 的定義與 $J_i(k_i)$ ，讓我們可以決定，製造商 i 的最佳原物料補貨週期 $k_i^*(T)T$ 中的最佳值 $k_i^*(T)$ 。

(1) 如 $T \in (J_i(1), \infty) = \left(\sqrt{\frac{a_{ri}}{m_i}}, \infty \right)$ 時，依 $\Gamma_i^*(T) = \Gamma_i(1, T)$ 的定義知

$k_i^*(T) = 1$ 。換言之，當製造商 i 的生產週期 T 落在 $(J_i(1), \infty)$ 時，則製造商 i 的最佳原物料補貨週期為 T 。

(2) 當 $T \in (J_i(2), J_i(1)) = \left(\sqrt{\frac{a_{ri}}{3u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}}, \sqrt{\frac{a_{ri}}{u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}} \right)$ 時，依 $\Gamma_i^*(T) = \Gamma_i(2, T)$ 的

定義知 $k_i^*(T)=2$ 。也就是製造商 i 的生產週期落在 $(J_i(2), J_i(1))$ 內時，則製造商 i 的最佳原物料補貨週期為 $2T$ 。

(3) 一般而言，當製造商 i 的生產週期

$$T \in (J_i(q), J_i(q-1)) = \left(\sqrt{\frac{2a_{ri}}{q(q+1)u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}}, \sqrt{\frac{2a_{ri}}{q(q-1)u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}} \right) \text{ 時，依照}$$

$\Gamma_i^*(T) = \Gamma_i(q, T)$ 之定義知， $k_i^*(T) = q$ 。因此，若製造商 i 的生產週期 T 落

$$\text{在區間} \left(\sqrt{\frac{2a_{ri}}{q(q+1)u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}}, \sqrt{\frac{2a_{ri}}{q(q-1)u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}} \right) \text{ 內，則製造商 } i \text{ 的最佳補貨}$$

週期為 qT 。 ■

我們已知， $\Gamma_i^*(T)$ 與 $\Gamma^*(T)$ 都是具有片段凹性的連續函數，也證明了 $\Gamma^*(T)$ 函數曲線將承接所有 $\Gamma_i^*(T)$ 上的接合點。

今以兩個製造商 ($m_i=2$) 的範例來說明，最好平均聯合總成本曲線與其個別最好平均總成本曲線之接合點的關係，可由圖 4-4 表示之：

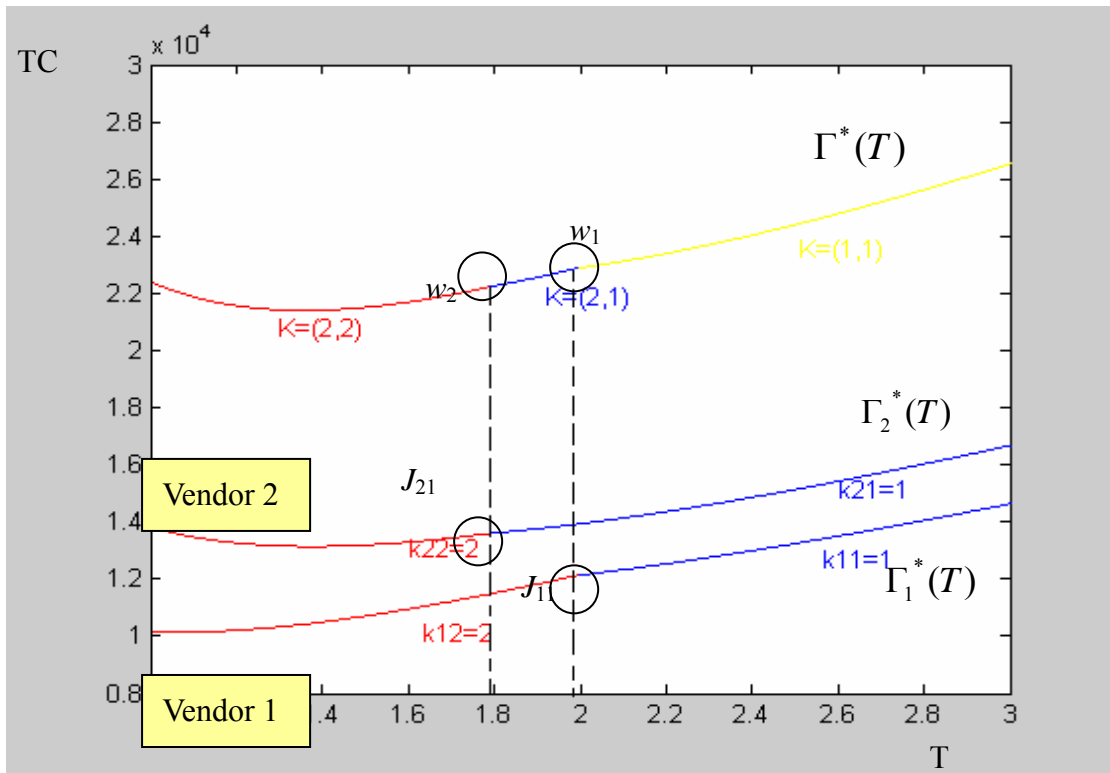


圖 4-4 最好平均聯合總成本曲線與其個別製造商之最好平均總成本曲線之接合點的關係圖

因此，藉由最好平均總成本函數具有片段凹性連續及接合點的特性，我們可以透過每一回接合點所決定的區間，利用局部最佳解搜尋方法，找出最好平均聯合總成本函數的全域最佳解。

4.3 演算法的上、下界

4.3.1 演算法的上界

我們在搜尋過程中，為了縮短搜尋最佳解所耗費的時間及降低記憶體消耗，本研究之第一步驟，先定義出演算法關於週期 T 的上下界。

找出上界的方法，主要是認定 k_i 為正整數。當 $k_i=1$ 時，它是最小的正整數。因此，我們推論，不會再有比 1 小的 k_i 所對應之 T 為最佳解。也就是說，當我們將所有 k_i 都令其等於 1 時，在 (T_{up}, ∞) 中，最好平均總成本函數沒有任何局部最小值。

令 $k_i=1, \forall i$

$$T_{up} = \sqrt{2 \left(A + \sum_{i=1}^v \left[S_i + a_{ri} + \sum_{j=1}^{m_i} a_{ij} \right] \right) / \sum_{i=1}^v \left[\frac{1}{P_i} \left[u_i h_{ri} \left(\sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right)^2 + h_{fi} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}^2 \right] + \sum_{j=1}^{m_i} h_{ij} D_{ij} \right]} \quad (4.3.1)$$

因此，當 $T > T_{up}$ 時，最好平均聯合總成本函數 $\Gamma^*(T)$ 不會有局部最小值存在。所以，我們透過上界，將搜尋的範圍縮小。也就是說，我們用共同週期法，以上界 T_{up} 做為搜尋演算法的起點，一直搜尋到下界 T_{low} ，才停止搜尋。

4.3.2 演算法的下界

介紹下界之前，由於 $\Phi_i(k_i, T)$ 對 $\Gamma_i(k_i, T)$ 之理論探討及計算，佔了很重要的部份。因此，我們將製造商 i 的平均總成本函數拆成兩部份，分別為有變數 k_i 和沒有變數 k_i 的兩個成本項：

$$\Gamma_i(k_i, T) = \Phi_i(k_i, T) + \Omega_i(T), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\text{Where } \Phi_i(k_i, T) = \frac{a_{ri}}{k_i T} + \frac{T}{2} k_i u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}, \quad k_i \in N^+ \quad (4.3.2)$$

$$\begin{aligned} \Omega_i(T) &= \frac{1}{T} \left[S_i + \sum_{j=1}^{m_i} a_{ij} \right] - \frac{T}{2} \left[u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right] \\ &+ \frac{T}{2P_i} \left[u_i h_{ri} \left(\sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right)^2 + h_{fi} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}^2 \right] + \frac{T}{2} \sum_{j=1}^{m_i} h_{ij} D_{ij}. \quad (4.3.3) \end{aligned}$$

首先，在函數 $\Phi_i(k_i, T)$ 給定 k_i ，再透過對 T 一階及二階偏微分，得到：

$$\frac{\partial \Phi_i(k_i, T)}{\partial T} = \frac{-a_{ri}}{k_i T^2} + \frac{k_i}{2} u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij},$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i(k_i, T)}{\partial T^2} = \frac{2a_{ri}}{k_i T^3} > 0, \quad \forall T > 0$$

因此，對於特定 k_i 值，函數 $\Phi_i(k_i, T)$ 為開口向上的凹型曲線，並且在 \bar{T} 有極

小值，其中在 $\bar{T} = \frac{1}{k_i} \sqrt{\frac{2a_{ri}}{u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}}$ 。再將 \bar{T} 代回函數 $\Phi_i(k_i, T)$ 中得：

$$\begin{aligned} \Phi_i(k_i, \bar{T}) &= \frac{a_{ri}}{k_i \bar{T}} + \frac{\bar{T}}{2} k_i u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \\ &= \frac{a_{ri}}{\sqrt{\frac{2a_{ri}}{u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}}} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2a_{ri}}{u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}} u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \\ &= \sqrt{2a_{ri} u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}} \quad (4.3.4) \end{aligned}$$

由(4.3.4)式發現，不論 k_i 值為何，所有函數 $\Phi_i(k_i, T)$ 都具有相同的極小值

$$\sqrt{2a_{ri} u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}$$

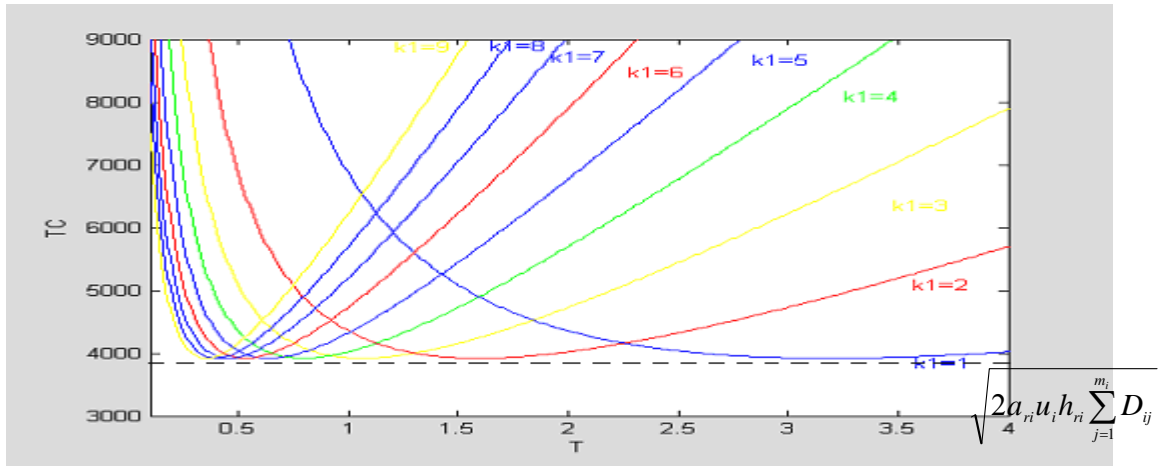


圖 4-5 不同 k_i 值對應之 $\Phi_i(k_i, T)$ 多為開口向上的凹型曲線

接下來，我們開始探討 $\Omega_i(T)$ 。因：

$$\Omega_i(T) = \frac{1}{T} \left[S_i + \sum_{j=1}^{m_i} a_{ij} \right] - \frac{T}{2} \left[u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right] + \frac{T}{2P_i} \left[u_i h_{ri} \left(\sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right)^2 + h_{fi} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}^2 \right] + \frac{T}{2} \sum_{j=1}^{m_i} h_{ij} D_{ij}$$

今將 $\Omega_i(T)$ 拆解為兩個部份。第一部份為 $\pi_i(T) = \frac{1}{T} \left[S_i + \sum_{j=1}^{m_i} a_{ij} \right]$ ，第二部份

為 $\theta_i(T) = \frac{T}{2} \sum_{j=1}^{m_i} h_{ij} D_{ij} - \frac{T}{2} \left[u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right] + \frac{T}{2P_i} \left[u_i h_{ri} \left(\sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right)^2 + h_{fi} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}^2 \right]$ 。

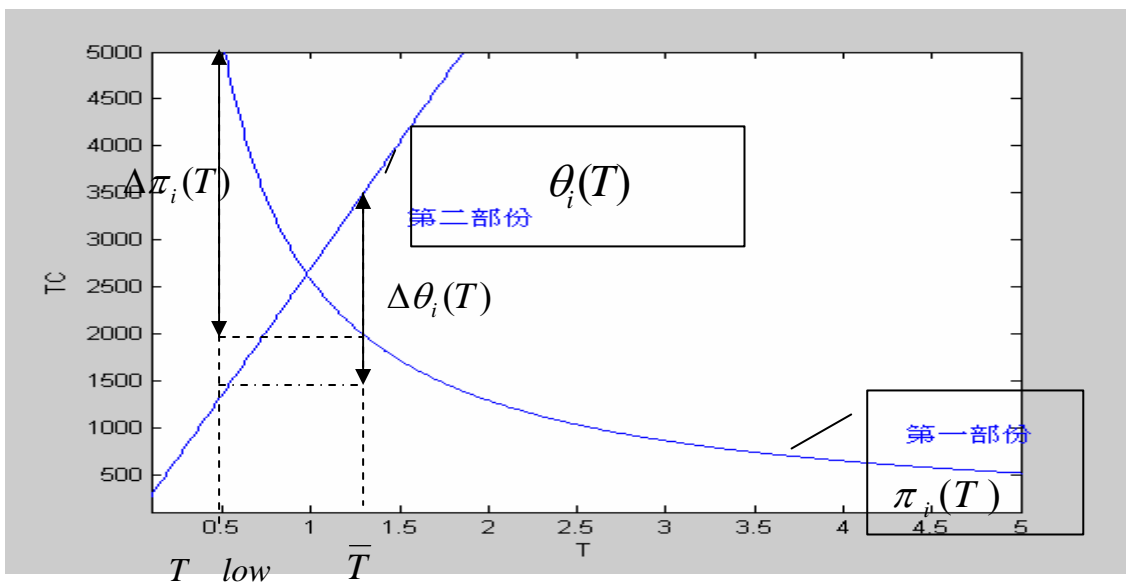


圖 4-6 $\pi_i(T)$ 與 $\theta_i(T)$ 之函數圖

$\pi_i(T)$ 是 T 的遞減函數。隨著時間的遞增，其成本項會逐漸減少；而 $\theta_i(T)$ 所含之成本項中，前面兩項成本，包含了零售商完成品的存貨成本，必會大於生產所消耗原物料的存貨成本，即 $\frac{T}{2} \sum_{j=1}^{m_i} h_{ij} D_{ij} > \frac{T}{2} \left[u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right]$ (附錄 A)；

另 $\frac{T}{2P_i} \left[u_i h_{ri} \left(\sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right)^2 + h_{fi} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}^2 \right]$ 之成本項亦必大於零。因此， $\theta_i(T)$ 所含之成本項，將隨時間遞增而成比率的增加，因其為 T 的線性遞增函數。

我們先定義 $\overline{T_{jp}}$ 為 $\Gamma_i^*(T)$ 函數，在 $(T(w_{jp+1}), T(w_{jp}))$ 區間的局部最小值的時間。

$$\overline{T_{jp}} = \sqrt{2(S_i + \frac{a_{ri}}{k_i} + \sum_{j=1}^{m_i} a_{ij}) / \left[(k_i - 1) u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} + \frac{1}{P_i} \left[u_i h_{ri} \left(\sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right)^2 + h_{fi} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}^2 \right] + \sum_{j=1}^{m_i} h_{ij} D_{ij} \right]} \quad (4.3.5)$$

因此，我們期望在搜尋 T 的過程中，能找到一個 T_{low} ，使得 $T < T_{low}$ 時， $\Gamma_i^*(T)$ 不會比大於 T_{low} 之任何局部最小值更小。換言之， $\Gamma_i^*(T)$ 之全域最小值發生在 (T_{low}, ∞) 內。

今分別以 $\phi_i(k_i^*(T), T)$ 及 $\Delta\theta_i(T)$ 代表函數 $\Phi_i(k_i, T)$ 及 $\theta_i(T)$ 之最大遞減量及減量，以 $\Delta\pi_i(T)$ 及代表 $\pi_i(T)$ 之增量。

一、考慮 $\Phi_i(k_i, T)$ 之最大遞減量：

於(4.3.4)式中，我們可以瞭解到不論 k_i 值為何， $\Phi_i(k_i, T)$ 都具有相同的局部最小值 $\sqrt{2a_{ri} u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}$ 。因此，假設 $\Phi_i(k_i, T)$ 在 $(T(w_{jp+1}), T(w_{jp}))$ 的局部最小值發生在 $\overline{T_{jp}}$ ，則 $\Phi_i(k_i, T)$ 在此區間內之最大遞減量為 $\phi_i(k_i^*(\overline{T_{jp}}), \overline{T_{jp}})$ ，其中 $k_i^*(T)$ 由預備定理 4.4.2 所決定，其值為：(於附錄 B 中證明)

$$\phi_i(k_i^*(\overline{T_{jp}}), \overline{T_{jp}}) = \begin{cases} \frac{a_{ri}}{T_{jp}} + \frac{\overline{T_{jp}}}{2} u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} - \sqrt{2a_{ri} u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}} & , k_i^*(\overline{T_{jp}}) = 1 \\ \sqrt{\frac{a_{ri} u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}{2} \left[\left(\sqrt{\frac{(k_i+1)}{k_i}} + \sqrt{\frac{k_i}{k_i+1}} \right) - 2 \right]} & , k_i^*(\overline{T_{jp}}) > 1 \end{cases} \quad (4.3.6)$$

二、考慮 $\pi_i(T)$ 之增量：

因 $\pi_i(T)$ 為 T 之遞減函數，如圖 4-6。換言之，當 T 遞減時， $\pi_i(T)$ 會隨之增加。因此，當 T 由 $\overline{T_{jp}}$ 減至 T_low ，則 $\pi_i(T)$ 由 $\pi_i(\overline{T_{jp}})$ 增至 $\pi_i(T_low)$ 。令 $\Delta\pi_i(T)$ 為其增量，即

$$\begin{aligned}\Delta\pi_i(\overline{T_{jp}}) &= \pi_i(\overline{T_{jp}}) - \pi_i(T_low) \\ &= \left(\frac{1}{\overline{T_{jp}}} - \frac{1}{T_low}\right) \left[S_i + \sum_{j=1}^{m_i} a_{ij} \right], \quad i=1, 2, \dots, n\end{aligned}\quad (4.3.7)$$

其中， $\overline{T_{jp}}$ 為 $\Phi_i(k_i, T)$ 在區間 $(T(w_{jp+1}), T(w_{jp}))$ 之局部最小值的時間點。

三、考慮 $\theta_i(T)$ 之減量：

因 $\theta_i(T)$ 為 T 的遞增線性函數，如圖 4-6。故 T 由 $\overline{T_{jp}}$ 減至 T_low 時，則 $\theta_i(T)$ 由 $\theta_i(\overline{T_{jp}})$ 減至 $\theta_i(T_low)$ 。令 $\Delta\theta_i(T)$ 為其之增量，則

$$\begin{aligned}\Delta\theta_i(\overline{T_{jp}}) &= \theta_i(\overline{T_{jp}}) - \theta_i(T_low) \\ &= \left(\frac{\overline{T_{jp}} - T_low}{2}\right) \left\{ \left[u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right] + \frac{1}{P_i} \left[u_i h_{ri} \left(\sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right)^2 + h_{fi} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}^2 \right] + \sum_{j=1}^{m_i} h_{ij} D_{ij} \right\}\end{aligned}\quad (4.3.8)$$

四、考慮 $\frac{A}{T}$ 之增量：

$\frac{A}{T}$ 為 T 之遞減函數。因此，當 T 由 $\overline{T_{jp}}$ 減至 T_low ，則 $\frac{A}{T}$ 由 $\frac{A}{\overline{T_{jp}}}$ 增至 $\frac{A}{T_low}$ 。

因

$$\Gamma_i(k_i, T) = \Phi_i(k_i, T) + \theta_i(T) + \pi_i(T), \quad i=1, 2, \dots, n。$$

故

$$\Delta\Gamma_i(k_i, T) = \Delta\Phi_i(k_i, T) + \Delta\theta_i(T) + \Delta\pi_i(T)。$$

可得

$$\Delta\Gamma_i(k_i, \overline{T_{jp}}) = \Delta\Phi_i(k_i, \overline{T_{jp}}) + \Delta\theta_i(\overline{T_{jp}}) + \Delta\pi_i(\overline{T_{jp}})。$$

即

$$\Delta\Gamma^*(\overline{T}_{jp}) = \left| \frac{A}{\overline{T}_{jp} - T_{low}} \right| + \Delta\Phi_i(k_i, \overline{T}_{jp}) + \Delta\theta_i(\overline{T}_{jp}) + \Delta\pi_i(\overline{T}_{jp}) \quad (4.3.9)$$

$$\text{其中 } \Delta\pi_i(\overline{T}_{jp}) = \left(\frac{1}{\overline{T}_{jp}} - \frac{1}{T_{low}} \right) \left[S_i + \sum_{j=1}^{m_i} a_{ij} \right]$$

$$\Delta\theta_i(\overline{T}_{jp}) = \left(\frac{\overline{T}_{jp} - T_{low}}{2} \right) \left\{ \left[u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right] + \frac{1}{P_i} \left[u_i h_{ri} \left(\sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right)^2 + h_{fi} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}^2 \right] + \sum_{j=1}^{m_i} h_{ij} D_{ij} \right\}$$

(1) 若 $\overline{T}_{jp} < T_{low}$ ，則 $\Delta\Gamma^*(\overline{T}_{jp}) > 0$ ，且

(2) 若 $\overline{T}_{jp} > T_{low}$ ，則 $\Delta\Gamma^*(\overline{T}_{jp}) < 0$ 。

因 $\Delta\Gamma^*(T)$ 為連續函數，依微積分之堪根定理， $\Delta\Gamma^*(\overline{T}_{jp}) = 0$ 必有 T_{low} 之解。

$$\text{換言之，} \Delta\Phi_i(k_i, \overline{T}_{jp}) + \Delta\theta_i(\overline{T}_{jp}) + \Delta\pi_i(\overline{T}_{jp}) + \left(\frac{1}{\overline{T}_{jp}} - \frac{1}{T_{low}} \right) A = 0 \quad (4.3.10)$$

必有 T_{low} 之解存在。

依 $\phi_i(k_i^*(\overline{T}_{jp}), \overline{T}_{jp})$ 之定義，(4.3.10)式變為：

$$\sum_{i=1}^n \left(\phi_i(k_i^*(\overline{T}_{jp}), \overline{T}_{jp}) + \Delta\theta_i(\overline{T}_{jp}) + \Delta\pi_i(\overline{T}_{jp}) \right) + \left(\frac{1}{\overline{T}_{jp}} - \frac{1}{T_{low}} \right) A \geq 0$$

此式等同於

$$\sum_{i=1}^n \left(\phi_i(k_i^*(\overline{T}_{jp}), \overline{T}_{jp}) + \Delta\theta_i(\overline{T}_{jp}) \right) \geq - \sum_{i=1}^n \Delta\pi_i(\overline{T}_{jp}) - \left(\frac{1}{\overline{T}_{jp}} - \frac{1}{T_{low}} \right) A \quad (4.3.11)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \left(\phi_i(k_i^*(\overline{T}_{jp}), \overline{T}_{jp}) + \left(\frac{\overline{T}_{jp} - T_{low}}{2} \right) \left\{ \left[u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right] + \frac{1}{P_i} \left[u_i h_{ri} \left(\sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right)^2 + h_{fi} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}^2 \right] + \sum_{j=1}^{m_i} h_{ij} D_{ij} \right\} \right) \\ \geq - \left(\frac{1}{\overline{T}_{jp}} - \frac{1}{T_{low}} \right) \left(\sum_{i=1}^n \left[S_i + \sum_{j=1}^{m_i} a_{ij} \right] + A \right) \quad (4.3.12) \end{aligned}$$

為了簡化計算式子，因此令

$$H = \sum_{i=1}^n \left(\left[u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right] + \frac{1}{P_i} \left[u_i h_{ri} \left(\sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right)^2 + h_{fi} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}^2 \right] + \sum_{j=1}^{m_i} h_{ij} D_{ij} \right),$$

$$B = \sum_{i=1}^n \left(S_i + \sum_{j=1}^{m_i} a_{ij} \right),$$

因 $\phi_i(k_i^*(\overline{T}_{jp}), \overline{T}_{jp})$ 隨著 $k_i^*(T)$ 值不同而異。因此我們分兩個類型探討下界的位置：

case1：假若 $k_i^*(\overline{T}_{jp}) = 1$ ，則：

$$\phi_i(k_i^*(\overline{T}_{jp}), \overline{T}_{jp}) = \frac{a_{ri}}{T_{jp}} + \frac{T_{jp}}{2} u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} - \sqrt{2a_{ri} u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}} \quad (4.3.13)$$

case2：假若 $k_i^*(\overline{T}_{jp}) > 1$ ，則：

$$\phi_i(k_i^*(\overline{T}_{jp}), \overline{T}_{jp}) = \sqrt{\frac{a_{ri} u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}{2}} \left[\left(\sqrt{\frac{(k_i + 1)}{k_i}} + \sqrt{\frac{k_i}{k_i + 1}} \right) - 2 \right] \quad (4.3.14)$$

因此，可求解(4.3.12)不等式：

$$\sum_{i=1}^n \phi_i(k_i^*(\overline{T}_{jp}), \overline{T}_{jp}) + H \left(\frac{\overline{T}_{jp} - T_{low}}{2} \right) \geq - \left(\frac{1}{T_{jp}} - \frac{1}{T_{low}} \right) (B + A)。$$

將式子移項可得：

$$-\frac{H}{2} T_{low} - \frac{(A+B)}{T_{low}} + \frac{\overline{T}_{jp}}{2} H + \frac{A+B}{T_{jp}} + \sum_{i=1}^n \phi_i(k_i^*(\overline{T}_{jp}), \overline{T}_{jp}) \geq 0$$

解上之方程式得：

$$T_{low} = \frac{- \left(\frac{A+B}{T_{jp}} + \sum_{i=1}^n \phi_i(k_i^*(\overline{T}_{jp}), \overline{T}_{jp}) \right) \pm \sqrt{\left(\frac{A+B}{T_{jp}} + \sum_{i=1}^n \phi_i(k_i^*(\overline{T}_{jp}), \overline{T}_{jp}) \right)^2 - 2H(A+B)}}{-H}$$

因為 T_{low} 必定大於零，所以取 T_{low} 值對所有 i 的加總為

$$T_{low} = \frac{-\left(\frac{A+B}{T_{jp}} + \sum_{i=1}^n \phi_i(k_i^*(\overline{T}_{jp}), \overline{T}_{jp})\right) - \sqrt{\left(\frac{A+B}{T_{jp}} + \sum_{i=1}^n \phi_i(k_i^*(\overline{T}_{jp}), \overline{T}_{jp})\right)^2 - 2H(A+B)}}{-H} \quad (4.3.14)$$

因此，從(4.3.14)式知，欲計算 T_{low} 必先找出 \overline{T}_{jp} ，而由(4.3.5)式知 \overline{T}_{jp} 含有 k_i ，此可用預備定理 4.2.2 決定在接合點區間 $(T(w_{jp+1}), T(w_{jp}))$ 內之 $\mathbf{K}(w_{jp}) = (k_1^*, k_2^*, \dots, k_n^*)$ 而得。

假設在下一個接合點 $(T(w_{jp+2}), T(w_{jp+1}))$ 區間，所得平均聯合總成本 $\Gamma(\mathbf{K}(w_{jp+1}), \overline{T}_{jp+1})$ 小於 $\Gamma(\mathbf{K}(w_{jp}), \overline{T}_{jp})$ ，則利用 $\mathbf{K}(w_{jp+1})$ 及 \overline{T}_{jp+1} 求出新的下界。隨著搜尋局部極小成本的過程，其下界會慢慢遞增。如此一來，即可找出搜尋演算法的停止條件，以求出最小的平均聯合總成本及所對應之最佳生產與補貨週期。

第五章 求解的演算法

本論文從目標函數建構與理論性質分析中，瞭解到目標函數最佳解的結構特性。我們試著利用此結構特性，期望透過有效的搜尋演算法，尋找出平均聯合總成本函數的最佳解。首先介紹研究工具的主要性質及功能。接著透過演算法之理論證明，給予演算法更強烈的理論依據。並利用已找出之最佳解的上、下界，做為搜尋演算法的搜尋起始值及終點值。最後介紹整個演算法的機制及流程圖，驗證演算法之可行性。

5.1 研究工具

1. 利用 MATLAB 6.5

(1) 畫不同 k_i 之成本曲線圖

將原始參數資料檔案，傳至使用 MATLAB 所撰寫的程式中，求解出接合點的位置，並畫出關於 k_i 與 T 之平均總成本曲線圖。進而由圖形觀察出，平均總成本曲線所具有的特性。

(2) 求取搜尋演算法之最佳解

利用搜尋演算法之搜尋機制，使用 MATLAB 將數學模式加以編碼，找出原物料最佳補貨乘數的集合 \mathbf{K} 與完成品最佳生產及補貨週期 T^* ，並畫出最小聯合總成本圖形以及驗證圖形。

2. 利用 Excel 2000

進行數據驗證。將 MATLAB 所產生結果值傳至 Excel 進行分析比較。

3. 本演算法所使用的實驗數據皆採用 Pentium 4-M 1.6 GHz 的中央處理器及 512MB DDR 記憶體所執行。

5.2 演算法之特性與證明

為了在三階供應鏈中，製造商存貨代管策略下，找出全域最佳解的搜尋機制。我們已在第四章證明出， $\Gamma^*(T)$ 是具有片段凹性且連續的最好平均聯合總成本函數。由其結構特性，讓我們從局部最小值搜尋出全面最佳解感到興趣。理所當然的，我們可以藉由在上、下界 $[T_{up}, T_{low}]$ 之間，透過非常小的搜尋步伐 $\Delta T \rightarrow 0$ ，來找出最小成本值。但這種方法較沒有效率及準確度，並且會花費很大的求解時間。因此，我們利用最好平均聯合總成本函數具有接合點之特性，設計一套從接合點著手，開始搜尋最佳的區域最佳解，最終透過程式設計，將整個演算法的流程加以編碼，找出全域最佳解。

5.2.1 演算法之理論

之前，我們已瞭解到，最好平均聯合總成本函數 $\Gamma^*(T)$ ，具有片段凹性、連續及接合點。又每兩緊鄰接合點間的每一片段曲線為凹性且連續，故必存在一個局部最小值。這些性質讓我們可以尋找出一個搜尋機制，找出 $\Gamma^*(T)$ 的全面性最佳解(Global optimal solution)。

為了使演算法有更強固的理論依據，我們在下面對接合點及最佳解作相關的理論分析。

定理 5.2.1: 假設 $\mathbf{K}^{(L)} = (k_1^{(L)}, k_2^{(L)}, \dots, k_n^{(L)})$ 和 $\mathbf{K}^{(R)} = (k_1^{(R)}, k_2^{(R)}, \dots, k_n^{(R)})$ 分別代表 $\Gamma^*(T)$ 曲線上，接合點左右兩邊最佳的生產週期乘數向量，則 $\mathbf{K}^{(L)}$ 內所有 $k_i^{(L)}$ 之總和會等於 $\mathbf{K}^{(R)}$ 內所有 $k_i^{(R)}$ 之和加 1。並證明，如 w_{jp} 和 w_{jp+1} 為 $\Gamma^*(T)$ 兩個緊鄰的接合點， $T(w_{jp+1}) < T(w_{jp})$ ，則 $\mathbf{K}(w_{jp})$ 值在 $(T(w_{jp+1}), T(w_{jp}))$ 間不會改變。

證明：

令 $T > 0$ ， $k_i \in N^+$ 時，則製造商 i 的最佳 k_i 解對應之生產週期位於 $J_i(k_i)$ 和 $J_i(k_i - 1)$ 之間，即 $J_i(k_i) \leq T < J_i(k_i - 1)$ 。由(4.1.2)式得到：

$$J_i(k_i) = \sqrt{\frac{2a_{ri}}{k_i(k_i+1)u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}} \leq T \quad (5.2.1)$$

與

$$T < J_i(k_i - 1) = \sqrt{\frac{2a_{ri}}{k_i(k_i-1)u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}} \quad (5.2.2)$$

我們可將不等式(5.2.1)化簡為： $k_i^2 + k_i - \frac{2a_{ri}}{u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T^2} \geq 0$ ，用判別式求解得

$$k_i \geq \frac{-1 \pm \sqrt{1 + \frac{8a_{ri}}{u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T^2}}}{2}$$

因為 $k_i \in N^+$ ，所以得到：

$$k_i \geq -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{8a_{ri}}{u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T^2}} \quad (5.2.3)$$

同樣地，從(5.2.2)不等式也可以得解如下：

$$0 < k_i < \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{8a_{ri}}{u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T^2}} \quad (5.2.4)$$

由(5.2.3)與(5.2.4)兩式得到 k_i 之範圍如下：

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{8a_{ri}}{u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T^2}} \leq k_i < \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{8a_{ri}}{u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} T^2}} \quad (5.2.5)$$

因此，若 $J_i(k_i) \leq T < J_i(k_i - 1)$ ，則正整數 k_i 由(5.2.5)式決定，因其範圍差為 1，所以，正整數 k_i 每次改變的值為 1。

由定理 4.2.2 知， $\Gamma^*(T)$ 函數曲線上的接合點承接自 $\Gamma_i^*(T)$ 函數曲線上的接合點。因此，在承接接合點的特性下，每次遇到接合點其改變的 k_i 值等於 1。所以， $\mathbf{K}^{(L)}$ 內所有 $k_i^{(L)}$ 之總和會等於 $\mathbf{K}^{(R)}$ 內所有 $k_i^{(R)}$ 之和加 1。並且透過預備定理 4.2.2 證明，若 w_{jp} 和 w_{jp+1} 函數兩個緊鄰的接合點，

$T(w_{jp+1}) < T(w_{jp})$ ，則 $\mathbf{K}(w_{jp})$ 在 $(T(w_{jp+1}), T(w_{jp}))$ 區間內不會改變。■

定理 5.2.1 在搜尋演算法的過程中，是找尋最佳 \mathbf{K} 值的重要理論依據。透過成本函數的分析及理論證明，我們已知曉平均聯合總成本函數的特性。我們便可以利用不同的 $\mathbf{K}(w_{jp})$ 與所求的 $T^*(\mathbf{K}(w_{jp}))$ ，進行每個接合點區間中最佳解的搜尋，達到求取最小平均聯合總成本的目標。下面的章節，對搜尋方法及步驟，會給予更詳細的說明。

5.3 搜尋方法及步驟

5.3.1 搜尋方法

我們先定義 $T^*(\mathbf{K}(w_{jp}))$ 是 $\Gamma^*(T)$ 曲線中，對應於最佳補貨週期倍數向量 ($\mathbf{K}(w_{jp}) = (k_1^*, k_2^*, \dots, k_n^*)$) 之局部最小值的時間點。我們以 $\mathbf{K}(w_{jp})$ 表示在第 w_{jp} 個接合點與第 w_{jp+1} 個接合點區間的最佳補貨週期乘數的向量。而 $\Gamma^*(T)$ 函數的最佳解會落在接合點，或者 $\Gamma^*(T)$ 曲線中局部最低點的位置。因此，我們首先必須透過(4.1.2)式，先找出每個製造商接合點的時間點 $J_i(k_i)$ ，並且對所有製造商的接合點進行排序，而得到

$\mathbf{J} = \text{SORT}(\{J_i(k_i) | i = 1, 2, \dots, n\})$ 。因此， \mathbf{J} 是一個接合點排序的遞減數列向量。

我們將它表示： $\mathbf{J} = (T(w_1), T(w_2), T(w_3), \dots, T(w_{jp}), T(w_{jp+1}), \dots)$

$T(w_1) > T(w_2) > T(w_3) > \dots > T(w_{jp}) > T(w_{jp+1}) > \dots$ 。此時之 $T(w_1)$ 為搜尋上界 T_{up} 的起始值，而數列最後一個是搜尋的下界 T_{low} 。

從 T_{up} 到 T_{low} 搜尋的過程中，隨著接合點的改變，在每一個區間中的最佳解 \mathbf{K} 值之分量會隨之改變。搜尋步驟由搜尋演算法的起始接合點 w_1 開始，且在 $T > T(w_1)$ 時，利用預備定理 4.2.2 可以得到最佳的 \mathbf{K} 為 $\mathbf{K}(w_1) = (k_1^*, k_2^*, k_3^*, \dots, k_n^*)$ 。並將記錄其初始成本值 $\Gamma(\mathbf{K}(w_1), T^*(\mathbf{K}(w_1)))$ 。逐一往下個接合點搜尋。搜尋過程必須判斷，遇到下一個接合點為何製造商所形成。假設為製造商 i 所形成，則在 \mathbf{K} 分量中的 k_i^* ，必須更改為 $k_i^* + 1$ 。同理，利用這個方法在每個搜尋的區間進行最佳 \mathbf{K} 值的找尋。可舉例假設在第 w_{jp} 和 w_{jp+1} 接合點的區間中， w_{jp} 為第二個製造商接合點所承接，則改變其 $\mathbf{K}(w_{jp}) = (k_1^*, k_2^*, k_3^*, \dots, k_n^*)$ 為新的 $\mathbf{K}(w_{jp}) = (k_1^*, k_2^* + 1, k_3^*, \dots, k_n^*)$ 。

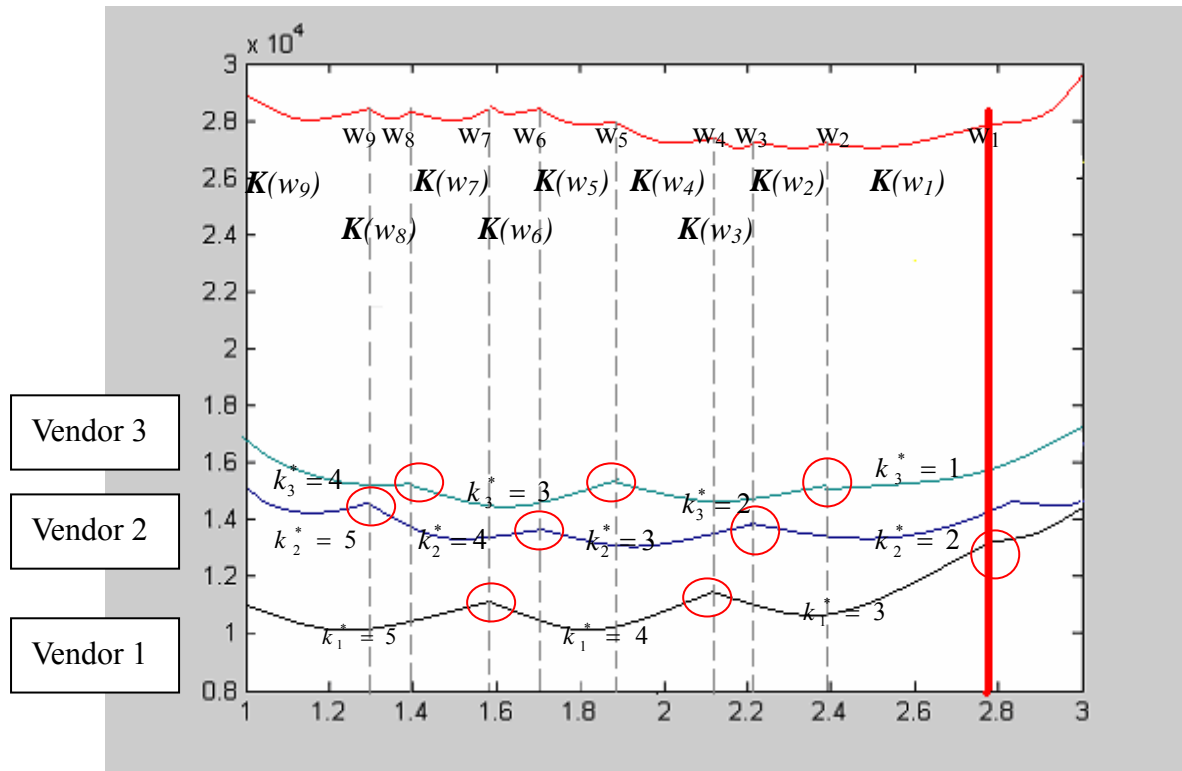


圖 5-1 搜尋演算法之最佳 $K(w_{jp})$ 之搜尋方法

$(K(w_1)=(3,2,1), K(w_2)=(3,2,2), K(w_3)=(3,3,2), K(w_4)=(4,3,2),$
 $K(w_5)=(4,3,3), K(w_6)=(4,4,3), K(w_7)=(5,4,3), K(w_8)=(5,4,4), K(w_9)=(5,5,4))$

接下來利用找尋出的 $K(w_{jp})$ 代入(4.2.5)式中，得到由最佳 $K(w_{jp})$ 集合所產生的局部極小值， $T^*(K(w_{jp}))$ 。並且記錄於 $[T(w_{jp+1}), T(w_{jp}))$ 的接合點區間局部低點的成本值 $\Gamma(K(w_{jp}), T^*(K(w_{jp})))$ 。並且與此區間之下一接合點區間 $[T(w_{jp+2}), T(w_{jp+1}))$ 其局部低點成本值比較大小，取出最小值作為目前搜尋時間內的最佳成本值 Γ_{Best}^* ，並且最佳變數設為其 K_{Best}^* 及 T_{Best}^* 。也就是在平均聯合總成本的函數中，當在第 w_{jp} 與 w_{jp+1} 的接合點區間中，存在 $\Gamma(K(w_{jp}), T^*(K(w_{jp}))) < \Gamma(K_{Best}^*, T_{Best}^*)$ ，則 $K_{Best}^* = K(w_{jp})$ ， $T_{Best}^* = T^*(K(w_{jp}))$ 。

透過上述的演算法機制，對於每個接合點區間進行最低成本值的搜尋，將每次搜尋所得到的最佳解記錄下來，以和下一次的搜尋最佳解進行比較。經過多個區域的搜尋，直到到達下界才結束搜尋演算法。並將所得到的最佳成本值、 $K(w_{jp})$ 值以及最佳的生產、補貨週期記錄下來，以作為決策者的參考標的。

5.3.2 搜尋步驟

步驟一：輸入參數資料，將已知的參數值輸入電腦。

步驟二：從本文 4.3 節中使用的方法，找出此搜尋演算法之上、下界
(T_{low}, T_{up})。

步驟三：在(T_{low}, T_{up})搜尋的範圍內，求所有製造商之所有接合點 $J_i(k_i)$

$$\text{及對應 } T \text{ 的位置，並且給予編號。 } J_i(k_i) = \sqrt{\frac{2a_{ri}}{k_i(k_i+1)u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}}$$

步驟四：將步驟三所計算出的所有接合點予以排序，並予以編號 w_{jp} 。按照由大到小的順序排列，並且其編號為由小到大排列。
(i.e. $T(w_1) > T(w_2) > T(w_3) > \dots$)

步驟五：搜尋步驟由 w_1 開始，且在 $T = T(w_1)$ 時，最佳 $\mathbf{K} = (k_1^*, k_2^*, k_3^*, \dots, k_n^*)$ 。
並記錄其初始成本值 $\Gamma(\mathbf{K}(w_1), T^*(\mathbf{K}(w_1)))$ 。

步驟六：接下來逐一往下一個接合點區間搜尋，而停止的條件為到達接合點的下界 T_{low} 。

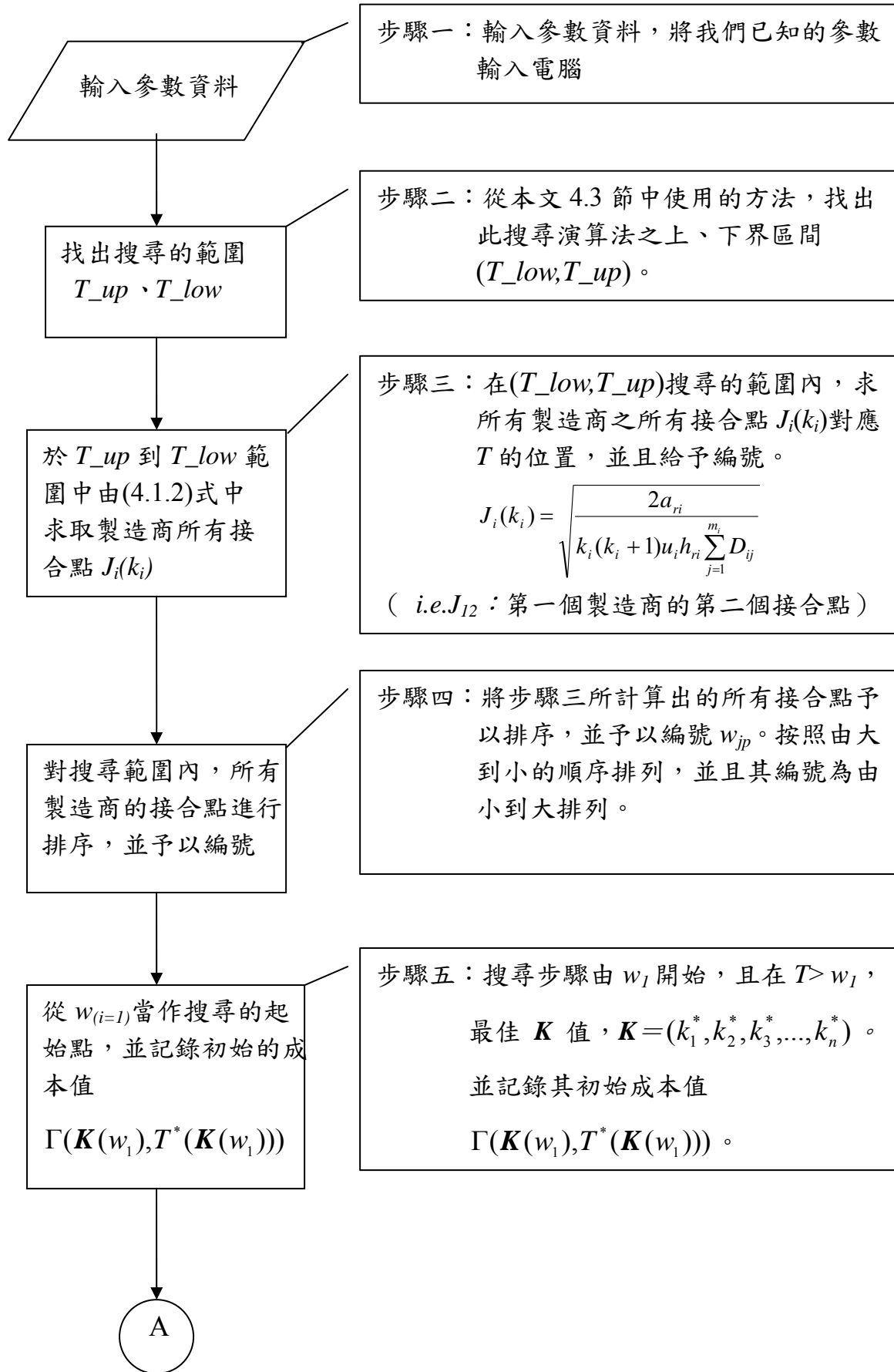
步驟七：本步驟的重點，在於判斷搜尋所遇到的接合點為何製造商所形成。判斷方法為 $T(w_{jp}) = J_\pi(k_\pi)$ ，當 $\pi = \arg \max \{J_i(k_i) < T(w_{jp-1})\}$ 。假若為製造商 π ，則在 \mathbf{K} 分量中的 k_π^* ，必須改成 $k_\pi^* + 1$ 。舉例來說，如為第二個製造商，則改變其 $\mathbf{K} = (k_1^*, k_2^*, k_3^*, \dots, k_n^*)$ ，為新的
 $\mathbf{K} = (k_1^*, k_2^* + 1, k_3^*, \dots, k_n^*)$ 。

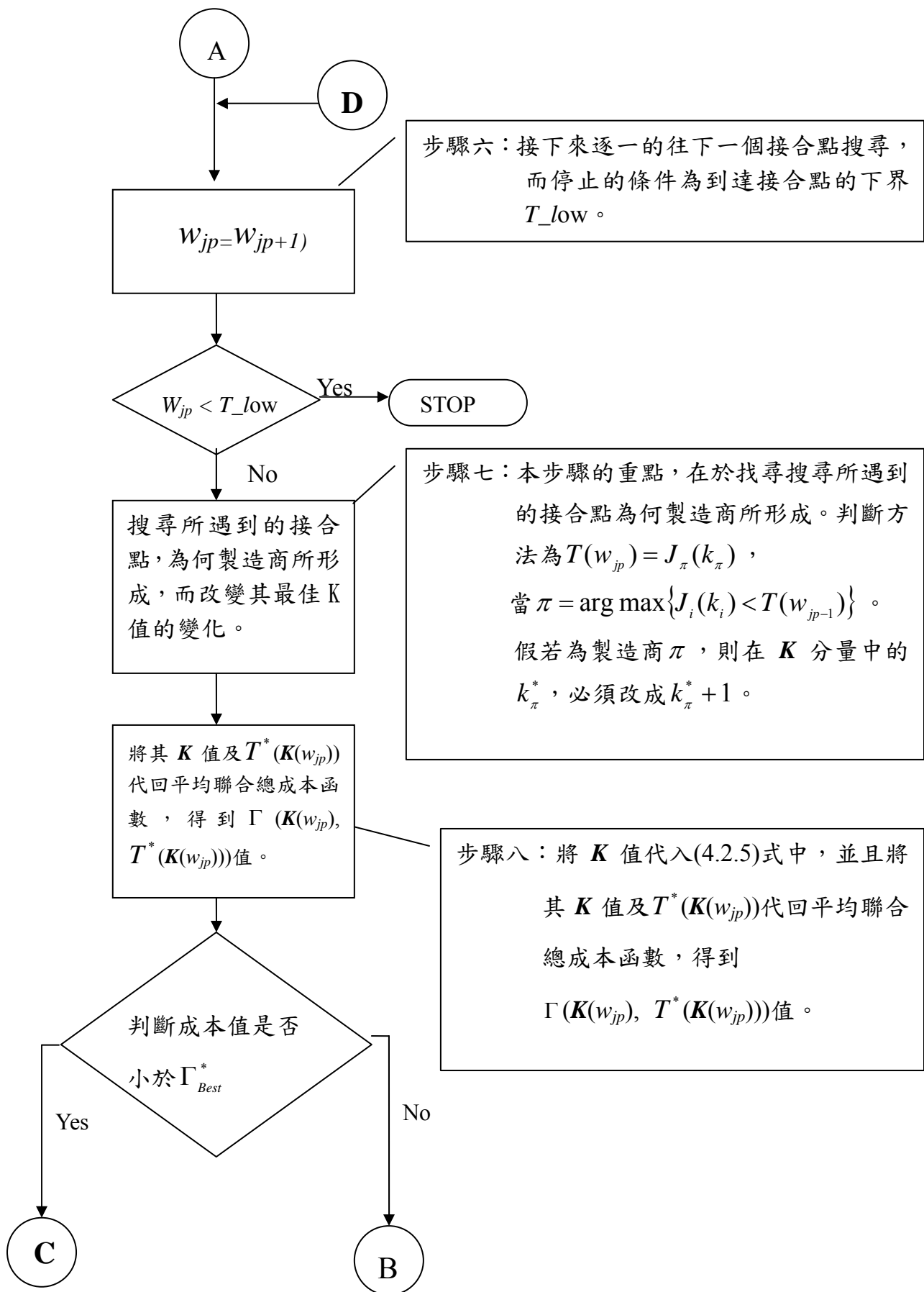
步驟八：將 \mathbf{K} 值代入(4.2.5)式中，求出 $T^*(\mathbf{K}(w_{jp}))$ ，並且將其 \mathbf{K} 值及 $T^*(\mathbf{K}(w_{jp}))$ 代入平均聯合總成本函數，得到 $\Gamma(\mathbf{K}(w_{jp}), T^*(\mathbf{K}(w_{jp})))$ 值。

步驟九：存在一個最佳的平均聯合總成本 Γ_{Best}^* ，並與接合點區間中 $[T(w_{jp+1}), T(w_{jp})]$ 的成本值比較其大小。在平均聯合總成本的函數中，當在第 w_{jp} 與 w_{jp+1} 接合點的區間中，存在 $\Gamma(\mathbf{K}(w_{jp}), T^*(\mathbf{K}(w_{jp}))) < \Gamma_{Best}^*$ ，則 $\mathbf{K}_{Best}^* = \mathbf{K}(w_{jp})$ ， $T_{Best}^* = T^*(\mathbf{K}(w_{jp}))$ 。

步驟十：將此次搜尋所得到每一個接合點區間的最佳解值記錄下來，以和下一次的搜尋最佳解進行比較。經過多個區域的搜尋，直到到達下界即完成搜尋演算法。並將其最終結果記錄下來。

5.4 搜尋步驟流程圖





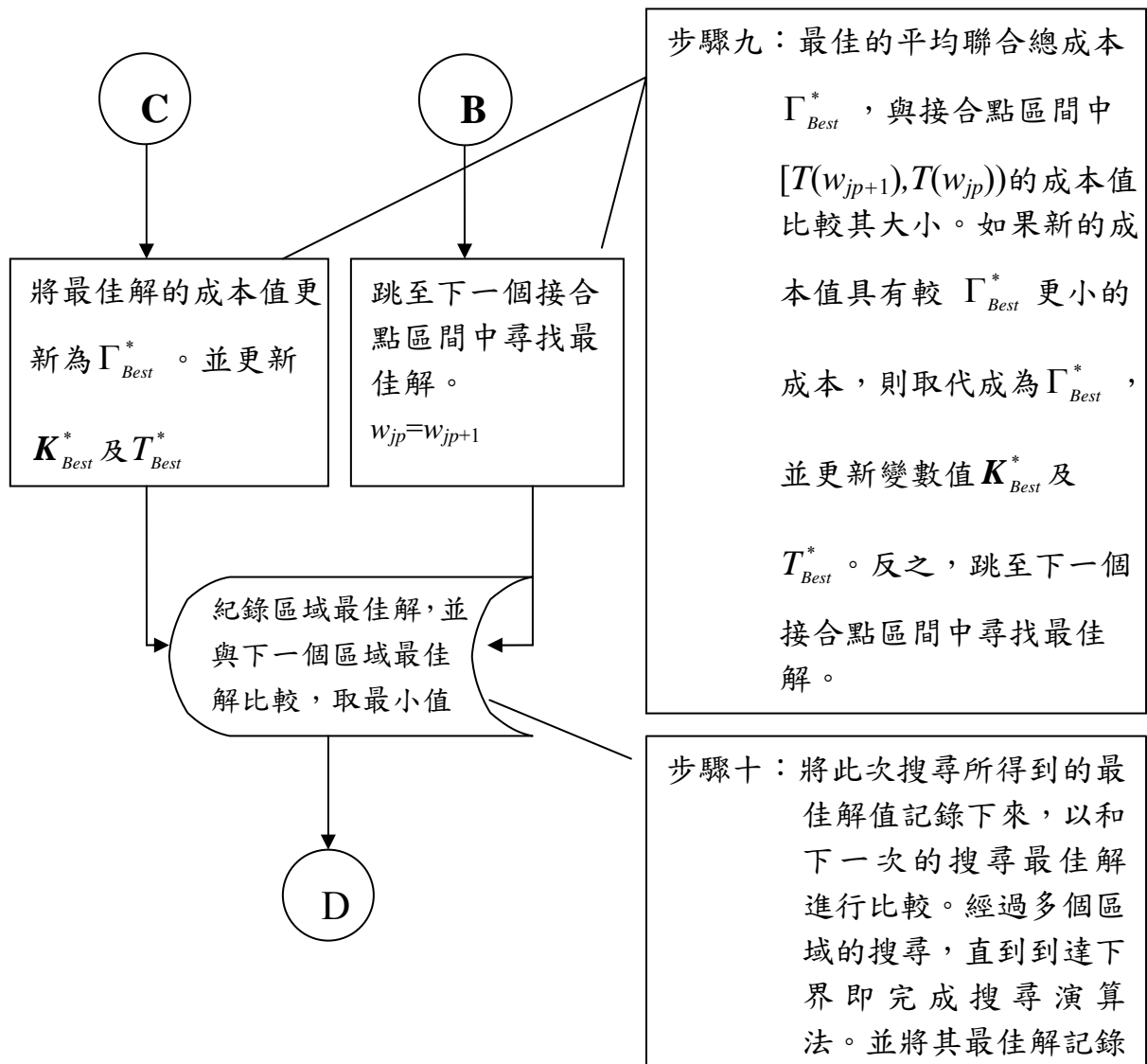


圖 5-2 搜尋步驟流程圖

第六章 數據實驗

經過了前面的章節，說明了目標函數的推導，之後透過成本函數所產生的接合點及其函數的接合點區間，具有片段凹性的性質。因此，我們透過搜尋的機制，在上、下界的範圍內，制定了一套有效的搜尋演算法來進行最佳生產週期次數以及最佳生產、補貨週期進而求出最小平均聯合總成本。因此，在本章節中，先對隨機數據產生的分配及範圍作說明，再以一範例，說明本研究中的搜尋演算法如何進行與完成，以及驗證演算法所得到的結果。並針對多個不同製造商的供應鏈模式進行隨機數據實驗，再將演算法所得到的最小平均聯合總成本與共同週期法所得到的解作比較，驗證本研究所使用方法的可行性，並分析其結果對於決策者在供應鏈管理上所具有的意義。

6.1 隨機數據的產生

在隨機試驗中所需要的參數，我們利用程式設定其為一個均勻分配 (Uniform distribution) 的範圍中，隨機產生的亂數值，而這些參數的產生必須在平均值及一個我們所設定的範圍之內。亂數值其範圍必須界定於 $(\text{平均值} - \frac{\text{可行範圍}}{2}, \text{平均值} + \frac{\text{可行範圍}}{2})$ 之間。因此，定義本論文所有參數的範圍：(如表 6-1 所示)。其中存在幾個參數的限制，包含了：本模式原物料的存貨成本不能大於製造商及零售商完成品的存貨成本 ($h_{ri} \leq h_{fi}, h_{ij}$) (附錄一)。另外，生產率則參考需求率的總和而產生變化，我們也將針對不同的生產率來進行分析。而本論文假設是在不能發生缺貨的狀態之下，因此製造商的生產率一定會大於零售商需求率的總和 $P_i > \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}$ 。所以製造商生產率的參數會隨著所屬零售商的需求總和而有所改變。因此，製造商 i 在單位時間的生產率定義為 $P_i = \sum_{i=1}^{m_i} D_{ij} \times G$ 。而乘數 G 為存在於 $[1.1, 1.6]$ 範圍的實數。此外，其他的參數範圍設定如下表所定義：

表 6-1 參數範圍設定

	平均值	可行範圍	參數範圍
製造商 i 所屬零售商數目 m_i	3	4	[1,5]
原物料合併補貨訂購成本 A	3000	2000	[2000,4000]
製造商原物料訂購成本 a_{ri}	\$1500	2000	[500, 2500]
製造商原物料單位存貨成本 h_{ri}	0.03	0.04	[0.01, 0.05]
製造商原物料消耗使用率 u_i	0.8	0.8	[0.4, 1.2]
產品生產設置成本 S_i	\$700	1000	[200, 1200]
完成品單位存貨成本 h_{fi}	0.15	0.2	[0.05, 0.25]
單位生產率 P_i 為所屬零售商總需求的倍數， $P_i = \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \times G$	根據所屬零售商的總需求而定		
零售商總需求的倍數 G	1.3	0.4	[1.1, 1.5]
零售商的產品訂購成本 a_{ij}	\$600	1200	[0, 1200]
零售商完成品單位存貨成本 h_{ij}	0.15	0.2	[0.05, 0.25]
零售商之產品需求率 D_{ij}	2500	3000	[1000, 4000]

6.2 演算法範例

在上章節中，已定義出了參數的範圍。因此，我們利用表 6-1 參數的範圍內找出一組演算法範例，來說明整個演算法的整體流程及搜尋最小平均聯合總成本的方法。

在三階供應鏈的範例中，我們取單一供應商、三個製造商($n=3$)以及多個製造商所屬零售商為其範例，假設第一、第二個製造商分別具有三個零售商，即 $m_1 = m_2 = 3$ ；而第三個製造商具有兩個零售商，即 $m_3 = 2$ 。在表 6-2 中我們呈現此範例所需參數的數據資料，並透過這些參數說明整個演算法的進行方式。

表 6-2 三階供應鏈中單一供應商、三個製造商及其零售商範例說明參數 ($n=3, m_1=3, m_2=3, m_3=2$) :

	製造商 (Vendor 1)			製造商 (Vendor 2)			製造商 (Vendor 3)	
原物料合併補貨訂購成本 A	4000							
製造商原物料訂購成本 a_{ri}	$a_{r1} = \$1800$			$a_{r2} = \$2000$			$a_{r3} = \$1900$	
製造商原物料存貨成本 h_{ri}	$h_{r1} = 0.01$			$h_{r2} = 0.025$			$h_{r3} = 0.03$	
製造商原物料消耗使用率 u_i	$u_1 = 0.75$			$u_2 = 0.65$			$u_3 = 0.4$	
產品生產設置成本 S_i	$S_1 = \$300$			$S_2 = \$590$			$S_3 = \$400$	
完成品單位存貨成本 h_{fi}	$h_{f1} = 0.19$			$h_{f2} = 0.22$			$h_{f3} = 0.17$	
單位生產率 P_i	$P_1 = \sum_{j=1}^3 D_{1j} \times 1.15$			$P_2 = \sum_{j=1}^3 D_{2j} \times 1.18$			$P_3 = \sum_{j=1}^2 D_{3j} \times 1.2$	
	零售商 (Buyer1-1)	零售商 (Buyer1-2)	零售商 (Buyer1-3)	零售商 (Buyer2-1)	零售商 (Buyer2-2)	零售商 (Buyer2-3)	零售商 (Buyer3-1)	零售商 (Buyer3-2)
零售商的產品訂購成本 a_{ij}	\$900	\$600	\$400	\$200	\$800	\$300	\$550	\$130
零售商完成品單位存貨成本 h_{ij}	0.17	0.12	0.235	0.15	0.22	0.2	0.165	0.08
零售商之產品需求率 D_{ij}	1600	2800	1800	4000	2000	4400	2020	1395

藉由 5.4 節中的搜尋步驟流程圖，可以清楚知道整個演算法如何進行最小平均聯合總成本的搜尋。而整個搜尋演算法進行過程的說明如下：

1. 將所需的參數資料由表 6-2 輸入程式編碼中。
2. 首先從 4.3 節中使用的方法，找出此搜尋演算法之上、下界限 (T_{up}, T_{low})。利用所推出的上界值將參數代入(4.3.1)式中，得到 $T_{up}=3.078$ 。因此，由 T_{up} 做為此搜尋演算法的起點。由函數 $\Gamma^*(T)$ 所產生的第一個接合點，其 \mathbf{K} 值為 1 所構成的集合，求出由共同週期法所造成的平均聯合總成本為 \$12585，並可求出演算法的搜尋終點 $T_{low}=0.0427$ 。
3. 從 T_{up} 到 T_{low} 的區間中，判斷出其最終 k_i 值分別為(206,127,206)，因此取 206 為其接合點的總個數。再透過(4.1.2)式找出三個製造商所有的接合點($J_1(k_1)$ 、 $J_2(k_2)$ 、 $J_3(k_3)$)。
4. 將步驟三所計算出($J_1(k_1)$ 、 $J_2(k_2)$ 、 $J_3(k_3)$)的 618 個接合點予以排序。遞減排序後的接合點數列為

$$\mathbf{J}=(6.8091, 6.2217, 3.9312, 3.8462, 3.5921, 2.7798, 2.54, 2.2206, 2.1532, 1.9675, 1.7581, \dots, 0.0552)$$
。
5. 由 $T_{up}=3.078$ 判斷其所在為(2.7798,3.5921)的區間中，令 $T(w_1)=3.5921$ 為搜尋的起始接合點，初始 $\mathbf{K}(w_1)=(3,2,3)$ ，並利用(4.2.5)式得到其 $T^*(\mathbf{K}(w_1))=2.7293$ ，代入平均聯合總成本的函數，得到 $\Gamma(\mathbf{K}(w_1), T^*(\mathbf{K}(w_1)))=\11471 ，將其存取為目前最佳成本值 $\Gamma_{Best}^*=\$11471$ 、 $\mathbf{K}_{Best}^*=(3,2,3)$ 、 $T_{Best}^*=2.7293$ 。並更新其 $T_{low}=0.0427$ ，直到下一次覆蓋最佳成本值，即再次更新 T_{low} 值。
6. 下一步則逐一繼續的往下一個接合點 $T(w_2)=2.7798$ 搜尋，由於 $\pi = \arg \max \{J_i(k_i) < T(w_1)\} = 3$ 。因此，得 $T(w_2)$ 為承接 $J_1(k_1=3)$ 的接合點。所以，在 k_3^* 必須加 1 而成為 $\mathbf{K}(w_2)=(3,2,4)$ 。並可得 $T^*(\mathbf{K}(w_2))=2.7078$ 及 $\Gamma(\mathbf{K}(w_2), T^*(\mathbf{K}(w_2)))=11445$ 。因為 \$11445 小於目前最佳成本值 $\Gamma_{Best}^*=\$11471$ 。因此，將 Γ_{Best}^* 更新為 \$11445，並且取代 $\mathbf{K}_{Best}^*=(3,2,4)$ ， $T_{Best}^*=2.7078$ ，以及新的 $T_{low}=0.0429$ 。

7. 利用上述方法，於多個接合點的區間中進行最佳解的搜尋，其結果如表 6-3 所示。
8. 透過多個接合點區間的搜尋，直到 $T(w_{jp}) < T_{low}$ 時停止搜尋。

表 6-3 範例利用搜尋演算法得到的結果

接合點區間	K_{Best}^*	T_{Best}^*	Γ_{Best}^*	T_{low}
(3.5921,2.7798)	(3,2,3)	2.7293	11471	0.0427
(2.54,2.7798)	(3,2,4)	2.7078	11445	0.0429
(2.2206,2.54)	(4,2,4)	2.6856	11427	0.0431
(2.1532,2.2206)	(4,3,4)	2.6157	11415	0.0438
(1.9675,2.1532)	(4,3,5)	2.5995	11413	0.044

本範例經過搜尋演算法的運算，最終於 $T(w_{jp}) < T_{low} = 0.044$ 時，停止搜尋，而結果顯示出其最小平均聯合總成本 Γ_{Best}^* 為 \$11413，以及最佳的完成品生產、補貨週期 T_{Best}^* 為 2.5995。另外，最佳原物料的補貨週期乘數 $K_{Best}^* = (k_1^*, k_2^*, k_3^*) = (4, 3, 5)$ 。也就是說，在製造商存貨代管的策略下，製造商 1 的最佳原物料補貨週期為 $k_1^* T_{Best}^* = 10.398$ 。同樣地，製造商 2 的最佳原物料補貨週期為 $k_2^* T_{Best}^* = 7.7985$ 。而製造商 3 的最佳原物料補貨週期為 12.9975。透過演算法的結果，在供應鏈運作的模式中，製造商可以作為決策參考的資訊，期望能夠將成本降到最低，進而達到整個供應鏈的最大利益。

6.3 隨機數據實驗：

在 6.2 節中，我們舉了三個製造商，分別有三個、三個及兩個所屬零售商的範例，來說明本研究所提出的搜尋演算法之進行方式。在本小節中，我們從 6.1 節中所設定的範圍內，即 $(\text{平均值} - \frac{\text{可行範圍}}{2}, \text{平均值} + \frac{\text{可行範圍}}{2})$ 之間，透過程式編輯在均勻分配中來隨機產生所有的參數值，透過這些數值來得到最小的平均聯合總成本、成本值的下界、最小平均聯合總成本及成本下界的平均誤差，以及平均的電腦運算時間等資訊。而我們定義成本下界為採用在共同週期(common cycle)內所產生的成本值 LB 。因此，最小平均聯合總成本及成本下界的平均誤差即 $(\frac{LB - \Gamma_{Best}^*}{LB} \times 100\%)$ 。以下的數據實驗主要是針對改變不同的參數值，對於平均聯合總成本及與成本下界平均誤差，探討所產生的變化及影響。

首先，對於關係整個供應鏈的大小製造商數量之參數 n 進行分析，我們分別採取在 5、10、15、20 個製造商，進行供應鏈大小對於最小平均聯合總成本與成本下界平均誤差的影響。由表 6-4 的結果表示，在分別對每一個不同製造商數量的參數，進行五百組的數據實驗後，發現整體的平均誤差約為 11.78%。隨著製造商以及不同製造商所屬零售商數量的增加，其平均誤差有略為下降的趨勢。而此說明了隨著供應鏈數目不斷增加，進而也增加供應鏈成員之間的複雜度。也因此，在使用製造商存貨代管的補貨策略下，相較於使用共同週期法的補貨策略下，平均聯合總成本的差距有逐漸的縮小。不過，在合理的製造商數量範圍內，本文的補貨策略，仍可以在極短的運算時間內，產生相較於共同週期策略更小的平均聯合總成本。

表 6-4 不同的製造商數目對平均聯合總成本影響之分析

n	AVERAGE ERROR	MAX ERROR	AVERAGE RUN TIME
5	13.63%	31.25%	0.041
10	11.05%	22.59%	0.046
15	9.98%	21.44%	0.051
20	7.83%	14.16%	0.062

表 6-5 五個製造商中對不同製造商所屬零售商數量之分析

m_i	AVERAGE ERROR	MAX ERROR	AVERAGE RUN TIME
[1~2]	26.17%	34.44%	0.048
[3~4]	11.20%	21.76%	0.057
[5~6]	5.04%	11.47%	0.082
[7~8]	1.95%	6.49%	0.102

另外，對本文其餘的參數值，採用實驗的方法為：分別針對每個參數值設定四個組距，在五個製造商的數據實驗中，分別對於不同組距的參數，各以 500 組的數據進行隨機實驗。以下是分別對各個參數的實驗結果進行探討及分析：

表 6-6 五個製造商中對不同製造商原物料採購成本之分析

a_{ri}	AVERAGE ERROR	MAX ERROR	AVERAGE RUN TIME
[1000~2000]	3.89%	18.11%	0.016
[2000~3000]	7.86%	18.77%	0.021
[3000~4000]	10.55%	25.72%	0.025
[4000~5000]	14.22%	30.95%	0.031

表 6-7 五個製造商中對不同製造商完成品存貨成本之分析

h_{fi}	AVERAGE ERROR	MAX ERROR	AVERAGE RUN TIME
[0.05~0.10]	9.66%	24.20%	0.025
[0.10~0.15]	10.84%	25.72%	0.027
[0.15~0.20]	11.77%	29.76%	0.031
[0.20~0.25]	12.35%	31.19%	0.036

表 6-8 五個製造商中對不同零售商完成品存貨成本之分析

h_{ij}	AVERAGE ERROR	MAX ERROR	AVERAGE RUN TIME
[0.05~0.10]	8.55%	26.10%	0.025
[0.10~0.15]	10.59%	26.69%	0.026
[0.15~0.20]	12.22%	27.32%	0.028
[0.20~0.25]	13.81%	27.72%	0.027

以上實驗分別對於不同的原物料採購成本、製造商完成品存貨成本及零售商完成品存貨成本進行隨機實驗。而發現其平均誤差隨著參數數值的增大，也相對的增加。接著對於製造商生產設置成本、原物料存貨成本、原物料生產消耗率、製造商的生產率、零售商訂購成本及其需求率進行實驗。並將其結果列於下表：

表 6-9 五個製造商中對不同製造商原物料存貨成本之分析

h_{ri}	AVERAGE ERROR	MAX ERROR	AVERAGE RUN TIME
[0.01~0.02]	20.22%	33.18%	0.024
[0.03~0.04]	12.79%	27.98%	0.026
[0.05~0.06]	9.13%	23.68%	0.028
[0.07~0.08]	6.67%	21.35%	0.031

表 6-10 五個製造商中對不同原物料生產消耗率之分析

u_i	AVERAGE ERROR	MAX ERROR	AVERAGE RUN TIME
[0.1~ 0.3]	24.21%	36.46%	0.033
[0.4~ 0.6]	17.57%	29.99%	0.037
[0.7~ 0.9]	13.36%	26.93%	0.046
[1.0~ 1.2]	10.73%	25.81%	0.058

表 6- 11 五個製造商中對不同製造商生產設置成本之分析

S_i	AVERAGE ERROR	MAX ERROR	AVERAGE RUN TIME
[0~ 500]	19.61%	32.91%	0.036
[500~1000]	16.60%	31.70%	0.035
[1000~1500]	15.24%	29.42%	0.039
[1500~2000]	13.13%	23.19%	0.034

表 6- 12 五個製造商中對不同生產率之分析 $P_i = \sum_{i=1}^{m_i} D_{ij} \times G$

G	AVERAGE ERROR	MAX ERROR	AVERAGE RUN TIME
[1.1~1.3]	16.97%	33.81%	0.041
[1.4~1.6]	16.60%	31.17%	0.045
[1.7~1.9]	16.23%	30.96%	0.042
[2.0~ 2.2]	15.75%	29.19%	0.039

表 6- 13 五個製造商中對不同零售商訂購成本之分析

a_{ij}	AVERAGE ERROR	MAX ERROR	AVERAGE RUN TIME
[500~750]	15.64%	29.01%	0.025
[750~1000]	13.92%	27.41%	0.026
[1000~1250]	12.46%	25.02%	0.022
[1250~1500]	10.94%	21.05%	0.024

表 6-14 五個製造商中對不同零售商產品需求率之分析

D_{ij}	AVERAGE ERROR	MAX ERROR	AVERAGE RUN TIME
[500~2000]	12.91%	27.66%	0.019
[2000~3500]	12.88%	24.94%	0.023
[3500~5000]	12.93%	27.54%	0.031
[5000~6500]	13.02%	23.50%	0.038

表 6-15 供應鏈在五個製造商對不同合併補貨訂購成本之分析

A	AVERAGE ERROR	MAX ERROR	AVERAGE RUN TIME
[2000~3000]	13.31%	26.24%	0.038
[3000~4000]	12.09%	22.46%	0.036
[4000~5000]	10.85%	19.74%	0.034
[5000~6000]	10.01%	19.93%	0.032

以上為對製造商生產設置成本、原物料存貨成本、原物料生產消耗率、製造商的生產率、零售商訂購成本、原物料在合併補貨下的訂購成本進行隨機實驗，發現隨著其參數數值的增加，會具有與下界成本的平均誤差逐漸縮小的特性。而另外對於零售商的需求率，與平均誤差則無直接影響的關連性。

由結果發現到所有的數據實驗，電腦執行的平均最大運算時間為 0.102。雖然當參數的數值在增加時，電腦執行的平均運算時間也跟著遞增，但其增加的量非常微小。因此，本研究在不同的隨機實驗架構下，對於整個搜尋演算法的求解速度非常有效率，以及可以得到不錯的求解品質。從分析的數據資料得到，透過此搜尋演算法的求解模式，相較於採用共同週期 T 之下，可以得到更小的平均聯合總成本。

因此，期望能夠利用在製造商存貨代管的策略下，由製造商來主導整個供應鏈的生產及補貨模式。藉由本論文最佳的生產及補貨策略，整合協調三階供應鏈的運作機制，希望可以提供現今企業在運作，給予具有增進企業利益的資訊，以作為決策時的參考。

第七章 結論與未來研究發展

7.1 結論

在現今全球化競爭的環境中，如何解決供應鏈中的存貨問題，以降低成本、增加利潤及提升企業的競爭力，是製造商、供應商及零售商的當務之急。本研究從企業及其上、下游成員，在管理存貨及貨品生產、配送週期的議題上，配合採用 VMI 策略，共同承擔風險及利益，建立上下游廠商緊密的合夥關係，提升企業供應鏈的競爭力。

本文以有組織性的方式，來解決決策者所面臨的問題。本篇論文主要貢獻在於：

- (1) 在一個多製造商的三階供應鏈模式，提出以製造商採取代管存貨的角色，找出符合整個供應鏈最大經濟效益的生產及補貨週期。
- (2) 再透過平均聯合總成本函數理論的分析，發現其具有片段凹性、連續及接合點。因此，藉曲線 $\Gamma^*(T)$ 之兩緊鄰接合點間具有局部極小值之特性。
- (3) 利用搜尋演算法去找尋局部的最小成本值。透過在 T 的搜尋範圍中，找出搜尋的上、下界，並利用 MATLAB 程式對撰寫的演算法流程編碼，求取最佳產品生產週期、零售商補貨週期以及原物料的補貨週期，並且驗證此演算法可求取製造商所支付的最小成本，進而求取整個供應鏈的最大利潤。
- (4) 從第六章的數據實驗結果可以驗證，搜尋演算法在不同的供應鏈製造商數目及不同參數下，都可以在極短時間內，得到比無使用特別補貨策略下的共同週期法還要小的平均聯合總成本。

因此，我們希望透過此整合三階供應鏈架構之分析，以及對平均聯合總成本、最佳生產週期及最佳補貨週期的探討，期望給予提供在製造商存貨代管策略之下，達到供應鏈管理最大的價值。

7.2 研究限制

本研究對於實際成本參數數據的估計，缺乏實際的資料證明其合理性，僅利用參數可能範圍值進行成本評估。並沒有對於每個參數之間進行敏感度分析，以探討所採用參數間相互影響程度。另外，亦缺乏在成員間存在的無形成本及無法計算的成本進行探討，因此，對於本研究的成本項目亦造成些許無法評量的誤差值。

7.3 未來研究發展

製造商存貨代管相關問題，本研究在實際的企業中尚有許多未知及可能的狀況未加以考慮，或者對這些情況採用假設的方式。包括了研究中未考慮缺貨的情況，及完成品的生產及補貨週期都假設在共同週期內完成，未來可能針對這方面假設進行更進一步的研究及分析。冀望能作為產官學界之參考。

參考文獻

中文部份：

- [1] 王裕文，「半導體設備供應商備用零件存貨導入 VMI 之研究」，國立交通大學工業工程與管理研究所碩士論文，1998 年。
- [2] 吳元功，徐淑如，吳壽山，「供應商與零售商聯合與個別存貨決策之比較」，台北大學學報，第二期，2000 年，163~183。
- [3] 何琇雯，「影響企業採用「供應商管理存貨」因素之探討—以資訊電子業為例」，中原大學資訊管理研究所碩士論文，2002 年。
- [4] 林宏澤，「構築高效能供應鏈的秘訣-電子化 VMI 的導入策略」，第一專刊，2003 年，52-55。
- [5] 莊仁傑，「探討供應商管理存貨策略對二階層離散顧客需求供應鏈總成本的影響」，中正大學應用數學研究所碩士論文，2003 年。
- [6] 陳秋妙，「VMI 下之資訊分享對預期成本的影響」，國立中山大學財務管理研究所碩士論文，2003 年。
- [7] 陳宗輝，「整合供應商生產及採購者補貨供應鏈模式之研究」，私立東海大學工業工程與經營資訊研究所碩士論文，2002 年。
- [8] 郭盈宏，「製造商管理銷售之供應鏈存貨策略」，中原大學工業工程研究所碩士論文，2003 年。
- [9] 張智星，MATLAB 程式設計與應用，清蔚科技，新竹市，2000 年。
- [10] 黃惠民，整合多供應商之三階損耗性商品存貨模式，管理與系統，第九卷，2002 年，331-344。
- [11] 黃建文，「VMI 制度與傳統存貨制度在價格與服務競爭下的比較分析研究」，逢甲大學企業管理研究所碩士論文，2002 年。
- [12] 楊珮珮，「探討如何應用共同訂購週期方法以降低供應鏈成本之模擬研究」，國立中正大學企業管理研究所碩士論文，2002 年。
- [13] 劉秀珍，「供應鏈體系下供應商代管存貨系統之探討」，國立高雄第一科技大學運輸倉儲營運研究所碩士論文，2002 年。
- [14] 鄧祖漢，「供應商代管庫存模式在緊固件供應鏈之企業動態經營研究」，國立中山大學國際高階經營管理研究所碩士論文，2001 年。

[15]黎漢林、許景華等，供應鏈管理與決策—最佳化方法之應用，儒林圖書公司，台北，2000年。

英文部份：

[16]Banerjee, A., “On a quantity discount pricing model to increase vendor profits” , *Management Science*, 32, (1986a), 1513-1517.

[17]Banerjee, A., “A joint economic-lot-size model for purchaser and vendor” , *Decision Science*, 17, (1986b), 292-311.

[18]Banerjee, A., Banerjee, S., “Coordinated, orderless inventory replenishment for a single supplier and multiple buyers through electronic data interchange”, *International Journal of Technology Management*, 7, (1992), 328-336.

[19]Banerjee, A., Kim, S., “An integrated JIT inventory model”, *International Journal of Operations & Production Management*, 7, (1992), 328-336.

[20]Cachon, G., Fisher, M., “Campbell soup continuous replenishment program: evaluation and enhanced inventory decision rules”, *Production and Operations Management*, 6, 3, (1997), 266-276.

[21]Chandra, P., Fisher, M.L., “Coordination of production and distribution planning”, *European Journal of Operational Research*, 72, (1994), 503-517.

[22]Christopher, M., *Logistics and Supply Chain Management: Strategies for Reducing Costs and Improving Services*, Pitman, London, 1992.

[23]Clark, T.H., J.H. Hammond, “Engineering channel reordering process to improve total supply chain performance”, *Production and Operations Management*, 6, (1997), 248-265.

[24]Clark, A.J., H. Scarf, “Optimal policies for a multi-echelon inventory problem”, *Management Science*, 6, (4), (1960), 475-490.

[25]Cohen, M.A., H.L. Lee, “Strategic analysis of integrated production distribution system: Models and methods”, *Operations Research*, 36, (2), (1988), 216-228.

[26]Dana, J.D., Nicholas, C. Petruzzi, “The newsvendor model with endogenous demand”, *Management Science*, 47, (2001), 1488-1497.

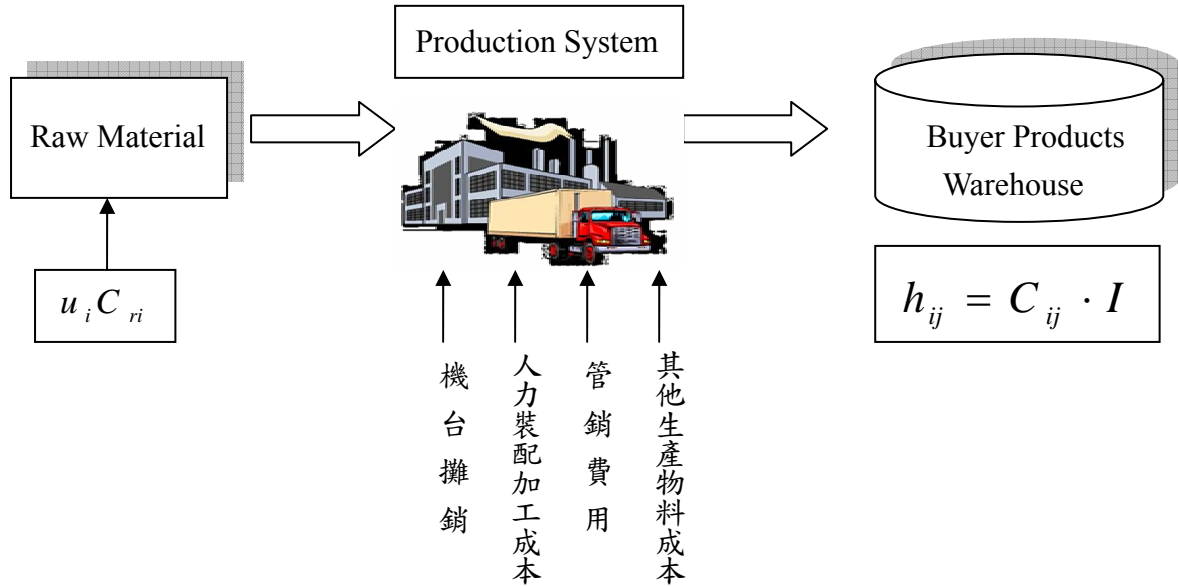
- [27]Das, C., S.K. Goyal, “Economic ordering policy for deterministic two-echelon distribution systems”, *Engineering Costs and Production Economics*, 21, (1991), 227-231.
- [28]Drezner, Z., Wesolowsky, G.O., “Multi-buyer discount pricing” , *European Journal of Operational Research*, 40, (1989), 38-42.
- [29]Ernst, R. and Pyke, D.F., “Optimal centralized ordering policies in multi-echelon inventory system with correlated demands”, *Management Science*, 36, (3), (1993), 381-392.
- [30]Ertek, G., Griffin, P.M., “Supplier-and buyer-driven channels in a two-stage supply chain”, *IIE Transactions*, 34, (2002), 691-700.
- [31]Geoffrion, A.M., Graves, G.W., “Multi-commodity distribution system design by benders decomposition”, *Management Science*, 20, (5), (1974), 822-844.
- [32]Gottardi G., Bolisani, E., “A critical perspective on information technology management: the case of electronic data interchange”, *International Journal of Technology Management*, 12, (1996), 369-390.
- [33]Goyal, S.K., “An integrated inventory model for single supplier-single customer problem”, *International Journal of Production Research*, 15, (1976), 107-111.
- [34]Goyal, S.K., “Determination of a supplier’s economic ordering policy”, *Journal of the Operational Research Society*, 38, (1987), 853-857.
- [35]Goyal, S.K., “A joint economic-lot-size model for purchaser and vendor : a comment”, *Decision Science*, 19, (1988), 236-241.
- [36]Gyana R. Parija, Bhaba, R.Sarker, “Operations planning in a supply chain system with fix-interval deliveries of finish goods to multiple customers”, *IIE Transactions*, 31, (1999), 1075-1082.
- [37]Haq, A.N., Vrat, P. and Kanda, A., “An integrated production inventory–distribution model for manufacture of urea: a case”, *International Journal of Production Economics*, 39, (1991), 39-49.
- [38]Joglekar, P.N. “Comment on a quantity discount pricing model to increase vendor profit”, *Management Science*, 34, (1988), 1391-1398.
- [39]Khouja, M., “ Optimizing inventory decisions in a multi-stage multi-customer supply chain”, *Transportation Research Part E*, 39, (2003), 193-208.

- [40] Lambert D. M., J. M. Stock and L. M. Ellram, *Fundamentals of Logistics Management*, McGraw-Hill, NY, 1998.
- [41] Lee, H.L., Padmanabhan, V., and Whang, S., “The bullwhip effect in a supply chain”, *Sloan Management Review*, 38, (1997), 93-102.
- [42] Lee, H.L., Rosenblatt, M.J., “A generalized quantity discount pricing model to increase supplier’s profits”, *Management Science*, 32, (1986), 1177-1185.
- [43] Lu, L., “A one-vendor multi-buyer integrated inventory model”, *European Journal of Operational Research*, 81, (2), (1995), 312-323.
- [44] Matthew, A.W., Eric, J., and Davis, T., “Vendor-managed inventory in the retail supply chain”, *Journal of Business Logistics*, 20, (1999), 183-195.
- [45] Monahan, J.P., “A quantity discount pricing model to increase vendor profits”, *Management Science*, 30, (1984), 720-726.
- [46] Munson, C.L., Rosenblatt, M.J., “Coordinating a three-level supply chain with quantity discount”, *IIE Transactions*, 33, (2001), 371-384.
- [47] Parlar, M., Rempala, R. “A stochastic inventory problem with piecewise quadratic costs”, *International Journal of Production Economics*, 26, (1992), 327-332.
- [48] Rosenblatt, M.J., Lee, H.L., “Improving profitability with quantity discounts under fixed demand”, *IIE Transactions*, 17, (1985), 388-395.
- [49] Sarker, B.R., Parija, G.R., “Optimal batch size and raw material ordering policy for a production system with a fixed-interval, lumpy demand delivery system”, *European Journal of Operational Research*, 89, (3), (1996), 593-608.
- [50] Simchi-Levi, D., Kaminsky P., and Simchi-Levi, E., *Designing and Managing the Supply Chain Concepts, Strategies, and Case Studies*” McGraw-Hill, NY, 2000.
- [51] Tan, K.C., Kannan, V.R., Handfield, R.B., “Supply chain management: supplier performance and firm performance”, *International Journal of Purchasing and Material Management*, 34, (3), 2-9.
- [52] Udo, G.J., “The impact of telecommunications on inventory management”, *Production and Inventory Management Journal*, 34, (1993), 32-37.

- [53] Van Eijs, M. J. G., “A note on the joint replenishment problem under constant demand”, *Journal of the Operational Research Society*, 44, (1993), 185-191.
- [54] Viswanathan, S., Piplani, R., “Coordinating supply chain inventories through common replenishment epochs”, *European Journal of Operational Research*, 129, (2), (2001), 277-286.
- [55] Weng, Z.K. “Channel coordination and quantity discounts”, *Management Science*, 41, (1995), 1509-1522.
- [56] Wikner, J., Towill, D.R. and Naim, M., “Smoothing supply chain dynamics”, *International Journal of Production Economics*, 22, (1991), 231-238.
- [57] Wildeman R.E., J.B.G. Frenk and R. Dekker, “An efficient optimal solution method for the joint replenishment problem”, *European Journal of Operational Research*, 99, (1997), 433-444.
- [58] Yilmaz, C., “Incremental order quantity for the case of very lumpy demand”, *International Journal of Production Economics*, 26, (1992), 367-371.
- [59] Woo, Y.Y., Shu-Lu Hsu, and Soushan Wu, “An Integrated Inventory Model for a Single Vendor and Multiple Buyers with Ordering cost reduction.” *International Journal of Production Economics*, 73, (2001), 203-216.
- [60] Yossi, A., “Lanning Models for the Design of Capacitated Multi-Stage Production and Distribution System (Demand, Inventory, Vendor Managed Inventory)”, *Operations Research*, 59, (6), (1998), 30-34.

附錄

附錄 A



附圖 A-1 構成零售商完成品的存貨持有成本之相關成本圖

$$\frac{T}{2} \sum_{j=1}^{m_i} h_{ij} D_{ij} > \frac{T}{2} \left[u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \right]$$

其意義說明了在零售商的完成品存貨持有成本

本會大於生產時所消耗的原物料存貨持有成本。主要的原因在於完成品的存貨持有成本值 h_{ij} 是由 $C_{ij} \cdot I$ 所組成。而對於單位完成品成本項 C_{ij} 中所包含成本，包括了：(a) 使用原物料的存貨成本 $u_i C_{ri}$ 、(b) 機台攤銷成本、(c) 人力花費在加工、裝配的成本、(d) 管銷費用及其他物料成本等。而 I 一般為我們投資完成品存貨的投資報酬率 (ROI)。因此，其計算的方法為：

$$\begin{aligned} h_{ij} &= C_{ij} \cdot I \\ &= [(a) + (b) + (c) + (d)] \cdot I \\ &= [u_i C_{ri} + (b) + (c) + (d)] \cdot I \\ &= u_i h_{ri} + [(b) + (c) + (d)] \cdot I \end{aligned} \tag{A.1}$$

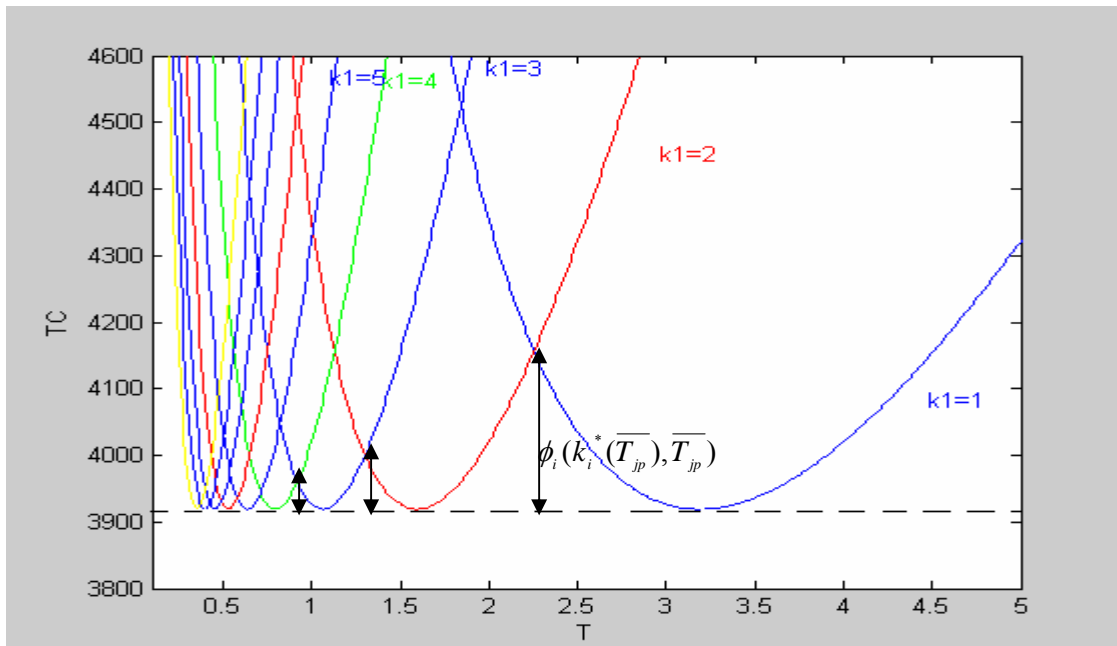
所以得証 $h_{ij} > u_i h_{ri}$ 。說明了零售商的完成品存貨持有成本會大於生產時所消耗的原物料存貨持有成本。

附錄 B

我們定義 $\phi_i(k_i^*(T), T)$ 為在 $\Phi_i(k_i, T)$ 製造商 i 接合點區間中，其成本與最低成本下界 $\sqrt{2a_{ri}u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}$ 的最大成本遞減量，則其值為：

$$\phi_i(k_i^*(T), T) = \begin{cases} \frac{a_{ri}}{T} + \frac{T}{2} u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} - \sqrt{2a_{ri}u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}} & , k_i^*(T) = 1 \\ \sqrt{\frac{a_{ri}u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}{2}} \left[\left(\sqrt{\frac{(k_i+1)}{k_i}} + \sqrt{\frac{k_i}{(k_i+1)}} \right) - 2 \right] & , k_i^*(T) > 1 \end{cases}$$

證明：



附圖 B-1 製造商 i 接合點區間中最大的成本遞減量

先定義 $\phi_i(k_i^*(\overline{T_{jp}}, \overline{T_{jp}})$ 為在 $\Phi_i(k_i, T)$ 製造商 i 接合點區間中，其成本與局部最小值 $\overline{T_{jp}}$ 時的最大成本遞減量，我們從方程式(4.3.4)中可以發現 $\Phi_i(k_i, T)$ 函

數對於不同的 k_i 值，具有相同的最低成本值 $\sqrt{2a_{ri}u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}$ 。在對 T 的搜尋

過程中，從附圖 B-1 中我們可以分成兩個部份探討：首先在 $k_i^*(\overline{T_{jp}}) = 1$ 時，成本最大的遞減量為 $\frac{a_{ri}}{T} + \frac{T}{2}u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} - \sqrt{2a_{ri}u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}$ 。接下來在 $k_i^*(\overline{T_{jp}}) > 1$ 的搜尋中，從 $\Phi_i(k_i, T)$ 函數具有片段凹性的特性中，可以發現 $\Phi_i(k_i(\overline{T_{jp}}), \overline{T_{jp}}) < \max\{\Phi_i(k_i^*(\overline{T_{jp}}) + 1, J_i(k_i^*(\overline{T_{jp}}) + 1)), \Phi_i(k_i^*(\overline{T_{jp}}), J_i(k_i^*(\overline{T_{jp}})))\}$ ，並且也可以計算出 $\Phi_i(k_i^*(\overline{T_{jp}}) + 1, J_i(k_i^*(\overline{T_{jp}}) + 1)) < \Phi_i(k_i^*(\overline{T_{jp}}), J_i(k_i^*(\overline{T_{jp}})))$ 。因此，我們可以在 $(J_i(k_i) + 1, J_i(k_i))$ 的區間中，找出其最大的成本值會發生在 $J_i(k_i)$ 的時間點。透過與 4.1.1 節相同的求法，我們亦可以求 $\Phi_i(k_i, T)$ 函數其接合點的所在位置。

$$\begin{aligned} \text{令 } \Delta\Phi_i &= \Phi_i(k_i + 1, T) - \Phi_i(k_i, T) = 0 \\ &= \frac{a_{ri}}{(k_i + 1)T} + \frac{T}{2}(k_i + 1)u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} - \frac{a_{ri}}{k_i T} - \frac{T}{2}k_i u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \\ &= \frac{-a_{ri}}{(k_i + 1)k_i T} + \frac{T}{2}u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij} \xrightarrow{\text{let}} 0 \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

$$\text{可得到其接合點存在於 } J_i(k_i) = \sqrt{\frac{2a_{ri}}{(k_i + 1)k_i u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}} \quad (\text{B.2})$$

因此，我們將所求接合點代入 $\Phi_i(k_i, T)$ 函數中，可得到在接合點區間中最大的成本值：

$$\sqrt{\frac{a_{ri}u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}{2}} \left[\sqrt{\frac{(k_i + 1)}{k_i}} + \sqrt{\frac{k_i}{(k_i + 1)}} \right] \quad (\text{B.3})$$

所以，在 $k_i^*(\overline{T_{jp}}) > 1$ 的部份中，最大的遞減量為其位於接合點區間中最大成本減去最低的成本下界 $\sqrt{2a_{ri}u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}$ ，即可以得到其值為：

$$\sqrt{\frac{a_{ri}u_i h_{ri} \sum_{j=1}^{m_i} D_{ij}}{2}} \left[\left(\sqrt{\frac{(k_i + 1)}{k_i}} + \sqrt{\frac{k_i}{(k_i + 1)}} \right) - 2 \right] \quad (\text{B.4})$$