

東 海 大 學

工 業 工 程 暨 經 營 資
訊 研 究 所

碩士論文

損耗性經濟批量排程問題之研究

研 究 生：黃建雄

指導教授：陳 潭 教授
姚銘忠 博士

中 華 民 國 九 十 一 年 六 月

The Study of Economic Lot Scheduling Problem
with Deteriorating Items

By

Jian-Xiong Huang

Advisor : Dr. Ming-Jong Yao

Prof. Tan Chen

A Thesis

Submitted to the Institute of Industrial Engineering
at Tunghai University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

in

Industrial Engineering

June 2002

Taichung, Taiwan, Republic of China

損耗性經濟批量排程問題之研究

研究生：黃建雄

指導教授：陳 潭教授
姚銘忠博士

東海大學工業工程研究所

摘要

經濟批量排程問題 (economic lot scheduling problem ; ELSP) 的最佳化求解已被證明是一個具 NP-hard 複雜度的問題。在過去一般的 ELSP 模式中，大都假設存貨可以無限期的儲存，並未考慮產品具有損耗性。但是在現實生活中，常見產品具有損耗性；本研究在此前提假設下，使用循環週期法找出損耗品 ELSP 模式下的最佳解。在探討損耗品 ELSP 模式，本研究推導出在若干現實生活中可能發生的特定條件下，運用循環週期法的封閉解(closed-form solution)即為該模式之最佳解。同時，本研究亦對於所推導之特定條件進行敏感度分析，探討特定條件被寬鬆後，循環週期法所得之解與最佳解間誤差之上限。另外，本研究延伸上述損耗品 ELSP 模式的推導，以「可運用於整備的機台時間」定義機台產能限制，並允許擁有延遲的訂單；依此，本研究亦推導出在何種特定條件下，使用循環週期法亦可得到最佳解。而且，我們探討循環週期法在於群組技術問題的實務應用。而在捨棄特定條件的假設下，本研究則藉由遺傳演算法(GA)多點平行搜尋的優點，迅速求取損耗性 ELSP 可能的最佳解。再運用經濟批量排程問題之可行解測試法(Feasibility Testing Procedure for the ELSP ; Proc FT) , 來判斷 GA 所求得之解是否可行。

關鍵字：批量、排程、損耗性存貨、循環週期法、遺傳演算法。

The Study of Economic Lot Scheduling Problem with Deteriorating Items

Student: Jian-Xiong Huang

Advistor : Dr. Ming-Jong Yao

Prof. Tan Chen

Institute of Industrial Engineering

Tunghai University

Abstract

The Economic Lot Scheduling Problem (ELSP) is concerned with the lot sizing and scheduling decision of n items. It has been proved that the ELSP is an NP-hard problem. In the conventional ELSP model, it does not consider the product stock could deteriorate over time. The focus of this study is to employ the rotation cycle (RC) approach to solve the ELSP with deteriorating items. The RC approach secures a feasible production schedule in which each item share the same replenishment cycle. We show that the RC approach's schedule is optimal for in many realistic situations. Importantly, we give upper bounds for the maximum percentage that the RC approach's schedule deviates from optimality. On the other hand, we extend our theoretical analysis to the case that includes the machine capacity constraint by considering the long run proportion of time available for setups. We also show how these results can be used when backorders are allowed. An implication for Group Technology is discussed. The proposed algorithm was tested by real data for electronic industry, and this approach can be applied to most constraint-satisfaction problems. If these situations mentioned-aboved does not exist, we derive a hybrid genetic algorithm (*HGA*) that utilizes the advantage of

multi-directional search in *GA* and employs an efficient heuristic, namely, *Proc FT*, to test feasibility of the solutions found.

KEYWORDS : deterioration, lot size, scheduling, the rotation cycle approach, genetic algorithm approach.

致謝

兩年的時間過得很快，研究所的生活已到了尾聲。在東海六年的日子裡，有許多難忘的回憶，而這些回憶不僅將伴隨我踏進人生的下一個階段，也豐富了我的人生。

本篇論文得以完成，首先要感謝指導教授陳潭博士與姚銘忠老師在研究所兩年的學習過程中不斷的給予鼓勵及教誨。在解決問題的過程中，給予極大的空間，引導學生獨立思考之能力，開拓視野。並承蒙口試委員王偉華、廖經芳及胡泰熙老師在百忙之中抽空參予審查，對論文之內容加以指正與建議，使本論文得以更加完備。

求學過程中，感謝父母親對我的包容與姊妹的支持，願以這小小的成果與他們分享。論文撰寫期間，特別感謝在我研一時兩位絕頂聰明的瑞隆及琮瑋學長惠予不少幫助與啟發。同學之間感謝師出同門的建朝一路上彼此互相砥礪與幫助，另外明彥、博仁、君毅、英欽...等等同學在研究期間的幫助，我一輩子難忘。口試期間學弟衍孔、昱均、中宏學妹立平等的幫忙，也讓我心存感激。

最後，我要謝謝最心愛的女友思吟兩年來無微不至的關懷與體貼，使我能專心於課業及論文上之研究。還有我最得意的愛犬球球和BB，在我的研究生涯中，為我增添許多的歡樂。

即將踏出校園的我，將面對未來所有未知的挑戰，期望自己能秉持所學，不斷學習，並面對挑戰，以報答父母養育之恩與師長教育之情。感謝他們的關懷與養育之恩。

黃建雄 謹誌於

東海大學工業工程與經營資訊研究所

中華民國九十一年七月

目錄

中文摘要.....	III
英文摘要.....	IV
致謝.....	VI
目錄.....	VI
圖目錄.....	X
表目錄.....	XI
第一章 緒論.....	1
1.1 研究背景與動機.....	1
1.2 研究目的.....	2
1.3 研究方法與步驟.....	3
1.3.1 獨立解法.....	5
1.3.2 循環週期法(The Rotation Cycle Approach ; RC).....	5
1.3.3 基本週期(basic period ; BP)法	6
1.3.4 延伸基本週期(extended basic period ; EBP)的方法.....	6
1.4 研究工具.....	7
1.5 論文架構.....	7
第二章 文獻探討.....	10
2.1 經濟批量排程問題之背景(economic lot scheduling problem ; ELSP).....	10
2.1.1 經濟批量排程問題之探討.....	10
2.2 損耗品相關文獻探討.....	11
2.3 基因演算法在批量排程問題上的探討.....	12
2.4 過去文獻缺口.....	12
第三章 使用循環週期法求解帶損耗之 ELSP 模式	14
3.1 兩種基本解法(帶損耗性).....	14
3.1.1 獨立解法(The Independent Solution ; IS).....	14
3.1.2 循環週期法(The Rotation Cycle Approach ; RC).....	16
3.2 以循環週期法求解損耗品 ELSP 模式的理論分析	18
3.2.1 循環週期法可得損耗品 ELSP 模式最佳解的特定條件	18
3.2.2 敏感度分析.....	20
3.3 延伸模式與實務應用之探討.....	24
3.3.1 延伸模式的探討.....	25
3.3.2 循環週期法在群組技術實務之應用.....	28
3.4 數值範例.....	28

第四章 損耗品延伸基本週期模式探討.....	31
4.1 基本週期法模式(basic period ; BP)	31
4.2 延伸基本週期法模式(extended basic period ; EBP).....	32
4.2.1 二冪次策略(Power of Two;PoT)下之損耗性 ELSP(EBP)模式	32
4.2.2 一般整數策略(General integer;GI)下之損耗性 ELSP(EBP)模式	35
4.3 合理解測試 (Proc FT) 的演算程序.....	36
4.3.1 初始排程程序 (Proc IS)	38
4.3.2 產品排程程序 (Proc PS)	40
4.3.3 排程撫平程序 (Proc SS)	40
4.3.4 ELSP 的合理解測試程序 (Proc FT)	41
第五章 使用基因演算法求解損耗性 ELSP(EBP)	44
5.1 基因演算法則.....	45
5.1.1 基因演算法則流程.....	45
5.1.2 基因演算法之基本運算子(operators).....	48
5.2 以 GA 求解損耗性 ELSP(EBP)的模式設計與相關說明	50
5.2.1 適應性函數說明 (fitness function)	50
5.2.2 限制式說明(Constraints).....	51
5.2.3 染色體表示方式.....	52
5.2.4 延伸週期模式之基因演算流程.....	54
5.2.5 修正基本週期程序.....	57
5.3 以 GA 求解具損耗性之延伸週期法的參數設定討論.....	58
5.4 數值範例.....	63
5.5 以 GA 求解具損耗性 ELSP(EBP,GI)的困難點.....	64
第六章 結論與建議.....	67
6.1 結論及建議.....	67
6.2 未來研究方向.....	69
參考文獻.....	70
附錄 A.....	75
A.1 損耗品 ELSP 模式獨立解法之推導	75
A.2 損耗品 ELSP 模式循環週期法之推導	76
A.3 輔助定理 1 之證明.....	77
A.4 考慮機台產能之損耗品 ELSP 模式的 T_i^* 推導	78
A.5 考慮機台產能且允許延遲訂單之損耗品 ELSP 模式的 H_i^b, ω_i, m_i 推導	79
附錄 B.....	80

B.1 初始排程程序 (Proc IS)	80
B.2 產品排程程序 (Proc PS)	80
B.3 排程撫平程序 (Proc SS)	83
附錄 C.....	91
C.1 k_i 和 $v(i)$ 上界之推導.....	91
C.2 六組損耗 ELSP 基本資料及參數設定表.....	92
C.3 MPI 及 Run-Time 假設檢定	95
C.4 六組數據在兩種策略下的排程結果.....	97

圖目錄

圖 1-1 研究流程	9
圖 3-1：損耗品之存貨水準	15
圖 3-2： η 與 $(TC^{RC} - TC^{IS})/TC^{IS}$ 誤差比例上限之關係圖	24
圖 3-3：損耗品 ELSP 模式在允許缺貨發生時之存貨水準	27
圖 4-1 排程矩陣(W)示意圖	37
圖 4-2 Proc FT.細部流程圖	43
圖 5-1 傳統基因演算流程	46
圖 5-2 三種交配運算子主要的差異圖	49
圖 5-3 突變示意圖	50
圖 5-4 染色體編碼方式	53
圖 5-5 結合限制條件之基因演算流程圖	55
圖 5-6：GA 參數設定的流程圖	60
圖 5-7 GA 的交配機率及 MPI(%)的結果比較	61
圖 5-8 GA 的突變機率及 MPI(%)的結果比較	61
圖 5-9 GA 的母體數目及 MPI(%)的結果比較	62
圖 5-10 GA 的繁衍代數及 MPI(%)的結果比較	62
圖 6-1 損耗品經濟批量排程應用系統	68
圖 6-2 損耗品問題模式分類及使用時機	68

表目錄

表 3-1：生產系統中十種油漆類製品的決策參數及部分結果	29
表 4-1 二冪策略下產品 i 的可能生產排程情形	33
表 4-2 產品 i 延伸基本週期法可能的生產排程情形	33
表 4-3 EBP 模式生產排程中限制是所代表之意義	34
表 4-4 EBP 模式的生產排程(機台最大負荷大於產能)	34
表 4-5 EBP 模式的生產排程(機台最大負荷小於產能)	35
表 4-6 GI 策略下產品 i 的可能生產排程情形	36
表 5-1：GA 參數設定的結果	63
表 5-2 六組數據在 PoT 策略下所求得之解	63
表 5-3 六組數據在 GI 策略下所求得之解	64
表 B-1 產品基本資料(Proc IS 和 Proc PS 範例)	81
表 B-2 產品 1 加入排程(Proc IS 和 Pro PS 範例)	81
表 B-3 產品 2 加入排程(Proc IS 和 Proc PS 範例)	82
表 B-4 決定產品 2 的排程週期(Proc IS 和 Proc PS 範例)	82
表 B-5 改善前(Remove Routine 範例)	85
表 B-6 改善後(Remove Routine 範例)	85
表 B-7 改善前(Exchange Routine 範例)	87
表 B-8 改善後(Exchange Routine 範例)	88
表 B-9 改善前(Two-One Routine 範例)	90
表 B-10 改善後(Two-One Routine 範例)	90
表 C-1：第一組範例基本資料	92
表 C-2：第二組範例基本資料	92
表 C-3：第三組範例基本資料	93
表 C-4：第四組範例基本資料	93
表 C-5：第五組範例基本資料	94
表 C-6：第六組範例基本資料	94
表 C-7：兩種策略下的 MPI 值之平均數和標準差	95
表 C-8：兩種策略下的 Run-Time 值之平均數和標準差	96
表 C-9 第一組數據在 PoT 策略下的生產排程 ($10000*B=176$)	97
表 C-10 第二組數據在 PoT 策略下的生產排程 ($10000*B=138.9$)	97
表 C-11 第三組數據在 PoT 策略下的生產排程 ($10000*B=117.2$)	98
表 C-12 第四組數據在 PoT 策略下的生產排程 ($10000*B=184.7$)	98
表 C-13 第五組數據在 PoT 策略下的生產排程 ($10000*B=124.8$)	98
表 C-14 第六組數據在 PoT 策略下的生產排程 ($10000*B=142.2$)	99
表 C-15 第二組數據在 GI 策略下的生產排程 ($10000*B=218.1$)	100
表 C-16 第三組數據在 GI 策略下的生產排程 ($10000*B=355.6$)	103
表 C-17 第四組數據在 GI 策略下的生產排程 ($10000*B=303.4$)	104

表 C-18 第五組數據在 GI 策略下的生產排程 ($10000*B=139.2$)	105
表 C-19 第六組數據在 GI 策略下的生產排程 ($10000*B=191.8$)	105

第一章 緒論

1.1 研究背景與動機

長期以來，存貨管理、存貨決策協調及運輸政策的重要性已是顯而易見。遺憾的，在今日複雜的供應練中，管理存貨是相當困難且可能對顧客服務水準及供應鏈整體系統成本有顯著的影響。而每一種形式的存貨，需要其各自的存貨控制機制。決定這些機制的困難，便在於是否能降低整體系統成本及改善服務水準之有效生產、配銷及存貨控制策略。雖然決定這些存貨控制機制可能極具挑戰，但其利益也可能是最大的。

經濟批量排程問題 (Economic Lot Scheduling Problem ; ELSP) 是針對單一生產設備的數種產品，探討其批量大小，並調整其週期生產的排程，使其生產計劃為可行，又能滿足顧客的需求，且平均總成本達到最小的存貨控制問題。ELSP 已被確認是一個難解的非多項式演算法 (NP-hard) 可解的存貨問題[26]。很難確保所求的解為合理可行。綜觀近年來有關 ELSP 的文獻，一般經濟批量排程問題的解法都用分析式方法 (analytic approach) 或啟發式 (heuristic) 的解法。分析式方法如動態規劃 (dynamic programming) 或整數規劃 (integer programming)，如 Elmaghraby[8]及 Davis[5]所提的整數規劃，但是其在解決如 10 種產品以上 ELSP 的問題，花費過多的演算時間。而啟發式的解法，如 Park 和 Yun[34]及 Boctor[3]所提的啟發式的解法，通常這些解都會傾向於區域最小值 (local minimum)，因此不能保證所求的解是全面的最佳解 (global optimal solution)。

過去在一般的 ELSP 模式中，大都假設存貨可以無限的儲存，存貨的減少只因為供應需求及銷售。然而在現實的情況，大多數的存貨在持有的過程中，會因為時間的因素使存貨發生腐敗、揮發、退化、變質等現象，存貨的價值和數量也因而減少，這類的商品像是：蔬菜、水果、魚肉、汽油等 等等，我們通常稱這類的存貨為「損耗性存貨」。

由於，損耗性存貨會產生額外的成本，若不加入損耗性的因素探討，會造成存貨模式結構的不正確，而作出錯誤的決策導致更大的損失。近年來，由於生鮮超市、半導體業的蓬勃發展，使得損耗性存貨的管理更值得重視。因此本研究將考慮損耗品存貨在 ELSP 模式下的經濟批量排程問題，利用不同的解法，求取可行解進而最佳化解。

在生產管理的領域中，生產批量的決定是相當重要的問題，因為批量大小直接影響生產計劃實施的成本績效，如何找到最佳的批量方法，乃成為研究者關心的主題。一直以來，在生產批量的領域裡，都有許多研究投入其中，從 Harris[24]於 1915 年所提出的經濟訂購量(economic order quantity ; EOQ)、經濟生產量(economic production quantity ; EPQ)到 1958 年 Rogers[38]的經濟批量排程問題(economic lot scheduling problem ; ELSP)等。在一個產品種類繁多，但需求量並不大的工廠裡，同一個單位時間裡須生產許多的產品以應付不同的需求，但工廠的設備有限，因此如何透過合理的安排，使得各產品均能在適當的時間分批加工並完成，以使得成本最低，並滿足批量需求，這就是一個 ELSP 的問題。故本研究致力探討多種產品下 EPQ 模式的延伸，即經濟批量排程問題，也就是針對單一生產設備的幾種產品去調整其週期的生產計劃。由於此種問題屬於瓶頸機器的問題，因此必須同時考慮批量與排程，即探討單一階段(後簡稱：單階)製造系統中的批量大小(lot sizing)與排程(scheduling)問題，使其總成本達到最小。

1.2 研究目的

根據前一節所描述之研究背景與動機，本研究擬先對 ELSP 文獻中常見的幾種模式中加以探討，同時探討損耗品文獻中常見的物品損耗模式。基於現實生活中更合理的假設，將損耗性因素納入 ELSP 模式中探討。由於 ELSP 已被確認是一個難解的非多項式演算法 (NP-hard) 可解的存貨問題，很難確保所求的解為合理可行。而在

加入損耗性的考量後，也使得問題更趨複雜。因此本研究嘗試探討損耗 ELSP 在多種不同狀況下的適用求解模式。其中有利用若干現實生活中可能發生的特定條件下，來簡化推導 ELSP 的探討，也有策略性允許缺貨的損耗 ELSP 求解模式。最後，本研究也有透過快速的運算與演算法(基因演算法結合合理解測試演算法)來改進當所有特定條件均不符合下，最佳解排程的尋找。所有詳細損耗 ELSP 各種模式的探討將在後面章節一一介紹。

總括來說，本研究旨在探討帶有損耗之經濟批量排程的生產模式下，配合不同的假設條件，使用不同的數學模式與結合啟發式演算法來獲得一確實可行、成本更低的生產計劃排程。

1.3 研究方法與步驟

經濟批量排程問題的模式主要分為三類：(1)兩種基本解法(獨立解法與共同週期法) (2)基本週期法(3)延伸基本週期法。本研究的方法主要是在各個模式中加入損耗性因素，並推導在各個模式下的損耗 ELSP 模式，利用不同的解法求得各模式下的最小平均總成本。在本章的小節中，作者將先對未加入損耗性的 ELSP 各種問題模式作一簡單的探討。而在探討 ELSP 各種問題模式之前，一般 ELSP 模式有以下幾個假設：

1. 所有的產品皆由一個生產設備完成生產。
2. 在任何時間點內，所有產品的需求率(demand rate)、生產率(production rate)、整備時間(setup time)、整備成本(setup costs)和存貨持有成本(inventory holding costs)都是已知，而且不隨時間改變。
3. 在任何一個時間點上，在單一的生產設備中只能生產一個產品。
4. 產品需求是連續的，而生產設備的生產速率大於各產品需求速率的總和。
5. 整備成本與整備時間只與被生產出來的產品有關，與生產的順序與批量大小無關。該生產設備不具經濟規模 (economy of scale)

之特性；即單位產品的生產成本與批量大小無關。

6. 在週期性生產排程中，每種產品的批量與其循環時間(cycle time)的長度都相同。

另外在 ELSP 模式中所考慮的成本項目則包括：

1. 整備成本(setup costs)：調整機器，為生產不同產品時換模換線的相關成本。
2. 存貨持有成本(inventory holding costs)：存貨實體儲存的成本、或原可用於別處的資金被凍結於存貨的機會成本。
3. 生產成本(production costs)：包括物料成本、勞動成本和經常性管理開支的成本(overhead costs)。
4. 產品的損耗成本。

由於已經假設生產成本與批量大小無關，在最佳化的程序中生產成本可視為常數，因此在 ELSP 的模式中常被忽略。為清楚定義 ELSP 的數學模式，本研究將模式中所使用的符號定義如下：

- n : 產品數
- d_i : 產品 i 每單位時間的需求率 (units/period)
- p_i : 產品 i 每單位時間的生產率 ($p_i > d_i$) (units/period)
- a_i : 產品 i 每生產批量的整備成本
- h_i : 每單位時間單位產品 i 的存貨持有成本(cost/unit/period)
- TC_i : 產品 i 的平均總成本
- θ_i : 產品 i 的損耗係數，假設為一個常數
- s_i : 產品 i 每生產批量的整備時間
- T_i : 產品 i 的周期循環時間
- T^{RC} : 循環週期法(Rotation Cycle Approach; RC)之所有產品的最佳循環週期
- T_i^{IS} : 獨立解法(Independent Solution; IS)求解產品 i 的週期循環時間
- TC^{IS} : IS 法之所有產品的平均總成本
- TC^{RC} : RC 法之所有產品的平均總成本

- B : 最佳計劃週期
 k_i : 產品 i 的時間乘數
 ρ_i : $\rho_i = d_i / p_i$
 β_i : 產品 i 每批量的機器操作時間
 $\theta_i I_i(t)$: 時間點為 t 時產品 i 的損耗率

1.3.1 獨立解法(Independent Solution; IS)

因為不考慮產品具有損耗性，所以產品 i 的存貨水準是以 d_i 的速率線性遞減的，故其模式如下：產品 i 的平均持有成本為 $c_i(T_i) = h_i d_i (1 - \rho_i) T_i / 2$ ，其中 $\rho_i = d_i / p_i$ 表示在每單位時間中，即指機器設備可以運用在產品 i 的操作時間的比例。所以，產品 i 平均總成本為 $c_i(T_i) = (a_i / T_i) + (h_i d_i (1 - \rho_i) T_i / 2)$ 。因為獨立解法假設各種產品的生產彼此獨立，故其最佳解與 EPQ 公式相同；即產品 i 的最佳獨立循環時間為

$$T_i^* = \sqrt{\frac{2a_i}{h_i d_i (1 - \rho_i)}} \quad (1.1)$$

1.3.2 循環週期法(The Rotation Cycle Approach ; RC)

循環週期法假設所有產品運用共同的補貨週期，即 $T_i = T$, for all i 。因為在此不考慮產品具有損耗性，故在模式中不包含產品的損耗成本，因而可得循環週期法的模式如下：

$$\text{minimize } \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{T} + \frac{h_i}{2} d_i [1 - \rho_i] T \quad (1.2)$$

$$\text{subject to } \sum_{i=1}^n s_i + \rho_i T \leq T \quad (1.3)$$

其中目標函數式，即式(1.2)，的意義為所有產品之平均總成本，其包含整備成本和操作成本；而限制式，即式(1.3)，的意義為所有產品共同生產時間的總和要小於等於循環週期。

循環週期法的最佳解即式(1.4)(其推導的過程請參見 Hanssmann, 1962) [23]

$$T^{RC} = \max \left\{ \sqrt{2 \sum_{i=1}^n a_i / \left[\sum_{i=1}^n h_i d_i [1 - \rho_i] \right]}, \sum_{i=1}^n s_i / \left(1 - \sum_{i=1}^n \rho_i \right) \right\} \quad (1.4)$$

1.3.3 基本週期(basic period ; BP)法

由於 RC 法限制了每一循環週期內所有產品皆要生產，若當某一產品的整備成本很高時，總成本也會相對提高，因此接著介紹由 1966 年 Bomberger 所提出來之 BP 法，主要是使用動態規劃的方法求解 ELSP，不限定每種產品每期都要生產，降低了生產排程的平均總成本。其模式如下：

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{T_i} + \frac{h_i}{2} d_i [1 - \rho_i] T_i \quad (\text{產品 } i \text{ 總成本}) \quad (1.5)$$

$$\text{subject to} \sum_{i=1}^n [s_i + \rho_i k_i B] \leq B \quad (1.6)$$

$$T_i = k_i B, \quad \forall i \quad (1.7)$$

where k_i : positive integer, $\forall i$

假設 T_i 為 B 的整數倍，且 B 要夠長以滿足所有產品一次的整備與生產時間。但由於 BP 方法的限制式限制了所有產品一開始皆要生產一次(即一次循環)，很容易造成生產設備產能的浪費，和最佳解的流失。也就是當 k_i 都大於 1 時會造成第二期機器有過多的閒置時間。因此以下再介紹另一個方法，修改了方程式(1.7)的限制條件，使所求出來的生產排程解更加合理完善。

1.3.4 延伸基本週期(extended basic period ; EBP)的方法

$$\text{Min} \quad TC(\{k_i\}, B) = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{a_i}{k_i B} + \frac{h_i d_i (1 - \rho_i)}{2} k_i B \right\} \quad (1.8)$$

$$\text{subject to} \sum_{i=1}^n w_{it} (s_i + \rho_i k_i B) \leq B, \quad t = 1, \dots, K \quad (1.9)$$

$$\text{where } K = \text{lcm}\{k_i\}, \quad (1.10)$$

$$\sum_{t=1}^{k_i} w_{it} = 1, \quad i = 1, \dots, n \quad (1.11)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} w_{it} = 1, \quad \text{if product } i \text{ is produced in the } t^{\text{th}} \text{ basic period.} \\ w_{it} = 0, \quad \text{otherwise.} \end{array} \right\}$$

and

$$\varphi(i, t) = \left\{ \begin{array}{l} t \bmod k_i, \quad \text{if } t \neq \gamma k_i, \gamma \in \mathbb{N} \\ k_i, \quad \text{if } t = \gamma k_i, \gamma \in \mathbb{N} \end{array} \right\} \quad (1.12)$$

$w_{it} = 1$ 表示產品 i 的循環週期為 k_i 個基期 ($T_i = k_i B$)，並且從第 t 個基期開始生產。

1.4 研究工具

本研究使用 C++ 來進程式編碼，並以 Boland C++ Builder 5.0 開發出一個的視覺化的應用程式，讓決策者在不同的環境參數設定下，可以迅速的得到一組平均總成本最小的參考排程。由於 C++ 它是一個物件導向的程式語言，具有高度的資料整合能力，並以類別模擬現實生活物件。在效率及包容性上又具有別種程式語言過之而無不及的優點，因此本研究選擇 C++ 來做為研究的工具。

1.5 論文架構

本文後續的討論架構如下：在第三章中，我們先介紹損耗品 ELSP 的數學模式，並探討其兩種基本解法，即：獨立解法與循環週期法；本研究將推導此兩種基本週期解法之封閉解 (closed-form solutions)。首先探討循環週期法所得之封閉解在何種特定條件下，該封閉解即為損耗品 ELSP 模式之最佳解。本研究將針對其特定的條件，進行敏感度分析，探討特定條件在寬鬆後，循環週期法所得之封閉解與最佳解之間誤差的上限。並將延伸上述損耗品 ELSP 模式的推導，以「可運用於整備的時間」定義機台產能限制，並在延伸模式中允許延遲訂

單。然後我們也以一數值範例驗證第三章各節所得的理論與結果。在本章最後，我們彙整結論。

在第四章中，我們介紹了帶有損耗性的 ELSP 的另一種解法，延伸基本週期法。並詳細介紹一種不錯的演算法 Proc FT[41]，來幫助我們判斷決策變數所形成的解集合在該模式之產能資源限制條件下是否合理。延伸基本週期法的優點在於當第三章的特定條件不成立時，它可以避免使用循環週期法所造成的過度產能閒置，進而幫助我們得到一組較有效率且平均總成本較低的不錯可行解排程。然而它所付出的代價則是必須為極為複雜的演算程序，花費較多的時間。

在第五章中，我們以基因演算法來規劃求解損耗性 ELSP 延伸基本週期模式下的平均總成本。在產能資源的限制條件下，我們結合第四章所介紹的 Proc FT 演算法來尋找合理解。

最後在第六章中，我們歸納所有研究的結果與建議並討論未來可能的研究方向。

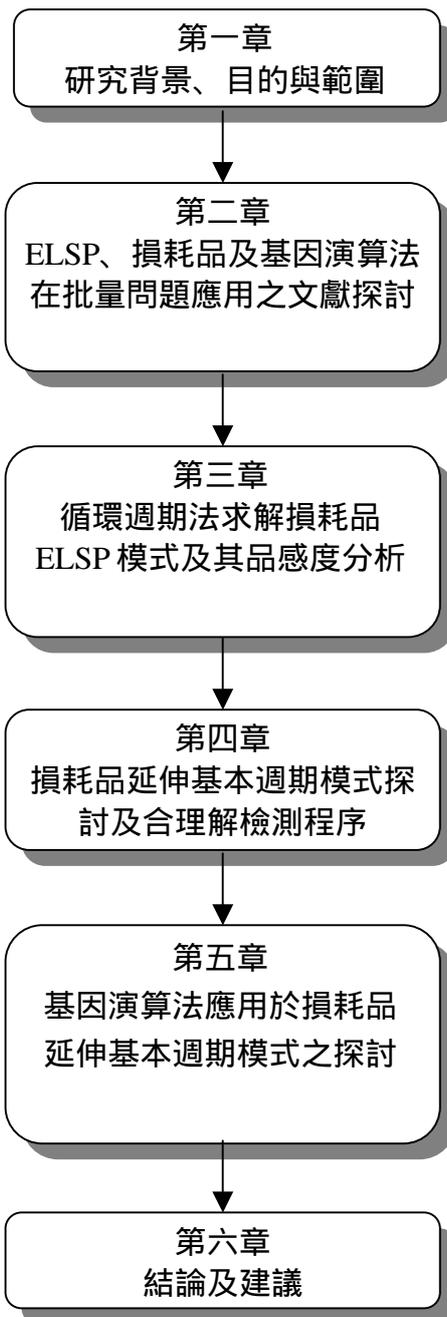


圖 1-1 研究流程

第二章 文獻探討

2.1 經濟批量排程問題之背景(economic lot scheduling problem ; ELSP)

批量問題一直是生產管理中重要研究的主題之一；而 EPQ 公式則為生產管理的經理人提供了最簡便的決策參考。但是由於經理人常須面對整備時間與成本顯著的生產環境，批量決策常擴及多產品項目，而且機器設備也因硬體的規格及操作的限制，常在任一時間點上只能生產單一產品；故生產管理經理人批量決策的問題，則由 EPQ 公式延伸為經濟批量排程問題[7][35]。

2.1.1 經濟批量排程問題之探討

在眾多求解 ELSP 方法的文獻探討中，可以參考 Emaghraby[8]，Lopez 和 Kingsmani[30]和 Yao[40]所整理的 ELSP 文獻彙總。求解 ELSP 問題的模式主要可分為解析解法(analytic approaches)和啟發式解法(heuristic approaches)兩大類。不論是解析式解法，還是啟發式解法，大部分的解法中都隱藏著基本週期(basic period)的觀念；即在 ELSP 的解法中，多將產品生產的時間排入基本之週期，以計劃生產設備的排程。解析式解法諸如動態規劃(dynamic programs; DP)和整數規劃(integer programs)，常在已知基本週期的前提下，被用來求解 ELSP 的模式。Emaghraby[8]，Bomberger[4]和 Axsäter[2]提出了動態規劃求解 ELSP 模式，而 Yao[40]，Davis[5]和 Haessler 和 Hogue[21]則提出了二元整數規劃求解 ELSP 模式。Hsu[26]則證實了求取 ELSP 的最佳解是屬於一個具 NP-hard 複雜度的問題。在動態規劃法需使用大量的列舉(enumeration)，而整數規劃則常使用分枝界限(branch and bound)的演算法，兩者均造成過度的資料簿記負荷，使得這些解析式的解法在求解 10 個產品的 ELSP 問題時，就必需花上很多的時間。所以在面臨大型複雜的 ELSP 問題下，使用解析式的解法來求解是不太可行的。另外一種常被用來求解 ELSP 模式問題的解法則是啟發式

解法。Madigan[31] , Goyal[19] , Doll 和 Whybark[6] , Haessler 和 Hogue[21] , Park 和 Yun[34] , Boctor[3] 和 Geng 及 Vickson[15]等多位學者發展出了許多的啟發式解法。但是啟發式解法的共同缺點是：缺少一套明確的演算機制來確保搜尋的過程中能收斂於最佳解，而且無法保證所求解的品質。

在延伸的 ELSP 模式中，Gallego 與 Moon[14]和 Kim[29] 等主要是在探討，當製造系統的利用率高時，如何降低整備時間以降低平均總成本。而 Gallego[12][13]與 Silver[39]所發展的 ELSP 延伸模式則探討如何減低生產率，以降低平均總成本。Khouja[27]則探討在一個高利用率的製造系統中，如何增加生產率，來降低平均單位成本，避免大量的訂單數量及過多的持有成本。

2.2 損耗品相關文獻探討

在損耗性的類型方面，通常是以時間價值與產品壽命來區分。Raafat[37]以時間價值來分類：(1)固定效用(utility constant)，即產品在使用的期限內，它的功能雖然有隨時間減弱，但是使用期間前後的效用並不會有顯著的差異，如藥水；(2)效用遞增(utility increasing)，即產品在使用的期限內，它的價值會隨著時間漸增而增加其價值，如某些酒類；(3)效用遞減(utility decreasing)，即產品在使用的期限內，它的價值會隨著時間漸增而降低其價值，如蔬菜、水果及生鮮食品等。Nahmias[33]以產品壽命來分類：(1)固定壽命時間(fixed lifetime)，即產品的壽命是預先知道，而且壽命與整個存貨系統之其他因素或參數無關，因此又稱為時間無關(time-independent)的損耗。這類物品在此一壽命期間內會逐漸退化，當物品保存期間超過其壽命期間，則此物品將被視為完全腐敗(completely perish)，而變得毫無價值，不能再使用，這類產品如：牛奶 血庫存貨及食品等；(2)隨機壽命時間(random lifetime)，這類產品無固定保存期限，而存貨在持有的過程中，產品的壽命是服從一機率分配的隨機變數。如伽瑪(gamma)分配、韋伯

(weibull)分配、指數(exponential)分配等，產品即以某一分配的退化率逐漸縮短其壽命，此類損耗又稱為時間相關(time-dependent)的耗損。這種產品如：電子元件、化學藥品等。本研究所探討之損耗品 ELSP 模式，其產品的時間價值如 Raafat 所分類，具效用遞減之特性，而其產品壽命則以 Nahmias 所分類，具隨機壽命退化之特性；本研究並假設產品壽命的退化是服從指數分配。

2.3 基因演算法在批量排程問題上的探討

在 1998 年 Khouja, et al.[28]曾用 Genetic Algorithm (GA)來求解 ELSP 中的基本週期法(BP)，由於研究者並未考慮實務環境的模糊本質，因此本研究將透過基因演算法，針對某需求環境下基本週期法的最佳批量排程進行求解。而在基本週期法中，由於限制式限制了所有產品一開始皆要生產一次(即一次循環)，很容易造成生產設備產能的浪費，和最佳解的流失。因此本研究也將針對 BP 法的延伸，即延伸基本週期法，提出一套以遺傳演算法為基礎的排程方式。其中，為了與現實環境更接近，對於需求的不確定性也將加以考量。

2.4 過去文獻缺口

綜觀過去 ELSP 的文獻，一般皆假設存貨可以無限期的儲存，存貨水準降低只因為供應需求。然而在現實的情況，許多的存貨在持有的過程中，會因為時間的因素使存貨發生腐敗、揮發、退化、變質等現象，存貨的價值和數量也因而減少，這類型存貨即為損耗性存貨。由於，損耗性存貨會產生額外的成本，若不加入損耗性的因素探討，會造成存貨模式結構的不正確，而引導生產管理的經理人作出錯誤的決策，導致更大的成本負擔。但是在過去的損耗品存貨政策的探討中，其研究的方向卻多侷限在單一產品的探討，如：Misra[32]，Elsayd 和 Teresi[9]與 Heng, Labban 和 Linn[25]等多位學者在不同產品壽命退化分配的假設下，建構單一產品的損耗存貨模式。這與現實生活中的多產品生產系統多有差異，因此本研究嘗試探討損耗品下的 ELSP

模式。

第三章 使用循環週期法求解帶損耗之 ELSP 模式

在本章節中，首先我們將先探討在 ELSP 兩種基本解法模式中加入損耗性因素的數學模式，而在損耗品的 ELSP 模式中所考慮的成本項目則包括：

1. 整備成本(setup costs)：調整機器，為生產不同產品時換模換線的相關成本。
2. 存貨持有成本(inventory holding costs)：存貨實體儲存的成本、或原可用於別處的資金被凍結於存貨的機會成本。
3. 生產成本(production costs)：包括物料成本、勞動成本和經常性管理開支的成本(overhead costs)。
4. 產品的損耗成本。

由於已經假設生產成本與批量大小無關，在最佳化的程序中生產成本可視為常數，因此在 ELSP 的模式中常被忽略。

除了第一章所介紹的符號定義外，我們額外定義一個方便的參數 H_i ，即令 $H_i = d_i(\theta_i \xi_i + h_i)$ ，以求下列討論的計算式能夠比較簡潔。另外 $\sum_{i=1}^n \rho_i \leq 1$ 必須滿足，主要是用來說明機器設備有足夠的能力，可以滿足所有產品的需求。

3.1 兩種基本解法(帶損耗性)

在下列的兩個小節，我們再以獨立解法及循環週期法兩種基本解法來求解損耗品的 ELSP 模式。

3.1.1 獨立解法

圖 3.1 為損耗品 IS 模式中，於週期 T_i 內產品 i 之存貨水準的示意圖。

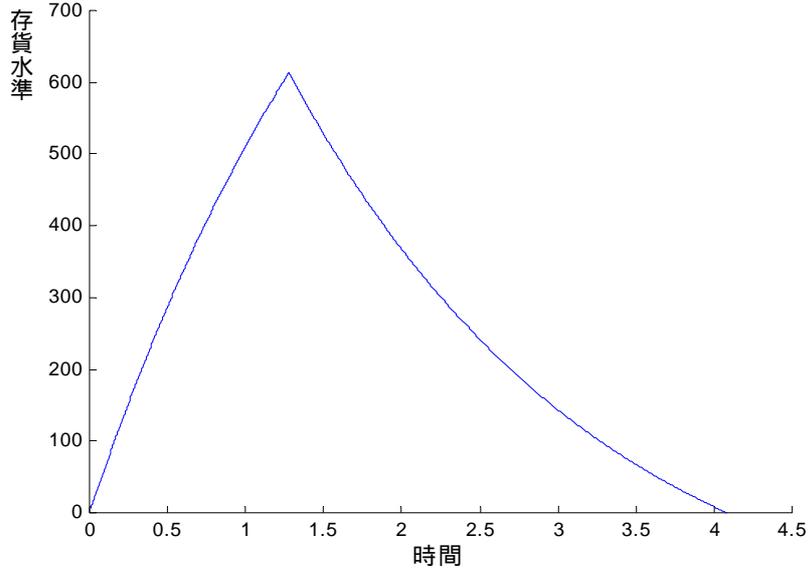


圖 3-1：損耗品之存貨水準

產品 i 的最佳獨立循環時間為 $T_i^* = \sqrt{2a_i/H_i}$ (3.1)

產品 i 每單位時間的最小成本為 $TC_i^* = \frac{a_i}{T_i^*} + \frac{1}{2} H_i T_i^*$ (3.2)

損耗品 IS 模式最佳解推導的過程，請詳見附錄 A.1。

如果使用方程式(3.1)的週期生產排程是可行的，則 IS 即為損耗品 ELSP 模式的最佳解。然而一個可行的週期生產排程的必要條件 (necessary condition) 為 $(\beta_i + s_i)/T_i \leq 1$ ，其中 $(\beta_i + s_i)/T_i$ 表示機器運用在產品 i 的生產時間之比例。所以產品 i 的獨立循環時間限制條件如下式(3.3)所示：

$$T_i^{LB} \leq T_i \leq T_i^{UB} \quad (3.3)$$

其中 $T_i^{LB} = \frac{(1-\rho_i) - \sqrt{(1-\rho_i)^2 - 2(\theta_i \rho_i s_i)}}{\theta_i \rho_i}$ ，而 $T_i^{UB} = \frac{(1-\rho_i) + \sqrt{(1-\rho_i)^2 - 2(\theta_i \rho_i s_i)}}{\theta_i \rho_i}$ 。

$$\text{因此 } T_i^{IS} = \begin{cases} T_i^*, & \text{if } T_i^{LB} \leq T_i^* \leq T_i^{UB} \\ T_i^{LB}, & \text{if } T_i^* < T_i^{LB} \\ T_i^{UB}, & \text{if } T_i^* > T_i^{UB} \end{cases} \quad (3.4)$$

包括所有產品的 IS 模式之平均總成本表示於下式(3.5)

$$TC^{IS} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{a_i}{T_i^{IS}} + \frac{1}{2} H_i T_i^{IS} \right) \quad (3.5)$$

IS 並不能確保週期生產排程必定可行,但它提供決策者一個重要的資訊:即 TC^{IS} 為損耗品 ELSP 模式其平均總成本的下界;也就是 TC^{IS} 可以被當作與其他解法比較解答品質的基準。

3.1.2 循環週期法

我們在本小節將討論以循環週期法來探討損耗品在單一生產設備的經濟批量排程問題。本解法的重點在於針對單一生產設備的幾種產品去調整其共同的生產週期,依此擬出生產計劃,探討該製造系統中的各個產品批量大小與排程問題,使其平均總成本達到最小。

循環週期法又稱為共同週期法(Common Cycle approach),因其假設所有產品的循環時間都是相等的,也就是令 $T_i = T$, $\forall i$, 並且找尋足以滿足所有產品的 T 。我們敘述 RC 模式如下:

$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^n \left(\frac{a_i}{T} + \frac{1}{2} H_i T \right) \quad (3.6)$$

$$\text{Subject to } \sum_{i=1}^n s_i + \beta_i \leq T \quad (3.7)$$

其中目標函數式,即式(3.6),其意義為所有產品的平均總成本;而限制式,即式(3.7),其意義為所有產品生產時間總和要小於等於其共同的循環時間。如果忽略限制式(3.7),則循環週期法的最佳解,可以簡單地由令目標函數式(3.6)對 T 的一階導數(first-order derivative)為零求得,如下列式(3.8)。

$$T^* = \sqrt{2 \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{\sum_{i=1}^n H_i}} \quad (3.8)$$

而目標函數式對於 T 的凸性(Convex), 則可以簡單地由目標函數式(3.6)對 T 的二階導數(second-order derivative)對 $T > 0$ 恆為正的事實, 予以驗證。故我們可以確定, 在限制式(3.7)不起作用時(non-binding), 循環週期法的最佳解即為 T^* 。

在將限制式(3.7)列入考慮後, 式(3.8)中之 T^* 若要成為最佳解, 則仍需下式(3.9)之必要條件

$$T^{LB} \leq T \leq T^{UB} \quad (3.9)$$

$$\text{其中 } T^{LB} = \frac{1 - \sum_{i=1}^n \rho_i - \sqrt{\left(1 - \sum_{i=1}^n \rho_i\right)^2 - 2\left(\sum_{i=1}^n \theta_i \rho_i\right)\left(\sum_{i=1}^n s_i\right)}}{\sum_{i=1}^n \theta_i \rho_i}, \text{ 而}$$

$$T^{UB} = \frac{1 - \sum_{i=1}^n \rho_i + \sqrt{\left(1 - \sum_{i=1}^n \rho_i\right)^2 - 2\left(\sum_{i=1}^n \theta_i \rho_i\right)\left(\sum_{i=1}^n s_i\right)}}{\sum_{i=1}^n \theta_i \rho_i}$$

$$\text{因此 } T^{RC} = \begin{cases} T^*, & \text{if } T^{LB} \leq T^* \leq T^{UB} \\ T^{LB}, & \text{if } T^* < T^{LB} \\ T^{UB}, & \text{if } T^* > T^{UB} \end{cases} \quad (3.10)$$

所以 RC 模式下的平均總成本為下式(3.11)

$$TC^{RC} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{a_i}{T^{RC}} + \frac{1}{2} H_i T^{RC} \right) \quad (3.11)$$

RC 模式的最佳解 T^{RC} 必定可以確保週期生產排程合理可行, 故將 T^{RC} 代入式(3.6), 即式(3.11), 可得損耗品 ELSP 模式平均總成本的上界。而對所有產品的排程在下式(3.12)之特殊條件成立時, TC^{JS} 和 TC^{RC} 成本將可分別簡化成下列之式(3.13)和式(3.14)。

$$T^{LB} \leq T^* \leq T^{UB} \text{ and } T_i^{LB} \leq T_i^* \leq T_i^{UB} \quad \forall i \quad (3.12)$$

$$TC^{IS} = \sum_{i=1}^n \left((2a_i H_i)^{1/2} \right) \quad (3.13)$$

$$TC^{RC} = \left(2 \left(\sum_{i=1}^n a_i \right) \left(\sum_{i=1}^n H_i \right) \right)^{1/2} \quad (3.14)$$

3.2 以循環週期法求解損耗品 ELSP 模式的理論分析

在本節中，本研究將推導：在若干現實生活中可能發生的特定條件下，運用循環週期法所得的封閉解，即為損耗性 ELSP 模式的最佳解。另外，我們也將在本節中探討，在這些特定條件被寬鬆之後，循環週期法所得的封閉解與損耗性 ELSP 模式的最佳解之間誤差的上限。在文獻中，Jones 和 Inman (1989)曾在他們的研究中，針對傳統的 ELSP（不考慮產品具損耗性的假設下）進行與本節類似的探討；而本研究將其研究加以延伸，並且在產品具損耗性的假設下，完成下列兩個小節完整的理論推導。

3.2.1 循環週期法可得損耗品 ELSP 模式最佳解的特定條件

在本小節，我們將藉著下面的輔助定理 1、理論 1 和推論 1，推導出在何種特定的前提條件下，使用循環週期法便可求得損耗性 ELSP 模式的最佳解。

輔助定理 1：假如下面的前提條件 1 和 2 均成立時，則式(3.15)必然成立。

$$\text{前提條件 1：} \frac{a_1}{H_1} = \frac{a_2}{H_2} = \dots = \frac{a_n}{H_n}$$

$$\text{前提條件 2：} T^{LB} \leq T^* \leq T^{UB}$$

$$T_i^{IS} = T^{RC} \text{ for all } i=1,2,\dots,n \quad (3.15)$$

[證明]：本輔助定理之證明請見附錄 A.2。

定理 1：在 n 種產品的損耗品經濟批量排程問題中，當前提條件 1 和

2 成立時，IS 模式下的經濟批量排程與 RC 模式下的經濟批量排程其結果是相同的。

[證明]：由輔助定理 1 中之式(3.15)，我們可得之下式(3.16)

$$T^{RC} = T_1^{IS} = T_2^{IS} = T_3^{IS} = \dots = T_n^{IS} \quad (3.16)$$

在 IS 模式下，任何產品 i 每批量的機器操作時間如下式(3.17)

$$\beta_i^{IS} = \frac{d_i}{p_i} \left(1 + \frac{T_i^{IS} \theta_i}{2} \right) T_i^{IS} \quad (3.17)$$

在 RC 模式下，所有產品每批量的機器操作時間如下式(3.18)

$$\beta^{RC} = \frac{d_i}{p_i} \left(1 + \frac{T^{RC} \theta_i}{2} \right) T^{RC} \quad (3.18)$$

因為由式(3.15)可知 $T_i^{IS} = T^{RC}$ 將式(3.15)代入式(3.17)和式(3.18)，可得下(3.19)

$$\beta_i^{IS} = \beta^{RC} \quad (3.19)$$

所以當輔助定理 1 成立時，IS 模式下的經濟批量排程與 RC 模式下的經濟批量排程其結果是相同的。

推論 1：在 n 種產品的損耗品經濟批量排程問題中，當前提條件 1 和 2 成立時，RC 模式下的經濟批量排程其結果即是最佳解。

[證明]：因為 IS 模式忽略了在任何一個時間點上，在單一生產設備中只能生產一個產品的合理限制條件，所以它不能確保週期生產排程必定可行。但 IS 模式提供決策者一個重要的資訊；即 TC^{IS} 為 ELSP 模式平均總成本的下界。而 RC 模式所求得的解可以確保週期生產排程合理可行，且 RC 所求得的解 TC^{RC} 即 ELSP 模式平均總成本的上界。當前提條件 1 成立時，由定理 1 我們知道 IS 模式下的經濟批量排程與 RC 模式下的經濟批量排程其結果是相同的。所以 RC 模式下的經濟

批量排程平均總成本與 IS 模式下的平均總成本是相同的。因此當前提條件 1 和 2 均成立時，RC 模式下的經濟批量排程其結果即是最佳解。

其實，我們所假設的前提條件在現實生活的工業界中是常常發生的。因此，由推論一可知：不論何時只要所有的產品的 a_i/H_i 比率相等時且整備時間很小時（即前提條件 2 成立時），使用循環週期法所求之解即是最佳解。舉例來說，一台機器生產電池陰陽兩極的兩種不同電解質溶液，在此種情況下，該兩種電解質溶液產品的需求率、損耗係數、單位損耗成本和單位持有成本很有可能是完全相同的。因此該兩種產品的 a_i/H_i 比率是相等的，也就是使用循環週期法即可求得最佳解。但是，生產管理的經理人在運用循環週期法時，可能發現 a_i/H_i 比率彼此的值接近但是卻不相等。在下一小節的討論中，本研究將探討生產管理的經理人在此時最關心的議題，即：在 a_i/H_i 比率不相等時，使用循環週期法是否仍得到一個可接受的解？

3.2.2 敏感度分析

在上一小節的討論中，我們可以觀察到輔助定理 1 的前提條件 1，對於循環週期法的封閉解能否解的損耗品 ELSP 模式最佳解，具備關鍵的重要性。對於採用循環週期法的決策者可能關心當前提條件 1 不成立時，即所有產品 i 之 a_i/H_i 比率不相等時，其負擔的成本與損耗品 ELSP 最佳解之間的誤差會有多大。本研究將在本節對此 a_i/H_i 比率進行敏感度分析；即先假設各產品 a_i/H_i 比率與產品 1 的 a_1/H_1 比率有下列式(3.20)所示的關係：

$$\frac{a_i}{H_i} = \eta_i \frac{a_1}{H_1} \quad \text{for } i=1,2,\dots,n \quad (3.20)$$

在式(3.20)中，我們又假設 a_1/H_1 是所有產品 a_i/H_i 比率中最大的，所以 $\eta_1 = 1$ 且 $0 < \eta_i \leq 1$ 。因為 TC^{IS} 是損耗品 ELSP 模式平均總成本的下界，而且 TC^{RC} 是損耗品 ELSP 模式平均總成本的上界，所以運用

η_i 來探討 η_i 與 $TC^{RC} - TC^{IS}$ 之間的誤差，不僅在學理上是一個有趣的議題，在實務上對決策者也是一個值得關心的問題。

定理 2：在 n 種產品的損耗品經濟批量排程問題中，當 $T^{LB} \leq T^* \leq T^{UB}$ and $T_i^{LB} \leq T_i^* \leq T_i^{UB} \forall i$ ，則下式(3.21)必然成立。

$$\frac{TC^{RC} - TC^{IS}}{TC^{IS}} = SQRT \left[\frac{\left(\sum_{i=1}^n \eta_i H_i \right) \left(\sum_{i=1}^n H_i \right)}{\left(\sum_{i=1}^n (\eta_i H_i^2)^{1/2} \right)^2} \right] - 1 \quad (3.21)$$

[證明]：將 $a_i = (\eta_i H_i a_1) / H_i$ 代入式(3.13)及式(3.14)中，則

$$TC^{IS} = \sum_{i=1}^n \left(2 \frac{\eta_i a_1 H_i^2}{H_i} \right)^{1/2} \quad \text{及} \quad TC^{RC} = \left(2 \left(\sum_{i=1}^n \frac{\eta_i H_i a_1}{H_i} \right) \left(\sum_{i=1}^n H_i \right) \right)^{1/2}$$

$$\frac{TC^{RC} - TC^{IS}}{TC^{IS}} = \frac{\left(2 \left(\sum_{i=1}^n \frac{\eta_i H_i a_1}{H_i} \right) \left(\sum_{i=1}^n H_i \right) \right)^{1/2}}{\sum_{i=1}^n \left(2 \frac{\eta_i a_1 H_i^2}{H_i} \right)^{1/2}} - 1 = SQRT \left[\frac{\left(\sum_{i=1}^n \eta_i H_i \right) \left(\sum_{i=1}^n H_i \right)}{\left(\sum_{i=1}^n (\eta_i H_i^2)^{1/2} \right)^2} \right] - 1。$$

在式(3.21)中，如果對所有產品之 η_i 均為 1 時，則使用 RC 法便可得到最佳解。令 $\eta = \min\{\eta_i | i = 1, 2, \dots, n\}$ ，而且若是 $(TC^{RC} - TC^{IS}) / TC^{IS}$ 為 η 的函數時，則我們將感興趣：誤差比例 $(TC^{RC} - TC^{IS}) / TC^{IS}$ 是否可以藉由 η 推導出一個上限？我們在下列的推論 2 中回答這個問題。

推論 2：在 n 種產品的損耗品經濟批量排程問題中，當 $T^{LB} \leq T^* \leq T^{UB}$ 及 $T_i^{LB} \leq T_i^* \leq T_i^{UB}$ for all i ，且 $\eta = \min\{\eta_i | i = 1, 2, \dots, n\}$ 時，下列式(3.22)必然成立。

$$\frac{TC^{RC} - TC^{IS}}{TC^{IS}} \leq SQRT \left[1 + \frac{(1-\eta)^2}{\eta} \right] - 1 \quad (3.22)$$

[證明]：由定理 2，我們可得 $(TC^{RC} - TC^{IS}) / TC^{IS}$ 的上界，如下式(3.23)

所示：

$$\begin{aligned} \frac{TC^{RC} - TC^{IS}}{TC^{IS}} &= SQRT \left[1 + \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i}^n H_i H_j (\eta_i + \eta_j - 2(\eta_i \eta_j)^{1/2}) / \left(\sum_{i=1}^n (\eta_i H_i^2)^{1/2} \right)^2 \right] - 1 \\ &\leq SQRT \left[1 + \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i}^n H_i H_j (\eta_i + \eta_j - 2(\eta_i \eta_j)^{1/2}) / \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i}^n H_i H_j (\eta_i \eta_j)^{1/2} \right] - 1 \end{aligned} \quad (3.23)$$

因為 $\eta = \min\{\eta_i | i = 1, 2, \dots, n\}$ ，所以推得下式(28)及式(29)

$$[\eta_i + \eta_j - 2(\eta_i \eta_j)^{1/2}] = [\eta_i^{1/2} - \eta_j^{1/2}]^2 \leq [1 - \eta^{1/2}]^2 \quad (3.24)$$

$$[(\eta_i \eta_j)^{1/2}] \geq \eta \quad (3.25)$$

將式(3.24)及式(3.25)代入式(3.23)即可得證式(3.22)。

假如機台只有生產兩種產品，可以藉由推論 3 得到一個更精確的誤差比例上限。

推論 3：在只生產 2 種產品的損耗品經濟批量排程問題中，當 $T^{LB} \leq T^* \leq T^{UB}$ and $T_i^{LB} \leq T_i^* \leq T_i^{UB}$ for $i=1, 2$ ，且 $\eta_1 = 1$ and $\eta_2 = \eta$ 時，下式(3.26)必然成立。

$$\frac{TC^{RC} - TC^{IS}}{TC^{IS}} \leq SQRT \left[\frac{1 + \eta - \eta^{1/2}}{\eta^{1/2}} \right] - 1 \quad (3.26)$$

[證明]：因為在只生產 2 種產品的損耗品經濟批量排程問題中，當 $T^{LB} \leq T^* \leq T^{UB}$ and $T_i^{LB} \leq T_i^* \leq T_i^{UB}$ for $i=1, 2$ ，即 $\eta_1 = 1$ and $\eta_2 = \eta$ 時，將之代入式(3.22)的上界中，即得

$$\begin{aligned} \frac{TC^{RC} - TC^{IS}}{TC^{IS}} &\leq SQRT \left[1 + \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i}^n H_i H_j (\eta_i + \eta_j - 2(\eta_i \eta_j)^{1/2}) / \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i}^n H_i H_j (\eta_i \eta_j)^{1/2} \right] - 1 \\ &\leq SQRT \left[\frac{1 + \eta - \eta^{1/2}}{\eta^{1/2}} \right] - 1 \quad \circ \end{aligned}$$

(3.27)

若單一機台只生產兩種產品，且在 $H_1/H_2 \geq 1$ (或 $a_1/a_2 \leq 1$) 的條件下，我們可以藉由推論 4 得到一個較推論 3 結果更為精確的誤差比

例上限。

推論 4：在只生產 2 種產品的損耗品經濟批量排程問題中，當 $T^{LB} \leq T^* \leq T^{UB}$ and $T_i^{LB} \leq T_i^* \leq T_i^{UB}$, for $i=1, 2$ ，且 $\eta_1=1$ and $\eta_2=\eta$ 時，如果 $H_1/H_2 \geq 1$ （或 $a_1/a_2 \leq 1$ ）則下式(3.28)必然成立。

$$\frac{TC^{RC} - TC^{IS}}{TC^{IS}} \leq SQRT\left[1 + (\eta^{1/2} - 1)^2\right] - 1 \quad (3.28)$$

[證明]：假設 $\pi = H_1/H_2$ 和 $\rho = a_2/a_1$ ，所以 $\pi \geq 1$ 且 $\eta = \rho\pi$

$$\begin{aligned} \text{由定理 2 得知：} \quad \frac{TC^{RC} - TC^{IS}}{TC^{IS}} &= \frac{[(H_1 + \eta H_2)(H_1 + H_2)]^{1/2}}{(H_1 + H_2 \eta^{1/2})} - 1 \\ &= SQRT\left[\frac{(\pi H_2 + H_2 \eta)(\pi H_2 + H_2)}{(\pi H_2 + H_2 \eta^{1/2})^2}\right] - 1 = SQRT\left[\frac{(\pi + \eta)(\pi + 1)}{(\pi + \eta^{1/2})^2}\right] - 1 \\ &= SQRT\left[\frac{(\pi + \rho\pi)(\pi + 1)}{(\pi + (\rho\pi)^{1/2})^2}\right] - 1 \\ &= SQRT\left[\frac{(\pi^{1/2} + \rho^{1/2})^2 - 2(\rho\pi)^{1/2} + \rho\pi + 1}{(\pi^{1/2} + \rho^{1/2})^2}\right] - 1 \\ &= SQRT\left[1 + \frac{((\rho\pi)^{1/2} - 1)^2}{(\pi^{1/2} + \rho^{1/2})^2}\right] - 1 \end{aligned}$$

因為 $\pi \geq 1$ ，所以

$$\frac{TC^{RC} - TC^{IS}}{TC^{IS}} \leq SQRT\left[1 + \frac{((\rho\pi)^{1/2} - 1)^2}{1}\right] - 1 \leq SQRT\left[1 + (\eta^{1/2} - 1)^2\right] - 1。$$

將 $H_1/H_2 \geq 1$ 條件換成 $a_1/a_2 \leq 1$ ，其上述的式(3.28)的推導過程是完全相似的。另一個令人感到有趣的是：推論 4 的誤差比例上限是否可以被界定在一常數內？即只要 $H_1/H_2 \geq 1$ ，使用循環週期法所得之解與最佳解間誤差佔最佳解百分比之上限會受限於一常數內，而不必理會

a/H 比率。下列的推論 5 提供這個問題，一個明確的答案。

推論 5：在 2 種產品的經濟批量排程問題中，當 $T^{LB} \leq T^* \leq T^{UB}$ and $T_i^{LB} \leq T_i^* \leq T_i^{UB}$ for $i=1, 2$ ，且 $\eta_1 = 1$ and $\eta_2 = \eta$ 時，如果 $H_1 / H_2 \geq 1$ （或 $a_1 / a_2 \leq 1$ ）則下式必然成立。

$$\frac{TC^{RC} - TC^{IS}}{TC^{IS}} \leq (2)^{1/2} - 1 = 41.4\% \quad (3.29)$$

[證明]：由推論 4 得知 $\frac{TC^{RC} - TC^{IS}}{TC^{IS}} \leq SQRT[1 + (\eta^{1/2} - 1)^2] - 1$

又 $0 < \eta \leq 1$ ，所以推論 4 的上界在 $\eta = 0$ 時，即得證式(3.29)。

下列之圖 2 顯示在各種不同 η 值的情形下，由推論 2、3 及 4 所導出的誤差比例上限的變化及彼此間差距之參考。

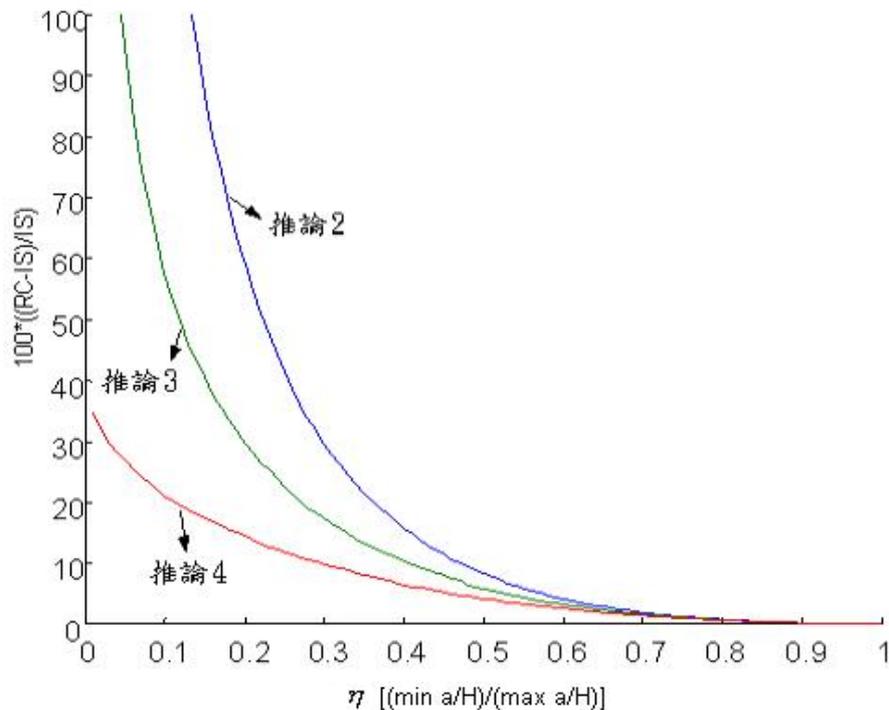


圖 3-2： η 與 $(TC^{RC} - TC^{IS}) / TC^{IS}$ 誤差比例上限之關係圖

3.3 延伸模式與實務應用之探討

在本節中，本研究將延伸上述損耗品 ELSP 模式的推導。在 Gallego[11]的研究中，他曾提出以「可運用於整備的機台時間」定義

機台產能限制，並允許傳統的 ELSP 模式中擁有延遲的訂單(back orders)。本研究將延伸該模式中，加入產品具有損耗性的考慮；應用本小節所得之定理 3 和推論 6，本研究推導在某些前提條件下，使用循環週期法即可得到最佳解。另外，我們將探討循環週期法在於群組技術問題的實務應用。

3.3.1 延伸模式的探討

在本小節我們將延伸前面章節的探討，改以「可運用於整備的機台時間」定義機台產能限制，推導損耗品 ELSP 模式在何種前提條件下，使用循環週期法即可得到該模式的最佳解。進一步地，我們將延伸這些理論結果，應用於允許延遲訂單的損耗品 ELSP 模式。

針對考慮機台的產能的延伸模式中， β_i / T_i 即代表機器運用於產品 i 之操做時間在生產週期中的比例。因此 $1 - \sum_{i=1}^n \beta_i / T_i$ 則代表所有產品可運用於整備的時間比例。假如 $1 - \sum_{i=1}^n \beta_i / T_i \leq 0$ ，則表示機器無法提供足夠的產能來維持需求和執行整備。因此，我們假設 $1 - \sum_{i=1}^n \beta_i / T_i > 0$ 。

假如我們忽略兩個產品不可同時生產的限制，則我們可以將考慮機台的產能的延伸模式表示如下：

$$\text{Min } \sum_{i=1}^n \left(\frac{a_i}{T_i} + \frac{1}{2} H_i T_i \right) \quad (3.30)$$

$$\text{Subject to } \sum_{i=1}^n \left(\frac{s_i}{T_i} + \frac{\beta_i}{T_i} \right) \leq 1 \quad (3.31)$$

$$T_i^* = \sqrt{\frac{2(a_i + \lambda s_i)}{H_i + \lambda \rho_i \theta_i}}, \lambda \geq 0 \quad (3.32)$$

T_i^* 詳細推導的過程，請詳見附錄 A.4。

在損耗品 ELSP 模式(3.30)-(3.32)中， λ 乃是產能限制式(3.31)之對偶變數(dual variable)；而且 λ 對式(3.31)具有 complementary

slackness 之特性。 λ 則可以闡釋為「機台時間的邊際價值」。當 $\lambda=0$ 時， T_i^* 即為第貳節所導出 IS 模式的最佳解；而當 $\lambda>0$ 時則表示機器的產能受到限制，此時 T_i^* 將增加來降低所有產品所佔的整備時間比例。很明顯的對所有產品當 $H_i + \lambda\rho_i\theta_i > 0$ 、 $a_i \geq 0$ 、 $s_i \geq 0$ 且 $\max(a_i, s_i) > 0$ 時，(3.30)及(3.31)兩式有唯一解；此外， λ 也是有唯一值的。

定理 3： 假如 (3.30) 及 (3.31) 兩式的 λ 之最佳值可以使得 $\sqrt{2(a_i + \lambda s_i)/(H_i + \lambda\rho_i\theta_i)}$ 與產品 i 彼此獨立，則使用循環週期法所求得的解即為損耗品 ELSP 模式(3.30)-(3.32)之最佳解。

[證明]：因為循環週期法所得的解必為合理解，而且在(3.30)及(3.31)兩式的 λ 之最佳值可以使得 $\sqrt{2(a_i + \lambda s_i)/(H_i + \lambda\rho_i\theta_i)}$ 與產品 i 彼此獨立時，則循環週期法所求得的解可得損耗品 ELSP 模式(3.30)-(3.32)平均總成本的下界，所以循環週期法所得的解即為最佳解。

推論 6: 使用循環週期法所求得的解即為損耗品 ELSP 模式(3.30)-(3.32)之最佳解的充分條件為滿足 $a_i/(H_i + \lambda\rho_i\theta_i)$ 和 $s_i/(H_i + \lambda\rho_i\theta_i)$ 兩比例值對產品 i 均彼此獨立。

[證明]：由定理 3 得知當 $\sqrt{2(a_i + \lambda s_i)/(H_i + \lambda\rho_i\theta_i)}$ 不受產品 i 限制時，其循環週期法即為最佳解，所以推論 6 得證。

進一步地，我們將機台產能之損耗品 ELSP 模式延伸至允許延遲訂單發生的情況，該模式的示意圖如下圖 3-3 所示。

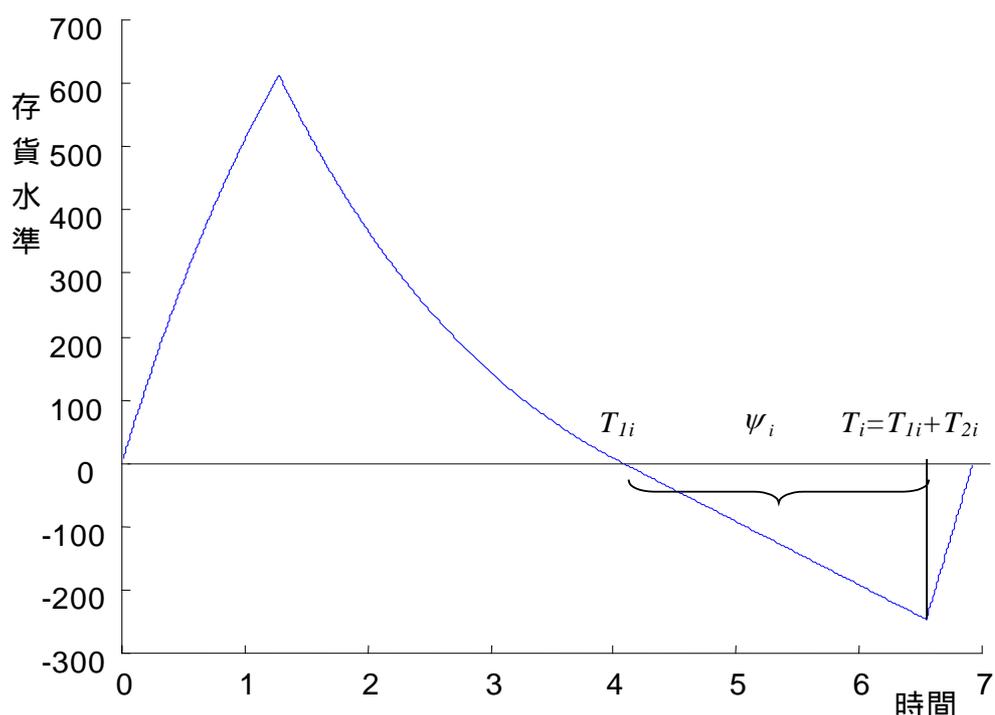


圖 3-3：損耗品 ELSP 模式在允許缺貨發生時之存貨水準

在此一模式中，我們假設每單位時間單位產品 i 的延遲成本為 b_i ；另外在產品 i 的延遲期間(T_{2i})其延遲率等於需求率且當產品 i 開始生產時，生產即立刻將供給滿足於需求，所以在延遲期間並不會有損耗情況發生。由附錄 A.5 的推導可得知當延遲訂單所佔的生產週期時間的比率為 $m_i / (m_i + \omega_i)$ 且 $m_i = \theta_i \xi_i + h_i$ 和 $\omega_i = (1 - \rho_i) b_i$ 成立時，可得到該模式最小的平均總成本。上述之(3.30)-(3.32)中所列的損耗品 ELSP 模式，其最佳平均總成本為 $a_i / T_i + 1/2(H_i T_i)$ ；由於本損耗品 ELSP 模式考慮機台產能的限制，且允許延遲訂單的發生，我們亦可得類似的最佳平均總成本結構，但 H_i 必須修正為下式(3.33)

$$H_i^b = \frac{(1 - \rho_i) b_i (\theta_i \xi_i + h_i)}{b_i (1 - \rho_i) + \theta_i \xi_i + h_i} d_i \quad (3.33)$$

因為最佳平均總成本的結構相同，所以可以將定理 3 和推論 6 的結果，應用在考慮延遲訂單的模式，並推得類似的理論結果，本研究在此則不再詳述。

3.3.2 循環週期法在群組技術實務之應用

在本小節我們將探討與前面理論結果有密切關聯的「群組技術」觀念。Ham, Hitomi 和 Yoshida[22]指出群組技術是藉由組件群組化或產品使用相似的設計和生產程序來達到提昇產能利用率的觀念。如何將產品指派到其所屬的群組是群組技術中最重要問題之一。在生產實務中，產品群組化也許未受到產品設計上的限制，卻往往受限於機器的產能利用率。舉例來說，在一生產系統中具有三部機台可供生產 30 種相似的產品，且每種產品需要一種個別工具（或製程方法）來完成生產。假設每部機台擁有自動切換 10 種個別工具（或製程方法）的能力，生產管理的經理人將面臨何種個別工具或製程方法需事先架設在機台上；即必須將把產品分為 3 個群組，再分別指派到三部機台從事生產。故本問題事關產品的群組化與其生產排程需合併考慮的問題。由前面的理論結果得知，我們至少可以得到一個不錯的法則來幫助我們將產品分成不同群組，使得在每一群組內對所有產品的 a_i / H_i 比率能夠非常接近，亦即對每一群組可使用循環週期法來得到一個非常靠近最佳解的不錯可行解。

3.4 數值範例

在本節中，我們將以一個共有十種損耗品之 ELSP 模式為例，探討我們在上列的各個章節所得結果的驗證。假設某單一機器的生產系統生產十種油漆類製品，其決策參數及部分結果如下表 1 所示。

表 3-1：生產系統中十種油漆類製品的決策參數及部分結果

	a_i	h_i	p_i	d_i	s_i	θ_i	ξ_i	H_i	a_i/H_i	η_i	T_i^{LB}	T_i^*	T_i^{UB}
1	1000	2	750	30	0.10	0.10	20	120	8.333	1.000	0.1042	4.0825	479.90
2	840	1.8	800	40	0.12	0.12	18	158.4	5.303	0.636	0.1264	3.2567	316.54
3	1000	1.8	1200	60	0.08	0.08	15	180	5.556	0.667	0.0843	3.3333	474.92
4	900	1.6	600	39	0.12	0.15	16	156	5.769	0.692	0.1284	3.3968	191.67
5	800	1.3	500	28	0.07	0.18	15	112	7.143	0.857	0.0742	3.7796	187.23
6	1400	2	1200	60	0.15	0.10	20	240	5.380	0.646	0.1580	3.4157	379.84
7	900	2.5	400	20	0.09	0.20	25	150	6.000	0.720	0.0948	3.4641	189.91
8	800	1.5	300	15	0.08	0.25	30	135	5.926	0.711	0.0843	3.4427	151.92
9	850	1.4	1500	90	0.07	0.06	10	180	4.722	0.567	0.0745	3.0732	522.15
10	900	3	200	12	0.10	0.30	40	180	5.000	0.600	0.1065	3.1623	104.34

由表 1 的資料，如果生產管理經理人以循環週期法進行決策，則依照式(3.8)可得 $T^* = 3.4139$ ，而且我們確定 T^* 應位於其上下限之間，其中下限為 $T^{LB} = 2.7659$ ，而上限為 $T^{UB} = 8.5448$ ，故我們觀察到 $T^{LB} \leq T^* \leq T^{UB}$ ，而且 $T_i^{LB} \leq T_i^* \leq T_i^{UB}$ 對 10 個產品都成立。但 $\eta_i \neq 1$ for all i ，而且 $\eta = 0.567$ ；所以我們無法利用推論 1 肯定使用循環週期法即可得到最佳解。但由推論 2 我們得知使用循環週期法所求之解離最佳解誤差之比例上限為 15%，而理論 2 則更精確的指出使用循環週期法所求之解離最佳解誤差比例之上限為 0.296%。而依據(3.5)及(3.14)式，我們可得 $TC^{IS} = \$5,485.496$ 及 $TC^{RC} = \$5,501.099$ ；故運用循環週期法所求之解實際的誤差比例為 0.284%。故知：理論 2 所提出之誤差比例上限，為一緊緻的(tight)上限。藉由該數值範例，我們可以明確的發現應用前述章節的理論推導證明，使用循環週期法帶來的便利性和其為生產管理經理人所提供有效決策的參考。

假設該生產系統共有三具相同的機台，而且具有自動切換不同製造方法的能力。在群組技術的應用上，可將 a_i/H_i 比率值非常接近者聚集成同一群組；而且我們可以對不同的群組，分別使用循環週期法來得到一個非常靠近最佳解的不錯可行解。因此在本例中，我們可以將產品 1、5 和 7 分為一群組，將其排入第一部機台；將產品 2、4、6 和 8 分為另一群組，排入第二部機台；最後將產品 3、9 和 10 合為

一群組，排入第三部機台的生產排程。

假設該生產系統只生產產品 2 和產品 3，當 λ 值約為 1145.04 時，我們可由式 (36) 求得 $T_2^* = T_3^* = 5.914$ 。由定理 3 得知若 $\sqrt{2(a_i + \lambda s_i)/(H_i + \lambda \rho_i \theta_i)}$ 的值不受產品 i 限制時，則循環週期法所求之解即為最佳解。但是在此應提醒的是「 $\sqrt{2(a_i + \lambda s_i)/(H_i + \lambda \rho_i \theta_i)}$ 、 $a_i/(H_i + \lambda \rho_i \theta_i)$ 和 $s_i/(H_i + \lambda \rho_i \theta_i)$ 的值不受產品 i 限制時」是循環週期法之解為最佳解的充分條件但非必要條件。而在此例中， $a_i/(H_i + \lambda \rho_i \theta_i)$ 和 $s_i/(H_i + \lambda \rho_i \theta_i)$ 的值對產品 i 並沒有彼此獨立。

第四章 損耗品延伸基本週期模式探討

綜觀過去 ELSP 的文獻中，經濟批量排程問題的模式主要分為三類：(1)兩種基本解法（獨立解法與循環週期法）(2)基本週期法(basic period ; BP) (3)延伸基本週期法(extended basic period ; EBP)。而在第三章中，我們已經詳細探討了損耗 ELSP 問題的兩種基本解法。由於獨立週期法所求之解為損耗 ELSP 的成本下界，卻不保證合理可行，而循環週期法所求之解必須受限於特定條件才能得到最佳解，否則容易造成過度的產能閒置。因此本章將繼續探討另外的兩種 ELSP 解法，並將重點放在帶有損耗性 ELSP 之延伸基本週期模式（ELSP(EBP)）的探討。由於 ELSP(EBP)模式所規劃求解出來的決策變數組合尚需滿足產能資源的限制條件，因此本研究也將詳細探討一種不錯的合理解測試（Proc FT）啟發式演算法（Yao and Elmaghraby[41]），來幫助我們判斷決策變數所形成的解集合在該模式之產能資源限制條件下是否合理。

4.1 基本週期法模式(basic period ; BP)

$$\text{Min } TC(\{k_i\}, B) = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{a_i}{k_i B} + \frac{1}{2} d_i (\theta_i \xi_i + h_i) k_i B \right\} \quad (4.1)$$

$$\text{subject to } \sum_{i=1}^n w_{i\phi(i,t)} [(s_i + \beta_i(B))] \leq B, \text{ for } t = 1, \dots, K \quad (4.2)$$

$$\text{and } T_i = k_i B \quad \forall i \quad (4.3)$$

where k_i : positive integer $\forall i$

假設 T_i 為 B 的整數倍，且 B 要夠長以滿足所有產品一次的整備與生產時間。

由於在 BP 方法中的限制式限制了所有產品一開始皆要生產，如此很容易造成生產設備產能的浪費，和喪失找尋到最佳解的機會。因此以下再介紹另一個方法(即延伸基本週期的方法)，以修改 BP 方法

中的限制條件，即不等式(4.2)，使其所求出來的生產排程解更加合理完善。

4.2 延伸基本週期法模式(extended basic period ; EBP)

在 ELSP 文獻中，ELSP(EBP)模式常被用來求解的策略主要有 2 種，分別是二冪次策略(Power of Two;PoT)和一般整數策略(General integer;GI)。其兩種策略主要的差異在於每個產品的循環週期和基本週期之間的關係。即二冪次策略下每個產品的循環週期均為基本週期的二冪次方倍。然而一般整數策略下，循環週期可為基本週期之任意整數倍。下面小節我們將探討損耗性 ELSP(EBP)模式的兩種策略。

4.2.1 二冪次策略下之損耗性 ELSP(EBP)模式

$$\text{Min } TC(\{k_i\}, B) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^{z_i} \sum_{l=1}^{2^j} \left\{ \frac{a_i}{k_i B} + \frac{1}{2} d_i (\theta_i \xi_i + h_i) k_i B \right\} x_{ijl} \quad (4.4)$$

$$\text{subject to } \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^{z_i} x_{ij\varphi(j,t)} [(s_i + \beta_i(B))] \leq B, \text{ for } t = 1, \dots, 2^{\max_i \{z_i\}} \quad (4.5)$$

$$\sum_{j=0}^{z_i} \sum_{l=1}^{2^j} x_{ijl} = 1, \text{ for all } i=1, \dots, n \quad (4.6)$$

$$\text{where } \varphi(i,t) = \begin{cases} t \bmod 2^j, & \text{if } t \neq \gamma 2^j, \gamma \in N \\ 2^j, & \text{if } t = \gamma 2^j, \gamma \in N \end{cases} \quad (4.7)$$

and

$$x_{ijl} \in \{0,1\} \text{ for all } i, j, l$$

在 EBP 模式中，產能資源是以可運用於操作的機台時間(機台負載量)來表示，因此在式(4.5)中每一個基本生產週期的機台負載均不能超過基本週期。 x_{ijl} 表示產品 i 的循環週期為 2^j 個基期($T_i = 2^j B$)，並且從第 l 個基期開始生產。我們以一個簡單的例子來說明這些限制式所要表達的意思。假設 2^j 的範圍在 $\{2^0, 2^1, 2^2, 2^3\}$ 之間，則產品 i 的生產排程則有以下幾種可能的情形，如下表 4-1 所示。

表 4-1 二幕策略下產品 i 的可能生產排程情形

2^0	$x_{i,0,1}$							
2^1	$x_{i,1,1}$	$x_{i,1,2}$						
2^2	$x_{i,2,1}$	$x_{i,2,2}$	$x_{i,2,3}$	$x_{i,2,4}$				
2^3	$x_{i,3,1}$	$x_{i,3,2}$	$x_{i,3,3}$	$x_{i,3,4}$	$x_{i,3,5}$	$x_{i,3,6}$	$x_{i,3,7}$	$x_{i,3,8}$

也就是說當 $x_{i,j,l} = 1$ 時產品 i 從第 l 個基期開始生產, 並且每隔 2^j 個基期循環一次。所以方程式(4.6)指出上述圖表的所有可能情形加總要等於 1, 而產品 i 則是選擇由其中一個開始進行生產排程。此外不等式(4.5)由以下表 4-2 表來表示各種可能的情况。

表 4-2 產品 i 延伸基本週期法可能的生產排程情形

產品 i				
基期 t	2^0	2^1	2^2	2^3
1	$(s_i + \beta_i(2^0 B))x_{i01}$	$(s_i + \beta_i(2^1 B))x_{i11}$	$(s_i + \beta_i(2^2 B))x_{i21}$	$(s_i + \beta_i(2^3 B))x_{i31}$
2	$(s_i + \beta_i(2^0 B))x_{i01}$	$(s_i + \beta_i(2^1 B))x_{i12}$	$(s_i + \beta_i(2^2 B))x_{i22}$	$(s_i + \beta_i(2^3 B))x_{i32}$
3	$(s_i + \beta_i(2^0 B))x_{i01}$	$(s_i + \beta_i(2^1 B))x_{i11}$	$(s_i + \beta_i(2^2 B))x_{i23}$	$(s_i + \beta_i(2^3 B))x_{i33}$
4	$(s_i + \beta_i(2^0 B))x_{i01}$	$(s_i + \beta_i(2^1 B))x_{i12}$	$(s_i + \beta_i(2^2 B))x_{i24}$	$(s_i + \beta_i(2^3 B))x_{i34}$
5	$(s_i + \beta_i(2^0 B))x_{i01}$	$(s_i + \beta_i(2^1 B))x_{i11}$	$(s_i + \beta_i(2^2 B))x_{i21}$	$(s_i + \beta_i(2^3 B))x_{i35}$
6	$(s_i + \beta_i(2^0 B))x_{i01}$	$(s_i + \beta_i(2^1 B))x_{i12}$	$(s_i + \beta_i(2^2 B))x_{i22}$	$(s_i + \beta_i(2^3 B))x_{i36}$
7	$(s_i + \beta_i(2^0 B))x_{i01}$	$(s_i + \beta_i(2^1 B))x_{i11}$	$(s_i + \beta_i(2^2 B))x_{i23}$	$(s_i + \beta_i(2^3 B))x_{i37}$
8	$(s_i + \beta_i(2^0 B))x_{i01}$	$(s_i + \beta_i(2^1 B))x_{i12}$	$(s_i + \beta_i(2^2 B))x_{i24}$	$(s_i + \beta_i(2^3 B))x_{i38}$

我們以基期 6 ($t=6$) 這一系列來說明這些限制式。

- 第一行($j=0, t=6$), 因為 $6 = 6 \cdot 2^0$, 所以 $\varphi(j,t) = \varphi(0,6) = 2^0 = 1$ 。因此填入 $(s_i + \beta_i(2^0 B))x_{i01}$ 。
- 第二行($j=1, t=6$), 因為 $6 = 3 \cdot 2^1$, 所以 $\varphi(j,t) = \varphi(1,6) = 2^1 = 2$ 。因此填入 $(s_i + \beta_i(2^1 B))x_{i12}$ 。
- 第三行($j=2, t=6$), 因為 $6 \neq \gamma \cdot 2^2, \forall \gamma \in N$, 所以 $\varphi(j,t) = \varphi(2,6) = 6 \bmod 2^2 = 2$ 。因此填入 $(s_i + \beta_i(2^2 B))x_{i22}$ 。
- 第四行($j=3, t=6$), 因為 $6 \neq \gamma \cdot 2^3, \forall \gamma \in N$, 所以 $\varphi(j,t) = \varphi(3,6) = 6 \bmod 2^3 = 6$ 。因此填入 $(s_i + \beta_i(2^3 B))x_{i36}$ 。

其它的基期則以同樣的方法以此類推。

接著用一個數字的例子來說明 EBP 方法中限制式的意義。假設現在有三個產品($i=1,2,3$)， 2^j 的範圍在 $\{2^0, 2^1, 2^2, 2^3\}$ 之間，生產的限制條件為 $x_{122} = 1$ ， $x_{201} = 1$ ， $x_{312} = 1$ ，則各個產品的的生產排程如下表 4-3 所示。

表 4-3 EBP 模式生產排程中限制式所代表之意義

	產品 1	產品 2	產品 3	
基期 1		$(s_i + \beta_i(2^0 B))x_{201}$		$\leq B$
基期 2	$(s_i + \beta_i(2^2 B))x_{122}$	$(s_i + \beta_i(2^0 B))x_{201}$	$(s_i + \beta_i(2^1 B))x_{312}$	$\leq B$
基期 3		$(s_i + \beta_i(2^0 B))x_{201}$		$\leq B$
基期 4		$(s_i + \beta_i(2^0 B))x_{201}$	$(s_i + \beta_i(2^1 B))x_{312}$	$\leq B$
基期 5		$(s_i + \beta_i(2^0 B))x_{201}$		$\leq B$
基期 6	$(s_i + \beta_i(2^2 B))x_{122}$	$(s_i + \beta_i(2^0 B))x_{201}$	$(s_i + \beta_i(2^1 B))x_{312}$	$\leq B$
基期 7		$(s_i + \beta_i(2^0 B))x_{201}$		$\leq B$
基期 8		$(s_i + \beta_i(2^0 B))x_{201}$	$(s_i + \beta_i(2^1 B))x_{312}$	$\leq B$

若 當 $(s_i + \beta_i(2^2 B))x_{122} = 4$ ， $(s_i + \beta_i(2^0 B))x_{201} = 3$ ， $(s_i + \beta_i(2^1 B))x_{312} = 2.5$ ， $B=9$ 時，基期 2 的產能則大於基期，如下表 4-4 所示。

表 4-4 EBP 模式的生產排程(機台最大負荷大於產能)

	產品 1	產品 2	產品 3	
基期 1		3		≤ 9
基期 2	4	3	2.5	≥ 9
基期 3		3		≤ 9
基期 4		3	2.5	≤ 9
基期 5		3		≤ 9
基期 6	4	3	2.5	≥ 9
基期 7		3		≤ 9
基期 8		3	2.5	≤ 9

因此則必須再調整生產排程的限制條件，讓 $x_{123} = 1$ ， $x_{201} = 1$ ， $x_{312} = 1$ ，則各個產品的生產排程如下表 4-5 所示。

表 4-5 EBP 模式的生產排程(機台最大負荷小於產能)

	產品 1	產品 2	產品 3	
基期 1		3		≤ 9
基期 2		3	2.5	≤ 9
基期 3	4	3		≤ 9
基期 4		3	2.5	≤ 9
基期 5		3		≤ 9
基期 6		3	2.5	≤ 9
基期 7	4	3		≤ 9
基期 8		3	2.5	≤ 9

修改過後的生產排程合理可行，並且不會造成機器的滿載，形成過重的負荷。

4.2.2 一般整數策略下之損耗性 ELSP(EBP)模式

$$\text{Min } TC(\{k_i\}, B) = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{a_i}{k_i B} + \frac{1}{2} d_i (\theta_i \xi_i + h_i) k_i B \right\} \quad (4.8)$$

$$\text{subject to } \sum_{i=1}^n w_{i\varphi(i,t)} [(s_i + \beta_i(B))] \leq B, \text{ for } t = 1, \dots, K \quad (4.9)$$

$$\text{where } K = \text{lcm}\{k_i\}, \quad (4.10)$$

$$\sum_{t=1}^{k_i} w_{it} = 1, \text{ for } i = 1, \dots, n \quad (4.11)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} w_{it} = 1, \text{ if product } i \text{ is produced in the } t^{\text{th}} \text{ basic period.} \\ w_{it} = 0, \text{ otherwise.} \end{array} \right\}$$

and

$$\varphi(i,t) = \begin{cases} t \bmod k_i, & \text{if } t \neq \gamma k_i, \gamma \in \mathbf{N} \\ k_i, & \text{if } t = \gamma k_i, \gamma \in \mathbf{N} \end{cases} \quad (4.12)$$

$w_{it} = 1$ 表示產品 i 的循環週期為 k_i 個基期 ($T_i = k_i B$)，並且從第 t 個基期開始生產。由上述兩種模式的探討得知 GI 策略和 PoT 策略下的損耗性 ELSP(EBP) 模式主要的差別在於 GI 策略下 k_i 乘數可為任意正整數而不必限制為二的幕次方，因此 PoT 策略可說是 GI 策略下的一個特例。我們以一個簡單的例子來說明產品產品 i 使用 GI 策略下的

生產排程可能的情形，來比較 PoT 策略下的不同如表 4-1 所示。假設

表 4-6 GI 策略下產品 i 的可能生產排程情形

$k_i = 1$	w_{i1}									
$k_i = 2$	w_{i1}	w_{i2}								
$k_i = 3$	w_{i1}	w_{i2}	w_{i3}							
$k_i = 4$	w_{i1}	w_{i2}	w_{i3}	w_{i4}						
$k_i = 5$	w_{i1}	w_{i2}	w_{i3}	w_{i4}	w_{i5}					
$k_i = 6$	w_{i1}	w_{i2}	w_{i3}	w_{i4}	w_{i5}	w_{i6}				
$k_i = 7$	w_{i1}	w_{i2}	w_{i3}	w_{i4}	w_{i5}	w_{i6}	w_{i7}			
$k_i = 8$	w_{i1}	w_{i2}	w_{i3}	w_{i4}	w_{i5}	w_{i6}	w_{i7}	w_{i8}		
$k_i = 9$	w_{i1}	w_{i2}	w_{i3}	w_{i4}	w_{i5}	w_{i6}	w_{i7}	w_{i8}	w_{i9}	
$k_i = 10$	w_{i1}	w_{i2}	w_{i3}	w_{i4}	w_{i5}	w_{i6}	w_{i7}	w_{i8}	w_{i9}	w_{i10}

k_i 的上界為 10，則產品 i 的生產排程則有以下幾種可能的情形，如表 4-6 所示。

式(4.11)指出上述圖表的所有可能情形加總要等於 1，而產品 i 則是選擇由其中一個開始進行生產排程。

在 GI 策略下的損耗性 ELSP(EBP)模式之其他生產排程規則則與 PoT 策略相同。

4.3 合理解測試 (Proc FT) 的演算程序

由上一小節得知，損耗性 ELSP(EBP)的問題模式主要是由損耗性 ELSP 目標函數規劃求解和**測試規劃所求之解**是否具有合理的排程解之演算程序所組成。損耗性 ELSP 目標函數規劃求解技術及整體合理生產排程解的尋找，將於第五章詳細介紹。在本小節，我們將先利用 Yao [41]所提出的一套新的合理解測試 (Process Feasible Test, Proc FT) 的啟發式方法為基礎，來幫助我們判斷規劃所求之解是否具有合理的排程解，若有合理的排程解則將其輸出。使用 Proc FT 主要的原因是在於它可以避免傳統上使用整數線性規劃法 (ILP) 而可能造成

過度資料簿記負載的問題。

Proc FT 演算法主要的輸出是一組合理的生產排程解，而目標函數最佳化所求之解 $(\{k_i\}, B)$ 是其主要的輸入。由於目標函數的最佳化並未考慮產能資源的限制，因此我們仍必須決定產品開始生產的基期，以避免過多的產品在同一時間生產而造成產能超過負載。當產能充裕時，也許我們可以輕易的得到許多的合理生產排程解，但若產能利用率極高時，Proc FT 演算法則可有效率的幫助我們產生一組初始的生產排程並藉由不斷的調整產品開始生產基期來改善產能負載的情形，最終的輸出提供使用者一個合理的生產排程解或送出確認無法找到合理排程解的訊息。

在正式介紹 Proc FT 演算法前，我們將先定義在 Proc FT 中可能使用到的符號定義； W 表示一種可能的排程結果。在本研究中，我們將 W 的結構視為一個矩陣。而矩陣的大小由則產品數目和 k_i 乘數來決定。其中矩陣的每一列代表一個基期（基本生產週期），每一欄則表示該欄代表的產品在每一基期上的排程，其排程矩陣 W 之示意圖如圖 4-1 所示。而 $L(W)$ 則表示在 W 排程的所有基期中，機台之最大工作負載量（即在該基期中機台的總操作時間）。在 Proc FT 演算程序中，我們想做的是針對 W 排程調整產品 i 在哪一個基本生產週期開始生產，使得在每一個基本生產週期中機台的工作負載量不會超過基本週期長度，因此 $L(W)$ 是我們檢測 W 排程是否合理的指標。

	產品 1	產品 2	產品 n
基期 1			
基期 2			
⋮	⋮	⋮	⋮
基期 $K-1$			
基期 K				

圖 4-1 排程矩陣(W)示意圖

藉由前面章節基因演算法得到的可能使損耗性 ELSP(EBP)模式成本最小之解集合 k_i 、 B 和每個產品所相對應之機台操作時間 σ_i ，我們使用 Proc FT 測試這些解集合所產生的生產排程是否能找到一組合理解。Proc FT 測試過程為先使用 4.3.1 節所定義的 Proc IS 程序來產生一組初始的生產排程 W 和計算 $L(W)$ 。由 Proc FT 啟發式解法的定義，我們將第一次使用 Proc IS 程序所得到的初始生產排程 W 設為最佳生產排成 W^* ，而 L^* 則為最佳生產排程中機台的最大工作負載量，意即 $W^* = W$ 和 $L^* = L(W)$ 。很顯然的如果 $L^* \leq B$ ，也就是對所有 $lcm\{k_i\}$ 個基期中，機台的工作負載都不會超過基本週期 B 的長度，亦即 W 是一個合理的生產排程。我們定義 ϕ 指標來代表經由 Proc FT 演算是否可以得到一組合理的生產排程解。如果可以，我們便令 $\phi = 1$ ，否則 $\phi = 0$ 。當 $\phi = 0$ 時，我們使用排程撫平程序 (Proc SS，定義於 4.3.3 節) 來改善 L^* ，直到 $\phi = 1$ 或者 L^* 已無法改善。此時我們稱初始的生產排程 W 經過一次的 Proc FT 程序而無法改善得到一組合理解。當 L^* 連續 χ 次經 Proc FT 程序而無法改善時，則停止 Proc FT 演算。我們定義 L^* 連續無法改善的次數為 χ ，當 $\chi \leq \chi_{max}$ 時，則隨機選取上次 Proc FT 演算最終的生產排程之一半子集合將之固定，利用 Proc IS 供再改善 L^* 的初始排程，重新另一次的區域搜尋與排程改善。最後決定是否終止 Proc FT 演算法的臨界值 χ_{max} ，則是決策分析者的決策參數。

4.3.1 初始排程程序 (Proc IS)

Proc IS 以貪婪式的方法為基礎，快速的產生一組初始生產排程，它主要被使在下列兩種情形中：

1. 產生一組開始區域搜尋的初始生產排程 W
2. 產生一組供重複再改善 L^* 的種子生產排程

我們定義 N 表示所有 n 種產品的集合， g 表示產品的子集合，因此 $|g| \leq n$ 。而 $W(g)$ 則表示產品子集合 g 的部分生產排程。當一組 k_i 和 B 第一次使用 Proc IS 時，產品子集合初始狀況為空集合即 $g = \emptyset$ 且產品

子集合的初始排成為空排程 $w(g)=0$ 。接著我們依據 Proc PS (定義於 4.2.2 小節) 將產品的生產期間指派到 $w(g)$ ，並更新相對應的產品子集合，直到 n 個產品全部被指派完畢。最後我們可以得到一個初始生產排程即為 $W = W(N)$ 。

下面我們將繼續探討 Proc IS 被用在第 2 種情況即當一組損耗品 ELSP 模式的可能解並不是第一次被使用時。我們假設 w_0 為經由前一次 Proc FT 程序而無法再改善的最終排程結果。為了藉由重複 Proc FT 程序來達到改善機台的工作負載並得到一組合理的排程解，我們隨機選取一部份的產品子集合，固定其生產頻率和生產期間，將之指派到一個新的生產排程 w' 中。令 F 代表所選取的產品子集合且 $\bar{F} = (N - F)$ 表示尚未加入 w' 排程的產品集合。因為 Proc IS 現在扮演一個產生一組供重複再改善 L^* 的種子生產排程的角色。所以令初始產品的子集合 $g = F$ 、 $w'(g) = w_0(F)$ 。且將產品集合 N 扣除已加入生產排程的產品子集合 F 。因此 $w'(F)$ 是一個新的初始部分生產排程。尚未加入排程的產品子集合 \bar{F} 。則由 Proc IS 呼叫 Proc PS (定義於 4.3.2 節) 依據 LPT 法則來完成生產排程。所謂 LPT 法則即是將 \bar{F} 產品子集合中佔有較少機台操作時間的產品優先指派到機台上生產，直到所有產品均被指派完畢。(LPT 詳細法則請參照 (Graham[20]; Pinedo[36]))

支持 LPT 啟發式法則可行的主要基本理由敘述如下：假設產品 j 具有較長的機台操作時間 σ_j 且產品 j 在較後面才被指派時，面對先前已經完成的產品排程在每個生產的基本週期已有沉重負載下，它可能會帶來更大的機台負載。這方法並不能保證優於其他學者所提出來的的方法(Boctor[3]; Geng and Vickson[15])。但是它可以幫助我們得到一個合理且不錯的初始生產排程。(Proc IS 的擬似程式碼則詳述於附錄 B.1。)

4.3.2 產品排程程序 (Proc PS)

產品排程程序 (Proc PS) 主要的過程是在將初始生產排程 w 一步一步地建構完成。令 \mathcal{g} 表示初始產品的子集合，因此 $|\mathcal{g}| \leq n$ 。而 $w(\mathcal{g})$ 則表示初始產品子集合 \mathcal{g} 的初始部分生產排程。由於在合理解的測試過程中我們必須檢查每一個基本生產週期的機台負載是否超過基本週期長度，所以我們必須決定在初始生產部分排程中的基本生產週期數目，其符號意義定義為 $k(\mathcal{g})$ 。 $k(\mathcal{g})$ 可由初始產品子集合的 k_i 乘數之共同最小公倍數可決定之，即 $k(\mathcal{g}) = lcm\{k_i | i \in \mathcal{g}\}$ 。假設產品 \hat{i} 下一個將被加入到初始產品的子集合，而當我們將產品 \hat{i} 的機台操做時間 $\sigma_{\hat{i}}$ 指派到初始部分生產排程 $w(\mathcal{g})$ 時，我們必須先將基本生產週期數目 $k(\mathcal{g})$ 更新為 $k(\mathcal{g} \cup \{\hat{i}\}) = lcm\{k(\mathcal{g}), k_{\hat{i}}\}$ 。

假設 $k(\mathcal{g} \cup \{\hat{i}\}) > k(\mathcal{g})$ 時，新的初始部分生產排程 $w(\mathcal{g} \cup \{\hat{i}\})$ 必須將基本生產週期數目增加為 $k(\mathcal{g} \cup \{\hat{i}\})$ ，而 $w(\mathcal{g} \cup \{\hat{i}\})$ 在增加的基本生產週期中，產品子集合 \mathcal{g} 的排程則是複製原先 $w(\mathcal{g})$ 生產排程 $\lfloor k(\mathcal{g} \cup \{\hat{i}\}) / k(\mathcal{g}) \rfloor$ 倍。如果 $k(\mathcal{g} \cup \{\hat{i}\}) = k(\mathcal{g})$ ，我們則沿用 $w(\mathcal{g})$ 生產排程結構即基本生產週期數目並不改變。由 $k_{\hat{i}}$ 種將 $\sigma_{\hat{i}}$ 指派到 $w(\mathcal{g} \cup \{\hat{i}\})$ 得不同方法中，選擇可以使 $w(\mathcal{g} \cup \{\hat{i}\})$ 有最小機台工作負載的方法來完成 $\sigma_{\hat{i}}$ 的指派。(Proc PS 的擬似程式碼則詳述於附錄 B.2。)

4.3.3 排程撫平程序 (Proc SS)

排程撫平程序 (Proc SS) 主要是被用來撫平由 Proc IS 程序所得到的初始生產排程 w 的機台負載。顧名思義，Proc SS 是用來調整生產排程中的每一基本生產週期中的機台負載，使其能夠最小化整個生產排程範圍中最大的機台負載並撫平每一個基本生產週期中的機台負載以免超基本週期的長度。Proc SS 程序主要是經由下述 3 個子程序來完成，分別是移出程序、成對互換程序和 2 對 1 互換程序。移出程序主要的目的地在從擁有最大機台負載的基本生產週期中，將某個 $k_i > 1$ 的產品之 σ_i 指派到其他基本生產週期。成對互換程序則是從擁有

最大機台負載的基本生產週期中，將某個 $k_i > 1$ 的產品之生產排程與非最大機台負載的基本生產週期中的某個 $k_i > 1$ 的產品生產排程互換。2 對 1 互換程序則是從擁有最大機台負載的基本生產週期中，將某個 $k_i > 1$ 的產品之生產排程與非最大機台負載的基本生產週期中的 2 個 $k_i > 1$ 的產品生產排程互換。（Proc SS 的擬似程式碼則詳述於附錄 B.3。）

4.3.4 ELSP 的合理解測試程序 (Proc FT)

在本小節，我們將詳細介紹損耗品 ELSP 模式之合理解測試程序的細部流程即 Proc FT。我們首先需要定義一些新的參數。 γ 表示判別是否為第一次使用 Proc IS 程序的標記， χ 表示連續使用 Proc FT 程序且無法改善 L^* 的次數， W^m 表示在每次個別執行的 Proc FT 程序中即區域搜尋或重複改善 L^* 的過程，所得到的最小化機台工作負載的生產排程。 $L(W^m)$ 表示 W^m 生產排程中，最大的機台工作負載量。令 W^{FT} 和 $L(W^{FT})$ 分別表示經由 Proc FT 程序所得到合理生產排程和其基本生產週期中的最大機台負載量。Proc FT 演算步驟程序說明如下，演算細部流程圖則如圖 4-2 所示。

步驟 1：設定初始參數。

1.1 令 $\gamma = 0$ ， $\chi = 0$ ，且 $\phi = 0$ 。並讀入 參數。

步驟 2：藉由 Proc IS 程序得到一組初始生產排程 W 並開始區域搜尋。

2.1 令 $W^m = W$ 和 $L(W^m) = L(W)$ 。

2.2 判斷 $\gamma = 0$ ，是則令 $L^*(W^*) = L(W^m)$ 和 $W^* = W^m$ 。

2.3 判斷 $L(W^m) \leq B$ ，是則令 $L(W^{FT}) = L(W^m)$ 和 $W^{FT} = W^m$ ，並進入步驟 4，為否則進入步驟 3。

步驟 3：應用 Proc SS 程序改善 W^m 的 $L(W^m)$ 。

3.1 使用移出程序來改善。

3.1.1 判斷 $L(W^m) \leq B$ ，是則令 $\phi = 1$ 、 $L(W^{FT}) = L(W^m)$ 和 $W^{FT} = W^m$ ，

並進入步驟 4，為否則進入步驟 3.1.2。

3.1.2 判斷 $L(W^m) > B$ 和 $L(W^m)$ 是否已被改善，是則回到步驟 3，為否則進入步驟 3.2。

3.2 使用成對互換程序來改善。

3.2.1 判斷 $L(W^m) \leq B$ ，是則令 $\phi = 1$ 、 $L(W^{FT}) = L(W^m)$ 和 $W^{FT} = W^m$ ，並進入步驟 4，為否則進入步驟 3.2.2。

3.2.2 判斷 $L(W^m) > B$ 和 $L(W^m)$ 是否已被改善，是則回到步驟 3，為否則進入步驟 3.3。

3.3 使用 2 對 1 互換程序來改善。

3.3.1 判斷 $L(W^m) \leq B$ ，是則令 $\phi = 1$ 、 $L(W^{FT}) = L(W^m)$ 和 $W^{FT} = W^m$ ，並進入步驟 4，為否則進入步驟 3.3.2。

3.3.2 判斷 $L(W^m) > B$ 和 $L(W^m)$ 是否已被改善，是則回到步驟 3，為否則進入步驟 3.4。

3.4 判斷 $L^*(W^*)$ 是否已經改善。

3.4.1 判斷 $L(W^m) < L^*(W^*)$ ，是則令 $\chi = 0$ 、 $L^*(W^*) = L(W^m)$ 和 $W^* = W^m$ ，並進入步驟 4，為否則進入步驟 3.4.2。

3.4.2 判斷 $L(W^m) \geq L^*(W^*)$ ，是則令 $\chi = \chi + 1$ ，並進入步驟 4。

步驟 4：判斷 Proc FT 程序是否已經達到終止條件。

4.1 判斷 $\phi = 1$ ，是則停止 Proc FT 演算，並輸出 W^{FT} 和 $L(W^{FT})$ 。

4.2 判斷 $\chi >$ 且 $\phi = 0$ ，是則停止 Proc FT 演算，並輸出“無合理解排程”。

4.3 判斷 $\chi \leq$ 且 $\phi = 0$ ，是則隨機選取 $[n/2]$ 個產品並標記為 \bar{F} ，令 $\gamma = 1$ ，並進入步驟 2 再次改善。

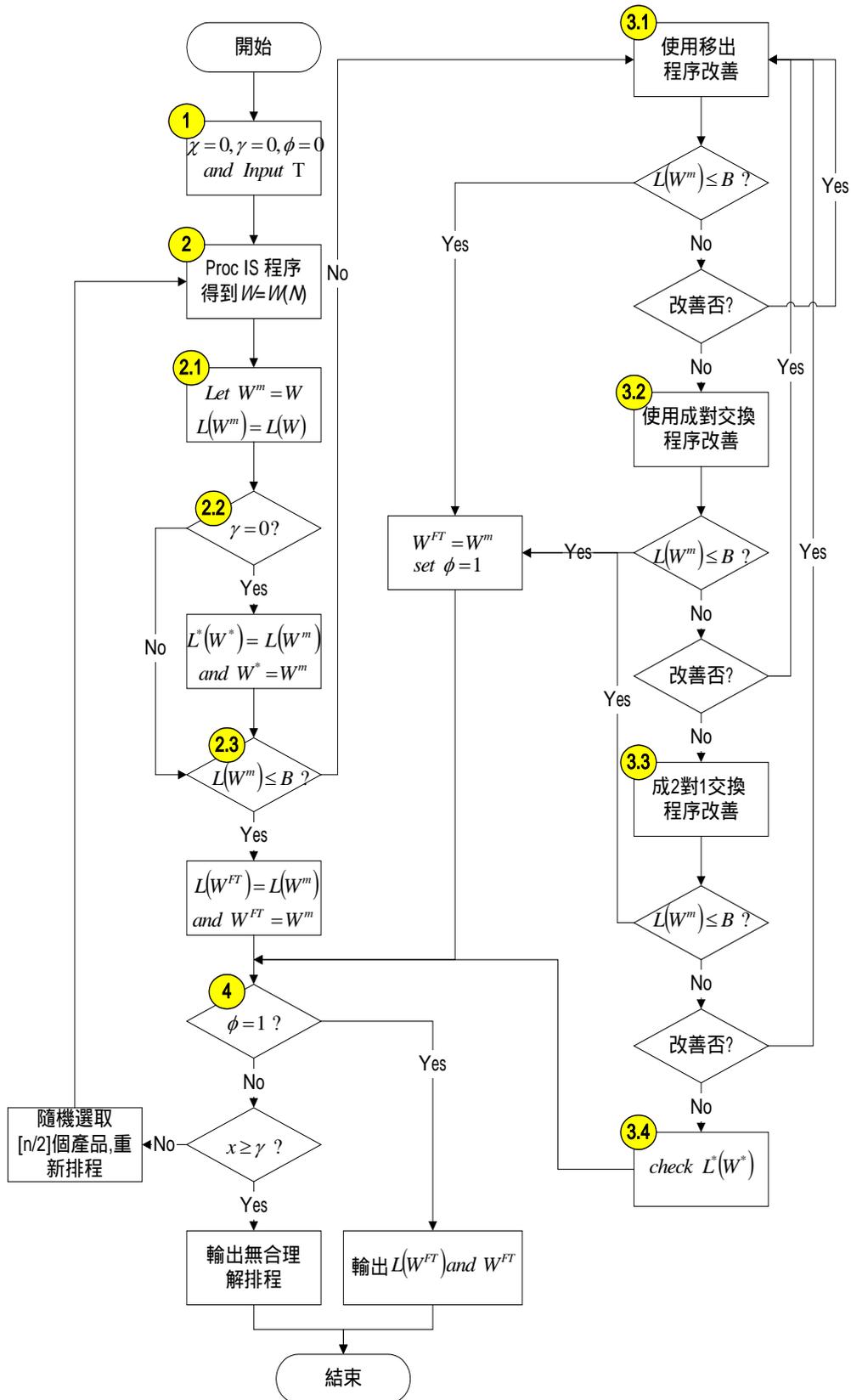


圖 4-2 Proc FT.細部流程圖

第五章 使用基因演算法求解損耗性 ELSP(EBP)

在第四章中我們已探討過延伸基本週期法的數學模式，因為 Hsu[26]已證實了求取 ELSP 的最佳解是屬於一個具 NP-hard 複雜度的問題。本研究在 ELSP 模式加入損耗性因素考慮探討後，其產能限制式的複雜度更是遽增。受限於傳統用以求解的整數規劃技術只能處理多項式問題，對於非線性問題則無法處理。即便是修正後的整數規劃技術雖可解決線性問題，但仍需用額外的變數及限制函數，此一舉動，大大增加了求解的時間及問題的複雜度。因此本研究擬考慮使用基因演算法(Genetic Algorithm; GA)來求取損耗性 ELSP(EBP)問題之可能最小成本解 $(\{k_i\}, B)$ ，再利用第四章所探討的 Proc FT 演算法來尋找一組合理的生產排程解，若 Proc FT 無法得到一組合理的生產排程解，本研究則使用修正基本週期 B 的演算程序，在固定 $\{k_i\}$ 集合下求取最小成本的合理生產排程解。整體規劃求解的技術，在本章中的後續小節中將詳細介紹及探討。而使用基因演算法來求解損耗性 ELSP(EBP)問題所具有的優點歸納如下五點：

- (1) GA 根據參數集合的編碼進行運算，而非參數本身，因此可跳脫搜尋空間上的限制。
- (2) GA 搜尋過程為多點同步搜尋，而非單點收尋。因此可以較快的找到整體最佳解(global optimum)，也避免掉入區域最佳解(local optimum)。
- (3) GA 演算過程依據適應函數的資訊，而非採用外部輔助性資訊。因此可使用各種型態的適應函數(如：多目標、非線性)，以節省計算複雜的數學運算。
- (4) GA 以機率(probabilistic)法則來決定運算子的運算過程，而非決定論(deterministic)法則。較能符合各種不同型態的最佳化問題。
- (5)為全域收斂性(global convergence)，經由基因重組與基因突變可確保在搜尋空間中擁有搜尋可到達性(reachability)。若對一個沒有辦法

包含所有解的空間做搜尋，其找到的解有頂多僅是區域最佳解而已。

5.1 基因演算法則

基因演算法又稱遺傳演算法係由 John Holland 於 1975 年首度發表，發展基因演算法的動機，在於他們希望發展出具有強大能力且能被廣泛應用的演算法。藉由基因組合交換的方式，能在解答空間中不斷產生出新的點，以改善系統績效。其目的在於將自然界(natural system)生態的演進過程以較為抽象化的方式解釋，以及設計並建立一個融合自然生態特性的人工計算系統(computing system)。

5.1.1 基因演算法則流程

基因演算法演算過程如圖 5-1 所示。其中包含幾項重要的步驟，分別為一(1)編碼(coding)、(2)產生位元字串(bit string)、(3)產生初始母體(initial population)，並決定母體大小(population size)、(4)根據問題的特性，定義適應函數(fitness function)、(5)設計基本運算子(operators)，包含複製(reproduction)、交配(crossover)、突變(mutation)等三個基因運作流程、(6)決定參數，如交配率、突變率，以及終止條件。分述如下：

(1)編碼(coding)

編碼在基因演算法的過程中，是最重要也是最困難的一環，編碼的選擇將會影響基因演算法搜尋的結果。為了避免產生無效的變數值，首先要先確認每個變數的合理值域，再將每個變數以固定長度的字串加以編碼。編碼方式可分為二進位(又稱間接編碼)編碼方式(binary coding)與直接編碼(direct coding)，主要的限制是解答空間要能夠以離散型態(discrete value)表達。基因演算法染色體編碼有以下幾點關鍵因子(key issue)：落在合理區域的染色體稱為合理解，落在求解空間的染色體稱為合法解。染色體由編碼空間對照回求解空間，有三種對照關係 1-to-1、n-to-1 及 1-to-n 對應關係。其中以 1-to-1 為最佳的編

碼，而 1-to-n 則為最不希望產生的編碼方式。

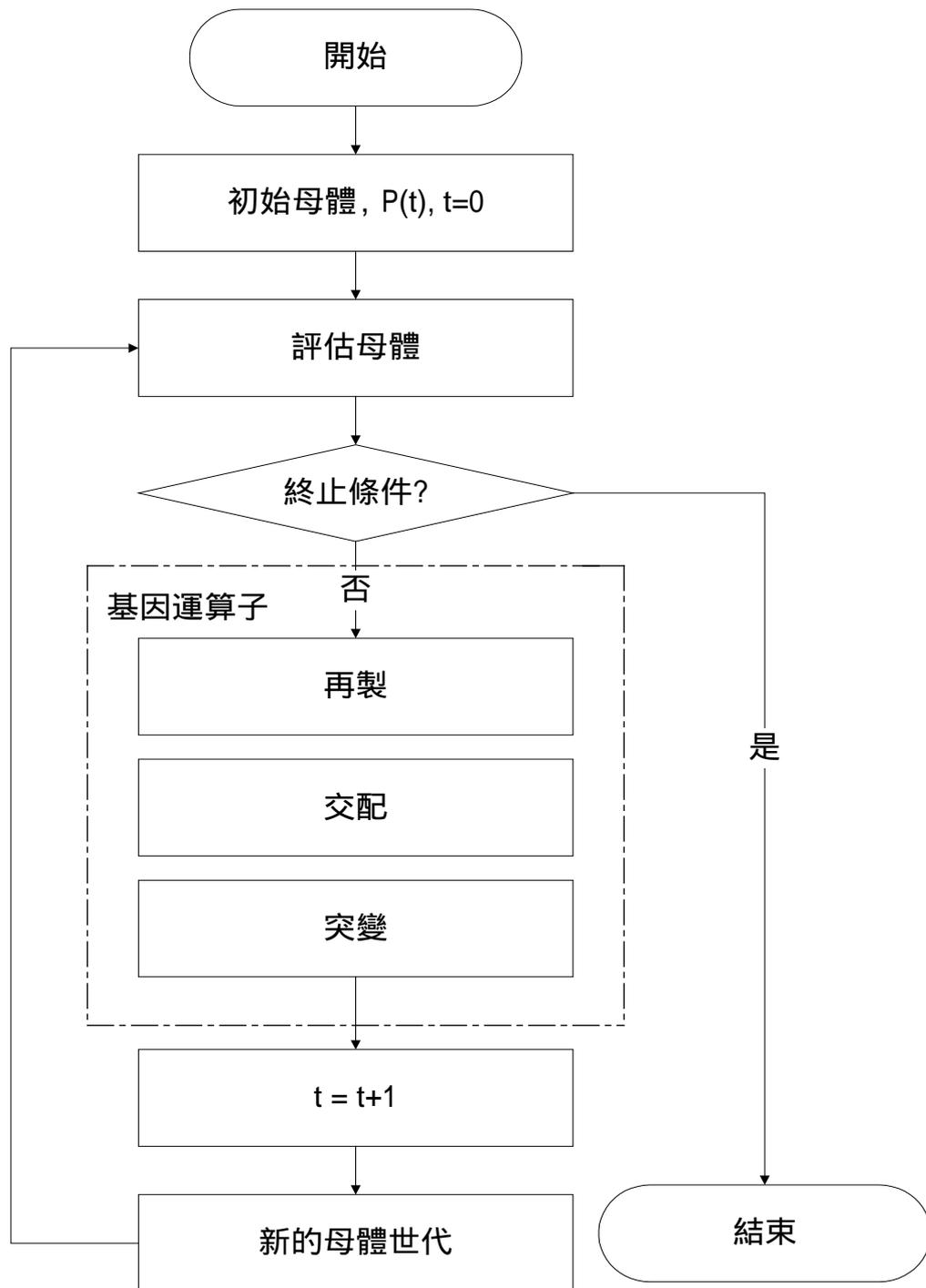


圖 5-1 傳統基因演算流程

(2) 產生位元字串(bit string)

將每個變數，依照編碼方式所產生的字串，依序連接之後，變成為一個完整的位元字串，在基因演算法中稱為「染色體」(chromosome)

或稱為「個體」(individual)，每條染色體便代表解答空間的一個點。基因演算法便是模擬物種進化的過程，保留適應能力高的基因，淘汰適應能力差的基因，使得整體的績效會隨著一代一代的演化而改善。

(3)產生初始母體(initial population)並決定母體大小

在產生初始母體前，需先決定族群的大小，族群數過大會耗費過多的計算時間，太小則有過早收斂之虞。初始母體的產生，可為隨機產生，或由啟發式產生。

(4)定義適應函數(fitness function)

根據不同的問題，發展出不同的適應函數，適應函數是表達問題的績效函數，在基因演算法中，適應函數的目的便是判斷某一組變數值之集合的適應程度，最終的目的就是要找到使適應值最高的那組變數值。

(5)設計基本運算子(operators)

基因演算法中位元字串間的基因組合與交換方式，便是經由演算子的操作方式來決定的，因此不同的問題，必須採用最合適的運算子設計。以簡易基因演算法來說，主要包含了三個運算子：(a)複製(reproduction)：類似生物的無性生殖。根據每個個體的適應函數值高低，決定該個體被複製的機率。因此，適應度較高的個體，就會有較高的機率被選擇到，而「自我複製」出下一代的新個體。(b)交配(crossover)：交配運算子提供了一個訊息(information)交換的機制，使得族群中不同的個體可經由隨機交配過程，互換基因，以產生新的子代(offspring)。(c)突變(mutation)：突變過程將交配後產生的子代，根據預設的突變機率進行突變。一般而言，突變的機率設定都不高。突變可以引進新的基因樣式，避免過早收斂。在高等生物中，由於結構的愈趨複雜，因此突變往往對高等生物是有害的。

(6)決定參數

基因演算法的參數設定將會影響，演算收斂的速度。過早收斂影

響解的品質，太慢收斂則耗費過多資源。因此，遺傳演算法在正常執行下，群體演化過程將趨向於全域最佳解。如何判斷系統是否已經收斂、何時該停止演化，或目標是否達成，常用的方式有下列幾項：

(a)演化代數：直接設定演化幾個代數即停止演算，至於應該幾代才適合需視問題複雜度及資料量而定。

(b)演化時間：設定演化時間，時間到達後即停止運算。

(c)當最佳解經幾個世代的演化而無改變時，即可視為找到最佳解。

(d)當最佳適合度函數值的變動量誤差持續數代在某個百分比內時，即可視為找到最佳解。

5.1.2 基因演算法之基本運算子(operators)

基因演算法主要包含了三個運算子，分別為複製(reproduction)、交配(crossover)及突變(mutation)。以下分別說明之：

(1)複製(reproduction)

根據每個個體的適應性函數值高低，來決定該個體被複製的機率。當適應性函數值越高的個體，其複製機率將相對提高，反之則越低。所以在下一子代的族群中，適應性函數值較低的個體將逐漸減少，而取而代之的則是適應性函數值較高的個體。

基因演算法常見的複製機率策略有下述三種：(a)等機率法：每個個體被複製的機率均相等。(b)比率法：根據個體適應性函數值佔總個體函數值和的比例，決定其複製機率。(c)排序法：個體被複製的機率決定其適應性函數的排序值。

(2)交配(crossover)

交配運算子在基因演算法中可算是最重要的運算子，因為透過交配運算子可以將基因字串(gene strings)重新排列組合以產生不同型態的染色體(chromosomes)。以下將介紹三種較為人熟知的交配運算子運作方式。其三種運算子主要的差異如圖 5-2 所示。

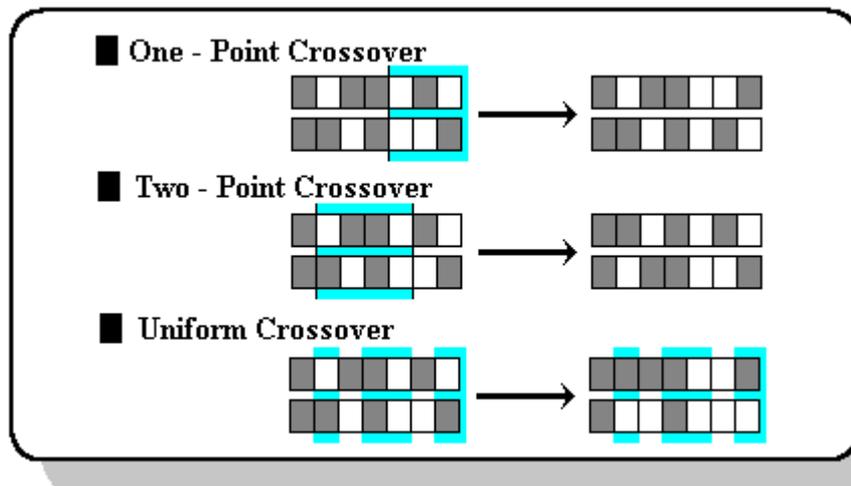


圖 5-2 三種交配運算子主要的差異圖

(a) 單點交配(one-point crossover)

單點交配的方式是以隨機的方式在所有可能的切點(crossover point)中任意選擇一切點，然後將切點左邊的基因予以保留，而切點右邊的基因予以互換。

(b) 雙點交配(two-point crossover)

雙點交配的方式與單點交配極為類似，所不同是雙點交配是以隨機的方式選擇兩個不同的切點，然後將兩切點中間的基因予以互換，其餘位於兩切點以外的基因予以保留。雙點交配能保留一個基因字串最前面及最後面的部份，僅將中間的部份置換掉，這一點是單點交配所做不到的地方。

(c) 均勻交配(uniform crossover)

均勻交配的方式是針對基因字串中的每一個基因，以類似擲銅板的方式來決定該基因是否互換。簡言之，對每一個基因而言，其互換的機率皆為 0.5。通常在採用均勻交配運算子之前，會對每一個基因隨機產生 0 或 1 的數，0 表示此基因不用互換，1 表示此基因要互換，而此一 0、1 的字串我們稱之為 Mask。

(3) 突變(mutation)

為了防止掉入區域最佳解的陷阱，突變機制是一個解決方法。基因演

算法中若只有交配程序而沒有突變程序，則將易掉入區域最佳解。而若只有突變程序而沒有交配程序，則該系統演化速度將會相當緩慢。在本研究中的二進位編碼的基因演算法系統中，突變是經由其中的 0 或 1 的 bit 值做補數運算。突變示意圖如圖 5-3 所示。

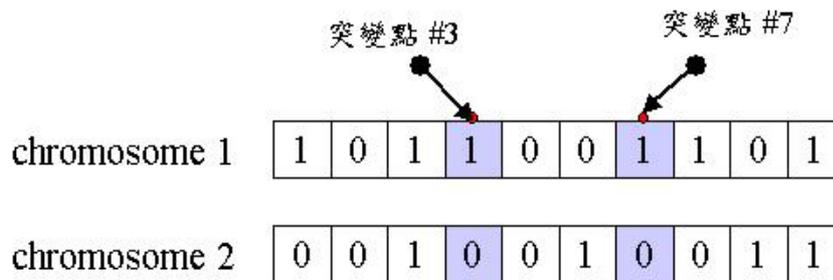


圖 5-3 突變示意圖

5.2 以 GA 求解損耗性 ELSP(EBP)的模式設計與相關說明

本模式主要是運用基因演算法，來規劃求解損耗 ELSP 目標函數，並結合合理解排程測試及尋找 (Proc FT) 演算程序，來解決經濟批量生產週期的決策問題。

在第四章第 4.2 中，我們曾探討過損耗性 ELSP(EBP)的模式主要有 PoT 和 GI 的兩種求解策略。而在後續小節中，本研究將陸續探討如何以 GA 來規劃求解兩種策略下的損耗性 ELSP(EBP)模式。

5.2.1 適應性函數說明 (fitness function)

在基因演算法中，適應性函數 (fitness function) 是用來評估 GA 的效能函數，它能夠反應出不同物種之間的差異，也就是能將次佳的物種迅速的淘汰。在本研究中適應性函數是根據其兩種策略下的目標函數所決定。由於在 PoT 和 GI 策略下具有相同的目標函數，因此適應性函數也是相同的。我們將適應性函數定義如式(5.1)所示：

$$\text{Min Fitness}(\{k_i\}, \tilde{B}) = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{a_i}{k_i \tilde{B}} + \frac{1}{2} d_i (\theta_i \xi_i + h_i) k_i \tilde{B} \right\} \quad (5.1)$$

在式(5.1)中，適應性函數的決策變數是由 $\{k_i\}$ 和 \bar{B} （基本週期的一階導數）來控制，這是因為在不考慮產能資源限制條件下（即每個基期上的總生產時間必須小於等於基本週期）之損耗性 ELSP(EBP) 模式，在給定一組 $\{k_i\}$ 乘數後，其平均總成本最小值必定落在該乘數區間的區域最小值（local minimum）上，亦即基本週期的一階導數 \bar{B} 上， \bar{B} 如下式(5.2)所示。

$$\bar{B} = \sqrt{\frac{2 \sum_{i=1}^n a_i / k_i}{\sum_{i=1}^n d_i (\xi_i \theta_i + h_i) k_i}} \quad (5.2)$$

由於忽略產能資源限制條件的考量，經由基因演算世代所求的 $(\{k_i\}, \bar{B})$ 集合雖然能夠確保損耗延伸基本週期模式的平均總成本落在較小平均總成本集合中，但卻無法保證其解合理可行。因此，我們將藉由第四章所介紹的 Proc FT 演算程序來幫助我們尋找在 $(\{k_i\}, \bar{B})$ 下的合理解生產排程，如果無法找到合理解生產排程則我們將固定 $\{k_i\}$ 集合，使用修正基本週期程序（詳述於 5.2.6 節），找出滿足產能資源限制條件且使得損耗性 ELSP(EBP) 模式的平均總成本最小的基本週期。最後，在所有合理解的集合中找到損耗性 ELSP(EBP) 的最小平均總成本。

5.2.2 限制式說明(Constraints)

若 PoT 策略下則模式限制式說明如下：

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^{z_i} x_{ij\varphi(j,t)} [(s_i + \beta_i(B))] \leq B, \text{ for } t = 1, \dots, 2^{\max_i \{z_i\}} \quad (5.3)$$

$$\sum_{j=0}^{z_i} \sum_{l=1}^{2^j} x_{ijl} = 1, \text{ for all } i=1, \dots, n \quad (5.4)$$

$$\text{where } \varphi(i,t) = \begin{cases} t \bmod 2^j, & \text{if } t \neq \gamma 2^j, \gamma \in N \\ 2^j, & \text{if } t = \gamma 2^j, \gamma \in N \end{cases} \quad (5.5)$$

and

$x_{ijt} \in \{0,1\}$ for all i, j, l

若 GI 策略下則模式限制式說明如下：

$$\sum_{i=1}^n w_{i\varphi(i,t)} [(s_i + \beta_i(B))] \leq B, \text{ for } t = 1, \dots, K \quad (5.6)$$

$$\text{where } K = \text{lcm}\{k_i\}, \quad (5.7)$$

$$\sum_{t=1}^{k_i} w_{it} = 1, \text{ for } i = 1, \dots, n \quad (5.8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} w_{it} = 1, \text{ if product } i \text{ is produced in the } t^{\text{th}} \text{ basic period.} \\ w_{it} = 0, \text{ otherwise.} \end{array} \right\}$$

$$\text{and } \varphi(i,t) = \begin{cases} t \bmod k_i, & \text{if } t \neq \gamma k_i, \gamma \in \mathbb{N} \\ k_i, & \text{if } t = \gamma k_i, \gamma \in \mathbb{N} \end{cases} \quad (5.9)$$

損耗性 ELSP(EBP)問題模式之兩種策略限制式之說明，可以參見第四章 4.2 節詳細說明。

5.2.3 染色體表示方式

本小節在染色體的表示方式在 PoT 和 GI 策略下有所不同，分別詳細介紹如下。

在 PoT 策略下其 k_i 乘數必須符合 2 的冪次方，即 $k_i = 2^{v(i)}, v(i) \geq 0$ 。因此在染色體基因組成的部分，是由每個產品的 k_i 乘數的 $v(i)$ 冪次方所組成。本模式之染色體表達方式如圖 5-4 所示，為一維陣列。而每一列則由每個產品的 $v(i)$ 冪次方所代表的基因依線性排列所組成，基因編碼部分則以二元向量(binary vector)編碼處理之。其中每個產品所代表的基因長度的決定則由 $v(i)$ 之上界來決定， $v(i)$ 的上界如下式(5.10)所示。($v(i)$ 的上界詳細推導過程請參見附錄 C.1。)

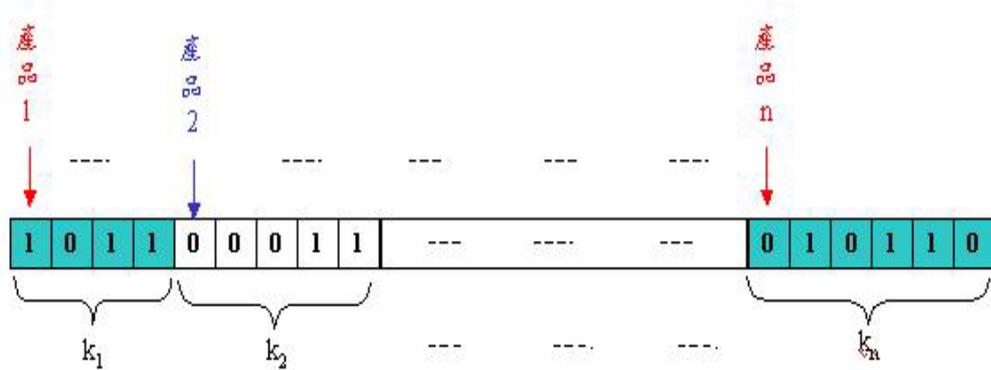


圖 5-4 染色體編碼方式

$$v(i) = \left\lceil \log_2 \left(\frac{TC_i^{RC} + \sqrt{(TC_i^{RC})^2 - (TC_i^{IS})^2}}{bplb * d_i (\xi_i \theta_i + h_i)} \right) \right\rceil \quad (5.10)$$

以例子來說明，假設產品 1 的 $v(i)$ 之上界為 5，因為 $2^2 < 5 < 2^3$ ，則在染色體的表示法中，我們將使用 3 個位元來表示 k_1 的長度。然而使用 3 個位元的染色體，其解碼後的實際值為 0 至 7，雖然包含了所有 $v(i)$ 下界至上界的組合，但仍有無效的變數值產生，因此當染色體解碼後的實際值若超過 k_1 乘數之上界時，我們則對該染色體區段的每個位元作補數運算。所以本研究其採取的基因編碼方式是屬 n-to-1 的編碼方式。

而若在 GI 策略下，染色體基因組成的部分，則是由每個產品的 k_i 乘數的所組成，基因編碼部分亦以二元向量(binary vector)編碼處理之。每個產品所代表的基因長度的決定則由 k_i 之上界來決定， k_i 的上界如下式(5.11)所示。（ k_i 的上界詳細推導過程請參見附錄 C.1。）

$$kub[i] = \frac{TC_i^{RC} + \sqrt{(TC_i^{RC})^2 - (TC_i^{IS})^2}}{bplb * d_i (\xi_i \theta_i + h_i)} \quad (5.11)$$

以例子來說明，假設產品 1 的 k_1 乘數之上界為 18，因為 $2^4 < 18 < 2^5$ ，則在染色體的表示法中，我們將使用 5 個位元來表示 k_1 的長度。然而使用 5 個位元的染色體，其解碼後的實際值為 0 至 31，

雖然包含了所有 k_1 乘數下界至上界的組合，但仍有無效的變數值產生，因此當染色體解碼後的實際值為 0 時，我們將其染色體修正為 k_1 乘數之下界 1。而染色體解碼後的實際值若超過 k_1 乘數之上界時，我們亦對該染色體區段的每個位元作補數運算。

5.2.4 延伸週期模式之基因演算流程

由於損耗 ELSP(EBP)問題屬於 NP-hard 且為一限制條件滿足問題，故利用基因演算法求解問題時，必須輔助以 Proc FT 演算程序。其目的是在適當的臨界成本所形成的可能解集中，搜尋損耗 ELSP(EBP)的最小成本解。其延伸週期模式之基因演算流程如圖 5-5 所示。而演算法說明如下：

步驟 1：定義初始參數。

- 1.1 讀入基因演算法參數，演算代數 (NoG)、母體數 (PS)、交配率 (CR)、突變率 (MR)、合理解檢測上界 (threshold)。
- 1.2 讀入成本參數， a_i 、 h_i 、 ξ_i 、 θ_i 。
- 1.3 讀入時間參數， s_i 。
- 1.4 讀入供給與需求參數， p_i 、 d_i 。

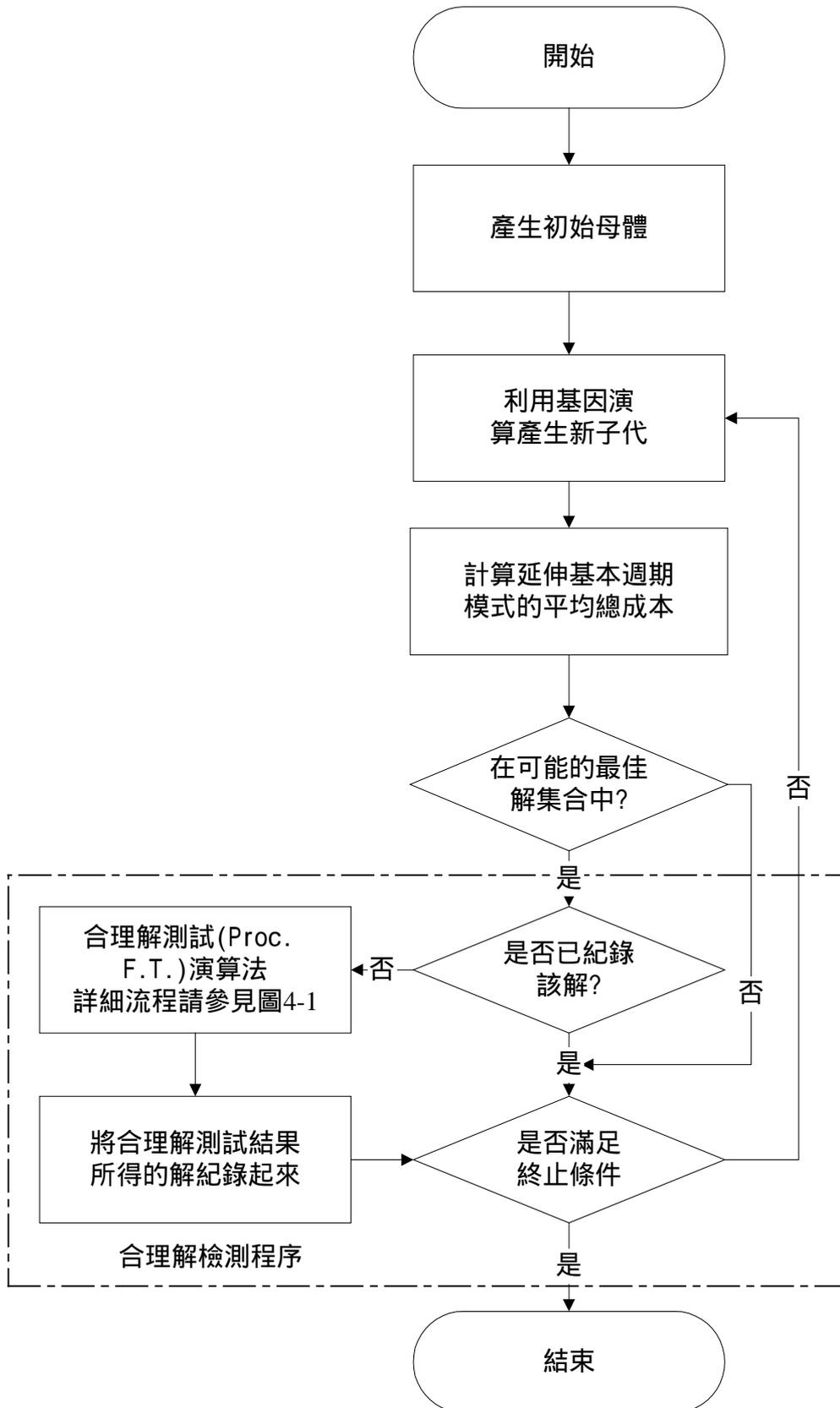


圖 5-5 結合限制條件之基因演算流程圖

步驟 2：產生初始母體。

- 2.1 令 $NoG=0$ 。
- 2.2 由每個產品 k_i 乘數之上界決定染色體之長度。
- 2.3 隨機設定 PS 個母體的染色體。
- 2.4 計算每一代所有母體之適應性函數。

步驟 3：

- 3.1 令 $NoG = 0$ 。
- 3.2 複製，本研究採比率法，根據個體適應性函數值佔總個體函數值和的比例，決定其複製機率。所以適應性函數值越大，相對的被挑選出來的機率也就越大，此法又被稱為輪盤式選擇法(roulette wheel selection method)。

步驟 4：交配，本研究採取雙點交配。

步驟 5：突變，對每個母體所代表的染色體產生相對應之突變亂數陣列，當突變亂數小於 MR 時，則將母體所代表的染色體位元作補數運算。

步驟 6：利用所得之 $(\{k_i\}, \bar{B})$ 計算損耗性 ELSP(EBP)模式的平均總成本 (TC^{EBP})。

步驟 7：合理解檢測程序。

- 7.1 輸入 threshold，令 $I=1$ ，I 表示目前檢測程序位於第幾個母體的位置，所以 $I \leq PS$ 。
- 7.2 判斷 $I \leq PS$ ，是則進入步驟 7.3，為否進入步驟 8。
- 7.3 判斷該母體 $TC^{EBP} \leq threshold$ 是否成立，是則進入步驟 7.4，為否則令 $I=I+1$ ，並回到步驟 7.2。
- 7.4 判斷該母體之 $\{k_i\}$ 是否已紀錄其解，是則進入步驟 7.5，為否則令 $I=I+1$ ，並回到步驟 7.2。
- 7.5 執行 Proc FT 演算法程序(演算詳細程序步驟請參見第四章 4.3.4 節)，並紀錄所有 Proc FT 排程過程中擁有最小的最大機台負載

之排程，並將之標記為 \bar{w} 。

7.5.1 在 $(\{k_i\}, \check{B})$ 的決策變數組合中是否能得到一組合理解排程，是則紀錄其合理解並令 $I=I+1$ ，回到步驟 7.2。為否則進入步驟 7.5.2。

7.5.2 固定 $\{k_i\}$ 集合，使用修正基本週期程序（詳述於 5.2.5），修正後的基本週期若能得到一組合理解排程，則紀錄其合理解。最後，不論是否找到合理解排程均令 $I=I+1$ ，回到步驟 7.2。

步驟 8：判斷是否到達終止條件

8.1 判斷 $NoG > 1000$ ，是則停止延伸週期模式之基因演算流程，為否則回到步驟 3。

5.2.5 修正基本週期程序

因為 $(\{k_i\}, \check{B})$ 決策變數組合並未考慮產能資源限制，所以在合理解檢測過程中並不一定可以得到合理解排程。即在 $lcm\{k_i\}$ 個數目的排程週期中，不論如何調整每種產品的開始生產週期，其最大的機台負載一定大於 \check{B} 。因此在本小節中，我們將在固定的 $\{k_i\}$ 乘數集合中，討論如何修正基本週期，使在 $lcm\{k_i\}$ 個數目的排程週期中最大之機台負載能夠小於或等於修正後的基本週期。

本研究利用合理解檢測過程所產生的多種不同產品排程結果中，紀錄所有 Proc FT 排程過程中擁有最小的最大機台負載之排程，並將之標記為 \bar{w} 。由產能資源限制式(5.3)為一元二次不等式得知，在 $lcm\{k_i\}$ 個數目的排程週期中共決定了 $lcm\{k_i\}$ 個基本週期得上下界。然而要確定一排程是否合理，只要確定其擁有最大機台負載的生產週期是否滿足產能資源限制，亦即 \bar{w} 的最大機台負載必須介於該生產週期的基本週期上下界間。本研究將 \bar{w} 排程之最大機台負載所在生產週期之上下界分別標記為 \overline{bpub} 和 \overline{bplb} 。因此，若 $\check{B} < \overline{bplb}$ ，則將基本週期修正為 \overline{bplb}

使其能滿足產能資源限制並使其損耗性 ELSP(EBP)模式的平均總成本最小化。若 $\bar{B} > \overline{bpub}$ ，則將基本週期修正為 \overline{bpub} 。最後在固定的 $\{k_i\}$ 乘數集合，修正基本週期使其滿足產能資源限制條件後，我們仍需檢查其成本是否合理。這是因為在 $\{k_i\}$ 乘數上界的設定中，我們很難避免上界範圍可能過大的情形而造成 $\{k_i\}$ 乘數本身就不合理，因此即使修正後的基本週期與 $\{k_i\}$ 乘數的決策變數組合已經滿足產能資源限制並使其損耗性 ELSP(EBP)模式的平均總成本最小化，但能有可能超過損耗 ELSP 平均總成本之上界即 TC^{RC} 。若未超過損耗 ELSP 平均總成本之上界，則修正基本週期程序必須紀錄其解，超過 TC^{RC} 則輸出沒有合理排程解。

5.3 以 GA 求解具損耗性之延伸週期法的參數設定討論

GA 欲設定的參數有四：族群數目(Population Size, PS)、交配率(Crossover Rate; CR)、突變率(Mutation Rate, MR)及繁衍的世代(Number of Generation, NoG)。這些參數的設定會影響求解的時間還有品質，根據問題的特性而定。

在參數的設定上，本研究以 Fujita[10]所提 6 組的數據作為樣本資料，然而該 6 組數據並未考慮損耗性，因此在損耗性上的產品基本資料則由本研究在合理情況下自行模擬設定(6 組範例之產品相關資料詳見附錄 C.2)。經由檢視 GA 參數和全部範例的平均績效指標 (Mean Performance Index, MPI) 之關係，對 GA 參數進行合理的設定。我們定義 MPI 如下式(5.10)所示：

$$MPI = \frac{TC^{GA} - TC^{IS}}{TC^{IS}} \quad (5.12)$$

其中 TC^{GA} 表示在不同的參數設定下，以 GA 求解具損耗性之延伸週期法所得之最佳解。而 MPI 所代表之意義為所得之解與最佳解間誤差之上限。因此當 MPI 其值越小代表擁有較佳之績效指標。

另外在 GA 參數的設定上，本研究以 PoT 策略下的損耗性

ELSP(EBP)為例。其主要的的原因在於 PoT 策略較 GI 策略在求解品質上具有時時效性及易收斂性之優勢。我們以一簡單的數值範例來說明之。假設有 10 種產品且每種產品其 k_i 上界均為 10, 在 PoT 策略下時, 即 k_i 乘數的範圍為 $\{2^0, 2^1, 2^2, 2^3\}$, 由表 4-1 得知每種產品的可能生產排程情形有 15 種, 而在 GI 策略下時, 由表 4-6 得知每種產品的可能生產排程情形有 $(10*9)/2$ 種; 即 55 種。因此 PoT 和 GI 策略下的 10 種損耗性產品 ELSP(EBP)模式的所有可能生產排程情形分別為 15^{10} 和 55^{10} 種。亦即 GI 策略下的求解空間 55^{10} 遠大於 PoT 策略下的求解空間 15^{10} , 因此 GI 策略下過大的求解空間造成 GA 演算法不易收斂。另外, 由於生產排程的總生產基期數目 K 為所有產品 k_i 的最小公倍數 ($lcm\{k_i\}$)。在此例中, PoT 策略下之 K 最大值為 8, 而 GI 策略下之 K 則容易過大。過多的生產基期會造成合理解測試演程序 (Proc FT) 花費太多的時間來判斷即尋找是否為合理的生產排程解, 且通常不易尋得。因此 GI 策略在理論上雖具有較大的求解空間而存在較佳的生產排程解, 但所必須花費的搜尋時間卻是十分沒效率的。

GA 參數設定的詳細流程圖如圖 5-6 所示。

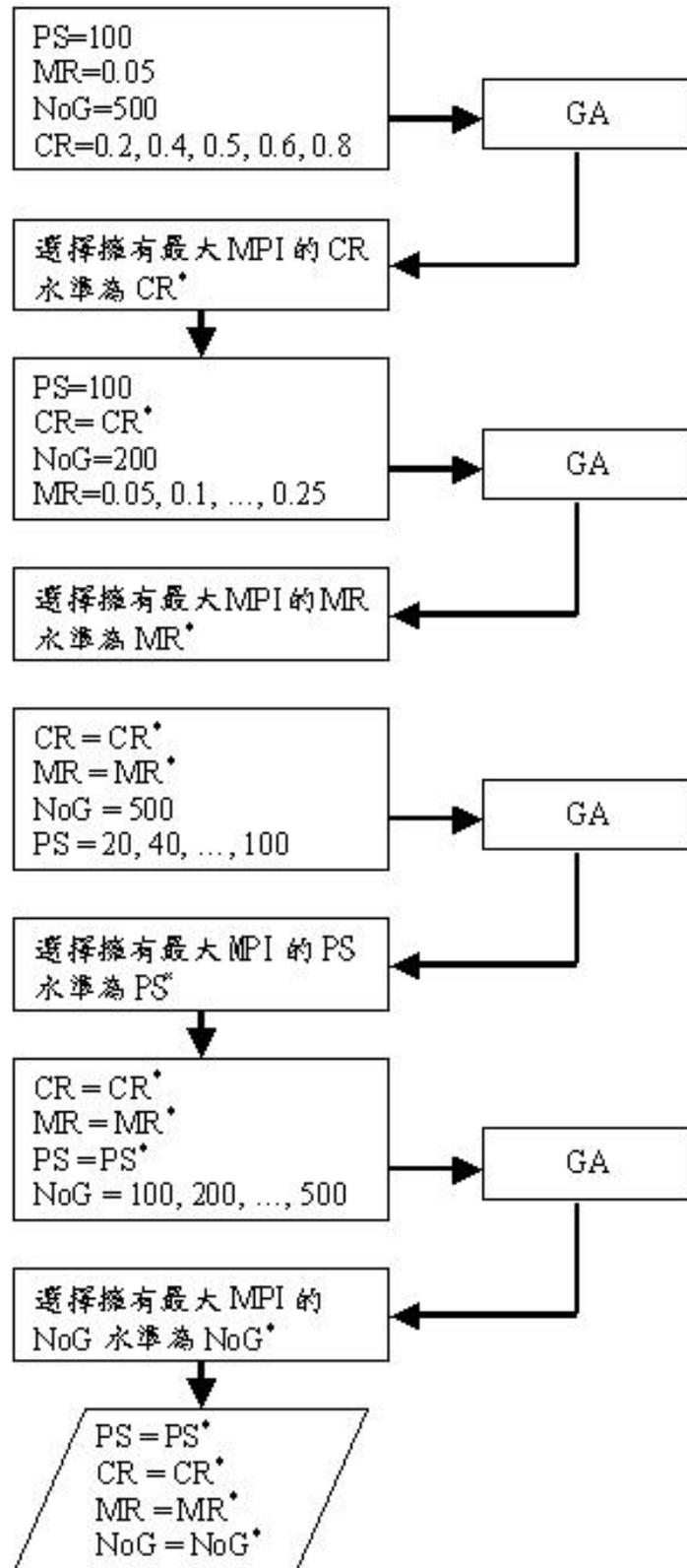


圖 5-6：GA 參數設定的流程圖

由圖 5-6 的參數流程圖順序，首先我們根據不同的交配機率求解 (預設值 $MR=0.05$, $PS=100$, $NoG=500$)。再將其 $MPI(\%)$ 平均，於是找出最適合的交配機率如下圖 5-7：

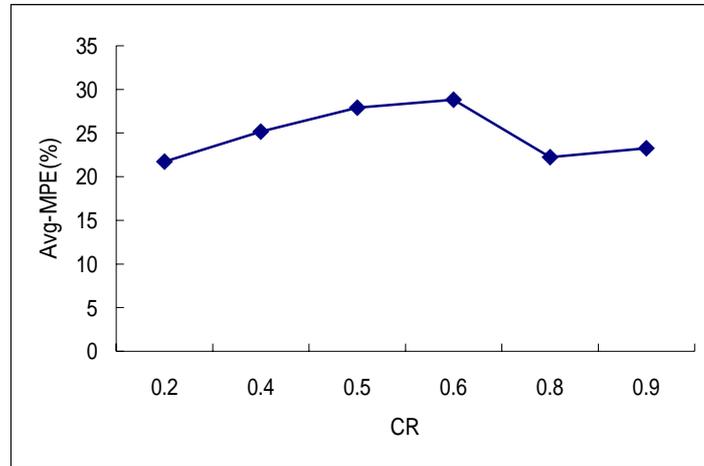


圖 5-7 GA 的交配機率及 $MPI(\%)$ 的結果比較

由上圖可知，交配機率設定為 0.8 可以有不錯之結果，故將交配機率(CR)設定為 0.8。

固定交配機率為 0.8，來測試突變機率(MR)，方式同上；結果如下圖 5-8：

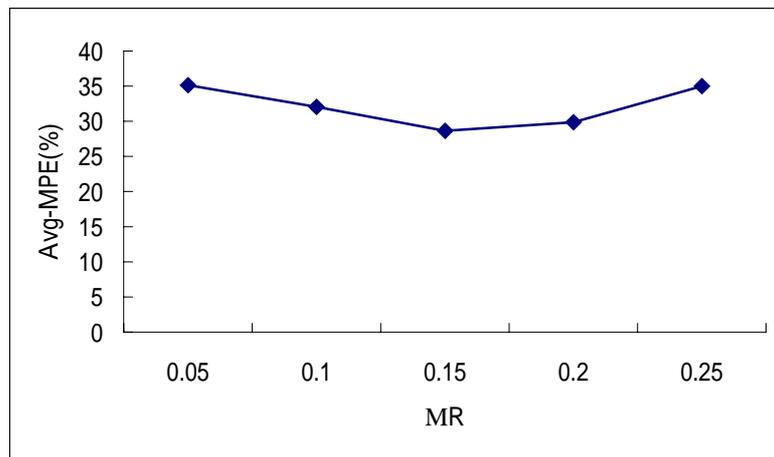


圖 5-8 GA 的突變機率及 $MPI(\%)$ 的結果比較

由上圖可知，突變機率設定為 0.15 可以有不錯之結果，故將突變機率(MR)設定為 0.15。

固定交配機率為 0.8 及突變機率為 0.15，來測試母體數目(PS)，

方式同上；結果如下圖 5 -9：

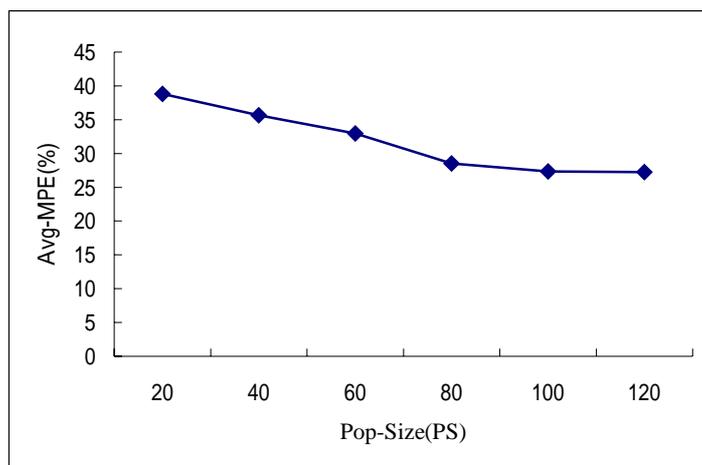


圖 5-9 GA 的母體數目及 MPI(%)的結果比較

由上圖可知，設定 100 可以有不錯之結果，故將母體數目(PS)設定為 100。

至於所產生後代數由於求解空間的大小與後代數成正比[18]，但是求解時間則也是本研究必須考慮的重點，過多的後代數目會造成求解時間的增加，故本研究將後代數目上限設定為 500 代，希望於 500 代之中找到符合的代數，利用已經得到的三個參數，使用同樣方法，得到圖 5-10。

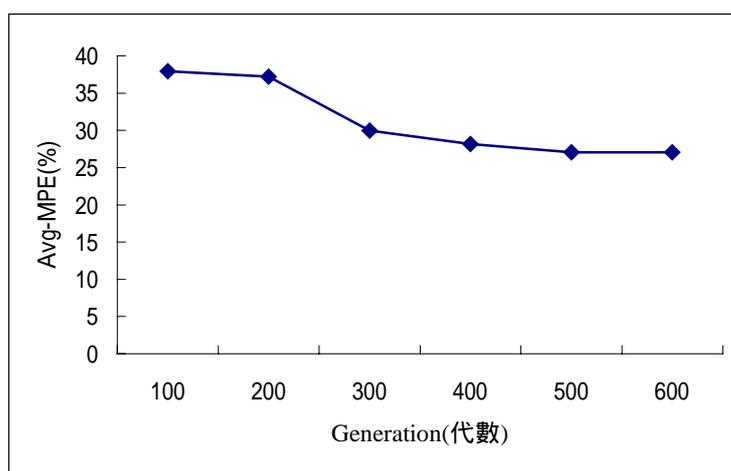


圖 5-10 GA 的繁衍代數及 MPI(%)的結果比較

經過比較之後，500 代所使用的平均執行時間(11.3 sec.)比 400 代所得到的平均執行時間(8.5 sec.)，平均執行時間並無明顯差異，但

與 600 代所使用的平均執行時間(21.3 sec.)則有明顯差異，所以在參數的選擇上，設定 GA 執行的後代數為 500 代。

本研究中著重提供損耗性 ELSP 不同條件下時，能有不同的最佳求解模式，故針對參數設定部份，若深入探討參數之間的設定及關係，除時間上力有未逮之外，亦為一項重大的工程，已超出本研究之範圍；故本研究中遺傳演算法之參數設定將以上列敘述為基礎。並將 GA 參數設定結果整理如下表 5-1 所示。

表 5-1：GA 參數設定的結果

項目	參數
母體數	100
演算代數	500
交配機率	0.8
突變率	機率 0.15 之均勻突變
染色體長度	依實際資料有所不同
交配方式	雙點交配
基因排列	線性排列
適應性函數	最小化成本

5.4 數值範例

在本小節中，本研究將利用上一章節所得之基因參數設定結果針對六組範例在兩種不同策略下比較其求解品質，其所得之結果分別如下表 5-2 及 5-3 所示（本研究之工作環境為 Pentium 800Mhz 之個人電腦中執行，作業系統為 Microsoft Windows 2000 Pressional，記憶體大小為 128MB）。

表 5-2 六組數據在 PoT 策略下所求得之解

組別	解	B	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9	k_{10}	MPI(%)	Time(sec)
第一組	46748.4	0.01760	2	2	8	2	8	8	8	2	4	1	44.044	3
第二組	61518.4	0.01389	2	4	2	8	8	4	4	8	4	1	46.0674	3
第三組	98045.8	0.01172	16	16	4	8	4	2	4	4	4	4	97.9823	23
第四組	208826	0.01847	4	1	4	4	4	4	4	4	1	2	20.2805	22
第五組	51177.4	0.01248	2	4	4	4	4	2	1	4	4	4	3.80560	1
第六組	115674	0.01422	2	4	8	4	8	8	1	2	4	4	9.78973	11

表 5-3 六組數據在 GI 策略下所求得之解

組別	解	B	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9	k_{10}	MPI(%)	Time(sec)
第一組	無解	無解												
第二組	100960	0.02181	2	12	2	6	12	12	8	5	8	1	139.716	225
第三組	174050	0.03556	12	2	6	6	3	1	1	6	6	4	251.456	1043
第四組	290913	0.03034	3	1	4	1	8	3	4	2	1	3	67.5613	207
第五組	55415	0.01392	3	2	3	12	6	2	1	6	3	6	12.4009	51
第六組	158490	0.01918	2	6	12	3	2	3	2	1	4	4	50.423	114

經由上面的實驗結果，本研究以 90% 信賴水準來檢測兩種策略方法在 MPI 值和執行時間 (Run-Time) 上是否有明顯之差異，檢測結果如下 (檢測的過程詳見附錄 C.3)。PoT 策略下之 MPI 值明顯小於 GI 策略下之 MPI 值，即 PoT 策略下所求之解品質較佳。而 PoT 策略下之 Run-Time 明顯小於 GI 策略下之 Run-Time，即 PoT 策略下在執行時間效率上較佳。(六組數據在兩種策略下的生產排程結果詳見附錄 C.4)

由上表 5-2 和 5-3 可看出即使是在相同的求解策略 (PoT 或 GI) 下，不同組的實驗數據在求解品質上 (MPI 值) 上或執行時間 (Run-Time) 上仍有相當大的差異，本研究發現主要是因為實驗數據問題本身的結構所影響，而其中影響最大的因素便在於產能使用率 ($\sum_{i=1}^n \rho_i$) 值的大小。 $\sum_{i=1}^n \rho_i$ 越大，其 MPI 有越大且 Run-Time 也越長的趨勢。由於本研究的貢獻主要在提出損耗性問題在不同環境變數下，其最佳的求解方法，因此類如 $\sum_{i=1}^n \rho_i$ 參數對求解品質與效率的影響，由於時間的限制，本研究已做好後續研究的傳承，故該部分已超出本研究之範圍。

5.5 以 GA 求解具損耗性 ELSP(EBP,GI)的困難點

在本小節中，我們將探討使用循環週期法 (詳見第三章) 和 EBP 模式兩種方法的求解品質。進而討論在參數值 $\sum_{i=1}^n \rho_i$ 之值極高的狀況

下，以 GA 求解損耗性損耗性 ELSP(EBP,GI)的困難點。

由於已知使用循環週期法所求的平均總成本為損耗 ELSP 模式的成本上界，即使用循環週期法時，其生產設備產能的利用率是最低的。而 EBP 模式則有效的改善了產能浪費的問題，避免過度產能的浪費而造成平均總成本之遽增。由上面的推論得知，當使用 GA 求解具損耗品 EBP 模式時，必須先確定循環週期法具有合理性。由第三章式(3.10)得知，循環週期法之合理性由循環週期法的上下界存在性決定，亦即當下式(5.14)式成立時，循環週期法有合理循環週期解。

$$\left(1 - \sum_{i=1}^n \rho_i\right)^2 \geq 2 \left(\sum_{i=1}^n \theta_i \rho_i\right) \left(\sum_{i=1}^n s_i\right) \quad (5.14)$$

另外由(3.10)式得知在滿足(5.10)後， T^{RC} 的範圍可能有三種狀況，下面我們將分析在不同的 T^{RC} 範圍中，當參數值 $\sum_{i=1}^n \rho_i$ 之值很高之情況下，以 GA 求解具損耗性之延伸週期法的困難點。

狀況 1： $T^{RC} = T^*$ 成立時

由第三章 3.2.2 小節中得知當每個產品之 a_i / H_i 值很接近時，以循環週期法求解即可得到一組非常靠近損耗 ELSP 成本下界之解。因此，本研究的實驗為了突顯使用 EBP 模式跟循環週期法的差異優勢，在樣本的收集上選取每個產品之 a_i / H_i 值差異大者來實驗，然而為了滿足 $T^{LB} \leq T^* = \sqrt{2 * a_i / H_i} \leq T^{UB}$ ，損耗 ELSP 模式平均總成本上下界成本差距有限。此時由產能限制的合理性式(5.14)來看，當 $\sum \rho_i = 0.7$ 或 $\sum \rho_i = 0.8$ 很大時， $\sum s_i$ 則必須要小一點。但若 $\sum s_i$ 變小，由式(5.14)得知，產品 i 的 k 乘數上界將會變得很大（約 50~150）。過大的 k 乘數上界可能造成基因演算法產生的染色體所代表的 k 乘數過大不合理，進而造成每一世代所產生的平均總成本超過損耗 ELSP 模式成本上界。即使所產生的平均總成本落在成本上下界之間時，也會因為 k 乘數太大而造成排程週期數目（ $lcm\{k_i\}$ ）太大（約 10 萬到 100 萬都有）而無法排程或是結果甚差（通常是無法排程），因此當參數值 $\sum \rho_i$

太大時，以 GA 求解具損耗性之延伸週期法是非常困難的。

狀況 2： $T^{RC} = T^{LB}$ （或 $T^{RC} = T^{UB}$ ）成立時，以 $T^{RC} = T^{LB}$ 為例

因為此時成本上界由 T^{LB} 控制，與每個產品之 a_i / H_i 值無關，因此在本研究的實驗中，可以成功拉開成本上下界來比較共同週期法和延伸基本週期法的求解品質。此時由產能限制的合理性式(5.14)得知，當 $\sum \rho_i = 0.7$ 或 $\sum \rho_i = 0.8$ 很大時， $\sum s_i$ 則必須要小一點。但若 $\sum s_i$ 變小，由式(3.10)得知， T^{LB} 將會變小。 T^{LB} 若變小，將牽動損耗 ELSP 模式成本上界下降。糟糕的是在本研究中的實驗發現為了滿足產能限制的合理性即式(5.14)時， $\sum s_i$ 變小會造成 T^{LB} 很接近 T^* 。意即成本上下界差距無法拉開，此時與狀況 1 情況相同，亦使用 GA 求解具損耗性之延伸週期法是非常困難的。

綜合狀況 1 和 2 的分析討論，當 $\sum \rho_i$ 很大時， $\sum s_i$ 無法太大也無法太小，根本無法決定 s_i 。因此本研究建議當 $\sum \rho_i$ 很大時，由於成本上下界無法拉開，因此決策者可以考慮使用循環週期法求解損耗 ELSP 模式問題。

第六章 結論與建議

6.1 結論及建議

本研究指出在產品具有損耗性可能發生的前提假設下，使用循環週期法找出損耗性 ELSP 模式下的最佳解。在探討損耗品 ELSP 模式，經由前面章節推導出在若干現實生活中可能發生的特定條件下，運用循環週期法的封閉解(closed-form solution)即為該模式之最佳解。同時，本研究亦對於所推導之特定條件進行敏感度分析，探討特定條件被寬鬆後，循環週期法所得之解與最佳解間誤差之上限。因為使用循環週期法所求的 TC^{RC} 和 TC^{RC} 與最佳解間誤差之上限可以很容易的使用公式來求得，所以在實務上循環週期法總是優先被拿來測試其解答的品質。如果使用循環週期法即可得到一組離最佳解誤差上限不大的可行解，則其他繁雜的啟發式解法則在時效上愈形拙劣。此外，生產管理的經理人可以藉由本研究成果在工業上將其推廣，例如：即可將其運用至群組技術；即在進行產品製造方法（或工具）的選用與產品至生產機台的指派，運用循環週期法對於生產管理經理人，有相當重要的參考意義。

而在捨棄了前提條件的情形下，本研究則利用以 GA 結合 Proc FT 演算法求解損耗性 ELSP(EBP)模式幫助決策者得到一組較佳的合理可行的排程解。本研究亦開發出一套視覺化的損耗品經濟批量排程應用系統，幫助決策者在不同環境變數及系統參數設定下快速的做出正確的決策，同時系統亦以報表將所有合理及最佳的排程結果輸出之。損耗品經濟批量排程應用系統畫面如下圖 6-1 所示。

最後，本研究將前面章節所探討的所有損耗品 ELSP 問題模式及適用時機做以下歸納。在前提條件滿足下，運用循環週期法求取最佳解。不滿足前提條件下，可運用循環週期法求取可行解，並進行敏感度分析。在上述的兩種情形下，我們亦可策略性允許延遲訂單，考慮延遲成本，求取延遲模式下的循環週期解來做一比較。若不滿意敏感度



圖 6-1 損耗品經濟批量排程應用系統

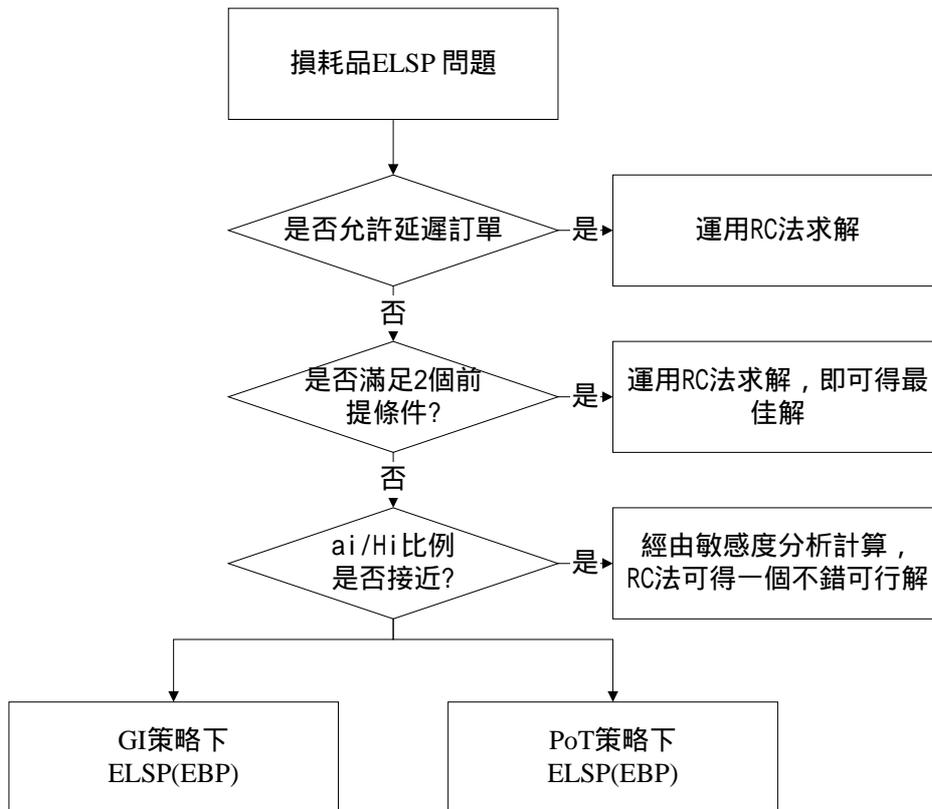


圖 6-2 損耗品問題模式分類及使用時機

分析結果，即運用循環週期法所得的可行解離成本下界差距過大，則可使使用損耗性 ELSP(EBP)模式。而損耗品問題模式分類及使用時機歸納圖如圖 6-2 所示。

6.2 未來研究方向

本研究及實作過程當中，發現許多值得發展之處，由於時間限制，將其提供做為未來研究之參考：

1. 損耗品部分：

本研究將產品壽命的損耗以指數分配為假設，而未來研究或許可以考慮使用其他分配，例如：均勻分配。

2. GA 演算法部分：

參數的設定部分，如運算子設計部分本研究採輪盤機率複製、雙點交配及均勻突變。建議未來研究可以嘗試不同運算子的設計，觀察在求解品質上是否有足夠的卓越的改善。

3. 其他部分：

在目標函數整體的規劃求解技術上，可以利用其他啟發演算法來嘗試解此問題，例如：模擬退火(Simulated Annealing; SA)、塔布搜尋(Tabu Search; TS)、類神經網路(Neural Network; NN)等。

以本研究問題而言，在產能資源限制條件中，嘗試以基因演算法搭配 Proc FT 啟發式演算法來求解目標函數平均最小總成本並判斷是否為合理解排程，若不是再以修正基本週期的程序將其修正為求解合理可行下的平均最小總成本。這樣的多種混雜演算法求解最佳化組合也可以列入考慮作為研究方向，使本問題更加完善。

參考文獻

- [1] Abad, P.L., " Optimal lot size for a perishable good under conditions of finite production and partial backordering and lost sale," *Computers and Industrial Engineering*, 38, 457-465 (2000).
- [2] Axsäter, S., "Alternative dynamic programming approaches to obtain upper bounds for the economic lot scheduling problem," *Eng Costs and prod Econ* 6, 179-189, 1982.
- [3] Boctor, F. F., "The G-group Heuristic for single machine lot scheduling," *International Journal of Production Research*, 25, 3, 363-379, 1987.
- [4] Bomberger, E. E., "A dynamic programming approach to a lot size scheduling problem," *Management Science* 12, 778-784, 1966.
- [5] Davis, S.G., "Scheduling economic lot scheduling problem runs," *Management Science* 36, 985-998, 1990.
- [6] Doll C.L. and Whybark DC. Thomas, "An interactive procedure for the single-machine multi-product lot scheduling problem," *Management Science*, 20, 50-55, 1973.
- [7] Elmaghraby, S.E., "The economic lot scheduling problem: review and extensions," *Report* 112, pp.587-598, 1976.
- [8] Elmaghraby, S.E., "The economic lot scheduling problem: review and extensions," *Management Science*, 24, 587-598, 1978.
- [9] Elsayed, E.A., & Teresi, C. " Analysis of inventory system with deteriorating items," *International Journal of Production Research*, 21, 449-460, 1983.
- [10] Fujita, S., "The Application of Marginal Analysis to the Economic Lot Scheduling Problem," *AIIE Transactions* 10, 4, 1978.
- [11] Gallego, G., "An Extension to the class of easy Economic lot scheduling problems," *IIE Transactions*, 22, 189-190, 1990.

- [12]Gallego, G. and I. Moon, "The effect of externalizing setups in the economic lot scheduling problem," *Operations Research*, 40, 614-619, 1992.
- [13]Gallego, G., "Reduced production rates in the economic lot scheduling problem," *International Journal of Production Research*, 31, 1035-1046, 1993.
- [14]Gallego, G. and I. Moon, "Strategic investment to reduce setups times in the economic lot scheduling problem," *Naval research logistics*, . 42, 773-790, 1995.
- [15]Geng, P.C. & Vickson, R.G., "Two Heuristics for the economic lot scheduling problem: an experimental study," *Naval Res Logist* 35, 605-617, 1988.
- [16]Glass, C.A., "Feasibility of scheduling lot sizes of three products on one machine," *Management Science*, 38, 1482-1494, 1992.
- [17]Ghare, P.M., and G.F. Schrader, "A model for an exponentially decaying inventory," *Journal of Industrial Engineering*, 14, 238-243, 1963.
- [18]Goldberg, D. E., "Genetic and evolutionary algorithm come of age, " *Communications of the ACM*, 37, 113 – 119, 1994.
- [19]Goyal, S.K., "Scheduling a multi-product single-machine system," *Operations Research*, 24, 261-266, 1973.
- [20]Graham, R.L., "Bounds on Multiprocessing Timing Anomalies," *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 17, 416-429, 1969.
- [21]Haessler, R. and Hogue., "A Note on the Single Machine Multi-Product Lot Scheduling Problem," *Management Science* 22, 8, 909-912, 1976.
- [22]Ham, I.; Hitomi, K. & Yoshida, T., *GroupTechnology:Applications to Production Management*, Kluwer-Nijhoff Publishing, Boston, 2, 1985.

- [23]Hanssmann, F., *Operation Research in Production and Inventory*, New York City 158-160, 1962.
- [24]Harris, F. W., "How many parts to make at once," *Operational Research* 38, 947-950, 1990.
- [25]Heng, K.J. , Labban, J., & Linn, R.J. " An order-level lot-size inventory model for deteriorating items with finite replenishment rate," *Computers and Industrial Engineering*, 20, 187-197, 1991.
- [26]Hsu, W. L., "On the general feasibility test of scheduling lot sizes for several products on one machine," *Management Science* 29, 93-105, 1983.
- [27]Khouja, M., "The economic lot scheduling problem under volume flexibility, forthcoming," *The International Journal of Production Economics*, 48, 73-86, 1997.
- [28]Khouja, M., Z. Michalewicz, and M. Wilmot, "The Use of Genetic Algorithms to Solve the Economic Lot Size Scheduling Problem," *European Journal of Operation Research*, 110, 509-524, 1998.
- [29]Kim, S. L., J. C. Hayya, and J. Hong, "Setup reduction and machine availability," *Production and Operations Management*, 4, 76-90, 1995.
- [30]Lopez, M.A. and B.G. Kingsman, " The Economic Lot Scheduling Problem: Theory and Practice," *International Journal of Production Economics*, 23, 147-164, 1991.
- [31]Madigan, J.C., "Scheduling a multi-product single machine system for an infinite planning period," *Management Science*, 14, 713-719, 1968.
- [32]Misra, R.B. " Optimal production lot size model for a system with deteriorating items," *International Journal of Production Research*, 13, 495-505, 1975.
- [33]Nahmias, S., "Perishable inventory theory: a Review, " *Operations*

Research, 30, 680-708, 1978

- [34] Park, K. and D. Yun, "A Stepwise Partial Enumeration Algorithm for the Economic Lot Scheduling Problem", *IIE Transactions*, 16, 363-370, 1984.
- [35] Philip, C. and Robert R., "When is the economic lot scheduling problem easy," *European Journal of Operational Research*, 110, 509-524, 1998.
- [36] Pinedo, M., *Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems*. (Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall), 1993.
- [37] Raafat, F. " Survey of literature on continuously deteriorating inventory models," *Journal of Operational Research Society*, 42, 27-37, 1991.
- [38] Rogers, J., "A computational approach to the economic lot scheduling problem," *Management Science* 4, 264-291, 1958.
- [39] Silver, E., "Deliberately slowing down output in a family production context," *International Journal of Production Research*, 29, 17-27. 1990.
- [40] Yao, M. J., "The economic lot scheduling problem with extension to multiple resource constraints," Unpublished Ph.D. Dissertation, North Carolina State University, Raleigh, North Carolina USA, 1999.
- [41] Yao, M.J., "On the Feasibility Testing Problem for the Economic Lot Scheduling Problem," Proceedings of the 8th Bellman Continuum Conference, Hsinchu, Taiwan, 307-315 2000.
- [42] Yao, M.J., "The Peak Load Minimization Problem in Cyclic Production," *Computers and Operations Research*, 28, 1441-1460 (2001).
- [43] 王立志, 系統化運籌與供應鏈管理, 滄海書局, 1999。
- [44] 黃士芬, "遺傳演算法應用於模糊需求之經濟批量排程問題", 私立東海大學工業工程研究所碩士論文, 2001。

[45]陳英欽，“單台機器之經濟批量排程問題”，私立東海大學工業工程研究所碩士論文，2002。

[46]張皓傑，C++ Builder 4.0 程式設計聖經，和碩，臺北市，1999。

[47]<http://cindy.cis.nctu.edu.tw/> 交通大學資訊科學研究所。

附錄 A

A.1 損耗品 ELSP 模式獨立解法之推導

下面是藉由獨立解法的詳細推導過程，所決定的 T_i 。

由圖一可知，當時間 $t \in [0, \beta_i]$ ，產品 i 的存貨 $I_i(t)$ 可由下微分式(A.1)決定

$$\frac{dI_i(t)}{dt} + \theta_i I_i(t) = p_i - d_i, \quad I_i(0) = 0 \quad (\text{A.1})$$

相同的，當時間 $t \in [\beta_i, T_i]$ ，產品 i 的存貨 $I_i(t)$ 可由下微分式(A.2)決定

$$\frac{dI_i(t)}{dt} + \theta_i I_i(t) = -d_i, \quad I_i(T_i) = 0 \quad (\text{A.2})$$

由微分方程式(A.1)求解可得式(A.3)

$$I_i(t) = \frac{p_i - d_i}{\theta_i} (1 - e^{-\theta_i t}), \quad t \in [0, \beta_i] \quad (\text{A.3})$$

相同的，由微分方程式(A.2)求解可得式(A.4)

$$I_i(t) = \frac{d_i}{\theta_i} (e^{\theta_i(T_i-t)} - 1), \quad t \in [\beta_i, T_i] \quad (\text{A.4})$$

β_i 的決定可藉由當(A.3)式及(A.4)式在 $t = \beta_i$ 時之存貨水準求得，如式(A.5)

$$\beta_i = \left(\frac{1}{\theta_i} \right) \ln \left(\frac{p_i - d_i + d_i e^{\theta_i T_i}}{p_i} \right) \quad (\text{A.5})$$

將式(A.5)簡化，可得 $\beta_i = \frac{d_i}{p_i} \left(1 + \frac{T_i \theta_i}{2} \right) T_i$ 。則產品 i 在週期 T_i 內，存貨持

有總成本為 $h_i \int_0^{T_i} I_i(t) dt$ ；將上列 β_i 代入；可簡化得到下式(A.6)

$$h_i \int_0^{T_i} I_i(t) dt = \frac{h_i (p_i \beta_i - d_i T_i)}{\theta_i} \quad (\text{A.6})$$

因為產品 i 在 T_i 內損耗的總數為 $(p_i \beta_i - d_i T_i)$ ，所以產品 i 的損耗總成本為下式(A.7)

$$\xi_i(p_i\beta_i - d_iT_i) \quad (\text{A.7})$$

由式(A.6)及式(A.7)可得產品 i 的平均總成本 TC_i 為下式(A.8)

$$TC_i = \frac{a_i}{T_i} + \frac{1}{T_i} \left(\xi_i + \frac{h_i}{\theta_i} \right) (p_i\beta_i - d_iT_i) = \frac{a_i}{T_i} + \frac{1}{2} H_i T_i \quad (\text{A.8})$$

對方程式(A.8)中的 T_i 微分即可求得獨立循環時間 T_i^* 為下式(A.9)

$$T_i^* = \sqrt{\frac{2a_i}{H_i}} \quad (\text{A.9})$$

將(A.9)代入(A.8)即可得每單位時間的最小成本 TC_i^* 為下式(A.10)

$$TC_i^* = \frac{a_i}{T_i^*} + \frac{1}{2} H_i T_i^* \quad (\text{A.10})$$

A.2 損耗品 ELSP 模式循環週期法之推導

因為 RC 模式的敘述如下：

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n \left(\frac{a_i}{T} + \frac{1}{2} H_i T \right) \quad (\text{A.11})$$

$$\text{Subject to} \sum_{i=1}^n s_i + \beta_i \leq T \quad (\text{A.12})$$

對方程式(A.11)中的 T 微分即可求得循環週期時間 T^* 為下式(A.13)

$$T = T^* = \sqrt{\frac{2 \sum_{i=1}^n a_i}{\sum_{i=1}^n H_i}} \quad (\text{A.13})$$

由不等式(A.12)可推得

$$T^{LB} \leq T \leq T^{UB}$$

$$\Rightarrow T^{LB} = \frac{1 - \sum_{i=1}^n \rho_i - \sqrt{\left(1 - \sum_{i=1}^n \rho_i\right)^2 - 2 \left(\sum_{i=1}^n \theta_i \rho_i\right) \left(\sum_{i=1}^n s_i\right)}}{\sum_{i=1}^n \theta_i \rho_i}$$

$$T^{UB} = \frac{1 - \sum_{i=1}^n \rho_i + \sqrt{\left(1 - \sum_{i=1}^n \rho_i\right)^2 - 2 \left(\sum_{i=1}^n \theta_i \rho_i\right) \left(\sum_{i=1}^n s_i\right)}}{\sum_{i=1}^n \theta_i \rho_i}$$

$$T^{RC} = \begin{cases} T^*, & \text{if } T^{LB} \leq T^* \leq T^{UB} \\ T^{LB}, & \text{if } T^* < T^{LB} \\ T^{UB}, & \text{if } T^* > T^{UB} \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

將(A.14)代入(A.11)即可得 RC 法的平均總成本為下式(A.15)

$$TC^{RC} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{a_i}{T^{RC}} + \frac{1}{2} H_i T^{RC} \right) \quad (\text{A.15})$$

A.3 輔助定理 1 之證明

由式(3.10)和式(3.16)通分比較可得下式(A.16)

$$T_i^{LB} \geq T^{LB} \text{ and } T_i^{UB} \leq T^{UB} \text{ for all } i=1,2,\dots,n \quad (\text{A.16})$$

由前提條件 1，移項後可得式(A.17)

$$a_i = \frac{a_1 H_i}{H_1} \text{ for all } i=2,3,\dots,n \quad (\text{A.17})$$

將式(A.17)代入式(3.8)，可得下式(A.18)

$$T_1^* = T_2^* = \dots = T_n^* \quad (\text{A.18})$$

將式(A.17)代入式(3.15)，經計算後可得下式(A.19)

$$T^* = SQRT \left\{ \frac{2 \left(a_1 + \frac{a_1 H_2}{H_1} + \frac{a_1 H_3}{H_1} + \dots + \frac{a_1 H_n}{H_1} \right)}{H_1 + H_2 + H_3 + \dots + H_n} \right\}$$

$$\begin{aligned}
&= SQRT \left\{ \frac{2a_1 \left(1 + \frac{H_2}{H_1} + \frac{H_3}{H_1} + \dots + \frac{H_n}{H_1} \right)}{H_1 + H_2 + H_3 + \dots + H_n} \right\} \\
&= SQRT \left\{ \frac{2a_1 (H_1 + H_2 + H_3 + \dots + H_n)}{H_1 (H_1 + H_2 + H_3 + \dots + H_n)} \right\} \\
&= SQRT \left\{ \frac{2a_1}{H_1} \right\} \tag{A.19}
\end{aligned}$$

由式(A.18)和式(A.19)結合，可得下式(A.20)

$$T^* = T_1^* = T_2^* = \dots = T_n^* \tag{A.20}$$

由式(A.16)和式(A.18)結合，可得下式(A.21)

$$T^{LB} \leq T_i^{LB} \leq T^* = T_i^* \leq T_i^{UB} \leq T^{UB} \quad \text{for all } i=1,2,\dots,n \tag{A.21}$$

由式(A.21) IS 模式下定義的 T_i^{IS} 即式(3.11)和 RC 模式下定義的 T^{RC} 即式(3.17)，我們可得下式(3.18)

$$T^{RC} = T^* \quad \text{and} \quad T_i^{IS} = T_i^* \quad \text{for all } i=1,2,\dots,n \tag{A.22}$$

由式(A.19)和式(A.22)結合，則式(3.22)得證

$$T_i^{IS} = T^{RC} \quad \text{for all } i=1,2,\dots,n。$$

A.4 考慮機台產能之損耗品 ELSP 模式的 T_i^* 推導

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n \left(\frac{a_i}{T_i} + \frac{1}{2} H_i T_i \right) \tag{A.23a}$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_{i=1}^n \frac{s_i}{T_i} \leq \chi \tag{A.23b}$$

將限制式(A.23b)乘拉格朗日(Lagrange)乘數 λ_i 來求平均總成本(TC)最小值

$$TC = \sum_{i=1}^n \left(\frac{a_i}{T_i} + \frac{1}{2} H_i T_i + \lambda_i \left(\frac{s_i}{T_i} - \chi \right) \right)$$

將 TC 對所有產品之 T_i 求取一階導數偏微分即可求得每一產品的最佳循環週期 T_i^* 。

A.5 考慮機台產能且允許延遲訂單之損耗品 ELSP 模式的 H_i^b, ω_i, m_i 推導

$$\psi_i = (1 - \rho_i) T_{2i}, \quad \rho_i = d_i / p_i$$

$$TC^b(T_{1i}, T_{2i}) = a_i + \frac{1}{2} H_i T_{1i}^2 + \frac{1}{2} b_i d_i (1 - \rho_i) T_{2i}^2$$

$$\Pi(T_{1i}, T_{2i}) = \frac{TC^b(T_{1i}, T_{2i})}{T_{1i} + T_{2i}}$$

$$\frac{\partial TC^b}{\partial T_{1i}} = 0 \Rightarrow H_i T_{1i} = 0$$

$$\frac{\partial TC^b}{\partial T_{2i}} = 0 \Rightarrow b_i d_i (1 - \rho_i) T_{2i} = 0$$

$$\frac{T_{1i}}{T_{2i}} = \frac{b_i (1 - \rho_i)}{\theta_i \xi_i + h_i} = \frac{\omega_i}{m_i}, \quad \text{where } m_i = \theta_i \xi_i + h_i, \omega_i = b_i (1 - \rho_i)$$

$$\therefore \frac{T_{2i}}{T_{1i} + T_{2i}} = \frac{\theta_i \xi_i + h_i}{b_i (1 - \rho_i) + \theta_i \xi_i + h_i}$$

$$\Pi = \frac{a_i}{T_i} + \frac{1}{2} d_i m_i \left(\frac{\omega_i}{m_i + \omega_i} \right)^2 T_i + \frac{1}{2} d_i \omega_i \left(\frac{m_i}{m_i + \omega_i} \right)^2 T_i$$

$$= \frac{a_i}{T_i} + \frac{1}{2} d_i \frac{m_i \omega_i}{m_i + \omega_i} T_i$$

$$\therefore H_i^b = d_i \frac{(1 - \rho_i) b_i (\theta_i \xi_i + h_i)}{b_i (1 - \rho_i) + \theta_i \xi_i + h_i}$$

附錄 B

B.1 初始排程程序 (Proc IS)

Proc IS 演算步驟程序說明如下：

步驟 1：檢驗 γ 的值。

- 1.1 判斷 $\gamma = 0$ ，是則令 $\mathcal{g} = \emptyset$ 和 $W(\mathcal{g}) = \emptyset$ ，並進入步驟 2。
- 1.2 判斷 $\gamma > 0$ ，是則令 $\mathcal{g} = F$ 和 $W(\mathcal{g}) \equiv W(F) = W_0(F)$ ，即將原先 W_0 排程中之 F 產品集合排程維持不變，並進入步驟 2。

步驟 2：優先指派 k_i 乘數為 1 的產產品進入排程。

- 2.1 對所有未指派排程的產品 \bar{F} ，若其 k_i 乘數為 1，則優先指派 σ_i 到 $W(\mathcal{g})$ 排程，並更新 $\mathcal{g} = \mathcal{g} \cup \{j | j \in \bar{F} \text{ and } k_j = 1\}$ 。假使所有 \bar{F} 中的 k_j 均大於 1，則略過步驟 2。

步驟 3：將 $i \in (N - \mathcal{g})$ 的 σ_i 做降冪排列，並設 Ξ 代表排序 σ_i 後的產品集合之識別子。

步驟 4：檢驗在 Ξ 集合中的值：

- 4.1 判斷 $\Xi \neq \emptyset$ ，是則進入步驟 4.1.1。
 - 4.1.1 從 Ξ 集合中得到產品 \hat{i} ，且 $\hat{i} = \arg \max_{j \in \Xi} \{\sigma_j\}$ 。
 - 4.1.2 使用 Proc PS 程序將 σ_i 指派到 $W(\mathcal{g})$ 排程中。
 - 4.1.3 將 \mathcal{g} 和 Ξ 集合更新為 $\mathcal{g} = \mathcal{g} \cup \{\hat{i}\}$ 和 $\Xi = \Xi - \{\hat{i}\}$ ，並回到步驟 4。
- 4.2 判斷 $\Xi = \emptyset$ ，是令 $W = W(N)$ ，並停止 Proc IS 演算程序。

B.2 產品排程程序 (Proc PS)

Proc PS 演算步驟程序說明如下：

步驟 1：檢驗 γ 的值。

- 1.1 判斷 $\gamma = 0$ ，是則令 $\mathcal{g} = \emptyset$ 和 $W(\mathcal{g}) = \emptyset$ ，並進入步驟 2。
- 1.2 判斷 $\gamma > 0$ ，是則令 $\mathcal{g} = F$ 和 $W(\mathcal{g}) \equiv W(F) = W_0(F)$ ，即將原先 W_0 排程中之 F 產品集合排程維持不變，並進入步驟 2。

步驟 2：將 $k(\mathcal{g} \cup \{i\})$ 更新為 $k(\mathcal{g} \cup \{i\}) = lcm\{k(\mathcal{g}), k_i\}$

2.1 判斷 $k(g \cup \{i\}) > k(g)$ ，是則令 $W(g \cup \{i\})$ 的排程週期設為複製 $k(g \cup \{i\})/k(g)$ 倍 $W(g)$ 的排程週期數，並進入步驟 3。

2.2 判斷 $k(g \cup \{i\}) = k(g)$ ，是則令 $W(g \cup \{i\}) = W(g)$ ，並進入步驟 3。

步驟 3：計算 R_t 值。

3.1 R_t 為在初始部分生產排程 $W(g)$ 中的第 t 個基本生產週期之目前機台負載量， $t = 1, \dots, k(g)$ 。

$$R_t = \sum_{i \in g} w_{i\varphi}(k_i, t)(s_i + \beta_i)$$

$$l = \varphi(k_i, t) = \begin{cases} t \bmod k_i, & \text{if } t \neq \gamma k_i, \gamma \in N \\ k_i, & \text{if } t = \gamma k_i, \gamma \in N \end{cases} \text{ and } w_{il} = \{0,1\} \text{ for all } i \text{ and } l$$

步驟 4：選擇 w_{il}^* 。

步驟 5：由步驟 4 所得的 w_{il}^* 更新 $W(g \cup \{i\})$ 。

我們以簡單的範例來說明 Proc IS 和 Proc PS 演算程序所代表意義。假設各產品的資料如表 B-1 所示。

表 B-1 產品基本資料(Proc IS 和 Proc PS 範例)

產品	1	2
k 值	2	3
生產時間	5	10

產品 1 加入排程，因為 $k_1 = 2$ ，所以只排至基期二即可，其產品 1 加入排程後結果如表 B-2 所示。

表 B-2 產品 1 加入排程(Proc IS 和 Pro PS 範例)

	產品 1	總生產時間
k 值	2	
基期 1	5	5
基期 2	0	0

將產品 2 加入排程， k_1 及 k_2 的最小公倍數為 6，所以排至基期六，再產品 2 的生產時間填入所有基期內，最後合計目前每基期的生產時間。產品 2 加入排程後結果如表 B-3 所示。

表 B-3 產品 2 加入排程(Proc IS 和 Proc PS 範例)

	產品 1	產品 2	總生產時間
k 值	2	3	
基期 1	5	10	15
基期 2	0	10	10
基期 3	5	10	15
基期 4	0	10	10
基期 5	5	10	15
基期 6	0	10	10

由表 B-3 得知，基期二為總生產時間最小的第 1 個，所以產品 2 以基期二開始排程，並且以 3 基期生產一次的方式往下排，結果如表 B-4 所示：

表 B-4 決定產品 2 的排程週期(Proc IS 和 Proc PS 範例)

	產品 1	產品 2	總生產時間
k 值	2	3	
週期 1	5	0	5
週期 2	0	10	10
週期 3	5	0	5
週期 4	0	0	0
週期 5	5	10	15
週期 6	0	0	0

將每個產品按 Ξ 集合中之順序，依上述方法加入排程，直到所有的產品排完，即可完成 Proc IS 和 Proc PS 排程。

B.3 排程撫平程序 (Proc SS)

在執行 Proc SS 演算程序中，本研究使用了一些新的參數，其定義如下所示：

- τ : 擁有最大機台工作負載的基本生產週期。
- W^m : 在每次個別執行 Proc FT 程序中，及區域搜尋或重複改善 L^* 的過程，所得到的最小化機台工作負載的生產排程。
- $L(W^m)$: W^m 生產排程中，最大的機台工作負載量。
- W^* : 第一次使用 Proc IS 所得到的初始生產排程設為最佳生產排程。
- $L(W^*)$: W^* 生產排程中，最大的機台工作負載量。
- W : 一種可能的排程結果。
- $L(W)$: 使用 W 排程後，在所有基本生產週期中，機台之最大工作負載量。
- t : 假如 $L(W^m)$ 已被改善，則 $t=1$ ；否則 $t=0$ 。
- $\Gamma(\tau, W^m)$: $\{i | w_{i, \phi(k_i, \tau)} = 1 \text{ and } k_i > 1\}$ ，即位在最大機台工作負載的基本生產週期上生產且 k_i 乘數大於 1 的產品集合。
- $\Lambda(\tau, W^m)$: $\{i | w_{i, \phi(k_i, \tau)} = 0 \text{ and } k_i > 1\}$ 即非位在最大機台工作負載的基本生產週期上生產且 k_i 乘數大於 1 的產品集合。
- χ : 連續使用 Proc FT 程序且無法改善 L^* 的次數。

Proc SS 程序主要是經由移出程序、成對互換程序和 2 對 1 互換程序 3 個子程序來完成，而其 3 個子程序之詳細演算步驟程序分別說明如下：

(一) 移出程序 (Remove Routine)：

移出程序主要的目地在從擁有最大機台負載的基本生產週期中，將某個 $k_i > 1$ 的產品之 σ_i 指派到其他基本生產週期。移出程序的擬似程式碼敘述如下：

步驟 1：將所有屬於 $\Gamma(\tau, W^m)$ 的產品 i 之 σ_i 做降冪排列且標示為未受試

驗的產品。

步驟 2：檢驗是否有任何在 $\Gamma(\tau, W^m)$ 中的產品是未受試驗的

- 2.1 判斷 $\Gamma(\tau, W^m)$ 是否有未受試驗的產品，是則找出第一個未受試驗的產品 i ，且將產品 i 使用 Proc PS 重新排程以獲得一個較小的機台負載 $L(W)$ 和其對應之排程 W 。更新 $\Gamma(\tau, W^m) = \Gamma(\tau, W^m) - \{i\}$ 。進入步驟 3。
- 2.2 判斷 $\Gamma(\tau, W^m) = \emptyset$ ，是表示 $\Gamma(\tau, W^m)$ 所有產品均已受過試驗，停止 Remove Routine 演算程序。

步驟 3：檢驗 $L(W^m)$ 否已經改善：

- 3.1 判斷 $L(W) < L(W^m)$ ，是則令 $L(W) = L(W^m)$ 、 $W^m = W$ 和 $t = 1$ ，並停止 Remove Routine 演算程序。
- 3.2 判斷 $L(W) \geq L(W^m)$ ，是則標記產品 i 為已受試驗的，並回到步驟 2。

我們以簡單的範例來說明 Remove Routine 演算程序所代表意義。假設 $B=17$ ，但調整前最大的總生產時間為 21(即基期 5)大於 B ，所以該排程為不可行解，其 Remove Routine 改善前的生產排程如表 B-5 所示。將位於最大機台工作負載即基期 5 上生產且 $k_i > 1$ 的產品集合，按其產品生產時間降冪排序後可得 $\Gamma(\tau, W^m) = \{3, 2, 1\}$ 。因此產品 3 優先由基期 5 移出再依 Proc PS 重新排程，改善後的每個生產基期工時皆小於 B (最大的總生產時間變為 16)，如表 B-6 所示。所以 $(\{k_i\}, B)$ 為一合理可行的排程解。

表 B-5 改善前(Remove Routine 範例)

	產品 1	產品 2	產品 3	總生產時間
k 值	2	3	4	
基期 1	5	0	10	15
基期 2	0	6	0	6
基期 3	5	0	0	5
基期 4	0	0	0	0
基期 5	5	6	10	21
基期 6	0	0	0	0
基期 7	5	0	0	5
基期 8	0	6	0	6
基期 9	5	0	10	15
基期 10	0	0	0	0
基期 11	5	6	0	11
基期 12	0	0	0	0

表 B-6 改善後(Remove Routine 範例)

	產品 1	產品 2	產品 3	總生產時間
k 值	2	3	4	
基期 1	5	0	0	5
基期 2	0	6	0	6
基期 3	5	0	0	5
基期 4	0	0	10	10
基期 5	5	6	0	11
基期 6	0	0	0	0
基期 7	5	0	0	5
基期 8	0	6	10	16
基期 9	5	0	0	5
基期 10	0	0	0	0
基期 11	5	6	0	11
基期 12	0	0	10	10

(二) 成對互換程序 (Exchange Routine) :

成對互換程序嘗試降低 $lcm\{k_i\}$ 個基本生產週期中的最大機台工作負載，從擁有最大機台負載的基本生產週期中，將某個 $k_i > 1$ 的產品之生產排程與非最大機台負載的基本生產週期中的某個 $k_i > 1$ 的產品生產排程互換。成對互換程序的擬似程式碼敘述如下：

步驟 1：將 $i \in \Gamma(\tau, W^m)$ 中的 σ_i 做降冪排列，且 $j \in \Lambda(\tau, W^m)$ 中的 σ_j 做升冪排列。並標記 $i \in \Gamma(\tau, W^m)$ 和 $j \in \Lambda(\tau, W^m)$ 中的產品為未受試驗的。

步驟 2：檢驗是否有任何在 $\Gamma(\tau, W^m)$ 中的產品是為未受試驗的。

2.1 判斷 $\Gamma(\tau, W^m)$ 是否有未受試驗的產品，是則找出第一個未受試驗的產品 i ，並進入步驟 3。

2.2 判斷 $\Gamma(\tau, W^m) = \emptyset$ ，是則表示 $\Gamma(\tau, W^m)$ 所有產品均已受過試驗，停止 Exchange Routine 演算程序。

步驟 3：檢驗是否有任何在 $\Lambda(\tau, W^m)$ 中的產品是為未受試驗的。

3.1 判斷 $\Lambda(\tau, W^m)$ 是否有未受試驗的產品，是則找出第一個未受試驗的產品 j ，進入步驟 4。

3.2 判斷 $\Lambda(\tau, W^m)$ 是否均受過試驗，是則將 $\Lambda(\tau, W^m)$ 集合中的產品重新標記為未受試驗的且將產品 i 標記為已受試驗的，回到步驟 2。

步驟 4：比較 σ_i 和 σ_j 。

4.1 判斷 $\sigma_i > \sigma_j$ ，是則進入步驟 4.1.1。

4.1.1 將產品 i 從 W^m 排程中移出，並指派產品 j 的排程使其在標記 τ 的生產週期上生產。

4.1.2 將產品 i 使用 Proc PS 重新排程以獲得一個較小的機台負載 $L(W)$ 和其對應之排程 W 。

4.1.3 檢驗 $L(W^m)$ 否已經改善：

A. 判斷 $L(W) < L(W^m)$ ，是則令 $L(W) = L(W^m)$ 、 $W^m = W$ 和 $t = 1$ ，並停止 Exchange Routine 演算程序。

B. 判斷 $L(W) \geq L(W^m)$ ，是則標記產品 j 為已受試驗的，並

回到步驟 3。

4.2 判斷 $\sigma_i < \sigma_j$ ，是則回到步驟 3。

我們以簡單的範例來說明 Exchange Routine 演算程序所代表意義。假設 $B=13$ ，但調整前最大的總生產時間為 15(即基期 2)大於 B ，所以該排程為不可行解，其 Exchange Routine 改善前的生產排程如表 B-7 所示。將位於最大機台工作負載即基期 2 上生產且 $k_i > 1$ 的產品集合，按其產品生產時間降冪排序後可得 $\Gamma(\tau, W^m) = \{2, 1\}$ ，而未在基期 2 上生產且 $k_i > 1$ 的產品集合，按其產品生產時間升冪排序後可得 $\Lambda(\tau, W^m) = \{3\}$ 。因此產品 3 移至基期 2 生產，而產品 2 則由基期 2 移出再依 Proc PS 重新排程，改善後的每個生產基期工時皆小於 B (最大的總生產時間變為 10)，如表 B-8 所示。所以 $(\{k_i\}, B)$ 為一合理可行的排程解。

表 B-7 改善前(Exchange Routine 範例)

	產品 1	產品 2	產品 3	總生產時間
k 值	2	4	2	
基期 1	0	0	2	2
基期 2	5	10	0	15
基期 3	0	0	2	2
基期 4	5	0	0	5
基期 5	0	0	2	2
基期 6	5	10	0	15
基期 7	0	0	2	2
基期 8	5	0	0	5
基期 9	0	0	2	2
基期 10	5	10	0	15
基期 11	0	0	2	2
基期 12	5	0	0	5

表 B-8 改善後(Exchange Routine 範例)

	產品 1	產品 2	產品 3	總生產時間
k 值	2	4	2	
基期 1	0	10	0	10
基期 2	5	0	2	7
基期 3	0	0	0	0
基期 4	5	0	2	7
基期 5	0	10	0	10
基期 6	5	0	2	7
基期 7	0	0	0	0
基期 8	5	0	2	7
基期 9	0	10	0	10
基期 10	5	0	2	7
基期 11	0	0	0	0
基期 12	5	0	2	7

(三) 2 對 1 互換程序 (Two-One Routine)

2 對 1 互換程序嘗試降低 $lcm\{k_i\}$ 個基本生產週期中的最大機台工作負載，從擁有最大機台負載的基本生產週期中，將某個 $k_i > 1$ 的產品之生產排程與非最大機台負載的基本生產週期中的 2 個 $k_i > 1$ 的產品生產排程互換。2 對 1 互換程序的擬似程式碼敘述如下：

步驟 1：將 $i \in \Gamma(\tau, W^m)$ 中的 σ_i 做降冪排列，且 $j, l \in \Lambda(\tau, W^m)$ 中的 $\sigma_j + \sigma_l$ 做升冪排列。並標記 $i \in \Gamma(\tau, W^m)$ 和 $j, l \in \Lambda(\tau, W^m)$ 中的產品為未受試驗的。

步驟 2：檢驗是否有任何在 $\Gamma(\tau, W^m)$ 中的產品為未受試驗的。

2.1 判斷 $\Gamma(\tau, W^m)$ 是否有未受試驗的產品，是則找出第一個未受試驗的產品 i ，並進入步驟 3。

2.2 判斷 $\Gamma(\tau, W^m) = \emptyset$ ，是則表示 $\Gamma(\tau, W^m)$ 所有產品均已受過試驗，停止 Two-One Routine 演算程序。

步驟 3：檢驗是否有成對產品 j 和 l 在 $\Lambda(\tau, W^m)$ 中是為未受試驗的。

3.1 判斷 $\Lambda(\tau, W^m)$ 是否有未受試驗的成對產品 j 和 l ，是則找出第一個未受試驗的成對產品 j 和 l ，進入步驟 4。

3.2 判斷 $\Lambda(\tau, W^m)$ 是否均受過試驗，是則將 $\Lambda(\tau, W^m)$ 集合中的產品重新標記為未受試驗的且將產品 i 標記為已受試驗的，回到步驟 2。

步驟 4：比較 σ_i 和 $\sigma_j + \sigma_l$ 。

4.1 判斷 $\sigma_i > \sigma_j + \sigma_l$ ，是則進入步驟 4.1.1。

4.1.1 將產品 i 從 W^m 排程中移出，並指派成對產品 j 和 l 的排程使其在標記 τ 的生產週期上生產。

4.1.2 將產品 i 使用 Proc PS 重新排程以獲得一個較小的機台負載 $L(W)$ 和其對應之排程 W 。

4.1.3 檢驗 $L(W^m)$ 否已經改善：

A. 判斷 $L(W) < L(W^m)$ ，是則令 $L(W) = L(W^m)$ 、 $W^m = W$ 和 $t = 1$ ，並停止 Two-One Routine 演算程序。

B. 判斷 $L(W) \geq L(W^m)$ ，是則標記成對產品 j 和 l 為已受試驗的，並回到步驟 3。

4.2 判斷 $\sigma_i < \sigma_j + \sigma_l$ ，是則回到步驟 3。

我們以簡單的範例來說明 Two-One Routine 演算程序所代表意義。假設 $B=13$ ，但調整前最大的總生產時間為 15(即基期 1)大於 B ，所以該排程為不可行解，其 Two-One Routine 改善前的生產排程如表 B-9 所示。將位於最大機台工作負載即基期 1 上生產且 $k_i > 1$ 的產品集合，按其產品生產時間降冪排序後可得 $\Gamma(\tau, W^m) = \{2, 1\}$ ，而未在基期 1 上生產且 $k_i > 1$ 的產品所行程的產品成對集合中，按成對產品生產總時間升冪排序後可得 $\Lambda(\tau, W^m) = \{3, 4\}$ 。因此產品 3 及產品 4 移至基期 1 生產，而產品 2 則由基期 1 移出再依 Proc PS 重新排程，改善後的每個生產基期工時皆小於 B (最大的總生產時間變為 12)，如表 B-10 所示。所以 $(\{k_i\}, B)$ 為一合理可行的排程解。

表 B-9 改善前(Two-One Routine 範例)

	產品 1	產品 2	產品 3	產品 4	總生產時間
k 值	2	4	2	2	
基期 1	5	10	0	0	15
基期 2	0	0	2	5	7
基期 3	5	0	0	0	5
基期 4	0	0	2	5	7
基期 5	5	10	0	0	15
基期 6	0	0	2	5	7
基期 7	5	0	0	0	5
基期 8	0	0	2	5	7
基期 9	5	10	0	0	15
基期 10	0	0	2	5	7
基期 11	5	0	0	0	5
基期 12	0	0	2	5	7

表 B-10 改善後(Two-One Routine 範例)

	產品 1	產品 2	產品 3	產品 4	總生產時間
k 值	2	4	2	2	
基期 1	5	0	2	5	12
基期 2	0	10	0	0	10
基期 3	5	0	2	5	12
基期 4	0	0	0	0	0
基期 5	5	0	2	5	12
基期 6	0	10	0	0	10
基期 7	5	0	2	5	12
基期 8	0	0	0	0	0
基期 9	5	0	2	5	12
基期 10	0	10	0	0	10
基期 11	5	0	2	5	12
基期 12	0	0	0	0	0

附錄 C

C.1 k_i 和 $v(i)$ 上界之推導

假設 TC_i^{RC} 表示產品 i 使用循環週期法所得的平均成本，而 $bplb$ 則表示基本週期的下界。因為每個產品 i 的循環週期必定大於等於其整備時間，而基本週期又必須滿足所有 K 個排程週期的機台負載情形下，所以基本週期的下界($bplb$)可藉由當循環週期等於整備時間時，在所有 K 個排程週期中的最大機台負載來表示，即下式(C.1)所示。

$$bplb = \max(s_i + \beta_i(s_i)), \text{ for } t = 1, \dots, K = \text{lcm}\{k_i\} \quad (\text{C.1})$$

k_i 乘數之上界 $kub[i]$ 可由單一產品在使用基本週期下界下所得的平均成本必定小於等於使用循環週期法所得的平均成本來決定，即下式不等式(C.2)所示。

$$\frac{a_i}{k_i * bplb} + \frac{1}{2} d_i (\theta_i \xi_i + h_i) k_i * bplb \leq TC_i^{RC} \quad (\text{C.2})$$

而每個產品之 $kub[i]$ 則由式(C.2)求得，表示如下式(C.3)。

$$kub[i] = \frac{TC_i^{RC} + \sqrt{(TC_i^{RC})^2 - (TC_i^{IS})^2}}{bplb * d_i (\xi_i \theta_i + h_i)} \quad (\text{C.3})$$

若在 PoT 策略下即 $k_i = 2^{v(i)}$, $v(i) \geq 0$ ，因此 $v(i)$ 的上界如下式(C.4)所示。

$$v(i) = \left\lceil \log_2 \left(\frac{TC_i^{RC} + \sqrt{(TC_i^{RC})^2 - (TC_i^{IS})^2}}{bplb * d_i (\xi_i \theta_i + h_i)} \right) \right\rceil \quad (\text{C.4})$$

C.2 六組損耗 ELSP 基本資料及參數設定表

表 C-1：第一組範例基本資料

	a_i	h_i	p_i	d_i	s_i	θ_i	ξ_i
1	15	0.00065	7218000	96000	0.00052	0.05	17
2	20	0.01775	1920000	96000	0.00052	0.07	10
3	30	0.01275	2280000	192000	0.00104	0.04	16
4	10	0.01000	1800240	384000	0.00052	0.07	18
5	110	0.27850	480000	19200	0.00208	0.07	20
6	50	0.02675	1443600	19200	0.00104	0.06	8
7	310	0.15000	576000	5760	0.00417	0.25	20
8	130	0.59000	312000	81600	0.00208	0.08	11
9	200	0.09000	480000	81600	0.00313	0.12	18
10	5	0.00400	3609120	96000	0.00052	0.12	14

表 C-2：第二組範例基本資料

	a_i	h_i	p_i	d_i	s_i	θ_i	ξ_i
1	50	0.00146	2640000	180000	0.00104	0.12	18
2	50	0.02644	480000	9600	0.00156	0.25	11
3	10	0.02869	336000	120000	0.00417	0.05	4
4	260	0.02250	1680000	38400	0.00208	0.3	9
5	70	0.62663	168000	12000	0.00052	0.22	14
6	160	0.06187	600000	24000	0.00104	0.23	18
7	30	0.03750	1320000	36000	0.00052	0.16	25
8	40	0.02333	720000	10800	0.00052	0.18	20
9	30	0.20250	1440000	50400	0.00313	0.05	5
10	20	0.00900	129651840	1080000	0.00104	0.24	14

表 C-3：第三組範例基本資料

	a_i	h_i	p_i	d_i	s_i	θ_i	ξ_i
1	70	0.00160	6045360	360000	0.00313	0.06	1
2	15	0.05220	904800	48000	0.00208	0.07	0.8
3	30	0.00855	936000	31200	0.00104	0.24	20
4	30	0.09000	468000	57600	0.00156	0.15	13
5	50	0.36970	1200000	144000	0.00313	0.12	14
6	10	0.00270	3600000	720000	0.00417	0.2	25
7	100	0.16280	4800000	180000	0.00104	0.14	22
8	200	0.61000	480000	22800	0.00052	0.2	18
9	20	0.02000	1464000	24000	0.00208	0.22	20
10	150	0.00750	3600000	72000	0.00052	0.22	16

表 C-4：第四組範例基本資料

	a_i	h_i	p_i	d_i	s_i	θ_i	ξ_i
1	185	0.02723	4800000	48000	0.00313	0.18	10
2	300	0.02690	8959920	1344000	0.00417	0.2	30
3	85	0.01830	1039920	31200	0.00365	0.12	10
4	150	0.25260	1799040	102000	0.00052	0.28	12
5	140	0.05262	1319520	76800	0.00156	0.12	20
6	360	0.34140	1018800	64800	0.00104	0.16	25
7	170	0.01941	710640	21600	0.00208	0.3	13
8	50	0.06186	1140480	80400	0.0026	0.15	12
9	200	0.16030	8520720	576000	0.00052	0.22	20
10	300	0.01990	4800000	228000	0.00104	0.22	16

表 C-5：第五組範例基本資料

	a_i	h_i	p_i	d_i	s_i	θ_i	ξ_i
1	50	0.01936	1080000	21600	0.002604	0.36	20
2	20	0.01232	369360	12000	0.000521	0.15	13
3	60	0.02068	576240	9600	0.003125	0.24	15
4	45	0.02224	288000	7200	0.004167	0.28	14
5	5	0.07480	504000	16800	0.003646	0.12	14
6	110	0.01056	4320000	216000	0.002083	0.16	14
7	60	0.04170	3291360	576000	0.001563	0.14	22
8	70	0.02610	1344000	16800	0.001042	0.15	18
9	90	0.01670	1560000	15600	0.000521	0.22	20
10	250	0.02956	1248000	46800	0.000521	0.22	16

表 C-6：第六組範例基本資料

	a_i	h_i	p_i	d_i	s_i	θ_i	ξ_i
1	140	0.095	6000000	216000	0.00156	0.34	12
2	70	0.0235	1440000	172800	0.00156	0.1	5
3	20	0.0065	5760000	100800	0.0026	0.08	8
4	30	0.022	144000	7200	0.00417	0.2	9
5	60	0.023	1680000	50400	0.00313	0.11	10
6	100	0.075	720000	50400	0.00365	0.13	8
7	300	0.1055	21600000	1080000	0.00052	0.14	25
8	60	0.014	5040000	504000	0.00052	0.1	11
9	55	0.0625	2160000	216000	0.00104	0.07	7
10	350	0.2955	9600000	216000	0.00208	0.12	14

C.3 MPI 及 Run-Time 假設檢定

首先我們想先探討 PoT 策略下所得 MPI 值是否明顯較 GI 策略下所得 MPI 值小，即 PoT 策略下所得之解離最佳解之誤差比例較小。因此我們對兩種策略下的 MPI 值平均數在 90% 的信賴水準下做假設檢定，並令其虛無和對立假設分別為 $H_0: \mu_{PoT} \geq \mu_{GI}$ 和 $H_1: \mu_{PoT} < \mu_{GI}$ 。而六組數據在 PoT 和 GI 兩種策略下所得 MPI 值及標準差如下表所示。

表 C-7：兩種策略下的 MPI 值之平均數和標準差

	PoT	GI
樣本數	$n_{PoT} = 6$	$n_{GI} = 5$
樣本平均數	$\bar{x}_{PoT} = 37.0129$	$\bar{x}_{GI} = 104.3114$
樣本標準差	$s_{PoT} = 34.5446$	$s_{GI} = 94.349$

由於 PoT 和 GI 為兩種獨立的解法，且母體標準差未知，所以必須先檢定母體標準差是否相同，因此本研究令其虛無和對立假設分別為 $H_0: \sigma_{PoT} = \sigma_{GI}$ 和 $H_1: \sigma_{PoT} \neq \sigma_{GI}$ 。經檢定結果，拒絕虛無，即標準差明顯不同。因此我們使用 t 分配來對兩種策略下的 MPI 值平均數做假設檢定，而 t 分配的自由度及 $t_{(v)}^*$ 值則可分別由式(C.5)和(C.6)來計算求得。

$$v = \frac{\left(\frac{s_{PoT}^2}{n_{PoT}} + \frac{s_{GI}^2}{n_{GI}} \right)^2}{\left(\frac{s_{PoT}^2}{n_{PoT}} \right)^2 / (n_{PoT} - 1) + \left(\frac{s_{GI}^2}{n_{GI}} \right)^2 / (n_{GI} - 1)} \quad (C.5)$$

$$t_{(v)}^* = \frac{(\bar{x}_{PoT} - \bar{x}_{GI})}{\sqrt{\frac{s_{PoT}^2}{n_{PoT}} + \frac{s_{GI}^2}{n_{GI}}}} \quad (C.6)$$

由(C.5)及(C.6)計算得 $v = 5$ 和 $|t_{(5)}^*| = 1.5217$ ，因為 $|t_{(5)}^*| > t_{0.1,5} = 1.476$ ，拒絕虛無，即 PoT 策略下所得之解離最佳解之誤差比例較小。

接下來我們想探討 PoT 策略下花費的執行時間(Run-Time)是否明顯較 GI 策略下快，因此我們對兩種策略下的 Run-Time 值平均數在

90%的信賴水準下做假設檢定，並令其虛無和對立假設分別為 $H_0: \mu_{PoT} \geq \mu_{GI}$ 和 $H_1: \mu_{PoT} < \mu_{GI}$ 。而六組數據在 PoT 和 GI 兩種策略下所得 Run-Time 值及標準差如下表所示。

表 C-8：兩種策略下的 Run-Time 值之平均數和標準差

	PoT	GI
樣本數	$n_{PoT} = 6$	$n_{GI} = 5$
樣本平均數	$\bar{x}_{PoT} = 10.667$	$\bar{x}_{GI} = 328$
樣本標準差	$s_{PoT} = 9.2676$	$s_{GI} = 363.043$

相同地，我們必須先檢定母體標準差是否相同，因此本研究令其虛無和對立假設分別為 $H_0: \sigma_{PoT} = \sigma_{GI}$ 和 $H_1: H_0: \sigma_{PoT} \neq \sigma_{GI}$ 。經檢定結果，拒絕虛無，即標準差明顯不同。所以我們使用 t 分配來對兩種策略下的 Run-Time 值平均數做假設檢定。由(C.5)及(C.6)計算得 $\nu = 5$ 和 $|t_{(5)}^*| = 1.9539$ ，因為 $|t_{(5)}^*| > t_{0.1,5} = 1.476$ ，拒絕虛無，即 PoT 策略下所得之解離最佳解之誤差比例較小。

C.4 六組數據在兩種策略下的排程結果

表 C-9 至表 C-19 的每一基期上的每種產品之機台負載是以原先產種產品之機台操作時間之 10000 倍來表示之。因此，在小計的欄位中所代表之每基期上的總機台負載必須小於 10000 倍之基本週期 B 。

表 C-9 第一組數據在 PoT 策略下的生產排程 ($10000*B=176$)

	產品 1	產品 2	產品 3	產品 4	產品 5	產品 6	產品 7	產品 8	產品 9	產品 10	小計
k 值	2	2	8	2	8	8	8	2	4	1	
基期 1				6.32				26.28		5.35	37.95
基期 2	5.28	5.47	11.3			10.56				5.35	43.24
基期 3				6.32				26.28		5.35	37.95
基期 4	5.28	5.47							36.56	5.35	57.94
基期 5				6.32				26.28		5.35	37.95
基期 6	5.28	5.47			21.66		42.09			5.35	85.13
基期 7				6.32				26.28		5.35	37.95
基期 8	5.28	5.47							36.56	5.35	57.94

表 C-10 第二組數據在 PoT 策略下的生產排程 ($10000*B=138.9$)

	產品 1	產品 2	產品 3	產品 4	產品 5	產品 6	產品 7	產品 8	產品 9	產品 10	小計
k 值	2	4	2	8	8	4	4	8	4	1	
基期 1			56.55							10.51	67.06
基期 2	11.13				5.58	10.84				10.51	49.19
基期 3			56.55							10.51	67.06
基期 4	11.13	15.94					5.35		32.34	10.51	86.4
基期 5			56.55							10.51	67.06
基期 6	11.13			21.31		10.84		5.29		10.51	70.21
基期 7			56.55							10.51	67.06
基期 8	11.13	15.94					5.35		32.34	10.51	86.4

表 C-11 第三組數據在 PoT 策略下的生產排程 (10000*B=117.2)

	產品 1	產品 2	產品 3	產品 4	產品 5	產品 6	產品 7	產品 8	產品 9	產品 10	小計
k 值	16	16	4	8	4	2	4	4	4	4	
基期 1						50.01	10.81				60.82
基期 2				17.55						5.31	22.86
基期 3						50.01			21.17		71.18
基期 4			10.77		35			5.46			51.23
基期 5						50.01	10.81				60.82
基期 6	33.11									5.31	71.53
基期 7						50.01			21.17		71.18
基期 8			10.77		35			5.46			51.23
基期 9						50.01	10.81				60.82
基期 10				17.55						5.31	22.86
基期 11						50.01			21.17		71.18
基期 12			10.77		35			5.46			51.23
基期 13						50.01	10.81				60.82
基期 14		21.94								5.31	27.25
基期 15						50.01			21.17		71.18
基期 16			10.77		35			5.46			51.23

表 C-12 第四組數據在 PoT 策略下的生產排程 (10000*B=184.7)

	產品 1	產品 2	產品 3	產品 4	產品 5	產品 6	產品 7	產品 8	產品 9	產品 10	小計
k 值	4	1	4	4	4	4	4	4	1	2	
基期 1		47.92						10.55	5.56	10.92	74.95
基期 2	31.56	47.92	37.55						5.56		122.59
基期 3		47.92		5.51			18.37		5.56	10.92	88.28
基期 4	31.56	47.92			16.54	21.87			5.56		123.45

表 C-13 第五組數據在 PoT 策略下的生產排程 (10000*B=124.8)

	產品 1	產品 2	產品 3	產品 4	產品 5	產品 6	產品 7	產品 8	產品 9	產品 10	小計
k 值	2	4	4	4	4	2	1	4	4	4	
基期 1				42.71		21.87	18.37				82.95
基期 2	26.56		31.77				18.37	10.55			87.25
基期 3					37.68	21.87	18.37				77.92
基期 4	26.56	5.38					18.37		5.26	5.41	60.98

表 C-14 第六組數據在 PoT 策略下的生產排程 (10000*B=142.2)

	產品 1	產品 2	產品 3	產品 4	產品 5	產品 6	產品 7	產品 8	產品 9	產品 10	小計
<i>k</i> 值	2	4	8	4	8	8	1	2	4	4	
基期 1	16.19						5.47	5.73	11.46		38.85
基期 2		17.51					5.47			21.3	44.28
基期 3	16.19			43.75			5.47	5.73			71.14
基期 4			26.5		32.19		5.47				64.16
基期 5	16.19						5.47	5.73	11.46		38.85
基期 6		17.51					5.47			21.3	44.28
基期 7	16.19			43.75			5.47	5.73			71.14
基期 8						39.01	5.47				44.48

表 C-15 第二組數據在 GI 策略下的生產排程 (10000*B=218.1)

	產品 1	產品 2	產品 3	產品 4	產品 5	產品 6	產品 7	產品 8	產品 9	產品 10	小計
k 值	2	4	2	8	8	4	4	8	4	1	
基期 1			56.55							10.51	67.06
基期 2	11.13				5.58					10.51	27.22
基期 3			56.55							10.51	67.06
基期 4	11.13							5.29	32.34	10.51	59.27
基期 5			56.55							10.51	67.06
基期 6	11.13	15.94		21.31						10.51	58.89
基期 7			56.55							10.51	67.06
基期 8	11.13						5.35			10.51	26.99
基期 9			56.55					5.29		10.51	72.35
基期 10	11.13					10.84				10.51	32.48
基期 11			56.55							10.51	67.06
基期 12	11.13			21.31						10.51	42.95
基期 13			56.55							10.51	67.06
基期 14	11.13							5.29		10.51	26.93
基期 15			56.55							10.51	67.06
基期 16	11.13						5.35			10.51	26.99
基期 17			56.55		5.58					10.51	72.64
基期 18	11.13	15.94		21.31						10.51	58.89
基期 19			56.55					5.29		10.51	72.35
基期 20	11.13									10.51	21.64
基期 21			56.55							10.51	67.06
基期 22	11.13					10.84				10.51	32.48
基期 23			56.55							10.51	67.06
基期 24	11.13			21.31			5.35	5.29		10.51	53.59
基期 25			56.55							10.51	67.06
基期 26	11.13									10.51	21.64
基期 27			56.55							10.51	67.06
基期 28	11.13									10.51	21.64
基期 29			56.55					5.29		10.51	72.35
基期 30	11.13	15.94		21.31						10.51	58.89
基期 31			56.55							10.51	67.06
基期 32	11.13				5.58		5.35			10.51	32.57
基期 33			56.55							10.51	67.06
基期 34	11.13					10.84		5.29		10.51	37.77

基期 35			56.55							10.51	67.06
基期 36	11.13			21.31						10.51	42.95
基期 37			56.55							10.51	67.06
基期 38	11.13									10.51	21.64
基期 39			56.55					5.29		10.51	72.35
基期 40	11.13						5.35			10.51	26.99
基期 41			56.55							10.51	67.06
基期 42	11.13	15.94		21.31						10.51	58.89
基期 43			56.55							10.51	67.06
基期 44	11.13							5.29		10.51	26.93
基期 45			56.55							10.51	67.06
基期 46	11.13					10.84				10.51	32.48
基期 47			56.55		5.58					10.51	72.64
基期 48	11.13			21.31			5.35			10.51	48.3
基期 49			56.55					5.29		10.51	72.35
基期 50	11.13									10.51	21.64
基期 51			56.55							10.51	67.06
基期 52	11.13									10.51	21.64
基期 53			56.55							10.51	67.06
基期 54	11.13	15.94		21.31				5.29		10.51	64.18
基期 55			56.55							10.51	67.06
基期 56	11.13						5.35			10.51	26.99
基期 57			56.55							10.51	67.06
基期 58	11.13					10.84				10.51	32.48
基期 59			56.55					5.29		10.51	72.35
基期 60	11.13			21.31						10.51	42.95
基期 61			56.55							10.51	67.06
基期 62	11.13				5.58					10.51	27.22
基期 63			56.55							10.51	67.06
基期 64	11.13						5.35	5.29		10.51	32.28
基期 65			56.55							10.51	67.06
基期 66	11.13	15.94		21.31						10.51	58.89
基期 67			56.55							10.51	67.06
基期 68	11.13									10.51	21.64
基期 69			56.55					5.29		10.51	72.35
基期 70	11.13					10.84				10.51	32.48
基期 71			56.55							10.51	67.06

基期 72	11.13			21.31			5.35			10.51	48.3
基期 73			56.55							10.51	67.06
基期 74	11.13							5.29		10.51	26.93
基期 75			56.55							10.51	67.06
基期 76	11.13									10.51	21.64
基期 77			56.55		5.58					10.51	72.64
基期 78	11.13	15.94		21.31						10.51	58.89
基期 79			56.55					5.29		10.51	72.35
基期 80	11.13						5.35			10.51	26.99
基期 81			56.55							10.51	67.06
基期 82	11.13					10.84				10.51	32.48
基期 83			56.55							10.51	67.06
基期 84	11.13			21.31				5.29		10.51	48.24
基期 85			56.55							10.51	67.06
基期 86	11.13									10.51	21.64
基期 87			56.55							10.51	67.06
基期 88	11.13						5.35			10.51	26.99
基期 89			56.55					5.29		10.51	72.35
基期 90	11.13	15.94		21.31						10.51	58.89
基期 91			56.55							10.51	67.06
基期 92	11.13				5.58					10.51	27.22
基期 93			56.55							10.51	67.06
基期 94	11.13					10.84		5.29		10.51	37.77
基期 95			56.55							10.51	67.06
基期 96	11.13			21.31			5.35			10.51	48.3
基期 97			56.55							10.51	67.06
基期 98	11.13									10.51	21.64
基期 99			56.55					5.29		10.51	72.35
基期 100	11.13									10.51	21.64
基期 101			56.55							10.51	67.06
基期 102	11.13	15.94		21.31						10.51	58.89
基期 103			56.55							10.51	67.06
基期 104	11.13						5.35	5.29		10.51	32.28
基期 105			56.55							10.51	67.06
基期 106	11.13					10.84				10.51	32.48
基期 107			56.55		5.58					10.51	72.64
基期 108	11.13			21.31						10.51	42.95

基期 109			56.55					5.29		10.51	72.35
基期 110	11.13									10.51	21.64
基期 111			56.55							10.51	67.06
基期 112	11.13						5.35			10.51	26.99
基期 113			56.55							10.51	67.06
基期 114	11.13	15.94		21.31				5.29		10.51	64.18
基期 115			56.55							10.51	67.06
基期 116	11.13									10.51	21.64
基期 117			56.55							10.51	67.06
基期 118	11.13					10.84				10.51	32.48
基期 119			56.55					5.29		10.51	72.35
基期 120	11.13			21.31			5.35			10.51	48.3

表 C-16 第三組數據在 GI 策略下的生產排程 (10000*B=355.6)

	產品 1	產品 2	產品 3	產品 4	產品 5	產品 6	產品 7	產品 8	產品 9	產品 10	小計
k 值	12	2	6	6	3	1	1	6	6	4	
基期 1		21.94				50.01	10.81	5.46	21.17		109.39
基期 2				17.55		50.01	10.81			5.31	83.68
基期 3		21.94			35	50.01	10.81				117.76
基期 4	33.11					50.01	10.81				93.93
基期 5		21.94	10.77			50.01	10.81				93.53
基期 6					35	50.01	10.81			5.31	101.13
基期 7		21.94				50.01	10.81	5.46	21.17		109.39
基期 8				17.55		50.01	10.81				78.37
基期 9		21.94			35	50.01	10.81				117.76
基期 10						50.01	10.81			5.31	66.13
基期 11		21.94				50.01	10.81				82.76
基期 12			10.77		35	50.01	10.81				106.59

表 C-17 第四組數據在 GI 策略下的生產排程 (10000*B=303.4)

	產品 1	產品 2	產品 3	產品 4	產品 5	產品 6	產品 7	產品 8	產品 9	產品 10	小計
k 值	3	1	4	1	8	3	4	2	1	3	
基期 1	31.56	47.92	37.55	5.31					5.56		127.9
基期 2		47.92		5.31		11.08		27.88	5.56		97.75
基期 3		47.92		5.31	16.54				5.56	10.92	86.25
基期 4	31.56	47.92		5.31			21.46	27.88	5.56		139.69
基期 5		47.92	37.55	5.31		11.08			5.56		107.42
基期 6		47.92		5.31				27.88	5.56	10.92	97.59
基期 7	31.56	47.92		5.31					5.56		90.35
基期 8		47.92		5.31		11.08	21.46	27.88	5.56		119.21
基期 9		47.92	37.55	5.31					5.56	10.92	107.26
基期 10	31.56	47.92		5.31				27.88	5.56		118.23
基期 11		47.92		5.31	16.54	11.08			5.56		86.41
基期 12		47.92		5.31			21.46	27.88	5.56	10.92	119.05
基期 13	31.56	47.92	37.55	5.31					5.56		127.9
基期 14		47.92		5.31		11.08		27.88	5.56		97.75
基期 15		47.92		5.31					5.56	10.92	69.71
基期 16	31.56	47.92		5.31			21.46	27.88	5.56		139.69
基期 17		47.92	37.55	5.31		11.08			5.56		107.42
基期 18		47.92		5.31				27.88	5.56	10.92	97.59
基期 19	31.56	47.92		5.31	16.54				5.56		106.89
基期 20		47.92		5.31		11.08	21.46	27.88	5.56		119.21
基期 21		47.92	37.55	5.31					5.56	10.92	107.26
基期 22	31.56	47.92		5.31				27.88	5.56		118.23
基期 23		47.92		5.31		11.08			5.56		69.87
基期 24		47.92		5.31			21.46	27.88	5.56	10.92	119.05

表 C-18 第五組數據在 GI 策略下的生產排程 (10000*B=139.2)

	產品 1	產品 2	產品 3	產品 4	產品 5	產品 6	產品 7	產品 8	產品 9	產品 10	小計
k 值	3	2	3	12	6	2	1	6	3	6	
基期 1	26.56					21.87	18.37				66.8
基期 2		5.38		42.71			18.37				66.46
基期 3			31.77			21.87	18.37		5.26		77.27
基期 4	26.56	5.38					18.37			5.41	55.72
基期 5					37.68	21.87	18.37				77.92
基期 6		5.38	31.77				18.37	10.55	5.26		71.33
基期 7	26.56					21.87	18.37				66.8
基期 8		5.38					18.37			5.41	29.16
基期 9			31.77			21.87	18.37		5.26		77.27
基期 10	26.56	5.38					18.37				50.31
基期 11					37.68	21.87	18.37				77.92
基期 12		5.38	31.77				18.37	10.55	5.26	5.41	76.74

表 C-19 第六組數據在 GI 策略下的生產排程 (10000*B=191.8)

	產品 1	產品 2	產品 3	產品 4	產品 5	產品 6	產品 7	產品 8	產品 9	產品 10	小計
k 值	2	6	12	3	2	3	2	1	4	4	
基期 1				43.75				5.73		21.3	70.78
基期 2	16.19		26.5		33.19		5.47	5.73			87.08
基期 3						39.01		5.73	11.46		56.2
基期 4	16.19			43.75	33.19		5.47	5.73			104.33
基期 5		17.51						5.73		21.3	44.54
基期 6	16.19				33.19	39.01	5.47	5.73			99.59
基期 7				43.75				5.73	11.46		60.94
基期 8	16.19				33.19		5.47	5.73			60.58
基期 9						39.01		5.73		21.3	66.04
基期 10	16.19			43.75	33.19		5.47	5.73			104.33
基期 11		17.51						5.73	11.46		34.7
基期 12	16.19				33.19	39.01	5.47	5.73			99.59