第一章　緒論

第一節　研究動機與背景

近年來，金融商品之豐富化及其進步日新月異，使得財務市場中資產價格（股價、匯率、利率及其它衍生性金融商品）的波動性和不穩定性與日俱增，現代人的投資腳步也不曾停歇過。但是，在 1995 年，霸菱銀行（Barings PLC）於日經指數期貨操作下，損失超過 13 億美元；在 1997 年金融風暴席捲全亞洲；在 1998 年美國長期資本管理資金（LTCM）因俄羅斯金融風暴，造成鉅額虧損；在 2000 年，全球網路股泡沫化，同年科技股因千禧年前需求激增，導致供過於求財務頻傳危機；在 2001 年，阿根廷經濟體系惡化，外資大舉匯出；在 2002 年 2 月，美國能源公司恩隆，亦因假造帳目爆發面臨倒閉。而上述之種種事件，往往導致投資人的鉅額損失。有鑑於此，早已看到許多研究投入投資風險的衡量，以期能找出一套數量化之風險控管系統，幫助投資人能夠採取適當的避險策略。

風險值（Value at Risk，VaR）的基本目標，在計算出「未來一定期間內，我們可以在多少百分比的信賴區間內，確定投資組合部位之最大損失額，不會超過多少。」以往企業規避市場風險，均以設定部位、交易限制及停損點來控管風險，但這並不能反應其部位之真正風險。若要精確地控管市場風險，則需以實際數字來反應真正的風險。風險值即為此一計算數字的有利工具。VaR 可以明確量化風險大小為絕對金額，縱然是不同之金融商品，也具有相加的特性，同時，它也適用於股票、債券、外幣及衍生性金融商品。

自 1993 年 G30（Group of Thirty）推薦風險值是一種衡量市場風險之最佳實務方法後，在 1994 年，J.P. Morgan 亦公佈所開發的 RiskMetrics 系統，以提供分別計算 VaR 值。且因此系統為免費之故，更加速了 VaR 導入金融體系。在 1995 年，國際清算銀行巴賽爾銀行監理委員會（Basel Committee on Banking Supervision），亦同意採用 VaR 為衡量市場風險之方法。同年，美國證券管理委員會（The Securities and Exchange Commission，SEC）也提議，運用 VaR 及其他方法來改善風險的揭露方式。我國們財務會計準則公報 27 號草稿，也明確建議企業利用風險值來揭露市場風險之量化資訊。由此可知，近十年來，全球金融監督機構對風險值之衡量與日遽增。在可預期之未來，以風險值衡量市場風險的方式，將會是風險管理工具的主流。

第二節　研究目的

近年來，台灣股票市場日益活絡，成交量與總市值不斷擴大，股票交易開戶的人數也屢創新高。在台灣，投資股票儼然成為全民運動。台灣證交所在民國 51 年開業。民國 69 年成立復華金融公司開放融資券；同年 7 月，開放當日沖銷，進而刺激成交量。台股也因資金充沛，於民國 79 年 2 月站上 12682 點。但隨即因為政府打算課徵證所稅之利空因素，大盤急轉直下，同年 10 月跌至 2485 點才止跌。其後歷經十年，於民國 89 年 2 月，因 PC 產業繁榮再次站上 10393 點，但同年卻因網路股泡沫及 911 大地震，再度跌回 3411 點。

一般投資人最常用的擴張信用工具是融資，因其使用，致使成交量兩度沖上 2500 億，但最後卻又因為崩跌而退回至 1300 億。台灣證交所雖曾於民國 74 年 7 月暫停當衝交易，卻在民國 83 年 1 月為刺激股市而重新開放。這兩次大跌過程中，這超過 1500 億的融資所購入的股票，大多呈現虧損狀況，其中不乏慘遭無力補繳而慘遭斷頭部分。本國自然人大多在股市大漲時陷入迷思，一時衝動隨即買進，更有甚者任意擴張信用，大筆融資買入。殊不知水能載舟亦能覆舟，忽略掉融資買入，必須考慮包括貸款金額，而非只是投入金額。此時，早已將風險衡量拋諸腦後。因為目前衡量風險之常用的工具，大多採用設定部位、交易限制及停損點，缺乏具體金額的陳述。因此，多數自然人均未加詳細考慮，每每在最後停損賣出時，已損失慘重。

因此，本研究參考國內外所發展之風險值評價文獻，嘗試以現有不同的模型來計算風險值，設法找出適合個別產業的風險值模型，以期能達成實際的避險功能。測試資料是以台灣股票市場中 70/01/01 至 90/12/31 這 20 年間的樣本，但仍須視其方法而變更樣本期間。所使用的模型，包括均等加權平均法、指數加權平均法、歷史模擬法、拔靴抽樣法、定態拔靴抽樣法及極端值法等六種方法。再以適當的檢定方式予以驗證，以分辨出適合該產業的模型。

第三節　研究架構流程

一、研究架構

本研究共分為五章節內容分述如下：

第一章　緒論：首先對研究之背景與動機、目的做一個完整的介紹，並用流程圖將研究架構清楚地繪出。

第二章　國內外 VaR 文獻回顧與討論：介紹風險值定義，並探討國內外 VaR 相關文獻，以尋求適合台灣股市之模型。

第三章　研究方法：深入探討並解說目前已使用之風險值模型，並陳述本文所使用之模型，包括變異數—共變異數法、歷史模擬法、拔靴法、定態拔靴法、極端值法等五種 VaR 模型。

第四章　實證結果：

第五章

第六章　結論與建議：將整篇論文作統合性之研究結論與建議，並於最後提出完整的總結。

二、研究流程

本研究之研究流程如圖 1-1：

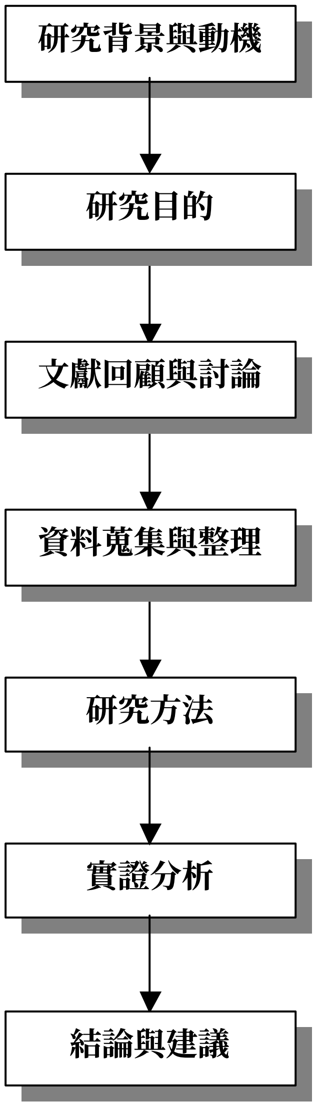


圖 1-1

第二章　國內外 VaR 文獻回顧與討論

風險之產生，乃因決策結果影響到未來，才會發生的情境。風險即是從做成決策到結果發生，在這段等待期間，非預期事件對於決策結果產生衝擊的可能性。換言之，風險之存在，將使得決策當初的預期結果，變得不穩定。Jorion(1997)將風險分為三大類，經營風險（Business Risk）、策略風險（Strategic Risk）與財務風險（Financial Risk），而財務風險又包含市場風險（Market Risk）、信用風險（Credit Risk）與營業風險（Operating Risk）等。謝劍平（2000）則認為，風險之來源包括利率風險、市場風險、購買力風險、事業風險、財務（違約）風險與流動風險。本論文將採用謝劍平的說法，介紹如下：

1. 利率風險（Interest Risk）

顧名思義，利率風險是利率變動導致實際報酬率發生變化而產生的風險。通常利率的變動，對資產價值之影響是反向的，即其它條件不變（other thing being equal）之前提下，利率上升時，會使資產的價值上升。由於造成不穩定的因子為利率，故稱此類風險為利率風險。

2. 市場風險（Market Risk）

市場風險來自足以影響金融市場中所有資產報酬的非預期事件，其衝擊是全面性的，且表現在股票市場上居多。根據Jorion(1997)，市場風險是指財務資產與負債在價格上之波動，所引發的風險。

3. 購買力風險（Inflation Risk）

購買力風險也是足以影響所有資產報酬的風險。其來源為特定的通貨膨脹（Inflation）。所謂通貨膨脹，乃是物價持續上漲的經濟現象，而物價上漲會對投資的實質報酬，產生不利的影響。

4. 事業風險（Business Risk）

事業風險是指個別公司在經營過程中，由於產業景氣、公司管理能力、生產規模等企業個體因素，使得企業之銷售額或成本顯得很不

穩定，引起稅前息前利潤（Earning Before Interest and Tax）變動的可能性。

5. 財務風險（Financial Risk）

企業使用負債融資有其成本。一旦企業無法以現金支付應付的債務利息，企業即宣告破產清算以償還債務，此時稱為倒帳（Default）；財務風險是指企業無法按期支付舉債利息，而倒閉之可能性，所以財務風險又稱為違約風險（Default Risk）。

6. 流動性風險（Liquidity Risk）

在此流動性（Liquidity）是針對投資標的而言，即在投資的過程裡，若能夠再最少的搜尋及讓價（Price Concession）成本下，公平、迅速買入該資產，並在結算時公平、迅速的將該資產出售，該資產就可以稱具有流動性。因此，流動性風險是指買入該資產後，屆時無法脫手的可能性。

依據上述各項定義，我們要針對風險，找出一套數量化的風險控管系統，這個工具即是風險值（Value at Risk ,VaR）。本章之文獻回顧共分為二節，第一節介紹 VaR 的定義並陳述其優缺點；第二部節介紹國內外風險值應用之實證文獻。

第一節　VaR 的定義

JP Morgan 對 VaR 定義為：「VaR 是一個表示在某一段期間某一機率下，投資組合潛在的變化值。」因此，VaR 用在表達某一段期間，x%的機率下，投資組合可能的損失。對未來價格變化的預測，是 VaR 計算最重要的事。因此，VaR 計算的步驟為：

1. 計算投資組合現在的市場價值，假設為 V_0。
2. 定義投資組合未來的價值為 V1，令 $V_1=V_0e^{rt}$。其中 r 代表該投資在這段期間內之每日報酬率，t 代表該投資在這段期間之長短。
3. 預估在未來期間內可能的報酬率為 r`，假設投資報酬率小於 r`為某一機率（例如為 5%），P（r＜r`）＝5%。

假定該投資組合在最差的情況下，其價值為 V_1'，則 $V_1'=V_0e^{r't}$，$VaR=V_0-V_1'$。

Beder（1995）認為 VaR 吸引人的地方其所呈現的結果的簡要性，而透過該風險值除了可衡量公司所暴露之市場風險外，亦可協助公司找出在最低風險下能產生最大預期報酬的業務。

Jorion（１９９７）定義 VaR 為總和表示在一般市場情況下，某一段期間某一信賴區間，標的物所可能逞生的最大損失。VaR 的任務在估算組合的風險，故計算價格的波動度為其主要工作，這顯示 VaR 之命名與變異數共通的意義。而 VaR 不同於變異數，其估算出投資組合波動度後，更進一步討論其機率分配，計算在該機率分配（假設為常態分配）中某一信賴水準下所代表之損失。

Duffie,D.＆ J. Pan.（1997）認為計算所得之 VaR，可作為決定相對風險的指標，例如：

1. 個股間風險的比較。
2. 投資組合間風險的比較。
3. 各筆不同交易間風險的比較。
4. 市價與歷史價格的比較。
5. 不同市場間風險的比較。

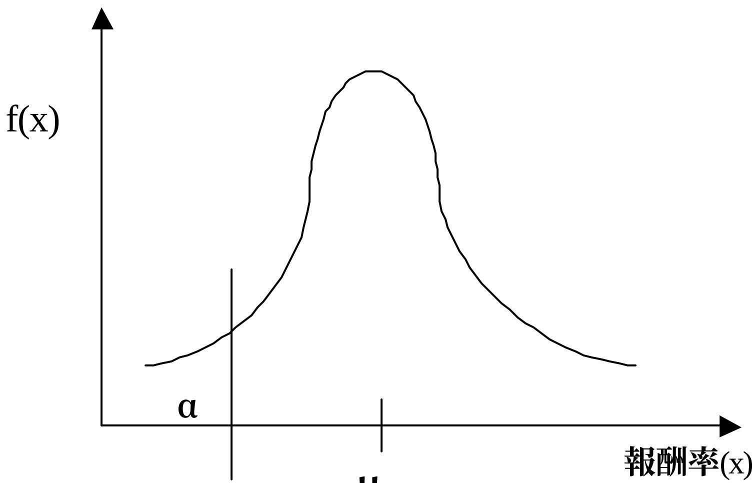
這樣 VaR 不僅衡量風險值，同時可作為投資組合決策之良好輔助工具。

Kevin Dowd(1998)定義 VaR 有以下四種意義：

1. 最普通使用上，VaR 是指在一定的持有期間與信賴區間下，資產組合之最大可能損失估計值，他使用一簡單數額即可表示出整個資產組合之最大可能損失，同時考慮各投資工具市場變更的總和風險，而非僅家總個別投資工具之市場風險。VaR 以統計機率方法，選擇適當之信賴區間，計算出波動率及相關係數，再將所得波動率（市場風險）以市價量化之值。
2. VaR 可代表風險值之處理程序或制度，用於產生或控制風險值。
3. VaR 亦可用於表示產生風險值之方法論，例如用於估計信用風險及現金流量風險之 VaR。
4. 以更進一步之 VaR 應用而言，VaR 表示以 VaR 之觀點所產生之風險管理包括相關組織之建立、重整等議題。

依上述可知，風險值是指在一定的信賴水準（1-α）之下，在一

段既定的期間（T）內，所持有的投資組合最大可能的損失。亦可以解釋為，有（1-α）%的信心確定在未來 T 天之內，假設所持有的投資組合最大的可能損失為ΔR，則： P（ΔR＜-VaR）＝α
圖形表示如下：



以實際的數字來解釋，假設持有一投資組合總價值為＄100,000，其報酬率 x 服從上圖之機率分配，持有該投資組合一天，則在 99%的信賴水準下，累積機率函數 F（x）為：

$$F(x)=P(x \le k)=\int_{-\infty}^{k} f(x)dx = 1\% = a$$

則持有一日的最大可能損失為＄100,000×k，此值的絕對值即為 VaR。即表示此投資組合在未來一天中，其損失會超過＄100,000*k 的機率為α，也表示在未來的一百天中，只有五天的可能損失超過＄100,000*k

從風險值的定義可之，決定 VaR 有兩大參數：一為持有期間（T），另一信賴區間（1-α）%。

1. 持有期間：持有時間的選擇並不客觀，J.P Mrogan 以一天期之 VaR 為基準，但 BIS（國際清算銀行）則以 10 天之 VaR 為規定。通常天數長短的選擇，關係到投資組合的種類及目的，而決定的要素則是監督的成本與預警的能力。若持有的是流動性較高的資產，且目的以短期的價差而言，通常會考慮較低監督成本和較高的預警能力且價格波動激烈，因此多使用一日為考量。反之，若持有流動性較低的資產，則要有高監督成本低預警的能力的要求，因此要設較長的 VaR 持有時間。另外，持有投資組合的改變頻率也會影響持有期間。因為一般再計算 VaR 值通常價定持有組合和比例不變，如果持有的時間太長。而改變了投資組合，那原本的 VaR 值就沒有意義了。

2. 信賴區間：信賴區間的選擇亦具有相當的爭議性，通常介於1　5%之間，需視投資組合之目的而定。當投資較傾向規避風險時，會選用較大的信賴區間；反之，則選用較小的信賴區間。而對金融機構而言，較高的資本準備雖會使得風險降低，但也會使的報酬率下降。BIS建議信賴區間設定為99%，而J.P Morgan的風險控管採用95%。

VaR有幾個優點：首先是完全以單一金額來呈現，對投資者而言清楚且快速的明瞭。其次，VaR已經將投資組合內的相關性考慮進去了，而不用再特別衡量關聯性。最後，VaR以信賴水準陳述出最大的可能損失，投資者可以藉由風險承擔的能力而衡量。

但VaR在使用上也有許多限制。VaR模型皆是根據歷史資料在推算。如果產生了整體結構性的改變，例如整體環境由多頭轉為空頭，或是非預期性的政策改變，例如漲跌幅的縮減，應用此資料就會發生誤差。其次VaR模型多數衡量的是「正常狀況」下預測的最大損失，當市場失常例如911事件或是恩龍案，即使是99%的信心水準下，實際的損失與預測值仍可能也很大的差距。只有在極端值模型下，比較符合預測的損失。最後，在模型上的假設也可能造成很大的問題，不符合實際資產報酬的假設將會造成極大的誤差。所以，VaR是一個衡量風險很好的工具，但仍須配合多種方式分別予以比較，同時在實際操作時必須考慮極端事件的發生，否則可能造成超過之前更大的損失。

第二節　國內外相關實證

關於VaR之衡量，國外的文獻探討較早的諸如Garbade（1986）提出的Delta-Normal Model、Hsieh（1993）提出之Delta-GARCH Model及Wilson（1994）所提出的Gamma-Normal Model Model等基本模型，為後續奠定發展的基礎。

Beder（1995）以歷史模擬法、蒙地卡羅模擬法形成共8種方法來衡量以股票、債券及此兩者各半等共三種組合之風險值。結果發現，風險值的計算相當依賴參數的設定。在相同的投資組合，不同的模型及參數設定下，各方法計算出之風險值可以相差達14倍。因此在使用風險值方法進行控管時，應注意所運用模型之限制與假設。又VaR無法衡量如政治風險、流動性風險、管理控管風險、人員風險等

定性之風險變數，故輔以壓力測試法，方能避免誤差。

J.P Morgan（1995）發表 RiskMetrics 運用變異數／共變異數法（Variance／Covariance Approach），以指數加權平均（EWMA）估計變異數—共變異數矩陣，指數加權平均給予近期資料較大的權重，如此方能改正簡單加權移動平均無法反應便異數存在的叢集效果。

Hendricks（1996）以 8 種貨幣之歷史價格日資料，三種風險值的模型：包括簡單移動加權平均法（Equally Weighted Moving Average Approach)、指數移動加權平均法（Exponentially Weighted Moving Average Approach）及歷史模擬法（Historical Simulation Approach），隨機抽樣 1000 次組成投資組合，來衡量 1983　1995 風險值的績效。前兩者均是假設投資組合中各資產的報酬率為常態分配下，透過求算各資產之間的變異數—共變異數矩陣來求算風險值的方法，而兩方法之間的差異僅在於對變異數的估計方式不同。而歷史模擬法則是以真實的歷史資料為基礎，比百分位元數的方式來求算一定的信賴區間下的風險值。其研究結果發現，若投資者僅重視市場價格的短期波動，則採用簡單移動平均法 50 天期衡量風險值最有效。若追求較穩定的風險值衡量，則以 1250 天歷史模擬法較佳。其研究並發現，不同模型所計算出的風險值並沒有太大的差異，也沒有絕對的好壞之分。因此建議對各模型取其長處。

Linsmeier＆pearson（1996）針對遠期契約，使用變異數/共變異數法、歷史模擬法及蒙地卡羅模擬法衡量風險值。並將風險值分類比較，如下所示：

	歷史模擬法	變異數—共變異數法	蒙地卡羅模擬法
可否捕捉含有選擇權投資組合之風險	是	否	是
建立系統之難易程度	容易	易	普通
計算過程是否快速	是	是	否
是否易於向高階主管解釋	是	否	否
是否易受短期異常情況影響估計值	是	是	是
可否進行情境分析	否	是	是

資料來援：Linsmeier＆pearson “Risk Measurement”（1996）

Jorion（1997）對於風險值的衡量方法提出了一套較完整的架構，認為風險值的計算基本上可分為兩大類：一以局部評價法（Local

Valuation）為基礎，其中以 Delta-Normal 法為代表。另一類以完全評價法（Fully Valuation）為基礎，包括了歷史模擬法、蒙地卡羅模擬法（Monte Carlo Method)、壓力測試法（Stress Testing Method)。優缺點整理如下表：

		Delta-Normal 法	歷史模擬法	情境分析	
				壓力測試法	蒙地卡羅模擬法
投資組合	評價之部位價值	線性部位	全部	全部	全部
	是否包含非線性資產	無	有	有	有
分配	歷史的（Historical）	均為常態	依實際分配	主觀的分配	全部
	是否考慮時間的變化	有	無	主觀判斷	有
	是否包含隱含性波動	無	有可能	有可能	有
市場	是否為非常態分配	否	可	可	可
	衡量極端事件能力	有些	有些	有	有可能
	相關性運用	有	有	無	有
實際運用	可否避免模型風險	有些	可	無	無
	計算簡易性	有	中等	中等	無
	資訊傳達與溝通性	容易	容易	佳	困難
	缺點	非線性極端事件	時間變化，極端事件	錯誤猜測，相關性	模型風險

資料來源：Jorion P. （1997,P202）“Value at Risk：The Benchmark for Controlling Market risk”

Alexander＆Leigh（1997）針對 5 種主要資產：英國金融時報 100（FTSE100)、S＆P500、法國 CAC40、德國 DAX 及日經 225（Nikkei225)，加上四種外幣對美元的匯率：馬克、法郎、英鎊及日圓，利用簡單平均加權法、指數移動加權平均法、Garch 法，估計計算風險值。並運用最大概似法（MLE)、均方誤差法（RMSE)、回溯測試及向前測試法，來檢定模型。結果發現，指數移動加權平均法有低估風險值的傾向，而 Garch 法在統計上驗證不會特別突出，但在操作上則顯示出較正確之 99%VaR 估計值。同時作者亦發展了正交化數學方法模型（Orthogonalization Procedures in Convection with Univariate Volatility Forecasting Methods）以簡化共變異數矩陣的計算。

同時在國內方面也有許多在風險值方面的探討：

吳友梅（1996）首先將 Value of Risk （VaR）予以引進，並利用 JP Morgan 所開發的 RiskMetrics TM-Technical Document 所提供

之資料分別計算 VAR 值。即使用變異數—共變異數法、簡單加權移動平均、指數加權移動平均、Delta-Gamma 法來探討日圓、法郎、英鎊、加幣及馬克的 VAR 值，結果發現不同的計算方式，其 VAR 值並不相同，而其主因是因為持有天數及信賴區間大小的差異。

呂自勇（1997）以 J.P 的 RiskMetrics 模型、歷史模擬法、蒙地卡羅模擬法及壓力測試法，分別研究股票及債券的投資組合，並便跟其樣本數後發現，債券的風險值較小，而股票部分不一定，但合併二者則與實值相若。而在此並無比較模型之好壞。

王佳真（1998）以台灣加權股價指數為標的，使用等權平均法、指數加權平均法分別討論遞減因子（λ）為 0.94 與 0.97 的風險值之差別。研究後發現，台灣股價總加權指數存在波動性叢聚（Volatility clusters）的現象因此在預測時以 0.94 效果較佳。

邱裕元（1998）以指數加權平均法針對台灣股票、利率及匯市市場，進行風險值進行風險值計算。研究後發現，指數加權移動平均法計算之 VaR，以 75 天期 λ 為 0.97 效果最佳。其中並發現，在評估日內，短期資料差異較小。

陳若鈺（1999）以均等加權法、指數加權法、蒙地卡羅模擬法、GARCH 法，分別對台灣加權股價指數、美元匯率及京華 01 認購權證進行試算研究發現，在所有假設常態模型中，指數加權法與 GARCH 法效果最佳。而在無母數法中，歷史模擬法預測結果極佳。

林玉梅（1999）以歷史模擬法及蒙地卡羅模擬法，對台灣地區公開發行之全部電子與金融公司做財務預估後發現，蒙地卡羅模擬法預估之準確度較高。研究中發現電子業較金融業可估性高，且公司規模變數有較高的準確度，而系統風險（β 值）最難預估。

曾有福（1999）以變異數—共變異數法、歷史模擬法及蒙地卡羅模擬法，分析以摩根台股指數為標的之指數基金後發現，隨著實際涵蓋比率的增加，實際損失超過 VAR 估計值的次數明顯減少了。而各個模型各有優缺點，並沒有比較好壞的差異性。

黃卉芊（1999）分別以模擬台灣股市與外匯市場投資組合，針對變異數—共便異數法、蒙地卡羅模擬法與歷史模擬法進行風險值之估計和比較發現，利用變異數—共變異數法所估計的風險值會優於歷史

模擬法的估計結果。

黃冠瑋（1999）以 SMA 模型、EWMA 模型、蒙地卡羅模擬法以及結合 GARCH（1,1）與蒙地卡羅模擬法，針對澳幣、加幣、馬克、英鎊、瑞士法郎、日幣等六國外匯投資組合進行風險值試算後發現，金融資產分配之偏態現象對風險值模型績效評估的影響相當大。研究中並發現，結合 GARCH（1,1）與蒙地卡羅模擬法效果較一般假設波動為固定常數的蒙地卡羅模擬法為佳。

張士杰（1999）運用拔靴法（bootstrap）針對台灣股票市場中 16 檔金融股及 24 檔電子股，模擬投資組合進行風險值試算後發現，運用拔靴複製程序之歷史模擬法所估算的風險值較變異數—共變異數法有較佳之捕捉金融資產分配厚尾現象的能力。研究中並發現，當歷史資料樣本不夠充裕的情況下，將會存在小樣本誤差。因此，建議估算風險值之最適期間為 250 日。

高志明（1999）結合歷史模擬法與核心密度估計法（kernel density estimation method），針對台灣股票市場各五檔電子與金融股模擬投資組合進行涉險值試算後發現，運用核心密度估計法可減少對歷史樣本數量之要求，在準確性方面可直接藉由調整核心密度函數法模式的操作加以提升。

康倫年（1999）利用極端值理論針對台灣、日本、香港、新加坡與美國五國股價指數模擬投資組合進行涉險值之估計後發現，利用極端值理論所估計的涉險值將比假設金融資產呈常態分配之估計結果有較高的精確度；但當機率越遠離時，極端值理論估計越顯不準確。而極有可能是因為尾端指標只適用於尾端機率而已

陳炎信（1999）利用極端值理論，針對台灣股票市場不同產業選取 18 檔股票之模擬投資組合進行涉險值之估計後發現，極端值模型對涉險值的估計能力優於其他模型。但由於台灣所交易股票均存在漲跌幅限制，因此運用極端值理論來估計極端機率之涉險值將部分失去意義。

林建秀（1999）以歷史模擬法、變異—共變異法、極端值法及 CAPM 結合三因子模型來衡量台灣股票市場中大、小規模投資組合報酬風險值。其中大小規模的選取在於，保留的有效樣本中市值最高的前 50 家及後 50 家。結論為，由三因子模型分析，小規模投資組合倒

閉風險較高，且符合規模溢酬和風險具有高度的相關性。但在歷史分析及極端值法中，卻因為樣本數過少而不甚精確。

吳俊賢（1999）以研究某銀行之實際資產組合資料為樣本，分別使用 Delta-Normal、歷史模擬法及蒙地卡羅模擬法來衡量市場風險所需計提之資本。研究後發現，此家銀行若採用此三種模型來進行市場風險的計提，應該在兼顧安全性的情況下有效的降低其資金成本。周忠維（1999）以均等加權移動平均法、指數加權移動平均法、GARCH 估計法、Hamilton 之準貝氏估計法、Hull＆White 設定變異數為指數加權移動平均之估計法（GMIX）、Hull＆White 加入 GARCH 便異數設定之估計法歷史模擬法（GMB)、蒙地卡羅估計法等八種方法，來預測英磅、馬克、法郎及日圓的 VAR 值。研究後發現，GMB 整體表現較佳，對未來風險的掌握能力最好，而 GMIX 效果則略差點。其中並發現在尾端出現 1%薄尾現象時，大多的估計法均有高估的現象。

江義玄（1999）分別討論拔靴法、移動拔靴法及定態拔靴法的方式，並以台股中 11 檔股票做投資組合的驗證後發現，新的模擬方式定態拔靴法，不但為維持資料定態性質，同時容許資料纏繞。因此，在掌握真實分配、估計母體參數都有很能的能力，為一極佳的 VAR 模型。

傅家齊（2000）運用等權移動平均法、指數加權移動平均法及 NCT 拔靴複製法，分別對台灣、新加坡、香港、南韓、菲律賓、馬來西亞、印尼及泰國等亞洲八國做研究發現，拔靴複製法對於捕捉股市崩盤時之下方風險能力較優秀，且具備調整 VaR 估計值之彈性

林孟迪（2000）以 MSCI （Morgan Stanley Capital International）所編制的亞洲指數、東歐指數、拉丁美洲指數及世界指數為研究對象，分別以等權移動平均法、加權移動平均法、等權極端值模型及指數加權極端值模型之風險估計模型來研究發現，極端值模型在波動性較高的環境下，效果較佳，因此在新興市場的效果大於世界指數。研究中便發現，且樣本空間越大，估計結果會越保守。

蔡明孝（2000）以簡單加權移動平均、指數加權移動平均、Delta-Gamma、歷史模擬、蒙地卡羅、壓力測試法等，分別對台灣加權股價指數及券商的投資組合做研究後發現，一天期以指數加權平均法為佳，而多天期以拔靴法較好，蒙地卡羅仍然是因為費時過長而不具考量。

賴雨聖（2000）以準亂數（quasi-random numbers）抽樣技術運用於拔靴法中，並配合半參數型（semi-parametric）極端值模型研究，民國八十六至八十八年間台股個股，以回溯測試檢驗。結果發現，半參數模型可應用於極端值分配系列的尾端估計，且配合以準亂數方式抽樣，的確能降低群聚的問題。

卓訓方（2000）以簡單加權移動平均、指數加權移動平均、拔靴複靴法，來衡量美國股票市場中紐約證券交易所及那斯達克證券交易所掛牌上市的高科技股 25 檔。研究結果發現三種模型在不同機率水準下各有優劣，無法比較，但α＝5%的拔靴複製法效果最差。

吳欣桐（2001）分別就單股票投資組合及股票＆認購權證投資組合，來討論 Delta-Normal、蒙地卡羅模擬法、歷史模擬法於 VAR 上的驗證. 結果發現, 當一天期 VAR 時, 蒙地卡羅模擬法與 Delta-Normal 法相當。但當天期增加，則蒙地卡羅模擬法 VAR 值較低，但無法分辨優劣。結果較佳。當組合中權證部分增加時，蒙地卡羅模擬法結果較佳。而歷史模擬法效果均較差。

彭聖峰（2001）分別對美國那司達克、日本日經 225 指數、新加坡海峽時報指數、香港恆生指數及台灣加權股價指數為研究對象，以極值理論的 GEV 模型及 GPD 模型中的最大蓋似估計法. Reiss＆Thomas 公式法及 Bootstrapping MSE 估計法研究後發現， GEV 模型過於保守，企業如以此為參考則會有資金運用效率不佳的情況發生。95%的 VaR 模型以 GDP 較佳，但 99%及 99.9%則是 GEV，整體而言 GDP 模型表現最好。

王君文（2001）同樣分別對美國那司達克、日本日經 225 指數、新加坡海峽時報指數、香港恆生指數及台灣加權股價指數為研究對象，但在一日 VaR 所使用的是動態的極端值、歷史模擬、及常態配法，亦即將 Garch 估計資料報酬率的條件異質變異數後，在使用極值理論估計標準化之殘差的尾部分配，最後則以回溯測試來估計。。在十日 VaR，採用蒙地卡羅結合極值法。結論為，一日 VaR 在 99%與 98%的動態極值理論較好，動態歷史模擬法略顯不佳容易產生偏誤，而動態常態配法最不理想。十日蒙地卡羅法亦有很大的誤差。

第三章　研究方法

Jorion（1996）對於風險值的衡量方法提出了一套較完整的架構，認為風險值的計算基本上可分為兩大類：
第一類局部評價法（Local Valuation）：以 Delta-Normal 法為代表。
第二類完全評價法（Fully Valuation）：歷史模擬法、蒙地卡羅模擬法（Monte Carlo Method）、壓力測試法（Stress Testing Method）等。

本論文以 Jorion 所區分的方式，分別與以介紹。本章共分四節，分別介紹局部評價法、完全評價法及其他評價法，最後一節介紹關於風險值模型的檢定方法。

第一節 局部評價法

變異數—共變異數法（Variance-covariance method）

變異數—共變異數法是多個方法的總稱，主要是因為這些方法在計算過程中都會使用到變異數—共變異數矩陣。在這諸多方法中，最常被使用到的模型有兩種，一是 Delta-normal 法的模型，另一個是 J.P. Morgan 的 RiskMetrics™。J.P. Morgan（1996）在 RiskMetrics™ 中提出兩個變異數估計方法，簡單加權移動平均法（equally weighted moving average method）和指數加權移動平均法（exponentially weighted moving average method），而簡單加權移動平均即為 Delta-normal 法。為方便比較，於下一部分介紹 RiskMetrics™，以簡單加權移動平均法來直接陳述。

變異數—共變異數法在衡量風險值方法中算是相當簡易的方法，但在使用上有許多的限制。必須假設資產組合皆為線性（linear）常態分配，變數之間互相獨立且無自我相關。因此在市場因子的使用上，極為受限制，若描述市場因子為利率的相關資產，如債券等，就不適用。必須使用專門處理非線性先關資產的 Delta-Gamma 法，本論文略過而不與以討論。以下以市場因子為股票市場為例：

$$R_{P,t+1} = \sum_{i=1}^{n} w_{i,t} R_{i,t+1}$$

其中，$R_{P,t+1}$：第 t+1 期投資組合的報酬
$R_{i,t+1}$：第 t+1 期第 i 項資產的報酬
$W_{i,t}$：第 t+1 期第 i 項資產的投資權重

上式可表示成矩陣的型態如下：

令 $W=\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}$ **，** $W'=\begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \cdots & w_n \end{bmatrix}$ **，** $R=\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_n \end{bmatrix}$

則 $R_P=\begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \cdots & w_n \end{bmatrix}\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_n \end{bmatrix}=W'R$

其中，W **：投資權重的列向量**

W' **：投資權重的行向量**

R **：投資報酬的列向量**

投資組合報酬的期望值$E(R_P)$**與變異數**$Var(R_P)$**可表示如下：**

$$E(R_P)=\sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i)=\sum_{i=1}^{n} w_i \mu_i=\mu_P$$

$$\begin{aligned} Var(R_P) &= \sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_i^2+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1,i\neq j}^{n} w_i w_j \sigma_{ij} \\ &= \sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_i^2+2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1,j<i}^{n} w_i w_j \sigma_{ij} \\ &= \sigma_P^2 \end{aligned}$$

則 $R_P \sim N(\mu_P,\sigma_P^2)$

投資組合報酬的變異數$Var(R_P)$**可表示如下：**

$$\sigma_P^2=\begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \cdots & w_n \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}$$

若定義$\sum$ **為共變異數矩陣** $\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$

則投資組合報酬的變異數$Var(R_P)$**可表示成：**

$$\sigma_P^2=W'\sum W$$

在α的機率下，$Z_\alpha=\dfrac{R-\mu_P}{\sigma_P}$ $R \sim N(\mu_P,\sigma_P)$ $Z_\alpha \sim N(0,1)$

則，$R=\mu_P+Z_\alpha\sigma_P$

因此風險值為 $VaR=V_0(\mu_P+Z_\alpha\sigma_P)$

其中，V_0：期初投入之金額

二、J.P. Morgan 的 RiskMetrics™

J.P. Morgan（1996）在 RiskMetrics™中提出兩個變異數估計方法，簡單加權移動平均法(equally weighted moving average method)和指數加權移動平均法（exponentially weighted moving average method)，以下將分單一資產及投資組合介紹。Figlewski（1994）及 J.P. Morgan 發現，當進行變異數—共變異數之估計時，假設報酬率平均值μ為 0，並不會造成其估計結果產生顯著誤差。因此為求計算便利，多直接假設μ＝0，以下所介紹的時間序列模型皆此假設。

（1）單一資產

1.簡單加權數移動平均法(Equally Weighted Moving Average Approaches，SMA)

簡單加權移動平均是利用觀察點過去一個固定的歷史資料期間，去估計變異數，模型如下。

$$\hat{s}_{t,1} = \sqrt{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(r_{t-(i-1)} - \bar{r}\right)^2}$$

$\hat{s}^2_{\mathrm{t},1}$ ：第t期資產報酬變異數

r_t ：第t期資產報酬

T ：歷史資料長度

再根據 VaR 定義，（1-α）%的信類區間下

$$VaR = V_0 (r - Z_a \times s_p)$$

可求出目標期間為一天期的 VaR。目標期間為 n 天期的 VaR 估計式，因變異數—共變異數法假設報酬率是同分配且彼此獨立。故 T 天期的 n 天期變異數估計式為 $\hat{s}^2_{t,n} = n\hat{s}^2_{t,1}$。

此法的優點是簡單易用且估計速度快，因為它僅是過去各期變異數的算數平均數。但缺點是在估計期間不管任何資訊都給予相同的權重，並沒有區分資料的先後順序，忽略或降低近期資訊隱含較多資訊的重要性，因此會降低變異數估計的精準度。

2.指數加權移動平均法（Exponentially Weighted Moving Average Approach，EWMA）

J.P.Morgan 在 RiskMetrics™中對波動性的估計是採用指數加權移動平均法，此模式對較近期的資訊給予較高的權值，並隨時間由近至遠以指數方式遞減，其型式如下：

$$\hat{s}_{t,1} = \sqrt{(1-l)\sum_{i=1}^{\infty} l^{i-1}\left(r_{t-(i-1)} - \bar{r}\right)^2}$$

$\hat{s}^{2}_{\mathrm{t,1}}$：第$t$期資產報酬變異數

r_t：第t期資產報酬

T：歷史資料長度

其中 l 為退化因子，$0 \le l \le 1$。

又假設$\bar{r}$為 0， $s^{2}_{t,1} = (1-l)\sum_{i=1}^{\infty} l^{i-1} r^{2}_{t-(i-1)}$

上式可分解為一遞回式如下：

$$\begin{aligned}
\hat{s}^{2}_{t,1} &= (1-l)\sum_{i=1}^{\infty} l^{i-1} r^{2}_{t-(i-1)} \\
&= (1-l)\left(r_t^2 + l r^2_{t-1} + l^2 r^2_{t-2} + \Lambda\right) \\
&= (1-l) r_t^2 + l\left[(1-l)\left(r^2_{t-1} + l r^2_{t-2} + l^2 r^2_{t-3} + \Lambda\right)\right] \\
&= (1-l) r_t^2 + l\,\hat{s}^{2}_{t-1,1}
\end{aligned}$$

根據 VaR 定義，(1-α）%的信賴區間下

$$VaR = V_0\,(r - Z_a \times s_p)$$

可求出目標期間為一天期的 VaR。相同的，假設報酬率是同分配且彼此獨立。故 T 天期的 n 天期變異數估計式仍為$\hat{s}^{2}_{t,n} = n\hat{s}^{2}_{t,1}$。

其優點是一樣簡單易用且估計速度快，且在估計期間區分資料的先後順序給予不同相同的權重，考慮到近期資訊隱含較多資訊的重要性。但指數加權移動平均法是變異數—共變異數法的一種，其缺點仍是在使用上，必須假設資產組合皆為線性常態分配，變數之間互相獨立且無自我相關，才能與以計算。

(2）投資組合

假設有 N 個線性資產，持有部位的權重分別為W_1, W_2, Λ, W_N，

$W_1 + W_2 + \Lambda \ + W_N = 1$。第 i 種資產之日報酬率 $r_{i,1}, r_{i,2}, \Lambda \ , r_{i,N}$ ，$i = 1\Lambda \ \ N$ 。

1.簡單加權移動平均法

共變異數估計式模型如下：

$$\hat{s}_{ij\ t,1} = \sqrt{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(r_{i,t-(i-1)} - \bar{r}_i\right)\left(r_{j,t-(i-1)} - \bar{r}_j\right)}$$

$\hat{s}^{\,2}_{\mathrm{ij}\ \mathrm{t},1}$：第$t$期資產報酬共變異數

T ：歷史資料長度

投資組合之變異數為：

$$\hat{s}^{\,2}_{P\ t,1} = \sum_{i=1}^{N} w_i^2 s^{\,2}_{i\ t,1} + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1,i\neq j}^{N} w_i w_j s_{ij\ t,1}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} w_i^2 s^{\,2}_{i\ t,1} + 2\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1,j<i}^{N} w_i w_j s_{ij\ t,1}$$

$$= \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \Lambda & w_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s^{\,2}_{1\ t,1} & s_{12\ t,1} & \Lambda & s_{1N\ t,1} \\ s_{21\ t,1} & s^{\,2}_{2\ t,1} & \Lambda & s_{2N\ t,1} \\ \mathrm{M} & \mathrm{M} & \mathrm{O} & \mathrm{M} \\ s_{N1\ t,1} & s_{N2\ t,1} & \Lambda & s^{\,2}_{N\ t,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \mathrm{M} \\ w_N \end{bmatrix}$$

定義$\sum$ 為共變異數矩陣 $s^{\,2}_{P\ t,1} = W'\sum W$

根據 VaR 定義，(1-α)%的信賴區間下

$$VaR = V_0\,(r - Z_a \times s_{\ p})$$

可求出目標期間為一天期的 VaR。T 天期的 n 天期變異數估計式為 $\hat{s}^{\,2}_{P\ t,n} = n\hat{s}^{\,2}_{P\ t,1}$

2.指數加權移動平均法

共變異數估計式模型如下：

$$\hat{s}_{ij\ t,1} = \sqrt{(1-l)\sum_{k=1}^{\infty} l^{k-1}\left(r_{i,t-(k-1)} - \bar{r}_i\right)\left(r_{j,t-(k-1)} - \bar{r}_j\right)}$$

$\hat{s}^{\,2}_{\mathrm{ij}\ \mathrm{t},1}$：第$t$期資產報酬共變異數

T ：歷史資料長度

$$0 \le l \le 1$$

假設 $\bar{r}_i = 0, i = 1 \cdots N$ **，** $\hat{\sigma}^2_{ij\ t,1} = (1-\lambda)\sum_{k=1}^{\infty} \lambda^{k-1}\left(r_{i,t-(k-1)}\right)\left(r_{j,t-(k-1)}\right)$

上式可分解為一遞回式如下：

$$
\begin{aligned}
\hat{\sigma}^2_{ij\ t,1} &= (1-\lambda)\sum_{k=1}^{\infty} \lambda^{k-1}\left(r_{i,t-(k-1)}\right)\left(r_{j,t-(k-1)}\right) \\
&= (1-\lambda)\left(r_{i,t}r_{j,t} + \lambda r_{i,t-1}r_{j,t-1} + \lambda^2 r_{i,t-2}r_{j,t-2} + \cdots\right) \\
&= (1-\lambda)r_{i,t}r_{j,t} + \lambda\left[(1-\lambda)\left(r_{i,t-1}r_{j,t-1} + \lambda r_{i,t-2}r_{j,t-2} + \cdots\right)\right] \\
&= (1-\lambda)r_{i,t}r_{j,t} + \lambda\hat{\sigma}^2_{ij\ t-1,1}
\end{aligned}
$$

投資組合之變異數為：

$$
\begin{aligned}
\hat{\sigma}^2_{P\ t,1} &= \sum_{i=1}^{N} w_i^2 \sigma^2_{i\ t,1} + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1, i\neq j}^{N} w_i w_j \sigma_{ij\ t,1} \\
&= \sum_{i=1}^{N} w_i^2 \sigma^2_{i\ t,1} + 2\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1, j<i}^{N} w_i w_j \sigma_{ij\ t,1} \\
&= \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \cdots & w_N \end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\sigma^2_{1\ t,1} & \sigma_{12\ t,1} & \cdots & \sigma_{1N\ t,1} \\
\sigma_{21\ t,1} & \sigma^2_{2\ t,1} & \cdots & \sigma_{2N\ t,1} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
\sigma_{N1\ t,1} & \sigma_{N2\ t,1} & \cdots & \sigma^2_{N\ t,1}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

定義 $\sum$ **為共變異數矩陣** $\sigma^2_{P\ t,1} = W'\sum W$

根據 VaR 定義，(1-α)%的信類區間下

$$VaR = V_0\left(r - Z_{\alpha} \times \sigma_{p}\right)$$

可求出目標期間為一天期的 VaR。T 天期的 n 天期變異數估計式為 $\hat{\sigma}^2_{P\ t,n} = n\hat{\sigma}^2_{P\ t,1}$

第二節 完全評價法（Fully Valuation）

一、 歷史模擬法

歷史模擬法是完全評價法中最容易計算的。主要是利用資產價格的歷史資料，假設過去的價格走勢會於未來的評估期間完全重現，並假設所蒐集的資產組合歷史資料之各資產權重保持不變，來估計 VaR。根據巴賽爾銀行監理委員會的量化標準，以歷史模擬法計算風險值時，歷史觀察期至少需要一年以上。此法與均等加權移動平均法相類似的事，都需要依賴特定數量的歷史資料。但不同之處，在於此法是不必對於是分配做任何假設的。

計算方式如下：

1.計算歷史資料的變動量

假設運用過去 101 期的資料來計算一天期的 VaR 值, 則 101 期的資料可以提供 100 各一天期的實際變動量，如下圖所示：

$$
\begin{array}{lll}
\Delta F(i)_{-100} & = F(i)_{-100} & - F(i)_{-101} \\
\Delta F(i)_{-99} & = F(i)_{-99} & - F(i)_{-100} \\
\mathrm{M} & \mathrm{M} & \mathrm{M} \\
\mathrm{M} & \mathrm{M} & \mathrm{M} \\
\Delta F(i)_{-2} & = F(i)_{-2} & - F(i)_{-3} \\
\Delta F(i)_{-1} & = F(i)_{-1} & - F(i)_{-2}
\end{array}
$$

將第 i 項資產的實際變動量$\Delta F(i)$ **，加上該資產目前的價值**$F(i)_0$**，就可以得到第 i 項資產一天之後的一個替代值**$F^*(i)_t$**。由於共有 100 個變動量**$\Delta F(i)_t$**，所以可得 100 個替代值**$F^*(i)_t$**，如下圖所示：**

$$
\begin{array}{lllll}
F^*(i)_1 & = & F(i)_0 & + & \Delta F(i)_{-1} \\
F^*(i)_2 & = & F(i)_0 & + & \Delta F(i)_{-2} \\
F^*(i)_3 & = & F(i)_0 & + & \Delta F(i)_{-3} \\
\mathrm{M} & & \mathrm{M} & & \mathrm{M} \\
\mathrm{M} & & \mathrm{M} & & \mathrm{M} \\
F^*(i)_{100} & = & F(i)_0 & + & \Delta F(i)_{-100}
\end{array}
$$

則 n 項資產的價格模擬值可利用此步驟得出：

$$F^*(i)_t \quad i = 1,2\Lambda\ ,n\ ; \quad t = 1,2,\Lambda\ ,100$$

2.以計算出之變動量運用模擬技巧

將上述求得 n 項資產的價格模擬值，依目前各資產所持有權重，重新計算資產組合的價值，而每一個資產組合必包含 n 個價格模擬值，可得 100 筆資產組合的價格模擬值，$V_1, V_2\ \Lambda\ \ V_{100}$**。同時計算資產組合的目前的價值，可得**$V_0$**。最後將所估計出的 100 筆資產組合的價格模擬值與目前的價值相比較，即**$\Delta V_t = V_0 - V_t$**，則可以得到 100 筆資產組合的模擬變動量**$\Delta V_1, \Delta V_2\ \Lambda\ \ \Delta V_{100}$**。**

如下圖所示：

目前的資產組合：

$F(1)_0$,　$F(2)_0$,　$F(3)_0$,　Λ　$F(n)_0$　$\rightarrow V_0$

ΔV_1

替代的資產組合：

$F^*(1)_1$,　$F^*(2)_1$,　$F^*(3)_1$,　Λ　$F^*(n)_1$　$\rightarrow V_1$

ΔV_2

$F^*(1)_2$,　$F^*(2)_2$,　$F^*(3)_2$,　Λ　$F^*(n)_2$　$\rightarrow V_2$

M　M　M　M　M

M　M　M　M　M

ΔV_{100}

$F^*(1)_{100}$,　$F^*(2)_{100}$,　$F^*(3)_{100}$, Λ　$F^*(n)_{100}$　$\rightarrow V_{100}$

3.將所求得資產組合的模擬變動量依大小排列，在給定的信賴區間為 1-α下，依分位數即可得出風險值。以此例而言，假設給定的信賴區間（1-α）%＝95%，經大小排列後，則取第 95 個數字即為 VaR。

歷史模擬法的好處是允許非常態、非線性的存在，並依照資料真實分配做處理，如此也得以考量厚尾及高峽峰的問題，在驗證上普遍優於常態假設下的結果。同時，此法不需假設機率分配所以能夠避免 Model Risk，且容易加總個別市場為整體衡量。

但此方法必須建立在「歷史資料可以不偏的反應未來」的前提下，因此無法預測異常狀況的發生。其結果對資料期間的長短較為敏感，若歷史資料太少，會影響模擬次數，容易產生誤差。且所有的交易工具都需要定價模式，也很難進行壓力測試與敏感度分析。

二、　蒙地卡羅模擬法

蒙地卡羅模擬法和歷史模擬法很類似。歷史模擬法是從過去的市場交易資料來當作未來的模擬值，蒙地卡羅模擬法是利用隨機過程大量模擬出資產的未來價格路徑。

首先對資產組合指定一隨機過程（stochastic process），其參數可由歷史資料求取。再假設一隨機價格路徑（random price paths)，根據大數法則，此模擬價格產生的分配會趨近真實分配，以此作為該資產組合價值在某一特定時點的各種情境，而風險值可由所模擬出之資產組合價值的分配直接獲得。

蒙地卡羅模擬法的操作過程主要包含三個步驟：

1. 選擇適合描述該資產的隨機過程、隨機價格路徑及參數
2. 利用隨機亂數產生器（random number generator），依照所選擇之隨機過程模擬出資產的虛擬價格路徑
3. 根據模擬出的價格路徑，建構資產報酬分配
4. 以模擬出的資產報酬分配，求算風險值

一般在選擇隨機過程以估計資產未來價格路徑時，較常見的方法有兩種，一種是無母數法，以拔靴法（bootstrap approach）模擬出未來價格軌跡；另一種是採用隨機模型進行估計，由於需要加上結構來做模擬，也有參數的估計，屬於有母數法。關於拔靴法部分將於下一段落與以介紹，以下即針對隨機模型模擬價格路徑的方式進行介紹。

對於描述單一資產的隨機變動過程，在市場因子為股價或匯率時，最常見的為幾何布朗運動（Geometric Brownian Motion, GBM），屬於韋恩過程（Wiener Process）的一種。布朗運動假設資產價格變動與時間無關，其模型如下：

$$dS_t = m_t S_t dt + s_t S_t dz \qquad , \; dz = e\sqrt{dt}$$

其中 S_t 為 t 期資產價格

m_t 為 t 期報酬率之期望值

s_t 為報酬率之波動性

dz 為常態分配的隨機變數，$dz \quad N(0, dt)$

隨機變數 dz 是經由一隨機衝擊而對資產價值造成影響，即 dz 與過去的市場相關訊息無關聯，而是呈現出隨機變動的型態。為了簡化，通常假設 m_t 與 s_t 兩參數為固定常數。但若研究目標期間較長時，必須藉由 GARCH 模式進行模擬。

實際操作上，此過程被切割成極小區間 Δt，$\Delta t = I/n \, (I = T - t)$，替代極小的增量 dt。在一個有限的區間內，模型可改寫如下：

$$\Delta S_t = S_{t-1}\left(m\Delta t + se\sqrt{\Delta t}\right) \text{ ， } e \quad N(0,1)$$

為了模擬的 S 價格路徑，可由開始 S_t 開始利用隨機亂數產生器產生一序列的 $e_i, i = 1,2\Lambda\ , n$。S_{t+1} 可利用下式求得：

$$S_{t+1} = S_t + S_t\left(m\Delta t + se_1\sqrt{\Delta t}\right)$$

而 S_{t+2} 亦照此程序下去，直至 $S_{t+n} S_T$ 為止。

$$S_{t+2} = S_{t+1} + S_{t+1} \left(m\Delta t + se_2\sqrt{\Delta t}\right)$$

$$\text{M} \qquad \text{M} \qquad\qquad \text{M} \qquad \text{M}$$

$$S_{t+n} = S_{t+n-1} + S_{t+n-1}\left(m\Delta t + se_n\sqrt{\Delta t}\right)$$

上述過程就完成一次價格模擬，若模擬次數為 m 次，則產生 m 條模擬價格路徑。在目標期間特別的價格結果下，計算該資產組合的價值。經多次重複上述步驟（例如 10000 次），可獲得資產組合的分配。在給定的信賴區間為 1-α下，依分位數即可得出風險值。

若描述市場因子為利率的相關資產，如債券等，則會選用利率動態模型（CIR Model）來估計債券價格的路徑。而由於大型投資機構所持有的投資組合中，包含的資產種類不只一種，而不同資產之間的風險因子又具有相關性。為了強調各資產間的相關性，則會考慮多變量模型是較適合的。但此篇論文只談及股票，在此不多作贅述。

蒙地卡羅模擬法是目前計算 VaR 最有力的方法，其優點可以模擬各種分配的資產，極具彈性。隨著電腦運算速度及模擬技術的提升，耗時性也將不再是各擾人的問題。其優點是能計算非線性資產的價格風險、波動性風險、信用風險，也可以處理模型風險。另一方面亦可處理如變異數之時間變異、分配後尾的現象、群聚現象及損益分配非對稱與極端事件（extremely event）等，且方便作敏感度分析與壓力測試的輔助檢驗。

其缺點是隨機變數產生器往往產生具群聚（clustring）效果的亂數，若處理不當將增加模型風險。模型風險來源有二，一為所選擇的隨機模擬過程不適當，一為所使用的評價模型不正確。另外，模擬的資料集合與現實世界的集合有差距不易修正。最後，是容易忽略極端值，且電腦程式設計上相對而言較複雜。

三、 拔靴法（bootstrap）

bootstrap 法是由 Bradley Efron（1979）所提出，主要是運用所謂無母數隨機化技術（nonparametric randomization technique），以重複抽樣的方式，在有限的樣本資料中建立一統計分配模型。假設有一組有限數目的樣本，希望從這些樣本中重建母體真實的分配，只要給定每個觀察值相同的機率，隨機抽取且容許放回。則次數越多抽到的機會就越大，反只次數越少抽到的機會越少。當重複抽取得樣本數目足夠後，則此次數分配會趨近於母體分配。但 bootstrap 法是針對隨機樣本所設計的，並不一定適用於時間序列資料，因為獨立重抽的作法會破壞資料中可能存在的跨時相關性。

為了解決此問題，Künsch（1989），Liu and Singh（1992），Politis and Romano（1992）分別提出移動區塊（moving block）的重抽方法。在此稱這些方法為移動區塊 bootstrap，而傳統的 bootstrap 則稱為 classical bootstrap。移動區塊 bootstrap 仍採用隨機抽樣，以保持 classical bootstrap 隨機抽樣的特性，但在抽樣時每次抽出一個子區塊為樣本，即每次抽出相鄰的數個觀察值。如此，樣本本身跨時相關的特性就能夠保留。

移動區塊 bootstrap 修正了 classical bootstrap 法會割裂資料間相關性的問題，但也忽略了資料本身定態（stationary）的特性，即移動區塊 boorstrap 產生的虛擬時間序列不一定具有定態（Politis and Romano，1994）。此外，在移動區塊 bootstrap 執行過程中，區塊的大小的決定也影響著結果，但目前尚無有效的方法來決定區塊的大小（Efron and Tibshirani，1993）。

因此 Politis and Romano（1994）提出了定態 bootstrap，不但捕捉資料間跨時的相關性，也保留了資料定態的性質。定態 bootstrap 的精神仍保持移動區塊 bootstrap 隨機重複抽取區塊的特性，但不再固定區塊長度，而是在每次抽樣前，先採用幾何分配隨機產生數字，作為該次抽樣的區塊長度。

根據江義玄（1999），移動區塊 bootstrap 實用性尚不如定態 bootstrap，因此本論文在此不與以討論。以下分別就 classical bootstrap 及定態 bootstrap 與以介紹：

(1) Classical bootstrap

Classical bootstrap 和歷史模擬法在操作上有許多相同之處，而兩者之間最大的差異，在於歷史模擬法是直接利用這些樣本來建構資產組合未來報酬值的分配，因此只有一條價格路徑。而 classical bootstrap 是從這些歷史資料中進行多次抽樣，來模擬真實的分配，以改善歷史模擬法的缺點。

以下舉例說明操作流程：

1.假設運用過去 101 期的資料來計算一天期的 VaR 值, 則 101 期的資料可以提供 100 個一天期的實際變動量。如下所示：

$$
\begin{array}{lll}
\Delta F(i)_{-100} = F(i)_{-100} & - F(i)_{-101} \\
\Delta F(i)_{-99} = F(i)_{-99} & - F(i)_{-100} \\
\vdots \qquad \vdots & \vdots \\
\vdots \qquad \vdots & \vdots \\
\Delta F(i)_{-2} = F(i)_{-2} & - F(i)_{-3} \\
\Delta F(i)_{-1} = F(i)_{-1} & - F(i)_{-2}
\end{array}
$$

2.將上述求得 100 個一天期的實際變動量，運用隨機抽樣的方式，進行 1000 次重複抽樣，則產生 1000 組模擬變動量。

$$\Delta F^{*}(i)_{t} \quad i = 1,2\ldots,n \ ; \quad t = 1,2,\ldots,1000$$

3.將第 i 項資產的模擬變動量 $\Delta F^{*}(i)$，加上該資產目前的價值 $F(i)_0$，就可以得到第 i 項資產一天之後的一個替代值 $F^{*}(i)_t$。由於共有 1000 個變動量 $\Delta F^{*}(i)_t$，所以可得 1000 個替代值 $F^{*}(i)_t$，如下圖所示：

$$
\begin{array}{lcccc}
F^{*}(i)_1 & = & F(i)_0 & + & \Delta F^{*}(i)_1 \\
F^{*}(i)_2 & = & F(i)_0 & + & \Delta F^{*}(i)_2 \\
F^{*}(i)_3 & = & F(i)_0 & + & \Delta F^{*}(i)_3 \\
\vdots & & \vdots & & \vdots \\
\vdots & & \vdots & & \vdots \\
F^{*}(i)_{1000} & = & F(i)_0 & + & \Delta F^{*}(i)_{1000}
\end{array}
$$

則 n 項資產的價格模擬值可利用此步驟得出：

$$F^*(i)_t \quad i=1,2\Lambda\ ,n\ ; \quad t=1,2,\Lambda\ ,1000$$

4.依目前各資產所持有權重，重新計算資產組合的價值　，每一個資產組合必包含 n 個價格模擬值，可得 1000 筆資產組合的價格模擬值$V_1, V_2\ \Lambda\ \ V_{1000}$。同時計算資產組合的目前的價值，可得$V_0$。最後將所估計出的 1000 筆資產組合的價格模擬值與目前的價值相比較，即$\Delta V_t = V_0 - V_t$，則可以得到 1000 筆資產組合的模擬變動量$\Delta V_1, \Delta V_2\ \Lambda\ \ \Delta V_{1000}$。

如下圖所示：

目前的資產組合：

$F(1)_0,\quad F(2)_0,\quad F(3)_0,\ \Lambda\quad F(n)_0 \quad\rightarrow\ V_0$

替代的資產組合：

$F^*(1)_1,\quad F^*(2)_1,\quad F^*(3)_1,\ \Lambda\ \ F^*(n)_1 \quad\rightarrow\ V_1$

$F^*(1)_2,\quad F^*(2)_2,\quad F^*(3)_2,\ \Lambda\ \ F^*(n)_2 \quad\rightarrow\ V_2$

M　M　M　M　M

M　M　M　M　M

$F^*(1)_{1000}, F^*(2)_{1000}, F^*(3)_{1000}, \Lambda\ \ F^*(n)_{1000} \ \rightarrow V_{1000}$

ΔV_1

ΔV_2

ΔV_{1000}

5.將所求得資產組合的模擬變動量依大小排列，在給定的信賴區間為 1-α下，依分位數即可得出風險值。以此例而言，假設給定的信賴區間（1-α）%＝95%，經大小排列後，則取第 950 個數字即為 VaR。

拔靴法主要優點在於進行統計推論時，並不需要知道母體的分配，故不會產生傳統檢定統計量時必須知道母體機率分配才能做出推論的限制。若當估計量的型態過於複雜時，常常需要複雜的推導步驟，而 bootstrap 卻可輕易的由多次重複抽樣中求得結果。且 bootstrap 可以處理厚尾、跳動（jumps）或其他偏離常態分配的情況。

其缺點是在使用上，如果在樣本極少的情況下，透過拔靴法所估計的分配機很難與真實分配相接近。此外，獨立重抽的作法亦會破壞

資料中可能存在的跨時相關性。

（2）定態拔靴法（Stationary bootstrap）

本論文以 Politis and Romano（1994）的方法說明定態 bootstrap 的執行方式。假定$\{X_n\}$是一組強定態（strong stationary）且弱相關（weakly dependent）的時間序列資料，共有 N 個觀察值。假設區塊$B_{i,b}$為包含X_i開始，連續 b 個觀察值的區塊，即

$$B_{i,b} = \{X_1, X_{i+1}, \Lambda\ , X_{i+b-1}\}$$

令L_1, L_2, Λ 為和$X_1, X_2, \Lambda\ , X_N$獨立的隨機變數數列，且 *L* 依循幾何分配，即$\{L_i = m\}$的機率為

$$P(\{L_i = m\}) = (1-p)^{m-1} p \qquad p \in [0,1], \quad m = 1, 2\Lambda$$

在給定 *p* 之下，m 越大，$\{L_i = m\}$的機率越小，m 越小，$\{L_i = m\}$的機率越大。*L* 的期望值為$E(L) = \frac{1}{P}$。*L* 的功能在於決定區塊的長度，當 *p* 越小時，區塊長度的期望值就越大；當 *p* 越大時，區塊長度的期望值越小。

由於許多得數學或統計軟體未提供產生幾何分配亂數的程式，在此引用 Vazquez-Abad and Champoux（1998）採用反函數法（inverse function method）的亂數產生方法來進一步說明：
首先，自均勻分配$[0,1]$產生亂數 *u*，則

$$L = floor\left(\frac{\ln(1-u)}{\ln(1-p)}\right)$$

其中$floor(\bullet)$函數指僅取一個數的整數部分，無條件捨去小數點後的值，則 *L* 就是我們希望從幾何分配中得到的亂數。又令I_1, I_2, Λ 為和 *L* 獨立的隨機變數數列，而 *I* 依循間斷均等分配（discrete uniform distribution），實現值為$\{1, 2, \Lambda\ , N\}$，*I* 的功能在於決定區塊的起點。

抽取區塊的方式如下：隨機產生$\{I_1, L_1\}$，其中I_1 決定第一個區塊的起點X_1 ，L_1決定區塊的長度，因此第一個區塊為

$$B_{I_1,L_1} = \{X_{I_1}, X_{I_1+1}, \Lambda\ , X_{I_1+L_1-1}\}$$

可以得到虛擬值$\{X_1^*, X_2^*, \Lambda\ , X_{L_1}^*\}$。
接著容許將抽出來的樣本放回，重複抽樣。再次抽樣產生$\{I_2, L_2\}$，第二個區塊為

$$B_{I_2,L_2} = \{X_{I_2}, X_{I_2+1}, \Lambda\ , X_{I_2+L_2-1}\}$$

得到L_2 個虛擬值，此時已經有$L_1 + L_2$ 個虛擬值

$\{X_1^*, X_2^*, \Lambda\ , X_{L_1}^*, X_{L_1+1}^*, \Lambda\ \ X_{L_1+L_2}^*\}$
不斷重複這個步驟直到得到 N 個虛擬值$\{X_1^*, X_2^*, \Lambda\ , X_N^*\}$為止。

既然定態 bootstrap 容許從原始資料$\{X_n\}$中隨機決定區塊起點，當區塊起點為X_{N-1}但區塊長度$L > l+1$時就會產生問題。為了使抽出的樣本維持定態的特性，定態 bootstrap 允許原始資料 wrap「纏繞」，即X_N後的觀察值反轉回X_1, X_2, Λ，不斷的延續下去。執行定態 boorstrap 得到 N 個虛擬值$\{X_1^*, X_2^*, \Lambda\ , X_N^*\}$後，可藉由這些虛擬值計算統計量，並模擬出統計量的真實分配。在此重複 M 次並取平均數，即為未來一天的 VaR 值。

江義玄（1999）即利用了台灣股票市場來驗證 Classical bootstrap、Moving Block bootstrap 及 Stationary bootstrap，結果發現定態拔靴法同時具有跨時相關性及資料纏繞的優點而較佳。而陳修詩（2001）也同樣比較過 Classical bootstrap 及 Stationary bootstrap，並以多項指標分別檢驗保守性、精確性及效率性指標，結果發現定態拔靴法均優於 Classical bootstrap。

四、 壓力測試法（Stress Testing Method）

由於資產報酬的分配有厚尾現象，市場出現極端事件變動的頻率會大於常態分配的假設。而且絕大部分的 VaR 衡量方式不是被設計出來處理不正常的價格變動。壓力測試目的就在認定市場極端狀況之情境，並量化在此情境下投資組合可能發生的損失金額，以彌補風險值對於風險管理機制的不足。

壓力測試法假設風險因子大幅變化時，對資產價格的影響程度。由於各種情境的設計，相當依賴主觀的判斷，所以多為 VaR 的輔助工具，即對於一些突發事件的應變模擬參考。例如：投資人必須瞭解若市場流動性大幅降低或該國發生金融危機等不正常的事件時，投資組合可能損失的程度。

壓力測試及情境分析常常被一起提到。兩者有許多相似之處，例如皆先假設特定的情況下去測試現有的投資組合，而不需要先給定事件發生的機率。但兩者最大的差別，在於壓力測試是從下而上的分析技巧，而情境分析則相反。壓力測試可以適用在較確定的風險因子大幅變動時，衡量投資組合的變動；而情境分析適用在複雜的情況如地

震、戰爭等。根據美國衍生性商品政策小組（Derivatives Policy Group）曾設計的壓力測試分類原則為：

1. 殖利率曲線上下平行移動 100 個基點
2. 殖利率曲線上下扭曲 25 個基點
3. 股票加權指數漲跌 10%
4. 匯率升貶變動 6%
5. 上述各變數之波動性增減 20%

第三節 其他評價法

極端值理論（Extreme Value Theory,EVT）

市場崩盤或災難會導致價格極端的下降，極端值理論（EVT）即在估計資產報酬分配的尾端事件機率。大部分金融資產尾部的分配都有厚尾（fat tail）的現象，厚尾的情況是來自於波動度的隨機性，或者是極端值發生的次數過多。因此有部分的研究風險值的探討文章，是以波動的隨機性著手，以考慮條件變異數的 GARCH 模型，來解決厚尾的問題。但是，隨機的波動性和極端值出現次數過多所產生的厚尾情況是不同的。極端值法的前提是假設重視投資組合損益分配的極端值，此方法利用極端值的統計理論，來決定在特定的信賴區間下最大的極端損失是多少。

一、 EVT 模型

Fisher-Tippet Theorem 為極端值理論的基本定理。其描述如下：假設一組樣本 $X_1, X_2, \Lambda\ , X_N$ 為來自未知分配 F 的隨機獨立樣本資料，M_{ni} 為前 n 筆資料最大值。則存在一規模參數 $a_n > 0$ 和一定位參數 $b_n > 0$，使得標準化後的最大值 $\frac{M_n - b_n}{a_n}$ 可收斂為

$$p\left(\frac{M_n - b_n}{a_n} \le x\right) = F^n(a_n * x + b_b) \to H(x) \qquad when\ \ n \to \infty$$

即當樣本數趨近於無窮大，$F^n(a_n * x + b_b)$ 分配會趨近於某一形式的退化分配（non-degenerate）*H(x)*分配。在此條件下，*F* 為 *H* 分配的最大映成定義域（max domain of attraction）即 $F \in MDA(H)$，而退化分配 *H* 即為極端值分配。此時 M_{ni} 的漸進分配會是以下三種之一：

Type Ⅰ (Gumbel分配)：　$H(X)=\exp(-e^{-x})$　　-∞＜X＜∞

Type Ⅱ (Frechet分配)：　$H(X)=0$　　$X\le 0$

$=\exp(-X^{-a})$　　a＞0，$X\ge 0$

Type Ⅲ(Weibull分配)：　$H(X)=1$　　$X\ge 1$

$=\exp\left[-(-X)^{-a}\right]$　　a＜0，$X\le 0$

Danielsson and de Vries（1997）指出假設 x 是風險資產的報酬，x 分配有厚尾現象。$F(x)$為 x 的分配函數其在尾部分配所呈現的行為模式如下：

$$\lim_{t\to\infty}\frac{1-F(tx)}{1-F(x)}=x^{-a},a>0,x>0$$

α為尾部指標（tail index）。當 $x\to\infty$，在已知a,b,a,b 的情況，且極大量的尾端資料時，$F(x)$可展開二階多項式為：

$$F(x)\approx 1-ax^{-a}\left(1+bx^{-b}\right)\quad a>0\qquad b\in R$$

$$a>0\qquad b>0$$

上式經過運算後可得：

$$\hat{X}_t=X_m\left(\frac{m}{nt}\right)^{\frac{1}{a}}\qquad X_t>X_m$$

上式即表示對一組實際資料，估計出尾部分配的風險值。其中，α為尾部指標（tail index），而X_m為 Threshold，代表的是機率分配尾端的起點。

二、 尾部指標（tail index）α的參數估計法

尾部指標α代表的是尾部遞減的速率，可由尾部指標的估計值，判斷某機率密度函數的尾部分配，為三種極端分配的那一種。
極端值漸進分配的參數估計法根據彭勝峰（2001）分為三種：

1. 有母數法（parametric approach）：又分為最大概似估計法（maximum like method, MLE）及回歸法（regression method）。
2. 無母數法（nonparametric approach）
3. 半參數法（semi-parametric approach）：又稱為機率加權動差法（probability weighted moments, PWN），分為 Pickands（1975）的 Pickands Estimator，Hill（1975）的 Hill Estimator，及 de

Haan＆Resnick（1980）的 de Haan＆Resnick Estimator。

以下僅簡介機率加權動差法中 Hill（1975）的 Hill Estimator 估算尾部指標α的方法：

$$\frac{1}{a}=\frac{1}{m-1}\sum_{t=1}^{m-1}\log\frac{X_t}{X_m}$$

其中 X_m 為樣本數目為 n 的順序統計量，即 $X_1 \geq \Lambda \ \geq X_m \geq \Lambda \ \geq X_n$，而由上式中發現，要計算尾部指標，需先算出 m 值，即最適的門檻值（Threshold）。

三、門檻值（Threshold）的選取

門檻值的選取方式根據彭勝峰（2001）有三，包括 Hill Plot 法、Reiss＆Thomas（1997）的公式法及 Danielsson ＆de Vries（1997）所使用的 Bootstrapping MSE 法。將上述三種門檻值的選取方法所找出的最佳門檻值帶入，即可求的最佳尾部指標估計值。再將最佳尾部指標估計直帶回，即可求得風險值。

本論文對 EVT 沒有做深入的探討，有興趣者可以參閱康倫年（1998）、陳炎信（1999）、紀舒文（2000）、王永慶（2000）、彭聖峰（2001）及王君文（2001）均有詳細的解說。

第四節 風險值模型的檢定方法

本論文利用 Basle 提出的回溯測試（Back Test）、Hendricks 提出的評比方法、Lopez 提出的驗證方法及紀舒文（2000）的驗證模型。驗證方法共分為兩大類

一、平均值（Mean，μ）

此法為求解第 i 個 VaR 模型所估計值之平均值，若平均值之絕對值叫其他方法高，代表此模型較保守。μ表示如下：

$$m_i=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}VaR_{it}$$

二、變異數百分比（Percentage Volatility, Vol）

此法為求解第 i 個 VaR 模型所估計值之變異數百分比，變異數愈大表示此模型越不具穩定性。Vol 表示如下：

$$Vol_i = V(VaR_i)*100\%$$

三、相對均方根偏差（Root Mean Squared Relative Bias，RMS）

此法是以各風險值的總和平均為標準，計算各風險值模型在估計期間與此標準的相對差異大小。假設計算模型有 m 個，各估計 T 天 VaR，RMS 表示如下：

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(\frac{VaR_{it} - \overline{VaR_t}}{\overline{VaR_t}}\right)^2}$$

其中$\overline{VaR_t} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} VaR_{it}$

四、回溯測試百分比（Back Test，Back）

此法為 BIS 所建議的方法，以過去一年的部位投資（約 250 天）計算每日損失值超過 VaR 的次數和，再取其平均值。本研究採用歷史窗口 100 天，所以利用此 100 天歷史報酬與所求算之 VaR 相比，將落於 VaR 之外的次數相加在除以 100，再乘以 100%得到本研究回溯測試值。此項指標在檢測運用歷史資料求算之 VaR 估計值，對於歷史資訊的捕捉是否具效率。當回溯測試值月低表示該模型對於歷史表徵越保守。另外 BIS 有提及向前測試（Forward Test）是將每天的 VaR 估計值與實際損益相比，根據 BIS 定義，若實際損益落入 VaR 之外將被計一個離位點（outlier），經過一年的資料檢測（250 天），再將此離位點相加即為向前測試值，用來探討模型預測的保守性問題。向前預測值過低表示該模型估計過保守，過高表示風險值估計過小。

五、失敗比率（Uncovered Loss Ratio，ULR）

此法為損失超過所估計 VaR 的比率，當 ULR 越低，表示模型的估計越保守，越接近α越佳。ULR 表示如下：

$$ULR_i = \frac{1}{T}\left(\sum_t \begin{cases} 1 & if \quad \Delta W_{i,t+1} < VaR_{i,t} \\ 0 & if \quad \Delta W_{i,t+1} \geq VaR_{i,t} \end{cases}\right)*100\%$$

六、未覆蓋二次值（Uncovered Quadratic Value，UQV）

此法在捕捉 VaR 之外的尾端值，即若該次估計損益超過 VaR 值，就將該次估計的 VaR 模型與該損益相減並取其平方，再將所有值相加即可求得該 VaR 模型的 UQV，當 UQV 越小表示模型的估計越保守。UQV 表示如下：

$$UQV_i = \sum_t \begin{cases} \left(\Delta W_{i,t+1} - VaR_{i,t}\right)^2 & if \quad \Delta W_{i,t+1} < VaR_{i,t} \\ 0 & if \quad \Delta W_{i,t+1} \geq VaR_{i,t} \end{cases}$$

七、滿足覆蓋乘數（Multiple to attain Desired Coverage，MAC）

此法為該 VaR 模型所算出的 VaR 序列，要乘上多少才能使該模型的失敗比率趨近於α%。此乘數越接近 1，表示該模型越精確。

即尋找一個乘數 MAC 使得：

$$\left(\frac{1}{T}\sum_t \begin{cases} 1 & if \quad \Delta W_{i,t+1} < VaR_{i,t} * MAC_i \\ 0 & if \quad \Delta W_{i,t+1} \geq VaR_{i,t} * MAC_i \end{cases}\right) \approx a\,\%$$

八、尾端覆蓋乘數平均（Average Multiple of Tail Event to Risk Measure，AMT）

此法為若估計的 VaR 值在實際損益之外時，尋求一個乘數 MT，使得該 VaR 等於實際損益，再將所有 MT 平均求算出所謂的 AMT。當 AMT 越小，表示 VaR 模型越保守。AMT 表示如下：

$$AMT_i = \frac{1}{m}\left(\sum_t \begin{cases} MT_{i,t} = \dfrac{\Delta W_{i,t+1}}{VaR_{i,t}} & if \quad \Delta W_{i,t+1} < VaR_{i,t} \\ 0 & if \quad \Delta W_{i,t+1} \geq VaR_{i,t} \end{cases}\right)$$

參考文獻

英文部分

1. Beder, Tanya Styblo; " VAR: Seductive but dangerous "; Financial Analysts Journal, Charlottesville; Sep/Oct 1995; Vol.51, Iss.5; pg. 12,13 pgs .
2. Hendricks, Danyll; " Evaluation of value-at-risk model using historical date "; Economic Policy Review-Federal Reserve Bank of New York, New York; Apr 1996;Vol. 2,Iss. 1;pg. 39,31 pgs.
3. Jorion, Philippe; " Risk2: Measuring the risk in value at risk "; Financial Analysts Journal, Charlottesville; Nov/Dec 1996; Vol. 52,Iss. 6;pg.47, 10pgs.
4. Jorion, Philippe; Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk; IRWIN; 1997.
5. J.P. Morgan; RiskMertics-Technical Document; Fourth Edition, New York; Dec 17, 1996.

Darrell Duffie; " An overview of value at risk ", Journal of Derivatives, New York; Spring 1997;Vol.4, No.3, pg.7, 49pgs.

12.Kevin Dowd(1998), "Beyond Value at Risk: The new science of risk management ", John Wiley & Sons Ltd.

13.Kevin Dowd(1999), "A value at Risk Approach to Risk-Return Analysis", The Journal of Portfolio Management, Sumer 1999, pp.60-7.

h

Danielsson, J., and C. G. de Vries, 1997, “Tail Index and Quantile Estimation with Very High Frequency”, Journal of Empirical Finance 4,pp. 241-57.

Danielsson, J., and C. G. de Vries,1997, “Beyond the Sample: Extreme Quantile and Probability Estimation”.

中文部分

1. **謝劍平，現代投資學，智聖文化企業公司，2000 年 9 月再版。**
2. **吳友梅，衍生性商品市場風險管理之研究，政治大學財務管理學研究所論文，1996 年 6 月。**
3. **呂自勇，金融資產投資組合風險值衡量　以台灣股市債市投資組合為例，中央大學財務管理研究所論文，1997 年 6 月。**
4. **王佳真，風險值觀念的介紹與應用—以台灣股票市場為例，台灣大學商學研究所論文，1998 年 6 月。**
5. **邱裕元，台灣地區風險值之評估—分別以股票、利率及匯市市場為例，東吳大學企業管理研究所論文，1998 年 6 月。**
6. **陳若鈺，風險值（**Value at Risk**）的衡量與驗證：台灣股匯市之實證，台灣大學財務金融學研究所論文，1999 年 6 月。**
7. **林玉梅，運用風險值進行財務預估之實證，東海大學管理研究所論文，**1999 **年** 6 **月。**
8. **曾有福，**VaR **風險估計值評估之研究，中山大學財務管理研究所論文，**1999 **年** 6 **月。**
9. **黃卉芊，台灣股匯市投資組合風險值之計算與評估，中央大學財務管理研究所論文，1999 年 6 月。**
10. **黃冠瑋，結合蒙地卡羅模擬法與波動性模型之涉險值分析，淡江大學財務金融研究所論文，1999 年 6 月。**
11. **張士杰，運用拔靴複製法構建** VaR **估計量之分配，銘傳大學金融研究所論文，**1999 **年** 6 **月。**

12. 高志明，核心密度函數在風險值估計的應用與評估，銘傳大學金融研究所論文，1999 年 6 月。
13. 康倫年，Value at Risk 與無母數方法，台灣大學財務金融學研究所，1999 年 6 月。
14. 陳炎信，考慮極端事件之 VaR 風險評估模式，銘傳大學金融研究所論文，1999 年 6 月。
15. 吳俊賢，市場風險與銀行資本適足性之研究-風險值模型之應用，東吳大學企業管理研究所論文，2000 年 6 月。
16. 王俊懿，金融組合風險值之研究，台灣大學國際企業研究所論文，2000 年 6 月。
17. 邢益慈，確定提撥計畫下退休基金之資產配置策略，中山大學財務管理研究所論文，2000 年 6 月。
18. 王隆，共同基金績效之研究-風險值模型之應用，成功大學國際企業研究所論文，2000 年 6 月。
19. 邱瑜明，投資組合保險策略—在台灣股市之相關研究，政治大學金融研究所論文，2000 年 6 月。
20. 周忠賢，風險值衡量方法的比較－匯率之實證研究，輔仁大學金融研究所論文，2000 年 6 月。
21. 江常維，抵押貸款相關證券之風險評估—風險值(Value at Risk)應用，台灣大學財務金融學研究所論文，2000 年 6 月。
22. 江義玄，投資組合之風險評價：新模擬方法的應用，政治大學企業管理研究所論文，2000 年 6 月。
23. 陳俊智，以 Monte Carlo 模擬法計算投資組合風險值 Quasi-Monte Carlo 與 Crude Monte Carlo 比較，中正大學財務金融研究所論文，2000 年 6 月。
24. 蔡明孝，綜合證券商風險資產之評估—Value at Risk 的應用，政治大學國際貿易研究所論文，2000 年 6 月。
25. 林建秀，公司規模效果之涉險值研究，政治大學國際貿易學研究所論文，2000 年 6 月
26. 林孟迪，極端風險值理論在新興市場之應用，淡江大學財務金融研究所論文，2000 年 6 月。
27. 戴裕鴻，非線性部分之 VaR 模型探討，中山大學財務管理學系研究所論文，2000 年 6 月。
28. 傅家齊，運用參數型非中心 t 分配之拔靴複製估計模型改進涉險值評估模式，銘傳大學管理科學研究所論文，2000 年 6 月。
29. 賴雨聖，運用準亂數抽樣技術改進半參數型極端涉險值模型之估計，銘傳大學金融研究所，2000 年 6 月。
30. 黃冠華，證券商自營股票部位之風險預警系統-以 VaR(風險值)

為基礎，中山大學財務管理學系研究所論文，2000 年 6 月。
31. 林潔珍，風險值之衡量與驗證—以台灣債券市場投資組合為例，台灣大學財務金融學研究所論文，2000 年 6 月。
32. 王仁尹，我國金融資產 VaR 風險值壓力測試之研究，台灣大學，國際企業學研究所論文，2000 年 6 月。
33. 紀舒文，VaR 風險管理之保守性、精確度與效率性研究，台灣大學商學研究所論文，2000 年 6 月。
34. 張聖威，衍生性金融商品市場風險之衡量-簡化風險值模型之應用，東吳大學國際貿易學研究所論文，2000 年 6 月。
35. 王德仁，風險值評估之統計方法與實證研究，國立台北大學統計學研究所論文，2000 年 6 月。
36. 吳欣桐，風險值（Value at Risk）在台灣股市的應用—股票與認購權證投資組合之實證分析，中正大學國際經濟研究所論文，2001 年 6 月。
37. 王永慶，參數型與半參數型極端風險值之估計及其於壓力測試上之應用，銘傳大學金融研究所論文，2001 年 6 月。
38. 黃孟慧，從避險成本探討認購權證避險策略，淡江大學財務金融研究所論文，2001 年 6 月。
39. 謝依真，銀行投資組合之風險衡量-VaR 模型之應用，東吳大學國際貿易研究所，2001 年 6 月。
40. 卓訓方，美國高科技類股風險值估計模型之實證研究，中國文化大學經濟學研究所所論文，2001 年 6 月。
41. 陳芬薇，運用不同風險值模型衡量銀行市場風險資本適足性以台灣某大銀行為例，東吳大學經濟研究所論文，2001 年 6 月。
42. 楊宗庭，共同基金風險值的評估與應用，台灣大學財務金融學研究所論文，2001 年 6 月。
43. 曹竹民，我國外匯存底之匯率變動風險值之研究，政治大學經營管理碩士學程論文，2001 年 6 月。
44. 張簡章程，增進模擬法估計風險值績效之研究－以台灣股票市場為例，義守大學管理科學研究所論文，2001 年 6 月。
45. 陳修詩，台灣股市風險值之預測，朝陽科技大學財務金融系碩士班論文，2001 年 6 月。
46. 王君文，極值理論風險值評估模式之探討，中正大學財務金融研究所論文，2001 年 6 月。
47. 彭聖峰，極端值理論在風險值之應用與方法比較，中正大學財務金融研究所論文，2001 年 6 月。
48. 劉志勇，選擇權風險值之衡量，東吳大學經濟學研究所論文，2001 年 6 月。

49. 蔡一德，台灣認購權證發行券商之市場風險與避險策略－VaR 模型之應用，銘傳大學金融研究所論文，2001 年 6 月。
50. 簡明照，投資組合成份涉險值限制下之資產配置模型-以郵匯局股票基金之資產管理為例，銘傳大學金融研究所在職專班論文，2001 年 6 月。
51. 趙敏娟，指數期貨最適避險之策略，淡江大學財務金融學研究所論文，2001 年 6 月。
52. 陳嘉平，流動性風險、漲跌幅限制及風險衡量，台灣大學財務金融學研究所論文，2001 年 6 月。
53. 林姿婷，風險基礎資本與涉險值運用在保險監理上之比較， 政治大學風險管理與保險學研究所論文，2001 年 6 月。
54. 陳怡君，退休基金資產配置策略之研究-以 VaR 資訊為基礎之模型，銘傳大學金融研究所，2001 年 6 月。
55. 蒲建亨，整合 VaR 法之衡量與驗證　以台灣金融市場投資組合為例，政治大學國際貿易學研究所，2001 年 6 月。
56. 盧銘森，應用風險值及左偏動差模式評估共同基金績效，銘傳大學金融研究所碩士班在職專班論文，2001 年 6 月。