

東海大學國際貿易研究所
碩士論文

指導教授：蕭欽篤 博士

匯率預測模型績效之研究
--時間序列及灰色預測模型之應用



研究生：陳學毅

中華民國九十三年七月

謝辭

本篇論文能順利完成，首先要感謝指導教授蕭欽篤老師，在論文的撰寫期間指引論文方向，在做研究的心態上給予啟發，賦予學生信心及發揮空間，並給予巨細靡遺的批閱，使學生能順利完成論文，在此致以由衷的謝意。

在口試期間，感謝口試委員林灼榮老師以及逢甲大學劉宗欣老師提供寶貴的意見與建議，尤其是林灼榮老師在計量模型的觀念及應用上深入的指導，使學生受益良多，在此謹致以最深的謝意，師恩浩瀚，永銘五內。

感謝研究所生涯中同窗兩年的好友：有義氣的涓靖、愛嘻鬧的宏偉、認真的義雄、成熟穩重的東孟大哥、冷笑話女王伊晴、最佳牌友誌泓、活潑大方的昀薇、嬌嬌女舒瑜，這一路的辛苦感謝有你們的陪伴。感謝國貿系壘球隊的每一員，陪伴我在課餘時享受打壘球的喜悅。感謝惠敏在我心情低潮時，給予關心與鼓勵。

感謝父親陳斌春、母親陳蔡絹芬及家人全力的支持，讓我能順利的完成碩士學業以及論文的撰寫。最後謹以本文獻給親愛的家人、師長、同學以及朋友。

陳學毅 謹誌於
東海大學國際貿易研究所
中華民國九十三年七月

摘要

近年來全球經貿的自由化，國際間資金流動日益頻繁，浮動匯率制度造成匯率之不確定性，為國際間的貿易及投資活動投入了變數。如果政府、企業決策甚至個人投資活動，能夠掌握匯率之變動而做出適當回應，便能減低匯率變動所產生之風險。

本研究採用適應性預期理論，應用時間序列 ARIMA GARCH 及灰色預測 GM(1,1) 計量模型進行新台幣對美元匯率之預測，並以 MAPE 及 Theil's U 做為預測績效評估之標準，找出合適的長、短期匯率預測模型。本研究在短期匯率預測方面分別採用日資料及月資料進行預測，長期匯率預測方面則以季資料進行預測。

研究結果發現：針對日資料而言，本研究配適 ARIMA(0,1,1) 模型 GARCH(1,1) 模型及 GM(1,1) 模型，三種模型之 MAPE 值均遠小於 10%，Theil's U 值亦相當接近於零，預測績效相當優良。三種模型中預測績效最佳為 ARIMA 模型，GARCH 模型次之，GM(1,1) 模型再次之；針對月資料而言，本研究配適 AR(1)AR(4) 模型、GARCH(1,1) 模型及 GM(1,1) 模型，三種模型之 MAPE 值均遠小於 10%，Theil's U 值亦相當接近於零，預測績效相當優良。三種模型中預測績效最佳為 GM(1,1) 模型，ARIMA 模型次之，GARCH 模型再次之；針對季資料而言，雖然匯率季資料並不存在 ARCH 效果，本研究仍嘗試進行建模及預測，以觀察其績效是否真的較差。結果顯示 GARCH 模型相較 ARIMA 模型之績效確實較差，因此季資料之預測以 ARIMA 模型進行即可獲得優良的預測績效。本研究配適 AR(1)AR(2)MA(4) 模型及 GM(1,1) 模型，兩模型之 MAPE 值均小於 10%，Theil's U 值亦接近於零，預測績效尚可。兩種模型中預測績效最佳為 ARIMA 模型，GM(1,1) 模型次之。

在匯率的預測上，時間序列與灰色預測模型對於短期的日資料及月資料有極佳的績效，MAPE 值約為 1% 左右，Theil's U 值約為 0.005 左右；長期的季資料預測績效則較差，MAPE 值約為 5% 左右，Theil's U 值約為 0.03 左右。因此時間序列與灰色模型較適合於短期匯率之預測。由於長期資料不存在 GARCH 效果，短期資料 GARCH-M 模型係數不顯著，因此 GARCH 模型之預測績效與 ARIMA 模型很接近，沒有比 ARIMA 模型傑出。灰色預測 GM(1,1) 模型相較於時間序列模型，僅需四項數據即可建立模型進行預測，且在短期匯率預測之績效上表現優良，為一具有效率且值得參考之預測模型。

關鍵詞：匯率預測、時間序列、灰色理論、灰色預測。

Abstract

Recently, Global trades become more liberal and International investment activities are more and more frequent. Floating exchange rate system cause uncertainty of exchange rate in the international trade and investment. If government, enterprise and individual can control the variation to do proper response, then the risk from exchange rate variation can be lowered.

This paper adopts the theory of adaptive expectation and applies time series ARIMA, GARCH and gray forecasting GM(1,1) model to construct the long and short-term US-NT exchange rate forecasting model. We use MAPE and Theil's U to evaluate the forecasting performance, and expecting to find the proper forecasting model in the long and short-term. In the short-term forecasting, we adopt daily and monthly data; in the long-term forecasting, we adopt seasonally data.

Our findings are: In the aspect of daily data, we construct ARIMA(0,1,1) model, GARCH(1,1) model and GM(1,1) model. MAPE values of these three models are all far smaller than 10% and Theil's U values are closed to zero. These three models perform well in forecasting. Among these three models, ARIMA model performs best, the second is GARCH model, the third is GM(1,1) model; In the aspect of monthly data, we construct AR(1)AR(4)model, GARCH(1,1) model and GM(1,1) model. MAPE values of these three models are all far smaller than 10% and Theil's U values are closed to zero. These three models perform well in forecasting. Among these three models, GM(1,1) model performs best, the second is ARIMA model, the third is GARCH model; In the aspect of seasonally data, ARCH effect is not significant. But our research keep trying to process GARCH model to know whether GARCH model isn't appropriate in seasonally forecasting. The result is GARCH model isn't appropriate in seasonally forecasting So we construct AR(1)AR(2)MA(4)model and GM(1,1) model. MAPE values of the two models are both smaller than 10% and Theil's U values are closed to zero. The two models perform not bad in forecasting. Among the two models, ARIMA model performs best, the second is GM(1,1) model.

In the exchange rate forecasting, time series and gray forecasting models perform well in the daily and monthly forecasting of short-term data. The seasonally forecasting performance of long-term data is worse than short-term data. Time series and gray forecasting models are more proper in short-term exchange forecasting. The long-term data don't exist ARCH effect and in the short-term data the parameter of

GARCH-M model is not significant. So the forecasting performance of GARCH model is closed to ARIMA model. GARCH model isn't superior to ARIMA model. To compare Time series with gray forecasting models, GM(1,1) model needs only four data to construct model and forecast. The performance in the exchange rate forecasting is well. So GM(1,1) model is a effective and reference-worthy forecasting model.

Key words : Exchange Rate Forecasting, ARIMA, GARCH, GM(1,1), Gray System, MAPE, Theil's U.

目錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
圖目錄	v
表目錄	vi
第壹章 緒論	1
第一節 研究背景與動機	1
第二節 研究目的	2
第三節 研究架構	3
第貳章 文獻回顧	5
第一節 國內相關文獻回顧	5
第二節 國外相關文獻回顧	8
第三節 國內外文獻之貢獻	10
第參章 理論基礎與計量模型	12
第一節 匯率預期理論	12
第二節 時間序列及灰色預測模型	16
第三節 預測精確度之衡量準則	29
第肆章 實證結果比較分析	31
第一節 研究樣本及資料來源	31
第二節 匯率預測實證模型建立與分析	35
第三節 匯率預測績效之評估	51
第伍章 結論與研究限制	53
參考文獻	
附錄	

圖目錄

《圖 1.1》	研究流程圖-----	4
《圖 4.1》	新台幣對美元匯率走勢圖(日資料)-----	33
《圖 4.2》	新台幣對美元匯率走勢圖(月資料)-----	33
《圖 4.3》	新台幣對美元匯率走勢圖(季資料)-----	34
《附圖 1》	日資料自我相關函數及偏自我相關函數之圖形-----	58
《附圖 2》	ARIMA(0,1,1)模型之 Ljung-Box Q 檢定-----	58
《附圖 3》	月資料自我相關函數及偏自我相關函數之圖形-----	58
《附圖 4》	AR(1)模型之 Ljung-Box Q 檢定-----	59
《附圖 5》	AR(1)AR(4)模型之 Ljung-Box Q 檢定-----	59
《附圖 6》	季資料自我相關函數及偏自我相關函數之圖形-----	59
《附圖 7》	MA(1)MA(2)MA(4)模型之 Ljung-Box Q 檢定-----	60
《附圖 8》	AR(1)AR(2)MA(4)模型之 Ljung-Box Q 檢定-----	60
《附圖 9》	資料之 ARCH 效果檢定-----	61

表目錄

《表 2.1》	國內外匯率預測相關文獻彙整表	9
《表 2.2》	本研究三種預測模型比較表	11
《表 3.1》	ARMA 模型穩定條件及可逆條件	22
《表 3.2》	MAPE 預測能力之等級	29
《表 4.1》	時間序列模型研究樣本期間與資料來源	32
《表 4.2》	灰色預測模型研究樣本期間與資料來源	32
《表 4.3》	原始序列之單根檢定結果	35
《表 4.4》	一階差分後之單根檢定結果	35
《表 4.5》	ARIMA 模型之配適結果(日資料)	36
《表 4.6》	ARIMA 模型新台幣對美元匯率預測表(日資料)	37
《表 4.7》	ARIMA 模型之配適結果(月資料)	38
《表 4.8》	ARIMA 模型新台幣對美元匯率預測表(月資料)	39
《表 4.9》	ARIMA 模型之配適結果(季資料)	40
《表 4.10》	ARIMA 模型新台幣對美元匯率預測表(季資料)	41
《表 4.11》	GARCH 模型新台幣對美元匯率預測表(日資料)	42
《表 4.12》	GARCH 模型新台幣對美元匯率預測表(月資料)	44
《表 4.13》	GARCH 模型新台幣對美元匯率預測表(季資料)	45
《表 4.14》	GM(1,1)模型新台幣對美元匯率預測表(日資料)	47
《表 4.15》	GM(1,1)模型新台幣對美元匯率預測表(月資料)	49
《表 4.16》	GM(1,1)模型新台幣對美元匯率預測表(季資料)	50
《表 4.17》	匯率預測日資料之 MAPE 值及 Theil's U 值	51
《表 4.18》	匯率預測月資料之 MAPE 值及 Theil's U 值	52
《表 4.19》	匯率預測季資料之 MAPE 值及 Theil's U 值	52

第壹章 緒論

第一節 研究背景與動機

在國際經貿交易活動中，匯率一直是相當重要的課題。早期匯率制度採用固定匯率制度，沒有匯率變動之風險。但在 1973 年布列敦森林制度瓦解後，美國等貿易夥伴國家放棄固定匯率制度，改為採用浮動匯率制度，之後多數國家紛紛跟進採用浮動匯率制度，台灣政府亦於 1978 年宣佈放棄固定匯率制度，採用機動匯率制度^{註1}。近年來全球經貿的自由化，國際間資金流動日益頻繁，浮動匯率制度造成匯率之不確定性，為國際間的貿易及投資活動投入了變數。

台灣是一個海島型經濟國家，國際貿易為國家經濟之主要來源。當新台幣貶值，對以出口為導向之企業而言，產品在國際間價格下跌，產品競爭力提昇，銷售量增加，造成獲利增加；然而對以進口為導向之企業而言，進口物料之價格上升，生產成本提高，造成獲利減少。另外，新台幣貶值同時造成民眾持有外幣之意願提高，進而影響到國內貨幣市場及證券市場交易，利率及股價亦隨之牽動。亞洲於 1997 年發生金融風暴，原因之一為國際間投機客操作，短期內抽出大量資金，加上東南亞國家經濟及金融體質不健全，匯率制度崩盤，幣值大貶而造成金融風暴。由此可見匯率變動之不確定性對整個國家、企業及個人造成諸多影響。如果政府、企業決策甚至個人投資活動，能夠掌握匯率之變動而做出適當回應，便能減低匯率變動所產生之風險。

影響匯率之因素有很多，在學術理論上經濟學家歸納出幾種不同觀點之均衡匯率決定模型。最早提出之理論為購買力平價說，又分為絕對購買力平價及相對購買力平價。絕對購買力平價主張在單一價格法則^{註2}成立下，匯率由兩國物價水

^{註1} 匯率不再由政府明定，而是透過市場機制決定，只有在必要時刻由央行買賣外匯進行干預。

^{註2} 不考慮運輸成本、關稅、貿易障礙和交易成本的情況，透過商品套利將使國際間相同通貨表示的同質性財貨只存在一種價格。

準之比率所決定；相對購買力平價則主張匯率之變動率等於兩國物價水準變動率之差距。利率平價說則是針對國際資本流動對匯率之影響，又分為未拋補利率平價及已拋補利率平價。未拋補利率平價主張在不考慮交易成本的情況下，兩國貨幣利率水準之差額等於預期匯率變動率；已拋補利率平價則主張兩國貨幣利率水準之差額等於遠期外匯折價或溢價之變動率。貨幣學派的學者則認為貨幣供給及貨幣需求才是均衡匯率之決定因素，主張貨幣政策是影響匯率最有效的工具。資產組合平衡模型則假設本國債券和外國債券並非完全替代，主張均衡匯率之決定受到投資人所持有的資產組合影響。

然而應用上述學術理論模型進行匯率預測時，必須先蒐集許多對匯率具有影響力之變數資料（例如：物價、利率、貨幣供給、資產組合），如果資料不完整或變數之選擇不夠周詳，其預測精確度必定受到影響。因此本研究採用適應性預期理論，應用時間序列 ARIMA、GARCH 模型，以及灰色預測 GM(1,1)模型進行匯率預測績效之研究，本研究所謂績效是以 MAPE 及 Theil's U 做為評估之標準，比較上述三種模型樣本外事後預測(ex-post)之績效。三種模型均以過去匯率歷史資料為模型建構的基礎，考慮匯率本身所產生的訊息來進行預測，在執行樣本外預測時以本身的資料即可進行，不需要其他變數的輸入。

第二節 研究目的

台灣對外貿易主要貨幣為美元，掌握新台幣對美元匯率之變動尤其重要。本研究以適應性預期理論為基礎，應用時間序列 ARIMA、GARCH 模型以及灰色預測 GM(1,1)模型三種匯率預測計量模型之建構及預測，並以 MAPE 及 Theil's U 做為預測績效評估之標準，比較三種模型樣本外事後預測(ex-post)之績效，試圖找出長期及短期最合適之新台幣對美元匯率預測模型，以提供政府機關、企業及民眾在交易及投資決策上，對未來匯率走勢預測之參考。

第三節 研究架構

本研究共分為五個章節，各章節內容如下：

第壹章 緒論

本文研究背景、研究動機、研究目的、研究架構之說明。

第貳章 文獻回顧

回顧並整理過去國內外相關的研究文獻。

第參章 理論基礎與計量模型

說明本研究所採用之理論基礎、計量模型與預測績效評估準則。

第肆章 實證結果比較分析

說明資料來源及定義，針對前章所述之計量模型進行實證研究，並對實證研究結果進行比較分析及探討。

第伍章 結論與研究限制

說明本研究之結論與研究限制，並對後續的研究提出建議及方向。

本文研究流程圖如下：

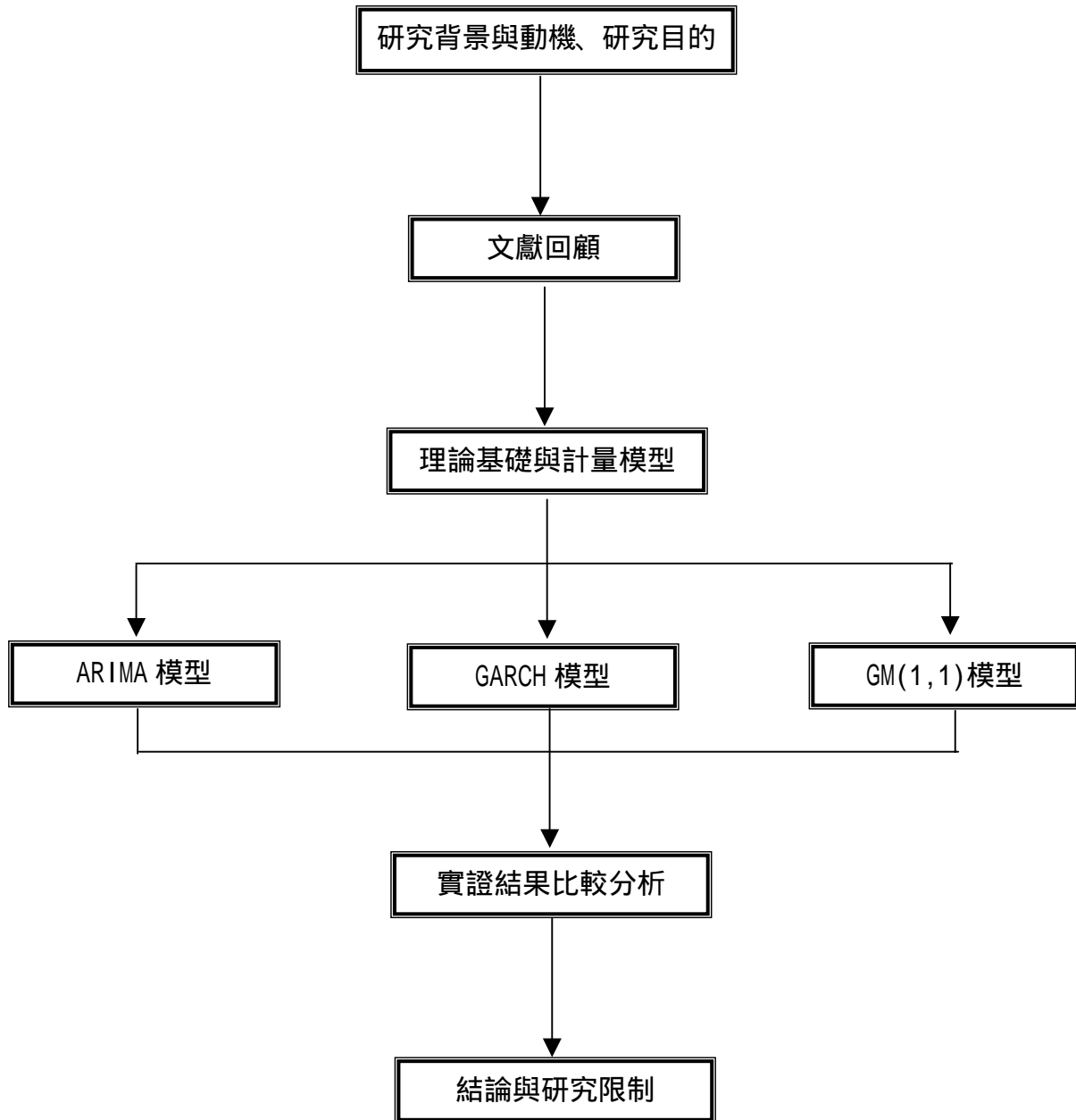


圖 1.1 研究流程圖

第貳章 文獻回顧

第一節 國內相關文獻回顧

陳心一（1997）提出 ARIMA 模型及 GARCH 模型兩種預測模型，比較其預測績效，尋求較佳的預測模型。以 1994 年 1 月至 1997 年 2 月為研究期間，使用新台幣對美元匯率的日資料。研究中選擇 ARIMA(0,1,1)模型及 GARCH(1,2)模型進行實證，研究結果如下：(1)以 1994 年 1 月至 1996 年 11 月之日資料為樣本建構 ARIMA 及 GARCH 模型進行預測。比較 GARCH 與 ARIMA 模型匯率預測值的區間估計，發現 GARCH 模型較窄。(2)比較 GARCH 與 ARIMA 模型匯率預測值與實際值的誤差，亦顯示 GARCH 模型誤差較小，表示相對 ARIMA 模型，GARCH 模型為一較佳的匯率預測模型。

施向陽（2001）應用三種匯率預測的模型研究新台幣對美元匯率的預測績效，研究期間為 1982 年至 2000 年。第一種預測模型為迴歸估計方程，在匯率影響因素方面結合了國際收支平衡理論、相對購買力平價理論及彈性價格貨幣學派理論的影響因子，以台灣經常帳年增率、台灣/美國年消費物價指數年增率之差額、台灣/美國年重貼現率之差額、台灣/美國年貨幣供給額(M2)之差額及台灣/美國實質國內生產毛額(GDP)之差額共五個變數為研究模型的自變數。第二種預測模型為倒傳遞類神經網路，第三種預測模型為 GM(1,1)模型。研究結果如下：(1)迴歸方程部分，各變數均對匯率有顯著之影響，台灣/美國年重貼現率之差額、年貨幣供給額之差額兩變數與匯率具有正向關係；台灣經常帳年增率、台灣/美國年消費物價指數年增率之差額、實質國內生產毛額之差額三變數與匯率具有反向關係。透過灰關聯度分析發現台灣與美國實質國內生產毛額之差額與匯率變動相關性最高。(2)比較三個模型的預測誤差，發現倒傳遞類神經網路預測能

力最佳，其次為迴歸方程，最後為 GM(1,1)模型。然而該研究在預測的部分係採用樣本內預測的方法，也因此誤差都很低，實際值與預測值相差不大。但我們知道樣本內預測的意義並不大，重要的是樣本外之預測能力，能以現有的資訊預測未來的能力才有意義，此為該研究在匯率預測上的瑕疵，亦為本研究針對灰色預測 GM(1,1)模型加強之重點。

鄭美幸、詹志明 (2002) 應用隨機漫步模型、時間序列 GARCH 模型及灰色預測三種模型，比較新台幣對美元匯率之績效。研究期間為 1989 年 4 月至 1999 年 12 月共 129 筆月資料。在灰色預測部分作者首先以 129 筆資料進行建模及預測，發現績效並不突出。由於灰色預測之特性係在樣本受限下進行預測的方法，因此研究中嘗試小樣本之建模及預測，發現以六筆資料建模及預測為最佳，因此該研究以 1999 年 7 月至 1999 年 12 月作為灰色預測模型之初始樣本。研究結果發現：(1)在一個月及三個月的預測績效中，灰色預測模型最佳，GARCH 模型次之，隨機漫步模型再次之。(2)在 6 個月的預測績效中，隨機漫步模型最佳，GARCH 模型次之，灰色預測模型再次之。

張小彤 (2003) 研究新台幣對美元匯率的預測，以 1989 年 1 月至 2002 年 12 月為研究期間，使用新台幣對美元匯率的月資料，透過 ARIMA 模型進行模型的建構及實證。研究中選擇 ARIMA(1,1,0)模型進行實證，研究結果如下：(1)以 1989 年 1 月至 2001 年 12 月為樣本建構一 ARIMA 模型，預測 2002 年 12 個月的匯率，預測結果的平均誤差為 0.2152。(2)將預測期分為一季、半年及一年來做預測效果的比較，發現一季的預測效果為最佳。(3)以完整資料的模型進行預測，發現匯率未來呈現減少的現象，表示預測未來台幣相對美元有升值的趨勢。

邱至中(2003)探討長期及短期的匯率預測。在短期匯率預測方面，以 ARIMA 模型、基因演算法及倒傳遞類神經網路，進行短期匯率預測。在長期匯率預測方面，則以傳統計量經濟模型、基因演算法及倒傳遞類神經網路進行長期匯率預測。以 1990 年 1 月至 2001 年 12 月為研究期間，針對美元對日圓、英鎊、瑞士法郎匯率及新台幣對美元匯率進行研究，以日資料進行短期分析，月資料進行長期分析，研究結果如下：(1)在短期匯率預測方面，基因演算模式不論在預測誤差精確性及方向準確性上皆較 ARIMA 為佳，而倒傳遞類神經網路雖在短期預測精確性較傳統 ARIMA 模式差，但其較傳統 ARIMA 模式能提供較佳預測方向準確性。(2)在長期匯率預測方面，基因演算模式與倒傳遞類神經網路在大部分期間優於傳統計量經濟模式。其中倒傳遞類神經網路無論在預測之精確性及預測方向準確性上，在大部分預測期間優於基因演算法及計量經濟模式。

第二節 國外相關文獻回顧

Fang & Kwong(1991)以三種模型探討匯率預測：遠期匯率模型、BOX-JENKINS (ARIMA)模型以及迴歸模型。遠期匯率模型在過去研究中發現誤差很大，因此該研究將重心放在另外兩個模型的比較。以1983年1月至1987年12月為研究期間，使用美元對英鎊匯率的月資料。研究中選擇ARIMA(1,1,0)模型進行實證；迴歸分析方面則以英國/美國利率差額、英國/美國國民生產毛額差額、英國/美國貨幣供給差額及英國經常帳餘額四項作為模型的自變數。研究結果如下：(1) ARIMA模型判定係數為0.89，迴歸模型判定係數為0.77；迴歸模型四項自變數均顯著與匯率相關：英國經常帳餘額與匯率為正向關係，其餘三變數為負向關係。(2)就預測匯率數字的精確度而言，BOX-JENKINS模型精確度優於迴歸模型；就預測方向的精確度而言，迴歸模型則優於BOX-JENKINS模型。因此對於匯率數字的捕捉，BOX-JENKINS模型較佳；而對於匯率變動方向(升值或貶值)的捕捉，則是迴歸模型有較佳的表現。

Meharn & Shahrokhi (1997) 探討美元對墨西哥披索匯率的預測，比較四種模型預測的精確度：ARIMA模型、遠期匯率迴歸模型^{註3}、即期匯率迴歸模型^{註4}及隨機漫步模型。以1982年1月至1991年12月為研究期間，使用墨西哥披索對美元匯率的日資料。研究中選擇ARIMA(1,1,1)模型進行實證。研究結果發現ARIMA模型預測的精確度最佳，隨機漫步模型次之，即期匯率迴歸模型再次之，最後為遠期匯率迴歸模型。

註3 $S_t = \alpha_0 + \alpha_1 \times F_{t-1} + \epsilon_t$ ，其中 S_t 為 t 時的現貨匯率、 F_{t-1} 為 $t-1$ 時的遠期匯率、 ϵ_t 為殘差項。

註4 $S_t = \alpha_0 + \alpha_1 \times S_{t-1} + \epsilon_t$ ，其中 S_t 為 t 時的現貨匯率、 S_{t-1} 為 $t-1$ 時的即期匯率、 ϵ_t 為殘差項。

表 2.1 國內外匯率預測相關文獻彙整表

研究者	研究目的	研究期間	資料分析方法	主要研究結論
Fang & Kwong (1991)	以三種模型探討預測匯率，找出何種模型精確度最佳。	1983 年 1 月至 1987 年 12 月	遠期匯率模型 ARIMA 模型 迴歸模型	就預測匯率數字的精確度而言，ARIMA 模型精確度優於迴歸模型；就預測方向的精確度而言，迴歸模型則優於 ARIMA 模型
Meharn & Shahroki (1997)	探討美元對墨西哥披索匯率的預測，比較四種模型預測的精確度。	1982 年 1 月至 1991 年 12 月	ARIMA 模型 遠期匯率迴歸 即期匯率迴歸 隨機漫步模型	ARIMA 模型預測的精確度最佳，隨機漫步模型次之，即期匯率迴歸模型再次之，最後為遠期匯率迴歸模型。
陳心一 (1997)	比較 ARIMA 模型與 GARCH 模型預測的績效，尋求較佳的預測模型。	1994 年 1 月至 1997 年 2 月	ARIMA 模型 GARCH 模型	相對 ARIMA 模型，GARCH 模型為一較佳的匯率預測模型。
施向陽 (2001)	研究三種匯率預測的模型，針對新台幣對美元匯率的預測績效。	1982 年 1 月至 2000 年 12 月	迴歸估計方程 倒傳遞類神經網路 GM(1,1)模型	比較三個模型的預測誤差，發現倒傳遞類神經網路預測能力最佳，其次為迴歸方程，最後為 GM(1,1)模型。
鄭美幸 詹志明 (2002)	提出三種匯率預測的模型，針對每月新台幣對美元匯率的預測績效。	1989 年 4 月至 1999 年 12 月	隨機漫步模型 GARCH 模型 GM(1,1)模型	在一個月及三個月的預測績效中，灰色預測模型最佳，GARCH 模型次之，隨機漫步模型再次之；在 6 個月的長期預測績效中則相反。
張小彤 (2003)	研究新台幣對美元匯率的預測，以時間序列 ARIMA 模型做預測。	1989 年 1 月至 2002 年 12 月	ARIMA 模型	ARIMA 模型預測結果的平均誤差為 0.2152，研究結果預測未來台幣相對美元有升值的趨勢。
邱至中 (2003)	提出四種模型探討長期及短期的匯率預測	1990 年 1 月至 2001 年 12 月	ARIMA 模型 基因演算法 倒傳遞類神經網路 傳統計量經濟模型	短期方面，基因演算模式在預測誤差精確性及方向準確性上皆較 ARIMA 模式及倒傳遞類神經網路為佳；長期方面，基因演算模式及倒傳遞類神經網路在大部分期間優於傳統計量經濟模式。。

資料來源：本研究整理。

第三節 國內外文獻之貢獻

回顧過去研究匯率預測的文獻中，時間序列方法中的 ARIMA 模型的應用最為廣泛。一連串以時間為序所觀察而得之觀測值稱為時間序列，許多財經資料都屬於時間序列型態，例如失業率、人口成長率及股價。時間序列模型假設觀察值會受本身前期所影響。匯率資料不但是時間序列型態的資料，而且也符合觀察值會受本身前期所影響的假設，所以在匯率預測中才會廣泛應用時間序列模型。Fang & Kwong(1991)、Meharn & Shahrokhi(1997)、張小彤(2003)及邱至中(2003)的研究中均發現 ARIMA 模型的確為一精確度較佳的匯率預測模型。

時間序列模型中另一個被廣為應用的模型為GARCH模型。ARIMA模型假設時間序列資料是穩定過程，其共變異數是不變的。而GARCH模型則認為時間序列資料的報酬變異數會隨著時間而改變，將變異數不為恆定的現象加入模型中解釋。由於GARCH模型能解釋許多金融市場的現象，例如波動叢聚現象^{註5}，因此在金融市場研究上被廣泛的應用。陳心一(1997)的研究中便發現在短期的匯率預測模型中，GARCH模型預測的精確度較ARIMA模型為佳；鄭美幸、詹志明(2002)應用GARCH模型預測短期的匯率亦獲得很好之績效。

灰色系統(Grey System)理論是近來中國大陸鄧聚龍教授大為應用及推行的研究方法。灰色理論主要針對系統模型之不明確性及資訊之不完整性之下，進行關於系統的關聯分析及模型建構，並藉著預測及決策的方法來探討及了解系統的情況，並能對事物的不確定性、多變量輸入、離散數據及數據的不完整性做有效的處理。灰色預測是以 GM(1,1)模型為基礎，針對現有數據進行預測，找出一數列中各元素之未來動態狀況，主要的優點為模型所需的數據不用太多(基本建模只要四個數據)，以及數學基礎相當簡單。施向陽(2001)以 GM(1,1)模型進行匯率樣本內的預測亦有相當精確的績效。鄭美幸、詹志明(2002)應用 GM(1,1)模型

^{註5} 即大波動伴隨著大波動，小波動伴隨著小波動的現象。

進行樣本外匯率預測(ex-post)，研究結果發現當樣本過大時預測績效反而不佳，採用六筆資料的小樣本反而得到較佳的績效，符合灰色預測小樣本即可進行預測之特性，並且獲得了很好的預測績效。

本研究採用適應性預期理論，應用 ARIMA、GARCH 及 GM(1,1)三種匯率預測模型，針對匯過去率歷史資料進行樣本外長短期的事後預測(ex-post)，並比較其預測精確度，旨在尋求長短期最佳的匯率預測模型，以供參考。茲將本研究所應用之三種模型之比較列於下表。

表 2.2 本研究三種預測模型比較表

預測方法	特 色
ARIMA 模型	<ol style="list-style-type: none"> 1. 考慮資料本身與資料前期相關之特性。 2. 考慮資料本身與前期誤差項的關係。 3. 假設資料共變異數不變。
GARCH 模型	<ol style="list-style-type: none"> 1. 將資料之波動性量化納入模型中，能解釋許多金融市場現象。
GM(1,1)模型	<ol style="list-style-type: none"> 1. 只需四筆觀測值即可進行預測。 2. 不需對模型分布情形做假設。 3. 能對事物之不確定性、多變量輸入、離散數據及數據之不完整性做有效處理。

資料來源：本研究整理。

第參章 理論基礎與計量模型

第一節 匯率預期理論

經濟學領域內有許多敘述預期因素之方法，在匯率的預期方面較常見的有靜態預期、適應性預期、遞歸預期、理性預期及完全正確預期。本節對本研究所採用之適應性預期理論作詳細的介紹，另外四種預期理論則簡單介紹之。

一、靜態預期(static expectations)

$$ES_{t+1/t} = S_t \quad (3.1)$$

(3.1)式中，E表示預期符號，S表示即期匯率，t及t+1分別表示現在及未來。靜態預期是指預期匯率等於目前匯率，即預期下一期的匯率不變。

二、遞歸預期(regressive expectations)

$$ES_{t+1/t} = \theta S_t + (1-\theta) \bar{S} \quad (3.2)$$

(3.2)式中，E表示預期符號， \bar{S} 表示長期均衡匯率，t及t+1分別表示現在及未來。 θ 表示調整係數。迴歸預期認為若目前即期匯率和長期均衡匯率不相等，則預期下一期匯率比較接近長期均衡匯率，即投資人相信長期均衡匯率存在並且預期短期匯率會不斷向長期均衡匯率調整。

三、理性預期(rational expectations)

$$ES_{t+1/t} = S_{t+1} + \mu_{t+1} \quad (3.3)$$

(3.3)式中，E表示預期符號，S表示即期匯率，t及t+1分別表示現在及未來， μ_{t+1} 為隨機誤差項， $E(\mu_{t+1})=0$ 。理性預期是指投資人根據所有訊息預測第t+1期的實際匯率，若訊息正確則可做出正確之預期。投資人有時高估未來匯

率，有時低估未來匯率，但平均而言投資人的預期是正確的。

四、完全正確預期(perfect foresight)

$$ES_{t+1} = S_{t+1} \quad (3.4)$$

(3.4)式中，E 表示預期符號，S 表示即期匯率，t 及 t+1 分別表示現在及未來。完全正確預期是指第 t+1 期的預期匯率等於第 t+1 期的實際匯率，即投資人可以獲得完全正確的訊息來預測第 t+1 期的匯率，所以對未來匯率之預期不會有錯誤。

五、適應性預期(adaptive Expectations)

適應性預期是指投資人僅利用過去的實際匯率作為預期匯率之訊息，並且調整係數不會因為其他經濟變數的變動而改變。根據適應性預期的理念，當上一期預期匯率小於實際匯率時，這一期的預期匯率將會上升；當上一期預期匯率大於實際匯率時，這一期的預期匯率將會下降，直到預期匯率等於實際匯率為止。以上所述可用數學式表示如下：

$${}_{t-1}S_t^e - {}_{t-2}S_{t-1}^e = k(S_{t-1} - {}_{t-2}S_{t-1}^e) \quad (3.5)$$

(3.5)式中， ${}_{t-1}S_t^e$ 表示第 t 期的預期匯率，係利用第 t-1 期的匯率作為訊息所做的預期； ${}_{t-2}S_{t-1}^e$ 表示第 t-1 期的預期匯率，利用第 t-2 期的匯率作為訊息所做的預期；k 表示調整係數； S_{t-1} 表示第 t-1 期的實際匯率。(3.5)式之經濟意義為第 t 期的預期匯率調整決定於第 t-1 期的實際匯率和第 t-1 期的預期匯率之差額。將方程式移項整理改寫如下：

$${}_{t-1}S_t^e = kS_{t-1} + (1-k){}_{t-2}S_{t-1}^e \quad (3.6)$$

(3.6)式表示第 t 期的預期匯率等於第 t-1 期的實際匯率與第 t-1 期的預期匯率之加權平均數。根據該方程式可得知，第 t-1 期預期匯率等於第 t-2 期實際

匯率與第 t-2 期預期匯率之加權平均數；第 t-2 期預期匯率等於第 t-3 期實際匯率與第 t-3 期預期匯率之加權平均數，因此可得到下列兩個方程式：

$${}_{t-2}S_{t-1}^e = kS_{t-2} + (1-k)S_{t-2}^e \quad (3.7)$$

$${}_{t-3}S_{t-2}^e = kS_{t-3} + (1-k)S_{t-3}^e \quad (3.8)$$

將(3.7)式代入(3.6)式，得到

$$\begin{aligned} {}_{t-1}S_t^e &= kS_{t-1} + (1-k) \times [kS_{t-2} + (1-k)S_{t-2}^e] \\ &= kS_{t-1} + k(1-k)S_{t-2} + (1-k)^2 S_{t-2}^e \end{aligned} \quad (3.9)$$

再將(3.8)式代入(3.9)式，得到

$$\begin{aligned} {}_{t-1}S_t^e &= kS_{t-1} + k(1-k)S_{t-2} + (1-k)^2 [kS_{t-3} + (1-k)S_{t-3}^e] \\ &= kS_{t-1} + k(1-k)S_{t-2} + k(1-k)^2 S_{t-3} + k(1-k)^3 S_{t-3}^e \end{aligned} \quad (3.10)$$

以此類推，可得到第 t 期預期匯率的一般式如下：

$${}_{t-1}S_t^e = kS_{t-1} + k(1-k)S_{t-2} + k(1-k)^2 S_{t-3} + k(1-k)^3 S_{t-4} + \dots + k(1-k)^{n-1} S_{t-n} \quad (3.11)$$

(3.11)式中， $(1-k)^n$ 的數值隨著n的增加而遞減，隱含第t期的預期匯率為過去所有實際匯率之遞減加權平均數，即離第t期越遠之實際匯率之權數越小，其用來預期第t期匯率之影響力越小。適應性預期待未考慮其它經濟變數亦會影響預期匯率，所以利用適應性預期理論來預期匯率時，並未獲得充分之訊息。

若以落遲分配模型中之存貨調整模型(stock adjustment model)來推導，不僅能得到如(3.11)式之自我迴歸項，亦能得到移動平均項。推導過程如下：

$${}_{t-1}S_t^e = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t \quad (3.12)$$

(3.12)式中， ${}_{t-1}S_t^e$ 表示第 t 期的預期匯率，係利用第 t-1 期的匯率作為訊息所做的預期； X_t 為影響 S_t 之變數。在任何時期實際匯率的調整是不可能與預期匯率的調整一樣，因為缺乏知識、技術或其他因素造成兩者變動及調整的不一致，此調整過程可表示如下：

$$S_t - S_{t-1} = \gamma(S_t^e - S_{t-1}) \quad 0 < \gamma < 1 \quad (3.13)$$

將(3.13)式展開之後，把 S_{t-1}^e 帶入(3.12)式整理如下：

$$S_t = \alpha\gamma + \gamma\beta X_t + (1-\gamma)S_{t-1} + \gamma\varepsilon_t \quad (3.14)$$

將(3.14)式落後一期，得到 S_{t-1} 後帶回(3.14)式，以此類推可得到第 t 期匯率的一般式如下：

$$\begin{aligned} S_t &= \alpha + \beta\gamma \left[X_t + (1-\gamma)X_{t-1} + (1-\gamma)^2 X_{t-2} + \dots \right] + \gamma\varepsilon_t + \gamma(1-\gamma)\varepsilon_{t-1} + \gamma(1-\gamma)^2 \varepsilon_{t-2} + \dots \\ &= \alpha + \beta\gamma \sum_{s=0}^{n-1} (1-\gamma)^s X_{t-s} + \gamma \sum_{s=0}^{n-1} (1-\gamma)^s \varepsilon_{t-s} \end{aligned} \quad (3.15)$$

將(3.15)式中之 X_t 以匯率本身之落遲(S_{t-s})帶入可得到(3.16)式：

$$S_t = \underbrace{\alpha + \beta\gamma \sum_{s=1}^n (1-\gamma)^{s-1} S_{t-s}}_{\text{自我迴歸項}} + \underbrace{\gamma \sum_{s=0}^n (1-\gamma)^s \varepsilon_{t-s} + v_t}_{\text{移動平均項}} \quad (3.16)$$

(3.16)式為本研究應用 ARIMA 模型之理論依據，模型中同時包含自我迴歸項及移動平均項， v_t 為模型殘差項。ARIMA 模型假設殘差項符合白噪音(white noise)，變異數固定不變，殘差項 $v_t \sim N(0, \sigma_t)$ 。為了放寬這個限制，本研究應用 GARCH 模型，該模型允許變異數隨著時間改變，殘差項 $v_t \sim N(0, h_t)$ ， h_t 係一隨時間改變而變動之條件變異數。

另外，時間序列模型之建構需要大量之樣本，本研究應用灰色預測 GM(1,1) 模型，在樣本有限之情況下，GM(1,1) 模型能以少量的樣本進行精確的預測。

第二節 時間序列及灰色預測模型

一、自我迴歸整合移動平均 (ARIMA) 模型

(一) 模型說明

自我迴歸整合移動平均模型 (Autoregressive Integrated Moving Average ; ARIMA) 為時間序列分析方法之一，係由 Box & Jenkins (1976) 提出。ARIMA 模型由自我迴歸 (AutoRegressive ; AR) 模型，以及移動平均 (Moving Average ; MA) 模型整合而成。自我迴歸 (AutoRegressive ; AR) 模型是指變數 (Y_t) 除了受誤差項 (ε_t) 影響之外，還受變數前期 (Y_{t-1} 、 Y_{t-2} 、 Y_{t-3} 、...) 所影響，通常以 AR(p) 表示，模型如下：

$$Y_t = \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + \dots + \alpha_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

$$\text{亦可表示為 } (1 - \alpha_1 L - \alpha_2 L^2 - \dots - \alpha_p L^p) Y_t = \varepsilon_t \quad (3.17)$$

其中 Y_t 為第 t 期實際值； α_p 為估計參數； ε_t 為第 t 期殘差項

L 為後退運算子， $LY_t = Y_{t-1}$ 。

移動平均 (Moving Average ; MA) 模型，是指變數 (Y_t) 與變數前期的誤差項 (ε_{t-1} 、 ε_{t-2} 、 ε_{t-3} 、...) 有一定的關係，通常以 MA(q) 表示，若模型為 MA(1) 即表示變數 (Y_t) 除了與當期的誤差項之外，還與變數前一期的誤差項 (ε_{t-1}) 有一定的關係，模型如下：

$$Y_t = \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \beta_q \varepsilon_{t-q}$$

$$\text{亦可表示為 } Y_t = (1 + \beta_1 L + \beta_2 L^2 + \dots + \beta_q L^q) \varepsilon_t \quad (3.18)$$

其中 Y_t 為第 t 期實際值； β_q 為估計參數； ε_t 為第 t 期殘差項；

L 為後退運算子， $L\varepsilon_t = \varepsilon_{t-1}$ 。

若一變數(Y_t)同時與變數之前期(Y_{t-1} 、 Y_{t-2} 、 Y_{t-3} 、...)及誤差項之前期(ε_{t-1} 、 ε_{t-2} 、 ε_{t-3} 、...)相關的話，則稱此模型為ARMA(p,q)模型。若有一資料，ARMA模型無法配適時，我們可利用取差分的方法進行配適，此模型即為ARIMA模型。若取d次差分後可用ARMA(p,q)配適，則稱此模型為ARIMA(p,d,q)，表示如下：

$$D_t = \alpha_1 D_{t-1} + \dots + \alpha_p D_{t-p} + \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \beta_q \varepsilon_{t-q}$$

$$\Rightarrow (1-L)^d Y_t = \alpha_1 (1-L)^d Y_{t-1} + \dots + \alpha_p (1-L)^d Y_{t-p} + \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \beta_q \varepsilon_{t-q}$$

$$\Rightarrow (1 - \alpha_1 L^1 - \dots - \alpha_p L^p)(1-L)^d Y_t = (1 + \beta_1 L^1 + \dots + \beta_q L^q) \varepsilon_t \quad (3.19)$$

其中 D_t 為第 t 期經過差分轉換後資料； α_p, β_q 為估計參數；

ε_t 為第 t 期殘差項；L 為後退運算子。

(二) 模型設定

對一組資料進行時間序列分析時，我們必須知道 p、d、q 值為多少。首先要先檢定資料是否為定態資料，以此決定是否要 d 次差分。利用時間數列模型做統計分析，必須先確定變數是否為定態(stationary)，唯有定態數列所估計出來之結果才具有效性。一時間數列若為穩定，意指其變數具有相同的期望值與變異數。亦即整個數列存在一均值，所衝擊事件的影響是短暫的，會隨著時間慢慢消逝，整個序列再度回到長期的均衡。Granger and Newbold(1974)發現，對獨立非定態變數進行迴歸分析時，傳統之 t 與 F 檢定會過度拒絕無假設，而產生錯誤的統計推論。所以，雖然迴歸分析之結果有很高的 R-squared 值與 t 統計量，但會產生 DW 值偏低及假性迴歸(Spurious Regression)的問題。因此，在採用資料來進行分析前，必須保證資料具穩定性，而這種檢定就稱為單根檢定(Unit Root test)。

1. 單根檢定

單根檢定主要是用來檢定樣本數列是否具有穩定數列的特性，亦即檢測是否有單根的存在。若一數列呈現非定態，但經由 d 次差分達到定態，則表示該序列有 d 階單根，我們稱此數列為 $I(d)$ (integrated of order d)。對於定態數列而言，並沒有任何單根存在，屬於 $I(0)$ 的數列。由於財務時間數列變數多存在單根的普遍現象，因此在進行時間序列的實証研究之前，多會進行單根檢定，以決定實証模型是採原始水準變數，或是採用差分方式進行。

一般而言，單根檢定的方法大致有兩種：Dickey-Fuller 檢定法(DF test) 及 Augmented Dickey-Fuller 檢定法(ADF test)。由於後者的方法較為完整，它加入了變數之自我相關的問題來對時間序列資料進行單根檢定，故本研究採取 Engle and Yoo(1987)提出的 ADF test 來進行單根檢定。一般而言，ADF 檢定法可以分成以下三種模式：

(1) 無截距項與時間趨勢項

$$\Delta Y_t = \gamma Y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.20)$$

(2) 有截距項，無時間趨勢項

$$\Delta Y_t = \alpha_1 + \gamma Y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.21)$$

(3) 有截距項與時間趨勢項

$$\Delta Y_t = \alpha_1 + \alpha_2 T + \gamma Y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.22)$$

假設檢定：

$$H_0 : \gamma = 0$$

$$H_1 : \gamma \neq 0$$

式中 $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$ 服從白噪音^{註6}過程， α_1 為漂浮項(drift)， T 為時間趨勢(time

^{註6} 白噪音(white noise)之定義如下：

1. 誤差項之期望為零，即 $E(\varepsilon_t) = 0$ 。
2. 誤差項的變異數一致且相同，即 $\text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma^2$ 。
3. 誤差項的自我共變異數為零，即 $\text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$ 。

trend), p 為遞延期數, 若 t 值大於 Engle and Yoo(1987) 的單根檢定鑑定值, 則拒絕 $H_0: \gamma = 0$ 之虛無假設, 即拒絕單根的存在, 表示該時間序列為定態; 反之, 若無法拒絕, 則接受 $H_0: \gamma = 0$ 的虛無假設, 表示該時間序列為非定態。若所得結果為非定態, 則利用差分的方式反覆檢定, 以得到定態結果。

2. ARIMA 模型配適

根據 Box & Jenkins(1976) 之研究方法, 在實證上要建立一合適之 ARIMA 模型, 須經過下列四個步驟:

(1) 認定 (Identification)

此步驟在決定模型 p 、 d 、 q 之次序, 可利用 Box and Jenkins(1976) 發展出之自我相關函數(Autocorrelation Function ; ACF)來鑑定 MA 過程之階數 q , 以及偏自我相關函數(Partial Autocorrelation Function ; PACF)來鑑定 AR 過程之階數 p 。 d 之鑑定即為單根檢定呈定態之階數。

在模型精簡的觀點之下, 對於各種可能之 AR(p) 或 MA(q) 模型, 以 AIC(Akaike Information Criterion) 值與 SC(Schwarz Criterion) 值準則來決定最適模型。AIC 值與 SC 值是模型最適變數個數之重要參考值, 為選擇模型之準則, 以此希望找到更符合儉約原則之模型, 判斷方法乃是選取各個模型中 AIC 和 SC 值最小的。

a. AIC 準則

Akaike(1974) 提出以懲罰多餘參數效果的 AIC, 其定義如下:

$$AIC = \log \left(\frac{\sum_{i=1}^T \hat{\varepsilon}_i^2}{T} \right) + \frac{2}{K} \quad (3.23)$$

其中, T : 觀察值; K : 參數個數; $\hat{\varepsilon}_i$: 殘差項。

b. SC 準則

根據貝氏方法(Bayesian criterion)所建立之模式選取法則, 由 Schwartz(1978)

所提出，其定義如下：

$$SC = \log \left(\frac{\sum_{i=1}^T \hat{\varepsilon}_i^2}{T} \right) + \frac{K \log T}{k} \quad (3.24)$$

其中， T ：觀察值； K ：參數個數； $\hat{\varepsilon}_i$ ：殘差項。

AIC 準則曾引起許多學者的探討，尤其在 AR(p) 過程的階次選取上，Shibata(1976)即曾指出 AIC 準則對 AR(p)過程的階次有高估的現象。且一般來說，在模式選取準則上，根據參數精簡之原則下，SC 準則較 AIC 準則嚴格，因此當 AIC 準則與 SC 準則相抵觸時，則以 SC 準則為優先考量。

(2) 估計 (Estimation)

在 p 、 q 之次序決定後，接下來就是估計參數值，以決定各項落遲變數對預測序列之影響程度，本研究係以最小平方方法(least squares)估計參數值。

(3) 診斷 (Diagnosis)

模式認定及估計完成後，接下來檢查誤差項是否仍有序列相關，如果有序列相關，表示模型配適不佳，須重新認定及估計。評估標準為 Ljung-Box(1978)提出的 Ljung-Box Q 統計量，可檢定殘差項 m 階序列相關是否存在。同時，ARIMA 模型之穩定條件即可逆條件亦需成立，以保證模型之穩定及收斂。

a. Ljung-Box Q 統計量

假設檢定

H_0 : 無 m 階序列相關

H_1 : 有 m 階序列相關

$$Q = T(T+2) \sum_{i=1}^m \frac{\hat{\varepsilon}_i \hat{\varepsilon}_{t-i}}{(n-i)} \sim X^2(m) \quad (3.25)$$

其中，

T 為樣本數；

$\hat{\varepsilon}_i$ 為誤差項的估計；

m 為遞延期數；

若 $Q > X^2(m)$ ，則拒絕無 m 階序列相關之虛無假設，表示模式配適不適當；若 $Q < X^2(m)$ ，則接受無 m 階序列相關之虛無假設，表示模式配適適當。

b. ARMA 模型穩定條件及可逆條件

如果自我迴歸過程是穩定的，那麼它的平均值 μ 一定不會隨時間改變。平均值 μ 可由(3.26)式得到：

$$\mu = \frac{\delta}{1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p} \quad (3.26)$$

如果過程是穩定的，則(3.26)式中之平均值 μ 一定是有限的，如果 μ 是有限的，則下列條件需成立：

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_p < 1 \quad (3.27)$$

(3.27)式為 ARMA 過程為穩定的一個必要條件，接著我們指出穩定性的一個必要且充份條件。ARMA 過程 (p, q) 能寫為(3.28)式之型式：

$$(1 - \alpha_1 L^1 - \dots - \alpha_p L^p) \tilde{y}_t = (1 + \beta_1 L^1 + \dots + \beta_q L^q) \varepsilon_t \quad (3.28)$$

或
$$\alpha(L) \tilde{y}_t = \beta(L) \varepsilon_t \quad (3.29)$$

(3.29)式中 L 是後退運算子， \tilde{y}_t 是 y_t 和它的平均值之偏差(即 $\tilde{y}_t = y_t - \mu$)。將

(3.29)式重寫為：

$$\tilde{y}_t = \alpha^{-1}(L) \beta(L) \varepsilon_t \quad (3.30)$$

如果 \tilde{y}_t 是一個穩定過程，那麼 $\alpha^{-1}(L)$ 一定收斂。這要求特徵方程式 $\alpha(L) = 0$ 的根都在單位圓外，因此所有的解 $\alpha_1, \dots, \alpha_p$ 一定都大於 1。現在假設方程式(3.29)

中的過程 \tilde{y}_t 是非穩定的，但是 $\alpha(L)$ 的根中有剛好 d 個在單位圓上而其餘的根在單位圓外，這一過程能被重寫為(3.31)式：

$$\omega(L)(1 - L^d) \tilde{y}_t = \beta(L) \varepsilon_t \quad (3.31)$$

(3.31)式中 $\omega(L)$ 是 $p-d$ 階穩定自我迴歸運算子，運算子 $(1 - L)^d$ 有 d 個單位根。

將(3.31)式改寫為：

$$\omega(L)\Delta^d \tilde{y}_t = \beta(L)\varepsilon_t \quad (3.32)$$

或

$$\omega(L)D_t = \beta(L)\varepsilon_t \quad (3.33)$$

(3.33)式中 $D_t = \Delta^d \tilde{y}_t$ 是穩定的，如此一個過程可得到自我迴歸運算子 $\alpha(L)$ 為 $\alpha(L) = \omega(L)(1-L)^d$ 的結果。

和自我迴歸運算子穩定條件相似的是移動平均運算子的可逆條件。將(3.29)式改寫為(3.34)式：

$$\beta^{-1}(L)\alpha(L)\tilde{y}_t = \varepsilon_t \quad (3.34)$$

如果 ARMA 過程的移動平均部分能被轉移為純自我迴歸過程，則稱 \tilde{y}_t 是可逆的。

如果 \tilde{y}_t 是可逆的， $\beta^{-1}(L)$ 一定收斂。綜合穩定性及可逆性條件，要求特徵方程式 $\alpha(L) = 1 - \alpha_1 L - \alpha_2 L^2 - \dots - \alpha_p L^p$ 及 $\beta(L) = 1 - \beta_1 L - \beta_2 L^2 - \dots - \beta_q L^q$ 的根都必須在單位圓外，即方程式 L^1, L^2, \dots, L^p 以及 L^1, L^2, \dots, L^q 之解的絕對值一定都大於 1。

舉例而言，若 $p=1, q=1$ ，它們的特徵方程式為：

$$1 - \alpha_1 L = 0 \text{ 與 } 1 - \beta_1 L = 0 \quad (3.35)$$

那麼穩定條件及可逆條件為：

$$|L| = \frac{1}{|\alpha_1|} > 1 \text{ 與 } |L| = \frac{1}{|\beta_1|} > 1 \quad (3.36)$$

$$\text{或 } |\alpha_1| < 1 \text{ 與 } |\beta_1| < 1 \quad (3.37)$$

常見的 ARMA 模型穩定條件及可逆條件如表 3.1 所示。

表 3.1 ARMA 模型穩定條件及可逆條件

模 型	AR(1)	AR(2)	ARMA(1,1)	MA(1)	MA(2)
穩定條件	$-1 < \alpha_1 < 1$	$\alpha_1 + \alpha_2 < 1$	$-1 < \alpha_1 < 1$	$-1 < \beta_1 < 1$	$\beta_1 + \beta_2 < 1$
或		$\alpha_1 - \alpha_2 < 1$	$-1 < \beta_1 < 1$		$\beta_1 - \beta_2 < 1$
可逆條件		$-1 < \alpha_2 < 1$			$-1 < \beta_2 < 1$

資料來源：本研究整理。

(4) 預測 (Forecasting)

運用上述三步驟求得最佳模式後，即可將其用來進行預測。本研究進行之預測為樣本外事後預測(ex-post)。

二、一般化自我迴歸條件變異數(GARCH)模型

早期時間序列的計量經濟模型大多是假設殘差之變異數為固定不變。然而事實上許多金融性資產的時間序列資料，長期以來被觀察到波動叢聚的現象，表示資料的變異性會隨著時間改變。針對這個現象，Engel(1982)提出自我迴歸條件變異數(AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity；ARCH)模型，模型中的條件變異數會隨時間變動而變動，更能符合許多實際資料的特性。

自從 Engel(1982)提出 ARCH 模型之後，各種衍生的模型相繼提出而形成了一個家族(ARCH Family)。其中 Bollerslve(1986)將 ARCH 模型加以擴充而提出一般自我迴歸條件變異數(Generalized ARCH；GARCH)模型，GARCH 模型除了可以捕捉變數變動的現象，也可藉由過去未預期的變動與波動資訊來預測未來條件變異數的波動預測模型。以下就 ARCH 及 GARCH 模型加以說明：

(一) ARCH 模型

ARCH 模型允許異質條件變異數，即條件變異數受到過去 p 期之干擾項所影響，可隨時間而改變，此模型稱為 ARCH(p)模型，其模型如下：

$$\begin{aligned} Y_t &= X_t \lambda + \varepsilon_t \quad , \quad \varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, h_t) \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 \\ &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \end{aligned} \quad (3.38)$$

其中 $p \geq 0$, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i > 0$, 且 $i=1, 2 \dots p$

Y_t ：時間序列資料，外生變數 X_t 之函數，本研究中 X_t 為 Y_t 之落遲項

Ω_{t-1} : 到 t-1 期之所有可供利用的資訊集合

$X_t \lambda$: Y_t 的條件平均數，是落後期的內生變數與外生變數之線性組合

α_i : 參數估計值

$\varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, h_t)$: 到 t-1 期之所有可供利用的資訊集合，殘差項 ε_t 服從平均數為 0，變異數為 h_t 的常態機率分配。

h_t : 異質條件變異數函數，受過去 p 期殘差平方項與過去 q 期異質條件變異數所影響

p : ARCH 效果之階數

由於條件變異數受到過去干擾項的影響，表示當前期有大幅度波動時，下一期也將產生大幅度的同方向波動；前一期有小幅波動時，下一期也將伴隨著小幅度的同方向波動。

(二) GARCH 模型

ARCH 模型設定類似時間序列自我迴歸的形式，只包含自我迴歸部分的模型設定並不符合參數的精簡原則，且為了避免條件變異數變為負數，模型中須設多期的線性遞延落後期結構，會造成自由度的損失。Bollerslev(1986)根據傳統 ARMA 模型，將落後期之條件變異數加入 ARCH 模型中，即條件變異數不僅受前期預測誤差平方項影響，也受前期條件變異數影響，而形成了 GARCH 模型。GARCH 模型在條件變異數遞延期數的設定上較為精簡，減少了參數的估計個數。GARCH(p, q) 模型結構可表示如下：

$$\begin{aligned} Y_t &= X_t \lambda + \varepsilon_t \quad , \quad \varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, h_t) \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \dots + \beta_q h_{t-q} \\ &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} \end{aligned} \quad (3.39)$$

其中 $p \geq 0, q \geq 0, \alpha_0 > 0, \alpha_i > 0$, 且 $i=1, 2 \dots p$; $\beta_j \geq 0$ 且 $j=1, 2, \dots q$

Y_t : 時間序列資料, 外生變數 X_t 之函數, 本研究中 X_t 為 Y_t 之落遲項

Ω_{t-1} : 到 $t-1$ 期之所有可供利用的資訊集合

$X_t \lambda$: Y_t 的條件平均數, 是落後期的內生變數與外生變數之線性組合

$\varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, h_t)$: 到 $t-1$ 期之所有可供利用的資訊集合, 殘差項 ε_t 服從平均數為 0, 變異數為 h_t 的常態機率分配。

h_t : 異質條件變異數函數, 受過去 q 期殘差平方與過去 p 期異質條件變異數的影響

α_i, β_j : 參數估計值

p : ARCH 效果之階數 ; q : GARCH 效果之階數

當 $q=0$ 時, 該模型即成為 ARCH(p) 模型。

1. GARCH 模型之檢定 :

當 ARIMA 模型確定後, 必須先確認其是否具有異質變異, 利用 Ljung-Box Q 值檢定殘差項平方, 以測試其是否具有二階序列相關的現象, 如此才能適切採用 GARCH 模型。其檢定方法針對殘差項平方做檢測, 其檢定假設為 :

H_0 : 無 m 階序列相關

H_1 : 有 m 階序列相關

$$Q = T(T+2) \sum_{i=1}^m \frac{\hat{\varepsilon}_t^2 \hat{\varepsilon}_{t-i}^2}{(n-i)} \sim X^2(m) \quad (3.40)$$

其中, T 為樣本數 ; $\hat{\varepsilon}_t$ 為誤差項的估計 ; m 為遞延期數。

當 Ljung-Box Q 統計量落入拒絕域, 則拒絕無序列相關之虛無假設, 即表示有 m 階序列相關存在, 可進一步的採用 GARCH 模型進行研究分析。

2. GARCH(1,1)模型：

一個簡單而廣泛應用的 GARCH 模型為 GARCH(1,1)模型，國內外有許多文獻應用 GARCH(1,1)模型研究財務金融相關領域皆有不錯的績效表現。GARCH(1,1)模型之條件變異數如下：

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad \text{其中} \quad \alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0, \beta_1 \geq 0 \quad (3.41)$$

3. GARCH-M 模型(GARCH in Mean model)：

Engel, Lilien and Robins(1987)提出 ARCH-M 模型，即是進一步將條件變異數放入條件平均數中，以觀察其對報酬率之影響。Chou(1988)將 ARCH-M 模型推廣成 GARCH-M 模型，使其能較一般化適切的描繪出風險溢酬的特性。考慮風險貼水效果之 GARCH-M 模型如下：

$$\begin{aligned} Y_t &= X_t \lambda + \delta h_t + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, h_t) \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \dots + \beta_q h_{t-q} \\ &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} \end{aligned} \quad (3.42)$$

其中 $p \geq 0, q \geq 0, \alpha_0 > 0, \alpha_i > 0$ ，且 $i=1, 2, \dots, p$ ； $\beta_j \geq 0$ 且 $j=1, 2, \dots, q$

Y_t ：時間序列資料，外生變數 X_t 之函數

Ω_{t-1} ：到 t-1 期之所有可供利用的資訊集合

$X_t \lambda$ ： Y_t 的條件平均數，是落後期的內生變數與外生變數之線性組合

$\varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, h_t)$ ：到 t-1 期之所有可供利用的資訊集合，殘差項 ε_t 服從平均數為 0，變異數為 h_t 的常態機率分配。

h_t ：異質條件變異數函數，受過去 q 期殘差平方與過去 p 期異質條件變異數的影響

$\alpha_i, \beta_j, \delta$ ：參數估計值

p ：ARCH 效果之階數； q ：GARCH 效果之階數

三、灰色預測 GM(1,1) 模型

灰色系統理論係由中國大陸學者鄧聚龍教授所提出，一般傳統系統分析係利用統計與機率方法試圖尋找資料或變數之間的關係或規律性，需要大量的資料以建立適當之模型。而灰色理論是將雜亂無章之原始數據經過處理後，來尋找數的內在規律，將處理過後之數列轉化為微分方程之建模方法。

灰色預測是以 GM(1,1) 模型為基礎對現有數據所進行的預測方法，實際上則是找出某一數列中間各個元素之未來動態狀況，主要的優點為所需的數據不需太多以及簡單的數學基礎。GM(1,1) 模型為具有一階微分，輸入變數為一個的灰色預測模型，以下針對灰色預測 GM(1,1) 模型的建構步驟及操作方法作說明：

Step 1. 累加生成(Accumulated Generating Operation ; AGO) :

令 $x^{(0)}$ 為一原始序列，亦即：

$$\begin{aligned} x^{(0)} &= (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)) \\ &= (x^{(0)}(k); k=1, 2, 3, \dots, n) \end{aligned}$$

定義 $x^{(1)}$ 為 $x^{(0)}$ 之一次 AGO 序列，數學模式為：

$$AGO\{x^{(0)}(k)\} = x^{(1)}(k) = \left(\sum_{k=1}^1 x^{(0)}(k), \sum_{k=1}^2 x^{(0)}(k), \dots, \sum_{i=1}^n x^{(0)}(k) \right)$$

Step 2. 建立灰微分方程式：

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b, k = 2, 3, 4, \dots, n$$

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b$$

其中 a、b 為待估參數；

$$z^{(1)}(k) = \frac{1}{2}x^{(1)}(k) + \frac{1}{2}x^{(1)}(k-1) ;$$

Step 3. 建立數據矩陣，並以最小平方法求出模型參數：

由 $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$ 之中，帶入各個數值

$$\begin{array}{l} x^{(0)}(2) + az^{(1)}(2) = b \\ x^{(0)}(3) + az^{(1)}(3) = b \\ \\ x^{(0)}(n) + az^{(1)}(n) = b \end{array}$$

使用矩陣的方式 $Y = B \hat{a}$ ，其中：

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ x^{(0)}(4) \\ \dots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ -z^{(1)}(4) & 1 \\ \dots & \dots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix} \quad \hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

而 a 與 b 之數值可由 $\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y$ 求出。

Step 4. 解出灰微分方程式之通解：

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad (3.43)$$

Step 5. 一次累減生成 (Inverse AGO) 求得原始數列估計值及預測值：

將 Step 4. 所得之 $\hat{x}^{(1)}$ 數列做一次累減生成，還原為 $\hat{x}^{(0)}$ 數列如下：

$$\hat{x}^{(0)}(k) = \left[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-a(k-1)} (1 - e^a), \quad k=1, 2, \dots, n \quad (3.44)$$

得到還原數列 $\hat{x}^{(0)}$ 如下：

$$\hat{x}^{(0)} = \left(\hat{x}^{(0)}(1), \hat{x}^{(0)}(2), \dots, \hat{x}^{(0)}(n) \right), \quad k=1, 2, \dots, n$$

第三節 預測精確度之衡量準則

本研究採用之預測精確度衡量準則係以絕對平均百分比誤差 (Mean Absolute Percentage Error ; MAPE)以及 Theil's U , 又稱為 Theil's Inequality Coefficient , 來衡量預測值與實際值之差異 , 其計算公式如下 :

一、Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|F_t - A_t|}{A_t} \quad (3.45)$$

其中 F_t 為第 t 期之預測值 ; A_t 為第 t 期之實際值 ; n 為期數。

MAPE主要在衡量模式中未被解釋部份之百分比。MAPE之值愈小 , 表示模型正確預測能力愈強 , 預測模式估計結果與歷史資料吻合精確度愈大。Lewis(1982)^{註7}依據MAPE值之大小 , 將模式預測能力分為四種等級 , 如表 3.2 所示 , 當MAPE小於 10 % 時 , 表示模型之預測能力優良。

表 3.2 MAPE 預測能力之等級

MAPE 值	預測能力
<10%	高精確度
10%~20%	良好
20%~50%	合理
>50%	不正確

^{註7} Lewis,C.D.(1982), Industrial and Business Forecasting Method, London, Butterworths..

二、Theil's U (Theil's Inequality Coefficient)

$$U = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (F_t - A_t)^2}}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (F_t)^2 + \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (A_t)^2}} \quad (3.46)$$

其中 F_t 為第 t 期之預測值； A_t 為第 t 期之實際值； n 為期數。

Theil's U 的分子稱為誤差均方根(root mean square ; rms) , rms 係衡量模擬變數與它的時間路徑之偏離。Theil's U 除上分母係為了使 Theil's U 值總是介於 0 與 1 之間，如果 $U=0$ ，對所有的 t ， $F_t = A_t$ 且有一個完美的配適，如果 $U=1$ ，模型的預測績效是相當糟糕的。

Theil's U 衡量相對之誤差，其目的為求算每個預測誤差值達到最小，而非以預測差平均概念來衡量，因此當 Theil's U 值越小，表示其預測誤差和越小，預測能力越佳。

第肆章 實證結果比較分析

第一節 研究樣本及資料來源

本文之研究標的為新台幣對美元匯率，又分為短期及長期匯率資料。在短期匯率資料部分，包含日資料及月資料；在長期匯率資料部分，以季資料作為分析。資料來源方面，日資料及月資料來源為中央銀行統計資料^{註8}，季資料來源為教育部Aremos資料庫^{註9}。

(一) 時間序列模型研究樣本

日資料之期間為 2002 年 1 月 2 日至 2004 年 6 月 2 日共 607 筆，其中將 2002 年 1 月 2 日至 2004 年 5 月 13 日共 593 筆資料作為模型之建立，2004 年 5 月 14 日至 2004 年 6 月 2 日共 14 筆之實際資料用以評估模型樣本外預測值之精確度；月資料之期間為 1990 年 1 月至 2004 年 4 月共 172 筆，其中 1990 年 1 月至 2003 年 10 月共 166 筆資料作為模型之建立，2003 年 11 月至 2004 年 4 月共 6 筆之實際資料用以評估模型樣本外預測值之精確度。在長期匯率資料部分，以季資料作為分析，資料期間為 1980 年第一季至 2003 年第四季共 96 筆，其中將 1980 年第一季至 2002 年第四季共 92 筆資料作為模型之建立，2003 年第一季至 2003 年第四季共 4 筆之實際資料用以評估模型樣本外預測值之精確度。

(二) 灰色預測模型研究樣本

日資料之期間為 2004 年 5 月 10 日至 2004 年 6 月 2 日共 18 筆，其中將 2004 年 5 月 10 日至 2004 年 5 月 13 日共 4 筆資料作為模型之建立，2004 年 5 月 14

^{註8} 資料取自「我國與十六個主要貿易對手通貨對美元之匯率」

^{註9} 資料取自Aremos資料庫中「台灣地區國民經濟動向統計季報資料庫」

日至 2004 年 6 月 2 日共 14 筆之實際資料用以評估模型樣本外預測值之精確度；月資料之期間為 2003 年 7 月至 2004 年 4 月共 10 筆，其中 2003 年 7 月至 2003 年 10 月共 4 筆資料作為模型之建立，2003 年 11 月至 2004 年 4 月共 6 筆之實際資料用以評估模型樣本外預測值之精確度。在長期匯率資料部分，以季資料作為分析，資料期間為 2002 年第一季至 2003 年第四季共 8 筆，其中將 2002 年第一季至 2002 年第四季共 4 筆資料作為模型之建立，2003 年第一季至 2003 年第四季共 4 筆之實際資料用以評估模型樣本外預測值之精確度。

表 4.1 時間序列模型研究樣本期間與資料來源

匯率	模型建立	樣本外預測	資料來源
日資料	2002 年 1 月 2 日 至 2004 年 5 月 13 日	2004 年 5 月 14 日 至 2004 年 6 月 2 日	中央銀行統計 資料
月資料	1990 年 1 月 至 2003 年 10 月	2003 年 11 月 至 2004 年 4 月	中央銀行統計 資料
季資料	1985 年第一季 至 2002 年第四季	2003 年第一季 至 2003 年第四季	教育部 Aremos 資料庫

表 4.2 灰色預測模型研究樣本期間與資料來源

匯率	模型建立	樣本外預測	資料來源
日資料	2004 年 5 月 10 日 至 2004 年 5 月 13 日	2004 年 5 月 14 日 至 2004 年 6 月 2 日	中央銀行統計 資料
月資料	2003 年 7 月 至 2003 年 10 月	2003 年 11 月 至 2004 年 4 月	中央銀行統計 資料
季資料	2002 年第一季 至 2002 年第四季	2003 年第一季 至 2003 年第四季	教育部 Aremos 資料庫

圖 4.1 至圖 4.3 為匯率資料之趨勢圖。圖 4.1 為 2002 年 1 月 2 日至 2004 年 5 月 31 日間，新台幣對美元匯率日資料之趨勢圖。2002 年 1 月 2 日至 2002 年八月中，匯率呈現由一美元兌換 35 元新台幣走向一美元兌換 33 元新台幣的趨

勢；2002 八月中至十月中，匯率又從一美元兌換 33 元新台幣走向一美元兌換 35 元新台幣；2002 年 10 月中後新台幣對美元大致呈現升值的情勢，一度到達一美元兌換 32.798 元新台幣，之後又反彈呈現貶值的情勢。

圖 4.1 新台幣對美元匯率趨勢圖(日資料)

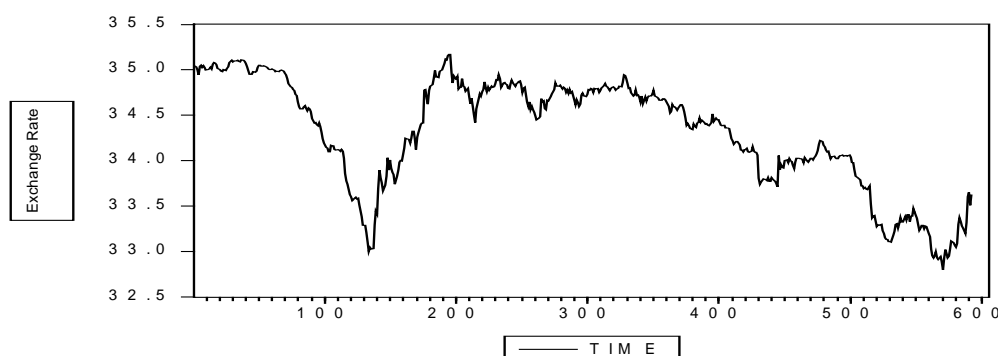


圖 4.2 為 1990 年 1 月至 2004 年 5 月間，新台幣對美元匯率月資料之趨勢圖。1990 年 1 月至 1997 年 7 月，匯率大約在一美元兌換 24.5 元新台幣與一美元兌換 28 元新台幣之間上下變動；1997 年亞洲發生金融風暴，1997 年 8 月之後匯率一路貶值，至 1998 年 8 月已貶至大約一美元兌換 34.5 元新台幣；之後在 2000 年 7 月反彈升值至大約一美元兌換 31 元新台幣，然而 2000 年 7 月後至 2004 年 5 月又呈現貶值趨勢，大約一美元兌換 33.5~34.5 元新台幣。

圖 4.2 新台幣對美元匯率趨勢圖(月資料)

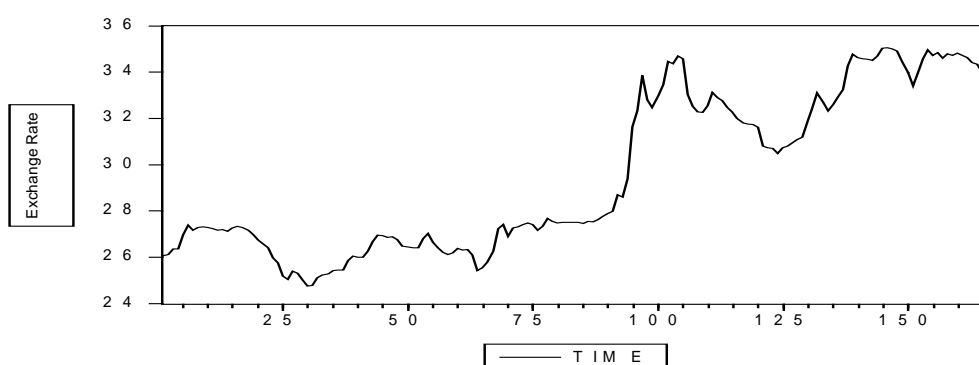
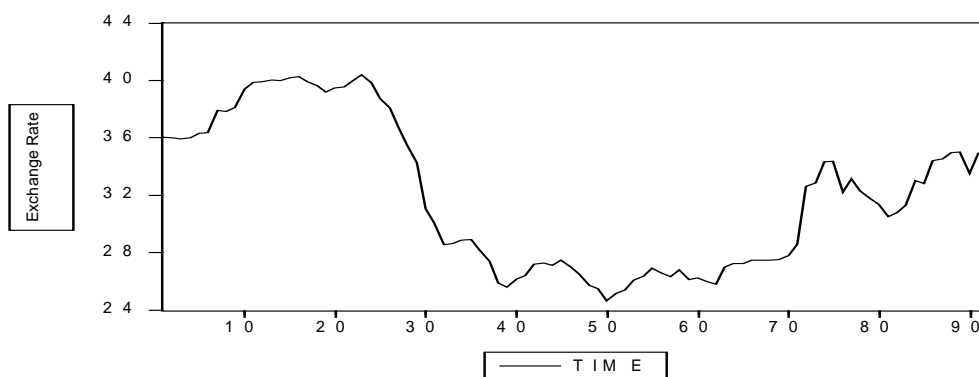


圖 4.3 為 1980 年第一季至 2003 年第四季間，新台幣對美元匯率季資料之走勢圖。1980 年第一季至 1983 年第四季，匯率呈現由一美元兌換 36 元新台幣走向一美元兌換 40 元新台幣的趨勢；1984 年第一季至 1989 年第二季匯率呈現升值趨勢，由一美元兌換 40 元新台幣走向一美元兌換 26 元新台幣的趨勢；1989 年第三季至 1997 年第三季匯率大約在一美元兌換 25 元新台幣及一美元兌換 28 元新台幣之間上下變動；1997 年第四季後由於亞洲爆發金融風暴，匯率呈現長期貶值的趨勢，至 2002 年第四季約為一美元兌換 35 元新台幣。

圖 4.3 新台幣對美元匯率走勢圖(季資料)



第二節 匯率預測實證模型建立與分析

一、單根檢定

資料進行單根檢定，目的在測試資料是否為定態。本研究以 ADF 法進行單根檢定，ADF 法有三種模型：無截距項與時間趨勢項、有截距項無時間趨勢項，以及有截具項與時間趨勢項。檢定結果如表 4.3 所示：

表 4.3 原始序列之單根檢定結果

	無截距項與時間趨勢項		有截距項無時間趨勢項		有截具項與時間趨勢項	
	值	P 值	值	P 值	值	P 值
日資料	-0.000	0.339	-0.006	0.584	-0.009	0.723
月資料	0.001	0.905	-0.008	0.777	-0.045	0.359
季資料	-0.001	0.584	-0.021	0.679	-0.012	0.979

表 4.3 檢定結果顯示三種頻率資料均不為定態，因此取一階差分再進行單根檢定。結果顯示三種頻率資料經過一階差分後均為定態，如表 4.4 所示。因此後續時間序列分析中，引用一階差分後之匯率資料進行模型之建立與實證。

表 4.4 一階差分後之單根檢定結果

	無截距項與時間趨勢項		有截距項無時間趨勢項		有截具項與時間趨勢項	
	值	P 值	值	P 值	T 值	P 值
日資料	-0.883	0.000	-0.884	0.000	-0.884	0.000
月資料	-0.653	0.000	-0.662	0.000	-0.662	0.000
季資料	-0.650	0.000	-0.651	0.000	-0.694	0.001

二、ARIMA 模型分析

確定資料為定態之後，進行 ARIMA 模型的配適。p、q 值之決定可根據自我相關函數(ACF)以及偏自我相關函數(PACF)之圖形來判斷。

(一) 新台幣對美元匯率日資料 ARIMA 模型配適與預測：

匯率資料經過一階差分後呈現定態，所以 ARIMA 模型中 d 為 1。接著根據日資料差分後之 ACF 及 PACF 圖(附圖 1)，判別 p、q 之次序。本研究配適 ARIMA(1,1,0)、ARIMA(1,1,1)及 ARIMA(0,1,1)模型，採用三種模型中 SC 值最小者為實證研究模型。

表 4.5 ARIMA 模型之配適結果(日資料)

模型	ARIMA(1,1,0)		ARIMA(1,1,1)		ARIMA(0,1,1)	
	有常數項	無常數項	有常數項	無常數項	有常數項	無常數項
SC 值	-2.777	-2.787	-2.768	-2.778	-2.780	-2.790
AR 係數	0.116***	0.118***	-0.146	-0.140	/	/
MA 係數	/	/	0.269	0.264	0.125***	0.127***

***表示顯著水準達 1%；**表示顯著水準達 5%；*表示顯著水準達 10%

由表 4.5 中可判斷出 SC 值最小之模型為無常數項之 ARIMA(0,1,1)模型，且模型中 Q 統計量(附圖 2)為 12.068 小於 95% 的 $\chi^2(15)=25$ ，表示接受虛無假設，模型殘差項已不存在序列相關；模型係數(0.127)亦符合可逆條件。本研究採用無常數項之 ARIMA(0,1,1)模型進行預測，如(4.1)式所示。

ARIMA(0,1,1)模型：

$$D_t = (1-L)S_t = (1 + \underset{(3.083)}{0.127L})\varepsilon_t \quad (4.1)$$

$$R^2 = 0.013 \quad \chi^2(15) = 25$$

$$\Rightarrow S_t = S_{t-1} + \varepsilon_t + 0.127 \varepsilon_{t-1} \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

$$\Rightarrow \hat{S}_t = S_{t-1} + \hat{\varepsilon}_t + 0.127 \varepsilon_{t-1} \quad \text{令 } \hat{\varepsilon}_t = 0 ; \varepsilon_{t-1} = S_{t-1} - \hat{S}_{t-1} \quad (4.2)$$

經由(4.2)式之運算，預測出下 14 日之匯率資料，如表 4.6 所示。

表 4.6 ARIMA 模型新台幣對美元匯率預測表(日資料)

日期	實際值	預測值	誤差	95%下界	95%上界
2004/05/14	33.663	33.638	0.025	33.521	33.755
2004/05/17	33.686	33.641	0.045	33.524	33.758
2004/05/18	33.683	33.644	0.039	33.527	33.761
2004/05/19	33.516	33.643	-0.127	33.526	33.760
2004/05/20	33.617	33.622	-0.005	33.505	33.739
2004/05/21	33.549	33.637	-0.088	33.520	33.755
2004/05/24	33.588	33.627	-0.039	33.510	33.744
2004/05/25	33.619	33.633	-0.014	33.516	33.750
2004/05/26	33.561	33.636	-0.075	33.519	33.753
2004/05/27	33.537	33.628	-0.091	33.511	33.746
2004/05/28	33.449	33.626	-0.177	33.508	33.745
2004/05/31	33.389	33.616	-0.227	33.500	33.735
2004/06/01	33.445	33.609	-0.164	33.489	33.729
2004/06/02	33.559	33.617	-0.058	33.497	33.737

(二) 新台幣對美元匯率月資料 ARIMA 模型配適與預測：

匯率資料經過一階差分後呈現定態，所以 ARIMA 模型中 d 為 1。接著根據月資料差分後之 ACF 及 PACF 圖(附圖 3)，判別 p、q 之次序。本研究配適 ARIMA(1,1,0)、ARIMA(1,1,1)、ARIMA(0,1,1) 模型、AR(1)AR(4) 模型、MA(1)MA(4)，及 MA(1)MA(5)模型，採用六種模型中 SC 值最小者為研究模型。

表 4.7 ARIMA 模型之配適結果(月資料)

模型	ARIMA(1,1,0)		ARIMA(1,1,1)		ARIMA(0,1,1)	
	有常數項	無常數項	有常數項	無常數項	有常數項	無常數項
SC 值	0.949	0.925	0.980	0.956	0.955	0.933
AR 係數	0.338***	0.348***	0.333	0.357	/	/
MA 係數	/	/	0.006	-0.011	0.315***	0.321***
模型	AR(1)AR(4)		MA(1)MA(4)		MA(1)MA(5)	
	有常數項	無常數項	有常數項	無常數項	有常數項	無常數項
SC 值	0.9512	0.929	0.939	0.921	0.975	0.952
AR 或 MA 係數	0.334***	0.345***	0.320***	0.329***	0.327***	0.331***
AR 或 MA 係數	-0.167**	-0.155**	-0.184**	-0.175**	0.091**	0.095**

***表示顯著水準達 1%；**表示顯著水準達 5%；*表示顯著水準達 10%

由表 4.7 中可判斷出 SC 值最小之模型為無常數項之 AR(1)模型，但是 AR(1)模型中 Q 統計量(附圖 4)為 29.056 大於 95% 的 $\chi^2(15)=25$ ，表示拒絕虛無假設，模型殘差項仍然存在序列相關。故本研究改採無常數項之 AR(1)與 AR(4)模型進行預測，如(4.3)式所示，該模型中 Q 統計量(附圖 5)為 17.359 小於 95% 的 $\chi^2(15)=25$ ，表示接受虛無假設，模型殘差項已不存在序列相關；模型係數

(0.345、-0.155)亦符合穩定條件。

AR(1)AR(4)模型：

$$(1 - \underset{(4.734)}{0.345}L + \underset{(-2.130)}{0.155}L^4)D_t = \varepsilon_t, \quad D_t = (1-L)S_t \quad (4.3)$$

$$R^2 = 0.137 \quad \chi^2(15) = 25$$

$$\Rightarrow S_t = 1.345 S_{t-1} - 0.345 S_{t-2} - 0.155 S_{t-4} + 0.155 S_{t-5} + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

$$\Rightarrow \hat{S}_t = 1.345 S_{t-1} - 0.345 S_{t-2} - 0.155 S_{t-4} + 0.155 S_{t-5} + \hat{\varepsilon}_t \quad (4.4)$$

$$\hat{\varepsilon}_t = 0$$

經由(4.4)式之運算，預測出下6個月之匯率資料，如表4.8所示。

表 4.8 ARIMA 模型新台幣對美元匯率預測表(月資料)

日期	實際值	預測值	誤差	95%下界	95%上界
2003年11月	34.050	33.894	0.156	33.160	34.628
2003年12月	34.058	33.906	0.152	33.173	34.638
2004年1月	33.687	33.963	-0.276	33.232	34.693
2004年2月	33.227	33.998	-0.770	33.259	34.736
2004年3月	33.306	34.010	-0.704	33.266	34.754
2004年4月	33.006	34.012	-1.007	33.255	34.770

(三) 新台幣對美元匯率季資料 ARIMA 模型配適與預測：

匯率資料經過一階差分後呈現定態，所以 ARIMA 模型中 d 為 1。接著根據季資料差分後之 ACF 及 PACF 圖(附圖 6)，判別 p q 之次序。本研究配適 AR(1)AR(2)

模型、MA(1)MA(2)模型、ARIMA(1,1,1)模型、AR(1)AR(2)AR(4)模型、MA(1)MA(2)MA(4)，採用五種模型中SC值最小者為實證研究模型。

表 4.9 ARIMA 模型之配適結果(季資料)

模型	AR(1)AR(2)		MA(1)MA(2)		ARIMA(1,1,1)	
	有常數項	無常數項	有常數項	無常數項	有常數項	無常數項
SC 值	2.623	2.572	2.405	2.356	2.658	2.608
係數 1	0.174	0.174	0.274***	0.274***	0.721***	0.721***
係數 2	0.313***	0.313***	0.970***	0.970***	-0.475	-0.475
模型	AR(1)AR(2)MA(4)		MA(1)MA(2)MA(4)			
	有常數項	無常數項	有常數項	無常數項		
SC 值	2.475	2.425	2.371	2.321		
AR 或 MA 係數	0.262***	0.263***	0.384***	0.384***		
AR 或 MA 係數	0.483***	0.484***	0.660***	0.661***		
AR 或 MA 係數	-0.534***	-0.532***	-0.335***	-0.335***		

***表示顯著水準達 1% ; **表示顯著水準達 5% ; *表示顯著水準達 10%

由表 4.9 中可判斷出 SC 值最小之模型為無常數項之 MA(1)MA(2)MA(4)模型，但是 MA(1)MA(2)MA(4)模型中 Q 統計量(附圖 7)為 23.070 大於 90% 的 $\chi^2(15)=22.310$ ，表示拒絕虛無假設，模型殘差項仍然存在序列相關。故本研究改採無常數項之 AR(1)AR(2)MA(4)模型進行預測，如(4.5)式所示。該模型中 Q 統計量(附圖 8)為 13.164 小於 90% 的 $\chi^2(15)=22.310$ ，表示接受虛無假設，模型殘差項已不存在序列相關；模型係數(0.263、0.484 及 -0.533)亦符合穩定條件及可逆條件。

AR(1)AR(2)MA(4)模型：

$$(1 - \underset{(2.795)}{0.263}L - \underset{(4.582)}{0.484}L^2)D_t = (1 - \underset{(-4.996)}{0.533}L^4)\varepsilon_t, \quad D_t = (1-L)S_t \quad (4.5)$$

$$R^2 = 0.305 \quad \chi^2(15) = 22.310$$

$$\Rightarrow S_t = 1.263 S_{t-1} + 0.221 S_{t-2} - 0.484 S_{t-3} + \varepsilon_t - 0.533 \varepsilon_{t-4}$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

$$\Rightarrow \hat{S}_t = 1.263 S_{t-1} + 0.221 S_{t-2} - 0.484 S_{t-3} + \hat{\varepsilon}_t - 0.533 \varepsilon_{t-4} \quad (4.6)$$

$$\text{令 } \hat{\varepsilon}_t = 0 \quad ; \quad \varepsilon_{t-4} = S_{t-4} - \hat{S}_{t-4}$$

經由(4.6)式之運算，預測出下4季之匯率資料，如表4.10所示

表 4.10 ARIMA 模型新台幣對美元匯率預測表(季資料)

日期	實際值	預測值	誤差	95%下界	95%上界
2003 第一季	34.750	35.739	-0.989	34.237	37.240
2003 第二季	34.610	36.476	-1.866	34.933	38.018
2003 第三季	33.780	36.195	-2.415	34.582	37.807
2003 第四季	33.980	36.306	-2.326	34.633	37.980

三、GARCH 模型分析

ARCH 模型允許異質條件變異數，ARCH 效果的檢定可利用 Ljung-Box Q 值檢定殘差項平方，以測試其是否具有二階序列相關的現象，進而配適 GARCH 模型。附圖 9 為 ARCH 效果檢定之結果，其中日資料及月資料之 Q 統計量分別為 51.235 及 61.998，均大於 95% 的 $\chi^2(15)=25$ ，顯著拒絕無二階序列相關之虛無假設，可進行 GARCH 模型配適；季資料之 Q 統計量為 3.395 大於 95% 的 $\chi^2(15)=25$ ，表示接受無二階序列相關之虛無假設。

(一) 新台幣對美元匯率日資料 GARCH 模型配適與預測：

本研究配適 GARCH(1,1)及 GARCH(1,1)—M 模型進行實證，配適結果發現，GARCH(1,1)—M 的係數不顯著，且 SC 值較 GARCH(1,1) 模型大，因此本研究採用 GARCH(1,1)模型進行預測，如(4.7)式所示，模型中變異數方程式之 GARCH 係數顯著，表示當期波動主要因素來自於前期波動大小的持續，有波動叢聚的特性。

GARCH(1,1)模型：

$$D_t = (1-L)S_t = (1+0.130L)\varepsilon_t \quad (3.142)$$

$$h_t = 0.001 + 0.091\varepsilon_{t-1}^2 + 0.909h_{t-1} \quad (4.7)$$

(4.185) (5.017) (63.083)

$$\Rightarrow S_t = S_{t-1} + \varepsilon_t + 0.130\varepsilon_{t-1}, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

$$\Rightarrow \hat{S}_t = S_{t-1} + \hat{\varepsilon}_t + 0.130\varepsilon_{t-1} \quad \text{令 } \hat{\varepsilon}_t = 0; \quad \varepsilon_{t-1} = S_{t-1} - \hat{S}_{t-1} \quad (4.8)$$

經由(4.8)式之運算，預測出下 14 日之匯率資料，如表 4.11 所示。

表 4.11 GARCH 模型新台幣對美元匯率預測表(日資料)

日期	實際值	預測值	誤差	95%下界	95%上界
2004/05/14	33.663	33.638	0.025	33.521	33.756
2004/05/17	33.686	33.642	0.044	33.525	33.759
2004/05/18	33.683	33.644	0.039	33.527	33.761
2004/05/19	33.516	33.644	-0.128	33.526	33.761
2004/05/20	33.617	33.622	-0.005	33.505	33.739
2004/05/21	33.549	33.638	-0.089	33.521	33.755
2004/05/24	33.588	33.627	-0.039	33.510	33.744
2004/05/25	33.619	33.633	-0.014	33.516	33.751

2004/05/26	33.561	33.637	-0.076	33.519	33.754
2004/05/27	33.537	33.629	-0.092	33.511	33.746
2004/05/28	33.449	33.627	-0.178	33.508	33.745
2004/05/31	33.389	33.615	-0.226	33.496	33.735
2004/06/01	33.445	33.609	-0.164	33.489	33.729
2004/06/02	33.559	33.617	-0.058	33.497	33.737

(二) 新台幣對美元匯率月資料 GARCH 模型配適與預測：

本研究配適 GARCH(1,1) 及 GARCH(1,1)—M 模型進行實證，配適結果發現，GARCH(1,1)—M 的係數不顯著，且 SC 值較 GARCH(1,1) 模型大，因此本研究採用 GARCH(1,1) 模型進行預測，如(4.9)式所示，模型中變異數方程式之 GARCH 係數顯著，表示當期波動主要因素來自於前期波動大小的持續，有波動叢聚的特性。

GARCH(1,1) 模型：

$$(1 - \underset{(4.926)}{0.388}L + \underset{(-1.668)}{0.167}L^4)D_t = \varepsilon_t, \quad D_t = (1-L)S_t$$

$$h_t = 0.020 + \underset{(3.892)}{0.354} \varepsilon_{t-1}^2 + \underset{(3.998)}{0.514} h_{t-1} \quad (4.9)$$

$$\Rightarrow S_t = 1.388 S_{t-1} - 0.388 S_{t-2} - 0.162 S_{t-4} + 0.162 S_{t-5} + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

$$\Rightarrow \hat{S}_t = 1.388 S_{t-1} - 0.388 S_{t-2} - 0.162 S_{t-4} + 0.162 S_{t-5} + \hat{\varepsilon}_t \quad (4.10)$$

$$\text{令 } \hat{\varepsilon}_t = 0$$

經由(4.10)式之運算，預測出下 6 個月之匯率資料，如表 4.12 所示。

表 4.12 GARCH 模型新台幣對美元匯率預測表(月資料)

日期	實際值	預測值	誤差	95%下界	95%上界
2003 年 11 月	34.050	33.891	0.159	33.156	34.626
2003 年 12 月	34.058	33.902	0.156	33.169	34.635
2004 年 1 月	33.687	33.961	-0.274	33.229	34.693
2004 年 2 月	33.227	34.000	-0.773	33.261	34.739
2004 年 3 月	33.306	34.016	-0.710	33.271	34.761
2004 年 4 月	33.006	34.020	-1.015	33.262	34.779

(三) 新台幣對美元匯率季資料 GARCH 模型配適與預測：

雖然季資料之 ARCH 效果不顯著,本研究仍配適 GARCH(1,1)及 GARCH(1,1)—M 模型,結果發現 GARCH(1,1)模型中,GARCH 係數不顯著;GARCH(1,1)—M 模型中,ARCH 係數不顯著。兩模型皆驗證了 ARCH 檢定之結果。雖然係數並非顯著,本研究仍持續進行模型之建構及預測,以觀察其預測績效是否真的較差。由於 GARCH(1,1)—M 的係數不顯著,且 SC 值較 GARCH(1,1)模型大,因此本研究採用 GARCH(1,1)模型進行預測,如(4.11)式所示。

GARCH(1,1)模型：

$$(1 - \underset{(2.026)}{0.216}L - \underset{(8.933)}{0.584}L^2)D_t = (1 - \underset{(-10.314)}{0.628}L^4)\varepsilon_t, \quad D_t = (1-L)S_t$$

$$h_t = \underset{(2.303)}{0.290} + \underset{(3.439)}{0.708}\varepsilon_{t-1}^2 - \underset{(-0.461)}{0.087}h_{t-1} \quad (4.11)$$

$$\Rightarrow S_t = 1.216 S_{t-1} + 0.368 S_{t-2} - 0.584 S_{t-3} + \varepsilon_t - 0.628 \varepsilon_{t-4}$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

$$\Rightarrow \hat{S}_t = 1.216 S_{t-1} + 0.368 S_{t-2} - 0.584 S_{t-3} + \hat{\varepsilon}_t - 0.628 \varepsilon_{t-4} \quad (4.12)$$

$$\text{令 } \hat{\varepsilon}_t = 0 \quad ; \quad \varepsilon_{t-4} = S_{t-4} - \hat{S}_{t-4}$$

經由(4.12)式之運算，預測出下 4 季之匯率資料，如表 4.13 所示。

表 4.13 GARCH 模型新台幣對美元匯率預測表(季資料)

日期	實際值	預測值	誤差	95%下界	95%上界
2003 第一季	34.750	36.003	-1.253	34.481	37.526
2003 第二季	34.610	36.850	-2.240	35.266	38.433
2003 第三季	33.780	36.616	-2.836	34.936	38.296
2003 第四季	33.980	36.719	-2.739	34.956	38.482

四、灰色預測 GM(1,1) 模型分析

灰色預測特色之一為模型只需四筆資料即可進行預測。鄭美幸、詹志明(2002)研究發現以大量樣本進行 GM(1,1)模型之預測，其績效較小樣本(六筆資料)來的差，本研究比較四筆、五筆及六筆資料之績效，發現以四筆資料建模之預測績效最佳。因此本研究使用四筆觀測值建立模型，並對下一期資料進行預測。灰色預測另一項特色為模型之建構及參數估計只需要簡單的數學運算基礎。因此本研究對每一期之預測，採用預測當期的前四期之觀測值並重新估計參數之方式來進行預測，以提升預測精確度。

(一) 新台幣對美元匯率日資料 GM(1,1)模型配適與預測：

首先以 2004 年 5 月 10 日、11 日、12 日及 13 日四項匯率值進行模型建構及預測，步驟如下：

Step 1. 累加生成：

$$X^{(0)} = (33.600, 33.647, 33.505, 33.621)$$

$$X^{(1)} = (33.600, 67.247, 100.752, 134.373)$$

Step 2. 求出 $Z^{(1)}$:

$$Z^{(1)}=(50.4235, 83.9995, 117.5625)$$

Step 3. 建立數據矩陣，求出模型參數：

$$Y = \begin{bmatrix} 33.647 \\ 33.505 \\ 33.621 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -50.4235 & 1 \\ -83.9995 & 1 \\ -117.5625 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y = \begin{bmatrix} 0.0003875043 \\ 33.6235484889 \end{bmatrix}$$

所以 $a=0.0003875043$, $b=33.6235484889$

Step 4. 建立預測方程式：

$$\hat{x}^{(0)}(k) = \left[x^0(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-a(k-1)} (1 - e^a) = \left(33.6 - \frac{33.6235}{0.0003} \right) e^{-0.0003(k-1)} (1 - e^{0.0003}) \quad (4.13)$$

Step 5. 帶入 $k=5$, 求得下一期 2004 年 5 月 14 日之預測值為 **33.565**。

接著利用 2004 年 5 月 11 日、12 日、13 日以及預測出之 14 日四項匯率值進行模型建構及預測，步驟如下：

Step 1. 累加生成：

$$X^{(0)}=(33.647, 33.505, 33.621, 33.565)$$

$$X^{(1)}=(33.647, 67.152, 100.773, 134.3380)$$

Step 2. 求出 $Z^{(1)}$:

$$Z^{(1)}=(50.3995, 83.9625, 117.5555)$$

Step 3. 建立數據矩陣，求出模型參數：

$$Y = \begin{bmatrix} 33.505 \\ 33.621 \\ 33.565 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -50.3995 & 1 \\ -83.9625 & 1 \\ -117.5555 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y = \begin{bmatrix} -0.0008930607 \\ 33.4886741275 \end{bmatrix}$$

所以 $a=-0.0008930607$, $b=33.4886741275$

Step 4. 建立預測方程式：

$$\hat{x}^{(0)}(k) = \left[x^0(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-a(k-1)} (1 - e^{-a}) = \left(33.647 - \frac{33.4887}{-0.0009} \right) e^{0.0009(k-1)} (1 - e^{-0.0009}) \quad (4.14)$$

Step 5. 帶入 k=5，求得下一期 2004 年 5 月 17 日之預測值為 33.624。

以此類推，求得下 14 日之預測值如表 4.14 所示。

表 4.14 GM(1,1)模型新台幣對美元匯率預測表(日資料)

日期	實際值	預測值	誤差	95%下界	95%上界
2004/05/14	33.663	33.565	0.098	33.109	34.021
2004/05/17	33.686	33.624	0.062	33.322	33.926
2004/05/18	33.683	33.606	0.077	33.385	33.827
2004/05/19	33.516	33.639	-0.123	33.425	33.853
2004/05/20	33.617	33.638	-0.021	33.547	33.729
2004/05/21	33.549	33.660	-0.111	33.496	33.824
2004/05/24	33.588	33.667	-0.079	33.551	33.783
2004/05/25	33.619	33.684	-0.065	33.590	33.778
2004/05/26	33.561	33.694	-0.133	33.509	33.879
2004/05/27	33.537	33.708	-0.171	33.471	33.945
2004/05/28	33.449	33.720	-0.271	33.344	34.096
2004/05/31	33.389	33.733	-0.344	33.256	34.210
2004/06/01	33.445	33.745	-0.300	33.329	34.161
2004/06/02	33.559	33.758	-0.199	33.482	34.034

(二) 新台幣對美元匯率月資料 GM(1,1)模型配適與預測：

首先以 2003 年 7 月、8 月、9 月及 10 月四項匯率值進行模型建構及預測，
步驟如下：

Step 1. 累加生成：

$$X^{(0)} = (34.416, 34.335, 33.996, 33.896)$$

$$X^{(1)} = (34.416, 68.751, 102.747, 136.643)$$

Step 2. 求出 $Z^{(1)}$ ：

$$Z^{(1)} = (51.5835, 85.749, 119.695)$$

Step 3. 建立數據矩陣，求出模型參數：

$$Y = \begin{bmatrix} 34.335 \\ 33.996 \\ 33.896 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -51.5835 & 1 \\ -85.7490 & 1 \\ -119.6950 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{則 } \hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y = \begin{bmatrix} 0.0064490610 \\ 34.6281953413 \end{bmatrix}$$

所以 $a=0.0064490610$ ， $b=34.6281953413$

Step 4. 建立預測方程式：

$$\hat{x}^{(0)}(k) = \left[x^0(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-a(k-1)} (1 - e^a) = \left(34.416 - \frac{34.6282}{0.0064} \right) e^{-0.0064(k-1)} (1 - e^{0.0064}) \quad (4.15)$$

Step 5. 帶入 $k=5$ ，求得下一期 2003 年 11 月之預測值為 **33.638**。

接著利用 2003 年 8 月、9 月、10 月及預測出之 11 月四項匯率值進行模型建構及預測，以此類推，求得下 6 個月之預測值如表 4.15 所示。

表 4.15 GM(1,1)模型新台幣對美元匯率預測表(月資料)

日期	實際值	預測值	誤差	95%下界	95%上界
2003年11月	34.050	33.638	0.412	32.944	34.332
2003年12月	34.058	33.488	0.570	32.655	34.321
2004年1月	33.687	33.267	0.420	32.658	33.876
2004年2月	33.227	33.095	0.132	32.857	33.315
2004年3月	33.306	32.893	0.413	32.315	33.471
2004年4月	33.006	32.712	0.294	32.302	33.122

(三) 新台幣對美元匯率季資料 GM(1,1)模型配適與預測：

首先以 2002 年第一季、第二季、第三季及第四季四項匯率值進行模型建構及預測，步驟如下：

Step 1. 累加生成：

$$X^{(0)} = (35.000, 33.550, 34.94, 34.76)$$

$$X^{(1)} = (35.000, 68.550, 103.490, 138.250)$$

Step 2. 求出 $Z^{(1)}$ ：

$$Z^{(1)} = (51.775, 86.020, 120.870)$$

Step 3. 建立數據矩陣，求出模型參數：

$$Y = \begin{bmatrix} 33.550 \\ 34.940 \\ 34.760 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -51.7750 & 1 \\ -86.0200 & 1 \\ -120.8700 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y = \begin{bmatrix} -0.0174453558 \\ 32.9124990170 \end{bmatrix}$$

所以 $a = -0.0174453558$ ， $b = 32.9124990170$

Step 4. 建立預測方程式：

$$\hat{x}^{(0)}(k) = \left[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-a(k-1)} (1 - e^a) = \left(35 - \frac{32.9125}{-0.0174} \right) e^{0.0174(k-1)} (1 - e^{-0.0174}) \quad (4.16)$$

Step 5. 帶入 $k=5$ ，求得下一期 2003 年第一季之預測值為 35.634。

接著利用 2002 第二季、第三季、第四季及預測出之 2003 年第一季四項匯率值進行模型建構及預測，以此類推，求得下 4 季之預測值如表 4.16 所示。

表 4.16 GM(1,1)模型新台幣對美元匯率預測表(季資料)

日期	實際值	預測值	誤差	95%下界	95%上界
2003 第一季	34.750	35.634	-0.884	32.778	38.490
2003 第二季	34.610	35.815	-1.205	33.431	38.199
2003 第三季	33.780	36.467	-2.687	32.579	40.354
2003 第四季	33.980	36.815	-2.835	32.818	40.812

第三節 匯率預測績效之評估

本研究採用 MAPE 值及 Theil's U 值作為績效評估的標準。MAPE 值小於 10 % 表示模型之預測績效優良，為可採信之預測模型；Theil's U 值則是越接近零表示預測誤差越小。表 4.17 為 ARIMA、GARCH 及 GM(1,1)模型匯率日資料之 MAPE 值及 Theil's U 值。三種預測模型之 MAPE 值均遠小於 10%，分別為 0.2506%、0.2507% 及 0.4378%，Theil's U 值亦相當接近於零，分別為 0.001576、0.001577 及 0.004669，因此三種模型預測績效均相當優良，在匯率日資料的預測上均為合適之預測模型；一同比較 MAPE 值與 Theil's U 值，預測績效最佳為 ARIMA 模型，GARCH 模型次之，GM(1,1)模型再次之。GARCH 模型較 ARIMA 考慮了條件變異數之問題，雖然匯率日資料存在 ARCH 效果，但其 GARCH-M 模型之係數並不顯著，因此 GARCH 模型之預測績效並沒有較 ARIMA 模型傑出，兩模型預測績效相當接近。

表 4.17 匯率預測日資料之 MAPE 值及 Theil's U 值

	ARIMA 模型	GARCH 模型	GM(1,1)模型
MAPE 值	0.251 %	0.251 %	0.438 %
Theil's U 值	0.158 %	0.158 %	0.467 %

表 4.18 為 ARIMA、GARCH 及 GM(1,1)模型匯率月資料之 MAPE 值及 Theil's U 值。三種預測模型之 MAPE 值均遠小於 10%，分別為 1.5344%、1.5455%及 1.1095%，Theil's U 值亦相當接近於零，分別為 0.009021、0.009082 及 0.005947，因此三種模型預測績效均相當優良，在匯率月資料的預測上均為合適之預測模型。一同比較 MAPE 值與 Theil's U 值，預測績效最佳為 GM(1,1)模型，ARIMA 模型次之，GARCH 模型再次之。GM(1,1)模型在匯率日資料的預測績效較 ARIMA 模型及 GARCH 模型差，但在匯率月資料的預測績效上則優於 ARIMA 模型及 GARCH 模型。與匯率

日資料相同，雖然匯率月資料存在 ARCH 效果，但其 GARCH-M 模型之係數並不顯著，因此 GARCH 模型之預測績效並沒有較 ARIMA 模型傑出，兩模型預測績效相當接近。

表 4.18 匯率預測月資料之 MAPE 值及 Theil's U 值

	ARIMA 模型	GARCH 模型	GM(1,1)模型
MAPE 值	1.534 %	1.546 %	1.110 %
Theil's U 值	0.902 %	0.908 %	0.595 %

表 4.19 為 ARIMA 模型及 GM(1,1)模型匯率季資料之 MAPE 值及 Theil's U 值，雖然匯率季資料並不存在 ARCH 效果，本研究仍嘗試進行建模及預測，以觀察其績效是否真的較差。結果顯示 GARCH 模型相較 ARIMA 模型之績效確實較差，因此季資料之預測以 ARIMA 模型進行即可獲得優良的預測績效。比較 ARIMA 及 GM(1,1)模型，兩預測模型之 MAPE 值均小於 10%，分別為 5.5572%及 5.5804%，Theil's U 值亦接近於零，分別為 0.028116 及 0.029672，兩種模型預測績效尚可，在匯率季資料的預測上均為合適之預測模型，但相較於日資料及月資料之 MAPE 值與 Theil's U 值，季資料之預測績效較差的多。一同比較 MAPE 值與 Theil's U 值，預測績效最佳的為 ARIMA 模型，GM(1,1)模型次之。

表 4.19 匯率預測季資料之 MAPE 值及 Theil's U 值

	ARIMA 模型	GARCH 模型	GM(1,1)模型
MAPE 值	5.557 %	6.633 %	5.580 %
Theil's U 值	2.812 %	3.321 %	2.967 %

第五章 結論與研究限制

本研究採用適應性預期理論,應用時間序列 ARIMA GARCH 及灰色預測 GM(1,1) 計量模型進行新台幣對美元匯率之預測,並以 MAPE 及 Theil's U 做為預測績效評估之標準,比較三種模型樣本外預測(ex-post)之績效,找出合適的長、短期匯率預測模型。三種模型均以過去匯率歷史資料為模型建構的基礎,考慮匯率本身所產生的訊息來進行預測,在執行樣本外預測時以本身的資料即可進行,不需要其他變數的輸入。本研究在短期匯率預測方面分別採用日資料及月資料進行預測,長期匯率預測方面則以季資料進行預測。研究結論如下:

1. 針對日資料而言,本研究配適 ARIMA(0,1,1)模型 GARCH(1,1)模型及 GM(1,1)模型,三種模型之 MAPE 值均遠小於 10%,Theil's U 值亦相當接近於零,預測績效相當優良。一同比較 MAPE 值與 Theil's U 值,三種模型中預測績效最佳為 ARIMA 模型,GARCH 模型次之,GM(1,1)模型再次之。
2. 針對月資料而言,本研究配適 AR(1)AR(4)模型、GARCH(1,1)模型及 GM(1,1)模型,三種模型之 MAPE 值均遠小於 10%,Theil's U 值亦相當接近於零,預測績效相當優良。一同比較 MAPE 值與 Theil's U 值,三種模型中預測績效最佳為 GM(1,1)模型,ARIMA 模型次之,GARCH 模型再次之。
3. 針對季資料而言,雖然匯率季資料並不存在 ARCH 效果,本研究仍嘗試進行建模及預測,以觀察其績效是否真的較差。結果顯示 GARCH 模型相較 ARIMA 模型之績效確實較差,因此季資料之預測以 ARIMA 模型進行即可獲得優良的預測績效。本研究配適 AR(1)AR(2)MA(4)模型及 GM(1,1)模型,兩模型之 MAPE 值均小於 10%,Theil's U 值亦接近於零,預測績效尚可。一同比較 MAPE 值與 Theil's U 值,兩種模型中預測績效最佳的為 ARIMA 模型,GM(1,1)模型次之。

4. 在匯率的預測上，時間序列與灰色預測模型對於短期的日資料及月資料有極佳的績效，MAPE 值約為 1%左右，Theil's U 值約為 0.005 左右；長期的季資料預測績效則較差，MAPE 值約為 5%左右，Theil's U 值約為 0.03 左右。因此時間序列與灰色模型較適合於短期匯率之預測。
5. GARCH 模型修正 ARIMA 模型變異數為固定之假設，允許變異數隨時間改變。本研究透過 GARCH-M 模型之配適，期望能藉由對每一期不同變異數之估計，更能精確預測每一期之匯率。然而在匯率預測之應用上，長期資料不存在 ARCH 效果，短期資料 GARCH-M 模型係數不顯著，因此 GARCH 模型之預測績效與 ARIMA 模型很接近，沒有比 ARIMA 模型傑出。
6. 灰色預測 GM(1,1)模型相較於時間序列模型，僅需四項數據即可建立模型進行預測，且在短期匯率預測的績效上表現優良，為一具有效率且值得參考之預測模型。

本研究之限制及未來研究方向建議如下：

1. 本研究在實證模型上應用時間序列及灰色預測模型，其餘預測模型如倒傳遞類神經網路、基因演算模式及傳統迴歸模式，本研究未列入實証模型中探討，此為本研究之限制。
2. 本研究在時間序列及灰色預測模型上，採用傳統的方式僅以變數本身做為模型建立，未來可以將理論上或實證上對匯率有顯著相關之變數，加入於時間序列及灰色預測模型之建構。
3. 本研究僅針對新台幣對美元匯率進行模行之建構與預測，未來可以將其他重要之匯率(例如新台幣對歐元)進行預測及比較。

參考文獻

一、中文部分

1. 蕭欽篤，國際金融，智勝文化事業有限公司，民國 92 年 1 月四版。
2. 何憲章，國際財務管理理論與實務，新陸書局，民國 90 年 8 月四版。
3. 鍾惠民、吳壽山、周賓凰、范懷文，財金計量，雙業書郎，民國 91 年 1 月初版。
4. 溫坤禮、黃宜豐、陳繁雄、李元秉、連志峰、賴家瑞，灰預測原理與應用，全華科技圖書股份有限公司，民國 91 年初版。
5. 鄭美幸、詹志明，「灰色理論與時間序列模型在匯率預測績效上之比較」，台灣金融財務季刊，第三輯第二期，95-104 頁，民國 91 年。
6. 施能仁、劉定焜，「台灣股價指數之避險操作 - 灰色滾動模式預測」，灰色系統學刊，第一卷第二期，101-121 頁，民國 87 年。
7. 張國榮，「論影響美元匯率變動之因素及其展望」，台灣經濟研究月刊，第十九卷第十期，89-98 頁，民國 85 年。
8. 吳致寧，「貨幣學派之匯率決定模型與匯率預測 - 臺灣之實證研究」，中央研究院經濟研究所經濟論文，第二十三卷第一期，159-187 頁，民國 84 年。
9. 邱至中，「長短期匯率預測模式績效之比較」，成功大學財務金融研究所碩士論文，民國 92 年 6 月。
10. 張小彤，「匯率預測研究 - 時間數列分析法之應用」，大葉大學事業經營研究所碩士論文，民國 92 年 6 月。
11. 施向陽，「匯率變動預測模式之研究」，大葉大學事業經營研究所碩士論文，民國 90 年 6 月。
12. 陳心一，「短期匯率預測：ARIMA 與 GARCH 模型之比較研究」，中山大學財務管理研究所碩士論文，民國 86 年 7 月。































二、英文部分

1. Akaike,H.(1978), "A Bayesian Analysis of the Minimum AIC Procedure," *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, Vol.30, Part A, pp.9-14.
2. Bollerslev,T.(1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity," *Journal of econometrics*, Vol.30, pp.307-327.
3. Box and Jenkins(1976), *Time Series Analysis*, Holden-Day, San Francisco.
4. Chou,R.Y.(1988), "Persistent Volatility and Stock Returns - Some Empirical Evidence Using GARCH," *Journal of Applied Econometrics*, Vol.3, pp.279-194.
5. Deng,J.L.(1982), "Control Problems of Grey System," *Systems and Control Letters*, Vol.5, pp.288-294.
6. _____(1989), "Introduction to Grey System," *Journal of Grey System*, Issue 1, Vol.1, pp.1-24.
7. Dickey,D.A. and Fuller,W.A.(1979), "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root," *Journal of American Statistical Association*, Vol.74, pp.427-431.
8. Engle,R.F.(1982), "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation," *Econometrica*, Vol.50, No.4, pp.987-1008.
9. _____, Lilien,D.M. and Robins,R.P.(1987), "Estimating Time-Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model," *Econometrica*, Vol.55, pp.391-407.
10. _____ and Yoo,B.S.(1987), "Forecasting and Testing in Cointegrated Systems," *Journal of Econometrics*, Vol.35, pp.143-159.
11. Fang,H. and Kwong,K.K.(1991) "Forecasting Foreign Exchange Rate," *Journal of Business Forecasting*, Winter 1991, pp.16-19.































12. Granger,C.W.J. and Newbold P.(1974), “Spurious Regression in Econometric, ” *Journal of Econometrics*, Vol.2, pp.1779-1801.
13. Lewis,C.D.(1982), *Industrial and Business Forecasting Method*, London, *Butterworths*.
14. Ljung,G.M. and Box,G.E.P.(1978), “ On a Measure of Lack of Fit in Time Series models, ” *Biometrika*, Vol.65, pp.297-303.
15. Mehran,J. and Shahrokhi,M.(1997), “ An Application of Four Foreign Currency Forecasting Models to the U.S. Dollar and Mexican Peso, ” *Global Finance Journal*, Vol.8, Issue2, pp.211-220.
16. Schwarz,G.(1978), “Estimating the Dimension of a Model, ” *Annals of Statistics*, Vol.6, pp.461-464.
17. Shibata,R.(1976) “ Selection of the Order of an Autoregressive Model by Akaike's Information Criterion, ” *Biometrika*, Vol.63, pp.117-126.

附 錄































附圖 1 日資料自我相關函數及偏自我相關函數之圖形

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.115	0.115	7.9023	0.005
		2 -0.030	-0.044	8.4438	0.015
		3 -0.002	0.007	8.4468	0.038
		4 0.081	0.080	12.328	0.015
		5 0.079	0.061	16.035	0.007
		6 0.007	-0.004	16.063	0.013
		7 0.024	0.030	16.419	0.022
		8 0.005	-0.007	16.431	0.037
		9 0.071	0.064	19.477	0.021
		10 0.007	-0.014	19.507	0.034
		11 0.040	0.043	20.473	0.039
		12 0.026	0.014	20.889	0.052
		13 0.003	-0.008	20.896	0.075
		14 -0.017	-0.024	21.064	0.100
		15 0.011	0.012	21.140	0.132

附圖 2 ARIMA(0,1,1)模型之 Ljung-Box Q 檢定

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.005	-0.005	0.0134	
		2 -0.030	-0.030	0.5393	0.463
		3 -0.007	-0.008	0.5724	0.751
		4 0.075	0.074	3.9252	0.270
		5 0.071	0.072	6.9398	0.139
		6 -0.006	0.000	6.9591	0.224
		7 0.026	0.031	7.3594	0.289
		8 -0.008	-0.012	7.3981	0.389
		9 0.072	0.064	10.564	0.228
		10 -0.006	-0.010	10.589	0.305
		11 0.040	0.040	11.548	0.316
		12 0.021	0.020	11.819	0.377
		13 0.003	-0.003	11.824	0.460
		14 -0.018	-0.026	12.026	0.525
		15 0.008	0.005	12.068	0.601

附圖 3 月資料自我相關函數及偏自我相關函數之圖形

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.338	0.338	19.197	0.000
		2 0.111	-0.004	21.280	0.000
		3 -0.034	-0.080	21.478	0.000
		4 -0.178	-0.161	26.871	0.000
		5 0.063	0.208	27.548	0.000
		6 0.117	0.066	29.934	0.000
		7 0.204	0.128	37.211	0.000
		8 0.167	0.019	42.089	0.000
		9 0.010	-0.029	42.108	0.000
		10 -0.080	-0.072	43.235	0.000
		11 -0.240	-0.182	53.547	0.000
		12 -0.189	-0.074	59.966	0.000
		13 -0.107	-0.065	62.027	0.000
		14 -0.008	0.004	62.038	0.000
		15 0.068	-0.002	62.878	0.000

附圖 4 AR(1)模型之 Ljung-Box Q 檢定

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.008	-0.008	0.0110	
		2	0.022	0.022	0.0920	0.762
		3	-0.017	-0.017	0.1403	0.932
		4	-0.235	-0.236	9.5627	0.023
		5	0.103	0.105	11.381	0.023
		6	0.044	0.059	11.717	0.039
		7	0.147	0.142	15.454	0.017
		8	0.127	0.078	18.271	0.011
		9	-0.022	0.022	18.353	0.019
		10	-0.010	0.000	18.370	0.031
		11	-0.199	-0.158	25.408	0.005
		12	-0.102	-0.104	27.271	0.004
		13	-0.058	-0.103	27.880	0.006
		14	0.005	-0.031	27.884	0.009
		15	0.080	-0.018	29.056	0.010































附圖 5 AR(1)AR(4)模型之 Ljung-Box Q 檢定

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.013	0.013	0.0262	
		2	0.048	0.048	0.4134	
		3	0.002	0.001	0.4142	0.520
		4	-0.069	-0.072	1.2174	0.544
		5	0.154	0.157	5.1950	0.158
		6	0.059	0.063	5.7939	0.215
		7	0.128	0.114	8.5732	0.127
		8	0.082	0.072	9.7182	0.137
		9	-0.022	-0.011	9.7980	0.200
		10	-0.004	-0.026	9.8009	0.279
		11	-0.173	-0.182	15.022	0.090
		12	-0.083	-0.123	16.246	0.093
		13	-0.071	-0.113	17.134	0.104
		14	-0.002	-0.025	17.135	0.145
		15	0.035	0.008	17.359	0.183































附圖 6 季資料自我相關函數及偏自我相關函數之圖形

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.255	0.255	6.1101	0.013
		2	0.349	0.304	17.680	0.000
		3	0.186	0.055	21.003	0.000
		4	-0.118	-0.313	22.363	0.000
		5	0.116	0.142	23.697	0.000
		6	-0.027	0.084	23.770	0.001
		7	0.005	-0.036	23.772	0.001
		8	-0.006	-0.124	23.776	0.002
		9	0.125	0.273	25.391	0.003
		10	-0.002	-0.059	25.392	0.005
		11	0.138	0.021	27.404	0.004
		12	0.158	0.120	30.089	0.003
		13	-0.058	-0.100	30.456	0.004
		14	0.171	0.030	33.663	0.002
		15	-0.150	-0.144	36.155	0.002

附圖 7 MA(1)MA(2)MA(4)模型之 Ljung-Box Q 檢定

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.127	-0.127	1.5100	
		2 0.082	0.067	2.1443	
		3 0.197	0.219	5.8720	
		4 -0.099	-0.056	6.8160	0.009
		5 0.150	0.102	9.0343	0.011
		6 -0.025	-0.026	9.0978	0.028
		7 -0.028	-0.027	9.1773	0.057
		8 -0.002	-0.064	9.1778	0.102
		9 0.162	0.203	11.900	0.064
		10 -0.096	-0.069	12.867	0.075
		11 0.073	0.049	13.428	0.098
		12 0.139	0.106	15.506	0.078
		13 -0.128	-0.059	17.295	0.068
		14 0.173	0.057	20.584	0.038
		15 -0.149	-0.135	23.070	0.027

附圖 8 AR(1)AR(2)MA(4)模型之 Ljung-Box Q 檢定

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.021	-0.021	0.0388	
		2 -0.029	-0.030	0.1196	
		3 -0.035	-0.037	0.2378	
		4 -0.008	-0.011	0.2440	0.621
		5 0.154	0.151	2.5182	0.284
		6 -0.010	-0.005	2.5281	0.470
		7 -0.098	-0.093	3.4803	0.481
		8 0.032	0.040	3.5855	0.610
		9 0.135	0.139	5.4228	0.491
		10 -0.027	-0.054	5.4999	0.599
		11 0.043	0.049	5.6908	0.682
		12 0.127	0.180	7.3957	0.596
		13 -0.091	-0.106	8.2701	0.602
		14 0.157	0.117	10.932	0.449
		15 -0.143	-0.112	13.164	0.357

附圖 9 資料之 ARCH 效果檢定

【日資料】

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.148	0.148	12.981	
		2	0.057	0.036	14.931	0.000
		3	0.111	0.100	22.293	0.000
		4	0.073	0.043	25.465	0.000
		5	0.078	0.056	29.080	0.000
		6	0.039	0.007	29.998	0.000
		7	0.112	0.094	37.501	0.000
		8	0.046	0.002	38.757	0.000
		9	0.059	0.039	40.854	0.000
		10	0.047	0.010	42.211	0.000
		11	0.037	0.013	43.047	0.000
		12	0.021	-0.010	43.306	0.000
		13	0.036	0.021	44.101	0.000
		14	0.030	0.000	44.638	0.000
		15	0.104	0.093	51.235	0.000

【月資料】

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.183	0.183	5.5046	
		2	0.256	0.230	16.294	
		3	0.429	0.383	46.805	0.000
		4	0.078	-0.076	47.830	0.000
		5	0.104	-0.088	49.642	0.000
		6	0.087	-0.101	50.910	0.000
		7	0.005	0.001	50.914	0.000
		8	0.110	0.143	52.997	0.000
		9	0.062	0.084	53.671	0.000
		10	-0.074	-0.153	54.625	0.000
		11	0.182	0.109	60.397	0.000
		12	-0.039	-0.090	60.660	0.000
		13	-0.075	-0.054	61.667	0.000
		14	-0.025	-0.142	61.777	0.000
		15	-0.035	0.084	61.998	0.000

【季資料】

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.123	0.123	1.3973	
		2	-0.036	-0.052	1.5175	
		3	-0.068	-0.058	1.9554	
		4	-0.023	-0.009	2.0050	0.157
		5	0.017	0.016	2.0326	0.362
		6	-0.037	-0.048	2.1696	0.538
		7	-0.007	0.003	2.1749	0.704
		8	-0.040	-0.042	2.3367	0.801
		9	0.002	0.008	2.3373	0.886
		10	-0.035	-0.043	2.4659	0.930
		11	-0.058	-0.053	2.8203	0.945
		12	0.020	0.029	2.8634	0.969
		13	0.016	0.003	2.8918	0.984
		14	0.028	0.016	2.9794	0.991
		15	-0.062	-0.066	3.3949	0.992